Facultad de Ciencias Económicas
UNER

ASOCIACIÓN CIVIL DE DOCENTES DE MATEMÁTICA DE FACULTADES DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y AFINES
ACDMFCEyA

LIBRO DE ACTAS

XXXII JORNADAS NACIONALES DE DOCENTES DE MATEMÁTICA DE FACULTADES DE CIENCIAS ECONÓMICAS y AFINES

PARANÁ, ENTRE RÍOS

4 al 6 de octubre de 2017

Libro de Actas : XXXII Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y afines / Silvia Inés Padró ... [et al.] ; compilado por Diana Raquel Kohan ; Silvia Inés Padró. - 1a ed. - Paraná : Universidad Nacional de Entre Ríos. UNER, 2017.
Libro digital, PDF

Archivo Digital: descarga y online
ISBN 978-950-698-409-0

1. Matemática. 2. Estadística. 3. Actas de Congresos. I. Padró, Silvia Inés II. Kohan, Diana Raquel, comp. III. Padró, Silvia Inés, comp.
CDD 510.7

ISBN 978-950-698-409-0
9 789506 984090

PRESENTACIÓN

Las XXXII Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y afines, se llevaron a cabo en la ciudad de Paraná, Entre Ríos, los días 4, 5 y 6 de octubre de 2017, organizadas por la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Entre Ríos y la Asociación Civil de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y afines.

Estas Jornadas constituyen un espacio en el que se reúnen docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas del país para fomegntar el diálogo reflexivo sobre las prácticas docentes, compartir los resultados de las investigaciones realizadas en el área y actualizar sus conocimientos y habilidades mediante la realización de cursos y talleres.

Los ejes temáticos que se plantearon son:

- Educación Matemática
- Estadística Aplicada
- Matemática Aplicada

Durante el desarrollo del evento se realizaron tres conferencias:

- **Conferencia inaugural:** *"El nuevo marco legal de la empresa familiar. Cambios que nos afectan en nuestra experiencia diaria"* a cargo del Cr. Eduardo Muani
- **Conferencia:** *"Consideraciones útiles para escribir y publicar textos académicos"* a cargo del Lic. Gustavo Martínez
- **Conferencia:** *"Una mirada estadística sobre Big Data" ¿Cómo sobrevivir un tsunami de datos?"* a cargo de la Lic. María Belén Allasia

Los cursos que se dictaron durante el desarrollo de las Jornadas fueron:

- **Curso 1:** *"Aplicando GeoGebra en la Resolución de Problemas Económicos"* a cargo de la Prof. Cecilia Lell
- **Curso 2:** *"Introducción a la Teoría de Martingalas, con aplicaciones en Estadística y Econometría"* a cargo del Dr. Luciano Pérez
- **Curso 3:** *"La utilidad de la Matemática para un Economista Teórico"* a cargo del Cr. Rogelio Villanueva

Los talleres que se ofrecieron fueron dos:

- **Taller 1:** *"La Teoría de los Juegos y sus Aplicaciones"* a cargo del Dr. Pablo Fajfar y la Prof. Ana Beatriz Angelelli
- **Taller 2:** *"Alternativas para la vivienda propia en la Argentina actual"* a cargo de los Cr. Luis Zacarías, Ana Padró y Florencia Ara.

El presente Libro de Actas de las XXXII Jornadas publica los 37 trabajos que se expusieron durante el desarrollo de las mismas en las tres especialidades mencionadas, como así también los resúmenes de los Cursos y Talleres dictados.

Paraná, octubre de 2017.

Colaboraron en la organización de este evento:

- Vicegobernación de Entre Ríos
- Dirección de Turismo de Entre Ríos
- Asociación Gremial de Docentes Universitarios (AGDU)
- Administradora Tributaria de Entre Ríos (ATER)
- Hotel Maran, Suites & Towers
- Nuevo Banco de Entre Ríos
- Instituto del Seguro de Entre Ríos
- Casino Mayorazgo
- Tarjeta Naranja
- Petropack
- Perfumerías Raffe
- Marroquinería Chez Le Sac
- Regalería SR

Declararon de Interés Académico las XXXII Jornadas de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y afines las siguientes instituciones:

- Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Entre Ríos (Resolución de Consejo Directivo N° 200/17)
- Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Centro (Resolución del Consejo Académico N° 126/2017)
- Facultad de Ciencias Económicas y Estadística de la Universidad Nacional de Rosario (Resolución Decanato N°467/17)
- Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Católica Argentina, sede Rosario (Resolución Decanato N° 063/17)
- Facultad de Ciencias Económicas y Jurídicas de la Universidad Nacional de La Pampa (Resolución Decanato N° 455/17)
- Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Tucumán (Resolución Decanato N° 538/17)
- Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Cuyo (Resolución Decanato N° 665/17)
- Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Católica de Santa Fe (Resolución Decanato N° 025/17)
- Universidad Autónoma de Entre Ríos (Resolución Rectoral N° 1095/17)
- Facultad de Ciencias Económicas y de la Administración de la Universidad Adventista del Plata (Resolución Decanato N° 19/17)
- Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Nordeste (Resolución Consejo Directivo N° 14360/17)
- Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy (Resolución Consejo Académico N° 341/17)

AUTORIDADES

UNIVERSIDAD NACIONAL DE ENTRE RÍOS
Rector: Ing. Jorge Amado Gerard

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
Decano: Cr. Andrés Sabella
Vicedecana: Cra. Silvina Ferreyra

DEPARTAMENTO MATEMÁTICO
Jefe: Mag. Silvia Inés Padró
Secretaria: Cra. Florencia Ara

COMISIÓN ORGANIZADORA
Presidente: Cr. Andrés Sabella
Secretaria: Esp. Diana Kohan
Tesorero: Cr. Luis Zacarías

Integrantes: Lic. Laura Aguado, Cra. Florencia Ara, Dra. Olga Ávila, Prof. Marisa Battisti, Cra. Stefanía D'Iorio, Cr. Fernando Yusef Domínguez, Esp. Sebastián Facello, Cr. Francisco González, Esp. Mariana Heredia, Mag. Silvia Padró, Cra. Ana Padró, Mag. Sandra Ponce, Mag. Isabel Rinaldi y Lic. Marino Schneeberger

COMITÉ EVALUADOR
Dra. Olga Ávila (UNER)
Act. Pablo Caviezel (UBA)
Lic. Alejandro García Venturini (UBA)
Esp. Diana Kohan (UNER)
Ing. Miguel Angel Nastri (UBA)
Mag. Silvia Padró (UNER)
Mag. Sandra Ponce (UNER)
Mag. Isabel Rinaldi (UNER)
Lic. Marino Schneeberger (UNER)
Mag. Nora Sosa (UNaM)
Dra. Teresita Terán (UNR)

JURADO PREMIO "Ing. Ricardo Carbajo"
Cra. Cristina Bazán (UNLPam)
Mag. Liliana Köegel (UNR)
Dra. Susana Olivera de Marzana (UBA)

ÍNDICE

TRABAJOS PESENTADOS

EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ESTADÍSTICA APLICADA

MATEMÁTICA APLICADA

CURSOS

TALLERES

TRABAJOS PRESENTADOS

EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Análisis y Evaluación de un Material Curricular Impreso. Estudio de Caso en el Área Matemática

Autino Beatriz del Carmen - Digión Marisa Angélica
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Jujuy
bettyautino@hotmail.com - marisadigion@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Matemática, Material curricular, Libro didáctico de cátedra, Enseñanza, Aprendizaje

Resumen

Los materiales curriculares constituyen un subsistema del sistema de enseñanza, razón por la cual deben ser analizados, valorados e interpretados en este contexto. Un tipo de material curricular de uso generalizado en los primeros años de carreras universitarias es “el libro didáctico de cátedra”. Es un impreso generado por el/los docente/s que forman parte de la misma y que responde a la línea disciplinar y organizativa adoptada para el desarrollo de la asignatura.
Este trabajo tiene como objetivos: dar cuenta del análisis y la evaluación realizados sobre el libro didáctico de una de las cátedras que integran el área Matemática de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy y compartir los interrogantes, y sus respuestas, surgidos de dicho proceso, interpretando estas últimas en el marco del espacio curricular de implementación del libro en cuestión. También, se hace referencia a un conjunto de posibles mejoras que se propone para dicho material. Para realizar el análisis se utilizó una grilla ya validada y aplicada para la evaluación de este tipo de materiales; a ella se incorporaron algunas categorías de estudio emergentes en el seno del grupo de investigación dentro del cual se desarrollaron tales tareas.
Este estudio de caso fue realizado con la intención de constituirse en la base para otros posteriores y similares a implementarse con materiales curriculares de uso corriente, en las asignaturas en las cuales se imparten contenidos matemáticos.

1 Introducción

Un método de enseñanza fuertemente arraigado en la mayoría de las aulas universitarias argentinas en las cuales se imparten asignaturas relacionadas con la Matemática, es el de la “transmisión directa”. Su aplicación y permanencia en el tiempo no son arbitrarias; dicho método tiene ciertas características que lo hacen adecuado para el abordaje de esta ciencia en determinados tipos de contextos: permite la enseñanza de un cuerpo de conocimientos complejos, organizados e integrados; favorece el ejercicio de distintos modos de pensamiento (lógico, secuencial, inductivo, deductivo, experimental, razonado…) y es apropiado cuando se trabaja con un grupo numerosos de estudiantes (situación común en los primeros años de las instituciones universitarias argentinas).
En las clases presenciales, el rasgo central de la transmisión directa está dado por la exposición a cargo del docente,a través de desarrollos verbales de los contenidos conceptuales y procedimentales de la asignatura en cuestión. Si bien predomina en ellas el lenguaje oral, éste se complementa con el lenguaje escrito. El lenguaje oral permite, esencialmente, el envío del mensaje disciplinar desde el docente hacia los estudiantes; de ser las condiciones favorables, también posibilita el diálogo entre profesor y estudiantes; esta forma de comunicación da

curso tanto a lo que fue planificado para ser expresado, como también a lo que requiere ser improvisado para dar respuesta a alguna demanda cognitiva emergente. El lenguaje escrito "…no compite con el lenguaje oral …. El lenguaje escrito permite, entre otras cosas, mantener intacto los mensajes a través del tiempo, sin que existan cambios, distorsiones, alteraciones, etc. de la intencionalidad del mensaje"(Mora, 2006, p.217); esta misión del lenguaje escrito es particularmente importante en el marco de la enseñanza de la Matemática. Otro lenguaje que acompaña, naturalmente, a los mencionados en las clases presenciales, es el lenguaje de la mímica; el docente lo utiliza en distintas circunstancias y de diferentes maneras; Mora da un excelente ejemplo en el campo de la Didáctica de la Matemática: "Muchos /as docentes, por ejemplo, muestran con sus manos el comportamiento de ciertas funciones, sus características, continuidad, crecimiento o decrecimiento"(2016, p.219).En las últimas décadas, la tecnología ha proporcionado la posibilidad de incorporar a las clases presenciales la utilización de presentaciones visuales que exploran y explotan los alcances del lenguaje iconográfico; el contenido de dichas presentaciones responden a distintos objetivos; quizás, el más difundido es ofrecer a los estudiantes la estructura base sobre la cual se apoyará el desarrollo de los temas disciplinares. Sin duda alguna, el uso de imágenes en cualquier tipo de comunicación, en particular de la comunicación educativa, otorga al mensaje un conjunto de significados altamente condensados, explícitos e implícitos.

Es en el marco de este tipo de clases presenciales donde emerge un material curricular identificado genéricamente como "libro didáctico de cátedra". Es un impreso elaborado por el/los docente/s que forman parte de la misma y responde a la línea disciplinar y organizativa adoptada para el desarrollo de la asignatura. Sobre este escrito particular, de uso altamente generalizado en los contextos educativos citados precedentemente, surgen algunos interrogantes: ¿qué función cumple en el contexto de la clase presencial?;¿es un "complemento" del discurso disciplinar que lleva a cabo el docente en la misma lo "suple" de manera total y absoluta?; en su elaboración, ¿se han considerado y valorado aspectos relacionados con el formato?, ¿con el posicionamiento ideológico sobre lo que significa la enseñanza y el aprendizaje?, ¿con el contenido disciplinar?; de solo haberlo hecho tomando en cuenta los contenidos disciplinares, ¿se interpreta que para lograr la comprensión significativa de los estudiantes es suficiente el desarrollo teórico completo, organizado y estructurado y la eventual ejemplificación de los temas incluidos en el programa analítico de la asignatura?

Estos interrogantes, y otros tantos que se derivan de ellos, requieren por parte de los docentes, análisis y reflexión sobre sus propias prácticas.

En el caso particular de las condiciones bajo las cuales se elabora y se utiliza el libro didáctico de cátedra, los docentes debe apelar a la evaluación crítica de los mismos a través de la aplicación de instrumentos que, elaborados con criterios objetivos, permitan obtener un diagnóstico general, real y contextualizado sobre el valor pedagógico que tiene, como medio de enseñanza y aprendizaje.

Este trabajo tiene, como primer objetivo, dar cuenta del análisis y evaluación realizados sobre un material curricular de elaboración propia de una cátedra del área Matemática de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy. Una segunda meta es compartir los interrogantes, y sus respuestas, que han surgido a partir de los resultados obtenidos en dicha evaluación. Finalmente, se hace referencia a un conjunto de propuestas de mejoras que se sugiere para dicho material, atendiendo a las conclusiones obtenidas del análisis y la evaluación precedente.

Resulta importante destacar que, este estudio de caso fue realizado con la intensión de constituirse en la base para otros posteriores y similares a implementarse con materiales curriculares de uso corriente, en asignaturas en las cuales se imparten contenidos matemáticos.

2 Marco teórico

En palabras de Zabalza Beraza, “hablar de Didáctica es hablar de docencia” (2007, p.490) y hablar de docencia es hacer referencia a la actividad que realiza una persona que se dedica a la enseñanza. La docencia, como actividad profesional que se desarrolla en un ámbito educativo, no solo es práctica sino también es evaluación y reflexión sobre lo que ocurre en ella. El resultado de este proceso, de carácter cíclico, es la práctica revisada que se convierte en conocimiento didáctico.

A partir de la emergencia y consolidación del conocimiento didáctico, quien se dedica a la docencia, está en condiciones de generar renovadas prácticas en el ámbito de la enseñanza.

Tomando como marco de referencia lo citado, este trabajo da cuenta de la construcción de un conocimiento didáctico particular y contextualizado, relacionado con el análisis y la evaluación de un material curricular específico.

El estudio de los materiales curriculares es, actualmente, un tema importante en la comunidad educativa, en general, y en la de nivel universitario, en particular. Responde a la necesidad de definir cuáles son las claves para su selección y/o elaboración, análisis, evaluación e interpretación; tales acciones son las que permiten determinar las finalidades, potencialidades didácticas y concepciones e ideologías pedagógicas que subyacen en ellos. Antecedentes bibliográficos sobre la temática confirman el interés que existe respecto al tratamiento de distintos aspectos relacionados con los materiales curriculares; los numerosos y diversos artículos científicos consultados dan cuenta de ello (Blanco, 1994; Parcerisa Arán, 1996; Méndez Garrido, 2001; Ramos, Veliz y De Rosa, 2007; Travé González y Pozuelos Estrada, 2008; Guerra; 2011; Monterrubio y Ortega, 2011; Llanos Castilla, 2012; Ferrando y Suau, 2014; entre otros).

La noción de material curricular no es unívoca. Al respecto, existen concepciones amplias y restringidas (Araujo 2006); ambas coinciden en que su abordaje cobra relevancia para el logro de las intencionalidades del currículum y, fundamentalmente, para contribuir a los estudios sobre la enseñanza en el aula en particulares coordenadas disciplinares, didácticas e institucionales.

En el marco del proyecto de investigación en el que se inscribe este trabajo, a partir de la indagación bibliográfica realizada y el intercambio de ideas producido en el seno del grupo que lo lleva adelante, se consensuó en definir a los materiales curriculares como dispositivos que se utilizan en el diseño, desarrollo y evaluación del currículum con el fin de comunicar contenidos o de favorecer y orientar procesos educativos. Los materiales curriculares no existen por si solos; en palabras de Jaume Martínez Bonafé, "conviene recordar que los recursos y materiales para el desarrollo del currículum funcionan como un subsistema dependiente del sistema de enseñanza, que no es ajeno a los avatares históricos, sociales, a los intereses económicos-políticos, ni a las relaciones de poder" (1999, p.136).

Numerosas son las clasificaciones que pueden realizarse de los materiales curriculares; cada una de ellas atiende a criterios diferentes: soporte, lenguaje, función didáctica, nivel de neutralidad, contenido predominante, destinatarios, teoría curricular dominante, origen, modalidad de uso, entre otras. Una clasificación particular se suma a ellas, la definida por el grupo de docentes investigadores; emerge de las características del contexto educativo y de los materiales existentes en el ámbito de las cátedras que integran el Área Matemática. Se basa en la "autoría del material curricular", definiéndose para ella las siguientes categorías: producción de cátedra, compilado de autores, autores de bibliografía sugerida en el programa analítico –comercial- y mixta (combinación de las anteriores).

Tomando en cuenta esta última clasificación se identifica, entre los materiales curriculares, al "libro didáctico de cátedra". Son materiales impresos que...

> … se caracterizan por presentar los principios básicos de un tema, área o disciplina para los alumnos de un curso o un nivel educativo concreto, con la finalidad de que se conviertan con frecuencia en la fuente de información dominante que circula en el aula, como así también en la base del desarrollo de la enseñanza en la clase. Este tipo de libros conforman un plan completo para la enseñanza de un área o un nivel específico. Se trata, en general, de textos muy estructurados, en los que se presenta el contenido seleccionado y organizado en un nivel de elaboración pertinente a sus destinatarios junto con actividades y ejercicios adecuados para el logro de los objetivos de aprendizaje (Seguí y Valles, s/f).

Un libro didáctico de cátedra debe ser analizado y evaluado periódicamente, a los efectos de determinar su vigencia y su utilidad en relación con las finalidades educativas específicas en un determinado momento y para un determinado destinatario. Hacerlo requiere de la aplicación de instrumentos que, con criterios objetivos, brinden una valoración del mismo. Si bien existe una vasta bibliografía de la cual seleccionar modelos de evaluación de un escrito de este tipo (Monterrubio y Ortega, 2011;Ferrando y Suau, 2014; Amorós Úbeda, Cano Palacios, Girón Beses, Martín Requejo, Moreno San Román y Parra Abellan, 2015;), se adopta en este trabajo -como estructura base-la grilla propuesta por María Paz Prendes Espinosa (2001).Tal selección fue realizada tomando en consideración los siguientes criterios: el planteo de los ítems realizado por la autora contiene los aportes y las reflexiones de educadores constructivistas; el diseño para la evaluación de materiales impresos del tipo que se aborda en este trabajo; la completitud en la consideración de los indicadores de análisis y la sencillez de su aplicación. Cabe acotar que al citado instrumento se le adicionaron algunas categorías de análisis que se estimaron convenientes en el seno del grupo de investigación, a los efectos de contar con una descripción más detallada y contextualizada del material curricular en cuestión.

Para terminar, retomando las ideas presentadas en los primeros párrafos de este apartado podemos decir que, en la búsqueda de la calidad educativa de la Universidad, los docentes deben ser capaces de asumir profesionalmente las tareas de diseño, elaboración y evaluación de sus propios materiales didácticos, como así también las inherentes a la evaluación de impacto que estos nuevos materiales puedan tener en el ámbito educativo.

3 Análisis descriptivo e interpretativo del material curricular impreso de Matemática

3.1 El contexto

Este trabajo está inserto en una de las líneas de investigación del Proyecto denominado "Análisis didáctico de los materiales curriculares de las cátedras del Área Matemática. Planes de mejora en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy", aprobado por el Consejo Superior de la Universidad Nacional de Jujuy (UNJu), mediante Res. C.R. N°441/2016.En esta línea, el propósito que se persigue es el análisis, la mejora y la adecuación de los materiales curriculares utilizados por las distintas cátedras que integran el Área Matemática.

La propuesta de trabajo del año 2017 se inició con la necesidad de elaborar un instrumento que permitiera llevar a cabo el análisis y la evaluación de los materiales curriculares disponibles. Para ello el grupo de investigación se pronunció por el diseño de un instrumento propio que respondiera a las características generales y particulares de aquellos que debían ser abordados. Como primer paso, se determinaron un conjunto de categorías que se estimaron necesarias y pertinentes de ser incluidas en el instrumento. Luego, se procedió a traer al debate, instrumentos ya validados y puestos en práctica en distintos lugares del mundo de habla hispana; por las razones expuestas en el punto "2. Marco Teórico", se eligió uno de ellos; a éste se lo complementó con las categorías de análisis de interés para el grupo de investigación. De esta manera, se obtuvo una herramienta dividida en cuatro partes, a las cuales se denominó: (1) Datos de Identificación; (2) Formato, (3) Análisis de Contenido y (4) Aspectos Generales.

Con el objeto de validar este instrumento, se seleccionó el material curricular utilizado por todas la cátedras del Área Matemática: "el libro didáctico de cátedra", planificado, diseñando y elaborado por uno o más docentes de la cátedra correspondiente. Dentro del conjunto de los existentes, se escogió el denominado "Notas Teóricas de Análisis Matemático". Esta asignatura pertenece al ciclo básico de las carreras que se cursan en la Facultad: Contador Público, Licenciado en Administración y Licenciado en Economía Política.

Cabe acotar que, probar la utilidad y la eficiencia del instrumento utilizado en uno de los libros didácticos de cátedra, permitirá proceder del mismo modo en los restantes materiales curriculares disponibles.

3.2 Análisis del material

A continuación, se presentan los resultados obtenidos de la aplicación del instrumento de evaluación logrado al material curricular “Notas Teóricas de Análisis Matemático”.

3.2.1 Identificación y formato

Notas Teóricas de Análisis Matemático (en adelante “Notas Teóricas”) es un material curricular impreso cuya autora es la docente Mg. Marisa Digión, responsable de la cátedra homónima. Surge como medio didáctico para ser utilizado en el marco de las clases de la asignatura Análisis Matemático de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy. Si bien la primera edición data del año 2000, ha tenido correcciones, actualizaciones, ampliaciones y modificaciones, hasta la última versión que corresponde al año 2015.

El material está avalado por la Institución ya que la autora pertenece a su plantel docente; sin embargo, no cuenta con referato ni tampoco con número estándar internacional de libro (ISBN). Posee un formato impreso en tamaño A4 de un solo cuerpo, compuesto por 486 páginas, no habiendo otro módulo complementario. Su encuadernación, de tipo espiral, permite el giro de sus hojas en 360°. Dos tapas plásticas, una transparente (frente) y otra opaca (contrafrente), resguardan sus páginas. Una primera hoja posee los datos identificatorios del material; el tamaño de las letras del nombre de la obra es mayor que los que se encuentran en el interior de la misma, aunque del mismo color negro; también se observa una composición de imágenes que ilustran conceptos que se estudian en la materia. El cuerpo del material está escrito en interlineado sencillo e interlineado posterior de 6 puntos. Se ha utilizado un editor de ecuaciones y, en estos casos, los espacios entre ecuaciones es mayor que en el texto, lo que facilita su lectura. También se observan numerosas gráficas que ilustran conceptos, procedimientos y/o explicaciones, lo que permite que la lectura sea más amena.

Está bien compaginado en cuanto a su estructura interna. Tiene: tapa superior, índice, siete capítulos, bibliografía y un espacio para los agradecimientos. Dado la gran cantidad de hojas que posee, se dificulta su manipulación. Este material se vende a los estudiantes en la fotocopiadora de la Facultad, siendo la misma la que establece su costo.

3.2.2 Análisis de contenido

El capítulo 1 contiene recomendaciones para los usuarios, que tienen que ver con las características de la asignatura y el uso del material. En el capítulo 2 se presenta una breve reseña histórica del Cálculo y se expone en un diagrama conceptual los temas centrales que se incluyen en el escrito.

Entre los capítulos 3 y 7 se desarrollan los contenidos disciplinares; éstos responden a los indicados como mínimos en los Planes de Estudios de las carreras que se dictan en la Institución; cada uno de estos cinco capítulos se corresponde con cada una de las cinco unidades didácticas que conforman el programa analítico de la materia. La secuencia de presentación de los temas es correcta y respeta la estructura interna propia de la disciplina. La inclusión de ejemplos de tipo económico refuerza, de alguna manera, que se trata de un material diseñado para ser desarrollado para una determinada demanda curricular y en un contexto propio de las carreras relacionadas con las Ciencias Económicas. Cada uno de estos capítulos de contenidos disciplinares se inicia con un cuadro conceptual donde se ubica el tema central del mismo dentro de la estructura general del programa analítico de la asignatura; a continuación, se realiza una introducción general referida a la temática en cuestión, la que es seguida por el detalle de los conceptos previos que se deben conocer para afrontar los nuevos conocimientos y los objetivos de formación; por último se da curso al desarrollo de los temas seleccionados para la unidad didáctica correspondiente. En cuanto a la forma en la que se realiza dicho desarrollo, se puede decir que el material tiene una estructura mixta, compuesta por información y ejemplos, reforzándose éstos con numerosos recursos visuales. Como parte de la información se presenta la teoría de los temas incluidos en el programa analítico de la asignatura; si bien en el índice sólo se hacen referencia a contenidos del tipo conceptual, se identifica la presencia de contenidos procedimentales. Los ejemplos se desarrollan inmediatamente después de cada nuevo contenido y responden, generalmente a los del tipo procedimental. Se incluyen recursos visuales como gráficas, cuadros conceptuales, recuadros con datos destacados e íconos; estos últimos advierten al lector de lo que sigue a continuación: información, lectura, datos a tener en cuenta, ejemplos; si bien estos recursos visuales son adecuados en cuanto a su utilidad didáctica, el gran número de ellos hacen que el material se extienda en cantidad de hojas, aumentando su peso y dificultando su manipulación. Intercalados con la información, los ejemplos y los recursos visuales se dejan planteados algunos interrogantes y propuestas de trabajo para que el lector los resuelva. No se observa la presencia de herramientas de síntesis al finalizar un capítulo ni aquellas que permitan algún tipo de evaluación ni de control, tanto para el estudiante como para el docente; tampoco están presentes objetivos ni contenidos correspondientes a ejes o temas transversales al Cálculo. En cuanto al uso del lenguaje, tanto técnico como coloquial, se considera que son apropiados; el estilo de escritura utilizado resulta claro, desestructurado y ameno. Se considera que el nivel de profundidad con que se aborda los temas es adecuado para el nivel de enseñanza universitario.

3.2.3Aspectos generales

El diseño del material curricular bajo estudio, tanto en su formato como en su contenido, es similar –en términos generales- a los de un libro de texto convencional, reflejándose claramente el posicionamiento del autor en un modelo de enseñanza tradicional. Sin embargo, este material posee singularidades que le otorgan cierto valor en el contexto en el cual se utiliza. La primera relacionada con la selección y la profundidad de abordaje de los temas que incluye y, la segunda, vinculada con la metodología de enseñanza que se pone en práctica en las clases presenciales de la asignatura. En cuanto a la primera cuestión, el “recorte” de temas que se realiza al momento de la transposición didáctica tiende a cumplimentar con las exigencias institucionales plasmadas en los Planes de Estudio vigentes en la Facultad; en particular con los objetivos de formación planteados y con los contenidos mínimos definidos. Respecto a la segunda cuestión, puede decirse que el material curricular es un elemento que se suma a las clases presenciales, integrándose a ella en los distintos momentos de enseñanza y aprendizaje; su máximo potencial lo logra cuando su contenido es “leído” en el marco de las intervenciones que realiza el docente.

3.3 Evaluación del material y propuestas de mejora

El análisis realizado permitió dar respuesta a las preguntas planteadas en el ítem “1. Introducción”, como así también, poner en evidencia la veracidad de dos cuestiones importantes: la primera relacionada con la expresión de Mejía Bottero en cuanto a que “el libro ideal no existe” (1991, p.103); la segunda vinculada con la afirmación de que “la buena enseñanza no solo se apoya en el uso de un libro didáctico riguroso y completo en su contenido”.

Dicho esto surge, como primer punto que, “Notas Teóricas” es un material didáctico que cumple con la función de ser un complemento utilizado por el docente para llevar adelante sus clases presenciales. Ahora bien, y aunque parezca una obviedad, surge la pregunta ¿en qué medida este material ayuda al estudiante a aprender?; se entiende que este tipo de material debe permitir al alumno tener acceso, tanto dentro como fuera del contexto del aula, no solo al desarrollo de contenidos sino también a actividades variadas, que le posibilite estudiar, analizar, asimilar, reforzar y aclarar, los temas desarrollados en la clase presencial. Respecto a ello, se puede concluir que el análisis realizado indica que “Notas Teóricas” es un material que abarca todos los contenidos del programa de estudio de la asignatura, convirtiéndose en una fuente de información importante; sin embargo, si bien es un texto apropiado en lo referido al nivel de profundización de temas y vocabulario coloquial y técnico utilizado, se lo reconoce incompleto tomando en consideración que la asignatura para la cual fue elaborado es de régimen de cursado teórico-práctico. Tal situación no es menor al momento de la valoración del material; se puede apreciar que es escasa la ejemplificación que se hace de los temas, no sólo en cantidad, sino también en variedad de procesos cognitivos que resultan indispensables desarrollar en los estudiantes para el estudio del Cálculo.

Por lo expresado, se considera importante recomendar la ampliación de las “Notas Teóricas” incorporando actividades como las que propone la National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) en sus siete categorías: considerar, practicar, interpretar, producir, aplicar, evaluar y crear (Grandgenett, Harris y Hofer, 2011); así también se cree apropiado incluir tareas que permitan al estudiante autoevaluarse, instancia sumamente importante en el proceso de aprendizaje. No debe dejarse de lado la inclusión de actividades que deban ser ejecutadas con programas computacionales específicos para la manipulación de objetos matemáticos.

Pasando al formato de “Notas Teóricas”, y haciendo hincapié en algún tipo de dificultad en su manipulación por el tipo de encuadernación que tiene y la cantidad de hojas con las que cuenta, se estima conveniente sugerir la publicación del mismo como libro de texto, con la inclusión de un referato y la asignación del ISBN correspondiente; esto permitirá evitar la usurpación de autoría, como así también las copias y/o plagios indeseables y mejorará cuestiones relacionadas con la estética de presentación de su contenido. Por último se deja como propuesta la incorporación de un prólogo o introducción, que reemplace lo existente en los capítulos 1 y 2 del actual material.

Resumiendo:

- Los libros didácticos de cátedra siempre pueden ser mejorados.
- Hay aspectos didácticos que no están presentes en este tipo de material curricular y que resultan de suma importancia al momento de llevar a cabo una buena enseñanza.
- El uso del libro didáctico de cátedra, aún completo en cuanto a desarrollo de contenidos disciplinares e incluyendo lo sugerido precedentemente, no suple el discurso que tiene lugar en la clase presencial. La dinámica de enseñanza que se genera en el aula presencial tiene un componente comunicacional verbal que refuerza el mensaje académico, aclarando, ampliando y profundizando los contenidos incluidos en el material impreso.

Para finalizar, cabe aclarar que, el libro didáctico de cátedra del cual se ha realizado el análisis y la evaluación y para el que se han formulado sugerencias de mejora, no es un tipo de libro con las características de aquellos diseñados para la educación a distancia. Como se indicó precedentemente es una material que complementa a lo que el docente desarrolla en la clase presencial; la propuesta es pasar de un método de enseñanza de "transmisión directa" a un método de enseñanza "de transmisión significativa", en el cual el educador combina "la instrucción directa" con "la enseñanza como guía"; en este caso el profesor proporciona a los estudiantes a través de libro didáctico de cátedra, la oportunidad de realizar un aprendizaje significativo con la inclusión de herramientas y actividades que lo comprometan activamente en la construcción de sus propios aprendizajes.

4 Conclusiones

En los momentos actuales están surgiendo numerosas innovaciones y cambios trascendentales referidos a las formas de llevar adelante los procesos de enseñanza y con ello se busca que los estudiantes realicen aprendizajes de diversos tipos: experiencial, por competencias, constructivista, estratégico, e integrador. Por tal motivo la elaboración de los materiales curriculares exige constantes actualizaciones y un trabajo colaborativo, ya que no sólo se debe centrar la atención en lo que se quiere enseñar, sino también en las nuevas formas que tienen los estudiantes de aprender. La revisión y actualización continua de los materiales no son una opción, sino más bien una imperiosa necesidad. Esto nos hace reflexionar que siempre queda mucho por hacer, y este proceso evaluativo es sólo un primer paso, de otros tantos que se pueden y deben realizar en pos de mejorar la calidad y excelencia académica a la que como docentes estamos obligados.

Referencias

Araujo, S. (2006). *Docencia y enseñanza: una introducción a la* Didáctica. Buenos Aires: Grao

Blanco, N. (1994). Los materiales curriculares: los libros de texto. En Angúlo, E. y Blanco N. (Coords), *Teoría y Desarrollo del Curriculum*, Cap.12, 263-280. Madrid: Editorial Síntesis

Davini, M. C. (2011). *Métodos de Enseñanza*. Buenos Aires: Santillana

Grandgenett, N.; Harris, J. y Hofer, M. (2011).*Mathematics learning activity types*. Recuperado de http://activitytypes.wmwikis.net/file/view/MathLearningATs-Feb2011.pdf

Llanos Castilla, J. L. (2012). *La Enseñanza Universitaria, los Recursos Didácticos y el Rendimiento Académico de los estudiantes de la E.A.P de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.* Recuperado de http://cybertesis.unmsm.edu.pe/handle/cybertesis/922

Martinez Bonafé, J. (1999). *Trabajar en la escuela. Profesorado y reformas en el umbral del siglo XXI.* Buenos Aires: Miño y Dávila

Méndez Garrido, J. M. (2001). *Pautas y criterios para el análisis y evaluación de materiales curriculares*. Recuperado dehttp://rabida.uhu.es/dspace/handle/10272/3451

Mora, D. (2006). Relación entre lenguaje, pensamiento, matemáticas y realidad. En Mora, D. y Serrano G. W. (Eds), *Lenguaje, comunicación y significado en Educación Matemática,*Cap.5, 209-290. La Paz: Campo Iris S.R.L.

Ramos, C., Veliz, M. D. V., y De Rosa, E. (2007) Algunos elementos del currículum de matemática en ciencias económicas: Su evaluación. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, *2*(2), 13-19. Recuperado de http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1850-66662007000200002

Volver al índice

Categorización de Errores: Análisis de una Evaluación Diagnóstica

Olguín Rita Karina - Aliaga María Laura - Barraco Marcela Natalia
Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales, Universidad Nacional de San Luis
olguinrk@gmail.com - aliagalaura@gmail.com - mnbaracco@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Categorización de errores, Conceptos previos, Obstáculos, Aprendizaje significativo

Resumen

El presente trabajo tiene como tema principal el concepto de error, estudiado principalmente como un obstáculo en el aprendizaje. Los errores siempre son un tema de preocupación docente, ya que sabemos que en todo proceso de enseñanza y aprendizaje aparecen. Por esto mismo, se deben tener en cuenta criterios tanto para tratarlos, como para pensar metodologías que permiten superarlos, de modo que nuestros estudiantes logren aprendizajes significativos, sustentables en el tiempo.
Antes de comenzar con la clase o tema, los docentes solemos recuperan los conceptos previos para saber cuál es el punto de partida, para, de esta manera, organizar la enseñanza. En este trabajo se realizó una evaluación diagnóstica en la asignatura Análisis Matemático II, para alumnos de segundo año de la carrera Licenciatura en Administración, cuyo propósito era conocer qué conceptos previos tenían los estudiantes y ver cuáles eran los errores más frecuentes que se presentaban. Además, se realizó una categorización de los mismos, a partir de los cuales es posible modificar tanto la metodología docente, como así también organizar y elaborar estrategias de enseñanza para lograr un mejor aprendizaje insistiendo en aquellos aspectos que generan más dificultades; esto permitirá a los estudiantes una mejor apropiación de los conceptos.
Este estudio es de tipo exploratorio, forma parte de una investigación más amplia, y se realizó con el objetivo de reflexionar y mejorar la práctica docente, ya que entendemos que la importancia que le damos a los errores influye tanto en la enseñanza como en el aprendizaje.

1 Introducción

Sabemos como docentes que en todo proceso de enseñanza y aprendizaje los errores tienen un papel fundamental y nunca se deben desestimar o verse como fracaso o falta de conocimiento, sino por lo contrario, los errores son señales de advertencia que permiten a los docentes identificar aquellos conceptos en los que debemos hacer hincapié para ayudar a nuestros estudiantes a superarlos, ya que si esto no ocurre, pueden generar mayores obstáculos en el aprendizaje.

En el presente trabajo se podrán leer los fundamentos que nos permitieron realizar un análisis de los errores de los alumnos de segundo año de la carrera Lic. en Administración de la Facultad de Ciencia Económicas, Jurídicas y Sociales de la Universidad Nacional de San Luis en una evaluación diagnóstica, junto a los principales resultados obtenidos. El objetivo de dicha evaluación fue conocer qué conceptos recordaban de Análisis matemático I, asignatura correlativa con Análisis Matemático II, que cursaron un año anterior. Se evaluaron conceptos básicos como: resolver una desigualdad, identificar los puntos de intersección de una función con los ejes coordenados, identificar dominio y recorrido de funciones sencillas, cálculo de límites (en forma algebraica y gráfica), cálculo de derivadas de funciones de una variable, obtención de máximos y mínimos de una función polinómica, resolución de integrales indefinidas, y la identificación de una cónica a partir de su ecuación.

2 Marco Teórico

Los errores son un elemento estable en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, evidenciándose esto en las producciones de la mayoría de los estudiantes. La importancia que le damos a los errores como docentes y la manera que trabajamos a partir de ellos, influye directamente en el aprendizaje y en el rendimiento académico de los alumnos.

¿Por qué trabajar con los errores? Los errores en educación siempre ha sido foco de interés y de estudio en todas las épocas, y numerosas investigaciones dan cuenta de esto. En las diferentes épocas el análisis y la categorización de los errores se ha ido adaptando a las corrientes pedagógicas y psicológicas, como así también a los distintos cambios curriculares.

Borasi (1994) señala que los errores pueden ser analizados y estudiados por dos objetivos: para eliminarlos o para explorar sus potencialidades. En cualquiera de los dos casos, nos estaríamos centrando en el contenido técnico-matemático del error, en la naturaleza de la Matemática o en el proceso de aprendizaje de la propia disciplina.

Abrate R, Pochulu M, Vargas J. (2006) hacen un estudio considerando que si el foco de interés es el contenido técnico-matemático del error y se quiere eliminar, se pueden diagnosticar sus causas ya que éstas representan una falla del proceso de aprendizaje; si se pretende explorarlo, el error será considerado un nivel necesario en este proceso, ya que lleva a nuevos descubrimientos en matemática. Por otro lado, si se centra en la naturaleza de la matemática, la eliminación del error estará ligada a entender qué es lo que el alumno no comprende del concepto estudiado, lo que permitirá retomar el tema con nuevos enfoques, convirtiéndose de esta manera en un instrumento para la comprensión de los procesos cognitivos de los estudiantes. Por último, si el error se centra en el proceso de aprendizaje de la matemática, puede ser visto como instrumento de identificación de los problemas del currículo o de la metodología de enseñanza.

Todas las investigaciones y teorías sobre la enseñanza y aprendizaje de la Matemática concuerdan en la necesidad de identificar los errores de los alumnos en el proceso de aprendizaje. Estamos convencidos que encontrar las causas nos permitirá organizar la enseñanza para que nuestros alumnos logren un aprendizaje significativo, perdurable en el tiempo. Por todo esto, es fundamental que pongamos especial énfasis en los conceptos previos, ya que en muchas oportunidades los errores están cimentados en conceptos erróneos que obstaculizan el aprendizaje de nuevos contenidos.

Rico (1999), realiza una interesante categorización de los errores:

- Errores debido a las dificultades de lenguaje
- Errores debido a dificultades para obtener información espacial

- Errores debido a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos
- Errores debido a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento (errores por perseveración, errores de asociación, errores de interferencia, errores de asimilación y errores de transferencia negativa)
- Errores debido a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes.

Rico, así mismo argumenta que la mayor cantidad de estudios sobre errores ha consistido en contar el número de soluciones incorrectas a una variedad de problemas y realizar un análisis de los tipos de errores detectados, para proceder luego a una clasificación que permita determinar cómo surgen los errores a partir de la solución correcta, en las que se hacen inferencias sobre qué factores pueden haber conducido al error.

Sin duda este análisis nos permite reflexionar y mejorar la práctica docente, ya que entendemos que la importancia que le damos a los errores influye tanto en la enseñanza como en el aprendizaje. La categorización de los errores nos ayuda a tener un diagnóstico más eficaz para ayudar a los estudiantes en sus dificultades cognitivas o en las carencias en los conceptos matemáticos.

3 Metodología

El estudio realizado es de tipo exploratorio, y fue llevado a cabo con 30 alumnos, que forman el total de estudiantes que cursan la asignatura Análisis Matemático II, de la carrera Licenciatura en Administración de la Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales de la UNSL. Se realizó una evaluación diagnóstica sobre los conocimientos previos de la asignatura Análisis Matemático I y se analizaron los errores cometidos por los estudiantes utilizando la categorización realizada por Rico (1999).

La evaluación constaba de siete actividades, y se evaluaban conceptos básicos trabajados en Análisis I. Se presenta a continuación:

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

Resolver las siguientes actividades

1) Dado el conjunto $B = \{x \in \Re / |3x+6| \geq 4\}$ se pide:

a) Expresarlo en forma de intervalo.

b) Representarlo en recta numérica.

2) Dada la función $f(x) = x^3 - 1$ se pide:

a) Hallar la intersección con ambos ejes coordenados y graficar.

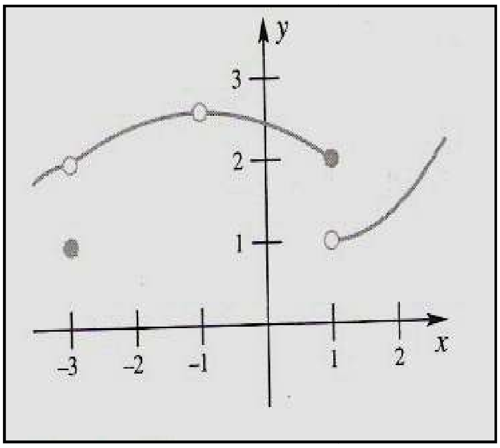
b) Dar el dominio y recorrido de la misma.

c) Analizar la continuidad en el punto $x = 1$

3) Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{t \to 1} \frac{t^2 + 2t - 3}{t^2 - 1} =$

b) Observa la siguiente gráfica y calcula:



a) $\lim_{x \to -3} f(x) =$

b) $f(-3) =$

c) $f(-1) =$

d) $f(1) =$

e) $\lim_{x \to -1} f(x) =$

f) $\lim_{x \to 1^-} f(x) =$

g) $\lim_{x \to 1^+} f(x) =$

h) $\lim_{x \to 1} f(x) =$

4) Derivar las siguientes funciones

a) $y = \sqrt{(3x^2 - 2x)^4} - \operatorname{sen}(2x^3 + e^x)$ b) $3x^2y^3 - xy^4 = 10 - y^2$

5) Sea la función $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$ **, se pide:**

a) Calcular intervalos de crecimiento y decrecimiento.
b) Máximo y mínimos de la función.

6) Resuelve las siguientes integrales:

a) $\int x^2(x+5)dx$ b) $\int x.5^x dx$

7) Dadas las siguientes cónicas, identificar y graficar cada una de ellas.

a) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{49} = 1$ b) $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 20$ c) $y = x^2 - 4$ d) $\frac{(x-2)^2}{4} - \frac{(y+3)^2}{9} = 1$

A partir de las respuestas obtenidas en la evaluación, se realizó una categorización inicial de los errores cometidos, que se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 1. Categorización inicial de los errores cometidos

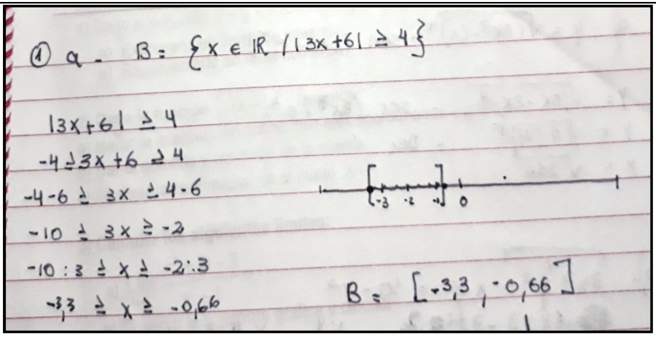
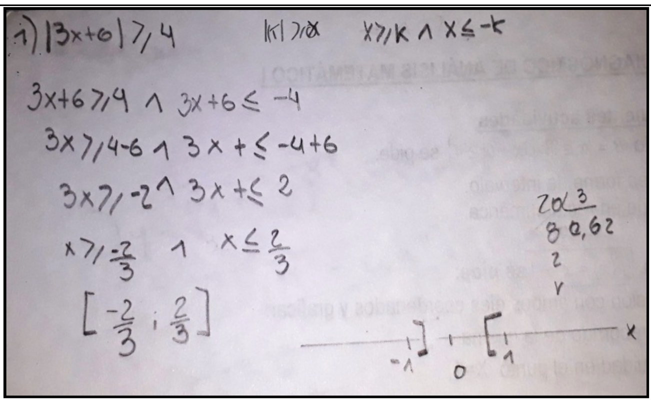
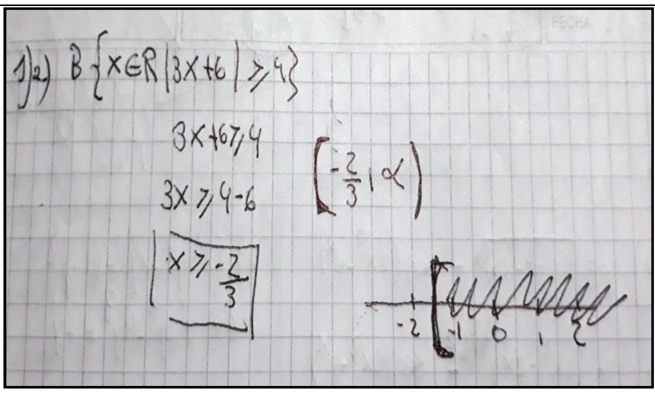
1.Errores debido a las dificultades de lenguaje	El 60 % de los estudiantes tuvieron problemas en la aplicación de las propiedades para la resolución de inecuaciones con módulo.

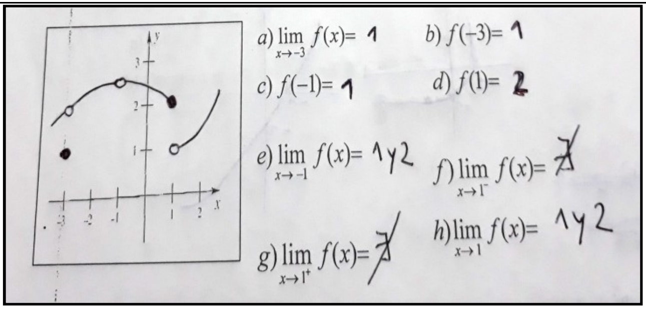
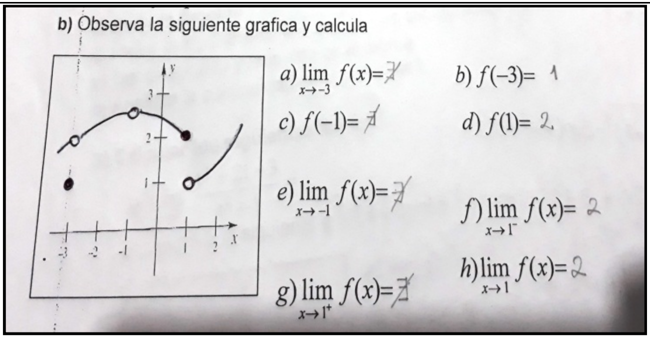
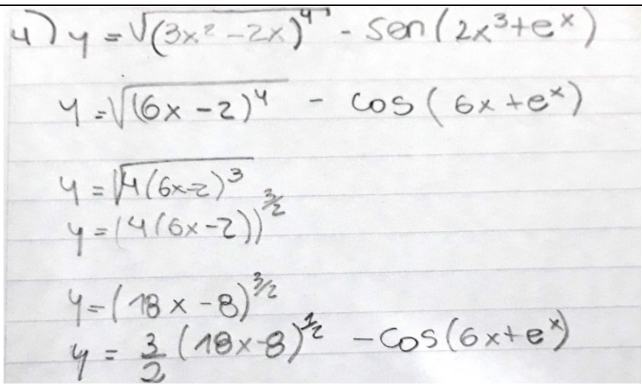
	La mayoría de los errores es debido al mal uso de los símbolos y términos matemáticos.
2.Errores debido a dificultades para obtener información espacial	El 48 % de los errores fue de interpretación de la gráfica para responder la situación empleada. El error más destacado es la lectura e interpretación del gráfico.
3.Errores debido a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos	El 60% de los errores encontrados en esta categoría creemos que se debe a que los estudiantes no poseen la habilidad para la realización de tareas matemáticas, hubo errores en el procedimiento y en la destreza de resolución.
4.Errores debido a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento (errores por perseveración, errores de asociación, errores de interferencia, errores de asimilación y errores de transferencia negativa)	43% de los errores están relacionados a la rigidez del pensamiento, los alumnos no asocian ni relacionan conceptos para poder aplicarlos en situaciones de procedimientos de resolución de tareas matemáticas.
5. Errores debido a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes.	En esta categoría el 73% de los estudiantes aplican reglas o estrategias de resolución insólitas o irrelevantes.

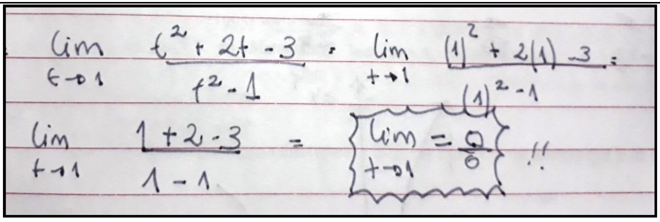
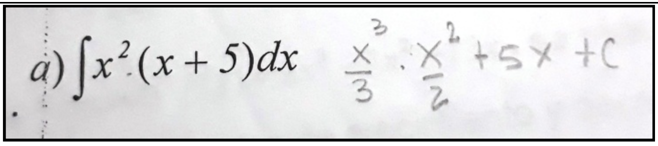
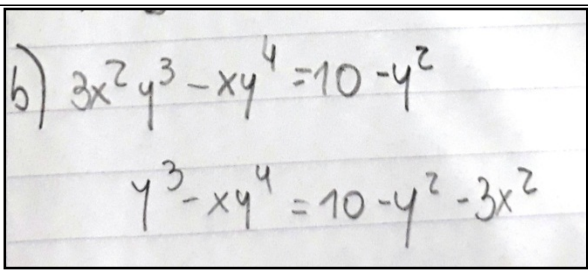
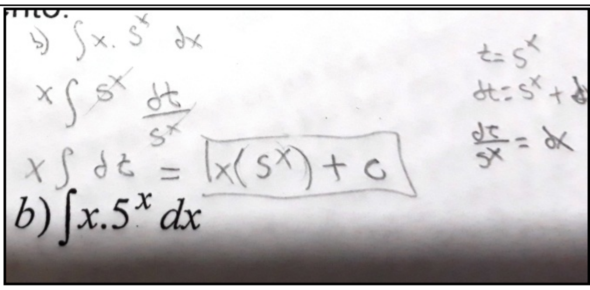
Algunos ejemplos de la categorización obtenida en la Tabla 1, se muestran a continuación en la Tabla 2, en la que se visualiza el tipo de error cometido y se especifica a qué categoría pertenece.

Tabla 2. Muestra de Errores de los estudiantes con su correspondiente categorización.

1.Errores debido a las dificultades de lenguaje	El aprendizaje de conceptos, símbolos y vocabulario matemáticos es para muchos alumnos un problema similar al aprendizaje de una lengua extranjera. Errores derivados del mal uso de los símbolos y términos matemáticos, debido a su inadecuado aprendizaje.

 Estudiante Nº 5	En esta imagen el alumno aplica mal la propiedad de las inecuaciones con módulos y no interpreta la solución al decir que hay un numero “x” menor a $-\frac{10}{3}$ pero a su vez mayor a $-\frac{2}{3}$. Uso incorrecto del símbolo.
 Estudiante Nº25	En esta imagen se puede observar, que el alumno sabe la propiedad correcta a usar y se equivoca al final al interpretar el conjunto solución, lo resuelve correctamente en la recta numérica, pero es incorrecto el intervalo obtenido.
 Estudiante Nº 12	El error encontrado es mal uso de la propiedad, es decir resuelve la inecuación $3x + 6 \geq 4$ pero no considera la otra solución (o sea, no respeta que debe trabajar con módulo).
2. Errores debido a dificultades para obtener información espacial	Las diferencias individuales en la capacidad para pensar mediante imágenes espaciales o visuales es una fuente de dificultades en la realización de tareas matemáticas. Errores provenientes de la producción de representaciones icónicas (imágenes espaciales) inadecuadas de situaciones matemáticas.

 Estudiante Nº 14	Errores en la interpretación de la gráfica. Considera que los límites laterales en 1 por derecha e izquierda no existen y sin embargo el límite en x=1 existe y coloca para el mismo dos valores diferentes. Además, aquí se evidencia un error en la comprensión del concepto de límite (no es posible tener como resultado del mismo dos valores diferentes).
 Estudiante Nº 23	En esta imagen el alumno reconoce el valor de la función en un punto pero el concepto de límite no lo comprende.
3.Errores debido a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos	Incluyen todas las deficiencias de conocimiento sobre contenidos y procedimientos específicos para la realización de una tarea matemática. Errores originados por deficiencias en el manejo de conceptos, contenidos, procedimientos para las tareas matemáticas
 Estudiante Nº 3	En esta imagen se puede observar el desconocimiento de las reglas de derivación, y la falta de destreza para resolver el cálculo de derivada.
4. Errores debido a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento	La experiencia sobre problemas similares puede producir una rigidez en el modo habitual de pensamiento y una falta de flexibilidad para

	codificar y decodificar la información. Los alumnos continúan empleando operaciones cognitivas aun cuando las condiciones originales se hayan modificado. Están inhibidos para el procesamiento de nueva información. En general son causados por la incapacidad del pensamiento para adaptarse a situaciones nuevas
 Estudiante Nº 19	Aquí se puede observar error de asociación, en este tipo de error se incluyen los razonamientos y asociaciones incorrectas entre elementos singulares, es decir, por ejemplo, al reemplazar los valores y llegar a un límite indeterminado, concluye que el limite no existe.
 Estudiante Nº 11	El error que predomina en esta imagen es el error de perseveración (este tipo de error se encuentra con frecuencia). También, se evidencia un error de aplicación de estrategias irrelevantes.
5. Errores debido a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes.	Surgen con frecuencia por aplicar con éxito reglas o estrategias similares en áreas de contenidos diferentes.
 Estudiante Nº 30	Errores de razonamiento de reglas o estrategias inusuales.
 Estudiante Nº 15	Errores de razonamiento de reglas o estrategias inusuales.

Por otro lado, la categorización de errores puede re-categorizarse también en:

-Datos mal utilizados: Errores que se producen por alguna diferencia entre los datos y la interpretación del estudiante.

-Interpretación incorrecta del lenguaje: Son los errores debido a una traducción incorrecta de hechos matemáticos.

-Inferencias no válidas lógicamente: son los errores que tienen que ver con fallas en el razonamiento y no se deben al contenido específico.

-Teoremas o definiciones deformados: Errores que se producen por deformación de una regla, teorema, etc.

-Falta de verificación en la solución: son los errores que se presentan cuando cada paso en la realización de la tarea es correcto, pero el resultado final no es la solución de la pregunta planteada.

-Errores técnicos: Se incluye en esta categoría los errores de cálculo, la manipulación de símbolos algebraicos y otros derivados de la ejecución de algoritmos.

En síntesis, resulta necesario diagnosticar y tratar los errores de los estudiantes, categorizarlos ayuda a tener una idea acerca de las concepciones erróneas y así facilitar tareas o actividades que permita la superación de los errores.

4 Conclusiones

Si bien identificar los errores en conceptos matemáticos no es una tarea fácil, debe ser parte del quehacer docente, ya que de esta manera podemos ayudar a nuestros estudiantes a revisar esos conceptos erróneos que muchas veces son obstáculos para comprender nuevos conceptos y lograr aprendizajes significativos. Muchas veces en nuestras aulas los estudiantes realizan producciones que no son esperadas por nosotros y es ahí donde se deben analizar las causas de los mismos, como dice Brousseau "*los estudiantes piensan frecuentemente acerca de sus tareas matemáticas de un modo muy original, bastante diferente de lo que esperan sus profesores. Cuando esta vía de pensamiento original se muestra inesperadamente útil, admiramos su poder y decimos que el estudiante ha tenido una comprensión inusual; pero cuando, por el contrario, este modo personal de pensamiento omite algo que es esencial, decimos usualmente que el estudiante ha cometido un error. De hecho, ambos casos tienen mucho en común, en particular el dato de que las ideas en la mente del alumno no son las que el profesor espera*".

Los errores encontrados en esta evaluación diagnóstica nos ayudan a darnos cuenta donde estamos parados, qué y cuáles son los conceptos previos de los estudiantes, ya que de nada sirve precipitar el aprendizaje (como por ejemplo enseñar derivadas de dos o más variables o integrales dobles o ecuaciones diferenciales si los estudiante no saben derivar, integrar etc.). Debemos centrarnos es averiguar cuáles son los conceptos previos, y tener en cuenta que los errores no son falta de conocimiento sino que muchas veces son un conocimiento erróneo que no permite al estudiante apropiarse de nuevos conocimientos. Por lo tanto, identificarlos y categorizarlos nos permitirá trabajar con el alumno para erradicarlos o minimizarlos para que puedan ser superados. Sin duda, nuestra planificación debe tener en cuenta estos conceptos previos y los errores cometidos, de modo que podamos pensar estrategias de enseñanza que permitan a nuestros estudiantes lograr un aprendizaje significativo

Referencias

Abrate R, Pochulu M, Vargas J. (2006). *Errores y dificultades en matemática Análisis de causas y sugerencias de trabajo.* 1ª ed. Buenos Aires: Universidad Nacional de Villa María.

Engler A, Gregorini M, Müller D, Vrancken S y Hecklein M (2006) .*Los errores en el aprendizaje de matemática.* Recuperado (1/08/17) de http://www.soarem.org.ar/Documentos/23%20Engler.pdf.

Rico, L (1995). *Errores en el aprendizaje de las matemáticas.* México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Volver al índice

Detección de Anomalías Crediticias Utilizando Aprendizaje Automático

Casparri María Teresa – Bianco María José – García Fronti Javier Ignacio
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
casparri@econ.uba.ar – pbianco@econ.uba.ar– javier.garciafronti@economicas.uba.ar

Especialidad: Educación matemática

Palabras Clave: Aprendizaje Automático, Detección de Anomalías, Componentes principales, Riesgo de Crédito

Resumen

El aprendizaje automático es un conjunto de técnicas que permiten que una computadora pueda detectar patrones analizando un conjunto de datos y, de esta forma, recomendar acciones a seguir (Witten y Frank, 2011). En particular, una de las técnicas más utilizadas es la denominada detección de anomalías. La misma se aplica a bases de datos para permitir encontrar aquellos valores de la misma que no se ajustan al comportamiento esperado. Esta técnica es particularmente importante para la detección de fraude con tarjetas de crédito, por lo que se utiliza para analizar, en forma continua, la información disponible sobre los clientes de una entidad bancaria. De esta forma se logran alertas tempranas que permiten una eficiente gestión de riesgos crediticios.
A los fines de una eficiente gestión de los riesgos crediticios, las entidades financieras necesitan evaluar continuamente la información de sus clientes de tarjetas, lo cual les permite detectar peligros tempranamente. El objetivo de la presente ponencia es presentar, de manera introductoria, la implementación realizada en *Azure Machine Learning* de Microsoft de un algoritmo de detección de anomalías aplicado a una base de datos pública (*UCI German Dataset*). El método utilizado es el *Análisis de Componentes Principales.* La base de datos contiene perfiles de usuarios de tarjetas de crédito, de forma de poder revelar los casos anómalos.
El presente trabajo documenta un ejercicio práctico del curso sobre la temática que se dicta para los estudiantes de actuario de nuestra facultad.

1 Introducción

El aprendizaje automático es un conjunto de técnicas que permiten que una computadora pueda detectar patrones analizando un conjunto de datos y, de esta forma, recomendar acciones a seguir (Witten y Frank, 2011). En particular, una de las técnicas más utilizadas es la denominada detección de anomalías. La misma se aplica a bases de datos para permitir encontrar aquellos valores de la misma que no se ajustan al comportamiento esperado. Esta técnica es particularmente importante para la detección de fraude con tarjetas de crédito, por lo que se utiliza para analizar, en forma continua, la información disponible sobre los clientes de una entidad bancaria. De esta forma se logran alertas tempranas que permiten una eficiente gestión de riesgos crediticios.

En los últimos años, el uso de plataformas en la nube ha permitido utilizar algoritmos más potentes y poder procesar grandes volúmenes de datos. Para este trabajo el servicio de Microsoft denominado *Azure Machine* Learning (Barga, Fontama, Tok, y Cabrera-Cordon, 2015), el mismo cuenta con el módulo de Análisis *de Componentes Principales.* Asimismo, brinda una eficiente plataforma educativa para los estudiantes de actuario de nuestra Facultad. El experimento en la nube que presenta este trabajo se encuentra disponible en la galería de la plataforma[1] y ha sido parte de los trabajos prácticos del curso "Introducción al análisis predictivo utilizando aprendizaje automático (Machine learning) para estudiantes de actuario", que se dictó este año dentro del Departamento de Matemática de nuestra facultad.

2 Preprocesamiento de la base de datos

La base de datos pública que utiliza el presente trabajo es la *UCI German Dataset*[2], la cual está disponible en el repositorio de bases de datos de la Universidad de California, Irvine (UCI) y en la plataforma *Azure Machine Learning.* La misma representa perfiles crediticios de un grupo de 1000 solicitantes de tarjetas, explicados por 20 rasgos y una columna adicional que representa el riesgo de crédito del solicitante (700 de ellos se identificaron como de bajo riesgo y 300 de alto riesgo.)

La implementación en *Azure Machine Learning* se inicia incorporando la base de datos German Credit Card UCI dataset. Luego, utilizando el utilizando el módulo *Metadata Editor*, se etiqueta la columna 21 (la cual indica si el renglón es "normal" o "anómalo".

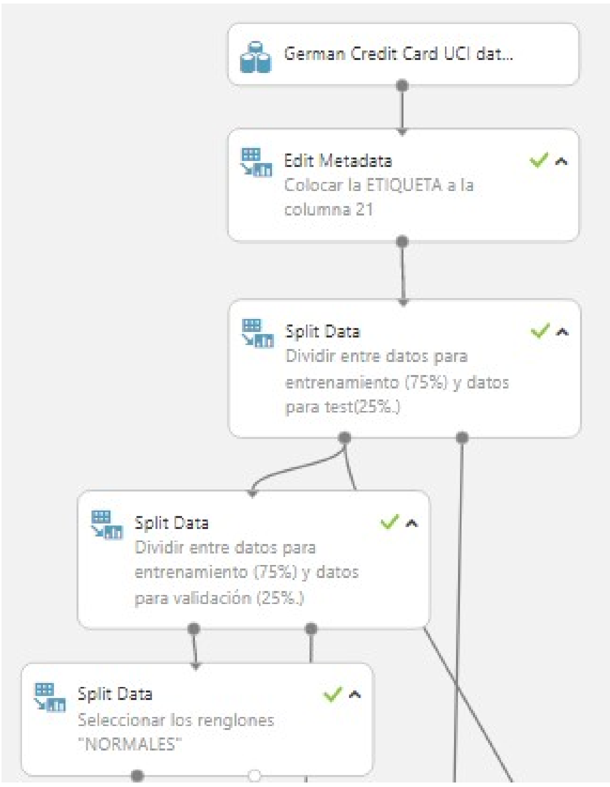


Figura 1. Preprocesamiento de la base de datos en Microsoft Azure Machine Learning

[1] https://gallery.cortanaintelligence.com/Experiment/Detecci-n-de-anomal-as-de-cr-dito-utilizando-PCA
[2] Disponible en http://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Statlog+%28German+Credit+Data%29

Luego y para permitir un testeo del modelo implementado, se agrega el módulo *Split*, dividiendo la base en dos: 75% para entrenamiento de los modelos y 25% para su validación.

Sobre el conjunto de estos datos de entrenamiento se realiza una segunda partición, tomando el 75% para optimizar los parámetros de los modelos a entrenar, quedando el 20% restante para validación. Asimismo, se agregó otro módulo *Split* para tomar de los datos de entrenamiento y de calibración sólo los datos normales (Etiqueta=1).

3 Calibración de parámetros y entrenamiento del modelo *Análisis de Componentes Principales*

El Análisis de Componentes Principales (PCA)[3] es una técnica que se utiliza para la selección y clasificación de datos (Hotelling, 1933). El algoritmo analiza datos que contienen múltiples variables (las cuales pueden estar correlacionadas linealmente) y determina cual es la combinación de ellas que mejor capte las diferencias. En otras palabras, se transforman las variables originales (asumiendo que sólo existen correlaciones lineales entre ellas) en nuevas llamadas componentes principales.

En esta ponencia nos interesa su aplicación a la detección de anomalías. En este caso, para cada nueva entrada, se calcula su proyección sobre los vectores propios, y luego se calcula el error de reconstrucción normalizado, el cual es calificación de la anomalía. Cuanto más alto es el error, más anómala es la instancia.

La implementación en *Microsoft Azure Machine Learning* permite calibrar dos parámetros:

1) **Rank** (La cantidad de componentes principales): Cuanto mayor este valor, mayor es la información que mantenemos, pero aumentamos el costo computacional.
2) **Oversampling** (sobremuestreo): Este parámetro amplifica la ponderación de cada registro de forma individual, de modo tal que pueda observarse si es anómalo o no. Se utiliza cuando los casos anómalos son pocos.

Siguiendo el ejemplo que brinda Microsoft en su plataforma, se postula que la cantidad de componentes principales (rank) y parámetro de oversampling, pueden tomar los valores 2, 4, 6, 8, 10. Esto se agrega en el módulo PCA.

[3]Esta metodología se utiliza habitualmente en el análisis exploratorio de datos, pues revela la estructura interna de los datos al explicar la varianza de los mismo.

Para evaluar que parámetros realizarán una eficiente tarea, se agrega el módulo *Tune,* el cual busca que combinación de parámetros maximiza el F-score. En el óptimo, Rank toma el valor 4 y oversampling también el valor 4.

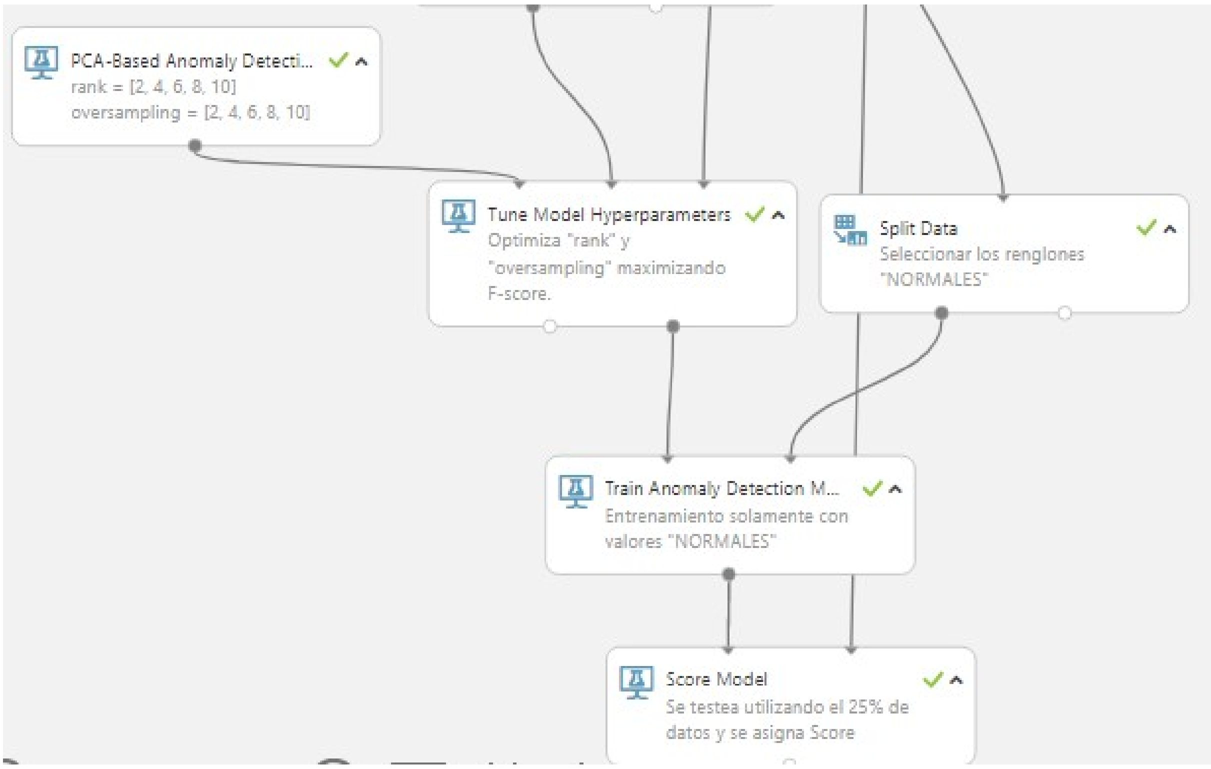


Figura 2. Calibración de parámetros y entrenamiento del modelo

Una vez ajustados los parámetros, el siguiente paso es incorporar el módulo de entrenamiento para el algoritmo "aprenda".

Luego, y para realizar un testeo del modelo entrenado, se agrega el módulo Score, el cual permite evaluar la capacidad de predicción. Se calcula, para cada registro de la base de datos, una predicción de la variable objetivo y un puntaje que refleja la probabilidad de pertenencia a la clase anómala. La predicción (Score Label en la tabla generada) asigna el valor 0 a los datos normales y 1 a los riesgosos.

4 Curso dictado en la Facultad de Ciencias Económicas (UBA)

El curso dictado este año en el marco del Departamento de Matemática de nuestra facultad tuvo como objetivo que, tras la finalización satisfactoria de este curso, los asistentes estarán capacitados para:

- Describir y explicar el concepto de aprendizaje automático desde una perspectiva económico-financiera-actuarial.
- Plantear Modelos simples e implementarlos en *Microsoft Azure Machine learning*

Contenido:

Clase 1: Introducción al aprendizaje automático

Concepto de aprendizaje automático (Machine learning)

Relación complementaria y articulada con la estadística

Ingreso de datos: Conceptos, instancias y atributos

Resultado: La representación del conocimiento

Clase 2: Análisis predictivo utilizando aprendizaje automático

Regresión

Clasificación

Agrupamiento

Clase 3: Experimentos de análisis predictivo

Introducción a la herramienta informática: Microsoft Azure Machine learning

Modelo: Detección de riesgos de crédito mediante el análisis de anomalías.

Bibliografía obligatoria del curso

Barga, R., Fontama, V., Tok, W. H., & Cabrera-Cordon, L. (2015). *Predictive analytics with Microsoft Azure machine learning*. New York: Apress.

Witten, I. H., & Frank, E. (2011). *Data Mining: Practical machine learning tools and techniques*. London: Morgan Kaufmann.

Métodos de desarrollo de las clases

El curso se desarrollará en 3 clases teórica-prácticas de 3 horas cada una. En las mismas se introducen los principales conceptos teóricos y se plantean contextos prácticos para su aplicación.

Luego de la segunda clase se espera que el asistente trabaje los conceptos aprendidos utilizando la bibliografía propuesta y los conocimientos expuestos. De esta forma se encontrará preparado para, en la última clase, trabajar con equipamiento informático resolviendo computacionalmente ejemplos económico-financieros-actuariales propuestos.

Modalidad de evaluación

Los asistentes deberán analizar en detalle el modelo de detección de riesgos de crédito mediante el análisis de anomalías e implementarlo en Microsoft Azure machine learning. Esto se reflejará en un trabajo final con formato de informe que será evaluado.

5 Conclusión

El aprendizaje automático se refiere a un conjunto de algoritmos computacionales que utilizan datos para predecir comportamientos o para prescribir acciones. Por ejemplo, las entidades financieras pueden utilizarlo para vigilar la actividad irregular en las tarjetas de crédito. Actualmente se cuenta con una creciente disponibilidad de datos (estructurados y no estructurados) y con infraestructuras informáticas escalables disponibles en la nube. Por lo cual es fundamental que los profesionales de la industria financiera conozcan estas metodologías, para hacer más eficientes los procesos de gestión de riesgos.

La implementación presentada resulta de particular interés didáctico. En primer lugar, nos presenta visualmente como los diferentes pasos de un experimento de aprendizaje automático se conectan, a la vez que permite una interacción permanente con cada etapa. En segundo lugar, al estar alojado en la nube, tanto la base de datos como la inteligencia de procesamiento, puede ser usado por los alumnos en cualquier dispositivo que tengan disponible. Por último, es importante destacar la posibilidad que tiene la plataforma de publicar los trabajos y compartirlos.

Referencias

Barga, R., Fontama, V., Tok, W. H., & Cabrera-Cordon, L. (2015). *Predictive analytics with Microsoft Azure machine learning*. New York: Apress.

Hotelling, H. (1933). Analysis of a complex of statistical variables into principal components. Journal of educational psychology, 24, 417-422.

Vapnik, V. N., & Kotz, S. (1982). *Estimation of dependences based on empirical data*. New York: Springer-Verlag.

Witten, I. H., & Frank, E. (2011). *Data Mining: Practical machine learning tools and techniques*. London: Morgan Kaufmann.

Volver al índice

Evaluando a los Estudiantes de Estadística con Cuestionarios del Entorno Moodle

Caro Norma Patricia – Ahumada María Inés
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Córdoba
npatriciacaro@gmail.com - ahumada.mi@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Cuestionarios, Moodle, Evaluación formativa, Estadística, Análisis psicométrico

Resumen

La Evaluación de los estudiantes es un aspecto importante en el proceso educativo y el contexto cambiante en el que se desarrolla tal proceso motiva a los docentes a buscar estrategias innovadoras para mejorar esta tarea. En ese marco el módulo de cuestionarios disponible en el entorno Moodle representa una herramienta muy potente en comparación con otras metodologías de evaluación tradicionales.
Desde 2005, en un curso presencial de Estadística I de las carreras de la Facultad de Ciencias Económicas-UNC, se fueron combinando recursos del entorno virtual, tornando la propuesta de enseñanza-aprendizaje en una experiencia de aplicación de la metodología Blended-learning. Un recurso de alto impacto fue el uso de software para procesamientos de bases de datos reales. La implementación requería contar con un Aula Virtual para proveer al alumno todo el material requerido (Tutoriales, bases de datos, etc.)
Cada año se intentaba medir el impacto de la combinación de elementos de la enseñanza virtual, en cuanto a su contribución al logro aprendizajes significativos, pero no se conseguía detectar una mejora significativa concreta. En 2015 se migró el contenido del AV al entorno Moodle, permitiendo en 2016 realizar la primera implementación de instancias de evaluación de tipo sumativas durante el cursado de la asignatura. Los resultados obtenidos revelan mejoras significativas en los principales indicadores, en comparación con los anteriores. En virtud esta primera experiencia, se continúa trabajando para mejorar y ajustar los instrumentos de evaluación de Moodle, basados en el análisis de los propios Reportes de examen que provee la plataforma.

1 Introducción

El Blended Learning que, en un contexto de enseñanza virtual, se traduce como formación combinada o enseñanza mixta, se trata de una modalidad de estudios que incluye formación no presencial y presencial.

Con el tiempo se volvió más relevante la selección y aplicación de las TICs, destacando que el equipo docente en los primeros años trabajó intensamente en la elección del software estadístico y en la elaboración de los materiales a entregar a los alumnos para emplearlo (Tutoriales, Instructivos y bases de datos). De manera simultánea se avanzó sobre la conformación del Aula Virtual, en una plataforma propietaria, la cual permitió desplegar la propuesta de enseñanza-aprendizaje. Cada año se exploraban, se alternaban nuevas herramientas disponibles en la plataforma: Noticias, Foros, Encuestas, publicación de archivos, entre otras.

En 2015 se reemplazó la plataforma del Entorno Virtual, migrando el Aula una plataforma Moodle. En 2016 se incorporaron algunos cambios en las técnicas de evaluación, sostenidos en el enfoque de una adecuada evaluación formativa, acorde al contexto institucional en el que se desarrolla la asignatura y con el objetivo de incidir en una mejora del aprendizaje que pudiera ser significativamente tangible.

La evaluación de los alumnos es un tema sensible y su finalidad es medir los logros en los resultados de aprendizaje previsto, lo que está relacionado con procedimientos idóneos que deberían seguirse en los procesos evaluativos (Blanco y Ginovart, 2012). La necesidad de generar dispositivos de evaluación confiables constituye una ventaja estratégica para cualquier docente que desee incorporar tecnologías de la información y comunicación (TIC) en su práctica académica. Asimismo, la gestión en tiempo real de todos los resultados es un resultado que contribuye en la práctica docente.

Blanco y Ginovart (2012) plantean *que varios estudios han puesto de relieve el papel cada vez más importante de las tecnologías de la información y la comunicación en el campo de la evaluación (Delgado y Oliver, 2006; Graff, 2003, Steegmann et al, 2008), hasta el punto de que la evaluación virtual ha pasado a ser un nuevo elemento del ámbito educativo (Brinck y Lautenbach, 2011; Crews y Curtis, 2011; Daly et al, 2010; Ferrao, 2010).*

La evaluación como tema crítico puede ser abordado de distintas maneras, pudiendo clasificar a los cuestionarios en dos grupos: formativos y evaluativos.

Cuadro 1. Tipos de cuestionarios

Cuestionarios Formativos	Cuestionarios Evaluativos o sumativos
El objetivo es aprender. El alumno tiene la oportunidad de intentar varias veces resolver el mismo examen o la misma pregunta, pues el objetivo es, que si se identifica que ignora algo, lo aprenda al resolver el examen.	El objetivo es valorar si se otorgan o no los créditos del tema/curso. El profesor usará la calificación del examen como un elemento importante para la calificación del curso.

Esta experiencia está enfocada en un curso masivo de Estadística I, en la Facultad de ciencias Económicas de La Universidad Nacional de Córdoba. A partir del año 2015 el contenido del Aula Virtual de la asignatura con la cual se venía trabajando, fue migrado al entrono Moodle y en 2016 se aplicaron cuestionarios, propuestos a los alumnos comoautoevaluaciones de proceso. Los cuestionarios en Moodle no sólo han demostrado ser útiles para llevar a cabo evaluaciones sino que pueden ser modificados y adaptados según las necesidades del proceso de enseñanza aprendizaje. Tales ajustes pueden ser propuestos con fundamentos basados en el análisis de los índices psicométricos que se obtienen a partir de la misma plataforma Moodle.

2 Descripción de la experiencia

La presente experiencia de enseñanza-aprendizaje se encuentra contextualizada dentro de los cursos de Estadística previstos en el ciclo Formación Básica Común del actual plan de estudios (Año 2009). Se trata de la asignatura Estadística I, que abarca conceptos básicos de Estadística Descriptiva, Introducción a la Probabilidad llegando a incluir temas de distribuciones en el muestreo.La Estadística es una de las disciplinas que toma los principales conceptos de álgebra elemental, lógica simbólica y cálculo diferencial e integral para utilizarlos en el desarrollo y producción de herramientas de análisis de datos, que podrán ser aplicadas al estudio metódico de problemas de los más diversos campos de la realidad. De estos últimos interesan particularmente los relacionados con la economía, la administración y la contabilidad. Asimismo, se apoya en el uso de software estadístico, indispensables para el manejo de bases de datos.

En la asignatura, la cantidad estudiantes inscriptos para cursar en el periodo analizado, desde 2005 a 2016, fue de 231 alumnos en promedio por semestre, siendo el 85% de los mismos los que registraron alguna actividad en el cursado.

A partir del año 2016 se planificó incorporar cuatro instancias de evaluaciones individuales, presentadas a los alumnos como "Autoevaluaciones" no obligatorias, con recompensa de puntos que se suman al puntaje de los correspondientes parciales, que sí son obligatorios para obtener la regularidad de la materia. Estas instancias se pensaron también como herramientas para motivar al alumno a apropiarse de los contenidos, de manera paulatina a lo largo del cursado y evitar que el momento dedicado al estudio se restrinja a los días previos a cada parcial.

2.1 Diseño del Instrumento de evaluación

El equipo docente recorrió las etapas sugeridas para la elaboración de un instrumento de evaluación: Preparación, Aplicación, Valoración y Devolución. El desafío fue repensar esas instancias en el entorno virtual.

La etapa de "Preparación" implicó investigar en las alternativas de construcción del "Banco de Preguntas", definir la creación de las categorías que agrupen las preguntas conforme a los contenidos de la asignatura. La importancia que tiene darle una estructura al banco de preguntas es permitir la reutilización de las mismas, ya que el banco de preguntas es escalable, año a año se pueden sumar preguntas a las categorías de preguntas creadas, o crear nuevas categorías y también modificar las preguntas para mejorarlas, ampliarlas, etc.El hecho de que las preguntas sean reutilizables, permite crear cuestionarios a partir de una mezcla aleatoria de preguntas de diferentes categorías, dando como resultado exámenes diferentes sobre un mismo conjunto de categorías predefinidas[4].

La etapa de "Aplicación", requiere también prever aspectos operativos vinculados a decidir la manera en la que el alumno responderá el cuestionario. Por la cantidad de alumnos que cursaban se realiza una inscripción previa de aquellos que deseaban participar, para organizar la disponibilidad de aulas y de computadoras. Dado el carácter evaluativo otorgado a estos cuestionarios, los alumnos realizaron la actividad en aulas informáticas de la Facultad, de manera individual y se aprovecharon las medidas de seguridad con las que cuenta el recurso:

- Se indicó una dirección IP fija pública (la de la Facultad) desde la cual sólo se podía responder el cuestionario.

- Se empleó una clave de seguridad para iniciar la evaluación que se otorga al alumno al ingresar al aula.

[4]documento: https://docs.moodle.org/all/es/Gestionando_preguntas

- Se eligió un orden aleatorizado para las preguntas de respuestas múltiples.

Las etapas de valoración y devolución son amplia y fácilmente aplicables en los cuestionarios de Moodle, ya que en su diseño es posible ponderar el peso de cada pregunta y también es de suma utilidad la posibilidad de incluir una "retroalimentación" a cada respuesta (correcta o incorrecta) y/o una "retroalimentación" global. El esmero en completar de manera clara esta información representa un aporte al alumno para que pueda comprender cuál fue su error o reforzar el concepto o contenido cuando responden bien una pregunta.

Por último, cada alumno luego de concluida la evaluación puede volver a consultar en cualquier momento su cuestionario con el objetivo de coadyuvar al estudio y a la preparación para la instancia del parcial.

3 Resultados y discusión

Para el año 2016, las conclusiones obtenidas a partir de los resultados de dichas experiencias evidencian una mejora en la motivación de los alumnos para participar en las actividades de evaluaciones que se propusieron y, en principio, sobre rendimiento académico medido a partir de las notas de parciales y exámenes finales. Cabe aclarar que tales conclusiones son preliminares aún aceptado la existencia de otros múltiples factores no contemplados en los análisis cuantitativos que se presentan aquí con fines descriptivos y que se podrían incorporar a futuro para mejorar el estudio inferencial del impacto de la metodología sobre el aprendizaje.

Asimismo, es esperable y razonable pensar que los alumnos que realizan las Autoevaluaciones obtengan mejores notas en promedio, que aquellos que no participan en la actividad. Sin embargo sería deseable encontrar tal diferencia significativa en las notas del Examen Final. El ANOVA refleja que aún en la instancia de la primera vez que se presenta a rendir el final (Nota Examen 1), la nota promedio de los alumnos que participan en tres o cuatro autoevaluaciones es significativamente mayor que las notas promedio de aquellos que no hacen la actividad o se prestan hasta en dos instancias.

Cuadro 3: Análisis de la Varianza

Fuente	Suma de cuadrados	G. de libertad	Cuadrados Medios	F	p-valor
Modelo	34,95	2	17,47	3,72	0,0265
Error	713,99	152	4,7		
Total	748,94	154			

El Test DGC (Alfa=0.05 – PCALT=0.8710) con un nivel de significación del 5% arroja diferencias significativas en el promedio de notas en el examen final de los alumnos que respondieron 3 o más cuestionarios con respecto al promedio de notas de los que realizaron menos de 2 o menos evaluaciones.

3.1 Revisión del cuestionario

Este resultado positivo motiva al equipo docente a continuar y avanzar sobre una nueva etapa de revisión de los cuestionarios, apelando a elementos de la Psicometría, en dos aspectos un referido al cuestionario en línea en su conjunto como instrumento de evaluación y el otro aspecto apunta a analizar individualmente los ítems lo conforman. Por ello se comenzó planteando la necesidad de ganar experiencia en realizar una correcta interpretación de los indicadores que devuelve la plataforma Moodle, en particular el "Reporte de estadísticas de examen", con el objetivo de aprovechar el potencial de éste recurso, proponiendo ajustes de diseño fundamentados en análisis cuantitativos objetivos.

Cuadro 4: Comportamiento individual del ítem

Q#	Tipo de pregunta	Nombre de la pregunta	Intentos	Índice de dificultad	Desviación estándar	Calificación aleatoria estimada	Peso estimado	Peso efectivo	Índice de discriminación	Eficiencia discriminativa
1	Opción múltiple	Conceptos básicos	35	68.57%	47.10%	20.00%	10%	16.18%	49.10%	62.43%
2	Opción múltiple	Tipo de variable y Escala de medición	35	77.14%	42.60%	25.00%	10%	14.89%	45.49%	59.06%
3	Opción múltiple	EQUIPAMIENTO TÉCNICO Y CALIDAD	35	71.43%	45.83%	20.00%	10%	13.55%	23.92%	31.86%
4	Opción múltiple	Empresas exportadoras	35	85.71%	35.50%	20.00%	10%	13.47%	48.13%	66.27%
5	Opción múltiple	Pymes Industriales Familiares	35	62.86%	49.02%	20.00%	10%	8.62%	-12.48%	-14.68%
6	Opción múltiple	Innovación	35	40.00%	49.71%	20.00%	10%	6.47%	-20.96%	-28.87%
7	Emparejamiento	Rubro de Actividad e Inversión en Tecnología	35	100.00%	0.00%	12.50%	10%	0.00%		
8	Opción múltiple	Interpretando "Frecuencias"	35	25.71%	44.34%	20.00%	10%	12.79%	20.12%	37.82%
9	Opción múltiple	Interpretando Frecuencias	35	97.14%	16.90%	25.00%	10%	7.95%	38.24%	100.00%
10	Opción múltiple	Interpretando Frecuencias	35	94.29%	23.55%	25.00%	10%	6.06%	4.68%	7.55%

Este completo reporte que se incluye como submenú dentro de *Administración del examen* > *Resultados* >*Estadísticas*, es generado de manera automática por cada Cuestionario que haya sido respondido por un grupo de alumnos. Muestra en la primera parte un análisis estadístico psicométrico referida al Cuestionario de manera global y luego se dispone una descripción del comportamiento individual de cada ítem, cada uno con enlaces profundizar el análisis minucioso de una pregunta en particular. Estas estadísticas están diseñadas para usarse sólo conexámenes sumativos en donde los alumnos tuvieron un único intento para resolverlo.

A continuación se realiza la interpretación de los indicadores (Estadísticas de examen) obtenidos para el cuestionario presentado como ejemplo, siguiendo algunas referencias que aporta la propia ayuda de Moodle:

3.2 Estadísticas del cuestionario

3.2.1 Promedio de los intentos: 72%

Este valor es la media aritmética de las calificaciones obtenidas por los alumnos que finalizaron el cuestionario, que en este caso al momento de diseñar el cuestionario se optó por una escala de 0 a 100, pero Moodle ofrece varias alternativas. Para exámenes discriminantes con retroalimentación diferida, instituciones expertas de referencia, sugieren que en la aplicación de este tipo de recurso los exámenes eficientes deben obtener una calificación promedio de 50% a 75%. Los valores fuera de estos límites, sugieren repensar la evaluación.

3.2.2 Calificación media (de todos los intentos): 80%

Bajo este título Moodle reporta el valor de la **Mediana** de las calificaciones. La Mediana es el valor de la calificación que divide en dos partes iguales a las 35 calificaciones, dispuestas en orden según su magnitud. Es decir, es el valor central de la distribución. Entonces su interpretación es que la mitad de los alumnos obtuvieron una calificación inferior al 80% y el 50% restante, alcanzaron una calificación mayor que 80%.

3.2.3 Desviación estándar (para todos los intentos): 16%

Es una medida de la dispersión de las calificaciones alrededor del Promedio. La sugerencia es intentar obtener valores entre 12% y 18%. Desvíos estándar inferiores a 12% sugieren que las calificaciones están demasiado amontonadas entorno al promedio.

3.2.4 Asimetría de la distribución de puntuaciones (para todos los intentos): -0,80

Se trata de una medida de la asimetría de la distribución de calificaciones. Si se obtiene “Cero” implica que la distribución de las calificaciones es perfectamente simétrica, mientras que los valores positivos indican presencias de unos pocos valores de calificaciones altas ('cola' a la derecha) y los coeficientes negativos indican presencia de pocos valores bajos y calificaciones concentradas en valores altos de la escala.
Las recomendaciones para este indicador es intentar obtener un valor de sesgo de -1 a 1. Si fuera un valor negativo muy elevado, puede estar indicando una falta de discriminación entre los alumnos, a los que les va mejor que al promedio. Asimismo, valores positivos muy altos (mayores a 1) pueden revelar falta de discriminación cerca de la calificación umbral para pasar/reprobar.

3.2.5 Curtosis de la distribución de puntuaciones (para todos los intentos): 0,48

LaCurtosis es una medida de forma e indica que tan aplanada es la distribución, es decir aporta una idea acerca de la deformación vertical de la misma. Para este indicador se busca obtener un valor en el rango entre 0 y 1. Ya que un coeficiente de curtosis mayor que 1 puede indicar que el cuestionario no está discriminando muy bien entre los alumnos muy buenos (o los muy malos) y aquellos que son “alumnos promedio”.

3.2.6 Coeficiente de consistencia interna (para todos los intentos): 42%

Este coeficiente (Alpha de Cronbach) aporta una medición global, o también llamada "*medición compuesta"* sobre todos los ítems (o *componentes de medición*), como una estimación (inferior) de la fiabilidad de una prueba psicométrica. Aquí es deseable alcanzar valores mayores, ya que un valor bajo indica, o bien que algunas de las preguntas no son muy buenas para discriminar entre alumnos con diferentes niveles de conocimiento del tema que se evalúa y por esto las diferencias entre las puntuaciones totales están más bien asociadas al azar; o bien puede revelar que algunas de las preguntas está funcionando con una calidad diferente al restos de los ítems, provocando que el examen en su conjunto no sea homogéneo.

En la práctica es casi imposible obtener consistencia interna mayor al 90%, por ello la mayor parte la bibliografía que trata el tema indica que un valor de 75% o más es satisfactorio. Se acepta que si el valor del coeficiente es inferior a 64%, el examen completo es insatisfactorio, y en nuestro caso se obtuvo un 42% por tanto se deberían considerar revisión del instrumento para adoptar medidas correctivas.

3.2.7 Ratio de error (para todos los intentos): 76%

Esta tasa de error se relaciona con el coeficiente de consistencia interna anterior, según la bibliografía de referencia, de acuerdo con la tabla que se muestra a continuación:

Cuadro 5: Relación entre Coeficiente de Consistencia Interna y la Tasa de Error

Coeficiente de Consistencia Interna	100	99	96	91	84	75	64	51
Tasa de Error	0	10	20	30	40	50	60	70

La tasa de error estima el porcentaje de la desviación estándar que debida a efectos aleatorios en lugar de diferencias auténticas de la habilidad entre los estudiantes. De manera que cuestionarios con valores de tasa de error superiores al 50%, no deberían considerarse satisfactorios. Así, se muestra que el ratio de error para el cuestionario bajo análisis fue igual a 76%, evidenciando la necesidad de revisarlo. Tal valor implica que un cuarto de la desviación estándar se debe a diferencias en habilidad de los alumnos y que el resto son efectos aleatorios.

3.2.8 Error estándar (para todos los intentos): 12%

ElError estándar es la desviación estándar multiplicada por la Tasa de error, y dividida por 100. Es una medida de la incertidumbre en la calificación de cualquier alumno dado. Hipotéticamente, si ese mismo estudiante resolviera otro cuestionario equivalente en la misma cátedra, se esperaría que su calificación estuviera dentro de más-menos un error estándar de la calificación anterior. Las interpretaciones aceptadas para este indicador plantean que cuanto menor sea su valor, mejor es cuestionario. Pero la experiencia demuestra que lograr que el error estándar sea inferior al 5% o 6%. Mientras que si el error estándar es mayor al 8%, es probable que una proporción sustancial de los alumnosse encuentren erróneamente calificados.

3.3 Estadísticas de las preguntas o ítems

Luego de la vista general, Moodle reporta el análisis detallado de todas las preguntas o ítems del cuestionario. A su vez individuamente se puede ir profundizando el análisis, ítem por ítem, es decir indagando sobre el comportamiento individual de los *"componentes de medición*" que conforman las mediciones compuestas del reporte general. (Cuadro 4).Entonces, para cada ítem, se detalla el número de orden en el que se ubican dentro del cuestionario y el "Tipo y Nombre de la Pregunta" según cómo fueron definidas en el Banco de preguntas. Luego, la cantidad de intentos efectuados por ítem y en las columnas subsiguientes se muestras los indicadores de interés para valorar el aporte individual del ítem.

3.3.1 Índice de Facilidad / Nivel de Dificultad

Es simplemente la puntuación promedio de los alumnos en el ítem, es igual al porcentaje de aprobación delos ítems sobre el total de intentos del mismo.

Cuadro 6: Índice de Facilidad: Valores de referencia.

Índice de Facilidad (%)	hasta 5	6 - 10	11-20	20 - 34	35 - 64	66 - 80	81 - 89	90 - 94	95- 100
Interpretación	Extremada-mente difícil, o algo está mal en la pregunta	Muy difícil	Difícil	Moderada-mente difícil	Correcta parael alumno promedio	Bastante fácil	Fácil	Muy fácil	Extremada -mente fácil

Como posible regla general, los índices de facilidad entre 30% y 70% suelen aportar diferencias importantes entre el nivel de conocimiento, habilidad y preparación entre los alumnos. Es importante que el docente tenga claro cuál es el propósito de la evaluación y las características de los estudiantes, para poder plantear niveles de dificultad deseados acordes.

3.3.2 Desviación estándar

Es una medida de la dispersión de las calificaciones respecto a la media, mide la magnitud de cuánto puede discriminar la pregunta. Ante un índice de facilidad muy alto (o muy bajo), la dispersión será grande, sin embargo una buena desviación estándar no implica necesariamente una buena discriminación. Según la tabla de referencia un valor de 1/3 del máximo de la pregunta (33%) en la tabla de arriba generalmente es insatisfactorio

3.3.3 Puntaje esperado aleatoriamente

Este es el promedio de calificación que se esperaría que los estudiantes obtuvieran si respondieran al azar. Sólo disponibles para las preguntas de opción múltiple y válido para cuestionarios de retroalimentación diferida. Son deseables valores por debajo del 40%.

3.3.4 Ponderación deseada y efectiva

La ponderación deseada o peso de la pregunta, Moodle la expresa como un porcentaje del puntaje general. Y la ponderación efectiva es una estimación de la ponderación o peso que realmente tiene la pregunta para contribuir a la dispersión total de las calificaciones. Vemos en el Cuadro 5 que algunas ponderaciones efectivas resultaron mayores o menores que las deseadas, demostrado para cuándo son mayores que la pregunta tiene una mayor participación en la dispersión de las calificaciones de lo que deseado al momento de diseñar el cuestionario.

3.3.5 Índice de discriminación y Eficiencia de discriminación

Esta es la correlación entre las calificaciones ponderadas en la pregunta y las del resto del examen. Revela que tan efectivo es el ítem para clasificar o separar a los alumnos más capaces de los menos capaces. Los resultados pueden interpretar según el Cuadro 6 siguiente:

Cuadro 7: índice de discriminación de los ítems.

Índice (%)	**valores negativos**	**0 - 19**	**20 - 29**	**30 – 50**	**50 o superior**
Interpretación	Ítem probablemente inválido	Discriminación muy débil	Discriminación débil.	Discriminación Adecuada	Discriminación Muy buena

3.3.6 Eficiencia de discriminación

El indicador intenta estimar que tan bueno es el índice de discriminación en relación con la dificultad de la pregunta. Un ítem muy fácil o muy difícil no discrimina entre alumnos con habilidades diferentes, debido a que la mayoría de ellos obtendrán el mismo puntaje para esta pregunta y viceversa. En el Cuestionario aparecen ítems con valores negativos que deberían ser revisados.

4 Conclusiones finales

Se encontraron evidencias sobre el impacto que tiene la aplicación de los cuestionarios de Moodle sobre el rendimiento de los alumnos, medido a partir de la nota del examen final, hecho que motiva a continuar mejorando la propuesta de enseñanza. Pero el análisis exhaustivo de los instrumentos aplicados muestra falencias importantes en el diseño de los mismos, a partir de la interpretación del Reporte de estadísticas de examen. Revelando la existencia de un enorme potencial para mejorar los cuestionarios que se presentan a los alumnos como una instancia de autoevaluación, en el sentido de que se espera que sean un reflejo de cómo se están preparando para las instancias de evaluación que en definitiva les permiten aprobar la asignatura.

Referencias

Blanco, M., & Ginovart, M. (2012). Los cuestionarios del entorno Moodle: su contribución a la evaluación virtual formativa de los alumnos de matemáticas de primer año de las titulaciones de Ingeniería. *RUSC. Universities and Knowledge Society Journal*, *9*(1).

Brink, R., & Lautenbach, G. (2011). Electronic assessment in higher education. *Educational Studies*, *37*(5), 503-512.

Crews, T. B., & Curtis, D. F. (2011). Online course evaluations: Faculty perspective and strategies for improved response rates. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, *36*(7), 865-878.

Daly, C., Pachler, N., Mor, Y., & Mellar, H. (2010). Exploring formative e-assessment: using case stories and design patterns. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, *35*(5), 619-636.

Delgado García, A. M., & Oliver Cuello, R. (2006). La evaluación continua en un nuevo escenario docente. *RUSC. Universities and Knowledge Society Journal*, *3*(1).

Ferrão, M. (2010). E-assessment within the Bologna paradigm: evidence from Portugal. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, *35*(7), 819-830.

Graff, M. (2003). Cognitive style and attitudes towards using online learning and assessment methods. *Electronic Journal of e-learning*, *1*(1), 21-28.

Iglesias Rodríguez, A., Olmos Migueláñez, S., Torrecilla Sánchez, E. M., & Mena Marcos, J. J. (2014). Evaluar para optimizar el uso de la plataforma moodle (studium) en el departamento de didáctica, organización y métodos de investigación. *Tendencias pedagógicas*.

Llorente Cejudo, M. (2007). Moodle como entorno virtual de formación al alcance de todos. *Comunicar*, *15*(28).

Martín Galán, B., & Rodríguez Mateos, D. (2012). La evaluación de la formación universitaria semipresencial y en línea en el contexto del EEES mediante el uso de los informes de actividad de la plataforma Moodle. *RIED. Revista iberoamericana de educación a distancia*, *15*(1).

Steegmann, C., Huertas, M. A., Juan, Á. A., & Prat, M. (2008). E-learning de las asignaturas del ámbito matemático-estadístico en las universidades españolas: oportunidades, retos, estado actual y tendencias. *RUSC. Universities and Knowledge Society Journal*, *5*(2), 1-14.

San Martín, E. (2004). Elementos de Psicometría- Teoría de Medión, Teoría Clásica de Test y teoría de Respuesta al Ítem. *CLATSE VI Sexto Congreso Latioamericano de Sociedades Estadísticas. Departamento de Estadística - Pontificia Universidad Católica de Chile*.

Volver al índice

El Enfoque Variacional en la Enseñanza de la Derivada en el Primer Año de Contador Público y Licenciado en Comercio Exterior de la U.Na.F.

Quintana Mario - Mora Jorge - Copponi Liliana - Imwinkelried Esteban
Facultad de Administración, Economía y Negocios, Universidad Nacional de Formosa
mario_enryq@hotmail.com- jorgemora2012@gmail.com - lilianacopponi@hotmail.com - imwinkelr@yahoo.com.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Derivada, Razón de cambio, Enseñanza y comprensión, Enfoque variacional

Resumen

La enseñanza de los contenidos del análisis matemático y en particular, la conceptualización de la noción de derivada, constituye uno de los mayores desafíos de la enseñanza actual en dicha disciplina. Se afirma que los alumnos aprenden a realizar de manera mecánica cálculos de derivadas, aplicación del concepto, hallar primitivas y resolver algunos problemas de análisis de funciones, sin embargo encuentran grandes dificultades para alcanzar una verdadera comprensión del concepto de derivada.
El propósito de esta propuesta consiste en aplicar los fundamentos del desarrollo de la derivada sin la noción del límite desde el enfoque variacional y plantear una propuesta didáctica para la enseñanza del concepto de la derivada a partir de esta perspectiva, dirigida a estudiantes del primer año de las carrerasde Contador Público y Licenciatura en Comercio Exterior de la Facultad de Administración, Economía y Negocios de la Universidad Nacional de Formosa.
El análisis de los aportes acerca de la enseñanza y el aprendizaje de la derivada, realizadas en el marco de la Matemática Educativa y desde el paradigma del pensamiento y lenguaje variacional; y fundamentalmente, la utilización del este enfoque en la enseñanza de la derivada contribuyó a mejorar sustancialmente su comprensión conceptual en el grupo de alumnos que se encuentran cursando la carrera de contador y licenciado en comercio exterior.

1 Introducción

El Análisis Matemático es el área de las matemáticas de mayor significatividad en la currícula y planes de estudios de distintas carreras universitarias, sobre todo en la formación básica del profesional en ciencias económicas. Esta realidad puede explicarse por su funcionalidad al modelar y optimizar diferentes procesos aplicables en la carrera de Contador Público y Licenciatura en Comercio Exterior o en el ejercicio de cualquier profesión. Por ejemplo: el concepto de derivada como tasa de cambio de desplazamiento con respecto al tiempo; la aceleración instantánea es la derivada de la velocidad con respecto al tiempo; es utilizada para determinar el producto marginal, elasticidad e importantes funciones económicas, y para desarrollar los procesos de optimización; y si queremos ir más lejos, tanto el óptimo microeconómico del consumidor como del productor, representan un problema de optimización modelado mediante un proceso en derivadas parciales, entre otros. La temática; "derivada", representa y conlleva a una visión integrada del Análisis Matemático. Integra varios contenidos fundamentales: cociente, límite, razón, representación, cálculos algebraicos, etc. Se considerara a la derivada en Análisis Matemático como un conocimiento ordenador de conocimientos de mayor complejidad.

Pero el análisis del proceso de construcción del concepto de la derivada, remite a resolver el problema histórico de hallar la tangente a una curva, en un punto dado. Como referente se toman los trabajos de Fermat, Newton y Leibniz. Fermat obtuvo un método para hallar la tangente a una curva definida por un polinomio apoyándose en el razonamiento de polinomio y divisibilidad de polinomios. Newton introdujo el concepto de las fluxiones lo que hoy se conoce como derivadas imponiendo así su punto de vista físico para obtener la recta tangente a una curva como el cociente entre las fluxiones. Mientras Leibniz interpreto la tangente a una curva como en cociente de los infinitésimos. Como podemos observar el contexto donde nace este concepto muy importante es totalmente distinto a las exigencias en el ámbito donde se pretende aplicar en la actualidad.

Se ha de centrar la atención en los aportes de las investigaciones acerca de la enseñanza y el aprendizaje de la derivada, realizadas en el marco de la Matemática Educativa y desde la perspectiva del pensamiento y lenguaje variacional, aportes realizados por investigadores que trabajaron durante los últimos quince años las dificultades que surgen en el aula de matemática al tratar el tema derivada. El trabajo toma la producción del profesor Dr. Crisólogo Dolores [1] y los resultados de otros investigadores que se encuentran preocupados y están dedicados a producir aportes para mejorar el trabajo en el aula del Análisis Matemático, en particular al tratar la derivada.

En Análisis Matemático se plantea como objetivo general que los estudiantes puedan resolver problemas utilizando los conocimientos sobre límites, razones de cambio yderivada (entre otras); hechos el estudio al respecto se concluye que tan sólo 3 de cada 10 estudiantes alcanzan. Por otra parteen relación a los dominios utilizadosen esta asignatura, se obtuvo que cerca de un cuarto de ellos conocen hechos y procedimientos específicos de la misma, tales como: calcular límites, obtener derivadas con fórmulas y recordar la definición de derivada; un poco más de un 25% de los estudiantes utilizan aceptablemente algunos conceptos de Análisis asociados a la derivada, y sólo un tercio puede resolver problemas de máximos y mínimos usando derivada. Todos estos resultados extraídos de las evaluaciones parciales, de instancias de evaluación y de los exámenes finales de años anteriores nos muestra la realidad. Como consecuencia de este problema se puede encontrar estudiantes con grandes dificultades para manejar el significado de la derivada, se cree de igual forma que esto podríadeberse a que los métodos tradicionales de enseñanza de las matemáticas tienden a centrarse en una práctica algorítmica y algebraica del cálculo, que acaba siendo rutinaria.

Hipótesis de trabajo: la propuesta posibilitaráaportar elementos que ayuden a los alumnos a mejorar la comprensión del concepto de derivada y aplicarlo sin dificultad en elmismo Análisis Matemático, en otrasasignaturas y como herramienta de comprensión durante el desempeño profesional del egresado.

Por las razones expuestas y debido al problema que representa la escasa comprensión del concepto de derivada en el proceso de aprendizaje de los alumnos que estudian para Contador Público o Licenciado en Comercio Exterior, se ha propuesto como objetivo de investigación el diseño y puesta en práctica de una propuesta basada en el Enfoque Variacional que contribuya a la mejora en la comprensión del concepto de derivada.

2 Marco Teórico

Existen numerosos antecedentes sobre el tratamiento del tema en la Enseñanza de la Derivada y que permiten argumentar la importancia de este enfoque en pro de enriquecer la enseñanza y mejorar la comprensión de temas de suma importancia. En primer lugar es de gran interés retomar las ideas y las conclusiones a las que arribo Mariano Iriarte [2] en su trabajo *¿qué es y para qué sirve una derivada?, c*onsidera que nadie puede entender correctamente la derivada u otros conceptos, como base para otros conocimientos sino puede sentirlo, observarlo, imaginarlos. Salvador Llinares [3] en su obra, revisa y organiza los aportes de las investigaciones hechas en Matemática Educativa para identificar el conocimiento generado en la temática. Haciendo especial mención a los trabajos de Crisólogo Dolores Flores [4] en su obra "*una propuesta didáctica para la enseñanza de la derivada" en s*u trabajo tiene como objetivo elaborar una Propuesta Didáctica que contribuya a la comprensión del concepto de derivada a través de la formación de ideas variacionales, particularmente a través de la noción de rapidez de la variación. Yeimy Alexandra Lozano Robayo [5] confirma que dicho concepto, como un cociente incremental infinitesimal. Es así como Cornu [6] afirma que la derivada no es una aplicación del concepto de límite sino todo lo contrario, el cálculo de derivadas es lo que lleva hacia este concepto. Cancio Díaz [7] en su trabajo ·*"Aplicaciones de la derivada: un enfoque para estudiantes de economía"* concluye que uno de los temas de la Matemática Superior que más se aplica a la Economía es, sin duda, la derivada. Y como se les nombra al inicio Silvia Vrancken, Adriana Engler, Daniela Müller (2003) [8] en su trabajo presentan algunas actividades de una secuencia didáctica con el propósito de facilitar la construcción del concepto.

La enseñanza de la derivada ha dependido principalmente de los textos que utilizan los profesores, predominando dos tendencias fundamentales (Dolores, 2007): en una, la organización del contenido clásico se organiza como en el Análisis Matemático para buscarle sus aplicaciones, en la otra, el contenido se genera mediante la necesidad de resolver problemas prácticos. En la segunda tendencia, prioriza el enfoque variacional que propone cambiar el papel principal que la asignatura de Análisis Matemático confieren al concepto de límite y pone en su lugar a la variación física. No se sugiere tratar tan exhaustivamente las funciones, sino más bien las cantidades y las magnitudes. Por ello para el diseño de la propuesta se utiliza, como base los libros: "*Una introducción a la derivada a través de la variación" y "la variación y la derivada"* de Crisólogo Dolores Flores (1999)[1][9]. En estas obras, la introducción a la derivada tiene carácter intuitivo y pretende develar la naturaleza variacional de la derivada a partir del planteamiento y resolución de situaciones variacionales elementales. De ahí que el eje rector sea precisamente la variación. De esta manera, se propone remover el discurso matemático institucionalizado desde el fondo, cambiando el papel principal que en las clases de Análisis Matemático le confieren al concepto de límite y poniendo en su lugar a la variación física. Al concretar estas ideas, se arriba a la derivada como razón de cambio instantánea por medio de un manejo intuitivo del límite.

3 Desarrollo

3.1 Problematización

La derivada, ha sido en la profesión docente de Matemática del nivel universitario una de las temáticas con más dificultades para su comprensión. Se comprobó desde diversas evaluaciones la falta de comprensión por parte de los alumnos: exámenes parciales, exámenes finales, trabajos de aplicación etc. Sabemos de la gran importancia de este concepto por su aplicación y como noción fundamental de los contenidos que se abordan en Análisis Matemático, además, como ordenador de conocimientos matemáticos más complejos.

3.2 Aplicación de la Propuesta

3.2.1 Aplicación del enfoque variacional en la construcción del concepto de derivada

En primer lugar se consideraron ejercicios preparatorios y de diagnósticos para la aplicación del enfoque variacional: medición de cambio, rapidez media, velocidad y tasas de cambio, etc.

Luego se abordó con los alumnos la formación del concepto de derivada basada en el enfoque propuesto. Se consideraron los siguientes temas: la rapidez media de la variación, rapidez de cambio de un fenómeno; los cambios infinitamente pequeños y la velocidad instantánea; interpretación de la velocidad media, cálculo de velocidades medias y su uso cotidiano.

En un primer momento se introduce la idea inicial para abordar la variación de la función creciente o decreciente. En este sentido los alumnos comentaban conocer que una función crece más rápido comparándola con otra analizando las imágenes de cada una, pero se concluye que esta idea es solo observacional. Esta comparación resulto adecuada para la comprensión de la noción de cambio para un 90% de los alumnos. Es decir se logra comparar la rapidez de variación pero no medirla. La segunda idea consistió en cómo medir la rapidez de variación a fin de poder comparar en forma objetiva la rapidez de crecimiento o decrecimiento de una función con respecto a las otras. De esta manera surgió la necesidad de realizar un cociente de variación de una de las variables (dependiente) en función de la otra (independiente). Al hallar esta razón permitió comparar numéricamente dicha rapidez en las distintas funciones (ver figura I).

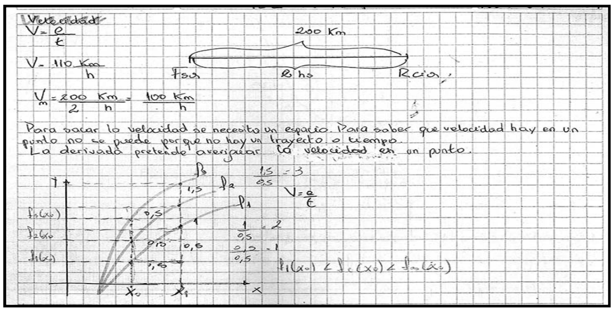


Figura 1. Variación y velocidad

Al siguiente interrogante: *¿Cómo se halla dicho cociente? ¿Que mide la razón hallada?*

Los alumnos realizaron distintos procedimientos y respondieron:

1. *mide el crecimiento de la función en un intervalo*
2. *mide la rapidez de variación de las funciones en un incremento considerado de x*
3. *número de veces que aumento o disminuyó la variable dependiente con respecto a la variable independiente*
4. *mide la proporción del incremento de y con respecto al incremento de x*

Realizaron los cocientes respectivos para cada una de las funciones y comparaban los resultados obtenidos.

A la pregunta: *¿qué conclusiones puedes observar?* La mayoría no contesto, algunos respondieron (muy pocos solo un 20%): *un mayor valor en la rapidez de cambio en el intervalo considerado, implica que la función crece más rápidamente que otras que poseen un menor cociente*

En un segundo momento se plantea la necesidad de hallar la velocidad o rapidez de cambio en un punto determinado de la función. Ante este cuestionamiento los alumnos no encuentran respuesta. Se sugiere seleccionar un punto o valor en el dominio o en la variable **x**. Luego desde dicho punto o valor en ***x***, (denominado x_0) se propone reducir la magnitud del intervalo. Seguidamente se planteó los mismos procedimientos anteriores para hallar el cociente que determinó la velocidad de cambio en un intervalo.

Al consultar a los alumnos: *¿Qué observan cuando se reduce los intervalos o incrementos?*

Respondieron (la mayoría): *los cocientes cambian, es decir, la velocidad de variación cambia al cambiar los intervalos.*

Juntos, alumnos y docente, concluyeron: *Por lo tanto la rapidez no es constante en cada intervalo.*

Luego se propuso reducir el incremento de la variable independiente, de tal manera de acercarnos o aproximarnos al punto seleccionado.

Se Preguntó: *¿A qué concepto nos estamos refiriendo al aplicar este procedimiento?*

Solo unos pocos (un 30% de los presentes) responden: *a límite de una función!!*

Al preguntar a los alumnos: *¿Qué sucede con el incremento de la variable independiente?*

La mayoría (no todos, un 80%) responden: *disminuye!!!*

Debido a los distintos cuestionamientos y a la falta de claridad por parte de los alumnos se opta por tomar un ejemplo concreto. Se toma una función sencilla $f(x) = x^2$, y los alumnos seleccionaron el punto $x_0 = 1$.

A fin de realizar un análisis exhaustivo de la situación se propuso las siguientes consignas:

1. *Determinar los valores del incremento de la variable independiente de tal manera que se aproxime a 0 (cero)*
2. *Para cada valor del incremento de la variable independiente determine el valor del incremento de la variable dependiente*
3. *Determinar el cociente de los incrementos (la razón) para cada valor de los incrementos*
4. *Luego responda: ¿a qué valor se aproxima el cociente de los incrementos cuando el incremento de la variable independiente tiende o se aproxima a 0 (cero)?*

Todos realizaron el gráfico de la función, ubicaron el punto seleccionado y construyeron una tabla teniendo en cuenta los distintos valores del incremento en la variable independiente, realizaron los cálculos correspondientes y completaron dicha tabla (ver figura II).Se observa que la respuesta a la última pregunta se halla señalada con las flechas hacia abajo.

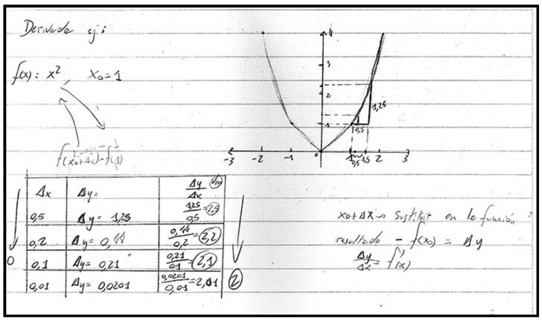


Figura 2.*Variación del incremento*

Resultados a las consignas planteada:

1. Un 60% de los alumnos determinaron valores mínimos y los demás tomaron valores muy grandes, en contra de lo que habíamos deducidos

2. Solo un 50% calcularon exactamente el incremento de la variable dependiente, se observó que estos alumnos con dificultades no encontraban que procedimiento utilizar para hallar lo solicitado.

3. Para el cálculo del cociente de los incrementos (la razón) para cada valor de los incrementos no hubo inconveniente

4. Todos responden, casi en un 90%, de manera sorprendente lo correcto, además, señalan en la tabla hacia qué número se aproxima el cociente cuando el incremento de la variable independiente tiende a cero (en la figura III se observa la flecha que indica dicho valor).

3.2.2 Evaluación e impacto

En la etapa anterior se aplicó la estrategia con el acompañamiento constante del docente a fin de implementar la propuesta didáctica para mejorar la comprensión del concepto de derivada.

En esta etapa, a fin de evaluar los objetivos propuestos se dio énfasis en la resolución de situaciones o ejercicios donde el alumno debía demostrar en forma explícita el grado de comprensión de dicho concepto.

Se propuso a los alumnos varios ejercicios donde debían hallar la derivada de la función en un punto. Esto consistió en ejercicios donde el docente proponía la función y el punto donde debía hallar dicha derivada. Se recuerda, y se deja en claro, que hasta este momento los alumnos desconocen el modo de utilización de la definición de derivada a partir del concepto de límite $\left(f'(x_0) = \lim_{\Delta_x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}\right)$y, también, "las reglas de derivación".

Por lo tanto esto requería solo el empleo de estrategias basadas en el enfoque variacional, es decir, hacer variar el incremento de la variable independiente hacia cero para luego analizar a que valor se aproxima el cociente de incrementos. La mayoría de los alumnos utilizaron las mismas estrategias utilizadas en la etapa anterior cuando se desarrollaron la conceptualización de la derivada con ejemplos guiados por el profesor.

Los ejercicios propuestos en un principio implicaban el uso de funciones, sobre todo polinómicas, dado el objetivo del trabajo. Fueron como las siguientes (cuadro I):

Tabla 1. Ejercicios propuestos

1. *Hallen en cada caso f'(x) en los puntos indicados*
   a. $f(x)= 3x^2$ *en x= 1* b. $f(x)=x^2 + 3$ *en x = 3*
   b. $f(x) = -x^2 +2$ *en x = -1* c. $f(x) = x^3-x+1$ *selecciona un punto*

En todos los casos las estrategias de resoluciones de los alumnos fueron idénticas basadas en la propuesta realizada por el docente desde el enfoque. Es de destacar el trabajo cooperativo y creativo para proponer soluciones y procedimientos sobre todo en los cálculos, que no es el objetivo de la propuesta. Los alumnos, reunidos en pequeños grupos propusieron diferentes estrategias y/o procedimientos pero utilizaron un recurso en común: una tabla o cuadro de incrementos y cociente de incrementos para su resolución (ver cuadro II):

Tabla 2. Tabla de incrementos y cociente de incrementos

Δx	$\Delta y= f(x_0+\Delta x)- f(x_0)$	$\frac{\Delta y}{\Delta x}$

El desenvolvimiento de los alumnos solos, y otros en grupos, en la resolución de estos ejercicios fue muy ameno donde propusieron alternativas de resolución basadas en el procedimiento variacional.

En un segundo momento, y a fin de evaluar su aplicación, se planteó a los alumnos la resolución de situaciones problemáticas para determinar avances y grado de comprensión en los alumnos del concepto de derivada. Se les presentó a los alumnos, reunidos en grupos y/o solos, situaciones problemáticas donde debían aplicar solo el concepto de la derivada en base al enfoque propuesto, como por ejemplo (cuadro III). Recordemos que las situaciones que se les presentaba a los alumnos, solo pretendían analizar el uso del concepto y su comprensión.

Tabla 3. Situaciones problemáticas

1. *La posición de un balón que es lanzada hacia arriba está dada por $s(t)=-2t^2+8t+2$ metros, donde s es la altura alcanzada por el objeto y t el tiempo que recorre dicho objeto medidos en segundos. Se quiere hallar la velocidad que adquiere el balón a los t_0= 3 segundos. Para ello se solicita que:*

Complete la siguiente tabla

Δ_t	$\Delta s= s(t_0+\Delta_t)- s(t_0)$	$\frac{\Delta s}{\Delta t}$

Luego responda las siguientes consignas:
a) ¿Qué significado tienen los valores obtenidos en cada columna?
b) Determine las unidades en las que se expresen los mismos
c) ¿Qué puede decir con respecto a la velocidad del balón en todo su trayecto?
d) Estime la velocidad del balón a los 3 segundos de iniciado el movimiento.
e) Realice la representación grafica

A fin de evaluar el desarrollo de dichas situaciones se realizó la puesta en común a fin de debatir y confrontar resultados, y procedimientos. Esto permitió la participación de todos los estudiantes a partir del debate y la exposición de sus formas de resolución y las soluciones posibles.
Esta forma de evaluar y medir la comprensión, desde la confrontación, no solo permitió a los estudiantes comprobar y verificar resultados y estrategias implementadas para su resolución sino también, replantear sus aprendizajes desde sus propios errores. Es oportuno aclarar que se refiere a errores o dificultades conceptuales.

3.3 Resultados

En las clases donde se aplicó el enfoque variacional para la construcción del concepto de derivada, acompañados por el docente, el desenvolvimiento de los estudiantes ha sido admirable desde el punto de vista de la comprensión de cada uno de los elementos que forman parte para la edificación del concepto de la deriva.
Se acentúa la participación y los aportes enriquecedores durante la implementación de la metodología.
En la etapa de evaluación se detectaron los siguientes resultados:

1. Más del 70% de los grupos han resuelto correctamente los ejercicios propuestos (ver Cuadro II)y la mayoría ha aplicado las estrategias utilizadas durante el desarrollo del enfoque variacional en las clases anteriores.
2. Al aplicar la tabla de incrementos y de cociente de incrementos propuesta al inicio, un 40 % de los alumnos encontraron ciertas dificultades en el momento de realizar algunos cálculos, de la misma manera para hallar la imagen del punto incrementado y el incremento de la variable dependiente.
3. De los trabajos que se obtuvieron, no se observaron dificultades mayores para completar la tabla, ya que aproximadamente lo hizo de manera correcta el 90% de los estudiantes.
4. Solamente dos grupos cometieron errores al evaluar $f(x_0+\Delta x)$, en cada ejercicio.

Es claro que las dificultades detectadas interfieren a la hora de interpretar la derivada, pero no es el objetivo del trabajo. Se observó una clara identificación de la derivada y su comprensión.
En lo que se refiere a las situaciones problemáticas planteadas, se realiza un análisis evaluativo en el desarrollo de la situación problemática propuesta (ver cuadro III):

1. Todos, quince grupos de tres alumnos cada uno, completan correctamente la tabla propuesta, a pesar que los diferentes grupos toman cantidades diferentes del incremento de la variable independiente (Δs).
2. A la pregunta sobre qué significado tienen los valores obtenidos en cada columna, algunos grupos no responden. El 45 % responden correctamente, expresando que Δs representa el cambio de posición, y $\Delta s/\Delta t$ representa la velocidad del balón, aunque la mayoría de los grupos no aclaran que se trata de la velocidad promedio o media en el intervalo correspondiente
3. En relación a la pregunta sobre la velocidad del balón en todo su trayecto, se pretendía que observen que la velocidad no es constante, respuesta detectada un 80% de los trabajos. Diez grupos respondieron que la velocidad decrece hasta los dos segundos, cuando alcanza la altura máxima, y aumenta desde los dos

segundos hasta los cuatro. No se hace referencia al hecho de que la velocidad es negativa, por lo que en realidad esta no aumenta, sino la rapidez en un punto.

4. En las respuestas notamos confusión entre la posición del balón y la velocidad. Un 20 % de los grupos responden: “aumenta hasta dos segundos y a partir de ese instante comienza a disminuir”. Otras respuestas fueron: “*El balón comienza a ascender hasta un punto máximo y luego desciende”, “La velocidad va disminuyendo con el paso del tiempo”, La velocidad con que fue lanzada fue la misma con la que cayó”.*

5. La pregunta, referida a la velocidad del objeto a los tres segundos de iniciado el movimiento, se incluyó para indagar sobre las concepciones de los alumnos acerca de la velocidad en un instante. Se deseaba conocer si eran capaces de calcular la velocidad en un intervalo pequeño como aproximación a lo pedido. Desarrollaron adecuadamente y respondieron correctamente un 83% de los grupos.

6. El 50% traza correctamente la gráfica y los demás no la hace o no es correcta. En los trabajos en los que la representación no es correcta, se observó que no coinciden los valores marcados con los de la tabla.

7. La estrategia permiten interpretar y relacionar lo realizado en la tabla con respecto a los cambios y la gráfica. Son evidentes los resultados logrados referidos al objetivo que se ha planteado al iniciar esta propuesta.

4 Conclusiones y trabajos futuros

Cornu 1983 [7] afirma “La derivada no es una aplicación del concepto de límite sino todo lo contrario, el cálculo de derivadas es el que ha conducido hacia este concepto”. Se ha visto que la construcción de las nociones de variable, función y derivada se basa en el entendimiento de los procesos de cambio, fundamentales para el desarrollo de un pensamiento y lenguaje variacional.

Está claro que este proceso de implementación de estrategias basadas en el lenguaje variacional no se da de un día para otro, debe ser el resultado de un minucioso trabajo y de estrategias basadas desde lo conceptual. A pesar de las dificultades detectadas en lo que se refiere sobre todo en operaciones algebraicas y el uso de otros registros, que no es el objetivo de la propuesta, la puesta en práctica de esta iniciativa basada en el Enfoque Variacional ha contribuido específicamente a la mejora en la comprensión del concepto de derivada en estudiantes que han elegido estas carreras. Fue el resultado de utilizar lo menos posible el formalismo matemático y poner en el centro de atención a la variación. Han comprendido los alumnos que de esta manera la derivada y sus conceptos asociados, se forman como conocimientos matemáticos necesarios para explicar o modelar conocimientos de mayor complejidad, y su utilidad en situaciones concretas.

En lo actitudinal, la aplicación de esta perspectiva y todo el trabajo que implicó, resultó interesante tanto para los alumnos como para el docente. Desde este enfoque surgió una modalidad de trabajo que los motivó a la búsqueda de sus propias estrategias de solución para resolver los ejercicios y problemas planteados. Se logró promover un aprendizaje más activo y participativo, junto con la posibilidad de ayudar a que aprendan mediante la construcción y la reflexión, alentando la discusión, la confrontación y el debate de distintas estrategias y soluciones, así como motivar explicaciones que llevan a procesos de argumentación y demostración.

Durante toda la implementación de la metodología propuesta para la enseñanza del concepto de derivada es oportuno remarcar la concentración, la capacidad, la predisposición y el esmero de los alumnos durante estas actividades, actitudes dignas de consideración para trabajar en esta temática.

Es viable acentuar este tipo de propuesta que permite analizar las producciones de los alumnos ya que sus respuestas nos proporcionan una idea clara de sus concepciones, por lo que resulta primordial en nuestra tarea de acercarnos a comprender sus procesos de pensamiento.

El análisis y valoración de los resultados de la experiencia será tenido en cuenta para la toma de decisiones en acciones futuras. Queda pendiente la necesidad de promover otras actividades, como por ejemplos aquellas tareas que conectan los distintos sistemas de representación o registros ya que permiten acercar al alumno al concepto desde diferentes perspectivas, favoreciendo la visualización de las ideas, y los llevará a una mejor aprehensión de este concepto.

Es importante destacar que la temática centrada en el concepto de la derivada no queda agotado en estas experiencias, pues abordar la derivada como epicentro y como conocimiento ordenador de conocimientos de mayor complejidad en Análisis Matemático, comprende dimensiones más complejas.

Referencias

Cornu, B. (1983). Apprentissage de la notion de límite: conceptions et obstacles. Grenoble: Université I de Grenoble. (Thèse de 3ème cycle, Mathématiques).

Dolores Flores C. (1999) *Una introducción a la derivada a través de la variación*. Grupo Editorial Iberoamericano. México.

Dolores Flores C. (2000). Una propuesta didáctica para la enseñanza de la derivada. *El futuro del cálculo infinitesimal* Pp 155-181

Iriarte Mariano. (2012) *¿Qué es y para qué sirve una derivada? En* incress. http://www.incress.com/valores-participacion/2012/07/28/%C2%BFque-es-y-para-que-sirve-una-derivada/Consulta el 18/11/16

Llinares Salvador (2008). *La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática,* La revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Mayo 2008.

Lozano Robayo Y. A. (2011) Trabajo de Grado para Optar por el Título de Matemático. Fundación Universitaria Konrad Lorenz. Facultad de Matemáticas e Ingenierías. Bogotá

Volver al índice

Valor Actual de un Flujo de Ingresos a Futuro: Resolución en Distintos Escenarios

García Venturini Alejandro[1] – Scardigli Mónica[2]
[1]Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires - [2]Facultad Regional Buenos Aires, Universidad Tecnológica Nacional
aegv@hotmail.com – mgscard@hotmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Flujo de ingresos, Número *e*, Integral impropia, Series.

Resumen

La interdisciplinariedad ha cobrado en la educación superior un lugar de privilegio pues posibilita que los estudiantes profundicen la aplicación de la teoría a una práctica relacionada con varias asignaturas y a su futuro desempeño profesional. Los estudiantes de ciencias económicas necesitan alcanzar la competencia de resolver los problemas de la profesión, deberán interpretar, construir y usar representaciones de los hechos o modelos, cuyo estudio se inicia en los primeros años de la carrera. No se trata de lograr una simple aplicación de la teoría a algunos problemas tipo, sino que la práctica se constituya en una fuente de conocimiento teórico, de esta forma la teoría está comprometida con la resolución de problemas que se presentan en situaciones concretas.
En los problemas económicos, cuyo comportamiento es función del tiempo, se da lugar a la formación de ecuaciones funcionales en las que sus variables y resultados se mueven temporalmente dando lugar a sistemas dinámicos que se analizan y resuelven en la disciplina del Análisis Matemático.
Cuando la variable independiente es el tiempo y tenemos un problema de dinámica discreta o continua, finito o infinito.
En este trabajo planteamos cómo determinar el valor actual de un ingreso que se obtendrá a futuro en distintas circunstancias según la variable tiempo sea continua, discreta, se consideren tiempos finitos o infinitos, se trate de un ingreso o de un flujo de ingresos.
Dependiendo de esos distintos escenarios se utilizan diferentes herramientas matemáticas, las funciones exponenciales, el número *e*, las integrales definidas, las integrales impropias, las series.

1 Introducción

En el contexto planteado en el resumen, se proponen diversos problemas económicos, en los cuales, su comportamiento es función del tiempo, se da lugar a la formación de ecuaciones funcionales en las que sus variables y resultados están determinados moviéndose temporalmente dando lugar a sistemas dinámicos que se analizan y resuelven en la asignatura del Análisis Matemático. Para abordar las situaciones problemáticas planteadas, se aplican diversas herramientas matemáticas que dejan de manifiesto el carácter auxiliar que tiene la matemática en la economía y muestran la integración de diversos conceptos que se abordan en Análisis Matemático.

2 El valor actual

Cierto capital V es exigible dentro de un período de x años. Dada cierta tasa de interés r y cierta frecuencia de capitalización, es posible calcular qué monto de capital (valor actual) debe invertirse en el momento presente para que al cabo de x años se convierta en un valor o ingreso V. A esta suma se la denomina valor actual VA o valor descontado. Al valor V se lo denomina valor nominal del documento.

Las aplicaciones del cálculo del valor actual son múltiples. Supongamos que un comerciante posee un documento que le otorgaron que le da derecho a cobrar una suma de V pesos al cabo de x años. Este comerciante puede vender ese documento a un tercero antes de transcurridos los x años, pero no por una suma de V pesos sino por una suma menor que es el valor actual VA.

La forma de determinar este valor actual depende de varios factores que pasamos a analizar.

3 Caso en que la variable tiempo es discreta y finita.

Supongamos que se posee un capital de \$100 y se invierte a una tasa de interés del 4% anual. El interés es compuesto cuando los intereses se van acumulando.

Veamos en qué consiste el interés compuesto. Para esta operación, se supone que al terminar cada período (en este caso el año), los intereses obtenidos se*capitalizan*, es decir, se invierten y generan interés.

Al terminar el primer año se obtendrán $100 + 100.\ 0{,}04 = 100 + 4 = 100.\ 1{,}04 = 104$ pesos

Si la suma completa es invertida al finalizar el segundo año, análogamente se tendrán:

$104 + 104\ .\ 0{,}04 = 104\ .\ 1{,}04 = 100\ .\ (1{,}04)^2$.

El capital acumulado (V) al finalizar x años es $V = 100.\ (1{,}04)^x$.

Puede suceder que los intereses se capitalicen en períodos menores al año, por ejemplo trimestralmente ($n = 4$ veces al año). Un 4% anual se convertirá en un 1% trimestral. Al terminar el primer trimestre los 100 pesos se habrán convertido en 100 pesos más un 1% de interés. En los períodos sucesivos, los capitales finales serán

$V_1 = 100\ .\ 1{,}01$, $V_2 = 100\ .\ (1{,}01)^2$, $V_3 = 100\ .(1{,}01)^3$, $V_4 = 100\ .(1{,}01)^4$.

Al finalizar el año x, el capital acumulado está dado por

$$V = 100\ .\ (1{,}01)^{4x} \quad (1)$$

En general, si denominamos VA al capital inicial, r a la tasa de interés porcentual anual, i a la tasa de interés unitaria (si la tasa de interés es de un 5%, $r = 5$, $i = 5/100 = 0{,}05$) y el interés capitaliza n veces por año, al cabo de x años se obtendrá:

$$V = VA.\left(1+\frac{i}{n}\right)^{nx} \quad \Rightarrow \quad VA = V.\left(1+\frac{i}{n}\right)^{-nx} \quad (2)$$

La función que se obtiene es exponencial, pero discontinua porque n y x toman valores naturales. Veremos más adelante qué sucede cuando la capitalización es de tipo continua.

Ejemplo: ¿Cuánto vale actualmente un documento da derecho a cobrar \$2.000 dentro de 5 años si la tasa de interés es de 10% anual y capitaliza semestralmente?

$$V = \$2.000,\ x = 5,\ i = 0{,}1,\ n = 2 \quad (3)$$

$$VA = V.\left(1+\frac{i}{n}\right)^{-nx} \Rightarrow VA = \left(1+\frac{0,1}{2}\right)^{-2.5} = (1+0,05)^{-10} = \$1.227,83 \quad (4)$$

4 Caso de un valor actual con variable continua en tiempo finito.

Para el caso de capitalización continua se supone que el interés obtenido es capitalizado en cada infinitésimo de tiempo. Es decir, n tiende a infinito.

Si consideramos el caso en que se deposita un capital de \$1 a un 100% de interés anual (i = 1) por el plazo de un año. El capital final obtenido al cabo de ese año será:

$$V = \left(1+\frac{i}{n}\right)^{n} \quad (5)$$

Si suponemos que este capital inicial y bajo estas condiciones capitaliza de forma continua ($n \to +\infty$)

$$V = \lim_{n\to+\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n} = e \quad (6)$$

Es decir, un capital de \$1 al cabo de un año, capitalizando en forma continua al 100%, se convertirá en e pesos.

Analicemos ahora el caso general.

$$V = \lim_{n\to+\infty} VA.\left(1+\frac{i}{n}\right)^{nx} = \lim_{n\to+\infty} VA.\left[\left(1+\frac{i}{n}\right)^{\frac{n}{i}}\right]^{ix} = \lim_{n\to+\infty} VA.\left[\left(1+\frac{1}{\frac{n}{i}}\right)^{\frac{n}{i}}\right]^{ix} = VA.e^{ix} \quad (7)$$

$$V = VA\,.\,e^{ix} \Rightarrow VA = V.e^{-ix} \quad (8)$$

Si bien en la práctica es imposible que una suma capitalice de forma continua, esta fórmula proporciona una buena aproximación para casos de capitalización a intervalos muy frecuentes.

Ejemplo: ¿Cuánto vale actualmente un documento da derecho a cobrar \$2.000 dentro de 5 años si la tasa de interés es de 10% anual y capitaliza en forma continua?

$$VA = V.e^{-ix} = \$2.000.e^{-0,5} = \$1.213.06 \quad (9)$$

Observamos que si la capitalización es continua, el valor actual es menor.

5 Valor actual para un flujo de ingresos a futuro con capitalización continua en un tiempo finito

Hasta ahora hemos planteado el valor actual de un ingreso a futuro. Vemos ahora qué ocurre si en lugar de un ingreso a futuro tenemos un flujo de ingresos a futuro duranten n años con una tasa de pago de $V(t)$ pesos por año ($V(t)$ es una función continua que depende de cada instante y cuantifica el flujo) con capitalización continua y con una tasa de interés anual i. Por ejemplo el ingreso generado por un kiosco:

$$VA=\int_0^n V(t).e^{-it}dt \text{ . (10)}$$

Si suponemos que *V(t)* es constante, *V(t) = V,*

$$VA=\int_0^n V.e^{-it}dt=V.\left.\frac{e^{-it}}{-i}\right]_0^n=V.\frac{e^{-in}}{-i}+V.\frac{e^{-i0}}{-i}=\frac{V}{i}\left(1-e^{-in}\right) \quad (11)$$

Ejemplo: determinamos el valor actual de un flujo de ingresos de $2.000 por año a futuro durante 5 años si la tasa de interés anual es 5% .

$$VA=\int_0^5 2.000.e^{-0,05t}dt=2.000.\left.\frac{e^{-0,05t}}{-0,05}\right]_0^5=-40.000.e^{-0,25}+40.000=8.848 \quad (12)$$

6 Valor actual para un flujo de ingresos a futuro a perpetuidad con capitalización continua

Planteamos ahora que sea a perpetuidad ($n \to +\infty$). Queda planteada una integral impropia de 1º especie.

$$VA=\int_0^{+\infty} V.e^{-it}dt=\lim_{z\to+\infty} V.\left.\frac{e^{-it}}{-i}\right]_0^z=\lim_{z\to+\infty}\left(V.\frac{e^{-iz}}{-i}+V.\frac{e^{-i0}}{i}\right)=\frac{V}{i} \quad (13)$$

Ejemplo

Si V = \$1.000 e i = 0,05, $VA=\frac{\$1.000}{0,05}=\$20.000$. Es decir que si tuviésemos, por ejemplo, un bono que capitaliza en forma continua con una tasa de pago de $1.000 por año con una tasa de interés de 0,05, hoy podríamos venderlo a $20.000.

7 Valor actual de una renta perpetua con capitalización no continua

Una aplicación económica de las series geométricas las podemos encontrar en el cálculo del valor actual de una renta perpetua *C* para el caso en que la capitalización no es continua, y el número de cuotas no es finito.

$C_1 \quad C_2 \quad C_3 \quad . . .C_n$

$0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad . . .n$

Se plantea el caso de determinar el valor actual de una renta perpetua *C* pesos anuales con una tasa de interés unitaria *i* capitalizable anualmente comenzando con el primer pago dentro de un año.

Ya vimos que el valor actual de un pago que se capitaliza *n* veces a lo largo de *x* años es;

$$VA=C.\left(1+\frac{i}{n}\right)^{-nx} \text{ . (14)}$$

Si capitaliza una vez al año, *n* = 1, tenemos:

$$VA = C.(1+i)^{-x} \quad (15)$$

Si la renta es a perpetuidad, el valor actual es la suma de lo capitalizado cada año a lo largo de *infinitos* años. Si *C* es la renta anual:

al cabo del primer año:

$$C_1 = C.(1+i)^{-1} \quad (16)$$

al cabo del segundo año:

$$C_2 = C.(1+i)^{-2} \quad (17)$$

al cabo del tercer año:

$$C_3 = C.(1+i)^{-3} \quad (18)$$

al cabo del año *n*:

$$C_n = C.(1+i)^{-n} \quad (19)$$

Si sumamos tenemos:

$$VA = C_1 + C_2 + C_3 + ... + C_n + ... \quad (20)$$

$$= C.(1+i)^{-1}\left[1+(1+i)^{-1}+(1+i)^{-2}+...+(1+i)^{-(n-1)}+...\right] \quad (21)$$

Dentro del corchete tenemos la suma de los términos de una serie geométrica de razón $q=(1+i)^{-1}$ donde $a_1 = 1$. Utilizando la fórmula de la suma de los términos de una serie geométrica tenemos:

$$VA = C.(1+i)^{-1}.\frac{1}{1-(1+i)^{-1}} = C.(1+i)^{-1}.\frac{1}{1-\frac{1}{1+i}} = \quad (22)$$
$$= C.(1+i)^{-1}.\frac{1+i}{i} = \frac{C}{i}$$

Ejemplo

Si la renta perpetua es de $50 anuales con el 5% de interés anual capitalizable anualmente comenzando con el primer pago dentro de un año tenemos:

$$VA = \frac{\$50}{0{,}05} = \$1.000 \quad (23)$$

Es decir que una promesa de pago a perpetuidad de $50 por año hoy vale $1.000.

8 Problema integrador

Una empresa está pensando adquirir la licencia para explotar una franquicia cuyo costo es de $1.500.000 Espera tener durante los primeros 10 años una ganancia de $250.000 anuales y a continuación una ganancia de $50.000 anuales. Si la tasa de interés anual es el 5%, conviene adquirir la franquicia.

En este problema tenemos dos partes. Para los primeros 10 años

$$VA = \int_0^{10} 250.e^{-0,05t}dt = 250.\frac{e^{-0,05t}}{-0,05}\Bigg]_0^{10} = -5.000.e^{-0,5} + 5.000.e^{-i0} = 5.000.\left(1 - e^{-0,5}\right) = 5.000 - 5.000.e^{-0,5} \quad (24)$$

A partir de los 10 años tenemos un problema de renta a perpetuidad.

$$VA = \int_{10}^{+\infty} 50.e^{-0,05t}dt = \lim_{z\to+\infty} 50.\frac{e^{-0,05t}}{-0,05}\Bigg]_{10}^{z} = \lim_{z\to+\infty}\left(\underbrace{-1.000.e^{-0,05z}}_{\to 0} + 1.000.e^{-0,5}\right) = 1.000e^{-0,5} \quad (25)$$

El valor actual es $5.000 - 5.000.e^{-0,5} + 1.000.e^{-0,5} = 5.000 - 4.000.e^{-0,5} = 2.573$

$2.573.000. Conviene adquirir la franquicia.

9 Conclusiones

La incorporación de problemas no tradicionales, modelos y situaciones que propicien la integración de conceptos y no la mera aplicación de reglas o algoritmos permite incorporar al aprehender el significado de las ideas matemáticas y el desarrollo de estrategias y formas de pensar consistentes con el quehacer matemático. Cabe destacar además que, en la formación del estudiante de ciencias económicas, la matemática constituye una herramienta auxiliar y se la aplica en diversas asignaturas de la carrera. En este sentido, consideramos que el planteo de problemas que involucren la integración de diversos conceptos matemáticos para su aplicación en problemas concretos cobra especial importancia en la formación del futuro graduado. En efecto, por un lado la matemática, como señalan Pano y otros: "Les permite pensar en términos del razonamiento científico y su carácter de ciencia hipotético-deductiva les ofrece la oportunidad de argumentar sus ideas desde una sólida base" y por otro lado, como indican los mismos autores "…ubicados los problemas en la actividad educativa, el proceso de su resolución aparece como una instancia promotora y generadora de la construcción de conocimientos".

10 Trabajos futuros

La idea es seguir buscando contenidos, que al igual que el tema presentado, permitan utilizar distintas herramientas matemáticas.

Referencias

Allen, R. G. D., (1978) *Análisis Matemático para Economistas*. Madrid. Editorial Aguilar .

Apostol, T. (1982) *Calculus*, Vol. I. Buenos Aires, Editorial Reverté.

Chiang, Alpha, (1974) *Fundamental Methods of Mathematical Economics*. Nueva York. McGraw-Hill.

De Burgos, J. (1996) *Cálculo Infinitesimal de una variable*, Madrid. McGraw -Hill.

Di Caro, Héctor, (1979) *Análisis Matemático II con aplicaciones a la Economía*. Buenos Aires. Ed. Club de Estudio.

Ferguson, C. E. y Gould, J. P, (1983) *Teoría Microeconómica.* Buenos Aires. Fondo de cultura económica de México.

García Venturini, A. y Kicillof, A. (2001) *Análisis Matemático I para estudiantes de Ciencias Económicas.* Buenos Aires. Ediciones Cooperativas.

Pano, C. y otros (2011). *Apuntes sobre innovación en educación universitaria.* Buenos Aires: Ediciones Rosel.

Rabuffetti, Hebe T. (1983) *Introducción al Análisis Matemático*. Buenos Aires. Editorial El Ateneo.

Salvatore, Dominick, (1992) *Microeconomia. 310 problemi risolti*, Roma. Editorial Etas.

Stewart, James, (1983) *Calculus.*Belmont USA.Editorial Wadsworth, PWS Publishers.

Vinci, Salvatore (1993) *Introduzione alla Microeconomia.* Napoli. Liguori Editori.

Weber, Jean, (1993) *Matemáticas para administración y economía.* México DF. Editorial Harla.

Volver al índice

Uso de TIC para una Enseñanza Poderosa de la Estadística

Carbonell Alicia[1,2] – Donnet Adrián[2] – Radich Hernán[1]
[1]Facultad de Ciencias de la Gestión, Universidad Autónoma de Entre Ríos - [2]Facultad Regional Paraná, Universidad Tecnológica Nacional
alielecarbo@gmail.com – donnetadrian@yahoo.com.ar – hernanrad@yahoo.com.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Experiencias Didáctico Pedagógicas, Software, Representación.

Resumen

En este trabajo se presentan experiencias didácticas-pedagógicas realizadas en la enseñanza de la Probabilidad y Estadística. Se muestran situaciones dinámicas presentadas en las aulas de una carrera de la Facultad de Ciencias de la Gestión de la Universidad Autónoma de Entre Ríos durante tres años consecutivos. Se fueron implementando diversas prácticas para que los alumnos usen recursos didácticos y puedan realizar acercamientos semióticos de los objetos de estudio, que éstos les resulten valiosos y aggiornen las formas de enseñanza aprendizaje. En las distintas etapas de la experiencia realizada se utilizaron notebook, tablet y teléfonos personales con software de licencia libre, que resultaron de enorme potencial educativo como herramienta facilitadora de representaciones para la construcción de conceptos significativos por parte de los alumnos, en el proceso de resolución de problemas. Se cree que con ello se inició el camino de un acercamiento a los alumnos, de manera de brindarles una enseñanza poderosa de las materias Estadistica I, Estadística II y Estadísticas para Administradores de las Licenciaturas de Economía y de Administración de Empresas de la Facultad de Ciencias de la Gestión de la UADER, donde se hacen experiencias similares y, a la vez, que logre entusiasmarlos para avanzar en el camino de formación que los profesionales de la especialidad necesitan.

1 Introducción.

Se consideró como marco metodológico la propuesta de Mariana Maggio (2012) que propone la inclusión genuina de tecnología, en el proceso de enseñanza y sus contenidos, y el estudio de la producción del conocimiento con su compleja manera de apropiación por parte de los alumnos y docentes. Maggio dice que la tecnología genera una enseñanza poderosa en el sentido de su actualización, que permite a los alumnos una mejor llegada al conocimiento disciplinar, que asegura que los significados se construyen según distintas perspectivas. Para ello, se necesita de una práctica docente imaginativa, original, compleja, reflexiva, creada en forma activa por parte del docente, con una cuidadosa planificación de las actividades, de las referencias a considerar, del análisis a realizar, basada en problemas donde las propuestas de solución se ensayan a modo de juego y que pretende ser generadora de aprendizajes valiosos y perdurables. Maggio propone cambiar los modos de concebir las clases, en el sentido de darles originalidad didáctica frente a la tradicional estructura de la explicación con presentación, síntesis, actividad de aplicación y eventual discusión en grupo. Esta autora afirma: “entiendo que apasionarse y emocionarse refleja ni más ni menos que el docente está involucrado (…) la enseñanza me conmueve y espero que lo mismo les suceda a mis alumnos, de los que espero se vayan de la clase pensando y sintiendo” (Maggio, 2012).

Balacheff & Kaput (1996) conjeturan que “los estudiantes pueden realizar modificaciones precisas e instantáneas a partir de las propias representaciones visuales que se originan con el uso de software”. Dicen que las representaciones de los objetos matemáticos que ellos pueden hacer con la tecnología son objetos virtuales, cuya manipulación les permite realizar exploraciones, reformulaciones, validar ideas, y otros procesos. Los resultados de las pantallas de los elementos tecnológicos, con los que los alumnos están familiarizados, son los facilitadores de las construcciones de significado de los objetos tratados. Los recursos tecnológicos ponen nuevos elementos a disposición de la conciencia humana, como la memoria visual de las representaciones posibles, mayor capacidad de cálculo, mayor poder expresivo y flexibilidad en la transferencia entre los distintos sistemas de representación.

En la enseñanza de la Estadística como rama de la Matemática, se usan distintos sistemas de escritura y notaciones simbólicas para los objetos, escrituras algebraicas, lógicas, funcionales que son lenguajes paralelos al lenguaje natural de las comunicaciones cotidianas. Sirven para expresar relaciones y operaciones, figuras geométricas, gráficos, diagramas. Cada una de estas expresiones anteriores constituye una forma semiótica diferente. Entendiéndose por tal a cada representación por medio de signos. Las representaciones de los objetos pueden ser mostrados de manera simultánea, en forma tabular, graficas, curvas, entre otros. Raymond Duval (1999), ha hecho un análisis del funcionamiento cognitivo del pensamiento basado en numerosas investigaciones. Tiene una hipótesis de base: no hay intelección sin producción de representaciones semióticas. Asegura que no es posible el acceso al conocimiento sin el recurso de una variedad de registros de representación y que fundamentalmente no hay que confundir el objeto de estudio con la representación.

Vacchieri (2013) propone la integración en los procesos de enseñanza aprendizaje de las funciones formativas ofrecidas por las Tecnologías de la Información y de la Comunicación (TIC) en las categorías de objetivos conceptuales, procedimentales y actitudinales, acorde a las políticas implementadas por UNICEF desde 2012. Es uso de las TIC no es nuevo porque data desde su aparición se trató de usar en las aulas. Lo que sí es una novedad es el impacto que las TIC, como el uso de Internet, celulares, computadoras individuales, la televisión y recursos digitales, tienen hoy en los procesos masivos de socialización de las nuevas generaciones.

Presa (2015) expresa que se pueden desarrollar capacidades de autogestión del propio aprendizaje con la presentación de propuestas diferentes para encarar los problemas, donde haya interacción entre pares alumnos, argumentación de soluciones y uso de soportes tecnológicos; de esa manera los estudiantes se sienten interpelados a construir e intercambiar saberes. Lo relevante es que el docente pueda facilitar un aprendizaje por descubrimiento y autorregulado, promoviendo la autonomía, la participación y la interacción. Finalmente, esto se transforma en tecnologías del aprendizaje y del conocimiento**.**

2 Recursos.

Recursos tecnológicos: los alumnos y docentes aportaron sus notebook, Tablet y teléfonos personales, se proporcionaban computadoras para que pudieran ser consultadas por los alumnos que no tenían las suya y se utilizaron las redes de internet disponibles en la institución.
Recursos de software: Se utilizaron R, Rcommander y GeoGebra. Son software libre, de interfaz amigable, sencillos, no requieren especialización en informática, ágiles y que de enorme potencial para los alumnos.

- R es un entorno y lenguaje de programación con un enfoque sencillo para muchas aplicaciones, entre ellas el análisis estadístico. R es parte del sistema GNU y se distribuye bajo la licencia GNU GPL. Está disponible para los sistemas operativos Windows, Macintosh, Unix y GNU/Linux. R forma parte de un proyecto colaborativo y abierto. Sus usuarios publican paquetes que se pueden usar y los agrupan por temáticas.
- R commander (Rcmdr)es un paquete del R que da una interfaz gráfica de algunas funciones comunes del R como procesador estadístico de base de datos. Tiene tres ventanas; en la superior aparecen los comandos cuando se elige alguno del menú, ayudando a aprender la sintaxis de R y posibilitando modificaciones cuando lo necesitamos, en la ventana central se presentan los comandos en color rojo al ser ejecutados y los resultados en azul y en la ventana inferior van las notas, los avisos y los errores que produce R.
- GeoGebra:es una aplicación gratuita y de código abierto para el aprendizaje de la matemática en muchos de sus niveles, que reúne, de modo dinámico, aritmética, geometría, álgebra, cálculo, probabilidad y estadística. Vincula en su interfaz la perspectiva gráfica y de cálculos.

3 Experiencia Didáctica.

Se trabajó en los cursos de Estadística de la Licenciatura en Economía, durante los últimos tres años; este curso se caracteriza por tener pocos alumnos. Teniendo en cuenta los objetivos en función de logros y saberes de los estudiantes, se plantearon las actividades en forma problemas, con el uso de recursos TIC para abordarlos. Se fomentó una mayor interacción en el aula respecto a la búsqueda de información, actividades e intercambios de ideas durante el proceso mismo. Se hicieron evaluaciones conjuntamente con los alumnos en forma continua. Las TIC permitieron desarrollar habilidades de cálculos que no se hubieran podido hacer a mano, análisis, interpretación y modelización para la resolución de problemas.

Las experiencias consistieron en diferentes propuestas a través del tiempo. Los objetivos generales fueron:

Fomentar el uso de múltiples recursos tecnológicos.

Gestionar la lectura de resultados e interpretación de la información que ofrece la tecnología.

El primer año de implementación se presentó el software con ayuda de un proyector, mostrando su entorno y alcance, R y R commander, para que fueran herramientas didácticas de análisis y experimentación por parte de los estudiantes. Se solicitó que trajeran notebook, tablets o teléfonos personales para cargar en ellas las herramientas mencionadas. En esa etapa, los alumnos contaban en su mayoría con netbook del Programa implementado en 2010, 2013, "Conectar Igualdad" como parte de la política de integración de TIC del estado argentino. Se hicieron descripciones de variables continuas y discretas que ya se habían estudiado en clase, modificando las distintas presentaciones posibles de las mismas y haciendo inferencias de algunos parámetros poblacionales. La mayoría de los alumnos se mantuvieron como simples espectadores, sin involucrarse en desarrollos e interpretaciones. Fue solicitado un pequeño informe que muchos de ellos copiaban sin tener ni la menor idea de estos recursos ni del significado de los resultados.

El segundo año de implementación se agregaron objetivos :

Promover el trabajo grupal y el intercambio de ideas.

Favorecer el aprendizaje autónomo aumentando la confianza en los propios logros.

Proponer puestas en común de las soluciones con fundamentos, posturas y puntos de vista diferentes.

Se propuso un primer trabajo práctico con una base de datos brindada, con el objetivo de internalizar el significado de media, mediana, cuartiles, desviación estándar y dar sentido al teorema de Chebyshev haciendo una descripción de los datos. Las dificultades de los alumnos consistían en no interpretar lo que veían graficado o representado. Para ello, se pidió hacer resúmenes de por lo menos tres variable aleatorias continuas, con distintos tipos de distribuciones, graficar con diagramas de caja e histogramas de frecuencias y frecuencias relativas, cambiar los anchos de las clases para los histogramas, transformar variables continuas en categóricas, filtrar una base de datos, tabular las frecuencias de aparición de variables discretas, realizar graficas de barras y tortas, entre otras cosas. Algunos alumnos comenzaron a familiarizarse con el uso de este software de manera independiente y lo fueron incorporando al aula. Se especificó un segundo trabajo práctico que se propuso con las consignas de buscar un problema de interés de la especialidad, conseguir una muestra de datos que corresponda a variables aleatorias involucradas en el problema, cargar los datos para ser usados con el software seleccionado, presentar los estadísticos muestrales posibles, gráficas e intervalos de confianza para los posibles parámetros y presentar el análisis e interpretación para argumentar sobre el problema.

En el tercer año, se incorporó desde el inicio del cursado el software GeoGebra que, no solo podía ser usado en las notebook sino que, también cargaban efectivamente en sus teléfonos. Se plantearon nuevamente los trabajos prácticos del año anterior. El GeoGebra resulto poseer una interfaz más amigable para el trabajo áulico permanente. Los alumnos de este año, resolvieron problemas de la especialidad utilizando estas herramientas informática. Decidieron al finalizar estas actividades hacer tutoriales didácticos para colocar en youtube de manera que quedasen al alcance de todos los alumnos de la carrera. Se preguntaban por qué no habían usado estas herramientas de manera temprana en la carrera. En uno de los problemas sobre demanda de energía eléctrica diaria correspondiente a los consumos de veinte años en la provincia de Entre Ríos, se hicieron comparaciones y estimación de parámetros con la información dada. La hoja de cálculo de GeoGebra brindó numerosas facultades en lo que respecta a la organización de la información, comunicación de los cálculos a través de una amplia gama de fórmulas.

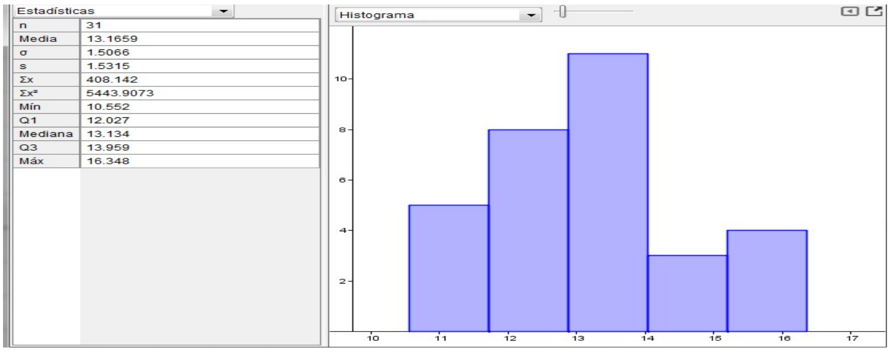


Figura 1. Demanda energética de Paraná, mes de enero de 2015 MWh.

Se hicieron comparaciones sobre el problema concreto que fueron plasmadas en gráficas como la siguiente, de la que los alumnos hicieron conjeturas y conclusiones.

Figura 2. Comparación demandas energía en la provincia en los meses de enero 2015-2016.

También se propuso otro trabajo práctico donde se incentivó a los alumnos a investigar sobre la programación de R.

4 Resultados.

Las respuestas del primer año fueron mínimas ya que los docentes operaban las máquinas y proyectaban los resultados. Aunque se hicieron varias exposiciones de este tipo, la interacción con los alumnos fue poca o nula, sobre todo porque no hubo problemas concretos para resolver.

En el segundo año de experiencia, algunos alumnos usaron el software como herramienta facilitadora de la tarea, pero hubo otros que solo repetían resultados y gráficas sin saber lo que estaba haciendo, incluso cuando hacían sus exposiciones de lo trabajado se notaba que algunos no entendían los resultados que las máquinas

ofrecían. Las actividades fueron tales que los alumnos no dimensionaron la necesidad de que todos hagan sus aportes. Algunos lo hacían para pasar las exigencias de la cátedra. Otros lo hacían con mucho entusiasmo.
En el tercer año, se volvió a implementar la propuesta de trabajos prácticos con TIC mejorando y ampliando las consignas, con la resolución de problemas concretos; tuvimos confianza en los alumnos, lográndose el convencimiento de que el uso de estas herramientas didácticas permiten desarrollar estrategias para formular conjeturas, reformular, probar, analizar, comprobar y cotejar los resultados entre ellos, constituyendo una actividad eficiente desde las perspectivas conceptuales, actitudinales y procedimentales para resolver los problemas.

5 Conclusiones.

Los docentes de las cátedras hemos logrado apasionarnos e involucrarnos con la valoración que han realizado los alumnos con la incorporación de las TIC como herramienta para resolver problemas, siendo siempre un tema pendiente que los alumnos sean críticos y pensantes de las propuestas docentes.
Las representaciones que han sido posibles han permitido un poder de representación que no se conseguía de otra manera y ha sido posible visualizar la transferencia de estos resultados en la resolución de los problemas.
Se observó que con diferentes propuestas los alumnos se comportan como jóvenes inquietos, autónomos, con ganas de aprender venciendo el desinterés y la apatía. Esta disposición, curiosidad e indagación contribuyen a promover y vivir experiencias de valor para el autoaprendizaje. Los estudiantes resolvieron problemas, tomaron decisiones y pensaron críticamente, valiéndose de las TIC para visualizar e interpretar los enunciados y, con ello, evaluar la pertinencia de las estrategias e ideas involucradas.

Referencias

Balacheff, Nicolás & Kaput, James. (1996). Computer-Based Learning Environments in Mathematics.
Duval, Raymond. (2004). Semiosis y Pensamiento Humano. Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales. Universidad del Valle, Colombia.
Maggio, Mariana. (2012). Enriquecer la Enseñanza. Los ambientes con alta disposición tecnológica como oportunidad, Paidós, Argentina.
Presa, Celia. (2015). Reinventar las prácticas en la búsqueda de una enseñanza poderosa. El potencial educativo de los grafos en la escuela secundaria, experiencia didáctica apoyada en TIC para revitalizar la enseñanza de la Matemática Discreta (Tesina de grado). Universidad de Concepción del Uruguay, Paraná, Entre Ríos, Argentina.
Vacchieri, Ariana. (2013) Las políticas TIC en los sistemas educativos de América Latina: CASO ARGENTINA, UNICEF, Argentina.

Volver al índice

Factores de Incidencia en el Rendimiento Académico Inicial en Matemática de Ingresantes a la Carrera de Administración de la Universidad Autónoma de Entre Ríos

Fernandez Melisa – Schiaffino Luciano – Medina Natali – Vivas Daniela– Molina Romina
Facultad de Ciencias de la Gestión, Universidad Autónoma de Entre Ríos
melfernandez@educ.ar – schiaffino.luciano@uader.edu.ar – nati_med@live.com.ar
danielarvivas@hotmail.com – rominadmolina@hotmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Matemática, Rendimiento académico, Factores personales, sociales e institucionales

Resumen

La ponencia presenta los resultados del estudio de posibles factores asociados al rendimiento académico en el primer parcial de Matemática de estudiantes universitarios de primer año de las carreras Tecnicatura y Licenciatura en Administración de Empresas y Administración Pública de la Facultad de Ciencias de la Gestión (UADER).

El rendimiento académico es un factor fundamental si se pretende lograr calidad en la educación pública superior, ya que es un indicador que permite tener una aproximación de la realidad educativa universitaria actual, permitiendo detectar qué variables se ponen en juego en este proceso y aportando elementos tanto para la cátedra como para la gestión institucional.

Numerosos autores coinciden en señalar que se trata de un proceso multicausal y que se podrían agrupar en tres tipos de factores: sociales, personales e institucionales.

El abordaje metodológico de la investigación realizada fue de tipo estadístico, con el objetivo de recabar información de los estudiantes ingresantes sobre los factores que pudieran incidir en su rendimiento. Como herramienta metodológica se diseñó una encuesta con 25 ítems realizada mediante la plataforma gratuita Google Docs y por medio del cuestionario se indagó sobre los distintos factores.

Finalmente, del estudio se pudo inferir que las variables que se encuentran dentro de las categorías Social e Institucional no tienen incidencia sobre los resultados obtenidos en el primer parcial. Mientras que, cuestiones referentes a su trayectoria personal como el tiempo transcurrido desde la finalización del secundario y la experiencia previa producto del pasaje por otras carreras serían factores incidentes.

1 Introducción

El rendimiento académico (RA) resulta del aporte de diferentes factores que interactúan en el estudiante universitario y ha sido definido con un valor atribuido al logro del estudiante en las tareas académicas (Garbanzo Vargas, 2007). El RA al ser multicausal no puede enfocarse desde una visión reduccionista y debe contemplar, en base al paradigma de la complejidad, múltiples factores que interactúan entre sí (Vázquez et al., 2012). Diversos autores (Garbanzo Vargas, 2007; Jayanthi, Balakrishnan, Ching, Latiff, & Nasirudeen, 2014; Vázquez et al., 2012) han propuestos factores que tienen impacto en el RA, siendo una clasificación aceptada y compartida por los autores del presente trabajo abordar tres aspectos: los de carácter social, los personales y los institucionales.

Los factores personales (Gráfico 1) involucran aspectos propios del estudiante tales como su edad y género como así también aspectos cognitivos tales como la autoevaluación de su capacidad como estudiante para cumplir una tarea o actividad cognitiva, su percepción sobre sus habilidades intelectuales y/o de su capacidad

(Garbanzo Vargas, 2007). El deseo de éxito, las expectativas académicas y la motivación junto con las condiciones cognitivas (horas destinadas al estudio, estrategias de aprendizaje utilizadas por el estudiante y hábitos de estudio entre otras) componen también los factores personales. Dentro de estos factores debe incluirse también a las aptitudes que se asocian a la habilidad para realizar una determinada tarea mediante algún tipo de prueba (Ocaña Fernández, 2011; Vázquez et al., 2012).

La inteligencia es uno de los aspectos más estudiados dentro de factores personales, incluye pruebas de comprensión verbal y razonamiento matemático pero también deben evaluarse desde una mirada amplia incluyendo las concepciones de inteligencia emocional y social. Por lo tanto es importante seleccionar adecuadamente el instrumento de evaluación de acuerdo al tipo de inteligencia que se quiere evaluar (Garbanzo Vargas, 2007).

Entre los factores sociales (véase Gráfico 1) que se encuentran relacionados con el RA y que interactúan con la vida académica del estudiante se pueden mencionar su entorno familiar y el nivel educativo del mismo, el capital cultural de la familia, las variables demográficas (lugar de procedencia, zona geográfica donde vive, etc.) y el contexto socio-económico del estudiante (Ocaña Fernández, 2011; Vázquez et al., 2012).

Los factores institucionales (véase Gráfico 1) refieren a las condiciones, recursos, servicios y políticas de la institución universitaria donde estudia un individuo y como las mismas afectan en el RA. Podemos incluir dentro de estos factores las metodologías docentes, la cantidad de alumnos por profesor, las opciones de horarios de consultas, la instrumentación de cursos de ambientación a la vida universitaria, los sistemas de becas y de asistencia médica, etc.(Ocaña Fernández, 2011). En particular es necesario resaltar que la complejidad en los estudios, es una variable que siempre muestra relaciones importantes con el RA al igual que las condiciones de las aulas, el plan de estudios y la formación de los docentes.

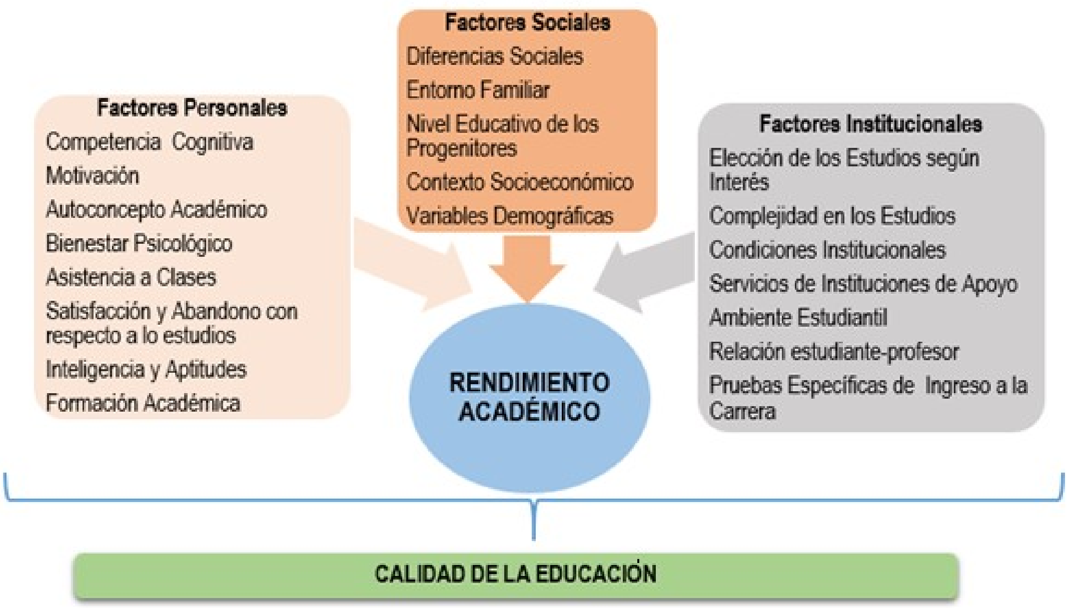


Gráfico 1. Factores vinculados al rendimiento académico

En el análisis de factores relacionados con el RA se han reportado varios trabajos ajustados a un contexto específico y por lo tanto a veces con resultados similares y en otros casos opuestos. Por ejemplo en referencia al género, (Woodfield & Earl-Novell, 2006) y (Soria & Zúñiga, 2014) encontraron una dependencia con el RA a favor del sexo femenino mientras que en la investigación de (Avendaño, Gutiérrez, Salgado, & Alonso-Dos-Santos, 2016) e informa que en el trabajo de Borda (1998) no se encontró diferencias significativas con ese factor. En el estudio de (Tejedor Tejedor, 2003) se encontró que la edad es un factor relacionado directamente con RA, estableciendo que los estudiantes más jóvenes tenían un mayor promedio. Investigaciones en México (Edel Navarro, 2003) y en España (Tejedor Tejedor et al, 2007), han encontrado una dependencia directa entre el RA y las calificaciones de las pruebas de ingreso. En cambio, la investigación de (Gómez-López, Rosales-Gracia, Marín-Solórzano, García-Galaviz, & Guzmán-Acuña, 2012) no obtuvo una correlación significativa entre el puntaje de ingreso y el RA.

Por otro lado, (Jara et al., 2008) exponen en su estudio que el colegio donde el estudiante finalizó la enseñanza media, privado o estatal, es un factor que influye en el RA, siendo los que accedieron a buenos colegios privados los que se adaptaron más rápido y obtuvieron mejor RA. En el trabajo de (Ocaña Fernández, 2011) se indica que factores como una mejor formación previa al ingreso a la universidad, mayor interés (medido en participación y consultas en clases), vocación (medido en preferencia y elección de la carrera) y esfuerzo (medido en asistencia, entrega de trabajos y tareas) correlacionan significativamente con los resultados académicos del estudiante (Avendaño et al., 2016).

De las evidencias anteriores, se puede entender que el RA es el resultado de la influencia de factores del ambiente externo e interno del estudiante, los cuales pueden afectar de manera positiva o negativa en el resultado final en el marco de un determinado contexto y carrera.

El presente trabajo está desarrollado por los docentes de la asignatura Matemática del primer año de estudios de la Tecnicatura y Licenciatura en Administración de Empresas y Administración Pública. La materia es de régimen anual y tiene una carga semanal de 5 horas y total de 160 horas. Los estudiantes están distribuidos en cinco comisiones de aproximadamente 50 alumnos cada una las cuales están integradas aproximadamente con un 20% de estudiantes recursantes. El equipo de cátedra está conformado por dos docentes Adjuntos Ordinarios, tres Jefes de Trabajos Prácticos y tres Ayudantes alumnos.

La carrera apunta a formar hábiles estrategas y personas eficaces que, apoyados en una formación integral, sean capaces de enfocar a la empresa desde una visión global, considerándola como un sistema socio–técnico abierto al contexto en el que se desarrolla y orientado a la producción de bienes y servicios con responsabilidad social.

Los estudiantes que ingresan a la carrera deben realizar un curso de ingreso no eliminatorio el cual contiene un módulo de matemática de 20 horas distribuidos en 15 horas de dictado de clases y 5 horas para evaluación. Este curso se realiza previo al inicio de clases, normalmente durante el mes de febrero de cada año y tiene por objetivo realizar la revisión de los contenidos centrales de álgebra de la escuela media necesarios para el ingreso a la universidad. Una vez iniciado el cursado de la asignatura Matemática se retoman dichos contenidos, se realizan ejercitaciones, clases de apoyo, consultas y se trabaja con la enseñanza entre pares por medio de los auxiliares alumnos. En la cuarta semana de clases se realiza una evaluación de dichos contenidos con la idea de asegurar los aprendizajes básicos necesarios para comenzar a desarrollar los contenidos propios de la asignatura. Dado que para los ingresantes ésta es la primera evaluación y con la idea de facilitar la transición hacia la universidad se les plantea que en la evaluación se utilizarán ejercicios de una guía integradora abordada durante el curso de ingreso y trabajada durante las dos primeras semanas del cursado de la asignatura. Sistemáticamente todos los años se observa una baja tasa de aprobación de dicha evaluación (aproximadamente 30%), es por ello que durante el presente año quisimos detectar los factores de RA asociados al bajo rendimiento académico inicial de los ingresantes a la carrera de Administración de la Universidad Autónoma de Entre Ríos. Asimismo el presente trabajo también tiene como objetivo establecer un proceso de realimentación de los estudiantes a los docentes que permitan tomar acciones durante el mismo año de cursado para mejorar el RA.

2 Metodología

El abordaje metodológico de la investigación realizada fue de tipo estadístico, con el objetivo de recabar información de los estudiantes ingresantes a la carrera de Administración de la sede Paraná de la Facultad de Ciencias de la Gestión de la Universidad Autónoma de Entre Ríos sobre los factores que pudieran incidir en el RA en la asignatura objeto de estudio. Como herramienta metodológica principal se diseñó una encuesta con 25 ítems realizada mediante la plataforma gratuita Google Docs. Por medio del cuestionario se indagó sobre factores del tipo personal, social e institucional. Se agregó una pregunta final abierta para que los alumnos pudieran volcar otras percepciones no contempladas en los ítems cerrados.
Luego de obtener las respuestas se procedió a realizar un análisis de la muestra y la población total de estudiantes, se obtuvieron las características descriptivas de los estudiantes que respondieron la encuesta, se realizó el análisis de los factores de tipo personal, social e institucional y el análisis de incidencia de los mismos respecto al resultado del primer parcial. Se trabajó con tablas de contingencia y análisis estadístico para obtener valores de significancia y en los casos de dependencia de las variables se realizó un análisis construyendo tablas de frecuencia condicionada y distribución condicionada.

3 Resultados

En la investigación se contó con una población total de 218 estudiantes, y una muestra de 157 estudiantes, los cuales respondieron la encuesta. De la población de estudio en total aprobaron 60 estudiantes el primer parcial lo que representa el 27,5%; mientras que en la muestra aprobaron 46 estudiantes es decir el 29%. Se observa que la muestra de estudiantes que respondieron la encuesta tiene una proporción similar de aprobados y desaprobados del primer parcial que el conjunto total, siendo a su vez bajo (4,15%) el máximo error obtenido para un intervalo de confianza del 95%.

3.1 Características descriptivas de los estudiantes que respondieron la encuesta

En base a los datos recolectados, se caracterizó a los estudiantes que respondieron la encuesta en función de variables sociales, personales e institucionales. Los resultados más relevantes fueron: el 45% de los estudiantes trabaja y un 11% no reside en Paraná, sin embargo cabe destacar que el 88% concurre siempre a clases. El 52% considera que su desempeño en matemática durante la escuela media fue bueno y el 16% muy bueno. La mayoría de los encuestados (78%) posee el título de bachiller. El 59% de los encuestados tiene entre 17 y 21 años y un 10% es mayor de 30 años. Así mismo, el 43% ha finalizado sus estudios secundarios hace menos de 3 años y el 29% hace más de 3 años y menos de 7 años.

3.2 Variables, categorización, y clasificación

La totalidad de las variables consideradas en las preguntas de la encuesta se agruparon como factores personales, sociales o institucionales según se detalla en la tabla 1. Cada variable o factor de la tabla 1 (columna 2) se numera como referencia.

Para el análisis de incidencia de las variables respecto al RA se realizó un estudio teniendo en cuenta todos los factores que podían incidir en el resultado del primer parcial. Se conformaron tablas de contingencia que relacionaran cada una de las variables con la variable dicotómica resultado (aprobó/desaprobó).

Se contrastó la hipótesis nula que presupone la independencia entre ambas variables, mediante el estadístico Chi-cuadrado para las variables cualitativas politómicas. Para variables dicotómicas se utilizó Chi-cuadrado con la corrección de Yates por ser $n \geq 100$; y el Test Exacto de Fisher en el caso de que más del 80% de las frecuencias observadas no fueran mayores que 5. Rechazada la hipótesis nula, se midió la intensidad de asociación con el Coeficiente de Contingencia C y V de Cramer. El análisis fue realizado con el software XLSTAT para todos los casos con un nivel alfa de 0,05. En la tabla 1 se reporta el test estadístico realizado, el valor p, y la conclusión arribada en cuanto al rechazo o aceptación de la hipótesis nula.

Tabla 1. Resumen estadístico de las variables consideradas en el estudio agrupadas por categorías. ([1]Chi-cuadrado, [2]Test de Fisher), conclusión en cuanto a la hipótesis (*se rechaza H_0 aceptándose que hay evidencia suficiente para concluir que la variable estudiada y RA son estadísticamente dependientes, ** No se rechaza H_0) y valores de coeficiente de contingencia y V de Cramer en los casos de rechazo de H_0.

Categoría	Variables o factor y test estadístico aplicado	Valor p	Coeficiente de contingencia	V de Cramer	Conclusión
	1. Edad[1]	0,581			**
	2. Tiempo transcurrido desde la	0,018	0,226	0,232	*

	finalización del secundario¹				
Personales	3. Título obtenido en escuela media¹	0,340			**
	4. Percepción desempeño en matemática en escuela media¹	0,059			**
	5. Experiencia previa en carreras universitarias¹	0,021	0,193	-0,197	*
	6. Asistencia frecuencia²	0,276			**
	7. Resolución de ambas guías¹	< 0,0001	0,356	0,381	*
	8. Autoevaluación seguimiento asignatura¹	< 0,0001	0,34	0,361	*
	9. Percepción de dedicación al estudio¹	0,001	0,291	0,304	*
	10. Percepción de dificultad parcial¹	0,002	0,298	0,312	*
	11. Conformidad nota¹	0,001	0,261	-0,270	*
	12. Condición de cursado¹	0,736			**
Sociales	13. Residente de Paraná²	0,277			**
	14. Trabaja¹	0,192			**
Institucionales	15. Elección de carrera¹	0,516			**
	16. Curso de ingreso¹	0,082			**
	17. Asistencia a clases de consulta ¹	0,091			**
	18. Comisión de cursado¹	0,242			**

Las variables que mostraron dependencia con RA fueron las siguientes:

TIEMPO TRANSCURRIDO DESDE LA FINALIZACIÓN DEL SECUNDARIO: tabla de contingencia (véase tabla 2) y resultados estadísticos pueden observarse en la tabla 1. Los valores obtenidos del Coeficiente de Contingencia y V de Cramer indican una asociación baja (32%) entre el año de finalización y su incidencia en RA. Del análisis de los residuos típicos corregidos se observa una relación indirecta entre los que finalizaron en el año 2016 y aprobaron el primer parcial. Así también se puede ver que aquellos que terminaron sus estudios hace más de tres años tienen una asociación directa con la aprobación del primer parcial.

EXPERIENCIA PREVIA EN CARRERAS UNIVERSITARIAS: tabla de contingencia (véase tabla 2) y resultados estadísticos pueden observarse en la tabla 1. Los valores obtenidos del Coeficiente de Contingencia y V de Cramer indican una asociación baja (27%) entre la experiencia previa en otras carreras universitarias y su incidencia en RA. Del análisis de los residuos típicos corregidos se observa una relación indirecta entre los que no tienen experiencia previa en otra carrera y la aprobación del primer parcial. Puede observarse que aquellos que si tienen experiencia previa incide directamente en la aprobación del parcial.

Tabla 2. Tablas de contingencia para los factores que resultaron estadísticamente dependientes de RA

	RESULTADOS	
2. TIEMPO TRANSCURRIDO DESDE LA FINALIZACIÓN DEL SECUNDARIO	Aprobó	Desaprobó
2016	6	34
2013-2015	19	41
ANTES DEL 2013	21	28
5. EXPERIENCIA PREVIA EN CARRERAS UNIVERSITARIAS	Aprobó	Desaprobó
No	17	65
Si	29	46
7. RESOLUCIÓN DE AMBAS GUÍAS	Aprobó	Desaprobó
ALGUNOS	7	98
NINGUNO	2	14
TODOS	83	110
8. AUTOEVALUACIÓN DEL SEGUIMIENTO DE LA ASIGNATURA	Aprobó	Desaprobó
REGULAR	1	16
BUENO	13	60
MUY BUENO	24	28
EXCELENTE	8	7
11. DEDICACIÓN AL ESTUDIO	Aprobó	Desaprobó
REGULAR	4	39
BUENA	26	55
MUY BUENA	16	17

RESOLUCIÓN DE AMBAS GUÍAS: tabla de contingencia (véase tabla 2) y resultados estadísticos pueden observarse en la tabla 1. Los valores obtenidos del Coeficiente de Contingencia y V de Cramer indican una asociación media (51%) entre la resolución de ambas guías y su incidencia en RA. Se puede observar la asociación directa que existe entre los que los que resuelven todos los ejercicios de ambas guías y RA. De los estudiantes que resolvieron todos los ejercicios de ambas guías, el 42% aprobó; y el 90% de los estudiantes que aprobaron habían resuelto todos los ejercicios propuestos.

AUTOEVALUACIÓN DEL SEGUIMIENTO DE LA ASIGNATURA: tabla de contingencia (véase tabla 2) y resultados estadísticos pueden observarse en la tabla 1. Los valores obtenidos del Coeficiente de Contingencia y V de Cramer indican una asociación media (48%) entre la autoevaluación del seguimiento de la asignatura y su incidencia en RA.

Del análisis de los residuos típicos corregidos se observa una asociación directa entre los estudiantes que se autoevaluaron con regular y desaprobaron el parcial, entre los que se autoevaluaron con bueno y desaprobaron; y por el contrario una asociación directa entre los que se autoevaluaron con excelente y aprobaron, y los que se autoevaluaron con muy bueno y aprobaron. Se destaca que el 94% de los estudiantes que consideran regular su seguimiento a la materia desaprueban y el 82% que lo considera bueno también desaprueba. Mientras que el 46% de los que se consideran muy buenos y el 53% de los que lo consideran excelente aprueban el parcial.

DEDICACIÓN AL ESTUDIO: tabla de contingencia (véase tabla 2) y resultados estadísticos pueden observarse en la tabla 1. Los valores obtenidos del Coeficiente de Contingencia y V de Cramer indican una asociación media (42%) entre la percepción de la dedicación al estudio y su incidencia en RA. Del análisis de los residuos típicos corregidos se observa una asociación directa entre los estudiantes que tienen una dedicación al estudio regular y desaprueban, y entre los que tienen una dedicación al estudio muy buena y aprueban.

El 57% de los estudiantes que aprueban el parcial tienen una dedicación al estudio buena, mientras que el 35% tiene una dedicación muy buena. El 50% de los que desaprueban tienen una dedicación buena, y el 35% una dedicación regular. También se puede inferir que de los estudiantes que tienen una dedicación al estudio muy buena el 48% aprueba el parcial.

Las variables **PERCEPCIÓN DE DIFICULTAD DEL PARCIAL** y **CONFORMIDAD NOTA OBTENIDA EN PARCIAL** también evidenciaron dependencia con RA y los resultados del test estadístico puede observarse en la tabla 1. Por cuestiones de limitación de espacio en el presente trabajo no detallaremos las tablas de contingencia. Para la variable 11 puede observarse que existe una asociación directa entre los estudiantes que no están conformes con la nota obtenida en el parcial y desaprueban, y entre los que están de acuerdo y aprueban.

4 Discusiones y Conclusiones

El rendimiento académico es el resultado de la interacción de distintos factores de naturaleza compleja de índole personal, social e institucional en el que se desenvuelve el estudiante. Conocer los posibles factores que tienen mayor incidencia en el RA de los ingresantes de la carrera de Administración sede Paraná de la Universidad Autónoma de Entre Ríos permite predecir posibles resultados académicos y hacer un análisis sobre su incidencia en la calidad educativa que se espera. Como se observa en los estudiantes encuestados aproximadamente la mitad trabaja y la mayoría terminó su nivel medio en una escuela pública. En este contexto resulta muy importante contar con una herramienta para la toma de decisiones en la metodología, evaluación y políticas generales que adopte la cátedra de Matemática.

Los indicadores que afectan el RA dependen fuertemente del contexto en el cual se realiza la investigación. Por ejemplo en nuestro caso la edad no evidenció una fuerte dependencia con RA en contraposición con lo reportado por (Tejedor Tejedor, 2003) que concluye que los estudiantes más jóvenes obtienen un mayor promedio. Además, en la presente investigación no se encontró evidencia suficiente de que las variables sociales e institucionales indagadas tengan dependencia con RA.

No obstante dentro de la categoría de factores personales, se observa que aspectos referentes a su trayectoria personal como el tiempo transcurrido desde la finalización del secundario y la experiencia previa producto del pasaje por otras carreras, serían factores incidentes. Así también, cuestiones referidas a la dedicación a la materia tendrían su incidencia en el RA inicial de la población estudiada. En particular la asistencia no arrojó resultados de asociación, pero el 88% de los encuestados contestaron que concurren siempre a clase. Estos resultados están en consonancia con lo reportado por (Avendaño et al., 2016) y (Ocaña Fernández, 2011).

Respecto a la variable tiempo transcurrido desde la finalización del secundario, se puede observar que el 42% de los estudiantes que terminaron el nivel medio antes del 2013 aprueban el primer parcial. Algunos interrogantes que surgen a partir de este llamativo dato son si tiene alguna relación con la calidad educativa del secundario, con cuestiones ligadas a la madurez personal y/o a la trayectoria del estudiante en alguna otra carrera. Esta variable también permite inferir que para el grupo de estudiantes encuestados es poco probable que quienes terminaron en el secundario el año anterior logre aprobar en una primera instancia el parcial. Es posible que esta situación se deba a factores emocionales asociados a una primera experiencia evaluativa en la universidad.

En relación con la dedicación a la asignatura el 48% de los que afirman tener un seguimiento entre regular y bueno no aprueban; mientras que el 42% de los estudiantes que resuelven todos los ejercicios de la guía consiguen aprobar el primer parcial.

Se concluye de los resultados obtenidos que bajo las condiciones del presente estudio la variable de mayor asociación con el RA inicial es la “resolución de ambas guías”. También presentaron una asociación importante la “percepción de la dedicación al estudio” y la “autoevaluación del seguimiento de la asignatura”. Con el fin de mejorar el RA surgen como posibles acciones, a llevar a cabo el próximo año, la realización de un video por parte de los docentes de la cátedra, donde se expliquen y resuelvan todos los ejercicios de la guía propuesta para el primer parcial, como así también la incorporación de horarios de consulta, no solo a la tarde sino también en forma simultánea con el cursado.

A futuro se trabajará analizando el RA luego de un año de cursada de los estudiantes que formaron parte del presente trabajo y se sistematizará esta metodología de investigación para los estudiantes de los próximos años. De tal forma que podamos realizar comparaciones inter anuales, ampliar los aspectos considerados como rendimiento académico y establecer factores que afecten al mismo en un estudio a largo plazo.

Referencias

Avendaño, C. A., Gutiérrez, K. A., Salgado, C. F., & Alonso-Dos-Santos, M. (2016). Rendimiento Académico en Estudiantes de Ingeniería Comercial: Modelo por Competencias y Factores de Influencia. Formación Universitaria, 9(3), 3-10. https://doi.org/10.4067/S0718-50062016000300002

Edel Navarro, R. (2003). El rendimiento académico: concepto, investigación y desarrollo. Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación, I(2). Recuperado a partir de http://www.ice.deusto.es/RINACE/reice/vol1n2/Edel.pdf

Garbanzo Vargas, M. G. (2007). Factores asociados al rendimiento académico en estudiantes universitarios, una reflexión desde la calidad de la educación superior pública. Revista Educación. Universidad de Costa Rica, 31(1), 43-63.

Gómez-López, V. M., Rosales-Gracia, S., Marín-Solórzano, G., García-Galaviz, J. L., & Guzmán-Acuña, J. (2012). Correlación entre el examen de selección y el rendimiento académico al término de la carrera de Medicina. Educación Médica Superior, 26(4), 502-513.

Jara, D., Velarde, H., Gordillo, G., Guerra, G., León, I., Arroyo, C., & Figueroa, M. (2008). Factores influyentes en el rendimiento académico de estudiantes del primer año de medicina. Anales de la Facultad de Medicina, 69(3), 103-197.

Jayanthi, S. V., Balakrishnan, S., Ching, A. L. S., Latiff, N. A. A., & Nasirudeen, A. M. A. (2014). Factors Contributing to Academic Performance of Students in a Tertiary Institution in Singapore. American Journal of Educational Research, American Journal of Educational Research, 2(9), 752-758. https://doi.org/10.12691/education-2-9-8

Ocaña Fernández, Y. (2011). Variables académicas que influyen en el rendimiento académico de los estudiantes universitarios. Investigación Educativa, 15(27), 165-179.

Soria, K., & Zúñiga, S. (2014). Aspectos Determinantes del Éxito Académico de Estudiantes Universitarios. Formación Universitaria, 7(5), 41-50.

Tejedor Tejedor, J. F. (2003). Poder explicativo de algunos determinantes del rendimiento en los estudios universitarios. Revista española de pedagogía, 224, 5-32.

Tejedor Tejedor, J. F., & García-Valcárcel Muñoz-Repiso, A. (2007). Causas del bajo rendimiento del estudiante universitario (en opinión de los profesores y alumnos). Propuestas de mejora en el marco del EEES. Revista de Educación, 342, 443-473.

Vázquez, C. M., Ruiz, L. I., Aparicio, S. N., Muñoz, B. L., Robson, C. M., Secreto, M. F., … Escobar, M. E. (2012). Factores de impacto en el rendimiento académico universitario un estudio a partir de las percepciones de los estudiantes. Presentado en Decimoséptimas Jornadas «Investigaciones en la Facultad» de Ciencias Económicas y Estadística, Rosario, Argentina.

Woodfield, R., & Earl-Novell, S. (2006). An assessment of the extent to which subject variation between the Arts and Sciences in relation to the award of a First Class degree can explain the ‘gender gap’ in UK universities. British Journal of Sociology of Education, 27(3), 355-372. https://doi.org/10.1080/01425690600750569

Volver al índice

Impacto de las Metodologías en el Aprendizaje-Enseñanza del Álgebra Aplicada en Carreras Vinculadas a las Ciencias Económicas

Schneeberger Marino -Padró Silvia - Ponce Sandra - Battisti Marisa – Dominguez Yusef
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Entre Ríos
marinos@fceco.uner.edu.ar-sipadro@fceco.uner.edu.ar – poncesandraliliana@fceco.uner.edu.ar - mbattisti@fceco.uner.edu.ar – fernandoyusef@fceco.uner.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Metodologías de enseñanza, Contenidos, Matemática aplicada, Rendimiento académico

Resumen

El presente trabajo muestra el impacto en los resultados académicos obtenidos al desarrollar todos los contenidos de la asignatura Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas, a partir del planteo inicial de problemas motivadores. La experiencia se realizó en el primer cuatrimestre de primer año de las carreras de Contador Público y de Licenciatura en Economía durante 2016 y 2017.

La propuesta pretende ser un aporte al cuestionamiento que la mayoría de los docentes que enseñamos Matemática en carreras de Economía nos hacemos: ¿debemos enseñar Matemática y luego aplicarla o resultaría conveniente enseñar Matemática Aplicada, a partir del planteo de problemas económicos? Evidentemente es una pregunta de difícil respuesta, puesto que todos tenemos claro que no se puede aplicar el contenido que no se maneja previamente con cierta rigurosidad.

Además, si elegimos la modalidad de plantear problemas y, en base a ellos, seleccionamos los contenidos matemáticos que resulten necesarios para solucionarlos, probablemente debamos resignar la cantidad de contenidos a abordar. Cabría preguntarnos entonces, cuál es el punto de equilibrio entre los contenidos seleccionados y su real posibilidad de aplicación a la carrera, de modo tal que los estudiantes perciban la utilidad de los mismos.

En esta ponencia se describen los modos y criterios de selección de contenidos en función de los objetivos expuestos, atendiendo a las cuestiones matemáticas que necesariamente debe conocer, comprender y aplicar el estudiante de Ciencias Económicas.

Los resultados obtenidos, luego de implementada la propuesta, dan cuenta de la obtención de resultados superadores con respecto a años anteriores.

1 Introducción

En las carreras de Contador Público y Licenciatura en Economía, dictadas en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Entre Ríos, la asignatura Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas forma parte de las cuatro asignaturas que integran el Área Disciplinar Matemáticas Básicas, de la disciplina Matemática, junto a Cálculo Aplicado a las Ciencias Económicas, Cálculo II y Estadística I, según la organización en disciplinas, áreas disciplinares y asignaturas aprobadas mediante resolución por el Consejo Directivo.

Su desarrollo se realiza durante el primer cuatrimestre con la totalidad de los alumnos ingresantes (se inscriben normalmente entre 350 y 400 alumnos, de los cuales alrededor de 80 realmente no la cursan, dado que abandonan durante las primeras clases, sin llegar a rendir ningún parcial). Se repite el cursado durante el segundo cuatrimestre con una menor cantidad de estudiantes; la mayoría de ellos recursantes. Esto implica que debe atenderse a dos cuestiones fundamentales: las dificultades propias de los alumnos ingresantes y el elevado número de alumnos por comisión.

Por estar incluida entre las materias de primer año, es netamente instrumental en cuanto a su contribución tendiente a lograr modos de razonamiento lógico-deductivos, a partir del tratamiento de algunos contenidos que le son específicos, pero sin perder de vista que éstos deben ser aplicados y puestos en práctica, en la medida de lo posible, en las otras asignaturas que están cursando en forma paralela, pero también en las materias futuras a cursar durante su formación.

Tal como fuera planteado oportunamente, esto exige seleccionar ciertos contenidos y su correspondiente ejercitación, como así también proponer, plantear y resolver una adecuada selección de problemas que les permitan, desde el inicio, visualizar la importancia real que esta asignatura y estos contenidos tienen en el contexto de su formación profesional.

Sin atender a estas consideraciones, quizás resulte bastante difícil fundamentar en nuestros estudiantes recién ingresados a la carrera, el importante papel que la matemática cumple en la formación del futuro profesional de las Ciencias Económicas.

Precisamente, este planteo es el que nos hemos propuesto llevar adelante durante los dos últimos años académicos y cuyos resultados compartimos en este trabajo.

2 Fundamentación

Los resultados obtenidos durante años nos indican que a pesar de haber intentado abordar los contenidos de manera gradual, pausada e intentando hacer notar luego a través de la resolución de problemas su aplicación en el campo económico, la mayoría de los estudiantes no logran percibir el sentido de los mismos en su formación.

La prueba de ello es que más de la mitad de los estudiantes no lograban siquiera regularizar la asignatura y eran muy pocos los que alcanzaban la promoción de la práctica.

Por otra parte, al momento de presentarse a rendir en las instancias de exámenes finales, el porcentaje de aprobados oscilaba entre el 15 y el 20 por ciento, incluyendo a los que siendo promocionales en la práctica debían rendir solamente un examen sobre los contenidos teóricos.

Es importante aclarar en este punto que los alumnos en condición de regulares, eran evaluados mediante una evaluación práctica, siendo condición aprobar la misma para pasar luego a la instancia de la evaluación teórica.

Esto implica que debían rendir la materia varias veces, optando algunos de ellos por recursarla en numerosas oportunidades.

De cualquier manera, cuando la aprobaban no se tenía certeza de que efectivamente estaban en condiciones de aplicar esos contenidos en su campo específico de estudio, puesto que puede suponerse que en varios casos terminaban aprobando porque habían adquirido la capacidad básica de expresar algunas conceptualizaciones

teóricas y de resolver, en el mejor de los casos, algunos problemas más o menos tradicionales, pero sin tener garantías de que puedan realmente aplicar estos conocimientos en casos concretos que se les planteen.
Es por este motivo, básicamente, que nos propusimos durante los dos últimos años, en la medida de lo posible, compatibilizar esta dicotomía existente entre enseñar matemática o matemática aplicada, eligiendo como metodología el planteo de problemas motivadores para cada uno de los temas, alrededor de los cuales se desarrollan los contenidos necesarios para concluir resolviéndolos.
Estos problemas son cuidadosamente seleccionados y preparados, y a partir de ellos se realiza el abordaje teórico del contenido, con el grado de profundidad necesario y suficiente para comprender la solución del problema.
Esto implica que siempre el desarrollo teórico será consecuencia de la real necesidad de resolver el problema propuesto, lo cual exige la real comprensión del mismo.
Lógicamente que para esto resulta necesario que formulemos en nuestra planificación objetivos claros, concretos y pertinentes, los que a su vez nos permitan realizar una selección de contenidos adecuada, sin resignar ninguno que realmente contribuya de manera determinante en la formación del futuro profesional.
De igual manera, debimos encarar una modificación en la forma de evaluar, integrando en forma permanente la teoría y la práctica, convirtiendo entonces las evaluaciones de los alumnos regulares en evaluaciones teórico-prácticas, en las instancias finales, tratando de que los estudiantes perciban que la manera en que se los evalúa coincide con los modos de enseñanza.
Aclaramos esto dado que la asignatura no tiene prevista la posibilidad de su promoción directa, solamente puede promocionarse la práctica, lo cual implica una evaluación final de los aspectos teóricos para su aprobación.
Los alumnos que no alcanzan el porcentaje exigido para promocionar la práctica, pero sí el necesario para regularizar la materia, deben rendir un examen final integrando ambos aspectos, práctico y teórico.

3 Desarrollo

Lo primero que debimos pensar al encarar esta propuesta fue tener perfectamente claro qué pretendemos con la enseñanza de la matemática en estas carreras, lo cual nos condujo a plantearnos qué es lo que consideramos que los estudiantes deben poder hacer mientras estén cursando su carrera y también luego de recibidos, para lo que resultó necesario realizar una minuciosa y criteriosa selección de contenidos, a efectos de poder aplicar esta metodología que, por cierto, insume mayor tiempo.
Siguiendo nuestra propuesta teórica presentada en un trabajo anterior, nos planteamos como estrategia partir de la formulación de un problema económico para introducir cada uno de los contenidos seleccionados y a partir de este problema, ir en búsqueda y abordar el contenido matemático que posibilite solucionarlo, cuidando de no dejar de lado la rigurosidad necesaria para su tratamiento.

Pudimos verificar que esta secuencia favorece de manera considerable el aprendizaje, en tanto que funciona como elemento con alto impacto de motivación, ya que predispone al alumno para aprender algo que, de antemano, reconoce cómo necesario para su formación profesional. De alguna manera, nos estamos anticipando a la pregunta tradicional, realizada a veces explícita y otras implícitamente, "¿para qué me sirve esto?"

Retomando los estudios realizados por Seijas Macías y Sarmiento Escalona (2009), los estudiantes de un curso de introducción a la economía deben poder, entre otras cuestiones:

- Construir modelos analíticos, comprobando en forma empírica su corrección y su adecuación a los problemas que pretende resolver
- Entender relaciones entre variables que describan fenómenos económicos
- Analizar datos cuantitativos sacando de ellos inferencias y conclusiones , tanto desde el punto de vista inductivo como deductivo
- Aplicar la teoría estudiada a la resolución de problemas del mundo real, reconociendo las limitaciones pertinentes
- Comprender que todo problema tiene diferentes soluciones alternativas y categorizar las mismas
- Comunicar los resultados obtenidos con precisión y en forma concisa

Atendiendo a estas cuestiones que consideramos de gran importancia, dado que responden a resultados de investigaciones didáctico-metodológicas desarrolladas rigurosamente durante varios años, nos propusimos llevar adelante nuestra propuesta, fomentando en todos los casos que los alumnos puedan dar el salto de lo gráfico a lo analítico, en un sentido y en el otro; como así también de la expresión oral de un enunciado al lenguaje gráfico y simbólico o analítico.

En este punto debe insistirse en forma permanente desde el inicio de cualquier curso de matemática básica, dado que el grado de habilidad y destreza adquirida para pasar de una forma de lenguaje a otra, indudablemente nos da una pauta del nivel de comprensión que de estos contenidos hayan logrado los estudiantes.

Los expertos, y siempre siguiendo las recomendaciones de los autores anteriormente citados, señalan la necesidad de algunos cambios o modificaciones vinculadas a los siguientes aspectos, que seguimos y respetamos permanentemente en nuestras clases:

- *Respecto a las notaciones matemáticas:* generalmente las variables que se usan en matemática son x e y, casi con carácter excluyente; sin embargo en economía son más habituales p y q. La no incorporación de éstas últimas desde el inicio de un curso hace fracasar la habilidad de los alumnos para pensar variables distintas.
- *Respecto a las técnicas aplicadas:* los estudiantes de economía deben poder dominar y analizar en forma crítica números y dimensiones; es decir, deben ser capaces de conocer si la cantidad y el signo de un resultado es razonable o no en el contexto del problema planteado.

- *Respecto a la resolución de problemas:* los estudiantes, luego de leer el problema, deberían poder preguntarse si es resoluble y, en tal caso, elegir los métodos de solución más adecuados, sea construyendo una ecuación o un conjunto de ecuaciones que permitan modelizar el problema que se pretende resolver, identificando el contenido matemático apropiado para tal fin.

En síntesis, sostienen que la resolución de problemas debe estructurarse en las siguientes etapas:

- identificar los aspectos matemáticos del problema
- pensar y crear un modelo para representarlo
- seleccionar el método más adecuado para resolverlo
- resolver el problema
- analizar la solución, esto es decidir si es o no razonable
- aplicar la solución al modelo con el objeto de poder resolver el problema, comunicar la solución y su interpretación económica en forma clara y precisa.

Esto claramente implica dejar de lado los meros ejercicios que sólo permiten manipular números y reglas operativas y centrarse en el análisis del caso propuesto, planteando y resolviendo el problema en forma eficaz, esto es, en forma correcta y eligiendo el procedimiento más conveniente.

Esto lleva, tal como lo anticipáramos en párrafos anteriores, a adoptar criterios válidos para la selección de contenidos que no pueden estar ausentes, como también a la metodología adecuada para evaluar los logros de los estudiantes en este contexto.

Debe quedar perfectamente claro, como ya lo expresamos, que la forma de evaluar un contenido debe adecuarse a la forma en que el mismo fue tratado, puesto que si se pretende evaluar de una manera distinta con la que se realizó el abordaje y el desarrollo del contenido, esto genera incertidumbre y desconcierto en los estudiantes, lo que nos puede llevar a resultados contrarios a los esperados al hacer esta propuesta.

En función de esto, describimos a continuación los criterios de selección de contenidos que nos permitieron elegir aquellos que resultaban más adecuados para el desarrollo de esta propuesta. Al tal efecto, seguimos la línea de pensamiento del especialista Manuel Zabalza (2004):

- Criterio de representatividad, en cuanto a que los contenidos seleccionados sean un fiel reflejo del conjunto de contenidos posibles de abordar.
- Criterio de transferibilidad, en tanto a que privilegia los aspectos, conceptos y/o habilidades cuyo dominio resulte beneficioso para el logro de otros aprendizajes.
- Criterio de convencionalidad y consenso, en cuanto a haber seleccionado aquellos contenidos cuya importancia y validez ya están acordadas.
- Criterio de durabilidad, atendiendo a que se centra en privilegiar aquellos aspectos que resulten menos perecederos, es decir, que se mantengan vigentes a lo largo del tiempo por ser fundamentales.

Es claro que el rol del docente, más aún si se trabaja con alumnos de primer año, resulta muy importante no sólo en el dominio de los contenidos sino en la postura que adopte frente al tratamiento de los mismos.

Es por esto que en todo momento se debe incentivar el trabajo en equipo, haciendo todos los esfuerzos necesarios, empleando todos los recursos con que se cuente, para lograr la participación activa de los estudiantes en la construcción del conocimiento matemático necesario.

La participación ordenada siempre es posible y fructífera si el profesor está en condiciones de fomentarla y lo es tanto para los estudiantes como para el propio docente, que de esta manera enriquece sus capacidades profesionales y se supera día a día.

Encarar un proceso de aprendizaje-enseñanza desde esta postura metodológica, si bien puede resultar en algunos casos bastante complicado, contribuye a que realmente entendamos que aprender matemática aplicada a un campo específico del conocimiento, en este caso particular el económico, es mucho más que manejar aceptablemente reglas operacionales o memorizar conceptos y propiedades para que luego, y en el mejor de los casos, puedan aplicarse.

Al finalizar el desarrollo de cada uno de los módulos temáticos encarados de esta manera, se realizó la evaluación correspondiente que nos permitió, a la luz de los resultados obtenidos ver la conveniencia de este enfoque.

Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 1, organizados en los gráficos 1 y 2.

Tabla 1. Recuento de cantidades de alumnos inscriptos y sus condiciones al finalizar la cursada de la asignatura Álgebra aplicada a las Ciencias Económicas durante los primeros cuatrimestres de los años 2016 y 2017.

Estudiantes	2016	2017
Inscriptos	361	383
Abandonaron la cursada	83	89
Cursaron efectivamente	278	294
Promocionales	101	116
Regulares	54	61
Libres	123	117

Gráfico 1. Datos de la cursada de la asignatura en el primer cuatrimestre de 2016.

Gráfico 2. Datos de la cursada de la asignatura en el primer cuatrimestre de 2017.

Además vale agregar que en los dos últimos llamados de exámenes de este cuatrimestre al finalizar el cursado aprobaron 75 de 198 estudiantes diferentes –puesto que algunos se presentaron en ambos turnos- lo que se traduce en un porcentaje del 39%.

Con los estudiantes que cursaron con la metodología anterior, en los años anteriores aprobaban alrededor de un 20 o 25 % de los alumnos que se presentaban.

4 Conclusiones

Después de haber desarrollado esta propuesta, podemos formular algunas consideraciones acerca del impacto logrado:

- Creemos que la propuesta resulta innovadora, al menos con respecto a lo que en la mayoría de los casos viene desarrollándose.
- Estamos convencidos de que llevada adelante con rigurosidad, esto es, sin resignar el tratamiento del contenido básico y evaluando en forma coherente, los resultados obtenidos por los estudiantes son superiores a los que lograban anteriormente, tal como lo muestran los datos explicitados.
- Es una propuesta que resulta altamente motivadora, lo que implica un importante avance, ya que la falta

de motivación de parte de los estudiantes para estudiar matemática en carreras de economía, sin lugar a dudas incide en forma negativa en su rendimiento.

- El rol del profesor debió adecuarse, tanto en la forma de enseñar como en la de evaluar, con la finalidad de obtener buenos resultados a la hora de implementar este nuevo enfoque.
- Se logró aumentar el porcentaje de alumnos que promocionaron la práctica (aproximadamente un 40%), como así también el de los alumnos que regularizaron la asignatura (60% incluyendo el porcentaje anterior de los promocionales), al mismo tiempo que se logró incrementar el número de estudiantes que aprobaron la asignatura en las instancias de examen final.

Referencias

Barrios García y otros (2005). *Análisis de funciones en Economía y Empresa.* Madrid. Díaz de Santos.

Díaz Mata y otros (2005). *Matemáticas aplicadas a negocios y Economía.* México.Pearson.

García Cabello, J. (2014). *Álgebra Lineal. Sus aplicaciones en Economía, Ingeniería y otras ciencias* – Madrid. Delta editores.

Guénard, F., Leliévre, G. (2000).*Pensar la Matemática* . París. Ed. Matematemas.

Karin Knorr,C. (2005). *La fabricación del conocimiento.* Buenos Aires. Ed. U.N. Quilmes.

Seijas Macías, J.A.; Sarmiento Escalona, A. (2009) *Aportaciones al Currículo de Matemática para la Economía y Empresa.* XVII Jornadas ASEPUMA. Burgos.

Zabalza, Miguel. (2004). *Diseño y desarrollo curricular*. Madrid. Narcea.

Volver al índice

Una Aproximación sobre las Dificultades en el Aprendizaje de Ecuaciones Diferenciales

Olguin Karina R.– May Gladys Carmen – Renaudo Juan A.– Simunovich Roberto J.
Facultad de Ingeniería y Ciencias Agropecuarias, Universidad Nacional de San Luis
kariolguin@yahoo.com.ar - gcmay@.hotmail.com.ar - juanantoniorenaudo@gmail.com - simunovichirj@unsl.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Resolución de ecuaciones, Dificultades, Errores.

Resumen

Este trabajo trata de contrastar los conceptos previos que los alumnos creen tener y los que en realidad poseen al momento de resolver ecuaciones diferenciales (E.D) de primer orden y grado, con la intención de describir en qué medida estos saberes matemáticos básicos son adecuadamente utilizados por los alumnos.
En nuestra experiencia, como docentes de la asignatura Análisis Matemático II, observamos que en la resolución de ecuaciones ED ordinarias de primer orden y primer grado correspondiente a la quinta unidad del programa, las dificultades se presentan no para identificar el tipo de ED, sino en que no recuerdan las propiedades de la función exponencial y logarítmica, como así también, cometen errores en pasaje de términos y en la resolución de las integrales indefinidas
Por tal motivo, implementamos una encuesta a los alumnos de segundo año de la carrera de Licenciatura en Administración con el fin de conocer su opinión sobre la unidad de ecuaciones diferenciales y su resolución.
Este trabajo es de tipo exploratorio y se realizó con el propósito de detectar los problemas e identificar los errores más frecuentes en los que incurren los alumnos, como así también, la utilidad y aplicabilidad de los contenidos aprehendidos con el objetivo de mejorar nuestra práctica docente.

1 Introducción

Una propuesta didáctica basada en los aportes constructivistas debe partir del reconocimiento, por un lado, de las estructuras previas con que cuenta el sujeto de aprendizaje y el re-conocimiento de la teoría a enseñar, la que no solo debe ser clara y coherente, sino que debe ser alternativa a las teorías con que cuenta el alumno. Si no resuelve situaciones que las estructuras previas no lograban resolver, es difícil que el sujeto que aprende acepte modificarlas.

Según Sanjurjo, L (2006,62) es necesario generar "conflictos conceptuales" para que el sujeto se movilice y esté dispuesto al cambio conceptual. No siempre con las mismas estrategias didácticas y a partir de las mismas situaciones problemáticas, se produce el conflicto cognitivo en nuestros alumnos. Dependerá de las estructuras previas de cada uno. Puede suceder que ante la misma situación se produzcan distintas respuestas:

- Que el alumno no perciba la situación como problema.
- Que el alumno resuelva mecánicamente la situación, sin producirse cambio conceptual
- Que el alumno resuelva la situación como un caso más dentro de los conocimientos que ya posee
- Que el alumno construya nuevos conceptos, operaciones y/o teorías que le permitan resolver la situación e integre estos nuevos aprendizajes a su estructura cognitiva.

Coincidiendo con Del Puerto, S. (2004) que dice: el cognitivismo sostiene que la mente del alumno no es una página en blanco, el alumno tiene el saber anterior, y estos conocimientos anteriores pueden ayudar al nuevo conocimiento, pero a veces son un obstáculo en la formación del mismo. El conocimiento nuevo no se agrega al antiguo, sino que lucha contra él y provoca una nueva estructuración del conocimiento total. Los errores cometidos por los alumnos en matemática son una manifestación de esas dificultades y obstáculos propios del aprendizaje y se acepta unánimemente que es necesaria la detección y análisis de los mismos y su utilización positiva en una suerte de realimentación del proceso educativo.

El estudio de errores en el aprendizaje ha sido una cuestión de permanente interés. En la actualidad el error es considerado como parte inseparable de proceso de aprendizaje. El docente de matemática trata de diagnosticar y ver las concepciones erróneas que traen los alumnos para luego presentar situaciones matemáticas que le permiten reajustar esas ideas erróneas

Citado por Engler, A "*Considerar el error no como una falta o una insuficiencia sino como una parte coherente de un proceso, ayuda al alumno a tomar conciencia de que puede aprender de sus errores y a nosotros mismos, los docentes, a aprender mucho de los errores de nuestros alumnos."(Roland Charnay)*

Venimos observando en nuestras clases que los alumnos tienen dificultad en el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales de primer orden y grado: variables separables, homogéneas, lineales y exactas. La dificultad no está en identificar la ecuación diferencial, sino que los errores se cometen en el proceso de resolución, donde pocos perciben la relación que la ED mantiene con temas como ecuaciones, funciones, derivadas o diferencial, desarrolladas en asignaturas anteriores. La asignatura Análisis Matemático II, de la carrera Licenciatura en Administración, que dicta la Facultad de Ciencias Económico y Jurídicas de la UNSL, corresponde a segundo año, primer cuatrimestre. Es una asignatura básica para la carrera, que utiliza como conocimientos previos todos los desarrollados en Análisis Matemático I y algunos temas de Álgebra, además proporciona fundamentos matemáticos elementales que son requisitos necesarios para otras asignaturas que cursaran posteriormente.

2 Análisis de la encuesta

Con el propósito de conocer los conceptos previos que los alumnos creen poseer para poder enfrentarse a la resolución de ecuaciones diferenciales (E.D) de primer orden y grado, se realizó una encuesta anónima a un total de 40 alumnos al finalizar el primer cuatrimestre.

El diseño utilizado fue de doce preguntas con cuatro opciones de respuestas cada una. La encuesta está dividida en dos partes, la primera contiene cinco preguntas referidas al aprendizaje y al material elaborado por la cátedra sobre el tema de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden. La segunda consta de siete preguntas sobre la resolución de las ecuaciones diferenciales. La encuesta tiene la finalidad de mejorar nuestra práctica y de adaptar el material elaborado para un mejor aprendizaje de los alumnos.

La encuesta fue la siguiente:

Para mejorar nuestra práctica docente, queremos solicitarte que respondas la presente encuesta:

Marca con una cruz la opción que mejor refleje tu opinión.

TA Totalmente de acuerdo DA De acuerdo ED En desacuerdo TD Total desacuerdo

Sobre la unidad 5: ecuaciones diferenciales	TA	DA	ED	TD
1. Tus conocimientos previos son suficientes para estudiar ec. diferenciales				
2. Sabes utilizar las propiedades de función exponencial y logarítmica				
3. Sabes resolver integrales indefinidas				
4. El grado de dificultad del práctico es coherente con la teoría				
5. La cantidad de actividades prácticas desarrolladas para aprender los conceptos son suficientes				

Evalúa de 1 a 4 el nivel de dificultad que se presenta en la resolución de ecuaciones diferenciales:

1 Nada difícil 2 Algo difícil 3 Difícil 4 Muy difícil

Dificultades en la resolución de ecuaciones diferenciales	1	2	3	4
1. Reconocer el tipo de las ecuaciones diferenciales de primer orden y grado, es				
2. Resolver ecuaciones diferenciales a variables separables, es				
3. Resolver ecuaciones diferenciales homogéneas, es				
4. Resolver ecuaciones diferenciales exactas, es				
5. Resolver ecuaciones diferenciales lineales, es				
6. Después de integrar, despejar(si es posible) la solución general, te resulta				
7. Encontrar la solución particular, es				

2.1 Analizando la primera parte:

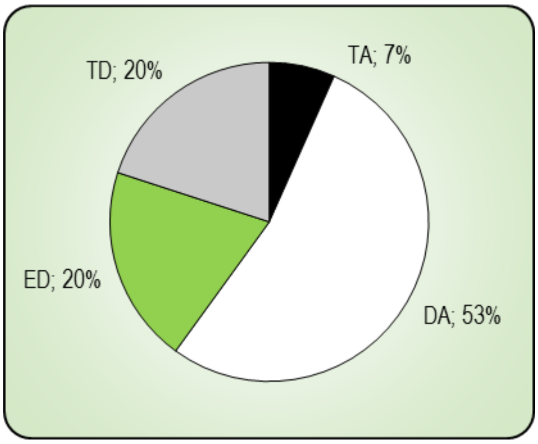


Figura 1. Conocimientos previos

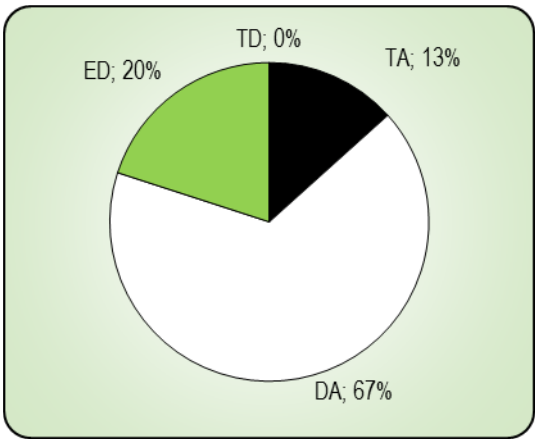


Figura 2. Utilizar las propiedades de función exponencial y logarítmica

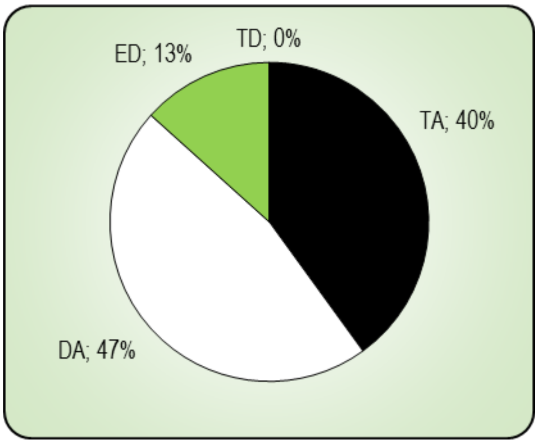


Figura 3. Resolver integrales indefinidas

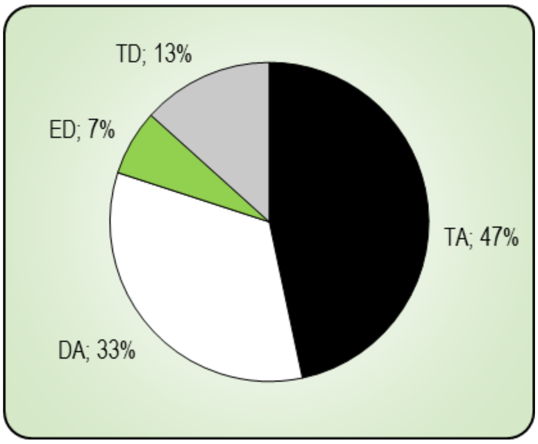


Figura 4. Coherencia entre teoría y práctico

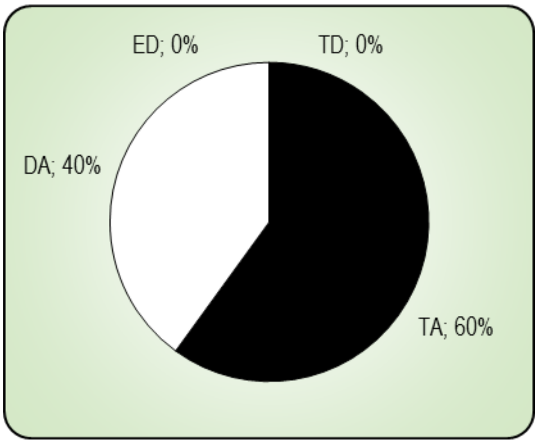


Figura 5. Opinión sobre las actividades practicas

La Figura 1, totalmente de acuerdo (TA) 7% y de acuerdo (DA) 53% suma un 60 %, la Figura 2, TA 13% y de DA 67% suma un 80 % y considerando la Figura 3, TA 40% y DA 47% suma un 87 % se observa en estas tres Figuras que los resultados de la suma de las opciones TA y DA oscilan entre el 60 % y el 87%. Esto no condice mucho con los resultados de los parciales, en los mismos se ve, que logran identificar la ecuación diferencial, pero cuando van a resolverla tienen problemas en aplicar estos conceptos previos, por ejemplo, cometen errores en pasajes de términos, cuando despejan no tienen en cuenta la prioridad de las operaciones. A veces no recuerdan como resolver las integrales indefinidas, puede ser a causa que Análisis Matemático I se dicta en el primer cuatrimestre de primer año y Análisis Matemático II en el primer cuatrimestre de segundo año.

En las dos últimas Figuras (4 y 5) de ésta primera parte, se observa que la suma de los resultados de TA y DA es 85 % y 100% respectivamente. Los alumnos muestran su conformidad con los materiales didacticos elaborados por la catedra (teoría y practica), con el grado de dificultad, cantidad de actividades y coherencia entre la teoria y la practica . Cabe aclarar que el desarrollo de las clases son teoricos - prácticas, se trata de avanzar cuando la mayoria de los alumnos interpreta los conceptos dados, se trabaja con el material elaborado por la catedra, complementandose con la plataforma virtual Moodle. Este material se ha actualizado y corregido en estos últimos años, con el objetivo de mejorar los procesos de aprendizaje de los alumnos.

2.2 Analizando la segunda parte:

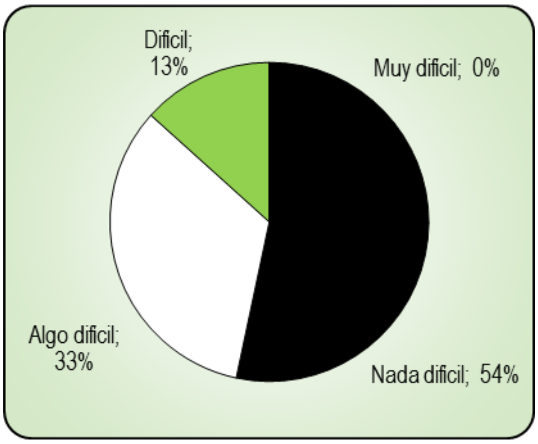


Figura 6. Reconocer el tipo de las ecuaciones diferenciales

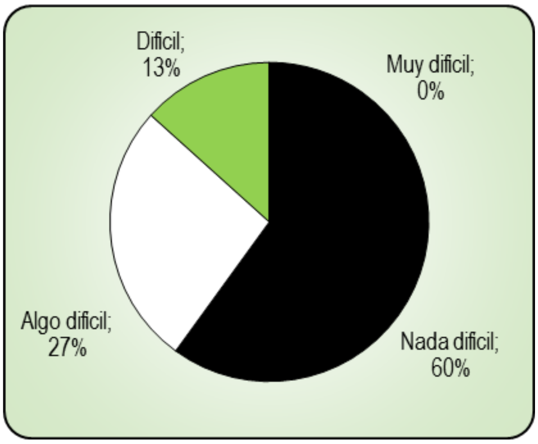


Figura 7. Resolver ecuaciones diferenciales a variables separables

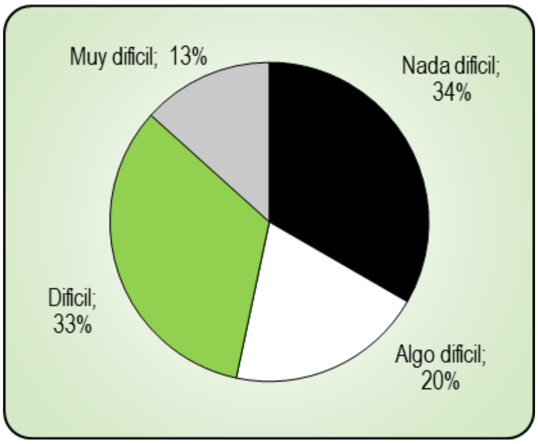


Figura 8. Resolver ecuaciones diferenciales homogéneas

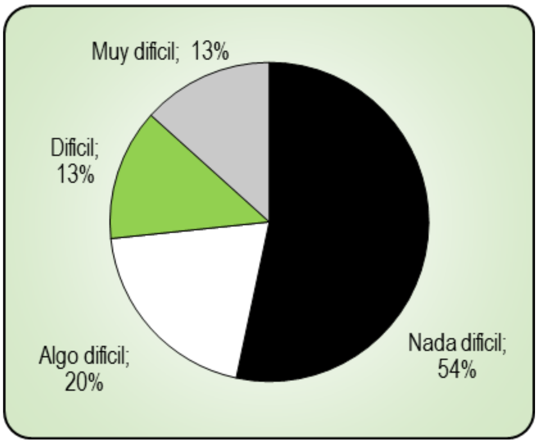


Figura 9. Resolver ecuaciones diferenciales exactas

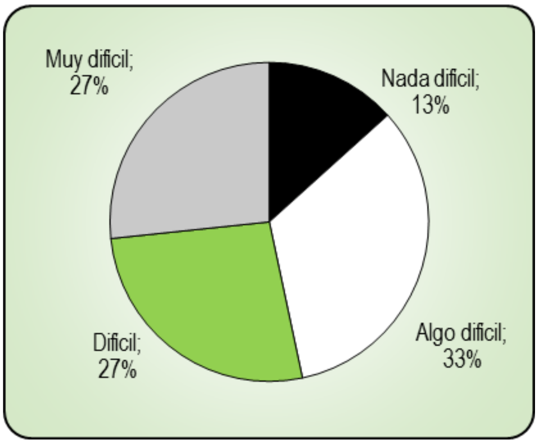


Figura 10. Resolver ecuaciones diferenciales lineales

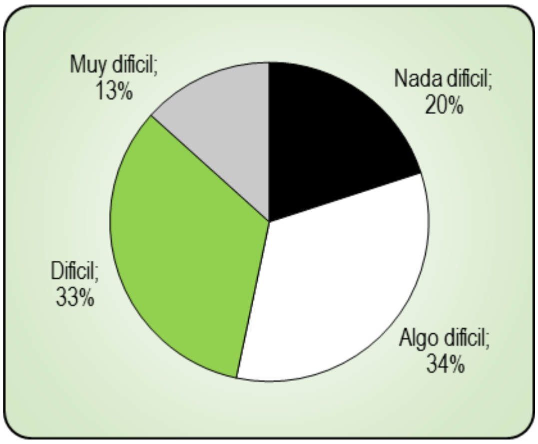


Figura 11. Despejar la función

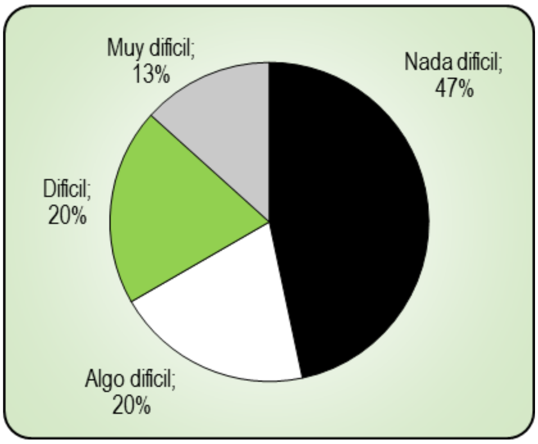


Figura 12. Encontrar la solución particular

Como vemos en la Figura 6, las opciones de nada difícil (ND) y algo difícil (AD), alcanzan el 54% y el 33% respectivamente. En los parciales vemos reflejado estos porcentajes, la mayoría de los alumnos distinguen el tipo de ecuación diferencial que tienen que resolver.

Según las respuestas de los alumnos desde la Figura 7 hasta Figura 10, les resulta más fácil resolver las ecuaciones diferenciales a variables separables (ND 60% y AD 27%), luego las exactas (ND 54% y AD 20%), las homogéneas (ND 34% y AD 20%) y por último las lineales (ND13% y AD 33%)

Lo que se observa en los parciales y en las clases prácticas, es que una vez identificada la ecuación a variables separables, no tienen problemas en resolverla. Un buen rendimiento se logra cuando resuelven las ecuaciones diferenciales exactas porque una vez expresada como M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0 comprueban la condición para que una ecuación diferencial sea exacta ($\partial M/\partial y = \partial N/\partial x$) y de ser así; aplicando integrales indefinidas encuentran la función cuya diferencial total corresponde a la ecuación diferencial dada. Después de identificar las ecuaciones homogéneas el error más frecuente que se observa es en pasajes de términos, cuando hacen la sustitución para transformar la ecuación a variables separables. En cambio en las ecuaciones diferenciales lineales, como deben utilizar la función exponencial para encontrar su solución, tienen dificultades en la aplicación de las propiedades de la función exponencial y logarítmica, también presentan dificultades en resolver las integrales indefinidas dado que al aplicar mal las propiedades, les queda integrales muy complejas de resolver, a pesar, que siempre elegimos integrales de resolución inmediata. En cuanto a la Figura 11 (ND 20% y AD 34%), la opinión de los alumnos no coincide con los resultados de las evaluaciones, en nuestro análisis vemos que resuelven las integrales necesarias para llegar a la solución de la ecuación diferencial, pero al tratar de despejar la solución general comenten errores en pasajes de términos, algunos de ellos no suelen darse cuenta que hay casos donde es imposible despejar la función solución y otros dan por finalizado el ejercicio cuando resuelven las integrales. En cuanto a la Figura 12 (ND 43% y AD 19%) el que resolvió bien la ecuación, encuentra bien la solución particular, es decir, el valor de la constante para las condiciones iniciales dadas, lo que indica que aplica correctamente propiedades y sobre todo los pasajes de términos.

3 Reflexiones

A partir del análisis de la encuesta, arribamos a las siguientes reflexiones:

- El docente debe conocer los conocimiento previos del alumno (en nuestro caso propiedades de la función exponencial y logaritmo, integrales indefinidas, pasajes de términos, etc.) se debe asegurar que el contenido a presentar pueda relacionarse con esas ideas previas, ya que conocer lo que sabe el alumno ayuda a la hora de planificar.

- Organizar los materiales en el aula de manera lógica y jerárquica, teniendo en cuenta, que no solo importa el contenido, sino la forma en que se presenta a los alumnos. Además el docente no solo debe contar con una sólida formación disciplinar, sino que debe ser capaz de diseñar e implementar propuestas pedagógicas utilizando las nuevas tecnologías para poder desarrollar los contenidos necesarios para que los alumnos comprendan los conceptos de la asignatura.

- Considerar la motivación como un factor fundamental para que el alumno se interese por aprender, ya que el hecho de que el alumno se sienta cómodo en clase, con una actitud favorable y una buena relación con el docente, hará que se motive para aprender.

- Como dice Duval, el éxito de la matemática depende de la riqueza de las representaciones mentales de los conceptos matemáticos y una representación mental es rica si refleja muchos aspectos relacionados con el concepto y si permite pasar de uno a otro con facilidad. Así por ejemplo, en el campo de estudio de las ecuaciones diferenciales y del análisis es importante que las concepciones de los estudiantes integren distintas representaciones como puede ser la gráfica, la numérica y la algebraica y que exista la máxima flexibilidad para relacionarlas y pasar de una a otra.

- Es conveniente diagnosticar y tratar seriamente los errores de los estudiantes discutiendo con ellos a nivel intuitivo acerca de las concepciones erróneas y presentarles luego situaciones matemáticas para seguir pensando en todo lo que les permite reajustar sus ideas.

- Evaluamos para que el alumno pueda ser capaz de reconocer y corregir sus errores, es decir para que pueda reconocer sus dificultades e identificar las diferencias entre sus puntos de vista y lo que debería haber aprendido.

- La evaluación nos debe servir para reflexionar, hacer un control de calidad sobre lo que hacemos, analizar, tomar decisiones. Una de ellas, en el caso del aprendizaje, sería calificar al alumno pero no la única y a veces ni la más importante.

Referencias

Del Puerto, S, Minnard, C. y Seminara S. *Análisis de los errores: Una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las matemáticas.* Consultado 15/ 06/ 2017.rieoei.org/deloslectores/1285Puerto.pdf

Duval, R. (1998). *Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento*. En: F. Hitt (Ed.), *Investigaciones en Matemática Educativa II,* (pp. 173-201). México: Departamento de Matemática Educativa. Cinvestav.

Engler, Adriana; Gregorini, María Inés, Müller, Daniela, Vrancken, Silvia y Hecklein, Marcela*. Los errores en el aprendizaje de matemática.* http://www.soarem.org.ar/Documentos/23%20Engler.pdf Consultado 12/07/ 2017

May G., Cosci C. Gatica, N., .(2007) *El concepto de integral definida en los libros de textos universitarios;* XXII Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de la Facultad de Ciencias Económicas y Afines. Mendoza.

Trillo Alonso, F. Sanjurjo, L. (2012) *Didáctica para profesores de a pie*. Rosario. Ed. HomoSapiens..

Sanjurjo, L. (2006). Aprendizaje significativo y enseñanza en los niveles medio y superior. Rosario. Ed. HomoSapiens. Capitulo 2.

Osorio, V. *Como hacer una encuesta? RRPPnet. Portal de Relaciones Públicas.*Consultado el 21/07/2017 http://www.rrppnet.com.ar/comohacerunaencuesta.htm.

Stone Wiski, M. (2006). *Enseñar para la Comprensión con nuevas tecnologías.* Buenos Aires.Editorial Paidós.

Volver al índice

Matemática en Contextos

Zanabria Claudia - Municoy María Cecilia - Rogiano Cristina - Roldán Gabriela
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional del Litoral
claudia.m.zanabria@gmail.com - cmunicoy@fce.unl.edu.ar - cris1927@gmail.com - g.roldan@live.com.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Contexto, Aprendizaje, Prácticas docentes

Resumen

El presente trabajo narra una experiencia de enseñanza de la matemática basada en contextos, en la que se aplican estrategias metodológicas que se enmarcan en el modelo de enseñanza y aprendizaje situado. Dicha experiencia se aplica en una asignatura optativa "*Matemática para la Toma de Decisiones en el Contexto de Ciencias Económicas*", destinado a los estudiantes que hayan aprobado Matemática Básica y Análisis Matemático, correspondiente a las carreras de grado de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Litoral. Los temas que se abordan son: Teoría de Juegos, Criptografía, Cadena de Markov, Espacios Vectoriales y Transformaciones Lineales Geométricas. Las clases se desarrollan en la sala de computación, lo que permite un constante uso de los softwares Geogebra, Derive, Graph y además el buscador Wolfram Alpha.
En la primera parte del trabajo se narra una experiencia de enseñanza de la matemática basada en contextos que se aplica en una asignatura optativa denominada "*Matemática para la Toma de Decisiones en el Contexto de Ciencias Económicas*" y, como consecuencia del impacto de dicha experiencia, la hemos implementado también en la asignatura "*Matemática Básica"*.
Dado los resultados positivos obtenidos en la asignatura optativa, la experiencia se replica en el cursado de la asignatura Matemática Básica de las carreras de grado.

1 Fundamentación

Son dos las razones fundamentales que generaron la aplicación de la metodología de aprendizaje situado. En una de ellas tenemos en cuenta que en la presente era del conocimiento, la información y tecnología, la matemática ocupa un lugar central a tal punto que cada vez son más las ramas científicas que emplean esta ciencia para expresar sus teorías y que, por este motivo, hoy en día la alfabetización matemática se ha convertido en una competencia exigida para la formación de los estudiantes de esta era. Otras de las razones que generaron la aplicación de la metodología de aprendizaje situado es la de provocar en los estudiantes el gusto por aprender matemática a través de propuestas de aprendizaje que despierten su interés y den cuenta de la utilidad y el valor de la matemática.
En este marco se considera que abordar los contenidos matemáticos a partir de la resolución de problemas en contextos propicia el desarrollo de estas competencias. Específicamente los problemas seleccionados son aquellos relacionados con la toma de decisiones como son la teoría de los juegos y las cadenas de Markov, que tienen impacto fundamentalmente en contextos económicos y otros con un impacto social como lo son los relacionados con la criptografía o las imágenes digitales.

La teoría de los juegos trata del estudio de los problemas de decisión y propone modelos matemáticos para su resolución.

Las cadenas de Markov proporcionan un sistema muy útil para crear e implementar un proceso de toma de decisiones que aprecie posibles escenarios, permitiendo predecir comportamientos futuros.

La Criptografía se encarga de diseñar métodos para mantener confidencial la información que es enviada por un medio inseguro. Por medio de un algoritmo de cifrado, con una clave, sólo el emisor y el receptor autorizado de un mensaje puedan saber el contenido del mismo, aplicando un proceso de método de descifrado; para realizar este proceso será necesario que el emisor y el receptor del mensaje conozcan una matriz inversible que permitirá codificar y decodificar el mismo. La masividad del uso de teléfonos inteligentes y cámaras de fotos digitales nos brinda la posibilidad de mostrar la aplicación del concepto de matriz y sus operaciones para el tratamiento de las imágenes y cómo una imagen digital para ser procesada debe transformase en una matriz.

2 Respecto a la asignatura optativa

En la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Litoral, para obtener el título de grado, el alumno debe aprobar asignaturas obligatorias y asignaturas optativas. Las asignaturas optativas son propuestas por las distintas cátedras y abordan distintas temáticas que se eligen según el interés del estudiante. En este marco, la cátedra de Matemática Básica propuso en el año 2015 como asignatura optativa a *Matemática para la Toma de Decisiones en el Contexto de Ciencias Económicas*".

La "Toma de decisiones" es una competencia exigida en la formación del profesional de ciencias económicas y además desencadena el desarrollo de otras competencias como la resolución de problemas y la producción de argumentos.

La resolución de estos problemas genera el abordaje de distintos contenidos matemáticos como se muestra en el siguiente cuadro:

Tabla 1. Diferentes contenidos matemáticos

Problema en contexto	**Contenidos matemáticos de la asignatura optativa**
Teoría de los juegos: Juegos de suma cero y suma no cero.Técnicas de resolución: dominancia, mejor respuesta y maximin y minimax. Modelo de Cournot. Cadenas de Markov. Programación Lineal. Criptografía.	Algebra Matricial, Sistemas de Ecuaciones Lineales. Funciones lineales. Funciones Continuas. Derivada. Espacios vectoriales. Concepto. Ejemplos. Subespacios. Combinación lineal. Independencia lineal. Bases y dimensión. Ejemplos. Sistemas homogéneos. Relación con los sistemas no homogéneos.

Aplicación de las transformaciones lineales a la elaboración de imágenes digitales.	Transformaciones lineales. Concepto. Núcleo e Imagen. Matriz de una transformación lineal. Ejemplos.Geometría de las transformaciones lineales.

3 Estrategia de Enseñanza

Las estrategias metodológicas se enmarcan en el modelo de enseñanza y aprendizaje situado (Díaz Barriga, 2003), que indican el carácter contextualizado del aprendizaje. Con esta metodología se enfatiza la importancia de la actividad y el contexto para el aprendizaje. En este caso el aprendizaje es *situado* en el contexto de las ciencias económicas desde la selección de los contenidos hasta las competencias que se pretenden desarrollar.
Díaz Barriga (2003) presenta algunas de prácticas de enseñanza centradas en el aprendizaje situado como:

- Aprendizaje centrado en la solución de problemas auténticos.
- Análisis de casos.
- Trabajo en equipos colaborativos.
- Actividades y simulaciones situadas.
- Aprendizaje mediado por las nuevas tecnologías de la información y comunicación.

Según el autor todas estas prácticas tienen en común:

- Enfocar la construcción del conocimiento en contextos reales.
- Enfocar el desarrollo de las capacidades reflexivas, críticas y el pensamiento de alto nivel.

Asimismo, estas estrategias metodológicas propician la construcción colaborativa del conocimiento, las comunidades de aprendizaje y la alfabetización tecnológica.

4 Estrategias de Evaluación y Promoción

La evaluación se lleva a cabo en sus dos roles: social y formativo. El rol social es el que relaciona la evaluación con la certificación y con la promoción. El rol formativo es el que acompaña, propone, orienta y ofrece la participación, la comprensión y el enriquecimiento, involucrando a todos los que participan en el proceso de enseñanza y aprendizaje con la finalidad de tomar decisiones oportunas.
El rol formativo se visualiza mediante la aplicación de "el portafolio de evidencias", pues constituye un instrumento que permite valorar el progreso de los alumnos durante el proceso de enseñanza y aprendizaje. Específicamente, dicho portafolio constituyeuna compilación de las producciones generadas por el estudiante que permite documentar tanto el proceso de aprendizaje como el proceso de evaluación. Asimismo posibilita recuperar las actividades que resultaron más significativas para la formación personal y profesional.
Además de documentar las producciones, el propósito del portafolio es reflexionar sobre las actividades realizadas durante el cursado, orientadas a desarrollar las competencias de pensamiento crítico, producción de

argumentos, comunicación escrita, uso de lenguaje y tecnologías y sobre el contenido que demuestre su nivel de competencia o comprensión, dentro de situaciones significativas y contextualizadas, así como las dificultades encontradas en el camino y, en particular, tratar de comprender este proceso de "re-aprendizaje".
El rol social que acredita la asignatura se llevó a cabo mediante un examen escrito y la presentación del portafolio que incluye la producción de todos los trabajos propuestos con sus reformulaciones y una reflexión final sobre toda la experiencia generada durante el cursado.

5 Algunos ejemplos de trabajos presentados por los alumnos abordan temas como:

- Aplicaciones de cadenas de Markov a preferencias de telefonías móviles.
- Interpretación de "la crisis de Grecia" a través de la Teoría de los juegos.
- Uso de la cadena de Markov por un equipo médico para analizar el cáncer de pulmón.

6 En cuanto a sus reflexiones respecto a la experiencia de aprendizaje en contextos, los alumnos destacan:

-"Entender para qué necesitamos matemática o en dónde aplicarla"
- "Importancia de los problemas de decisión para aplicar a situaciones de trabajo, negocios o vida cotidiana".
- "Relevancia del uso de software dinámicos para la enseñanza y aprendizaje de la matemática"
-"Aplicar la matemática a la vida cotidiana".
-"Posibilidad de compartir material digital"

7 Impacto de la experiencia

Encuestas realizadas a los alumnos que han cursado la asignatura optativa sumada a la información registrada por los docentes en cada una de las clases, dan cuenta que las propuestas de educación matemática contextualizada impregnan de sentido y significado el contenido, promueven el desarrollo de competencias exigidas por la sociedad actual y fundamentalmente despiertan el gusto por hacer matemática.
Como producto de estos resultados positivos en la asignatura optativa, las estrategias metodológicas aplicadas, se replican en la asignatura Matemática Básica, obligatoria del primer año de las tres carreas de grado de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Litoral.
Dado que la primera gran diferencia entre la asignatura optativa y la obligatoria es la cantidad de alumnos que las cursan, 20 alumnos aproximadamente en la materia optativa y 700, aproximadamente, en la materia obligatoria, dichas estrategias se aplican con una estructura de cursado diferente. En la optativa el cursado consiste en asistir a un encuentro semanal de 3 tres horas mientras que en Matemática Básica se ofrecen

diversos espacios de aprendizajes a modo de cubrir la heterogeneidad de alumnos. La característica común a todos los espacios es la propuesta de actividades que favorecen la toma de decisiones, la resolución de problemas y la producción de argumentos, competencias exigidas en los perfiles profesionales de las tres carreras de grado de la FCE de la UNL.

En este sentido Cursar Matemática Básica significa asistir a los siguientes espacios de aprendizaje, presenciales y virtuales:

7.1 Aulas presenciales

- **Seminarios:** En estos espacios se abordan los contenidos teóricos y prácticos fundamentales del programa de estudio. Los seminarios se caracterizan por la participación del docente respecto a: la exposición de conceptos y ejemplos, el planteo de interrogantes y actividades dirigida a los estudiantes, la orientación en los procesos de razonamiento para abordar las actividades propuestas y las orientaciones y recomendaciones sobre la bibliografía en general y también respecto a los diferentes materiales de estudio específicos a la asignatura.

  Al momento de realizar la inscripción a la materia, los alumnos elegirán un horario de seminario que consistirá en dos clases de 2 hs cada una por semana.

- **Talleres**: Son espacios destinados a propiciar la “competencia” de argumentación y resolución de problemas para la toma de decisiones.

  Respecto a la argumentación se ofrecen, en una primera instancia, actividades destinadas a favorecer la comprensión de los conceptos abordados en los seminarios y a fomentar el uso del lenguaje matemático para que en una segunda instancia puedan producir argumentos.

  Respecto a la resolución de problemas, si bien se tratarán problemas de distintos contextos, específicamente se focalizará en aquellos que impliquen:

  - la elaboración y análisis de modelos económicos,
  - la toma de decisiones a partir de problemas relacionados con la teoría de los juegos y las cadenas de Markov.
  - la elaboración de códigos mediante criptografía.

  Al momento de realizar la inscripción a la materia, los alumnos elegirán un horario de taller que consistirá en una clase de 2 hs por semana.

  Tanto en el taller como en el seminario se trabajará con soportes tecnológicos como software matemático, páginas web, aplicaciones de celulares y todo tipo de presentaciones destinadas a favorecer la comprensión de los contenidos de la asignatura.

- **Jornadas:** Son encuentros que se desarrollan durante el cursado, cada 15 días aproximadamente, y en los que se realizan actividades programadas y específicas como: trabajo en el aula virtual, resolución de ejercicios por eje temático y simulación de exámenes.

- **Consultas:** En estos espacios se ofrece la oportunidad de realizar consultas específicas sobre conceptos o actividades propuestas tanto en los seminarios como en los talleres. Se disponen de dos horarios fijos por cuatrimestre a los que pueden asistir los estudiantes según su necesidad.

7.2 Aulas virtuales

Sonaulas en las que el alumno puede participar sin límite de días y horarios, en el momento en el que considere conveniente y en la que se aprende interactuando con otros compañeros y con los docentes. Este espacio contiene todo el material didáctico que se necesita para el abordaje de los contenidos. En este sentido, es importante aclarar que la cátedra cuenta con una colección textos de producción propia que aborda el contenido matemático en forma alineada a la metodología de aprendizaje situado descripto en los párrafos anteriores.

8 Conclusión

Todo lo mencionado representa un recorrido que continúa en progreso mediante procesos de retroalimentación que dan cuenta de lo que se puede seguir mejorando, pero que hoy en día dan cuenta de un gran avance en lo que respecta a la educación matemática.

Referencias

Alvarez Méndez, J. (2008). Evaluar para conocer, examinar para excluir, Ed. Morata, 2da Ed. Madrid, España.

Camilloni, A., Celman, S., Litwin, E. (1998). La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo. Ed. Piadós. Bs. As., Barcelona.

Díaz Barriga, F. y Hernández, G. (2002). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista (2ª. ed.). México: McGraw Hill.

Gimeno Sacristán, J., Pérez Gómez, A. (2002). Comprender y transformar la enseñanza. (Undécima Edición) Madrid: Ed. Morata.

Pérez Gómez, A. (2009). La Evaluación como Aprendizaje. Ediciones AKAL. España.

Perkins, D. y Tishman, S. (1998) Un aula para pensar. Aprender y enseñar en una cultura de pensamiento. Ed. Aiqué. Bs. As., Argentina.

Rosales Flores, C. (2000). Evaluar es reflexionar sobre la enseñanza. Narcea, S.A. de Ediciones Madrid. Madrid, España.

Crawford, M. L., (2004). Enseñanza Contextual, Investigación, Fundamentos y Técnicas para Mejorar la Motivación y el Logro de los Estudiantes en Matemática y Ciencias. Ed. CORD, Waco, Texas. Consultado el 2 de octubre de 2009 en: www.cord.org.

Díaz Barriga, F. (2003). Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 5 (2). Consultado el 20 de marzo de 2017 en: http://redie.ens.uabc.mx/vol5no2/contenido-arceo.html

Ocerin, L.; Rosales, E; Sains, T. (2008). Cuadernos de educación de Cantabria. Las competencias básicas en el área de matemática. Consultado el 11 de agosto de 2016 en: http://comclave.educarex.es/pluginfile.php/580/mod_resource/content/2/Cuaderno5-Las%20CCBB%20en%20el%20%C3%A1rea%20de%20Matem%C3%A1ticas.pdf

Volver al índice

Metodologías Activas Para la Enseñanza de la Matemática

Alaniz Belquis - Cámara Viviana
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional del Litoral
balaniz@fce.unl.edu.ar - vcamara@fce.unl.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Metodologías activas, Modelación, Estudio de casos.

Resumen

El presente trabajo propone una reflexión acerca de las metodologías activas de enseñanza y aprendizaje de la matemática atendiendo a la realidad de las aulas universitarias e incluyendo las características de los alumnos, la de los docentes y la influencia de los medios tecnológicos. Se pretende con él ofrecer algunos criterios técnicos- pedagógicos que aporten orientaciones a los profesores que se involucren en una renovación metodológica necesaria para los cambios que proponen la universidad y la sociedad.
La propuesta se basa en los resultados de proyectos de investigación y proyectos de extensión desarrollados por equipos de investigación constituidos y fortalecidos a lo largo de diez años de trabajo en Educación Matemática y como integrantes del Departamento de Matemática de la Facultad de Ciencias Económicas (FCE) de la Universidad Nacional del Litoral (UNL).
Se presentan por un lado las características de la modelación matemática y las etapas que conducen a la construcción de un modelo que acompaña el aprendizaje de los contenidos programados. En segundo lugar, se ofrece de manera sintética la descripción del estudio de casos, metodología compleja que reviste la forma de narrativas. Ambas metodologías se basan en problemas de la vida real de naturaleza interdisciplinaria y propician el aprendizaje autónomo.
Finalmente, se relata la experiencia de la aplicación de ambas metodologías en estudiantes de primer año y cuarto año de las carreras de grado de la FCE.

1 Introducción

En el ámbito de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Litoral se ha venido desarrollando, desde el año 2006, diferentes investigaciones en el área de Matemática, con el propósito de enseñar y aprender *matemática con sentido*, *matemática en contexto*, asumiendo a la matemática como una disciplina creada por el hombre, en continua evolución en adhesión al paradigma sociocultural. Se abordaron diferentes proyectos que fueron aprobados por la Secretaría de Ciencia y Técnica de la UNL, a saber, en el año 2006, se trabajó el proyecto "Educación matemática basada en competencias profesionales: diseño curricular" bajo la dirección de la Dra. Marcipar Katz; en el año 2009, el proyecto: "La evaluación de los aprendizajes en el debate de la evaluación de los aprendizajes universitarios" dirigido por Mg Viviana Cámara. A raíz de estas investigaciones se ha avanzado en el estudio de diferentes metodologías de enseñanza y de aprendizaje de esta ciencia, redactando propuestas bajo *modelación matemática* y se ha abordado el estudio de diferentes metodologías de evaluación de los aprendizajes en el marco de las competencias profesionales, concentrándonos en *evaluación auténtica*. En el año 2012 se diseñó y aprobó un nuevo proyecto titulado: *"La redacción de casos como recurso didáctico, potenciado por las Tic, para la enseñanza de la matemática*", cuya dirección está a cargo de Mg. Viviana Cámara, el cual tuvo por objetivo el "desarrollo de propuestas educativas con la redacción de casos como metodología didáctica potenciada por la tecnología, para contribuir a mejorar la calidad de enseñanza y aprendizaje de la Matemática en los últimos años del nivel medio y primeros años del nivel superior".

En las últimas décadas se han desarrollado investigaciones que rectifican la manera en que los estudiantes aprenden. Hay dos importantes teorías sobre la enseñanza y el aprendizaje que se centran en la actividad del estudiante, la *fenomenografía* y el *constructivismo* (Biggs, 2010). El aspecto común entre estas teorías consiste en que "el significado no se impone ni se transmite mediante la enseñanza directa, sino que se crea mediante las actividades de aprendizaje de los estudiantes; es decir, sus enfoques de aprendizaje" (Biggs, 2010:31). En relación a los enfoques de aprendizaje se ha diferenciado la actitud entre los estudiantes que asumen un enfoque *profundo* en su aprendizaje cuando se evidencian niveles de pensamiento más complejos (Perkins, 1999, Camillioni, 2009; Biggs, 2010) y otros que adoptan un enfoque *superficial* cuando solo buscan memorización y aplicación de procedimientos de rutina que llevan a apropiarse de la información de manera restringida (Camillioni y otros ,2009).

El enfoque profundo se deriva de la necesidad sentida de abordar la tarea de forma adecuada y significativa, de manera que el estudiante trate de utilizar las actividades cognitivas más apropiadas para desarrollarla. Los términos profundo y superficial se utilizan para describir formas de aprender una determinada tarea y no características de los alumnos.

El nuevo modelo educativo hacia el que nos dirigimos exige el desarrollo de un perfil profesional, de unos roles y actividades diferentes a las tradicionales en los estudiantes y los profesores.

Se espera un estudiante con un perfil caracterizado por los siguientes elementos: aprendiz activo, autónomo, estratégico, reflexivo, cooperativo, responsable, etc. En el profesor, se espera que planifique la enseñanza de modo que facilite el aprendizaje del estudiante en función del perfil esperado.

Lo cual, implica un cambio sustancial en los métodos de enseñanza y aprendizaje que, en esta nueva situación, pasan de ser generalmente centrados en el profesor a tener que centrarse en el estudiante. Así, se buscarán situaciones de aprendizaje contextualizadas, complejas y lo más reales posibles.

Tales metodologías, las que se denominan abiertas, "se pueden definir como el conjunto de oportunidades y condiciones que se ofrecen a los estudiantes, organizados de manera sistemática e intencional que, aunque no promueven directamente el aprendizaje, existe alta probabilidad de que esto ocurra" (Fernandez March, A. 2006:41). Se caracterizan porque son más formativas que informativas, generan aprendizaje más profundo, significativos y duraderos y facilitan la transferencia a contextos más heterogéneos.

Desde la perspectiva de estas teorías algunas de las modalidades que responden a ellas y provocan en los alumnos el interés por indagar y construir por sí mismos aprendizajes significativos son la modelación matemática y el estudio de casos.

2 Modelación matemática

Sabemos que la Matemática no sólo contribuye extraordinariamente para el ejercicio intelectual sino que también es el lenguaje de la ciencia; así la Modelización Matemática viene a constituir el nexo entre la matemática y los fenómenos económicos, biológicos, físicos, etc. enfatizando su sentido de "herramienta de matematización de algo extramatemático" (Biembengutt, M. y Hein, N. 2000:24).

Al término modelización se lo comprende como el conjunto de procedimientos o etapas que realiza un profesional (matemático, físico, químico, sociólogo, economista, psicólogo, etc.) para obtener una representación matemática lo más fiel posible del fenómeno a estudiar, es decir, un modelo.

Los modelos matemáticos fueron adquiriendo importancia a medida que se comenzó a percibir que tanto las suposiciones como las apreciaciones resultantes en él pueden ser similares al comportamiento del fenómeno estudiado. Más aún, los modelos permiten la toma de decisiones sobre modificaciones y adaptaciones del fenómeno en cuestión.

Construir un modelo para una situación real significa expresar en lenguaje matemático sus diferentes rasgos y propiedades más importantes con el fin de anticipar, prever o simular soluciones a los problemas particulares que ella plantea.

En matemática, "un modelo es un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que traducen, de alguna forma, un fenómeno en cuestión" (Biembengut, M.S. y Hein, N. 2000:25).

Por ello, el diseño de modelos conlleva necesariamente, como etapa previa, a una mejor comprensión cualitativa de fenómenos de distintas disciplinas para consecuentemente obtener, una formulación cuantitativa de ellos y lograr una predicción de su comportamiento sobre la base de pocos parámetros.

Los matemáticos sabemos obtener modelos ya que en éstos subyacen contenidos matemáticos como instrumentos. En cambio, cuando deseamos enseñar determinados contenidos matemáticos enmarcados en un proceso de obtención de modelos, donde los modelos son tratados como instrumentos, hablamos de Modelación (Biembengutt, M.S. y Hein, N 2000:25).

Enseñar y aprender a generar un modelo implica estar atento a una serie de condicionantes curriculares, pedagógicos y didácticos que permitan organizar la enseñanza de contenidos disciplinares de modo que los modelos se constituyan en una estrategia para enseñar y aprender los contenidos matemáticos.

2.1 Planificación y organización de la metodología

El trabajo pedagógico en la aplicación de esta estrategia implica atender necesariamente, desde la perspectiva docente, las siguientes cuestiones: nivel educativo, contenidos disciplinares a abordar, identificación del tema dentro de un fenómeno seleccionado, etc.

El desarrollo se organiza a través de cuatro fases:

Fase 1: Sensibilización

Consiste en la elección del fenómeno a estudiar, el cual se sugiere que resulte de una negociación entre alumnos y alumnos –profesor. La temática que se aborda debe ser de interés regional (o nacional) además de estar en relación con el título a obtener del estudiante.

Fase 2: Formulación del problema

A partir de la información y datos recolectados se incentiva y alienta a los alumnos a enunciar una cuestión o problema principal en las circunstancias que han averiguado.

Estas preguntas serán pertinentes siempre y cuando permitan desarrollar el contenido programático de la disciplina.

Fase 3: Aproximación

Esta fase se plantea teniendo en cuenta que un modelo matemático siempre es factible de ser mejorado y se desarrolla mediante sub-fases, las cuales responden principalmente con aproximaciones al modelo matemático en estudio: Desarrollo del contenido programático, Presentación de ejemplos análogos, Formulación del modelo matemático, Interpretación de la solución y validación del modelo,

Fase 4: Meta-análisis.

Es en esta última fase donde se analizan y examinan las ideas, proposiciones o procedimientos con una visión global, llevados a cabo para establecer una respuesta al problema en estudio a la luz de los aprendizajes logrados.

En primer lugar, permite a los estudiantes mirar retrospectivamente el trabajo realizado en el aula. En segundo lugar, permite instalar un espacio para que los estudiantes reflexionen y revisen su propio proceso cognitivo (¿por qué estudiamos este tema? ¿los contenidos matemáticos abordados, tal como se desarrollaron, permitieron responder las cuestiones formuladas acerca del fenómeno en estudio?,¿las estrategias utilizadas fueron adecuadas?, la tecnología utilizada fue adecuada, etc.), cuestiones éstas que tienen que ver con el desarrollo del metaconocimiento.

Esta instancia en la modelación es percibida como el momento en que “se conforman ideas y significados, no conductas o técnicas” (Bishop, A. 1999:30).

3 Estudio de casos

El estudio de casos se introdujo en la Universidad de Harvard en el siglo XIX y su utilización se ha ido expandiendo a lo largo de los años y consolidando como una estrategia de enseñanza participativa apropiada para determinados objetivos docentes en diversos campos disciplinares. Se enmarca en un modelo educativo innovador centrado en el aprendizaje del estudiante.

Diferentes investigadores se expresan acerca de esta metodología, Wassermann S. (1994) define este método como “instrumentos educativos complejos que aparecen en forma de narrativas…. Son por naturaleza interdisciplinarios”. Se caracterizan porque parten de la definición de un caso concreto de modo que el alumno sea capaz de comprender, de conocer y de analizar todo el contexto, favoreciendo la integración de contenidos en un todo.

Por su parte, Wilkerson, L. y Boehrer, J. (1992) expresan que "El Método de casos es una técnica de aprendizaje activa, centrada en la investigación del estudiante sobre un problema real y específico que ayuda al alumno a adquirir la base para un estudio inductivo". A su vez Asopa, B. y Beye, G. (2001) agregan que se trata de "un método de aprendizaje basado en la participación activa, cooperativa y en el diálogo democrático de los estudiantes sobre una situación real".

En forma más general, Cazau, P. (2000) lo define como un método de trabajo que puede ser utilizado para la producción de conocimiento (investigación), para su aplicación ante situaciones concretas (prácticas profesional) y para la difusión del conocimiento generado (enseñanza). A esta última modalidad también se la denomina, casos para la enseñanza. Desde esta última perspectiva, la metodología permite generar bancos de casos, a partir de situaciones reales, que pueden ser utilizadas por el docente para abordar diferentes temáticas de su curso.

Un buen caso para la enseñanza se convierte en "el vehículo por medio del cual se lleva al aula un trozo de la realidad a fin de que los alumnos y el profesor lo examinen minuciosamente" (Wassermann, S. 1999:20).

De las definiciones anteriores se destacan dos características importantes: el análisis crítico de información y la toma de decisiones. La primera característica es fundamental ya que en la actualidad se dispone de mucha información, y es necesario entonces adquirir la capacidad de distinguir lo importante de lo que no lo es. La segunda, toma de decisiones, consistente en básicamente elegir una opción entre las disponibles, a los efectos de resolver un problema actual o potencial (aun cuando no se evidencie un conflicto latente) es de alto impacto en la formación de jóvenes de las Ciencias Económicas. Colateralmente, se promueve el pensamiento estratégico la curiosidad y el interés del estudiante en su propio aprendizaje (Sánchez Moreno, 2008:24).

En la práctica, este método consiste precisamente en proporcionar una serie de casos que representen situaciones problemáticas diversas de la vida real para que se estudien y analicen. Hay diferentes modalidades para su aplicación, se puede trabajar con casos ya resueltos y analizar el proceso ya seguido por agentes expertos o también se puede diseñar casos destinados al entrenamiento en la resolución de problemas específicos. Estos últimos pueden requerir la aplicación de conocimientos previamente adquiridos por los estudiantes, o bien pueden servir de plataforma para generar aprendizaje de manera más inductiva. En ambas modalidades se exige a los estudiantes la toma de decisiones sobre la base de información que deben analizar críticamente.

Además, como permite trabajar desde un enfoque profesional los problemas de un dominio determinado resulta útil para crear contextos de aprendizaje que faciliten la construcción social del conocimiento y favorezcan la verbalización, explicitación, el contraste y la reelaboración de las ideas y de los conocimientos.

Es decir, que se trasciende el sentido de la mera aplicación de un concepto, en este caso, matemático a otras ciencias. Se afirma que los métodos de enseñanza con participación del alumno, donde la responsabilidad del aprendizaje depende directamente de su actividad, implicación y compromiso son más formativos que los que son meramente informativos dado que se basan en el principio "formar no es transmitir información" (Fernández March, 2006:42).

3.1 Tipos de casos

Como ya se ha mencionado, existen variados tipos de casos, algunos tienen que ver con cuestiones ideológicas, problemas de sociología o de relaciones humanas. Nosotros tomamos los que ofrecen la posibilidad de desarrollar temas del currículum del área de matemática.

Caso de solución razonada

Lo que se pretende es entrenar al grupo para encontrar soluciones razonables. Aquí no existe información complementaria: el grupo ha de contentarse con los datos del caso y concentrar su esfuerzo en conciliar las soluciones diversas para encontrar la solución más razonable. En este modelo, la figura del profesor es importante como: Conciliador o integrador de soluciones diversas, cuestionador crítico de soluciones falsas o simplistas, animador de la prudencia inventiva en la búsqueda de nuevos caminos.

Dentro de este tipo se pueden considerar diversos subtipos establecidos en función de la finalidad didáctica específica que se pretenda en cada situación y, consecuentemente, de las capacidades que se ejerciten. Ellos son:

A. Casos centrados en el estudio de descripciones: en estos casos se propone como objetivo específico que los participantes se ejerciten en el análisis, identificación y descripción de los puntos clave constitutivos de una situación dada y tengan la posibilidad de debatir y reflexionar junto a otros, las distintas perspectivas desde las que puede ser abordado un determinado hecho o situación. Finalmente, pretenden la reflexión y el estudio sobre los principales temas teórico-prácticos que se derivan de la situación estudiada. No se pretende, pues, llegar al estudio y al planteamiento de soluciones, se centran en aspectos meramente descriptivos. Este tipo de casos, tiene entidad propia en cuanto al análisis descriptivo.

B. Casos de resolución de problemas: el objetivo específico de este tipo de casos se centra en la toma de decisiones que requiere la solución de problemas planteados en la situación que se somete a revisión.Las situaciones problemáticas han de ser identificadas previamente, seleccionadas y jerarquizadas en razón de su importancia o de su urgencia en el contexto en el que tienen lugar. Dentro de este tipo de casos, se pueden considerar, en función de la finalidad específica pretendida, dos subgrupos:

B.1 Casos centrados en el análisis crítico de toma de decisiones: esta propuesta metodológica pretende específicamente que los participantes emitan un juicio crítico sobre las decisiones tomadas por otro individuo o grupo para la solución de determinados problemas. En este supuesto, la narración debe presentar de manera minuciosa el proceso seguido en la situación descrita explicitando la secuencia de actividades y estrategias empleadas en la solución del problema que se intenta analizar.

El proceso operativo a seguir se estructura básicamente en torno a tres fases:

1. En la primera, cada uno de los participantes estudia individualmente la toma de decisiones descrita en la narración presentada, toman notas y emiten su opinión sobre el proceso seguido atendiendo a las consecuencias que, desde su punto de vista, implica la decisión tomada al respecto.
2. La segunda fase del trabajo en equipo tiene como finalidad que los miembros del grupo participen en una sesión en la que tengan la posibilidad de expresar sus aportaciones críticas respecto al proceso presentado, de analizar en común todos los elementos y pasos del proceso de toma de decisiones.
3. En la fase final se contrastan y debaten las aportaciones de los distintos equipos y personas y se lleva a cabo la propuesta de los temas teóricos que se derivan del análisis de los procesos considerados. A partir de la identificación de los núcleos temáticos se abre un proceso de documentación y estudio de los temas seleccionados.

B.2 Casos centrados en generar propuestas de toma de decisiones: este grupo de casos pretende el entrenamiento de los participantes en el estudio de situaciones que requieren la resolución de problemas, de manera que se impliquen en el proceso de toma de decisiones que, desde la opinión de los individuos y/o grupo, sea el más adecuado en la situación estudiada. Este tipo de casos suele ser la estrategia más utilizada didácticamente, ya que, como fase previa, incluye el estudio descriptivo de la situación en donde se define el problema al que se intenta dar solución.

4 Experiencias de clase

A continuación se describe sintéticamente situaciones reales modeladas por los estudiantes y la narración de dos casos que fueron aplicados a un grupo de estudiantes ad hoc.

4.1 Modelación matemática

Se propuso esta metodología en un Seminario Optativo, constó de 10 clases, se desarrolló en el laboratorio de informática y la evaluación consistió en la presentación escrita de un informe en el cual modelizaban un fenómeno elegido por ellos. También se les pedía la defensa oral del tema.

Las temáticas elegidas por los estudiantes fueron, entre otras:

- Análisis del crecimiento del Novillo Holando Argentino tipo exportación. En este trabajo los estudiantes plantearon como objetivo el siguiente: Analizar la importancia de un correcto crecimiento para lograr su exportación, según pautas internacionales.
- Crecimiento de la población argentina en el período1950-2000. El objetivo planteado fue: Determinar si el crecimiento de la población argentina sigue la tendencia de crecimiento demográfico que se presenta actualmente en otros países del mundo.

- Necesidades energéticas del hombre. Comparativo hombre-mujer.
- Crecimiento del Río Salado en la ciudad de Santa Fe, en abril de 2003. Cuyo objetivo fue: Hallar el día en que deberían haberse comenzado a evacuar las zonas que resultaron afectadas y aquellas que estaban comprometidas, o que se podrían haber llegado a inundar, en este último caso sólo por precaución.

Estas temáticas permitieron desarrollar los siguientes contenidos: función lineal, cuadrática, sistemas de ecuaciones lineales, función exponencial, función logística y ecuaciones diferenciales.

La fase que mayor dificultad les generó fue la fase 2, de planteamiento del problema. El uso de la tecnología les ayudó a obtener aproximaciones matemáticas de la situación estudiada comenzando con la función lineal, pasando por función exponencial, logística hasta obtener la ecuación diferencial que en la mayoría de los casos modelaba los fenómenos estudiados.

4.2 Casos desarrollados

Encontrar una temática que responda a las características de la metodología nos resultó altamente compleja. El logro de una integración de contenidos interdisciplinares conlleva "charlas" docentes de mucho tiempo, y el ingrediente adicional es la "atención permanente" que se debe dar en la búsqueda de una temática adecuada, apelando a la creatividad docente.

Caso Zapaterías Priamo. Este caso está dirigido a estudiantes que cursan Matemática Financiera. Asignatura ubicada en el cuarto año del Plan de estudios de la carrera de Contador Público Nacional y de la Licenciatura en Administración de Empresas. Los contenidos de Matemática Financiera son plausibles de ser protagonizados por cualquier ciudadano, dado que su presencia es permanente en la vida cotidiana. En el caso se desarrollan conceptos como la inversión, los intereses, los préstamos, las empresas familiares, el efecto de los gastos en los préstamos, los flujos de capitales, evaluación de proyectos de inversión.

Es totalmente ficticio y se enmarca entre los casos del tipo "resolución de problemas y toma de decisiones". Los objetivos principales del caso fueron, que los estudiantes puedan aplicar los contenidos teóricos desarrollados demostrando ser profesionales capaces de encontrar soluciones expertas, preparados para dar fundamentaciones profesionales y crear contextos de aprendizajes propicios para la construcción social del conocimiento.

Caso Golden Retriever: un tesoro dorado. Este caso está dirigido a estudiantes que cursan Análisis Matemático, asignatura ubicada en el primer año del Plan de estudios de las carreras de Ciencias Económicas. Se clasifica como un caso centrado en el estudio de descripciones.

La idea surge a partir de las ONG que se dedican a la crianza de perros para terapia de personas, en especial, los de raza Golden Retriever. Se logró articular e integrar, las asignaturas Administración General y Análisis

Matemático. Este caso se basa en dos ejes principales, el primero refiere al análisis de las ONGs, su composición y normativa mientras que el segundo, analiza el comportamiento del crecimiento de los perros de esta raza, en peso y altura, basando dicho análisis en argumentos matemáticos.

5 Conclusiones

La idea de la importancia del quehacer docente en los primeros años de los estudios universitarios fue subyacente en todos nuestros proyectos. Sus impactos se pueden valorar en cuanto a la formación docente en las metodologías descritas, en el diseño de estrategias de evaluación distintas a las tradicionales y en la integración interdisciplinar. Por otro lado, su puesta en práctica en los grupos de estudiantes dio cuenta de la factibilidad de su aplicación para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática tanto en estudiantes de primer año como en estudiantes avanzados de las carreras de la FCE.
Finalmente, queremos destacar que estas experiencias registradas a lo largo de los años resultaron de mucha laboriosidad en los siguientes aspectos: búsqueda del tema, atención de los alumnos, redacción del caso, formulación de preguntas, diseño de la evaluación y la adaptación a la nueva figura que debe asumir el docente para aplicar estas metodologías. Sin embargo, dados los escenarios actuales, apostamos a estos métodos como útiles para la producción de conocimiento, para su aplicación a situaciones cotidianas, para la enseñanza en pro de un aprendizaje duradero.

Referencias

Asopa, B. y Beye, G. (2001). Appendix 2: The case method. Consultado el 10 de Noviembre 2013 en http://www.fao.org/docrep/W7500E/w7500e0b.htm

Biembengut M.S., Hein, N. (2000): Modelagem Matemática No Ensino. Sao Paulo. Editora Contexto.

Biggs J. (2010). *Calidad del aprendizaje universitario*. Madrid. Ed. Narcea

Bishop, A.J. (1999). Enculturación Matemática. La Educación Matemática desde una perspectiva cultural. Barcelona. Paidós.

Camillioni, A. y otros (2009).*Los formatos de evaluación de los aprendizajes y sus relaciones con las modalidades de estudio de los alumnos universitarios.Perspectivas de investigación y marcos de análisis.* Retirado 8 de nov 2013 en www.ungs.edu.ar/cienciaydiscurso/.../Camilloni-Basabe-Feeney-2009.pdf

Cazau, P. (2000). La casuística en la enseñanza de nivel superior. Citado en Vazquez, M. I. (2007). La gestión educativa en acción. La metodología de casos. Buenos Aires. Gráfica Don Bosco.

Fernandez March, A. (2006). Metodologías activas para la formación de competencias. Educatio siglo XXI, 24, pp. 35 – 56. Consultado 12 Diciembre de 2013 en:

http://revistas.um.es/index.php/educatio/article/viewFile/152/135

Perkins, D. (1999). *La escuela inteligente*. Buenos Aires. Gedisa

Sanchez Moreno, M. (2008). Cómo enseñar en las aulas universitarias a través del estudio de casos. Consultado 26 de abril de 2012 en:

http://www.unizar.es/ice/index.php/metodologias-y-evaluacion/27-como-ensenar-en-las-aulas-universitarias-a-traves-del-estudio-de-casos

Wassermann, S. (1994). El estudio de casos como método de enseñanza. Nueva York, UEA. Amorrortu editores.

Wilkerson, L. y Boehrer, J. (1992) "Using Cases about Teaching for Faculty Development"). To Improve the Academy. Paper 266. Consultado 28 de abril de 2012 en: http://digitalcommons.unl.edu/podimproveacad/266

Volver al índice

Opiniones de los Alumnos sobre el Trabajo en un Aula Virtual del Tema Integral Indefinida. Estudio Descriptivo de un Cuestionario

Mercau Susana[1,2] - Holgado Lisa[1] – Marcilla Marta[1,2]
[1]Facultad de Bioquímica, Química y Farmacia, Universidad Nacional de Tucumán - [2]Facultad de Economía y Administración, Universidad del Norte Santo Tomás de Aquino
s_mercau@yahoo.com.ar - lvholgado@yahoo.com - mmarcill@yahoo.com.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Cuestionario, Aula Virtual, Integral Indefinida

Resumen

Las nuevas tecnologías de la información posibilitan la creación de un nuevo espacio social para las interrelaciones humanas. Esto lleva a una transformación del proceso enseñanza- aprendizaje y a la forma de acceder al conocimiento, generándose así una expansión de las comunidades de aprendizaje más allá de los límites del salón de clase. El presente trabajo es un avance del Proyecto “Propuesta curricular, con soporte en las NTIC, para favorecer el estudio independiente del Cálculo” de la Universidad Nacional de Tucumán. En el marco del mismo se realizó una experiencia en un aula virtual diseñada en la plataforma educativa Moodle 3.0. Moodle esunaaplicación web de distribución libre para la creación, gestión y seguimiento de cursos, que ayuda a los educadores a crear comunidades de aprendizaje en línea.Adhiriendo a las NTIC y como una forma de acercarnos a los alumnos, se trabajó con los de Matemática I, asignatura del primer año de una facultad de ciencias, como complemento al sistema presencial establecido por la currícula. En trabajos anteriores se describieron los fundamentos teóricos y el trabajo en el aula virtual. En el presente artículo se exponen los resultados obtenidos del análisis de un cuestionario a alumnos diseñado y validado, que se aplicó finalizada la experiencia y como parte de la evaluación de la misma.

1 Introducción

A partir de la evolución y el desarrollo de las TIC y de la necesidad de disponer de más y mejores herramientas de comunicación y colaboración en línea, surgen las plataformas tecnológicas que conforman una gran variedad de recursos de comunicación y colaboración y que son aplicadas tanto para el trabajo como para la educación (Mercau de Sancho, 2012).Cuando estas plataformas son utilizadas para aplicaciones educativas, suelen denominarse EVEA (entornos virtuales de enseñanza y aprendizaje) (Cukierman et al, 2009). Una plataforma educativa contribuye a la evolución de los procesos de aprendizaje y enseñanza, y complementa o presenta alternativas en los procesos de la educación tradicional (Rodríguez Diéguez y Sáenz Barrio, 1995).

Moodle es una aplicación web de distribución libre para la creación, gestión y seguimiento de cursos, que ayuda a los educadores a crear comunidades de aprendizaje en línea (Moodle, s.f.). Esta plataforma se caracteriza porque crea un entorno de aula virtual que facilita, por un lado, la comunicación de los alumnos entre sí, que al no depender tanto del profesor se ayudan y comparten información. Asimismo facilita la comunicación entre los alumnos y el docente, el cual asume el rol de tutor-facilitador de aprendizajes.

Una de las ventajas de diseñar un curso en Moodle es que fomenta el estudio personalizado, respetando el ritmo de cada alumno y proporcionando actividades que favorecen la autoevaluación y regulación del aprendizaje, el

desarrollo del pensamiento crítico y la creatividad. Es una herramienta que promueve una enseñanza constructivista y favorece el desarrollo de la potencia matemática del estudiante (Sánchez Rosal, 2012).
Previo al trabajo en el aula virtual de la misma se dictó el Seminario Campus Virtual UNT 3.0 –Integrales Indefinidas impartido por personal especializado en plataformas educativas y por docentes de la asignatura Matemática I. El mismo tenía la finalidad de que los alumnos adquieran las herramientas necesarias para poder ingresar y trabajar sin inconvenientes en el aula virtual.

2 Encuesta a alumnos que trabajaron en el aula virtual

Al momento de evaluar la experiencia del trabajo en la plataforma, se consideró importante no sólo evaluar el rendimiento académico de los estudiantes, sino también conocer las apreciaciones sobre su implementación. Es decir, si los alumnos se habían sentido motivados al estudiar en la plataforma, qué opinaban de la presentación de los contenidos, si les había gustado la forma de trabajo independiente propuesta, etc. Para ello se elaboró un cuestionario (ver Apéndice) que pretendía conocer la opinión de los alumnos sobre distintos aspectos del aula virtual y sobre la aceptación de esta nueva forma de estudio. Conocer estos puntos de vista permitiría destacar los aspectos positivos de esta nueva metodología, descubrir sus errores para realizar mejoras necesarias para seguir utilizándola y extenderla a otros temas de la asignatura.
El instrumento por excelencia de las encuestas es el cuestionario. Al diseñar el cuestionario para evaluar esta experiencia didáctica, se consideraron tres dimensiones de estudio: Funcionalidad de la plataforma, a través de las subdimensiones: ejecución y modo de acceso; Motivación; y Metodología de trabajo independiente, con las sudimensiones: afianzar y autorregular el aprendizaje y estudio independiente. Se utilizaron preguntas mixtas, que combinan la opción cerrada de respuesta múltiple y luego la abierta. El cuestionario quedó estructurado con siete (7) ítems. Se estudió la validez de contenido y para garantizar la confiabilidad de las mediciones, el cuestionario fue anónimo, sin un tiempo máximo establecido para responderlo.

3 Análisis de la encuesta

De los 245 alumnos que cursaron Matemática I en el año 2016, el 80 % ingresaron al aula virtual. El 61 % (119 alumnos) de ellos respondió el cuestionario que se utilizó para evaluar y analizar el uso de esta nueva herramienta. Se presentan a continuación el análisis de las sub- dimensiones estudiadas: Ejecución del Aula Virtual (ítem A), Modo de acceso (ítem B), Motivación (ítem C), Autorregulación del aprendizaje (ítems D y E), Estudio Independiente (ítem F).

3.1 Dimensión: Funcionalidad de la plataforma

3.1.1 Subdimensión: Ejecución del aula virtual

Esta subdimensión, medida por el ítem A del cuestionario: (¿Pudiste trabajar con el aula virtual sin inconvenientes?), revela que los alumnos en general habrían podido trabajar correctamente con el aula virtual, con un 78% de respuestas positivas.

Analizando las justificaciones al 22% de las respuestas negativas, se encuentra que el principal motivo por el que no pudieron ingresar correctamente al Aula Virtual fue la existencia de una versión anterior de Moodle en el mismo Campus Virtual, que no se correspondía con la versión 3.0, que tenía el aula de Matemática I. Cabe aclarar que en el Seminario dictado a los alumnos se les había advertido de este posible inconveniente. El gráfico 1, muestra esta situación en detalle

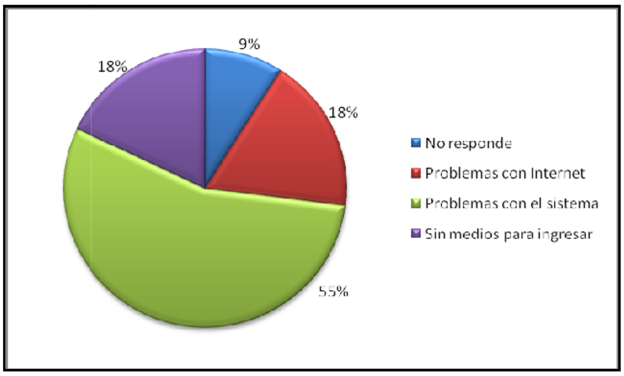


Gráfico 1: Distribución en porcentaje de las justificaciones a los inconvenientes para ingresar en el Campus Virtual, versión Moodle 3.0

3.1.2 Subdimensión: Modo de acceso

Con respecto a la subdimensión Modo de acceso, la mayoría de los alumnos (78%) realizó las actividades del aula virtual desde la PC de su casa, mientras que el 16% utilizó el celular. Sólo un 5 % tuvo que acceder a través de otros medios tales como laboratorio de Computación o casa de familiares o amigos.

3.2 Dimensión: Motivación

Esta dimensión, analizada a través de las respuestas a la pregunta ¿Te gustó estudiar en el aula virtual?, muestraque al 80 % de los alumnos le gustó trabajar en la plataforma, ya que les resultaba cómodo (por asincrónico), didáctico y además les permitía autoevaluarse y repasar.

Entre las respuestas negativas, se destaca la preferencia por el material físico (no digital) y la falta de costumbre o desconocimiento de la aplicación de la NTIC en la educación.

3.3 Dimensión: Metodología de trabajo independiente

3.3.1 Subdimensión: Afianzar y Autorregular el aprendizaje

La subdimensión Afianzar y Autorregular el aprendizaje se evaluó con los resultados de los ítems D y E, cuyas gráficas se presentan a continuación: **D**: ¿Consideras que el aula virtual, con su ejercitación adicional a la de los Trabajos Prácticos del tema Integral Indefinida, te sirvió para aprender mejor el tema? **E**: Los trabajos que presentaste a tu profesor con contenidos teóricos, ¿te sirvieron para practicar y aprender mejor la teoría de Integrales?

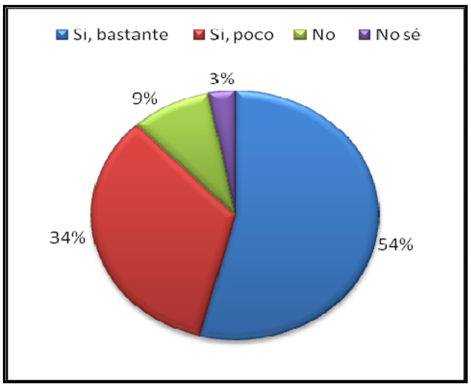


Gráfico 2.: Distribución de porcentaje de las respuestas al ítem D (ejercitación adicional)

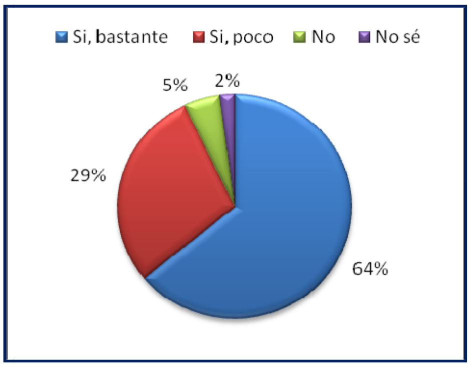


Gráfico 3.: Distribución de porcentaje de las respuestas al ítem E (Repaso de teoría)

De acuerdo a las gráficas, a la mayoría de los alumnos les sirvió, en mayor o menor medida, el trabajo adicional en la plataforma virtual. Analizando las explicaciones vertidas por los estudiantes (respuestas abiertas) se encontró que el trabajo en el aula virtual les favoreció la comprensión del tema y la integración de los contenidos, como así también para el repaso y la autoevaluación.

3.3.2 Subdimensión: Estudio independiente

La subdimensiónEstudio Independiente se analizó con los resultados del ítem F,(¿Piensas que trabajar en el AULA VIRTUAL, favorece un estudio más independiente?), que presentaba tres opciones de respuesta: Sí, No, No sé. El siguiente gráfico muestra los resultados obtenidos.

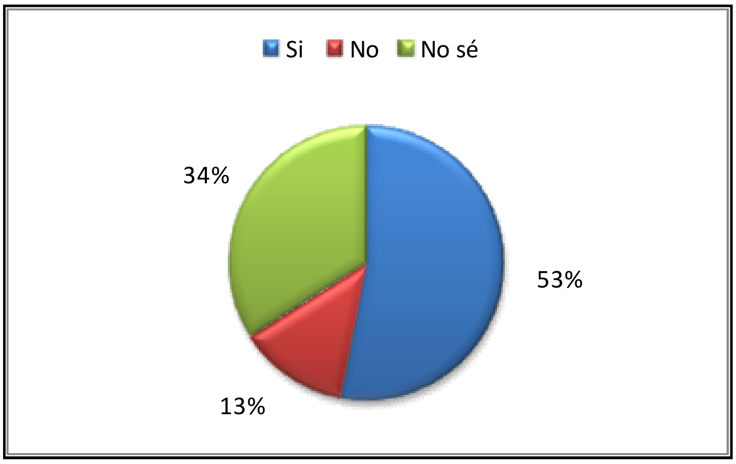


Gráfico 4.: Porcentaje de alumnos que según consideran trabajar en el AULA VIRTUAL favorece un estudio más independiente.

A partir de la lectura del gráfico y de las respuestas vertidas por los alumnos a la opción abierta, se concluye que el 53% de los alumnos considera que el AULA VIRTUAL favorece un estudio más independiente, ya que posibilita un mejor manejo del tiempo de estudio y permite el desarrollo de su autonomía.

El 47 % de las opiniones no positivas podría deberse a que, general, los estudiantes que ingresan a la educación superior han crecido en entornos de aprendizaje pasivos; la gran mayoría prefiere que el docente los guíe y les diga todo lo que tienen que hacer; se sienten cómodos escuchando y tomando apuntes. A su vez los docentes, en general, también se sienten satisfechos con sus clases magistrales; utilizan estrategias pedagógicas y didácticas que tienden a promover un estudiante poco activo, limitando de este modo el desarrollo de su autonomía. En este sentido, se considera entonces que todo modelo pedagógico debería incluir un elemento de transición que encamine progresivamente a los estudiantes, hacia entornos cada vez más activos, al tiempo que incluya estrategias que desarrollen paulatinamente la autonomía del estudiante.

De este modo la autonomía, la disciplina, la actitud, la disposición para enfrentarse a la tecnología, la disponibilidad de recursos tecnológicos y la capacidad para adaptarse a entornos activos de aprendizaje, se convierten en características necesarias para el éxito de los programas que incluyen la virtualización (Peña Sarmiento y Avendaño Prieto 2006).

La encuesta concluye con una pregunta acerca de extender el Aula Virtual a otros temas de la asignatura (además de Integrales Indefinidas), a la cual la mayoría de los alumnos respondió afirmativamente (66%). Entre las justificaciones vertidas por los estudiantes, se destaca que el trabajo en el aula virtual les permitió autoevaluarse, repasar, manejar sus tiempos y favorecer el aprendizaje del tema.

4 Conclusiones

El análisis descriptivo de la información obtenida del cuestionario, permite concluir que un porcentaje importante de los alumnos valoraron positivamente el trabajo en el aula virtual ya que les permitió autorregular su aprendizaje accediendo a los resultados de las actividades propuestas, comprender la importancia de estudiar la teoría antes de abordar la práctica y afianzar el tema. Si bien pocos alumnos argumentaron su preferencia por las clases tradicionales, en general, puede concluirse que esta nueva forma de trabajo independiente con el aula virtual, resultaría ser un muy buen complemento a las clases presenciales de la asignatura. A partir de este resultado, el trabajo de los alumnos en el aula virtual se hizo extensivo al tema límite y continuidad, en el primer cuatrimestre del presente año, cuyo análisis y conclusiones están en proceso de elaboración y serán temas de futuros trabajos.

Referencias

Cukierman, U., Rozenhauz J. &Santángelo, H. (2009) *Tecnología Educativa. Recursos, modelos y metodologías.* Argentina: Prentice Hall.

Mercau de Sancho, S. (2012). *Una propuesta de guía didáctica para favorecer el trabajo independiente a través de actividades prácticas del Cálculo Diferencial en carreras a distancia del área de Ciencias Económicas*. Tesis no publicada. Biblioteca de la Facultad de Arquitectura y Urbanismo de la U.N.T.

MOODLE (s.f.) .En *Wikipedia*.https://es.wikipedia.org/wiki/Moodle . Consultado el 26 de junio de 2015.

Peña Sarmiento, M. y Avendaño Prieto, B. (2006). *Evaluación de la implementación del aula virtual en una institución de educación superior.* Suma Psicológica, Vol. 13 N° 2: 173-192.

Rodríguez Diéguez, J.L., Sáenz Barrio, O. & otros (1995). *Tecnología Educativa. Nuevas Tecnologías Aplicadas a la Educación*. Alcoy: Marfil.

Sánchez Rosal, A. (2012). *Incorporación de las TICs en el aprendizaje de la matemática en el sector universitario*. *Revista de Educación Matemática*. *UMA*. *27,*3 , 23-38.

Apéndice

UNIVERSIDAD NACIONAL DE TUCUMAN
FACULTAD DE BIOQUIMICA QUIMICA Y FARMACIA
INSTITUTO DE MATEMATICA
Ayacucho nº 471 - FAX 0054 381 4247752 (Int 7064)
T4000CAN – San Miguel de Tucumán – Argentina

Encuesta Aula Virtual de Matemática I -2016

Nos interesa conocer tu opinión con respecto al trabajo en el aula virtual d**el tema Integrales Indefinidas** y la valoración de sus aspectos didácticos.
La encuesta es anónima, por lo que valoramos tu opinión sincera, crítica y objetiva.
En cada pregunta, marca con una cruz la opción de respuesta que eliges y explica:

A ¿Pudiste trabajar con el aula virtual sin inconvenientes? SI ☐ NO ☐

Explica ………

……

B ¿Cómo accediste al aula virtual? PC de la casa ☐ PC Lab. Comput. ☐ Celular ☐

Explica ………

……

C ¿Te gustó estudiar en el aula virtual? Sí, bastante ☐ Sí, poco ☐ No ☐ No sé ☐

Explica ………

……

D ¿Consideras que el aula virtual, con su <u>ejercitación adicional</u> a la de los Trabajos Prácticos del tema Integral indefinida, te sirvió para aprender mejor el tema?

Sí, bastante ☐ Sí, poco ☐ No ☐ No sé ☐

Explica ………

……

E Los trabajos que presentaste a tu profesor con <u>contenidos teóricos</u>, ¿te sirvieron para practicar y aprender mejor la teoría de Integrales?

Sí, bastante ☐ Sí, poco ☐ No ☐ No sé ☐

Explica ………

……

F ¿Piensas que trabajar en el aula virtual, favorece un estudio más independiente?

SI ☐ NO ☐ No sé ☐

Explica ………

……

G ¿Te gustaría que el aula virtual se extendiera a otros temas de la asignatura?

SI ☐ NO ☐ No sé ☐

Explica ………

……

Volver al índice

Percepción de la Autoeficacia en Alumnos de Análisis Matemático, Asignatura del Primer Año de la FCE de la UNaM.

Sosa Nora Mabel – Sureda Silvia Cristina – Gervasoni Ana Inés
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Misiones
noramsosa@gmail.com – scsureda@yahoo.com – gervasoniana@hotmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Actitudes, Autoeficacia, Permanencia

Resumen

La investigación en estudiantes con problemas de aprendizaje ha demostrado la importante interacción que hay entre la autoeficacia y los elementos del entorno. Esta investigación sostiene como hipótesis principal que conocer acerca de las actitudes de los alumnos frente a sus aprendizajes en su trayecto académico permitirá elaborar propuestas superadoras tendientes a lograr mejores resultados en la construcción de los aprendizajes en ciencias. Conociendo de qué manera interpreta el alumno los orígenes y las consecuencias que tienen las acciones propias o ajenas, se podrá trabajar sobre las actitudes, elaborar propuestas adecuadas en el marco de la didáctica universitaria redundará en actitudes positivas del estudiantado reflejándose en su rendimiento académico.Para determinar cuestiones relacionadas con la actitud general hacia el estudio, se utilizó el formulario diseñado y valorado por Seifert y O'Keefe. Este instrumento presenta cinco escalas que miden: atribución externa, percepción de significado, percepción de la propia competencia, objetivos en el aprendizaje y huída del esfuerzo. En esta oportunidad accedieron a participar voluntariamente 45 alumnos que cursaron Análisis matemático en el primer cuatrimestre de 2016, según los resultados que surgen de la encuesta en los extremos de la escala de valoración de las actitudes de los alumnos frente al estudio, se encuentran **la percepción de la propia competencia** que obtuvo un puntaje elevado y la **atribución externa** el puntaje más bajo. Esto estaría indicando que los alumnos tienen un muy buen concepto acerca de sus potenciales individuales para enfrentar las complejas situaciones que se generen durante su proceso de aprendizaje.

1 Introducción

Mucho se está haciendo para atacar las causas de la deserción y el fracaso de los alumnos en diversas carreras universitarias, desde la búsqueda del diagnóstico hasta encontrar posibles acciones que lleven a corregir estos dos flagelos de la productividad de la universidad. En estos estudios se concluye que la deserción y el fracaso, como así también la permanencia de los alumnos, están afectados por factor de origen económico, social y organizacional.

Asimismo, cada vez es más común que se promueva, desde distintos estamentos, cambios en la concepción de la enseñanza que tienen los docentes, buscando que acompañen las exigencias y necesidades que surgen desde el alumnado, modificando la dirección de como tradicionalmente se planificaba la enseñanza. Esta manera diferente de encarar este proceso incita al docente a recrear una enseñanza multidireccional buscando que la misma resulte en saberes necesarios para el profesional y la sociedad, recuperando los saberes que ya tienen los alumnos para desde ahí comenzar a construir nuevos saberes.

La premisa fundamental es que para que el aprendizaje pueda producirse es necesario un compromiso de aprender de parte del alumno; o sea, es necesario querer aprender. En consecuencia, es de fundamental importancia que el alumno encuentre motivación genuina en lograr conocimiento sólido, comprensión de conocimientos y elaboración de saberes y no solamente superar las diferentes instancias de evaluación parciales o finales que pueda encontrar en el transitar de su carrera universitaria. En este contexto es fundamental el rol que asume y mantiene el docente.

En la afirmación anterior, resulta importante resaltar alguna característica que necesariamente debe desarrollar un docente para que el proceso de aprendizaje se resignifique en sus alumnos, la enseñanza debe centrarse en la búsqueda de la comprensión. Un acertado concepto de buena enseñanza es el que Edith Litwin (1997) toma de David A. Fenstermacher (1989):...“ Los alcances de la palabra buena difieren del planteo que se inscribió la didáctica de las décadas anteriores, que se remitía a enseñanza exitosa, esto es acorde con objetivos que se anticiparon. Por el contrario, la palabra buena, tiene tanta fuerza moral como epistemológica. Preguntar qué es buena enseñanza en el sentido moral equivale a preguntar qué acciones docentes pueden justificarse en principios morales y son capaces de provocar acciones por parte de los alumnos;..., en el sentido epistemológico es preguntar si lo que se enseña es racionalmente justificable, digno de que el estudiante lo conozca, lo crea o lo entienda”

El aprendizaje como sistema complejo denota varias aristas y formas de presentarse en la metacomplejidad educativa. Estos procesos en devenir que provocan diferentes concepciones de planificaciones de aula y manejo de construcciones de aprendizaje se denominan bucle educativo. Un estudiante, antes de aprender como un momento único en su vida, debe afrontar como un espiral intersubjetivo donde el desaprendizaje y reaprendizaje son dos componentes del aprendizaje de manera individual y social. El aprendizaje es la complejización de lo que el sujeto quiere aprender.

En ese sentido, hacen falta respuestas nuevas para estas nuevas realidades. Las nuevas teorías del aprendizaje diferencian los procesos de aprendizaje de los de enseñanza, porque sostienen que el aprendizaje no sólo depende de ésta, sino también de la personalidad y de la significatividad del contexto donde se aprende, es decir que se deben considerar otros factores como ámbitos de construcción de conocimiento.

La investigación en grupos de estudiantes con problemas de aprendizaje ha demostrado la interacción de la autoeficacia y los elementos del entorno. Gordon W. Allport (1968) expresa que la actitud se relaciona con la cosmovisión del sujeto y es posible modificarla cuando se cambian las creencias y las percepciones relacionadas con esa cosmovisión. Siendo área específica de análisis el aprendizaje de las matemáticas, este trabajo se orientará hacia una propuesta que intenta un replanteo actitudinal mediante la instrumentación de metodologías desde perspectivas grupales.

Esta investigación sostiene como hipótesis principal que conocer acerca de las actitudes de los alumnos frente a sus aprendizajes en su trayecto académico permitirá elaborar propuestas superadoras tendientes a lograr mejores resultados en la construcción de los aprendizajes en ciencias.

De esta manera conociendo de qué manera interpreta el alumno los orígenes y las consecuencias que tienen las acciones propias o ajenas, se podrá trabajar sobre las actitudes, elaborar propuestas adecuadas en el marco de la didáctica universitaria redundará en actitudes positivas del estudiantado reflejándose en su rendimiento académico.

2 Característica de la variable a analizar

En particular el análisis que se presenta en esta oportunidad se refiere a *la percepción de la propia competencia* (autoeficacia), que se entiende es la percepción y valoración que un individuo hace de sí mismo como poseedor de la capacidad y recursos personales necesarios para hacer frente a las diversas situaciones a que se enfrenta en su vida diaria.

Durante todo su desarrollo, los individuos van elaborando la percepción que tienen de si mismos, recurriendo a diversos recursos adaptativos, a partir de toda la información que puede recibir mediante cuatro formas de recepción:

1. Experiencia personal: toda la experiencia que se acumula de los éxitos y fracasos durante el trayecto de vida, seguramente es la fuente más importante para elaborar la concepción de la propia competencia. Durante el desarrollo de cualquier situación vivir una experiencia de éxito o fracaso repercute mas fuertemente al inicio de los sucesos que conducen a la meta establecida. Si el individuo vive experiencias de fracaso al inicio de su trayecto, ve afectada su confianza y esto probablemente lo lleve a abandonar el emprendimiento.
2. Experiencia vicaria: Esta experiencia influye en la manera en que los individuos pueden predecir las reacciones que tendrán sus conductas y así poder conducirse de la manera mas adaptada a las situaciones que se presenta. Esto hace que se desarrolle más confianza ante próximas situaciones.
3. Influencia social: Estar dentro de las normas de conductas que dicta la sociedad en que el individuo se desarrolla es importante al momento de hacer una valoración de la propia competencia. La opinión de los demás sirve de estimulo para el cambio de actitud.
4. Indicadores de activación fisiológica y emocional: la emoción es una consecuencia, no un antecedente de los cambios fisiológicos. Para James (1890), la percepción de un estímulo, genera cambios corporales, y la percepción de éstos, genera la experiencia emocional, así influyen profundamente en la percepción de la autoeficacia.

Estas influencias que hacer a la formación y afirmación de la autoeficacia, deciden también la actitud que tendrán los alumnos frente a los desafíos a los que se enfrentan.

Cada alumno tiene un sentimiento diferente respecto a su habilidad para triunfar, sin duda, cada persona tiene una valoración diferente acerca de su autoeficacia.Bandura (1986), psicólogo canadiense, y precursor de la Teoría Social Cognitiva, define la autoeficacia como: "los juicios de las personas acerca de sus capacidades para alcanzar niveles determinados de rendimiento” (p. 373). Este autor considera que cuando más alta sea la autoeficacia de los alumnos más perseverantes serán para perseguir sus objetivos. Aquellos alumnos que tienen alta su autoeficacia esperan obtener buenos resultados en los estudios.

Muchos autores coinciden en definir a la autoeficacia como un constructo fuertemente predictivo del rendimiento académico, la persistencia y la elección de carreras y cursos (Pajares, 1997; Schunk, 1991) destacando el papel preponderante de la autoeficacia percibida como mediador cognitivo entre otros determinantes de competencia (tales como habilidades, intereses, expectativas de resultados y logros de ejecución anterior) y el rendimiento subsecuente (Pajares & Valiante, 1999).

Esta autoeficacia se va deteriorando a medida que se sobravaloran las actividades que se le presentan al alumno. Esta sobrevaloración de las actividades hacen que concluyen en fracaso, generando sentimientos de incapacidad y humillación, y descenso de la autoeficacia, regulando así el nivel de motivación a través del manejo del esfuerzo dedicado a la resolución de una situación problema (Bandura, 1989). Este autor señala que los estudiantes forman conceptos de sí mismos, de sus propias capacidades y características en los procesos de aprendizajes, y del descenso de la motivación intrínseca para el aprendizaje y la ejecución académica del alumno.

Es decir, el descenso de la autoeficacia, podría ser una de las causas para que las actividades planificadas para el desarrollo de los contenidos no sea apropiada de la manera esperada por gran parte del alumnado, quienes adoptan una actitud desganada, despreocupada, apática y no auto eficiente.

3 Proceso metodológico

Para llevar a cabo este trabajo se utilizaron encuestas semiestructuradas dirigidas a todos los estudiantes de Análisis Matemático, asignaturas correspondiente al primero año de la FCE .Estos resultados corresponden a la primera etapa según la planificación, donde se indagará respecto a las actitudes de los alumnos de dos cohortes diferentes.

Para determinar cuestiones relacionadas con la actitud general hacia el estudio, se utilizó el formulario diseñado y valorado por Seifert y O’Keefe, (2001). Este instrumento presenta cinco escalas que miden: atribución externa, percepción de significado, percepción de la propia competencia, objetivos en el aprendizaje y huída del esfuerzo (workavoidance), cada una de estas escalas está compuesta originalmente de tres ítems, pudiéndose optar entre cuatro respuestas posibles: TA (Totalmente de acuerdo), A (De acuerdo), D (En desacuerdo) y TD (Totalmente en desacuerdo). Cada variable tiene su propia puntuación. A continuación se presenta el instrumento original.

En el cuestionario los ítems se presentan mezclados y con otra numeración respecto del correspondiente a Seifert y O’Keefe, (2001) mencionado supra, pero cada variable tiene su propia puntuación según resulte de la clave de corrección correspondiente.

Tabla 1. Instrumento original de recogida de datos

	TA	A	D	TD
Atribución externa				
1. Cuando hago un buen examen es porque el examen ha sido fácil				
2. Cuando hago un buen examen es porque he tenido suerte				
3. Cuando tengo un buen resultado en un examen es porque el profesor ha sido benévolo conmigo				
Percepción de significado				
4. Casi todo lo que hacemos en clase es aburrido				
5. Mucho de lo que hacemos en clase no tiene sentido para mí				
6. Las cosas que hacemos en clase no tienen mucho interés				
Percepción de la propia competencia				
7. Me manejo bien con las tareas de clase				
8. Me resulta difícil el hacer las tareas de clase				
9. Me resulta complicado hacer mis tareas				
Objetivos en el aprendizaje				
10. Me gusta aprender nuevas cosas				
11. Me encanta aprender sobre temas distintos				
12. Intento mejorar mis conocimientos y mis habilidades				
Huída del esfuerzo (work avoidance)				
13. Yo intento trabajar lo menos posible				
14. Procuro no trabajar mucho				
15. Yo sólo estudio lo suficiente para sacar el curso				

Los ítems de la misma variable se suman por separado, obteniéndose así cinco puntuaciones diferentes.La clave de corrección propuesta por los autores es la siguiente:

Tabla 2. Clave de corrección propuesta

	TA	A	D	TD
Ítems 8 y 9.	1	2	3	4
Todos los demás	4	3	2	1

La investigación consiste concretamente en: medir las actitudes de los alumnos frente al estudio en general, mediante la aplicación de instrumentos ya probados; buscando como corolario el análisis adecuado de las actitudes registradas y elaborar una propuesta de modificaciones necesarias a los modelos para lograr la integración de la triada didáctica-pedagógicaEn este trabajo se analizara el resultado obtenido al realizar la valoración de la percepción de la propia competencia, otra acepción muy utilizada de esta actitud es autoeficacia.

4 Resultados

En esta oportunidad accedieron a participar voluntariamente 45 alumnos que cursaron Análisis matemático en el primer cuatrimestre de 2016, y según los resultados que surgen de la encuesta en los extremos de la escala de valoración de las actitudes de los alumnos frente al estudio, se encuentran la percepción de la propia competencia que obtuvo un puntaje de 398, el mas elevado de las cinco actitudes a evaluar, mientras la atribución externa obtuvo 202, el puntaje mas bajo.

Analizando en particular la actitud con puntaje más alto, según el concepto de Argudín Vázquez (2013):

> " el concepto de competencia, tal y como se entiende en la educación, resulta de las nuevas teorías de cognición y básicamente significa saberes de ejecución. Puesto que todo proceso de "conocer" se traduce en un "saber", entonces es posible decir que son recíprocos competencia y saber: saber pensar, saber desempeñar, saber interpretar, saber actuar en diferentes escenarios, desde sí y para los demás dentro de un contexto determinado."
>
> "…Una competencia en la educación, es una convergencia de los comportamientos sociales, afectivos y las habilidades cognoscitivas, psicológicas, sensoriales y motoras que permiten llevar a cabo adecuadamente un papel, un desempeño, una actividad o una tarea (p.3)"

Esto estaría indicando que los alumnos tienen un muy buen concepto acerca de sus potenciales individuales para enfrentar las complejas situaciones que se generen durante su proceso de aprendizaje.

Tener una buena valoración de la percepción de al propia competencia es un proposición hacia el mejoramiento de la eficacia.

Desde muy pequeños se construye y a lo largo de la vida se puede mejorar la autoestima, en nuestro grupo de análisis en particular, si se planifican las estrategias correctas se obtendrán resultados excelentes ya que según las características propias de este grupo de alumnos les gustan los retos y no les temen. Ante las actividades nuevas desarrollaran toda su creatividad para llevarlas a cabo eficazmente, tienen claro cuáles son sus mejores capacidades, y sobre cuales deben trabajar para mejorar

Referencias

Argudín Vázquez, Y. (2013). *Educación basada en competencias*. Recuperado el 12 de diciembre de 2015, de http://www.uv.mx/dgdaie/files/2013/09/Argudin-Educacion_basada_en_competencias.pdf

Bandura, A. (1982). *Teoría del Aprendizaje Social*. Madrid: Espasa-Calpe

Litwin, E. (1997) Fenstermacher, David A. (1989). Recuperado el 1 de agosto 2016, de http://portal.educ.ar/debates/eid/docenteshoy/debates/pensar-y-pensarse-un-deber-para-mejorar-la-practica.php

Schunk D. y Pajares F. (2001).Development of Academic Self-Efficacy.De Purdue University.Emory Universit. Recuperado el 23 de septiembre 2016, de http://www.uky.edu/~eushe2/Pajares/SchunkPajares2001.PDF

Souto, M. (1993). Hacia una didáctica de lo grupal. Recuperado el 15 de agosto 2016, de http://www.terras.edu.ar/aula/cursos/13/biblio/13SOUTO-Marta-l_proceso_grupal_enfoque_de_su_desarrollo.pdf.

Volver al índice

Procedimiento Vs. Razonamiento. Una Experiencia de Cátedra para Disminuir la Deserción de los Alumnos de Cálculo Aplicado a las Ciencias Económicas

Padró Silvia I. – Aguado Laura C. – Facello C. Sebastián – González Francisco
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Entre Ríos
sipadro@fceco.uner.edu.ar – laguado@fceco.uner.edu.ar – sfacello@fceco.uner.edu.ar – fgonzalez@fceco.uner.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Estrategias de Enseñanza, Razonamiento, Coloquio

Resumen

Hace varios años que el equipo de cátedra de la asignatura *Cálculo Aplicado a las Ciencias Económicas* se encuentra abocado a la tarea de disminuir la alta tasa de alumnos que cada cuatrimestre termina con la condición de Libre, no habiendo alcanzado el mínimo de 50% en los dos parciales que se toman. En trabajos anteriores se han expuesto los resultados de encuestas dirigidas a los mismos y a partir de las cuales pudimos ratificar el hecho de que los estudiantes consideran que no tienen las herramientas necesarias para hacer frente al aprendizaje del Cálculo. Esto los lleva a una situación de decepción que finalmente termina en el abandono de la materia, o bien, en resultados bajos en su rendimiento.
Durante el año 2017 se creó un horario extra al habitual, al que denominamos "Coloquio". La asignatura cuenta con 6 horas semanales (tres de teoría y tres de práctica), y este año se le sumaron 2 horas más opcionales durante las cuales uno de los docentes repasaba los temas en forma integral, teniendo en cuenta los tres aspectos fundamentales: teoría, práctica y aplicación.
Como la participación fue opcional, para los resultados se tuvo en cuenta el seguimiento de los alumnos que asistieron a esta instancia y la condición final de los mismos al terminar el cuatrimestre y habiendo pasado ya el primer turno de examen posterior al mismo que es el de Julio. Se realizó una prueba χ^2 que no corroboró la dependencia entre las variables en estudio.

1 Introducción

En nuestra Universidad, el sistema de ingreso es irrestricto, siendo el número de estudiantes que año a año se inscriben en las dos carreras de grado que se ofrecen –Contador Público y Licenciatura en Economía- de alrededor de 400 jóvenes.
Los mismos tienen la obligación de cursar un propedéutico sobre las dos materias básicas, Matemática y Contabilidad, además de una ambientación a la vida universitaria. Dicho curso puede ser realizado en su modalidad on line o presencial. Esta última puede elegirse entre hacerlo el año anterior al ingreso y desde mayo en adelante, cursando los días sábados en forma alternada las dos materias, o bien realizarlo en forma intensiva en el mes de febrero cursando de lunes a viernes. Finalizado el cursado se rinde un examen el cual debe ser aprobado para poder rendir posteriormente la materia vinculada, por ejemplo, para poder rendir Álgebra que es la primera materia del área matemática, deben tener aprobado el propedéutico.
Esto significa que, aun no habiéndolo aprobado, pueden cursar Álgebra y otras materias, pero para rendirla deben haber aprobado dicha instancia.

Es una preocupación de todos los docentes del área matemática y en especial los que estamos a cargo de las materias de primer año (Álgebra aplicada a las Ciencias Económicas y Cálculo aplicado a las Ciencias Económicas) la alta tasa de abandono y los bajos rendimientos que año a año se repiten. Podemos decir que cerca del 40% de los inscriptos abandonan durante el primer año de la carrera, siendo esta cifra aún mayor en algunos años. Además, los últimos estudios nos han dado resultados que indican que la mayor deserción se produce en el segundo cuatrimestre, durante el desarrollo de Cálculo aplicado.

Los cuadros que se exponen a continuación surgieron de un estudio que el Departamento Matemático está llevando a cabo sobre la problemática planteada y nos coloca como centro de dicha problemática:

Tabla 1

Distribución de alumnos según condición final en "Álgebra aplicada a las Ciencias Económicas"

	Frecuencia	Porcentaje
No aprobó	266	71,9
Aprobó	104	28,1
Total	370	100,0

Tabla 2

Distribución de alumnos según condición final en "Cálculo aplicado a las Ciencias Económicas"

	Frecuencia	Porcentaje
No aprobó	341	92,2
Aprobó	29	7,8
Total	370	100,0

No nos llama la atención este resultado, ya que sabemos que los contenidos de esta materia exigen mayor nivel de abstracción y a la mayoría del estudiantado le resultan nuevos o desconocidos, no así el álgebra que conocen del nivel medio, a excepción en algunos casos del Álgebra Lineal.

Es por este motivo que el equipo de cátedra sigue en la búsqueda de estrategias que colaboren en la disminución de la tasa de abandono y también en el rezago estudiantil, otro problema que comienza a visualizarse a partir del tiempo que tardan en aprobar las asignaturas básicas del área.

2 Consideraciones teóricas

Con el objetivo de encontrar nuevas estrategias que brinden una mayor igualdad de oportunidades para todos los alumnos que ingresan en nuestra Facultad, sobre todo en la adquisición de saberes y competencias necesarios, los docentes de la asignatura nos hemos enfocado en las estrategias pedagógicas de enseñanza, considerando que el acompañamiento del estudiante en el proceso de aprendizaje es la clave para revertir la situación planteada.

En esta búsqueda hemos contado con el apoyo incondicional de las autoridades de la Facultad que, a través del programa de Innovación, nos provee de los elementos necesarios para nuestro trabajo.

Al realizar un estudio de la problemática de la deserción en el nivel universitario, encontramos datos respecto a diferentes países europeos que citan porcentajes desde un 10% en Finlandia hasta un 30% en España.

En el año 2007, el Secretario de Políticas Universitarias, Alberto Dibbern, en el marco del seminario internacional *"Diagnóstico y experiencias para la disminución de la deserción estudiantil",* dio cuenta del creciente porcentaje de abandono en nuestro país, que llega, según sus datos, a un 60%.

Si bien nosotros estamos dando cuenta del abandono durante el año pasado, podemos ver que aproximadamente el 40% abandonó durante el primer año, pero si realizamos una proyección teniendo en cuenta el número de egresados cada año, sabemos que habrá otro 30% o 40% que dejará en los años posteriores o bien pasarán a formar parte de la lista de alumnos rezagados.

El año pasado se trabajó en base a una encuesta que se dirigió a los alumnos que resultaron Libres ya sea por abandono o por notas y la clasificación de los motivos que ellos dieron se encuentra en el siguiente gráfico (los resultados son porcentuales, podían marcar más de una opción)

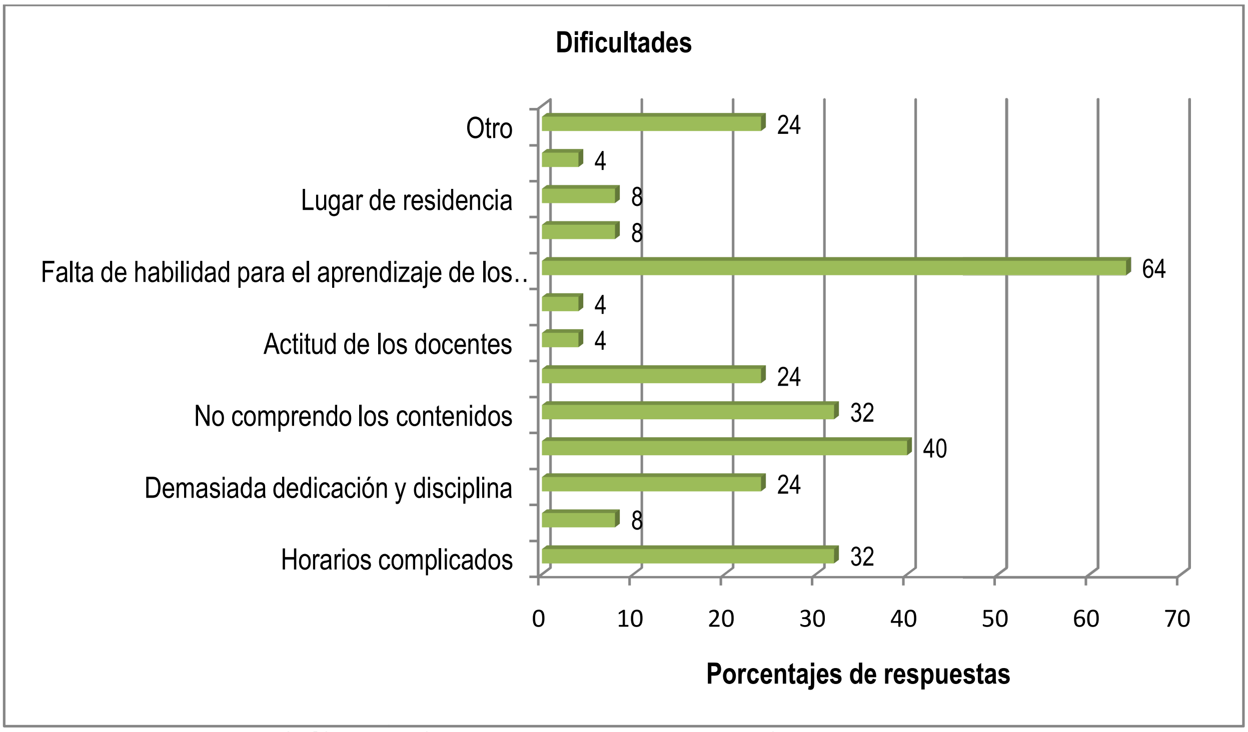


Gráfico 1: Dificultades de los estudiantes de Cálculo aplicado

Como se puede observar reconocen como la mayor dificultad la falta de habilidad para el aprendizaje de los conceptos propios de la materia, reconociendo como una causa subyacente la de no contar con las herramientas necesarias para realizar dicho acceso.

La segunda causa que puede apreciarse es la de no aprobar los prácticos, motivo por el cual dejamos de incluir su aprobación como requisito para la regularización. Esto no mejoró como esperábamos la tasa de rendimiento.

La atención se dirigió por completo al cambio de estrategias de enseñanza. Por un lado, y en forma paulatina, se va haciendo un cambio del enfoque de la materia, no desde la matemática pura a la aplicación posterior, sino por el contrario, de los problemas propios de la Economía al concepto matemático.

Es de destacar que si el estudiante carece de compromiso individual (esfuerzo y motivación) será muy vulnerable al abandono en el estudio. Si no hay voluntad personal, es muy difícil lograr metas establecidas y así permanecer en el ritmo de estudio y compromiso universitario como estudiante.
Es indispensable que los docentes responsables de la enseñanza de las asignaturas de los primeros años de la carrera sean acompañantes en la formación de los alumnos, no sólo en lo que respecta a la propia asignatura, sino en cuestiones propias de la vida universitaria y así promover un acompañamiento al estudiante.
Muchas veces esto es poco posible dada la alta matrícula de alumnos que se tiene en cada comisión, además de un apretado cronograma que se debe cumplir para poder dictar todos los temas que componen la asignatura.
Por este motivo fue que se pensó este año en agregar estas dos horas extras y opcionales, a las cuales no tenían obligación de anotarse pero si realizamos un seguimiento para poder evaluar los resultados de esta estrategia.
La Universidad en Argentina transita un camino hacia su definición a través de competencias. La formación académica basada en el logro de competencias busca dar respuestas a las demandas de la complejidad del mundo laboral en el que los futuros egresados tendrán parte. La velocidad en la generación de nuevos conocimientos y los cambios en las maneras de conocer exigen que la universidad prepare a los sujetos para enfrentar y solucionar problemas reales y complejos que no se encuentran resueltos en los libros. El modelo de educación por competencias pretende lograr que los sujetos que aprenden lo hagan desarrollando habilidades para saber hacer con idoneidad, basados en un conocimiento conceptual que es acompañado por las actitudes y los valores apropiados, constituyéndose ese saber en una vía de servicio y resolución de problemas con eficiencia.
Una formación basada en competencias atenderá las demandas sociales y laborales, al tiempo que posibilitará una serie de ventajas, algunas de las cuales detallamos a continuación:

1. Brindará el espacio, los fundamentos y la metodología para desarrollar estrategias concretas de educación, del “saber hacer” resultando en un profesional capacitado a enfrentar las demandas del medio laboral
2. Favorecerá el desarrollo íntegro de los alumnos y sus habilidades individuales, capacitándolos para convivir y compartir las mismas en equipos de trabajo
3. Afirmará el nuevo paradigma de la educación centrado en el estudiante como protagonista
4. Impulsará a los docentes a asumir un rol de gestores del proceso de enseñanza y aprendizaje, siendo guía de sus alumnos y acompañando dicho proceso.
5. Mejorará la oferta de opciones para que los estudiantes se formen en contextos de aplicación y ensayo, en ambientes simulados y reales del entorno profesional específico
6. Estimulará el aprendizaje permanente y el desarrollo de habilidades de búsqueda y selección de conocimiento y aporte creativo a la profesión

7. Favorecerá el dialogo interdisciplinario y consecución de proyectos que beneficiarán a la comunidad circundante a la universidad, en primer término, y a la ciudadanía en general a mediano y largo plazo.

Algunas de estas competencias están vinculadas con la enseñanza y aprendizaje de la matemática, tales como:

- Identifica, plantea y resuelve problemas de la realidad en forma innovadora y creativa
- Utiliza profesional y éticamente los conocimientos y avances tecnológicos para el aprendizaje, la investigación y el trabajo colaborativo
- Participa activamente en equipos y colabora en forma efectiva en la consecución de metas comunes, con una actitud de apertura, pensamiento crítico y respeto a la diversidad de aportes
- Demuestra habilidades interpersonales que le permiten resolver conflictos o mediar en situaciones problemáticas.

Si bien nuestra asignatura está en primer año, creemos que al cambiar el enfoque de la misma y verla a partir de sus aplicaciones, utilizando metodologías como el aprendizaje basado en problemas, por ejemplo, hace que los estudiantes se sientan atraídos e interesados lo cual cambia su motivación y facilita el desarrollo de estas competencias.

Este año, como se dijo antes, agregamos dos horas opcionales al cursado para hacer un repaso semanal de los temas, en forma aplicada e integrando tanto la teoría como la práctica.

Estas horas no tienen la presión de realizar cierto número de ejercicios, sino que se aboca en la realización de uno o dos que integren los conceptos a partir de un ejemplo económico.

Los estudiantes se vieron motivados, y aquellos que comenzaron desde el principio mantuvieron su asistencia. Otros recién se agregaron en fechas cercanas a los parciales y manifestaron el arrepentimiento de no haberlo hecho antes.

Sabemos que la carga horaria de los estudiantes es muy grande y que muchas veces es difícil pensar en incrementarla, pero esta fue una forma que encontramos de acompañarlos en el proceso de aprendizaje y facilitar su comprensión.

3 Metodología de Trabajo

La asignatura Cálculo Aplicado a las Ciencias Económicas es una materia que corresponde al segundo cuatrimestre del primer año de la carrera tanto de Contador Público como Licenciado en Economía. En el primer cuatrimestre, los alumnos que se anotan para cursar Cálculo aplicado, son aquellos que no pudieron hacerlo en el segundo cuatrimestre del año anterior porque, por ejemplo, no aprobaron Álgebra aplicada en el primer cuatrimestre y decidieron no cursar la correlativa, o bien por alguna superposición horaria con otras materias. Además se registran aquellos alumnos que recursan la asignatura. Entre este grupo están los que recursan por primera o segunda vez y aquellos que lo hacen por tercera o cuarta vez. Estos últimos son autorizados por Secretaría Académica y cumplen el requisito de realizar en forma conjunta un taller psicopedagógico. Del grupo total de inscriptos, 141 alumnos, 38 están cursando por tercera o cuarta vez la materia, o sea el 27%. Del resto, sólo 4 alumnos era la primera vez que la cursaban, los cuales abandonaron antes de rendir el primer parcial debido a que no aprobaron Álgebra en el llamado de mayo y desistieron de cursar Cálculo dado que ya no tenían la opción de promocionarla. Por lo tanto, el 100% de nuestros alumnos son recursantes, de ellos el 72% la recursa por primera o segunda vez y el 28% restante lo hace por tercera o cuarta vez, haciendo en forma simultánea el taller con la Psicopedagoga.

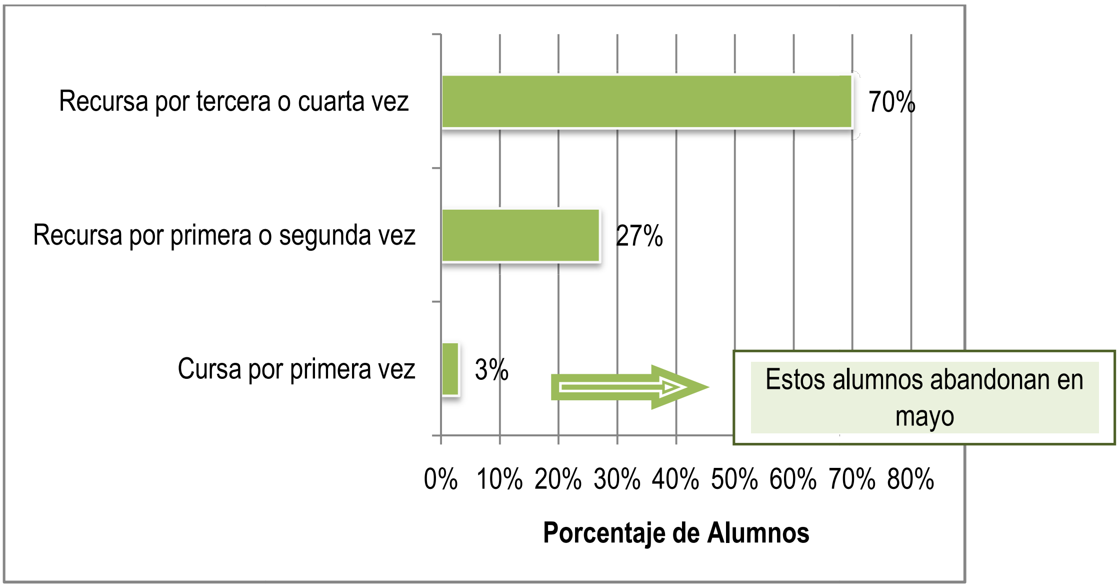


Gráfico 2: Distribución de alumnos por condición de cursada

El total de alumnos inscriptos se distribuyen en dos comisiones. El primer día de clases, en el horario correspondiente a la Teoría, se les comunica que durante el cuatrimestre van a disponer de un horario extra al de cursado, de dos horas, durante las cuales la profesora adjunta de la cátedra realizará ejercitación diferente a la habitual que conforma las guías de práctica y además se efectuará una integración entre la teoría y la práctica a partir de las aplicaciones a las Ciencias Económicas.

Al inicio del cursado del coloquio los alumnos manifestaron como principales inquietudes las siguientes:

- Tenemos inconvenientes en la interpretación de las consignas en las instancias de evaluación, por lo cual contestamos cosas que no se nos solicita o más de lo solicitado.
- Nos cuesta la integración de la teoría y la práctica, tanto si de una situación práctica se nos pregunta sobre conceptos o propiedades teóricas, como a la inversa.
- Al momento de pedirnos justificaciones en ciertas situaciones, contestamos en forma general sin abocarnos a la situación particular

Evidentemente, el supuesto del que partimos es acorde a lo expresado por los alumnos y confirma la encuesta realizada el año anterior a los estudiantes que abandonaron la materia.

Nosotros aspiramos a que el aprendizaje del Cálculo pueda llegar al estadio autónomo del conocimiento, lo que significa que, a partir de un problema real puedan identificar cuáles son los conceptos de la materia que se asocian a la resolución del mismo. De allí la necesidad de ir vinculando los diferentes temas con problemas económicos sencillos ya que la asignatura se desarrolla en primer año.

4 Resultados

En realidad la asistencia al Coloquio fue muy variada, comenzó siendo escasa, luego, y cercano a las fechas de parciales, se incrementó, pero no se logró una asistencia constante excepto en unos pocos alumnos.

Cuando evaluamos y contraponemos en una tabla de contingencia la condición final del estudiantado (Promocional, Regular o Libre) y la asistencia o no al coloquio, resulta lo siguiente:

Tabla 3: Tabla de contingencia Condición – Asistencia Coloquio

		Condición			Total
		PROMOCIONAL	REGULAR	LIBRE	
Asistencia Coloquio	NO	6	23	56	85
	SI	4	9	17	30
Total		10	32	73	115

Aclaramos respecto de la tabla anterior, que no se toma en cuenta el porcentaje de asistencia al coloquio, sino que pusimos bajo la condición "SI" a aquellos que asistieron al menos 4 de las 13 clases.

Se realizó una prueba χ^2 para determinar si existe dependencia o no entre las variables confrontadas. El valor p hallado fue de 0,504 con lo cual corresponde rechazar la dependencia entre las mismas.

No era lo que esperábamos pues supusimos que las mismas iban a ser dependientes.

Posteriormente se realizó un análisis más profundo de estos datos, trabajando con una tabla de contingencia porcentual por fila, resultando lo siguiente:

Tabla 4: Tabla de contingencia Condición – Asistencia porcentual por filas

			Condición			Total
			LIBRE	PROMOCIONAL	REGULAR	
Asistencia Coloquio	NO	Recuento				
		% dentro de Asistencia Coloquio	65,9%	7,1%	27,1%	100,0%
	SI	Recuento				
		% dentro de Asistencia Coloquio	56,7%	13,3%	30,0%	100,0%
Total		Recuento				
		% dentro de Asistencia Coloquio	63,5%	8,7%	27,8%	100,0%

En esta tabla se puede observar que el porcentaje de libres dentro de los asistentes al coloquio es 9 puntos porcentuales inferior al de los no asistentes. Por otro lado, dentro de los asistentes el porcentaje de promocionales es 6 puntos porcentuales superior al de los no asistentes. Si bien la prueba no demuestra la dependencia, consideramos que esta metodología ayudó a la comprensión de los temas por parte de los alumnos que tenían dificultades para el aprendizaje del Cálculo, ya que todos eran recursantes como mencionamos antes.

Un análisis más exhaustivo nos condujo a determinar que, aquellos alumnos que tuvieron un porcentaje de asistencia superior al 80% al coloquio, resultaron en un 92% promocionales y el resto alcanzó la condición de regular.

5 Conclusiones y trabajos futuros

Este trabajo será llevado a cabo nuevamente en el segundo cuatrimestre del presente año 2017 con un total de cuatro comisiones y aproximadamente 300 alumnos.

En este caso tendremos mayoría de alumnos ingresantes, es decir que cursan por primera vez la asignatura, y por lo tanto los resultados pueden diferir respecto del cuatrimestre anterior.

Para los que amamos nuestra profesión es todo un desafío el acompañar el crecimiento intelectual de nuestros estudiantes, es maravilloso verlos descubrir los conceptos y sus aplicaciones, es muy alentador cuando los porcentajes de rezago o abandono disminuyen. Pero también debemos mencionar la cara opuesta. Es lamentable cuando vemos a nuestros estudiantes decepcionados, pues todo sentimiento de incapacidad para enfrentar una asignatura termina siendo determinante en su rendimiento. La decepción acompaña a una disminución de la autoestima y esto es todo lo contrario a lo que esperamos.

La búsqueda de estrategias sigue, porque todos los años recibimos estudiantes llenos de sueños y es nuestra tarea conducirlos en el logro de sus objetivos.

Referencias

De Fanelli, A.M.G. (2005) Acceso, abandono y graduación en la educación superior argentina. *Educación superior. Acceso, permanencia y perfil social de los graduados comparados con los egresados de la educación media.*

Dibber, A. (2007) Seminario Internacional: *Diagnóstico y experiencias para la disminución de la deserción estudiantil.* Cartagena de Indias. Colombia.

Kuna, H., García, R y Villatoro, F. (2009) Identificación de causales de abandono de estudios universitarios. Uso de procesos de explotación de información. *Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología* N° 5pp 39-44. La Plata

Ramírez, G. y Corvo, M. (2007). Causas de deserción de alumnos de primeros semestres de una universidad privada. *Revista Mexicana de Orientación Educativa 5* (12), pp 34-39

Rojas, M. (2009) El abandono de los estudios: decepción de la juventud. *Hologramática.* Año VI, N° 24, pp 75-94. Facultad de Ciencias Sociales UNLZ. Manizales

Torrado, M. (2012) *El fenómeno del abandono en la Universidad de Barcelona. El caso deficiencias experimentales* (Doctoral dissertation, Tesis doctoral inédita). Universidad de Barcelona. Barcelona

Volver al índice

Repercusión y Valoración del Uso de recursos en la Plataforma Moodle en el Cursado de Matemática I en Ciencias Económicas de la U.N.Sa.

Astorga Angélica Elvira – Méndez Nilda Graciela – Lisi Mónica – Carmona Abel
Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales, Universidad Nacional de Salta
aeastorga@hotmail.com – nildagramendez@yahoo.com.ar - mlisi2010hotmail.com - grupoabeliano@hotmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Matemática, Aprendizaje, Encuesta, Plataforma Moodle

Resumen

Con este trabajo comunicaremos los resultados logrados en los exámenes parciales de alumnos recursantes de Matemática I de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Salta, quienes la cursaron en forma semipresencial, usando la Plataforma Moodle. Mostraremos un análisis parcial, resultado de acciones realizadas dentro del Proyecto de Investigación Nº 2389, "*Incidencia de la modalidad Blended-Learning en el aprendizaje de Matemática en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Salta*", acreditado por el Consejo de Investigación de esta universidad.
Desde hace cuatro años, incorporamos la modalidad Blended-Learning para el cursado, por los numerosos inconvenientes que tienen los alumnos para asistir a las clases presenciales. Es decir, complementamos el dictado presencial con un Aula Virtual, en la Plataforma Moodle, con el objeto generar algunas ventajas tanto temporales como espaciales para superar los inconvenientes mencionados. El Aula Virtual se encuentra nutrida de diversos recursos con el propósito de brindar un espacio más de aprendizaje y consolidación de conocimientos en los alumnos.
En este marco las actividades propuestas mediante cuestionarios evaluativos y actividades prácticas, que son algunos de los recursos empleados, en el caso de ser aprobadas, acreditan un puntaje que se incorpora a la nota final de los respectivos exámenes parciales. A partir del relevamiento de estos datos analizamos su incidencia y además mostramos la opinión de los alumnos acerca de la utilidad de todos los recursos que se proponen en la plataforma, información recabada a partir de una encuesta diseñada para tal fin.

1 Justificación

Desde el Proyecto de Investigación Nº 2389, "*Incidencia de la modalidad Blended-Learning en el aprendizaje de Matemática en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Salta"*, acreditado por el CIUNSa, analizamos la repercusión de esta modalidad en el rendimiento de los alumnos recursantes de la asignatura Matemática I, primera del ciclo matemático de las carreras de esta Facultad. Al observar que año a año no disminuye el número de alumnos recursantes (número que ronda entre los 600 a 700 alumnos), es que se implementó en el año 2013, el Proyecto de "Aula Virtual", aprobado por Res CDECO N° 084/12; Expte. 6725/11, donde se autoriza el cursado de la citada asignatura con la modalidad semipresencial (Blended-Learning), que consiste en:

- Actividades Presenciales: los alumnos asisten a las clases prácticas y de consulta y también a las instancias de exámenes parciales.
- Curso Virtual**:** habilitado en la Plataforma Moodle, donde el alumno debe resolver Actividades Prácticas(relacionadas a los ejercicios y problemas propuestos en la cartilla de Trabajos Prácticos) y

Cuestionarios Evaluati*vos*(evaluaciones con contenidos teóricos), ambos no obligatorios. También se presentan otros recursos en diversos formatos como ser:

- Archivos con el Programa de la materia, Horarios de Clases teóricas y prácticas, Cronograma de actividades, Trabajos Prácticos, Resolución de Actividades de Autoevaluación y Errores Frecuentes de cada tema.
- Videos con contenidos teóricos.
- Foros de Novedades y de Consultas para los respectivos contenidos.

Además del elevado número de alumnos recursantes, otras de las razones que llevaron a la implementación de este Curso, están vinculadas a la carencia, no solo de los recursos humanos (un docente por cada 100 alumnos aproximadamente) sino también de la infraestructura edilicia (escasa cantidad de aulas disponibles en la universidad); condiciones que no permiten una interacción adecuada entre docentes y estudiantes.

Sobre la base de su implementación nos propusimos, indagar acerca de la repercusión del uso de estos recursos, en el desempeñode los estudiantes que cursaron la asignatura durante estos últimos cuatro años. Es decir, queremos conocer si los aprendizajes se ven beneficiados, cuando se propone el aprovechamiento sistematizado de las TIC, complementando a la enseñanza tradicional.

Por otro lado también recabamos la opinión de los alumnos, a través de una encuesta en la plataforma, acerca de la utilidad y los motivos de uso de estos recursos, con el fin de valorar la satisfacción de esta nueva modalidad de cursado.

2 Marco Teórico

El aprendizaje mediante métodos tradicionales no es lo suficientemente eficiente para atender grupos numerosos en las aulas clásicas y limita el desarrollo de las capacidades cognitivas, creativas y organizativas en nuestros estudiantes, como nuestra sociedad lo demanda. Cabero (2007) menciona que los cambios se suceden demasiado rápido, por eso es determinante el "aprender a aprender", característica de la sociedad de la información. Por lo tanto el aprendizaje debe ser activo, profundo y tender a la autonomía, es decir, debe ir más allá de la capacidad de recordar hechos, principios o procedimientos basados principalmente en la memorización y en la información. El aprendizaje debe considerarse como una búsqueda propia de significado y relevancia, inserta en una actividad social e individual; es por ello que el desarrollo del pensamiento creador de los alumnos debe ser uno de los principales objetivos que se plantee la educación para los momentos actuales.

La educación sistematizada requiere atender a estos nuevos desafíos. Por ello, el rol del docente debe tender cada vez más, a un sentido orientador; debe plantear formas y técnicas didácticas originales y atender a la renovación de los recursos didácticos por vía de la tecnología, para que los alumnos se sientan motivados, desarrollen la observación, la creatividad y capacidad de dar solución a problemas referidos a la especialidad estudiada, pero siempre insertos en un amplio y real contexto social, científico y tecnológico.

Hoy en día, la educación tiene ante sí el enorme reto de permitir a todos los estudiantes, hacer fructíferos sus talentos y capacidades, lo que implica que cada uno pueda responsabilizarse de sí mismo y realizar su proyecto personal. Todo esto requiere de sistemas de educación más flexibles, que permitan la diversidad de estudios, que prevean los adelantos tecnológicos, que reduzcan el fracaso escolar, la exclusión social y las desigualdades en el desarrollo.

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) nos proporcionan herramientas, recursos materiales y una gran variedad de entornos educativos que facilitan nuestra tarea pedagógica. Por sus características, nos brindan amplias posibilidades desde el punto de vista educativo ya que ofrecen múltiples formas de representación de la información, diferentes posibilidades de interacción, capacidad de almacenamiento, polivalencia y versatilidad. (Velázquez, C. 2012 p. 12)

El impacto de las TIC en la educación -actividad principal en cualquier sociedad- ha sido y está siendo de gran importancia y utilidad. Cabero (2001) expresa:

El impacto de las redes de comunicación sobre la formación y la educación va a suponer, y en algunos contextos ya lo está suponiendo, uno de los mayores cambios que hayan tenido lugar en las instituciones educativas en la últimas décadas. Incluso, podrá llegar a comparársele con la repercusión que tuvo la imprenta para la generación del conocimiento, la necesidad de la alfabetización por la transformación de una cultura oral a una escrita, y las modificaciones existentes en la funciones y roles a desempeñar en los procesos de instrucción por los agentes participantes en él. (pág.6)

Belloch, C, en su documento de Teleformación, define "Formación Combinada" o "Aprendizaje Mezclado" como una modalidad de estudios semipresencial que incluye tanto formación virtual como presencial. El objetivo principal de esta modalidad es combinar las ventajas de la enseñanza on-line (flexibilidad, acceso a recursos, etc.) con las de la enseñanza presencial (proximidad).

La educación a distancia permite romper diferentes barreras que limitan las oportunidades de formación y perfeccionamiento, brindando apertura:

- A los participantes porque lleva el conocimiento donde lo deseen y necesiten, ofreciendooportunidades educativas a personas que no pueden asistir a las clases presenciales clásicas de las instituciones, con lo que permite el acceso a estudios de alta calidad.
- Respecto al tiempo: porque elimina el factor espacio temporal como elemento limitante del proceso de aprendizaje y permite armonizar estudios-trabajo-familia.
- Al aprendizaje: porque permite reconocer la necesidad actual de continuarlo durante toda la vida. De este modo es posible lograr un aprendizaje cada vez más individualizado y relevante para las condiciones y aspiraciones de cada estudiante.

3 Desarrollo

Esta investigación la realizamos en la Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales de la Universidad Nacional de Salta, con los alumnos recursantes de la asignatura Matemática I, durante los años 2013, 2014, 2015 y 2016.

En la Plataforma, los estudiantes tienen acceso a información y al uso de diversos recursos. La utilización de los mismos y resolución (aprobación) de las actividades propuestas, se toman en consideración para determinar su incidencia en la nota final de cada parcial.

Tanto las actividades prácticas como los cuestionarios evaluativos se construyeron mediante la opción "*cuestionarios*" para que los alumnos respondieran las preguntas planteadas y fueran calificados automáticamente por el sistema, con una breve devolución a cerca de la resolución correcta.

Los Cuestionarios Evaluativos consisten en preguntas, donde al alumno es evaluado en sus conocimientos de conceptos teóricos sobre los temas desarrollados en la materia. Los mismos se realizaban un día prefijado, y estaban disponibles en el aula virtual entre las 6:00 hs. y las 23:55 hs de ese día; teniendo un tiempo de 30 minutos para su resolución. Para aprobar cada cuestionario, el estudiante debía responder correctamente al menos seis de los diez ítems formulados.

Así tenemos, a modo de ejemplo, algunas preguntas del cuestionario evaluativo para el tema Operadores


Pregunta 1 El operador sumatoria se puede distribuir con respecto a la multiplicación de expresiones donde figura la variable
Seleccione una:
Verdadero
Falso

Pregunta 2 La propiedad donde el operador sumatoria se distribuye respecto de la suma recibe el nombre de propiedad telescópica.
Seleccione una:
Verdadero
Falso

Pregunta 3 La propiedad potencial indica que la productoria de una constante por una variable es el producto de la potencia enésima de la constante por la productoria de la variable.
Seleccione una:
Verdadero
Falso

Pregunta 4 El último término del binomio $(a+b)^{2n}$ es el término T_{2n+1}
Seleccione una:
Verdadero
Falso

Pregunta 5 La propiedad donde el operador productoria se distribuye respecto de la multiplicación recibe el nombre de: Seleccione una:
a. propiedad aditiva
b. propiedad homogénea
c. propiedad potencial
d. propiedad multiplicativa

Figura 1. Modelo de Cuestionario Evaluativo del tema Operadores

Las Actividades Prácticas consisten en una serie de preguntas donde el estudiante es evaluado teniendo en cuanta los ejercicios y problemas propuestos en los trabajos prácticos de cada uno de los contenidos desarrollados en la materia. Las mismas se implementaron a partir de 2014, puesto que en general, los alumnos no resolvían dichos prácticos y así buscábamos una manera de estimularlos en esta resolución. La aprobación de estas actividades prácticas les otorgaba un punto a favor, en la nota definitiva de cada examen parcial.

Presentamos a modo de ejemplo algunas preguntas de las llamadas Actividades Prácticas, para el tema Sistemas de Ecuaciones:

1. Siempre es posible resolver un sistema a través del método matricial. Seleccione una:

Verdadero Falso

2. El sistema $\begin{cases} x+y+z=4 \\ x+y-z=0 \\ x-y+z=2 \end{cases}$ es Compatible indeterminado. Seleccione una:

Verdadero Falso

3. Una compañía produce tres tipos de muebles para patio: sillas, mecedoras y sillones reciclables. Cada uno requiere de madera, plástico y aluminio, como se indica en la tabla siguiente:

	Madera	Plástico	Aluminio
Silla	1 unidad	1 unidad	2 unidades
Mecedora	1 unidad	1 unidad	3 unidades
Sillón reclinable	1 unidad	2 unidades	5 unidades

La compañía tiene en existencia 400 unidades de madera, 600 unidades de plástico y 1500 unidades de aluminio. Para la corrida de fin de temporada la compañía quiere utilizar todas sus existencias. Para hacer esto, el número de sillas, mecedoras y sillones que deben fabricar es respectivamente:

Seleccione una:

a. 100 sillas, 200 mecedoras, 100 sillones

b. 100 sillas, 100 mecedoras, 200 sillones

c. 200 sillas, 100 mecedoras, 100 sillones

d. Ninguno de estos valores

4. El sistema $\begin{cases} 2x+3y=-4 \\ x+y=-3 \\ 3x=-9-3y \end{cases}$ tiene como conjunto solución a $S=\{(-5;2)\}$

Seleccione una:

Verdadero Falso

5. El conjunto solución del sistema $\begin{cases} x-y-z=1 \\ 0=x-8 \\ x+5y+3z=9 \end{cases}$ es:

Seleccione una:

a. Ninguno de estos b. {(-8; 10; 17)} c. {(8; -10; 17)} d. {(-8; 10; -17)}

Figura 2. Modelo de Actividad Práctica del tema Sistema de Ecuaciones

La aprobación tanto de los cuestionarios evaluativos como de las actividades acreditaban puntaje en la nota final (NF) de cada examen parcial, la misma se calcula de la siguiente manera:

NF = *Nota del parcial* + *2 puntos por cada cuestionario aprobado* + *1 punto por cada actividad práctica aprobada*.

La nota mínima necesaria para aprobar el parcial es de 60 puntos sobre un total de 100.

Por ello, indagamos los resultados a partir de la aprobación o no de las actividades prácticas y de los cuestionarios evaluativos, en cada una de las notas de los exámenes parciales de los alumnos.

En la siguiente tabla detallamos la cantidad de alumnos por año y por parcial que aprobaron con puntaje extra (CPE) y sin puntaje extra (SPE), siendo los mismos:

Tabla1. Número de alumnos que aprobaron los parciales con puntaje extra (CPE) y sin puntaje extra (SPE) de las actividades de la plataforma

Año	Nº de alumnos que rindieron y aprobaron por parcial			
	Aspecto	**1º Parcial**	**2º Parcial**	**3º Parcial**
2013	Total que rindieron	333	320	123
	Aprobados SPE	16	9	22
	Aprobados CPE	40	32	44
2014	Total que rindieron	521	405	170
	Aprobados SPE	55	52	62
	Aprobados CPE	124	102	121
2015	Total que rindieron	561	160	------------
	Aprobados SPE	34	49	------------
	Aprobados CPE	63	66	------------
2016	Total que rindieron	618	476	166
	Aprobados SPE	104	40	99
	Aprobados CPE	163	76	129

Durante los años 2014 (308 encuestados) y 2015 (214 encuestados) en la parte final del cursado, habilitamos una encuesta en la Plataforma, para que los alumnos realizaran una calificación de algunos recursos presentados en la misma e indicaran los motivos de uso de los mismos.

En una parte dela encuesta, les solicitamos a los alumnos que calificaran de 1 a 5 según la utilidad que consideraba le significó cada uno de los recursos (Videos, Resolución de actividades de Autoevaluación, archivo con errores frecuentes para cada tema, Foro de novedades, Foros de Consultas para cada tema, realización de Actividades Prácticas y Cuestionarios Evaluativos) puestos a disposición en la Plataforma Moodle, considerando la siguiente escala: Muy Útil (5); Útil (4); Poco Útil (3); Nada Útil (2) y No usa (1)

En el siguiente gráfico mostramos la calificación que otorgaron los alumnos acerca de la utilidad de los recursos en la plataforma Moodle, en forma paralela en los años 2014 y 2015.

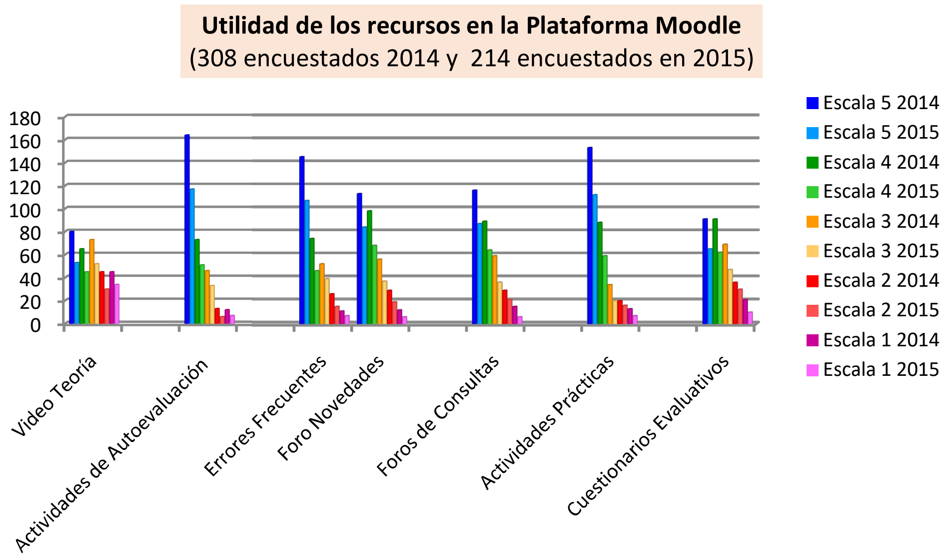


Gráfico 1: Utilidad (escala de 1 a 5) de los recursos en la Plataforma Moodle en los años 2014 y 2015

También en otra parte dela encuesta, les solicitamos que indicaran los motivos de uso de los diferentes recursos propuestos, siendo la clasificación, la siguiente: Curiosidad (A); Me ayuda en el Aprendizaje (B); Otorgaba puntaje en el parcial (C); Obligación (D) y No hizo uso/ No tenía utilidad (E)

En base a esta clasificación, en el siguiente gráfico mostramos la elección realizada por los estudiantes en forma paralela para los años 2014 y 2015.

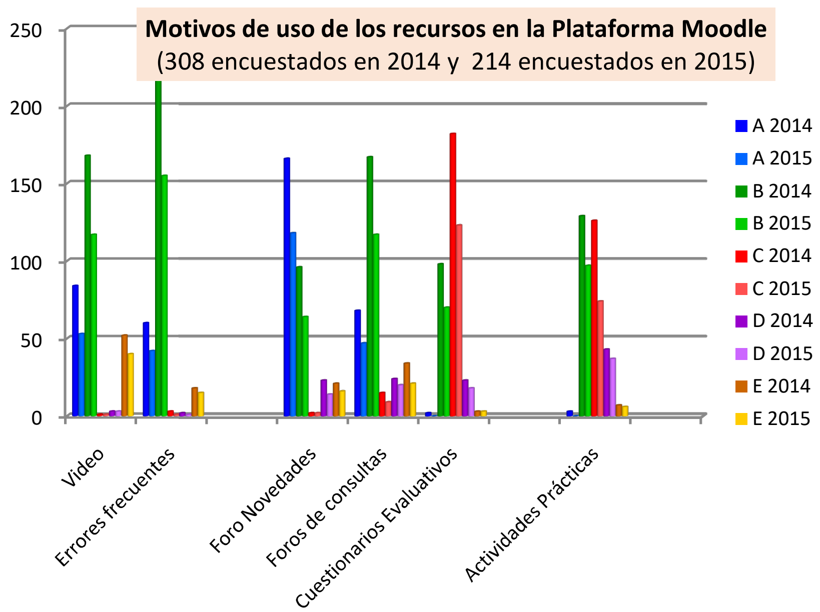


Gráfico 2: Motivos de uso de los recursos en la Plataforma Moodle en los años 2014 y 2015

4 Conclusiones

Teniendo en cuenta lo analizado, podemos destacar que tanto los cuestionarios evaluativos (que evalúan conceptos teóricos) como las actividades prácticas (que evalúan ejercicios y problemas de aplicación) no solo permiten que el alumno logre puntaje extra (favorable en caso de aprobar) en la evaluación final de cada examen parcial, sino que, también le sirve, como un elemento de retroalimentación permitiéndole conocer si ha logrado afianzar sus conocimientos, para continuar así su proceso de aprendizaje y preparación para los exámenes parciales y final. De la Tabla 1 podemos destacar, si bien la cantidad de alumnos que aprueban los exámenes parciales no alcanza el óptimo deseado, la relación entre la cantidad de alumnos que aprueban el parcial con puntaje extra (CPE) y sin ellos (SPE) está entre 1,34 y 2,5 aproximadamente. Esto nos permite afirmar que este tipo de actividades implementadas tiene una marcada incidencia favorable en la aprobación de dichos exámenes parciales.

Con respecto a la valoración que hacen los alumnos a través de la encuesta, podemos concluir lo siguiente:

- Respecto de la utilidad de los recursos (gráfico 1), entre el 47% y el 78% de los alumnos encuestados, valoran como muy útil y útil, los recursos propuestos.
- En relación a los motivos de uso de los mismos (gráfico 3), podemos observar que un gran número de alumnos responde "*me ayudan en el aprendizaje*" para los recursos considerados, mientras que para los cuestionarios y actividades prácticas, optan por la respuesta "*otorgaba puntaje en el parcial*", respuesta esperada dado que la aprobación de estas actividades otorgaba puntaje en la nota final del examen parcial.

Con estas respuestas podemos afirmar que, para los alumnos, el uso de los recursos incide positivamente en sus aprendizajes y que no desconocen que éstos son herramientas útiles para la adquisición de conocimiento.

Por todo lo analizado y expresado anteriormente, consideramos que la implementación de la modalidad Blended-Learning, acompañada de una adecuada selección de recursos, repercute favorablemente en el aprendizaje de nuestros estudiantes, logrando de esta manera un aprendizaje continuo. El mismo se ve favorecido por las instancias de devolución en las evaluaciones y análisis de sus errores, permitiendo la consolidación del trabajo colaborativo y desarrollo de la autonomía en sus aprendizajes.

Referencias

Belloch, C. *Las TICs en las diferentes modalidades de enseñanza/aprendizaje.* http://www.uv.es/bellochc/pedagogia/EVA2.pdf Consultado 12/12/2016

Cabero Almenara, J. (2001). *Las tecnologías de la información y comunicación en la Universidad.* Sevilla, MAD.

Cabero Almenara, J. (Coord.) (2007): *Nuevas Tecnologías Aplicadas a la Educación*. Madrid, Mc Graw Hill.

Vázquez, C. (2012) .*Estrategias pedagógicas con TIC*. Novedades Educativas.

Volver al ²ndice

Representaciones Dinámicas para el Abordaje del Concepto de Límite Finito

Parma Andrea - Fernández María José
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
andreaparma38@gmail.com - mariajfernandez@economicas.uba.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Límite finito, Paneles interactivos, *Mathematica*, CDF.

Resumen

En este trabajo se incluyen algunas situaciones vinculadas al concepto de límite finito para funciones de una y dos variables independientes, en las que se utiliza como recurso didáctico Documentos de tipo Formato Computable (CDF) desarrollados con *Wolfram Language* del *Mathematica*.
A través de dichas aplicaciones, el alumno universitario podrá visualizar geométricamente la relación δ(ϵ) en la definición de límite. También se plantean algunas situaciones interactivas para mostrar la no existencia de límite doble para el caso de funciones de dos variables independientes.
El uso del programa *Mathematica* contribuye a la construcción del concepto de límite aportando herramientas de cálculo y de visualización. Visualizar en matemática (Zimmerman y Cunningham, 1990) es un proceso en la formación de imágenes mentales en el que interviene la construcción, identificación y manipulación de gráficos (en este caso con ayuda de tecnología) asociados a un concepto matemático que permitan su comprensión y asimilación.
Teniendo en cuenta la interpretación gráfica y la definición de límite, el alumno podrá encontrar un camino por el cual podrá determinar la existencia de límite de una manera más dinámica. La visualización de ciertos conceptos complejos, generan una comprensión más sólida de los mismos, además de aportar a la obtención de conocimientos necesarios para la construcción de nuevas nociones.

1 Introducción

En este trabajo se incluyen algunas situaciones vinculadas al concepto de límite finito para funciones de una y dos variables independientes, en las que se utiliza como recurso didáctico Documentos de tipo Formato Computable (CDF) desarrollados con *Wolfram Language* del *Mathematica*.

A través de dichas aplicaciones, el alumno universitario podrá visualizar geométricamente la relación δ(ϵ) en la definición de límite. También se plantean algunas situaciones interactivas para mostrar la no existencia de límite doble para el caso de funciones de dos variables independientes.

2 Definición de Límite finito para $y = f(x)$

Recordamos la definición de límite finito:

Dada la función $y = f(x)$ y a un punto de acumulación del $Domf$

$$\lim_{x \to a} f(x) = l \in R \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0\ \exists \delta(\varepsilon) > 0: \quad \forall x\ (x \in Domf \wedge |x-a| < \delta) \Rightarrow |f(x) - l| < \varepsilon$$

En la Figura 1 se realiza visualiza geométricamente la definición de límite finito para $y = f(x)$:

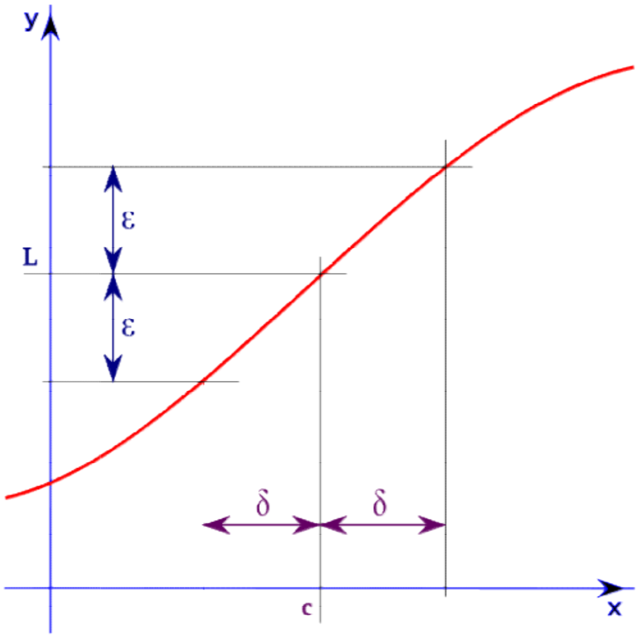


Figura 1. Limite finito para $y = f(x)$

2.1 Situación 1. Aplicación Límite Finito

$$\lim_{x \to 3} x^2 = 9$$

Debemos verificar que:

$$\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta(\varepsilon) > 0: \quad \forall x\ (x \in Domf \wedge |x-3| < \delta) \Rightarrow \left|x^2-9\right| < \varepsilon$$

$$|f(x)-l| = \left|x^2-9\right| = |(x-3)(x+3)| = |x-3||x+3|$$

Si se considera $0<\delta\leq\frac{\varepsilon}{|x+3|}$.

$$\left|x^2-9\right| = |x-3||x+3| < \delta|x+3| \leq \frac{\varepsilon}{|x+3|}.|x+3| = \varepsilon$$

Se considera: $\delta_1 = 1 \Rightarrow 2 < x \leq 4 \Rightarrow -7 < 5 < x+3 \leq 7 \Rightarrow |x+3| < 7$

Por hipótesis $\left|x-3\right| < \delta$ Además $|x+3|<7$. Por lo tanto, multiplicando miembro a miembro:

$$|x-3||x+3| < 7\delta = \varepsilon$$

De la expresión anterior surge que $\delta_2 = \frac{\varepsilon}{7}$.

Por lo tanto, considerando $0<\delta\leq\min\left\{1;\frac{\varepsilon}{7}\right\}$se cumple que $\left|f(x)-l\right|<\varepsilon$

En la Figura 2, se presenta un CDF creado específicamente para que el alumno observe que muestra como modificando los valores de ε se modifica el valor del δ teniendo en cuenta la relación $0<\delta\leq\min\left\{1;\frac{\varepsilon}{7}\right\}$.

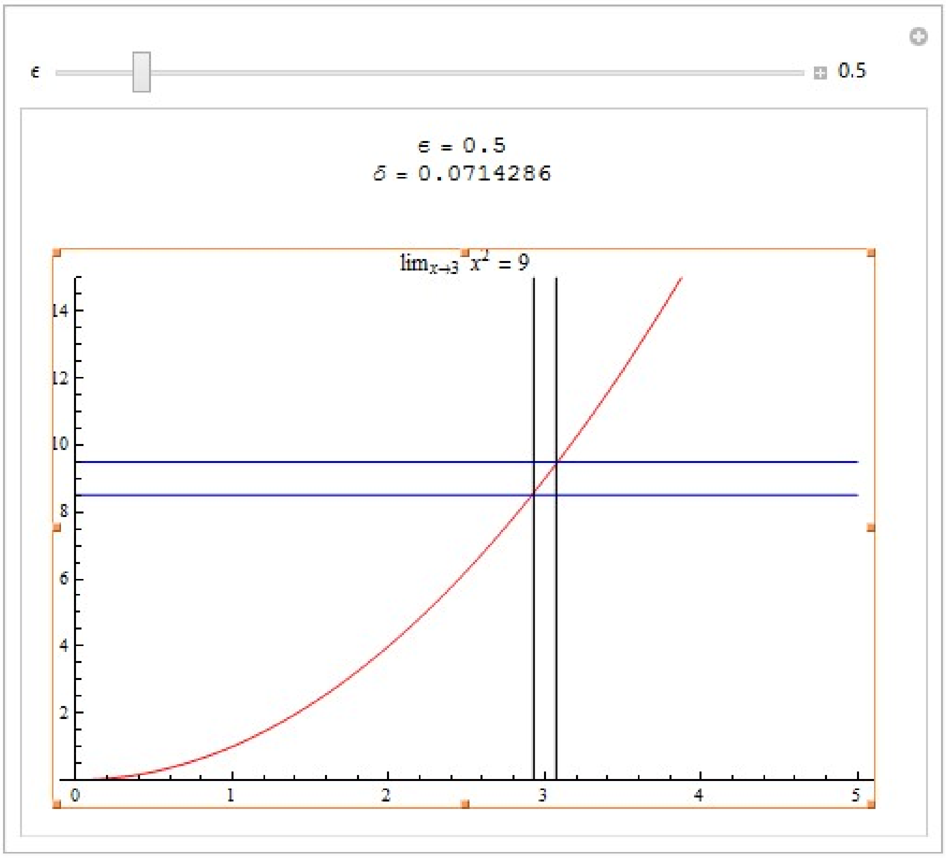


Figura 2. Panel interactivo para $\lim_{x\to 3} x^2=9$

3 Limite Doble Finito

Extendemos la definición de límite para funciones de dos variables independientes:

Dada $z = f(x,y)$ y (a,b) punto de acumulación del $Domf$.

$$\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y)=L \Leftrightarrow \forall\varepsilon>0\ \exists\delta(\varepsilon)>0:\ \forall(x,y)\in Domf \wedge 0<\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}<\delta \Rightarrow |f(x,y)-L|<\varepsilon$$

En la Figura 3, se observa geométricamente la definición de límite doble finito.

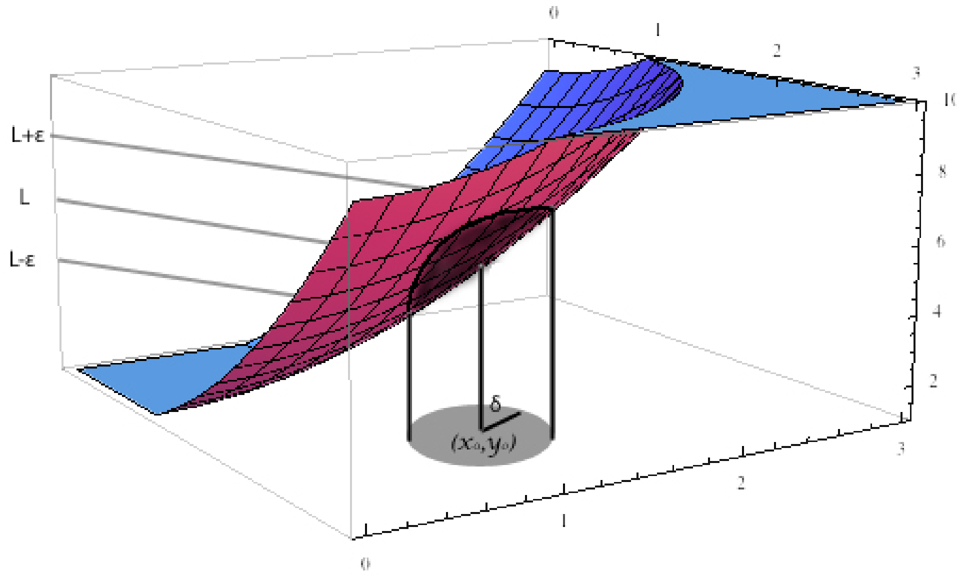


Figura 3. Límite doble finito

3.1 Aplicación de la definición de Límite Doble

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{1}{390}\left[\left(x^3y-y^3x\right)+10\right]=10$$

$$\forall\epsilon>0\ \exists\delta(\varepsilon)>0:\ \forall(x,y)\in \text{Domf}\wedge 0<\sqrt{x^2+y^2}<\delta \Rightarrow \left|\frac{1}{390}\left[\left(x^3y-y^3x\right)+10\right]-10\right|<\varepsilon$$

$$\forall\epsilon>0\ \exists\delta(\varepsilon)>0:\ \forall(x,y)\in \text{Domf}\wedge 0<\sqrt{x^2+y^2}<\delta \Rightarrow |x|<\delta\ \wedge|y|<\delta$$

$$\Rightarrow \left|x^3y\right|=\left|x^3\right||y|<\delta^4\wedge\left|y^3\right||x|<\delta^4 \Rightarrow \left|x^3y\right|+\left|y^3x\right|<2\delta^4$$

Como $0<\delta\leq 1 \Rightarrow \left|f(x,y)-L\right|=\left|\frac{1}{390}\left(x^3y-y^3x\right)\right|\leq\left|\frac{1}{390}\left(x^3y+y^3x\right)\right|\leq\left|x^3y\right|+\left|y^3x\right|<2\delta^4<2\delta=\varepsilon.$

Por lo tanto, tomando $0<\delta\leq\min\left(1,\frac{\varepsilon}{2}\right)$ se satisface las condiciones para la definición de límite

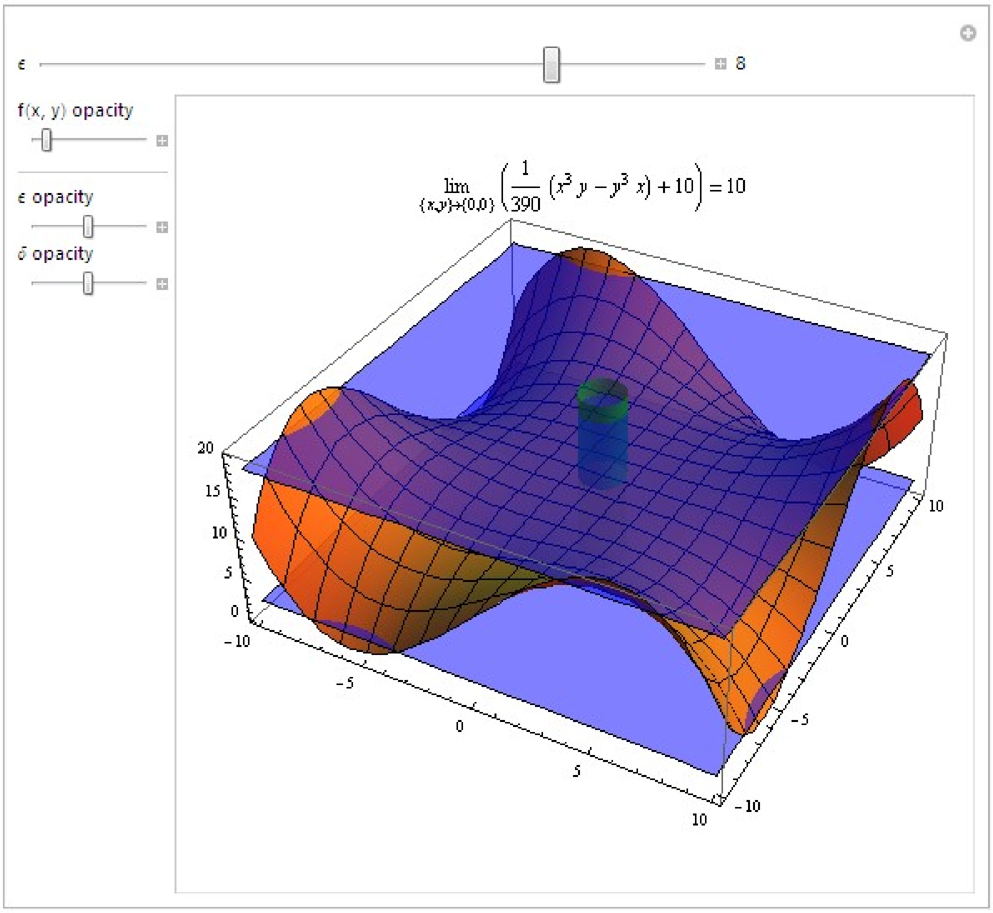


Figura 4. Panel interactivo para $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{1}{390}\left[\left(x^3y\text{-}y^3x\right)+10\right]=10$

En la Figura 4, se visualiza en el caso de una función de dos variables independientes, como modificando los valores de ε se modifica el valor del δ , teniendo en cuenta la relación $0<\delta\leq\min\left(1,\frac{\varepsilon}{2}\right)$.

3.2 Límites radiales en el origen. No existencia del Límite Doble

Dada la función $g:\Re^2\to\Re$ / $g(x,y)=g(x,y)=\frac{10\,xy}{2x^2+3y^2}$ se analiza la existencia del límite doble en el origen:

3.2.1 Límites sucesivos en el origen

Cálculo de L_1

$$L_1=\lim_{x\to 0}\left(\lim_{y\to 0} g(x,y)\right)=0$$

$$L_1=\lim_{x\to 0}\left(\lim_{y\to 0}\frac{10\,xy}{2x^2+3y^2}\right)=0$$

Cálculo de L_2

$$L_2=\lim_{y\to 0}\left(\lim_{x\to 0} g(x,y)\right)=0$$

$$L_2=\lim_{y\to 0}\left(\lim_{x\to 0}\frac{10\,xy}{2x^2+3y^2}\right)=0$$

Por lo tanto, si existe el límite doble e el origen, éste debe valer 0.

3.2.2 Límite radial en el origen

$$L_r = \lim_{\substack{x\to 0\\(y=mx)}} \frac{10\,xy}{2x^2+3y^2} = \frac{10m^2}{2+3m^2}$$

Por ejemplo, para m=1 $\lim_{\substack{x\to 0\\(y=x)}} \frac{10\,xy}{2x^2+3y^2} = 2$

Por lo tanto, no existe $L_D = \lim_{(x,y\to(0,0))} \frac{10\,xy}{2x^2+3y^2}$

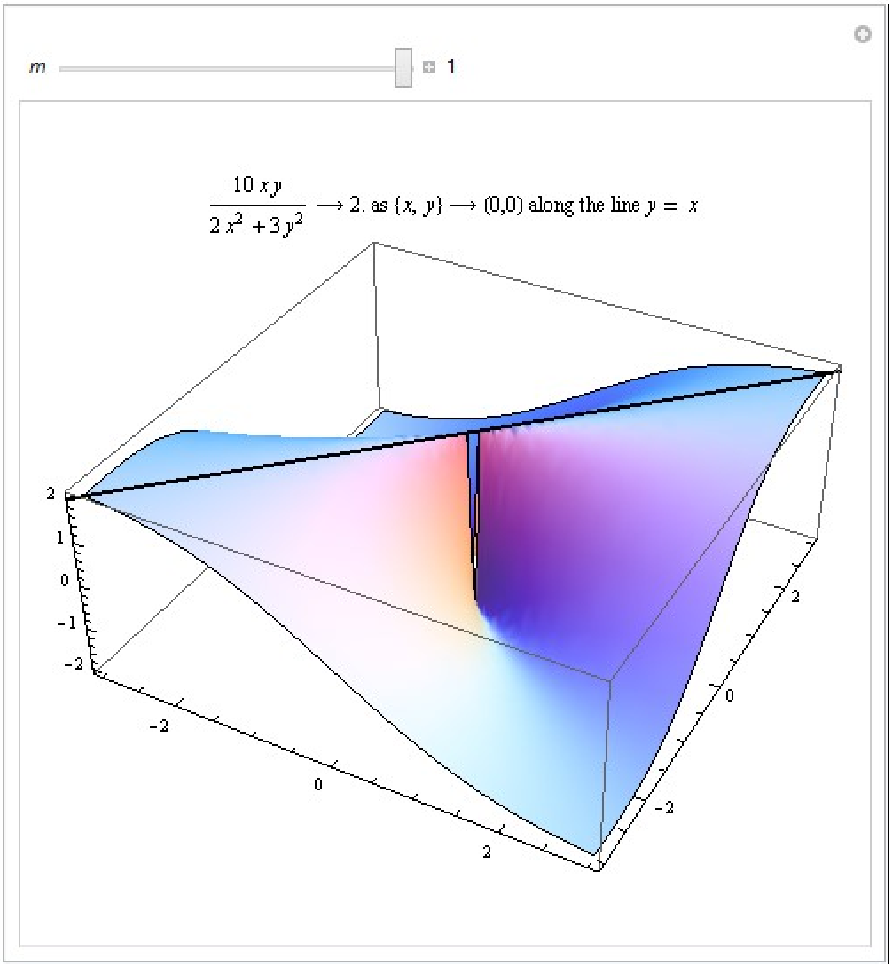


Figura 5. Panel interactivo para $L_r = \lim_{\substack{x\to 0\\(y=mx)}} \frac{10\,xy}{2x^2+3y^2}$

En la Figura 5, se observa que para distintos valores de *m* se obtienen diferentes valores de límite radial. Por ejemplo, para $y = x,\ L_r = 2$, para $y = -x,\ L_r = \frac{20}{7}$.

3.3 Límites parabólicos en el origen. No existencia del Límite Doble

Si se considera el límite aproximándose por parábolas que pasan por el origen, $y = c\,x^2$:

$$\text{Limit}\left[\frac{8\,c\,x^4}{x^4 + 3\,c^2\,x^4},\ x \to 0\right] :$$

$$\frac{8\,c}{1 + 3\,c^2}$$

Se obtiene que $L_p = \dfrac{8\,c}{1+3\,c^2}$ depende de *c*, luego no existe límite doble en el origen.

En la Figura 6, se observa que para distintos valores de *c* se obtienen diferentes valores de L_p. Por ejemplo, para $y = x^2$, $L_p = 2$, para $y = -x^2$, $L_p = -2$ y para $y = 2x^2$, $L_p = \dfrac{16}{13}$.

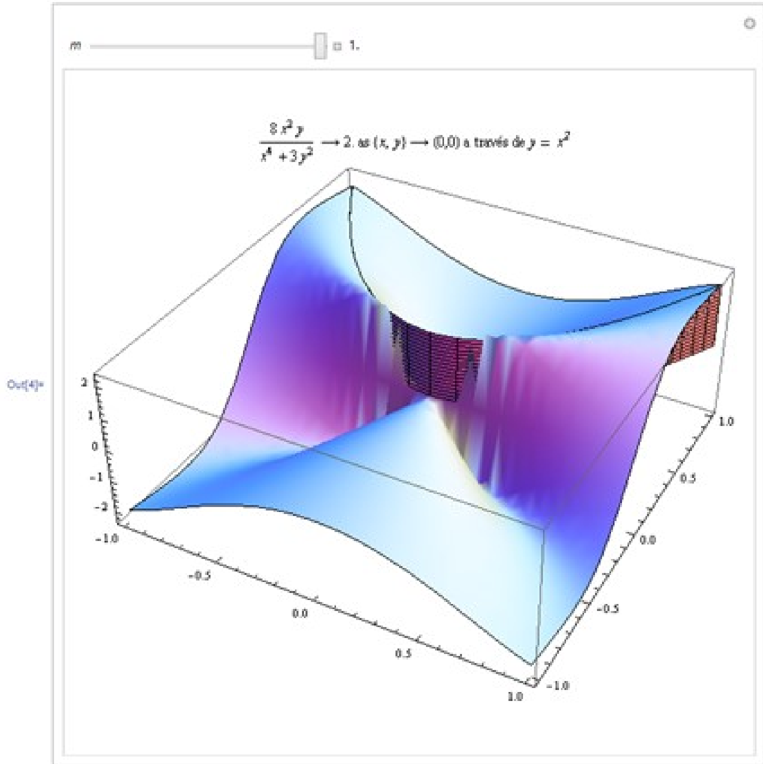


Figura 6. Panel interactivo para límites parabólicos en el origen.

4 Conclusiones

El empleo del formato CDF ofrece la posibilidad de realizar representaciones geométricas interactivas, que podrán ser incorporadas fácilmente por los docentes en diapositivas, informes, libros, aplicaciones y objetos de web.Es habitual que los alumnos tengan dificultad para comprender y asimilar la definición de límite, que es de suma importancia para abordar el resto de los contenidos de cálculo. Es por ello, que la incorporación de representaciones dinámicas para visualizar este concepto es fundamental.

Para el caso de funciones de dos variables independientes, cuya representación geométrica es compleja, el empleo de formato CDF permitirá al alumno una mayor comprensión, exploración y construcción del concepto de límite doble.

Resulta importante que el docente elabore secuencias de actividades donde los sistemas de cálculo simbólico sean considerados como recursos didácticos habituales. Esto facilitará, sin duda alguna, la adquisición de conceptos matemáticos por parte de los estudiantes,

Referencias

Córdoba Gómez, F.J. (2014). Las TIC en el aprendizaje de las matemáticas: ¿qué creen los estudiantes?.*Actas Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación*. Artículo 1571.

Lazzari, Luisa L.; Parma Andrea, Guzmán Yañez, Erica (2007). Análisis de la relación entre límites dobles, sucesivos y radiales a través de una herramienta informática. *Actas XXII Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y Afines.* Universidad Nacional de Cuyo. Facultad de Ciencias Económicas.

Pizarro, R.A. (2009). *Las TICs en la enseñanza de las Matemáticas. Aplicación al caso de Métodos Numéricos*. Tesis de Magíster en Tecnología Informática Aplicada en Educación. La Plata: Universidad Nacional de La Plata, Facultad de Informática.

Santos Marín, N.; Ramírez García, E.; Ortega Díaz, R. & Torres Alfonso, A. (2005). Utilización de las nuevas tecnologías de la comunicación y la información en la enseñanza de la matemática en la educación superior. *Actas CIVE 2005 Congreso Internacional Virtual de Educación*.

Rabuffetti, H. T. (1974). *Introducción al Análisis Matemático (Cálculo 1)*. El Ateneo, Buenos Aires.

Rabufetti, H.T. (1999). *Introducción al Análisis Matemático (Cálculo 2)*. El Ateneo, Buenos Aires.

Wolfram, S. (2016). *An Elementary Introduction to the Wolfram Language*. Wolfram Media Inc, Nueva York.

Volver al índice

Resultados de una Experiencia B-Learning para Favorecer el Aprendizaje de la Matemática

Mena Analía - Golbach Marta - Abraham Graciela - Rodríguez Areal Elsa - Juárez Ma. de los Ángeles
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Tucumán
menaanalia@gmail.com - mgolbach@tucbbs.com.ar - gabrahamdejuarez@yahoo.com.ar - 36angelita@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Resultados, Semipresencial, Alumnos, Aprendizaje

Resumen

Los entornos virtuales de aprendizaje resultan un escenario óptimo para promover el conocimiento porque facilitan la realización de actividades didácticas y sirven de soporte al desarrollo del proceso docente educativo. El acceso de los docentes a la planificación de las clases, las redes de profesores, las técnicas pedagógicas y otras formas de apoyo educativo, mediante bases de datos creadas especialmente con esta finalidad, genera muchas posibilidades de automejora de la tarea docente.
El objetivo de este trabajo es mostrar los resultados de una experiencia *B-Learning* diseñada para favorecer el aprendizaje de la Matemática. Se investigó la dimensión "Grado de independencia en el estudio de los alumnos". El experimento se llevó a cabo en el año 2016 con todos los alumnos que cursaban en ese momento la asignatura Matemática I, mediante la modalidad denominada "Talleres participativos" de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Tucumán. La estrategia implementada se basó en la complementación de actividades presenciales y virtuales, motivando al estudiante a realizar las tareas planteadas de forma autónoma, bajo la guía de un tutor, tales como lectura de los materiales elaborados para tal fin, participación en foros de discusión o consulta, etc. Para la investigación se seleccionó un diseño tipo cuasiexperimental y se implementó la metodología de enseñanza *B-Learning* (variable independiente), a la que fueron sometidos los sujetos, para analizar la variable dependiente "Resultados académicos". El análisis que el equipo de trabajo realizó de los resultados permite concluir que la metodología implementada ha producido una mejora en el Grado de Independencia de los estudiantes evaluados en la presente investigación.

1 Introducción

La utilización de los Entornos Virtuales de Aprendizaje proveen las condiciones para que el estudiante adquiera recursos informáticos y los medios didácticos para interactuar y realizar actividades orientadas a alcanzar los objetivos educativos.Es indudableque el avance tecnológico ha operado de manera vertiginosa en los diferentes contextos y obviamente esto no es ajeno a la educación. Las nuevas tecnologías de la información y la comunicación se han vuelto imprescindibles a la hora de pensar los procesos de aprender. Los nuevos enfoques educativos, centrados más en los procesos que en los resultados, apuntan a un sujeto de aprendizaje cada vez más autónomo, eficiente en la toma de decisiones y creador de la dirección que ha de adquirir su propia formación. Es con este marco que la metodología *B-Learning*se afianza como instrumento útil que brinda la oportunidad de educar alumnos inquietos, que busquen nuevas herramientas y las puedan adaptar a sus necesidades; convirtiéndose en sujetos activos e independientes que participen en foros y comunidades con los que interactúan, afrontando de este modo los permanentes desafíos intelectuales que se le presentan a diario.

El objetivo de este trabajo es mostrar los resultados de una experiencia B-Learning diseñada para favorecer el aprendizaje de la Matemática. La investigación implementada tuvo la finalidad de cotejar en la realidad la eficacia de esta metodología para medir el grado de independencia que alcanzaron los alumnos que cursaron los Talleres participativos en el ciclo lectivo 2016.

2 Desarrollo-Marco teórico

Los últimos años han sido excepcionalmente prolíficos en avances tecnológicos aplicables a la educación para poder ofrecer lo mejor y lo más importante en experiencias para los alumnos. Está definitivamente comprobado que el uso de las Nuevas Tecnologías (TIC) mejora el aprendizaje de los alumnos, al mismo tiempo que reduce el tiempo de instrucción y los costos de la enseñanza, y que propician la creación de nuevos entornos didácticos que afectan de manera directa, tanto a los actores del proceso de enseñanza-aprendizaje como al escenario donde se lleva a cabo el mismo. El modelo de aprendizaje semipresencial o *Blendend Learning* combina métodos de enseñanza presencial con actividades mediadas por TIC, para formar un método de enseñanza integrada. Este nuevo entorno requiere, según Cabero Almenara (1996), de un nuevo tipo de alumno; más preocupado por el proceso que por el producto, preparado para la toma de decisiones y elección de su ruta de aprendizaje, en definitiva, preparado para el autoaprendizaje. Es por ello que las TIC aportan un nuevo reto al sistema educativo que consiste, según sostiene Elstein, en pasar de un modelo unidireccional de formación, donde por lo general los saberes recaen en el profesor o en su sustituto el libro de texto, a modelos más abiertos y flexibles, donde la información situada en grandes bases de datos, tiende a ser compartida entre diversos alumnos. Numerosas investigaciones han demostrado que la naturaleza visual de algunas tecnologías, particularmente animaciones, simulaciones e imaginería móvil involucra y motiva más a los estudiantes y refuerza la comprensión de conceptos (p.ej. Passey et.al., 2004; Livingstone & Condie, 2003; HMIE, 2005 citados en Condie & Munro, 2007). Según sostiene Claro (2010) en esta línea, las mayores evidencias sobre impactos se encuentran en las asignaturas de lenguaje, matemáticas y ciencias. Además el uso de las TIC en el aprendizaje de diferentes asignaturas, arroja también algunos resultados relativos al desarrollo de habilidades o destrezas transversales, tales como comunicación, colaboración, aprendizaje independiente y trabajo en equipo. "El estudio ImpaCT2 (Harrison et. al., 2002) encontró que el uso de TIC promovía mayor involucramiento de parte del estudiante con la asignatura, abriendo oportunidades para la reflexión y análisis y contribuyendo al desarrollo de habilidades de comunicación" (Claro, 2010, p. 13). Se piensa entonces que el mayor potencial de las TIC en la educación está relacionado con la gestión educativa y la mejora de la enseñanza tradicional.

Sin embargo de acuerdo a Galperin, el proceso de aprendizaje del estudiante pasa por diversas etapas. En la primera etapa el estudiante percibe y asimila de manera pasiva la información recibiendo la influencia educativa del profesor, haciendo el papel de receptor y decodificador de la información. En la segunda etapa, luego de que se ha formado una base de conocimientos y valores, el estudiante realiza el papel de selector y de generador de la información pasando a una formación basada en sus propias influencias y estando capacitado para realizar la búsqueda y la selección de la información. Establece además un conjunto de características o cualidades de la acción que constituyen los indicadores que permiten evaluar la calidad del aprendizaje realizado durante el proceso de asimilación. Entre los indicadores cualitativos se encuentran el grado de generalización, es decir, las posibilidades de su aplicación a diferentes tipos de situaciones, el grado de conciencia o de reflexión es decir, la capacidad del sujeto de poder fundamentar ó explicar lo que ha hecho y porqué lo ha hecho y el grado de independencia, es decir, los niveles de ayuda que requiere el alumno hasta lograr que la acción sea ejecutada en forma independiente. Por tanto, el diseño de los cursos virtuales como la enseñanza semipresencial debe responder también a este enfoque formador en el que el desarrollo de capacidades y valores en el estudiante es guiado por etapas donde deben alcanzarse objetivos de formación específicos y con actividades evaluativas que permitan comprobar el cumplimiento de estos objetivos, siendo el estudiante protagonista de su propia formación. La metodología *B-Learning* puede entonces convertirse en una excelente oportunidad para educar alumnos inquietos, que busquen cada día nuevas herramientas; que participen en foros y comunidades con los que interactuar, mejorando aún más sus conocimientos y encontrando nuevos desafíos intelectuales para continuar el proceso de aprendizaje, de alumnos que construyan su aprendizaje.

3 La Experiencia B-Learning

Matemática I es una asignatura de primer año de la Facultad de Ciencias Económicas de la U.N.T., que se imparte en el primer cuatrimestre. En los últimos años el número de alumnos inscriptos se mantuvo muy elevado, llegando al año 2016 con una matrícula de 1291 alumnos. Por tal motivo, y ante la necesidad de potenciar la participación activa de los estudiantes en su propio aprendizaje, la Cátedra viene implementando desde el año 2013 diferentes actividades a ser desarrolladas en el Aula Virtual, como complemento de las clases presenciales. Cabe destacar que esta asignatura también se desarrolla en el segundo cuatrimestre mediante la modalidad denominada “Talleres participativos” dirigida a los alumnos que no la regularizaron y tenían uno de los parciales aprobados. La experiencia B-learning se llevó a cabo en este cuatrimestre y participaron de la misma 79 alumnos. La virtualización de la enseñanza, se realizó en la plataforma *Moodle*. De las siete unidades temáticas se consideró el tema Sistemas de Ecuaciones Lineales para llevar a cabo la experiencia. Para ello se redactó una Guía Didáctica, que es un instrumento para orientar y facilitar el aprendizaje, ayudar a comprender y aplicar los diferentes conocimientos, así como para integrar todos los medios y recursos que se presentan al estudiante como apoyo para su aprendizaje. La misma contenía los objetivos del tema, los contenidos, un cronograma de las actividades virtuales a desarrollar, bibliografía recomendada, así como las orientaciones para el estudio y la forma de evaluación. Se incluyeron recursos tales como: un Resumen de conceptos teóricos realizados en Power Point, Mapa Conceptual del Tema, Ejercicios Seleccionados de la Guía de Trabajos Prácticos para subir al Espacio de cada actividad, Videos de Conceptos Teóricos (desarrollados con la herramienta Camtasia) y de Ejercicios Resueltos, Foros de consulta y un Glosario de conceptos del tema y diferentes tareas especialmente diseñadas para que el estudiante emplee las herramientas informáticas mencionadas. Cabe mencionar que la elaboración de los materiales didácticos se realizaron teniendo en cuenta pautas didácticas de manera que el al alumno pudiera realizar la construcción de su propio conocimiento y con el fin de facilitar su aprendizaje significativo. Se les explicó además en la guía didáctica la metodología didáctica a seguir como así también las tareas y actividades que tenían que realizar de forma autónoma y colaborativa. A través del foro de novedades se los motivaba a participar en los foros de consulta, para que manifestaran sus dudas e identifiquen insuficiencias en la comprensión de conceptos y en la metodología de trabajo, y se los invitaba a asistir a las clases de consulta presenciales. La estrategia implementada se basó en la complementación de actividades presenciales y virtuales, promoviendo al estudiante a realizar las tareas planteadas de forma autónoma, bajo la guía de un tutor. Como primera actividad se realizó un encuentro presencial obligatorio, a fin de orientar al estudiante en esta nueva modalidad. Para ello se desarrolló una clase teórica – práctica en la que se presentó el tema Sistemas de Ecuaciones lineales, de manera expositiva, generando un espacio donde a través del diálogo didáctico se guió al alumno en la comprensión del mismo, trabajando en equipos de trabajos conformados previamente. Las actividades virtuales consistieron en el cumplimiento de tareas tales como lectura de los materiales elaborados para tal fin, participación en foros de discusión o consulta, visualización de videos, realización de un glosario del tema y revisión mediante mapas conceptuales diseñados especialmente y del envío de las actividades prácticas escritas (individuales y grupales) para ser revisadas y corregidas por el docente y su posterior devolución. Para ello los alumnos resolvían los ejercicios a lápiz y papel y luego lo subían al Aula, en archivos Word, Pdf o bien en JPJ, en el espacio correspondiente. Luego el docente los editaba señalando errores cometidoso resaltando ideas correctas y novedosas y motivando además su participación. Los objetivos de estos trabajos colaborativos fueron revisar y afianzar los conceptos aprendidos y desarrollar habilidades de trabajo colaborativo. Para el foro, se diseñó una introducción indicando, de manera concreta, la utilidad del foro. Todo lo mencionado pueden observarse en las Figuras N°1 y 2.

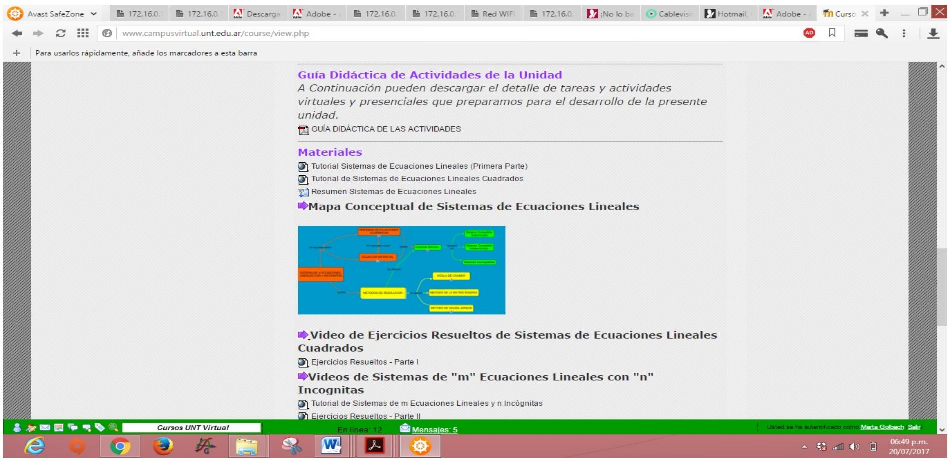


Figura 1: Aula Virtual de Matemática I, vista de los materiales correspondientes a la unidad temática Sistemas de Ecuaciones Lineales. Año 2016. Fuente: Aula Virtual. Cátedra de Matemática I

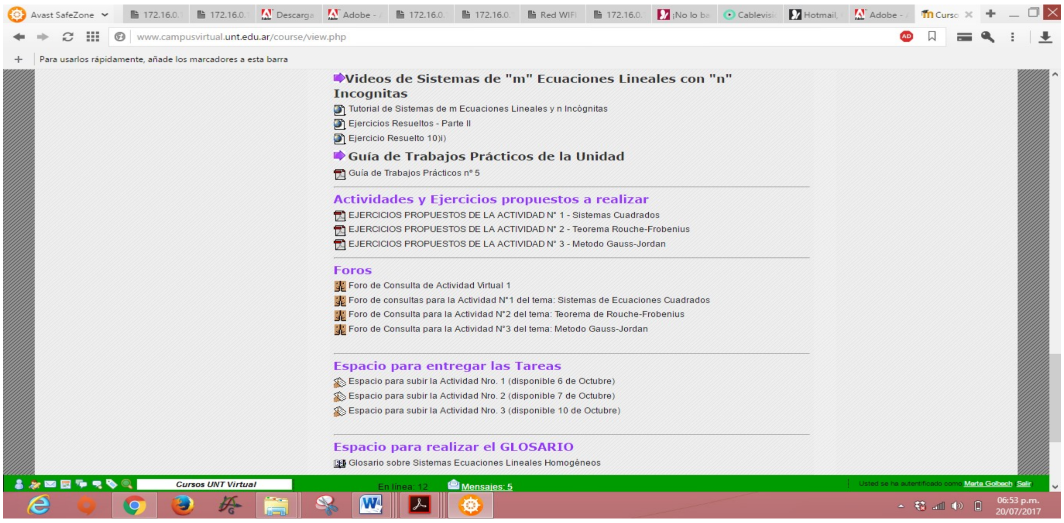


Figura 2: Aula Virtual de Matemática I, vista de los materiales correspondientes a la unidad temática Sistemas de Ecuaciones Lineales. Año 2016. Fuente: Aula Virtual. Cátedra de Matemática I.

Posteriormente se desarrolló un segundo encuentro presencial obligatorio, con el objetivo de hacer un cierre de la unidad temática en cuestión, revisando contenidos tanto teóricos, como prácticos. Se realizó a demás, la devolución de las actividades propuestas, resueltas por los estudiantes en el Aula Virtual.

En cuanto a la Evaluación del aprendizaje cabe mencionar que no sólo debe servir como medidor del nivel de aprendizaje del estudiante y para establecer la calidad con que son cumplidos los objetivos de las asignaturas sino que también debe ser un factor regulador de la dirección del proceso de enseñanza sobre la base del cual se puedan introducir los cambios y correcciones necesarios que permitan hacer corresponder los resultados con la exigencia de los objetivos. Durante la experiencia se realizaron evaluaciones formativas a través de las clases de consulta y de las Autoevaluaciones Virtuales. Estas Autoevaluaciones eran obligatorias y fueron diseñadas con el objetivo de que los estudiantes puedan evaluar su aprendizaje y contribuya a las tareas de repaso.

En la Figura Nº 3 se observan ejercicios para emparejar y de verdadero o falso.

En cuanto a la evaluación sumativa, la misma se llevó a cabo a partir de la aplicación de dos Pruebas Parciales presenciales, que contenían ejercicios prácticos y preguntas teóricas, en el cual se midió la calidad del aprendizaje logrado mediante el grado de independencia y el desempeño académico alcanzado.

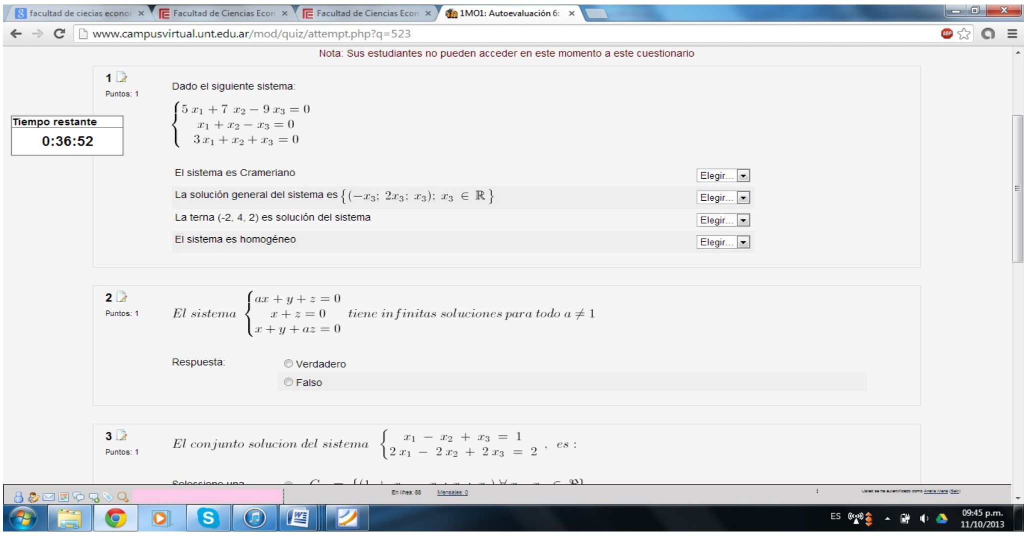


Figura 3: Autoevaluación Virtual del tema Sistemas de Ecuaciones Lineales. Ejercicios del tipo para emparejar y de verdadero o falso. Aula Virtual de Matemática I. Año 2016. Fuente: Aula Virtual. Cátedra de Matemática I

4 La Investigación

De acuerdo al contexto que rodea al estudio y a las posibilidades institucionales, se seleccionó, para la investigación, un diseño tipo cuasiexperimental. Se implementó la metodología de enseñanza B-Learning (variable independiente), a la que fueron sometidos los sujetos, para analizar la variable dependiente "Resultados Académicos". Se consideraron para la variable dependiente, las siguientes dimensiones a estudiar: actitudes de los alumnos frente al nuevo sistema, el grado de independencia en el estudio por parte de los alumnos y el desempeño de los alumnos frente a la propuesta de enseñanza virtual. En este trabajo, se expondrán los resultados obtenidos para la dimensión "Grado de independencia en el estudio por parte de los alumnos". El experimento se llevó a cabo en el año 2016 a los 79 (setenta y nueve) alumnos que cursaban en ese momento la asignatura Matemática I, mediante la modalidad denominada "Talleres participativos" de la Facultad de Ciencias Económicas de la U.N.T. Se seleccionó la unidad temática "Sistemas de Ecuaciones Lineales" parallevar a cabo la experiencia mediante 3 (tres) clases presenciales y 6 (seis) actividades virtuales, según lo relatado anteriormente. Los problemas presentados en la prueba diagnóstico (Pretest) y en la etapa final (Postest) fueron sometidos a juicio de expertos, docentes del área Matemática, que contribuyeron a validar los instrumentos de evaluación.

4.1 Instrumento de Medición de la Variable Dependiente. Pretest - Postest. Análisis de los Resultados

De acuerdo con el diseño experimental seleccionado, "Diseño de un grupo solo con pretest-postest", se administró el Pretest al grupo de 79 (setenta y nueve) alumnos que participaron en la investigación, con el objetivo de medir Grado de independencia (Variable Dependiente). Luego de finalizada la experiencia, se aplicó el Postest y posteriormente se realizó la comparación correspondiente con los resultados obtenidos para esta misma variable. El Pretest constó de 4 (cuatro) ejercicios correspondientes a la unidad temática “Matrices” y el Postest constó de 5 (cinco) ejercicios correspondientes a la unidad temática “Sistemas de Ecuaciones Lineales”, que fue el tema con el que se trabajó en el tratamiento experimental y que fue parte del contenido evaluado en el segundo parcial de la asignatura. En las pruebas se midió la dimensión Grado de Independencia, estableciéndose previamente niveles que permitieron valorar las respuestas de los estudiantes. Cabe aclarar que estas formas de controlar las cualidades de la acción han sido utilizadas y validadas en diferentes trabajos de investigación en Educación Matemática.

Dimensión: “Grado de Independencia”

El Grado de Independencia está determinado por los niveles de ayuda que requieren los estudiantes en la ejecución de las tareas propuestas. Al final del proceso es necesario conocer cuánto es capaz de resolver el alumno sin ayuda. Se consideraron las siguientes categorías para medir esta variable.

Muy Alto: Si resuelve adecuadamente y sin ayuda entre el 80% y el 100% de los ejercicios (incluido el 80% y el 100%). **Alto:** Si resuelve adecuadamente y sin ayuda entre el 60% el 80% de los ejercicios (incluido el 60%). **Medio**: Cuando sin ayuda, resuelve adecuadamente entre el 40% y el 60% de los ejercicios (incluido el 40%). **Bajo**: Cuando sin ayuda, resuelve adecuadamente entre el 20% y el 40% de los ejercicios (incluido el 20%). **Muy Bajo**: Cuando resuelve adecuadamente y sin ayuda menos del 20% de los ejercicios.

5. Resultados

La Figura N°4, muestra los resultados obtenidos en el Pretest y en el Postest para la variable Grado de Independencia que nos permitirá realizar comparaciones. En el primer caso se observa que la mayor frecuencia se presenta en las categorías Medio y Bajo del Grado de Independencia. Luego de concluida la experiencia y de aplicar el Postest, se observa que la clase modal de la variable Grado de Independencia es la categoría Alto y sólo un 11% del grupo que recibió el tratamiento se encuentra en la categoría Bajo.

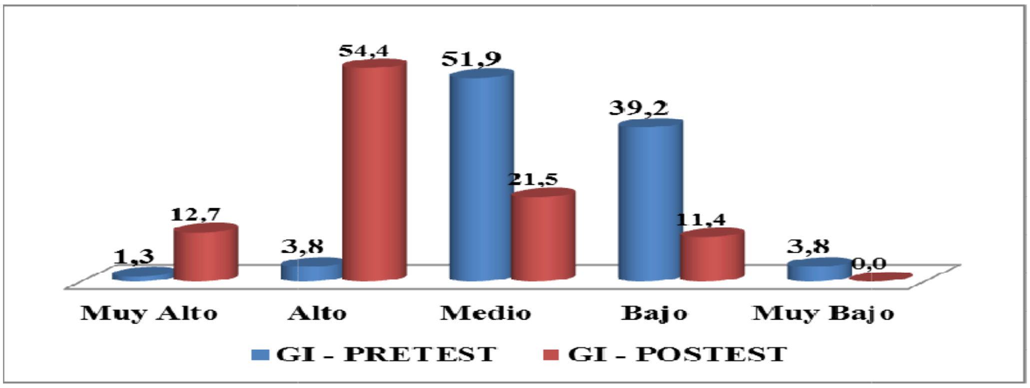


Figura 4: Distribución porcentual de frecuencias de la variable Grado de Independencia según los resultados obtenidos en el Pretest y el Postest. Matemática I. Año 2016.
Fuente: Talleres Participativos. Cátedra de Matemática I. Facultad de Ciencias Económicas. U.N.T. Año 2016

En un primer análisis descriptivo realizado en el apartado anterior, los resultados indicaron que la variable “Grado de Independencia”, se distribuía de manera muy diferente en cada una de las pruebas consideradas

(Pretest y Postest). A continuación se llevará a cabo un análisis confirmatorio de los datos descriptos, para ello se aplicarán pruebas no paramétricas para muestras pareadas y dependientes a la variable considerada.

Estos contrastes permitirán comprobar si hay diferencias entre las distribuciones de dos poblaciones a partir de dos muestras dependientes o relacionadas; es decir, tales que cada elemento de una muestra está emparejado con un elemento de la otra, de tal forma que los componentes de cada pareja se parezcan entre sí lo más posible por lo que hace referencia a un conjunto de características que se consideran relevantes.

A continuación se muestra el análisis para la variable Grado de Independencia. Las medidas descriptivas, se muestran en la Tabla N°1.

Tabla 1: Estadísticos descriptivos de las variables Grado de Independencia en el Pretest Postest

Variable	Número de casos(N)	Media	Mínimo	Cuartil Q1	Mediana	Cuartil Q3	Máximo
GI Pretest	79	0,37	0,1	0,29	0,35	0,41	0,8
GI Postest	79	0,62	0,3	0,47	0,64	0,70	0,9

Fuente: Talleres Participativos. Cátedra de Matemática I. Facultad de Ciencias Económicas. U.N.T. Año 2016

Se observa que los valores de la media aumentan desde el Pretest a la prueba final (Postest). El aumento de la mediana entre ambas pruebas (un incremento del 83%) indica que el grupo de alumnos mejoró realizando mayor cantidad de actividades propuestas sin ayuda. Además, se observa que el 75% de los alumnos logró realizar más del 47% (Cuartil Q1. Variable GI Postest) de los ejercicios propuestos en el Postest sin ayuda, lo que indica que el grupo de alumnos mejoró su grado de independencia para la realización de las actividades, respecto del Pretest. Estos resultados indican que la metodología implementada ha generado una mejora en el Grado de Independencia de los estudiantes en relación a la ejercitación propuesta para el Postest. Sin embargo, para afirmar este resultado con mayor rigor estadístico, se procede a aplicar, como en el caso anterior, una prueba de Hipótesis no paramétrica en razón de la falta de normalidad e independencia de las observaciones.

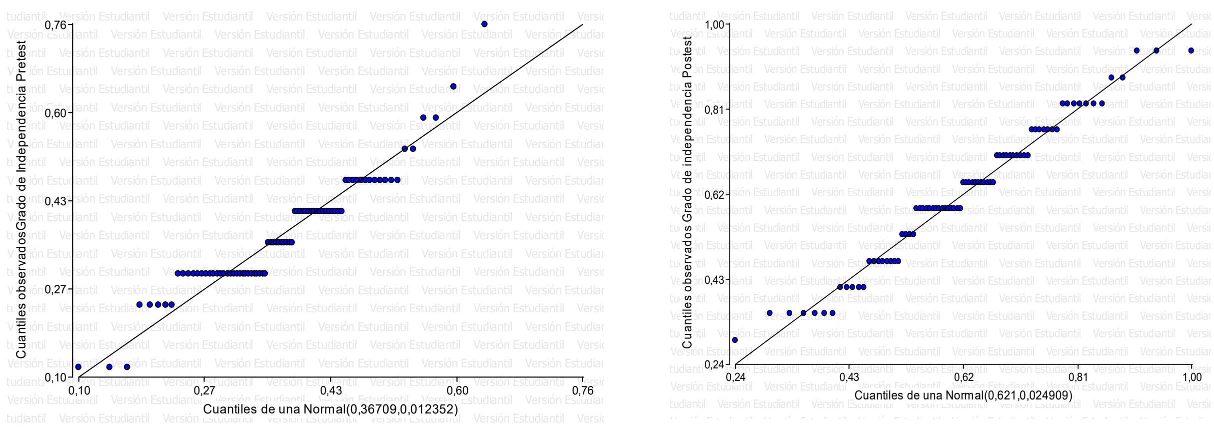


Figura 5: Gráfico QQ-Plot correspondiente al grado de independencia pretest y postest
Fuente: Talleres Participativos. Cátedra de Matemática I. Facultad de Ciencias Económicas. U.N.T. Año 2016

En la figura N°5, se observa que los datos no se encuentran concentrados alrededor de la primera bisectriz, por lo que no es razonable suponer que provienen de una distribución normal. La prueba de Wilcoxon de los rangos con signo para datos pareados indica, con un nivel de significación α = 0.05, que existe diferencia entre los Grados de Independencia de los estudiantes, por lo cual se rechaza la hipótesis nula de igualdad de Grados de Independencia (Véase Tabla Nº2).

Tabla 2: Prueba No Paramétrica de Wilcoxon de rangos con signo

		N	Rango Promedio	Suma de Rangos
Indicador GI POSTEST - Indicador GI PRETEST	Rangos Negativos	2[a]	4,00	8,00
	Rangos Positivos	74[b]	39,43	2918,00
	Empates	3[c]		
	Total	79		

a: Indicador GIPOSTEST < Indicador GIPRETEST
b: Indicador GIPOSTEST > Indicador GIPRETEST
c: Indicador GIPOSTEST = Indicador GIPRETEST
Z: -7,551[b] - Sig. Asintótica (bilateral): 0,000
Fuente: Talleres Participativos. Cátedra de Matemática I. Facultad de Ciencias Económicas. U.N.T. Año 2016

Nuevamente, a partir de la prueba No Paramétrica de los Signos para observaciones pareadas, se observa que el número de diferencias positivas es considerablemente mayor al de diferencias negativas, por lo cual se rechaza con un nivel de significación α = 0.05 la hipótesis nula de igualdad de los Grados de Independencia promedios antes y después de la metodología aplicada. La diferencia es a favor del Postest (Véase Tabla Nº3).

Tabla 3: Prueba No Paramétrica de los Signos

		N
Indicador GI POSTEST - Indicador GI PRETEST	Diferencias negativas[a]	2
	Diferencias positivas[b]	74
	Empates[c]	3
	Total	79

a: Indicador GIPOSTEST < Indicador GIPRETEST
b: Indicador GIPOSTEST > Indicador GIPRETEST
c: Indicador GIPOSTEST = Indicador GIPRETEST
Fuente: Talleres Participativos. Cátedra de Matemática I. Facultad de Ciencias Económicas. U.N.T. Año 2016

La lectura conjunta de los resultados anteriores permite concluir que la metodología implementada ha producido una mejora en el Grado de Independencia de los estudiantes evaluados en la presente investigación.

5 Conclusiones

El vertiginoso avance tecnológico ha generado un cambio en los diferentes contextos y en la educación. Las Tics se han vuelto imprescindibles a la hora de pensar los procesos de aprender. Es por eso que en el diseño de los cursos virtuales y de la enseñanza semipresencial, se buscó propiciar la acción creadora del estudiante para que pueda transitar desde ser un mero receptor de la información a ser generador de la misma. La metodología *B-*

Learning diseñada para nuestra asignatura les brinda a los estudiantes la oportunidad de experimentar con nuevas herramientas y que las puedan adaptar a sus necesidades; convirtiéndose en sujetos activos e independientes que participan en foros y comunidades con los que interactúan y afrontan de este modo los permanentes desafíos intelectuales que se le presentan a diario. El análisis que el equipo de trabajo realizó de los resultados obtenidos en la presente investigación permite concluir que la metodología implementada ha producido una mejora en el Grado de Independencia de los estudiantes. Además se debe seguir trabajando en este sentido para favorecer la calidad del aprendizaje de los alumnos frente a la propuesta de la enseñanza virtual.

Referencias

Cabero Almenara, J. (1996). Nuevas Tecnologías, comunicación y educación. Versión electrónica EDUTEC. Revista electrónica de Tecnología Educativa Nº 1, febrero 1996. Recuperado de: http://www.redalyc.org/html/158/15800304/. Consultado el 19 de julio de 2017.

Carnoy, M. (2004). Las TIC en la enseñanza: posibilidades y retos. Recuperado de: http://www.e-historia.cl/cursosudla/12-EDU603/textos/24%20%E2%80%93%20Martin%20Carnoy%20%E2%80%93%20Las%20TIC%20en%20la%20ense%C3%B1anza%20(1-18).pdf. Consultado el 19 de julio de 2017.

Claro, M. (2010). Impacto de las TIC en los aprendizajes de los estudiantes. Estado del arte. Colección Documentos de proyectos. División de Desarrollo Social de la Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL). Recuperado de: http://repositorio.cepal.org/bitstream/handle/11362/3781/lcw339.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Consultado el 19 de julio de 2017.

Elstein, S. (2000). Nuevas Tecnologías y Educación. Hacia una nueva perspectiva en la formación de profesores. Nuevas Tecnologías, nuevos entornos sociales y culturales. Contexto de Educación. Revista electrónica. Vol IV. Año 2000. Recuperado de: https://www.unrc.edu.ar/publicar/cde/Elstein.htm. Consultado el 17 de julio de 2017.

González, A.; Esnaola, F.; Martín M.; Barletta, C (2012). Algunas pautas de trabajo. Propuestas educativas mediadas por tecnologías digitales. Recuperado de: http://www.unlp.edu.ar/uploads/docs/propuestas_educativas_tic.pdf. Consultado el 5 de Agosto de 2016.

López Morejón, V. y Pérez de Prado Santa María, A. (s/f). Aspectos fundamentales de la teoría de formación por etapas de las acciones mentales y los conceptos de P. Ya Galperin. Recuperado de: http://monografias.umcc.cu/monos/2004/CSocHum/um04CSH03.pdf. Consultado el 17 de julio de 2017.

Galperin, P. (1995) *Teoría de la formación por etapas de las acciones mentales y los conceptos*. Editorial M.G.Y. Moscú.

Pérez Casales, R. et all (2008). Algunas experiencias didácticas en el entorno de la plataforma Moodle. Revista de Informática Educativa y Medios Audiovisuales Vol. 5(10), págs. 1-10. Recuperado de: http://laboratorios.fi.uba.ar/lie/Revista/Articulos/050510/A1mar2008.pdf. Accedido el 20 de julio de 2017.

Volver al índice

Seguimiento de la Incidencia en los Resultados de los Alumnos de Matemática ante el Curso de Ingreso Irrestricto - Facultad de Ciencias Económicas - UNICEN

Diez Graciela – Musante Gabriela – Villarreal María Belén – Morando Carina – Petraccaro Mariana
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires
gradiezperez@gmail.com– gabrielasmusante@gmail.com–
mbelenvillarreal@gmail.comcarinamorando@yahoo.com.ar–marianapetraccaro@hotmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Curso de Ingreso, Aprendizaje, Seguimiento, Resultados

Resumen

En un país donde la educación secundaria no siempre satisface las necesidades de aprendizaje del área de Matemática de los alumnos que deciden continuar su formación en una carrera universitaria, el curso de ingreso a nuestra facultad es una herramienta muy útil y necesaria para la nivelación de los contenidos básicos esenciales para las materias de la carrera. El conocimiento adquirido por un alumno al egresar del nivel medio resulta en ocasiones insuficiente para hacer frente a los estudios que demanda el nivel universitario, produciéndose un salto muy brusco entre los dos sistemas educativos. El curso de ingreso debería operar a modo de nexo entre ambos niveles, facilitando la adaptación del alumno a los contenidos, al volumen de bibliografía y al tipo de evaluaciones que deberán afrontar posteriormente, durante la carrera de grado.
Ante la modificación a la Ley de Educación Superior, sancionada el 29/10/15, que aprueba el ingreso irrestricto a las universidades, surgió la inquietud de evaluar el impacto que tuvo esta decisión sobre el aprendizaje de los alumnos. Este problema no es sólo de los jóvenes sino de todos aquellos que pertenecemos al sistema educativo.
En un trabajo anterior, realizamos un análisis comparativo entre los resultados académicos de las cursadas 2015 y 2016 de Matemática I. La propuesta para este trabajo es continuar con este análisis para el año 2017 y poder realizar un seguimiento de los efectos en la materia Matemática I ante el ingreso irrestricto.

1 Introducción

En un país donde la educación secundaria no siempre satisface las necesidades de aprendizaje del área de Matemática de los alumnos que deciden continuar su formación en una carrera de Ciencias Económicas, el curso de ingreso a la facultad es una herramienta muy útil y necesaria para la nivelación de los contenidos básicos esenciales para las materias de la carrera. El conocimiento adquirido por un alumno al egresar del nivel medio resulta en muchas ocasiones insuficiente para hacer frente a los estudios que demanda el nivel universitario, produciéndose un salto muy brusco entre los dos sistemas educativos. El curso de ingreso debería operar a modo de nexo entre ambos niveles, facilitando la adaptación del alumno a los contenidos, al volumen de bibliografía y al tipo de evaluaciones que deberán afrontar posteriormente, durante la carrera de grado.

El 29 de octubre de 2015 fue aprobada en el Senado de la Nación, una modificatoria a la Ley de Educación Superior (LES) Nº 24.521 impulsada por la Lic. Adriana Puiggrós, Diputada Nacional por la Provincia de Buenos Aires del Partido Frente Grande.

En su artículo 1 se indica que: “Están comprendidas dentro de la presente ley las universidades e institutos universitarios, estatales o privados autorizados y los institutos de educación superior de jurisdicción nacional, provincial o de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, de gestión estatal o privada, todos los cuales forman parte del Sistema Educativo Nacional"; y en su artículo 7 establece que: "Todas las personas que aprueben la Educación Secundaria pueden ingresar de manera libre e irrestricta a la enseñanza de grado en el Nivel de Educación Superior. Excepcionalmente, los mayores de 25 años que no reúnan esa condición, podrán ingresar siempre que demuestren, a través de las evaluaciones que las provincias, la Ciudad Autónoma de Buenos Aires o las universidades en su caso establezcan, que tienen preparación o experiencia laboral acorde con los estudios que se proponen iniciar, así como aptitudes y conocimientos suficientes para cursarlos satisfactoriamente. Este ingreso debe ser complementado mediante los procesos de nivelación y orientación profesional y vocacional que cada Institución de Educación Superior debe constituir pero que en ningún caso debe tener un carácter selectivo excluyente o discriminador."

Hasta este momento, el ingreso a la Facultad de Ciencias Económicas de la UNICEN estaba regulado por RCA 218/2013 y a partir de esta determinación el Consejo Académico en su Resolución N° 227/2015 modifica las pautas del ingreso en función de los cambios establecidos en la LES.

2 Fundamentación

Ante las modificaciones mencionadas surge la inquietud de evaluar cuál es el impacto que tiene esta decisión sobre el proceso de aprendizaje de los alumnos. Por nuestra experiencia docente, sabemos que en el primer ciclo de formación, la mayoría de ellos responde ante la obligatoriedad de las actividades propuestas por los docentes y las distintas evaluaciones que condicionan la aprobación de las diferentes materias. Frente al ingreso irrestricto, nos preocupa que la no obligatoriedad de aprobación repercuta negativamente en la adquisición de los contenidos necesarios para los ingresantes a la Facultad de Ciencias Económicas de nuestra Universidad.

El objetivo de este trabajo es analizar los resultados del rendimiento académico de los alumnos inscriptos a las carreras Contador Público, Licenciatura en Administración y Licenciatura en Economía Empresarial de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNICEN, que cursaron la materia Matemática I durante las cursadas del 1er Cuatrimestre de 2015 y los mismos períodos de 2016 y 2017, así como también el área de Matemática de los Cursos Introductorios 2015, 2016 y 2017, de manera tal de determinar cuáles fueron los efectos generados por el cambio en la normativa sobre su desempeño.

3 Desarrollo

Hasta la sanción de las modificaciones a la LES con fecha 29-10-2015, el Curso Introductorio a la Vida Universitaria de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNICEN, se regía por la Resolución 218/2013 del Consejo Académico de la FCE.

Su art. 2 establecía que "…el alumno ingresante a la Facultad de Ciencias Económicas será considerado admitido cuando haya aprobado el Curso Introductorio de conformidad con los criterios de evaluación, aprobación y/o eximición determinados para cada área…"
En relación a esto en el Anexo I, entre otras cosas, se presentan los requisitos para la aprobación del curso en el área matemática, en cada una de las modalidades en que se presenta: Semi-presencial, que se dicta entre agosto y noviembre y Presencial, que se dicta en el mes de febrero.

Requisitos de aprobación para el curso Semi-presencial (área matemática):

- El alumno deberá obtener una calificación no inferior a 6 (seis) puntos y el 75% de la asistencia para aprobar el área.
- Evaluación: el curso es promocional, sin evaluación final, para aquellos alumnos que aprueben las dos evaluaciones parciales con promedio de 6 (seis). No obstante, no podrán obtener en ninguna de las dos evaluaciones una calificación individual inferior a 4 (cuatro) puntos.
- Instancia de recuperación: el alumno que habiendo cumplido con la asistencia no cumpliera con el requisito anterior, tendrá derecho a una evaluación final integral, la que se aprobará con calificación 6 (seis) o superior. El alumno que no aprobase la evaluación final en esta instancia, tendrá una segunda y última oportunidad luego del receso de verano y con anterioridad al inicio del curso presencial.
- Finalmente el alumno que no promocionase o no aprobase las instancias de final mencionadas en el punto anterior, quedará fuera del curso y, si así lo desea, deberá inscribirse nuevamente para realizarlo bajo el sistema presencial.

Requisitos de aprobación para el curso Presencial (área matemática):

- Los requisitos para aprobar el régimen de evaluación, por promoción, son los mismos que los referidos para el Curso Semi-presencial.
- Instancias de recuperación:
  a) El alumno que no promocionase el área, tendrá derecho a una evaluación final integral - que aprobará con nota 6 (seis) o superior - la que se efectuará dentro de los 10 (diez) días después de comunicadas las notas del segundo parcial.
  b) El alumno que no aprobase el área en esta primera instancia, si desea ingresar, tendrá una segunda y última oportunidad, en el mes de mayo, para aprobar la evaluación final.
     De aprobar en esta última instancia – y contando con el área de Introducción a las Ciencias Económicas ya aprobada – el alumno tendrá entonces la posibilidad de matricularse y comenzar a cursar como alumno de la Facultad de Ciencias Económicas a partir del 2do. cuatrimestre de ese ciclo lectivo.

A su vez, los alumnos debían aprobar el área Introducción a las Ciencias Económicas con requisitos similares a los expuestos para el área matemática.

De esta manera podemos observar que el ingreso a la FCE, se encontraba condicionado a aquellos alumnos que aprobaran ambas materias del Curso Introductorio a la Vida Universitaria.

Dentro de las ventajas que encontramos en esta metodología podemos decir que, en cierto modo, se garantizaba que los ingresantes contaran con los conocimientos básicos en el área matemática como para afrontar la cursada de Matemática I y sus correlativas, materias que suelen ser llamadas "filtro" en los primeros años de la carrera. Además, el alumno podía experimentar por primera vez el régimen de evaluación de nuestra facultad y saber de las exigencias a las que deberían responder una vez admitidos por la institución.

Por otro lado, si quisiéramos citar alguna desventaja podría ser el hecho que quedaran fuera del sistema alumnos que contaran con los conocimientos básicos necesarios y, por alguna circunstancia particular, no los hayan podido demostrar al momento del examen.

Luego de la sanción de la Ley Nº 27.204 que modifica de manera sustancial el espíritu del artículo 7º de la Ley de Educación Superior Nº 24.521, se dictó la Resolución 227/2015 del Consejo Académico de la FCE que modifica la RCA N° 218/2013 Normas Académicas para la organización, inscripción, evaluación y aprobación del Curso Introductorio a la Vida Universitaria" en sus artículos 1º y 2º y las partes pertinentes del Anexo I de la mencionada normativa.

Esta modificación establece un nuevo formato de Curso Introductorio a la Vida Universitaria de la Facultad que tiene el carácter de Nivelatorio, Obligatorio y No Eliminatorio. Nivelatorio ya que que implica un proceso de homogeneización de contenidos básicos necesarios para el desarrollo de las carreras; Obligatorio porque se debe cumplir con un porcentaje específico de asistencia; y No Eliminatorio, ya que la nota obtenida en el proceso evaluatorio no condiciona el ingreso a la institución.

Requisitos de admisión para la nueva modalidad:

- Contar con la asistencia requerida de un 75%.

En cuanto a la evaluación, se tomarán dos parciales y un final (si el alumno lo solicita), los cuales se consideran como evaluaciones de diagnóstico, no condicionando el ingreso.

4 Resultados

En la presente sección nos proponemos mostrar los resultados obtenidos de la comparación entre las calificaciones de los alumnos que cursaron la materia Matemática I en condición de promoción, en tres cuatrimestres diferentes.

Los posibles resultados para el alumno que cursa la materia son:

Promoción: Si logra un puntaje de 6 o más en el parcial y en el integrador.

Aprobar la cursada: si logra más de 4 y menos de 6 en el parcial; o en las instancias de recuperación logra más de 4; o habiendo logrado más de 6 en el primer parcial no logre 6 o más en el integrador.

Libre: no ha logrado aprobar con 4 o más el parcial ni ninguna instancia de recuperación pero cuenta con la asistencia requerida (70%).

Abandonó: No reúne la asistencia necesaria.

Para efectuar el análisis, se han seleccionado el 1er. cuatrimestre de los años 2015, 2016 y 2017, a efectos que sean comparables.

En el 2015 la matrícula de alumnos ingresó a la Facultad habiendo aprobado el Curso Introductorio a la Vida Universitaria (CIVU), ya que como explicamos en la sección previa hasta ese momento el ingreso era eliminatorio. Por el contrario, los alumnos matriculados en Matemática I en 2016 y 2017 ingresaron habiendo cumplimentado solamente con el requisito de asistencia al CIVU, por la modificación mencionada de la LES y la RCA N° 227/2015 de nuestra FCE.

Los resultados se resumen en la siguiente tabla:

Tabla 1. Matemática I 2015-2016-2017

	1er. Cuatrim. 2015	1er. Cuatrim. 2016	1er. Cuatrim. 2017
Inscriptos por promoción	103	143	218
Abandonaron	30	47	72
Libres	27	36	32
Cursada	34	43	93
Promocionaron	12	17	21
% Deserción	29,13%	32,87%	33,03%
Neto de abandonos	73	96	146
Libres	36,99%	37,50%	21,92%
Cursada	46,58%	44,79%	63,70%
Promoción	16,44%	17,71%	14,38%

En el Gráfico 1 se muestran de manera comparativa los resultados de la Tabla 1:

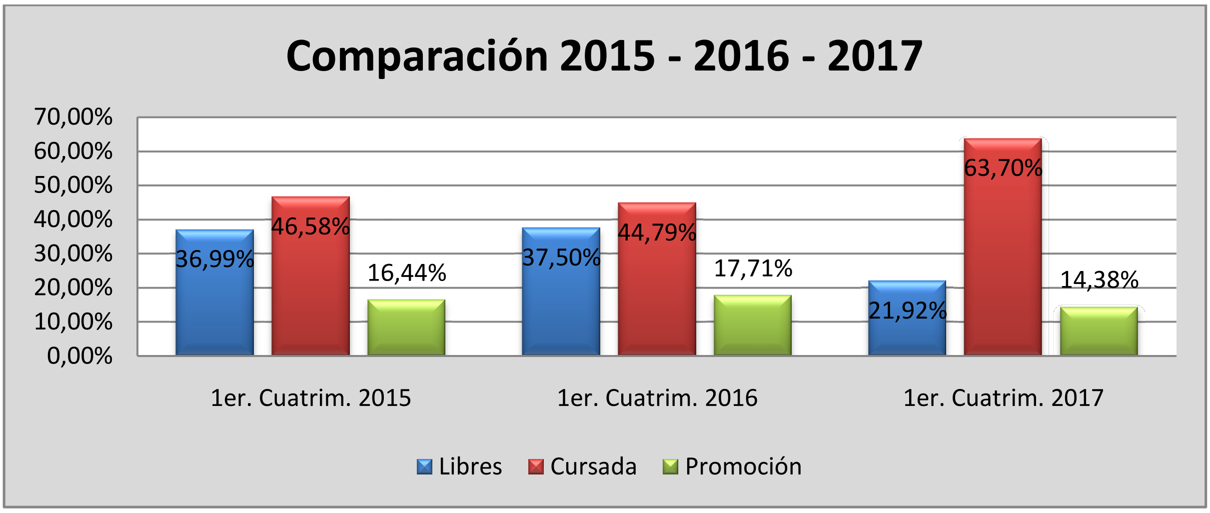


Gráfico 1. Comparación de los resultados de Matemática I 2015-2016-2017.

Como se puede observar en la Tabla 1 la cantidad de inscriptos a la materia en 2016 es aproximadamente un 50% más que en el 2015 y en 2017 es un 100% mayor con respecto a 2015, debido a una mayor cantidad de matriculados en la Facultad dado el ingreso irrestricto.

Podemos observar que el porcentaje de deserción aumenta gradualmente de 2015 a 2017.

Asimismo, se observa que el porcentaje de alumnos que quedaron en condición de libre, sólo aumentó en menos de un 1% en 2016 y en 2017 disminuyó en un 15%.

El porcentaje de alumnos que lograron aprobar la cursada se incrementó, teniendo en 2017 un 17% más que en 2015.

Y por último se puede observar que el porcentaje de alumnos que promocionaron la materia, siendo éste el resultado ideal, aumentó en un 1,5% de 2015 a 2016 y disminuyó en un 3,3% de 2016 a 2017.

Cuando surgió la inquietud de evaluar el efecto en los resultados académicos ante la modificación del curso de ingreso, creíamos que el porcentaje de aprobados sería menor en los años 2016 y siguientes, pensando que el ingreso irrestricto haría que los alumnos no se preocuparan tanto por obtener o consolidar los conocimientos básicos que otorga el ingreso y que esto se vería reflejado en Matemática I. Pero contrario a lo que supusimos en un comienzo, los resultados porcentuales no variaron ante el cambio en la normativa referida al Ingreso a la Facultad en el año 2016, pero sí observamos variaciones para el año 2017, confirmando nuestro supuesto inicial.

Surgió también la inquietud de evaluar comparativamente los resultados en el mismo ingreso, para lo que tomamos los datos de los cursos de ingreso 2015, 2016 y 2017 en sus dos modalidades (Semi-presencial y Presencial). El resultado de lo analizado se refleja en la siguiente tabla:

Tabla 2. Curso de Ingreso 2015-2016-2017

	Ingreso 2015	Ingreso 2016	Ingreso 2017
Inscriptos	396	399	366
Abandonaron	100	132	77
Promocionaron	189	144	65
No aprobaron	107	117	195
Eximidos	0	6	29
% Deserción	25,25%	33,08%	21,04%
Neto de abandonos y eximidos	296	261	260
Promoción	63,85%	55,17%	25,00%
No aprobaron	36,15%	44,83%	75,00%

En el gráfico 2 se muestran de manera comparativa los resultados de la Tabla 2:

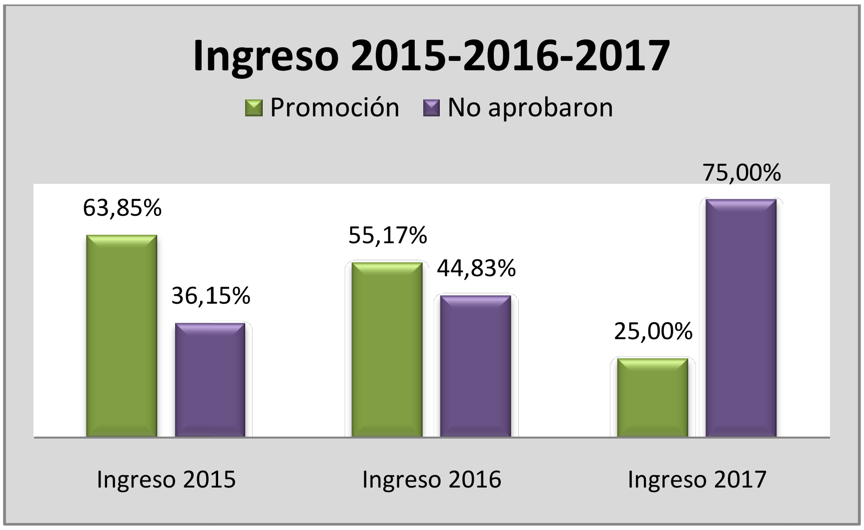


Gráfico 2. Comparación de los resultados del Curso de Ingreso 2015-2016-2017.

En este caso, como se puede observar en la Tabla 2, la cantidad de inscriptos al curso de ingreso es prácticamente igual en 2015 y 2016, habiendo una disminución no significativa en el 2017, lo que muestra que no hubo mayor interés en la carrera por el hecho de que su ingreso fuera irrestricto.

En cuanto a la deserción, vemos que en el 2016 aumentó cerca de un 10% en comparación con el 2015 y, en cuanto a 2017, observamos una disminución de un 12% con respecto al año anterior.

Se observa que en cuanto al rendimiento de los alumnos aspirantes a ingresar a la Facultad, el porcentaje de aprobados disminuyó en casi un 10% de 2015 a 2016, y en un 30% de 2016 a 2017, y aquí es donde advertimos que sí influyó significativamente en ellos el hecho que no tuvieran que aprobar el examen para ingresar a las carreras, restándole la importancia a la adquisición o fijación de los conocimientos necesarios para afrontar las materias matemáticas de la carrera, lo que seguidamente se ve reflejado en su rendimiento en dichas materias.

5 Conclusión

Las modificaciones introducidas a la Ley de Educación Superior, establecen en su artículo 2 que la responsabilidad principal e indelegable del Estado Nacional, de las provincias y de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires sobre la Educación Superior, implica, entre otras:

a) Garantizar la igualdad de oportunidades y condiciones en el acceso, la permanencia, la graduación y el egreso en las distintas alternativas y trayectorias educativas del Nivel para todos quienes lo requieran y reúnan las condiciones legales establecidas en esta ley.
b) Proveer equitativamente, en la Educación Superior de gestión estatal, becas, condiciones adecuadas de infraestructura y recursos tecnológicos apropiados para todas aquellas personas que sufran carencias económicas verificables.

En referencia al primero de los objetivos, creemos que la igualdad de oportunidades siempre fue considerada al momento de realizarse el curso de ingreso, debido a que el mismo promueve la nivelación de conocimientos para todos los alumnos, mediante la obligatoriedad de cursada y de aprobación de exámenes. De la forma en que se plantea actualmente, no se garantiza la igualdad de oportunidades y condiciones para los alumnos en el acceso y permanencia en las instituciones, debido a que no se asegura que cuenten con los conocimientos básicos para la cursada de las materias de los primeros años, y muchas veces esto genera una desmotivación al no poder aprobarlas y una posterior deserción de la carrera.

Atendiendo exclusivamente a los resultados del análisis cuantitativo, podemos concluir que el nuevo régimen establecido para el Curso Introductorio ha resultado un factor que desmotiva la permanencia de los alumnos dentro de la Facultad, así como también el estudio de los contenidos dictados en el mismo. Esta situación atenta contra el inciso a) del artículo 2 de la LES.

En cuanto al segundo objetivo, las Universidades no están preparadas en cuanto a sus posibilidades edilicias, tecnológicas y de recursos humanos para recibir una cantidad de alumnos indefinida, de acuerdo a todos los aspirantes, y esto vulnera el libre acceso a la Educación, que es el primero de los objetivos y lo que se pretende preservar.

Otra de las cuestiones importantes, en referencia a los cambios introducidos, es el principio de autonomía de las universidades, que se ve vulnerado ante estas modificaciones.

Podemos decir que el Curso Introductorio irrestricto y no eliminatorio en 2017 tuvo efectos negativos en las cursadas de Matemática I en comparación con el año 2015, teniendo un aumento de un 4% en el porcentaje de deserción y una disminución de un 2% en el porcentaje de alumnos promocionados. Con respecto a los resultados en el Curso Introductorio de 2017 podemos decir que también tuvo efectos negativos más significativos aún con respecto a los resultados del año 2017, teniendo una disminución de un 39% en el porcentaje de alumnos aspirantes promocionados.

Dado que aún se trata de un cambio reciente al régimen establecido para el Curso Introductorio a la Vida Universitaria, será necesario continuar con el análisis a lo largo de los próximos cuatrimestres de cursada para que resulte posible extraer conclusiones referidas a tendencias perdurables y representativas.

Referencias

Consejo Académico Facultad de Ciencias Económicas UNICEN, Año 2013, RCA 218/2013.

Consejo Académico Facultad de Ciencias Económicas UNICEN, Año 2015, RCA 227/2015.

Honorable Congreso de la Nación Argentina., 20/07/1995, Ley N° 24.521.

Honorable Congreso de la Nación Argentina., 11/11/2015, Ley Nº 27.204.

Volver al índice

ESTADÍSTICA APLICADA

Aplicación de un Modelo de Rasgos Latentes

Jiménez González Ricardo – Capilla María Esther – Quiroga Dante Gustavo
Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales, Universidad Nacional de Salta
rjimenez1954@gmail.com – mcapilla@unsa.edu.ar – cpndantequiroga@yahoo.com.ar

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Rasgos latentes, Teoría de respuesta al ítem, Modelos estructurales.

Resumen

Los modelos de rasgos latentes se aplican para describir el proceso de generación de variables continuas que no son directamente observables, a través de variables manifiestas medidas en escala ordinal y/o nominal. Suelen incluir covariables que son tratadas como predictoras y no como medida de las variables latentes. Están conformados por un modelo de medida, que refleja la relación entre las variables manifiestas explicada por las variables latentes y un modelo estructural, que representa la relación de las variables latentes entre sí, en caso de presentarse más de una, y con las covariables presentes en el modelo.
Los datos empleados en este trabajo se obtuvieron en un relevamiento realizado en una compañía de servicios, uno de cuyos objetivos fue analizar la percepción de los clientes de la compañía respecto a la calidad de la atención proporcionada. Se analizaron dos especificaciones equivalentes para modelos de rasgos latentes en presencia de múltiples grupos, empleando luego la más conveniente desde el punto de vista del procesamiento de los datos. En la obtención del modelo de rasgos latentes que se propone, los objetivos fueron optimizar el modelo de medida, analizar la influencia de covariables nominales y la equivalencia del modelo de medida a través de diferentes categorías de estas últimas.

1 Introducción

Se presentan situaciones, especialmente en las ciencias sociales, en las que se analizan características de las unidades bajo estudio que representan actitudes, creencias o habilidades, que no son directamente observables y, por tal motivo, reciben el nombre de variables latentes. Los modelos de variables latentes permiten describir el proceso de generación de éstas a partir de mediciones realizadas sobre las variables manifiestas.

Indicando a las variables latentes con $\mathrm{\eta}=\left(\eta_1,\eta_2,\ldots,\eta_q\right)$, a las variables manifiestas con $\mathrm{y}=\left(y_1,y_2,\ldots,y_p\right)$ y con $\mathrm{x}=\left(x_1,x_2,\ldots,x_k\right)$ a las covariables que son tratadas como predictoras y no como medidas de $\mathrm{\eta}$, el modelo de variables latentes para una observación viene dado por la siguiente relación entre distribuciones multivariadas condicionales:

$$p\left(\mathrm{y},\mathrm{\eta}/\mathrm{x}\right)=p\left(\mathrm{y}/\mathrm{\eta},\mathrm{x}\right)p\left(\mathrm{\eta}/\mathrm{x}\right) \qquad (1)$$

En (1), $p\left(\mathrm{y}/\mathrm{\eta},\mathrm{x}\right)$ representa el modelo de medida y $p\left(\mathrm{\eta}/\mathrm{x}\right)$ el modelo estructural. Los modelos de medida estudian las relaciones entre las variables manifiestas e identifican las variables latentes que explican dichas relaciones. Permiten derivar escalas de medida, asignar puntajes a las unidades analizadas y reducir la dimensión de los datos. En cambio, los modelos estructurales estudian las relaciones de las variables latentes entre sí y con las variables explicativas.

Bartholomew, Knott y Moustaki (2011) denominan *modelos de rasgos latentes* a aquellos en los que las variables latentes son continuas y las manifiestas están medidas en escala ordinal o nominal. En algunos contextos se denominan *ítems* a las variables manifiestas y estos modelos se llaman alternativamente *modelos de teoría de respuesta al ítem*.

En el caso de un solo rasgo latente η , resulta

$$p(\mathrm{y},\eta/\mathrm{x}) = p(\mathrm{y}/\eta,\mathrm{x})\, p(\eta/\mathrm{x}) \qquad (2)$$

Como las variables manifiestas se consideran condicionalmente independientes dada la variable latente y las covariables, el modelo en (2) puede escribirse como

$$p(\mathrm{y},\eta/\mathrm{x}) = \left[\prod_{j=1}^{p} p\left(y_j/\eta,\mathrm{x}\right)\right] p(\eta/\mathrm{x}) \qquad (3)$$

El modelo estructural se supone normal con media κ y varianza ϕ y una alternativa para identificar la escala de medida de una variable latente es fijar la media $\kappa = 0$ y la varianza $\phi = 1$. Por otra parte, el modelo de medida para la variable manifiesta y_j, que toma valores en C_j categorías, se supone logístico multinomial cuando la variable manifiesta es nominal y logístico acumulativo de chances proporcionales si es ordinal.

2 Modelos de un rasgo latente para múltiples grupos

Siguiendo a Kuha (2013), se plantean dos formas de especificar el modelo en el caso de un rasgo latente para múltiples grupos, que resultan equivalentes. Una forma de analizar la influencia de una covariable nominal con G categorías consiste en introducir en el modelo un vector de variables indicadoras $\mathrm{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_{G-1})'$ tales que si la observación proviene del grupo g , $x_g = 1$ y $x_{g'} = 0$ para $g' \neq g$. Se obtiene así un modelo de rasgos latentes para múltiples grupos donde el modelo estructural $p(\eta/\mathrm{x})$ refleja cómo varía la distribución de la variable latente entre los grupos. Por otra parte, la dependencia del modelo de medida $p(\mathrm{y}/\eta,\mathrm{x})$ respecto a la covariable indicaría falta de equivalencia en las mediciones de los grupos. Debe notarse que la dependencia del modelo estructural respecto a las covariables x es un aspecto de interés a investigar. En cambio, la dependencia del modelo de medida respecto a x implica que, para algunas variables manifiestas, las probabilidades de respuesta dependen del grupo al que pertenece la unidad, aún para un mismo valor de la variable latente. Esto último constituye una perturbación no deseada.

La especificación del modelo, indicada en las ecuaciones (2) y (3) del apartado anterior, se denomina *especificación de covariables*. En el caso de múltiples grupos el modelo estructural es el siguiente:

$$\eta^g \sim N\left(\kappa + \kappa^1 x_1 + \cdots + \kappa^g x_g + \cdots + \kappa^{G-1} x_{G-1}, \phi^g\right) \qquad (4)$$

Suponiendo que la varianza de la distribución de la variable latente es constante en todos los grupos e igual a ϕ resulta

$$\eta^g \sim N\left(\kappa+\kappa^1 x_1+\cdots+\kappa^g x_g+\cdots+\kappa^{G-1} x_{G-1}, \phi\right) \qquad (5)$$

Equivalentemente, puede adoptarse una *especificación multigrupo* del modelo como se indica a continuación.

$$p^g(\mathrm{y}, \eta)=p^g(\mathrm{y}/\eta)\, p^g(\eta), \quad g=1,2,\ldots,G \qquad (6)$$

$$p^g(\mathrm{y}, \eta)=\left[\prod_{j=1}^{p} p^g\left(y_j/\eta\right)\right] p^g(\eta), \quad g=1,2,\ldots,G \qquad (7)$$

Se supone que el modelo estructural de la variable latente en el grupo g es $\eta^g \sim N\left(\kappa^g, \phi^g\right)$ (8)

y a fin de identificar la escala de medida se fija arbitrariamente $\left(\kappa^G, \phi^G\right)=(0,1)$.

Se observa que (4) y (8) son equivalentes, teniendo en cuenta los valores que toman las variables indicadoras y considerando que κ y $\kappa+g$ en (4) son respectivamente iguales a κ^G y κ^g en (8).

Respecto a los modelos de medida, (9) y (10) muestran respectivamente la especificación de covariables y la especificación multigrupo del modelo de medida para una variable manifiesta nominal y_j, que toma valores en C_j categorías, utilizando el modelo logístico multinomial.

$$\begin{aligned}\pi_{jl}^g &= P\left(y_j^g=l/\eta^g, \mathrm{x}\right)\\ &=\frac{\exp\left(\left[\alpha_{jl}+\alpha_{jl}^1 x_1+\cdots+\alpha_{jl}^{G-1} x_{G-1}\right]+\left[\beta_{jl}+\beta_{jl}^1 x_1+\cdots+\beta_{jl}^{G-1} x_{G-1}\right]\eta^g\right)}{\sum_{h=1}^{C_j}\exp\left(\left[\alpha_{jl}+\alpha_{jl}^1 x_1+\cdots+\alpha_{jl}^{G-1} x_{G-1}\right]+\left[\beta_{jl}+\beta_{jl}^1 x_1+\cdots+\beta_{jl}^{G-1} x_{G-1}\right]\eta^g\right)}\end{aligned} \qquad (9)$$

$$\pi_{jl}^g=P\left(y_j^g=l/\eta^g\right)=\frac{\exp\left(\alpha_{jl}^g+\beta_{jl}^g\eta^g\right)}{\sum_{h=1}^{C_j}\exp\left(\alpha_{hs}^g+\beta_{hs}^g\eta^g\right)} \qquad (10)$$

Las expresiones (9) y (10) son equivalentes cuando igualamos α_{jl}, β_{jl}, $\alpha_{jl}+\alpha_{jl}^g$ y $\beta_{jl}+\beta_{jl}^g$ de (9) con α_{jl}^G, β_{jl}^G, α_{jl}^g y β_{jl}^g en (10) respectivamente. Por otra parte, si la variable manifiesta y_j es ordinal, las especificaciones equivalentes de covariables y multigrupo del modelo de medida, que resultan de aplicar el modelo logístico de chances proporcionales, son respectivamente las siguientes:

(11)

$$\begin{aligned}\Pi_{jl}^g &= P\left(y_j^g \le l/\eta^g, \mathrm{x}\right)\\ &=\frac{\exp\left(\left[\alpha_{jl}+\alpha_{jl}^1 x_1+\cdots+\alpha_{jl}^{G-1} x_{G-1}\right]-\left[\beta_j+\beta_j^1 x_1+\cdots+\beta_j^{G-1} x_{G-1}\right]\eta^g\right)}{1+\exp\left(\left[\alpha_{jl}+\alpha_{jl}^1 x_1+\cdots+\alpha_{jl}^{G-1} x_{G-1}\right]-\left[\beta_j+\beta_j^1 x_1+\cdots+\beta_j^{G-1} x_{G-1}\right]\eta^g\right)}\end{aligned}$$

$$\Pi_{jl}^g=P\left(y_j^g \le l/\eta^g\right)=\frac{\exp\left(\alpha_{lj}^g-\beta_j^g\eta^g\right)}{1+\exp\left(\alpha_{lj}^g-\beta_j^g\eta^g\right)} \qquad (12)$$

3 Aplicación

En este trabajo se analizan datos relevados en los meses de mayo y junio de 2017 en la Casa Central de una Compañía de Seguros de Personas (Vida, Sepelio y Salud) que cuenta con más de 800.000 asegurados. El objetivo de la encuesta fue medir la percepción que tienen los clientes que realizan trámites personalmente, respecto a la calidad en la atención que reciben. Mensualmente visitan las oficinas aproximadamente 2.500 personas para, entre otros motivos, consultar sobre el estado de su cuenta, la composición del grupo familiar y su actualización, la actualización de capitales asegurados o para reclamar beneficios. La población objetivo se definió como el conjunto de clientes de la Compañía que concurren a la casa matriz para realizar trámites personales en las condiciones de atención actuales. Se empleó un muestreo sistemático en la selección de los clientes para ser encuestados, una vez finalizada su atención. Capilla, Jiménez González y Quiroga (2013) habían realizado anteriormente una encuesta similar, pero de menor alcance en la cantidad de casos relevados y en la inclusión de covariables para el cruzamiento de datos. En la encuesta cuyos datos se analizan en el presente trabajo, se relevaron 2000 casos y se obtuvieron 1751 respuestas. La no respuesta fue del 12,45% y su ocurrencia se considera completamente aleatoria.

Para medir la calidad de la atención, en adelante representada por la variable latente *Satisfacción* del Cliente, se relevó la percepción del cliente respecto a los siguientes seis indicadores: 1) *Amabilidad*: grado de cordialidad con el que el colaborador lo atiende; 2) *Comprensión*: grado en que el colaborador interpreta adecuadamente la naturaleza del problema que el cliente expone; 3) *Solución*: grado de eficacia en la resolución del problema planteado; *4) Regresar*: frecuencia con que se le solicita regresar para completar el trámite; *5) Tiempo*: razonabilidad del tiempo que debe esperar para ser atendido; *6) Comunicación*: facilidad para comunicarse con la Compañía en diferentes formas: telefónica, en Agencias, en Casa Central, por intermedio de Asesores visitado en su lugar de trabajo o por medio de su empleador. Se solicitó a los encuestados que asignaran un puntaje comprendido entre 1 y 5 a los indicadores descriptos, de tal manera que valores más altos representaban percepción de mayor calidad en la atención recibida. Entre las covariables incluidas se registró el sexo del encuestado, su grupo de edad, su lugar de residencia y si es trabajador activo del sector público o del sector privado o jubilado.

4 Análisis de los datos relevados

En el análisis de los datos se utilizan el software MPlus y un conjunto de funciones en lenguaje R, descriptas por Kuha (2013),que fueron escritas para el proyecto LCAT, a fin de realizar procesos adicionales para analizar y exponer los resultados. Algunas categorías de las variables manifiestas, correspondientes a los puntajes más bajos, presentaron muy pocas observaciones y se consolidaron. Así, el número de categorías diferentes de los ítems se redujo de cinco a tres, excepto en el caso del ítem *Solución* en el que el número de categorías disminuyó de cinco a cuatro. Un estudio preliminar de los datos mostró que los ítems *Tiempo* y *Comunicación*, de acuerdo a los criterios de información de Akaike (AIC) y bayesiano (BIC), no contribuían a mejorar el ajuste del modelo. Esto es consecuencia de presentar muy pocas o ninguna calificación para las categorías más bajas y se excluyeron de los análisis subsiguientes.

La influencia de las covariables se estudió empleando la especificación del modelo para múltiples grupos expresada en (7). Además, como todas las variables manifiestas están medidas en escala ordinal, el modelo de medida utilizado para todos los ítems fue el modelo logístico de chaces proporcionales indicado en (12). Luego de analizar la influencia de la covariable sexo, considerando a los modelos de medida equivalentes en los grupos de varones y mujeres, se infirió que no existe diferencia significativa en la satisfacción promedio de los grupos. En el Apéndice, la Tabla 1 muestra la salida de MPlus para la estimación de los parámetros del modelo y la Figura 1, la representación de las probabilidades individuales de respuesta de las categorías de los ítems *Amabilidad, Comprensión, Solución y Regresar* en función del rasgo latente *Satisfacción*, obtenidas con las funciones LCAT de R. Además, se validó la equivalencia de los modelos de medida planteando un modelo que suponía que las cargas de los ítems β_j^g y los umbrales de las categorías de los ítems α_{ij}^g , diferían por sexo. Teniendo en cuenta los errores estándar de las estimaciones de los parámetros del modelo que se muestran en Tabla 2 del Apéndice, resulta evidente que no puede descartarse la hipótesis de equivalencia del modelo de medida para varones y mujeres. Se obtuvieron resultados análogos a los descriptos en el párrafo anterior en oportunidad de evaluar la diferencia en el nivel de satisfacción promedio del cliente según su lugar de residencia (capital o interior) y el sector en que se desempeña (activo público, activo privado o jubilado). Se concluyó en todos los casos que no había evidencia para afirmar que la satisfacción promedio difiere entre los grupos. Además, los modelos de medida resultaron equivalentes en los grupos determinados al considerar dichas covariables. En cambio, al analizar la influencia de la edad, se concluyó que la satisfacción promedio del grupo de clientes activos laboralmente, con edades entre 55 y 65 años, es inferior a la del resto de los clientes en actividad. También en este caso se corroboró la equivalencia de los modelos de medida. La Tabla 3 del Apéndice, muestra la salida de MPlus para la estimación de los parámetros del modelo.

5 Conclusiones

Del análisis realizado se infiere que cuatro de las variables manifiestas propuestas *Amabilidad*, *Comprensión*, *Regresar* y *Solución* resultan relevantes para medir la variable latente *Satisfacción del Cliente*, resultado que permite optimizar el modelo de medida. En cuanto a las covariables consideradas, no se observaron diferencias en la satisfacción promedio por sexo, lugar de residencia y sector. En cambio, considerando los trabajadores en actividad, puede afirmarse que nivel de satisfacción promedio es inferior en el grupo de clientes comprendidos entre 55 y 65 años, en comparación con los restantes grupos de edad. Por último, se demostró que en todos los casos el modelo de medida puede considerarse equivalente.

Referencias

Bartholomew, D., Knott, M., Moustaki, I. (2011).*Latent Variable Models and Factor Analysis.*3ra. Ed. United Kingdom.John Wiley & Sons Ltd.

Capilla, M. E., Jiménez González, R. Quiroga, D. G. (2016). Análisis de un Modelo de Medida para la Satisfacción del Cliente. *XXXI Jornadas Nacionales de Docentes de Matemáticas de Facultades de Ciencias Económicas y Afines*. San Luis. Argentina.

Kuha, J. (2013). *Multigroup Latent Variable Modelling with Mplus Software (V6).*LCAT, Latent Variable Modeling of Categorical Data, Proyecto de investigación de los departamentos de Estadística y Metodología de la London School of Economics and Political Science (LSE). Recuperado el 14 de marzo de 2016. http://stats.lse.ac.uk/lcat/

Muthén, L. K., Muthén, B. O. (2015). Mplus (Versión 7.4) [Programa de Computador]. Los Ángeles, Estados Unidos. Muthen & Muthen.

R Core Team. (2017). R (Versión 3.4.1) [Programa de Computador]. Vienna, Austria. The R Foundation for Statistical Computing.

Apéndice

Tabla 1. Estimación de parámetros del modelo que supone satisfacción promedio diferente por sexo, considerando los modelos de medida equivalentes. Salida de Mplus.

		Estimate	S.E	Est/S.E.	Two-Tailed P-Value
	Latent Class 1 – Varones				
	SATISFACCION BY				
$\hat{\beta}_J^1$ con $j=1,2,\ldots,p$	AMABI	2,162	0,219	9,889	0,000
	COMPRE	4,152	0,637	6,515	0,000
	SOLU	3,298	0,362	9,104	0,000
	REGRE	1,599	0,143	11,151	0,000
	Means				
	SATISFAC	-0,061	0,073	-0,845	0,398
	Thresholds				
$\hat{\alpha}_{jl}^1$ con $j=1,2,\ldots,p$ $l=1,2,\ldots,C_j$	AMABI$1	-5,700	0,377	-15,128	0,000
	AMABI$2	-4,269	0,307	-13,916	0,000
	COMPRE$1	-8,605	1,123	-7,660	0,000
	COMPRE$2	-7,050	0,951	-7,411	0,000
	SOLU$1	-8,091	0,699	-11,574	0,000
	SOLU$2	-6,296	0,570	-11,042	0,000
	SOLU$3	-4,968	0,474	-10,473	0,000
	REGRE$1	-4,093	0,218	-18,792	0,000
	REGRE$2	-0,855	0,114	-7,491	0,000
	Latent Class 2 – Mujeres				
	SATISFACCION BY				
$\hat{\beta}_J^2$ con $j=1,2,\ldots,p$	AMABI	2,162	0,219	9,889	0,000
	COMPRE	4,152	0,637	6,515	0,000
	SOLU	3,298	0,362	9,104	0,000
	REGRE	1,599	0,143	11,151	0,000
	Means				
	SATISFAC	0	0	999	999
	Thresholds				
$\hat{\alpha}_{jl}^2$ con $j=1,2,\ldots,p$ $l=1,2,\ldots,C_j$	AMABI$1	-5,700	0,377	-15,128	0,000
	AMABI$2	-4,269	0,307	-13,916	0,000
	COMPRE$1	-8,605	1,123	-7,660	0,000
	COMPRE$2	-7,050	0,951	-7,411	0,000
	SOLU$1	-8,091	0,699	-11,574	0,000
	SOLU$2	-6,296	0,57	-11,042	0,000
	SOLU$3	-4,968	0,474	-10,473	0,000
	REGRE$1	-4,093	0,218	-18,792	0,000
	REGRE$2	-0,855	0,114	-7,491	0,000

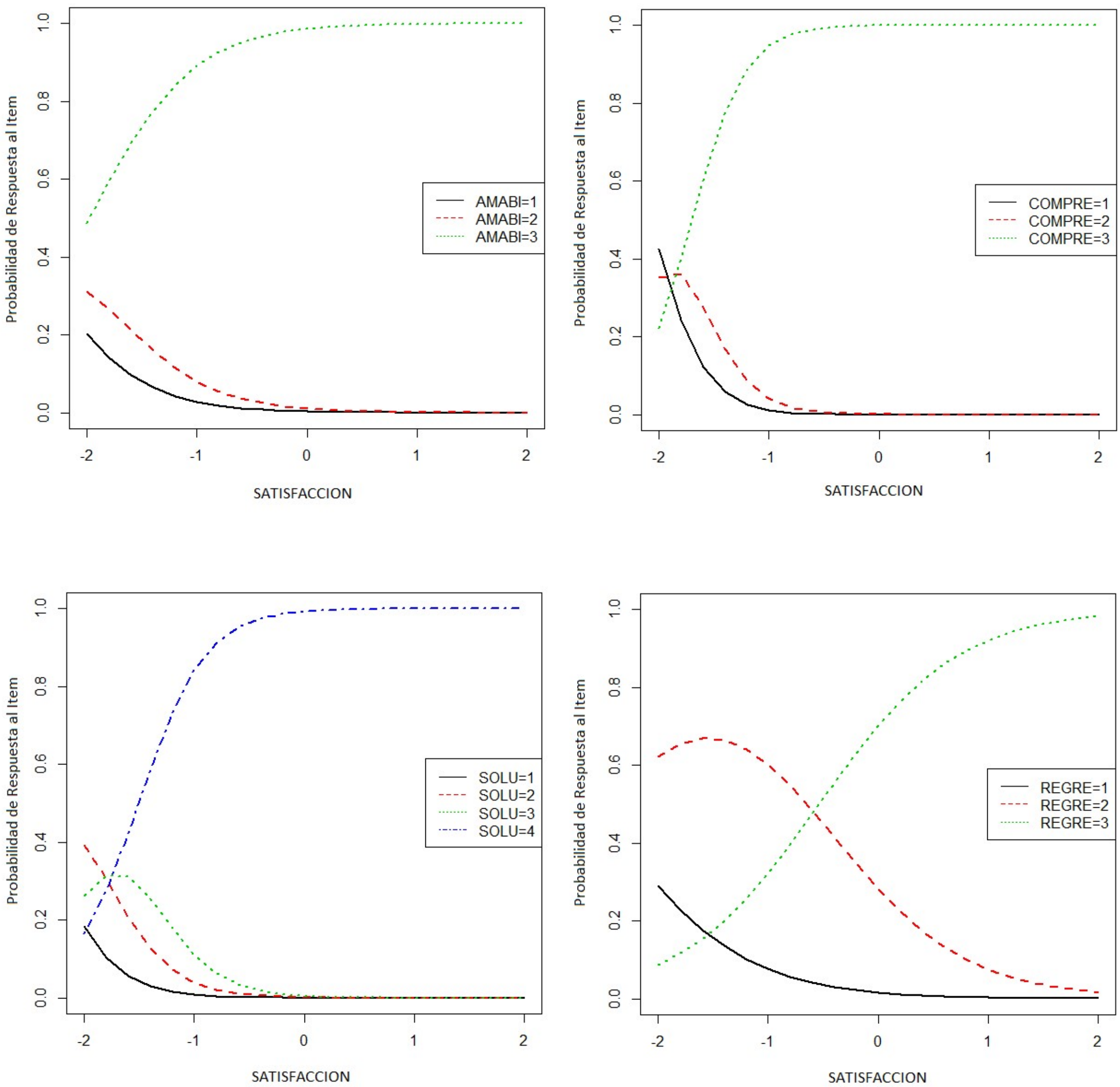


Figura 1. Probabilidades individuales de respuesta dado el rasgo latente. Modelo que supone satisfacción promedio diferente por sexo, considerando los modelos de medida equivalentes Obtenido con funciones LCAT en R.

Tabla 2. Estimación de parámetros del modelo que supone igual satisfacción promedio por sexo, considerando modelos de medida diferentes. Salida de Mplus.

		Estimate	S.E	Est/S.E.	Two-Tailed P-Value
	Latent Class 1 - Varones				
	SATISFACCION BY				
$\hat{\beta}_J^1$ con $j=1,2,\ldots,p$	AMABI	2,460	0,31	7,948	0,000
	COMPRE	3.918	0,696	5,629	0,000
	SOLU	3,246	0,444	7,305	0,000
	REGRE	1,417	0,161	8,772	0,000
	Means				
	SATISFAC	0,000	0,000	999	999
	Thresholds				
$\hat{\alpha}_{jl}^1$ con $j=1,2,\ldots,p$ $l=1,2,\ldots,C_j$	AMABI$1	-6,043	0,511	-11,823	0,000
	AMABI$2	-4,484	0,402	-11,168	0,000
	COMPRE$1	-8,134	1,178	-6,904	0,000
	COMPRE$2	-6,429	0,959	-6,706	0,000
	SOLU$1	-7,622	0,798	-9,554	0,000
	SOLU$2	-6,187	0,664	-9,311	0,000
	SOLU$3	-4,828	0,537	-8,986	0,000
	REGRE$1	-3,862	0,222	-17,401	0,000
	REGRE$2	-0,688	0,09	-7,638	0,000
	Latent Class 2 - Mujeres				
	SATISFACCION BY				
$\hat{\beta}_J^2$ con $j=1,2,\ldots,p$	AMABI	1,720	0,310	5,546	0,000
	COMPRE	5,324	1,808	2,946	0,003
	SOLU	3,401	0,600	5,673	0,000
	REGRE	2,000	0,298	6,707	0,000
	Means				
	SATISFAC	0,000	0,000	999	999
	Thresholds				
$\hat{\alpha}_{jl}^2$ con $j=1,2,\ldots,p$ $l=1,2,\ldots,C_j$	AMABI$1	-5,038	0,484	-10,419	0,000
	AMABI$2	-3,771	0,384	-9,810	0,000
	COMPRE$1	-10,213	3,066	-3,331	0,001
	COMPRE$2	-8,864	2,704	-3,279	0,001
	SOLU$1	-8,660	1,172	-7,389	0,000
	SOLU$2	-6,095	0,871	-7,001	0,000
	SOLU$3	-4,833	0,716	-6,747	0,000
	REGRE$1	-4,425	0,418	-10,588	0,000
	REGRE$2	-1,029	0,170	-6,036	0,000

Tabla 3. Estimación de parámetros del modelo que supone satisfacción promedio diferente para los clientes laboralmente activos con edades entre 55 y 65 años, considerando modelos de medida equivalentes. Salida de Mplus.

		Estimate	S.E	Est/S.E.	Two-Tailed P-Value
	Latent Class 1 – Empleados activos con edades entre 55 y 65				
	SATISFACCION BY				
$\hat{\beta}_J^1$ con $j=1,2,\ldots,p$	AMABI	2,198	0,235	9,346	0,000
	COMPRE	4,230	0,693	6,106	0,000
	SOLU	3,387	0,396	8,556	0,000
	REGRE	1,567	0,149	10,54	0,000
	Means				
	SATISFAC	-0,140	0,073	-1,902	0,057
	Thresholds				
$\hat{\alpha}_{jl}^1$ con $j=1,2,\ldots,p$ $l=1,2,\ldots,C_j$	AMABI$1	-5,919	0,415	-14,26	0,000
	AMABI$2	-4,378	0,333	-13,153	0,000
	COMPRE$1	-8,852	1,237	-7,156	0,000
	COMPRE$2	-7,257	1,047	-6,930	0,000
	SOLU$1	-8,331	0,770	-10,818	0,000
	SOLU$2	-6,556	0,634	-10,347	0,000
	SOLU$3	-5,183	0,525	-9,881	0,000
	REGRE$1	-4,063	0,216	-18,819	0,000
	REGRE$2	-0,879	0,107	-8,205	0,000
	Latent Class 2 - Empleados activos pertenecientes a otros grupos de edad				
	SATISFACCION BY				
$\hat{\beta}_J^2$ con $j=1,2,\ldots,p$	AMABI	2,198	0,235	9,346	0,000
	COMPRE	4,23	0,693	6,106	0,000
	SOLU	3,387	0,396	8,556	0,000
	REGRE	1,567	0,149	10,54	0,000
	Means				
	SATISFAC	0,000	0,000	999	999
	Thresholds				
$\hat{\alpha}_{jl}^2$ con $j=1,2,\ldots,p$ $l=1,2,\ldots,C_j$	AMABI$1	-5,919	0,415	-14,26	0,000
	AMABI$2	-4,378	0,333	-13,153	0,000
	COMPRE$1	-8,852	1,237	-7,156	0,000
	COMPRE$2	-7,257	1,047	-6,930	0,000
	SOLU$1	-8,331	0,770	-10,818	0,000
	SOLU$2	-6,556	0,634	-10,347	0,000
	SOLU$3	-5,183	0,525	-9,881	0,000
	REGRE$1	-4,063	0,216	-18,819	0,000
	REGRE$2	-0,879	0,107	-8,205	0,000

Volver al índice

Análisis de Series Financieras Utilizando Wavelets

Fabris Julio Eduardo
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
Jfabris88@yahoo.com.ar

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Wavelets, Dominio de las Frecuencias, Análisis Espectral

Resumen

En este trabajo se introduce el concepto de Wavelets (la traducción al español sería “onditas”), una relativamente nueva herramienta para el análisis de series de tiempo. Originada en los métodos de filtrado y en el análisis de Fourier para el estudio de señales, esta metodología supera algunas limitaciones de los dos métodos antes citados: Por una parte, combina información de los dominios del tiempo y de las frecuencias, y por otra parte, no requiere la adopción supuestos fuertes como la estacionariedad del proceso estocástico generador de la serie bajo estudio.
La utilización de las wavelets en economía todavía es embrionaria, aunque en esta limitada bibliografía se destacan los aportes en el análisis de las series financieras, tema sobre el que ya existen varias publicaciones. En esta ponencia se desarrolla en forma sencilla la metodología con una aplicación a una serie del simulada que permite apreciar las bondades y capacidades del método. También se presenta un esquema de trabajo basado en el software MATLAB, uno de los muchos programas matemáticos disponibles para esta metodología.
En resumen, se ha mostrado como el análisis Wavelet permite una caracterización de una serie no estacionaria en el campo de las frecuencias (escalas) y en el espacio temporal simultáneamente.

1 Introducción

La técnica de wavelets se desarrolló como una alternativa para superar los problemas que surgen en el análisis de Fourier para el caso de series cuyas características no son constantes en el tiempo, es decir series no estacionarias[5]. En el caso en que determinados fenómenos, por ejemplo la aparición de una periodicidad específica en las observaciones, se presenten sólo en una porción de la muestra bajo análisis, el análisis de frecuencias asumirá que dicha periodicidad es igual para toda la serie, por lo que la sumará a las frecuencias presentes, pero perdiendo la localización de la misma. El análisis mediante la técnica de wavelets hace posible una buena representación de una señal tanto en tiempo como en frecuencia de forma simultánea, con lo que se puede determinar el intervalo de tiempo en el cual aparecen determinadas componentes espectrales. Esta característica es de mucho interés en el análisis de señales, por ejemplo: electrocardiogramas, transitorios, etc.

Como su nombre lo sugiere, la wavelet (ondita) es una pequeña onda, lo que quiere decir esencialmente que la onda crece y decae en pocos períodos. A diferencia de las funciones sinusoidales utilizadas en el análisis de Fourier, cuyo domino va de $-\infty$ a ∞, la wavelet se reproduce en pocos períodos, como se muestra en la Figura 1, donde se contrasta la función seno con la función Morlet, una de las wavelets disponibles.

[5] La descripción de la metodología de wavelets está basada en los textos de referencia mencionados en la bibliografía al final del trabajo.

Para clarificar la descripción, definiremos una función, que llamaremos la wavelet “madre”, a la que denominaremos Ψ(t). Esta función estará definida en el eje real y debe satisfacer dos requisitos:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)\ dt = 0 \text{ y } \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^{2}\ dt = 1 \qquad (1)$$

Estas condiciones implican que al menos algún coeficiente de la función Ψ(t) debe ser distinto de cero y que los apartamientos de cero deben cancelarse mutuamente.

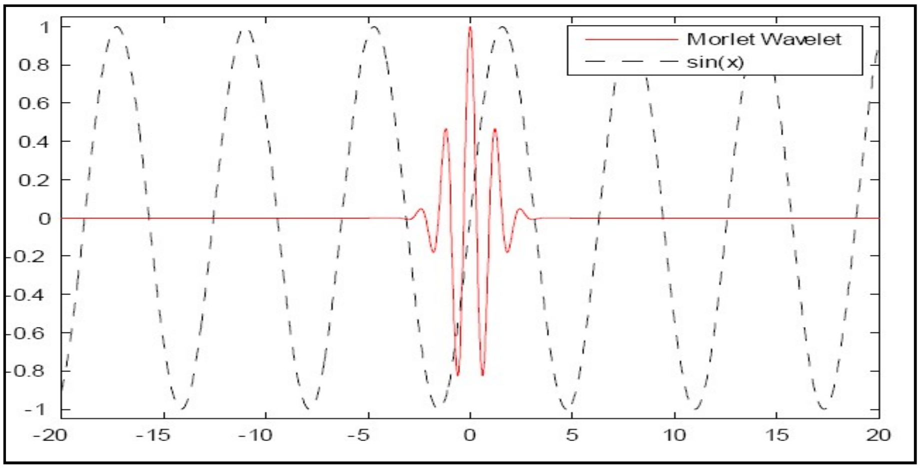


Figura 1. Comparación de la función seno(x) con una wavelet Morlet

Si bien hay muchas funciones que cumplen con estos requerimientos, estos no son suficientes para las aplicaciones prácticas. Deberán sumarse a estas condiciones la llamada “condición de admisibilidad” que exige que la transformada de Fourier de la función

$$\Psi(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)\ e^{-i2\pi f t}\ dt \qquad (2)$$

Cumpla con $0 < C_{\Psi} < \infty$ siendo

$$C_{\Psi} = \int_{0}^{\infty} \frac{|\Psi(f)|^{2}}{f}\ df \qquad (3)$$

El cumplimiento de esta condición permite reconstruir la función a partir de su transformada wavelet.

2 La transformada wavelet continua

En esencia la transformada wavelet continua (TWC) intenta cuantificar el cambio en la función bajo análisis a una frecuencia particular y en un específico punto del tiempo. Para lograrlo, la wavelet “madre” $\psi(t)$ es “estirada” y “trasladada” de acuerdo con:

$$\psi_{u,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}}\psi\left(\frac{t-u}{s}\right) \qquad (4)$$

Donde *u* es parámetro de localización y *s* el parámetro de escala. La división por $\sqrt{s}$ asegura que la norma de $\psi_{u,s}(t)$ sea igual a la unidad. La TWC, *W(u;s)*, que es una función de los dos parámetros u y s se obtiene proyectando la función original bajo análisis (llamemosla *x(t)* para indicar su dependencia del tiempo) sobre la wavelet "madre".

$$W(u,s) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\ \psi_{u,s}(t)\ dt \qquad (5)$$

Si se desea analizar la variación de la función a baja frecuencia, debe elegirse un factor de escala *s* grande y viceversa. Al aplicar la TWC en un continuo de parámetros de escala y de localización, se puede descomponer la función bajo análisis en componentes elementales. Esta metodología es útil para estudiar una función con estructura complicada porque permite extraer un conjunto de componentes básicos que tienen una estructura más simple. También es posible reconstruir la función original a partir de su TWC mediante el proceso de síntesis.

De todas maneras, existen algunas dificultades para trabajar con la TWC en aplicaciones prácticas donde, en lugar de una función continua se dispone de observaciones igualmente espaciadas en el tiempo. Por eso, a pesar de que la TWC representa mejor el concepto de wavelet, para el trabajo aplicado nos concentraremos en la transformada wavelet discreta (TWD).

3 La transformada wavelet discreta (TWD

La TWD difiere de la TWC principalmente en que la TWD utiliza solamente una cantidad limitada de versiones escaladas y trasladadas de la wavelet "madre" para descomponer la serie original. Para seleccionar *s* y *u* de forma tal de contener toda la información proporcionada por la serie en un mínimo de coeficientes, deben determinarse los valores de s y u tales que:

$$s = 2^j \quad \text{y} \quad u = k * 2^j \qquad (6)$$

donde k y j son enteros que representan el conjunto de escalados y traslaciones.

Este procedimiento denominado "muestreo crítico" indica que la TWD es calculada solamente en las escalas correspondientes a los valores de 2^j, y también implica que para una serie con T observaciones, el máximo valor del coeficiente de escala es:

$$J = ln\ (T) / ln\ (2) \qquad (7)$$

La transformación TWD se basa en dos wavelets discretas que se denominan "madre" $h_l = (h_0, h_1 \ldots h_{L-1})$ y "padre" $g_l = (g_0, g_1 \ldots g_{L-1})$,respectivamente. La wavelet "madre" se caracteriza por 2 propiedades:

$$\sum_{l=0}^{L-1} h_l = 0 \quad \sum_{l=0}^{L-1} h_l^2 = 1 \text{ y } \sum_{l=0}^{L-1} h_l \, h_{l+2n} = 0 \qquad (8)$$

Esta última para todo entero $n \neq 0$.

Estas 3 propiedades aseguran que la wavelet se asocie con un operador diferencia, que preserve la varianza de la serie original y que un análisis de multi-resolución (o sea un análisis reiterado como luego se explicará) pueda aplicarse a una serie finita de datos. El hecho de que la wavelet "madre" sea un operador diferencia la caracteriza como un filtro pasa-alto, o filtro de alta frecuencia. Por su parte la función "padre", se asociará con un operador promedio ponderado y por lo tanto constituirá un filtro pasa-alto o filtro de baja frecuencia.

La metodología indica aplicar ambas wavelets (madre y padre) a la señal para separar los componentes de baja y alta frecuencia de la serie. Una aplicación reiterada de filtros de baja y alta frecuencia puede luego utilizarse para obtener sucesivas descomposiciones.

Por ejemplo, si se dispone de una serie $x = \{x(1).x(2),...,x(T)\}$ de longitud T que se desea analizar. los coeficientes de *wavelet* y *escalado* (así denominamos a las componentes de alta y baja frecuencia obtenidas de la transformación) se calculan mediante la convolución de la serie con las wavelets "madre" y "padre" respectivamente. O sea:

$$w_1(t) = \sum_{l=0}^{L-1} h_l \, x(t') \text{ y } v_1(t) = \sum_{l=0}^{L-1} g_l \, x(t') \qquad (9)$$

Donde $t = 0; 1; ...; T/2 - 1$ y t', el subíndice temporal de x, es $t' = 2 * t + 1 - l$. Si el subíndice t' resultara negativo, se reemplaza por $t' = 2 * t + 1 - l + T$, lo que indica que se considera que al final de la serie, esta vuelve a comenzar y antes del comienzo siempre está un tramo del final de la misma (es decir un esquema de anillo). Esto se hace para evitar los efectos de borde que impedirían la reconstrucción de la serie original a partir de sus componentes obtenidas.

Las nuevas series obtenidas $w_1(t)$ y $v_1(t)$ contienen los coeficientes de las descomposiciones de alta frecuencia (coeficientes wavelet) y baja frecuencia (coeficientes de escalado). Cada serie tiene una longitud T/2 o sea la mitad de la longitud de la serie original y entre las dos conservan toda la información contenida en la serie original.

Un ejemplo simplificado para mostrar cómo funciona la descomposición puede plantearse considerando[6] la siguiente serie *x = (5, 10, 12, 6, 3, 3, …).* Si la descomponemos promediando cada dos valores, esta descomposición, al morigerar la fluctuación de la serie, constituye un filtro pasa-bajo que elimina las altas frecuencias preservando la tendencia. Por otra parte, si obtenemos la serie de las diferencias dos a dos, tenemos un filtro pasa-alto que elimina las bajas frecuencias, conservando las fluctuaciones.

[6] El ejemplo está tomado de Wim van Drongelen (2006)

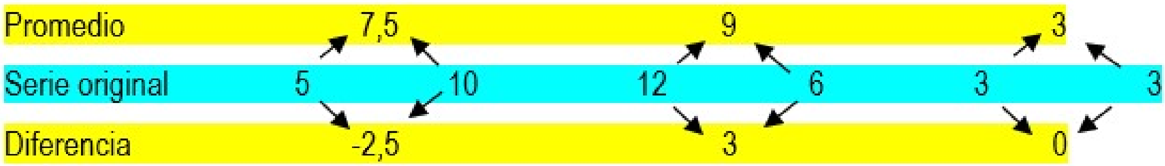


Figura 2. Ejemplo de descomposición Wavelet con promedio (pasa bajo) y diferencia (pasa alto)

En este caso, entonces, w_1 = *(-2,5 ; 3 ; 0 ; …)* y v_1 = *(7,5 ; 9 ; 3 ; …)*, ambas series con la mitad de los valores que la serie original y por supuesto [w_1 v_1] contienen conjuntamente la misma información que x como puede verificarse reconstruyendo la serie a partir de operar:

$w_1(1) + v_1(1) = x(1)$; $w_1(1) - v_1(1) = x(2)$; $w_1(2) + v_1(2) = x(3)$; ....y así sucesivamente.

Este ejemplo muestra la descomposición con la wavelet original diseñada por Haar (1910), la cual consiste en dos valores [+1 ; -1] (aunque modernamente se le aplica un factor $\sqrt{2}$ para que la transformación preserve la varianza de la serie original.

Por lo tanto en este caso (Haar), las wavelet “madre” y “padre” serían:

$$h_1 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}};-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \text{ y } g_1 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}};\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \qquad (10)$$

4 Análisis multi-resolución

La idea básica del análisis multi-resolución consiste en aplicar reiteradamente la descomposición antes indicada sobre la componente de baja frecuencia, dividiéndola a su vez en dos nuevas componentes.

$$w_2(t) = \sum_{l=0}^{L-1} h_l\, v_1(t') \text{ y } v_2(t) = \sum_{l=0}^{L-1} g_l\, v_1(t') \qquad (11)$$

Estas nuevas componentes tendrán ahora T/4 valores cada una y el factor de escala de las wavelets a utilizar se habrá duplicado. De esta manera se van obteniendo análisis a lo largo del tiempo para varias frecuencias seleccionadas, según se muestra en la Figura 3.

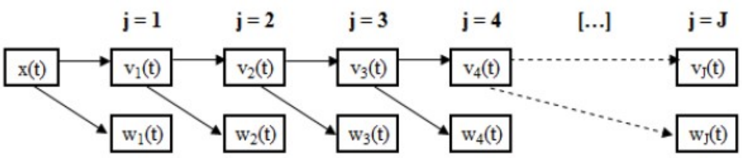


Figura 3. Esquema de una transformación multi-resolución

5 Aplicación práctica con la utilización de Matlab

El utilitario Matlab posee una interfase gráfica que permite operar con wavelets de una manera sencilla.

Ejemplificaremos su operatividad con el análisis de una serie artificial que se analizará por medio de la transformada de Fourier, inicialmente y luego por la aplicación de la metodología de Wavelets.

La serie en cuestión consiste en una oscilación senoidal con frecuencia variable.

De las 400 observaciones que se han generado, las primeras 100 tienen una frecuencia, las 100 siguientes otra y así. En la serie están presentes 4 frecuencias a saber 0,1; 0,333; 0,1 otra vez y luego 0,2; ciclos por unidad de tiempo en todos los casos. Los períodos respectivos de las oscilaciones son 10; 3,333; 10 y 5 unidades de tiempo respectivamente. Las frecuencias angulares w correspondientes son: 62.83 20.94 62.83 31.42.

Las equivalencias entre Período (P), Frecuencia (f) y Frecuencia angular (w) son:

$$P = \frac{1}{f} \text{ y } w = 2\pi f = \frac{2\pi}{P} \qquad (12)$$

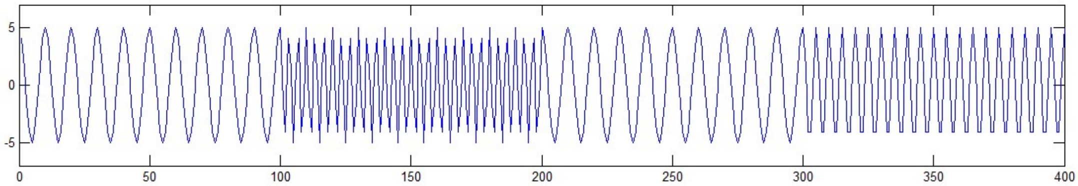


Figura 4. Serie artificial con frecuencia variable.

El análisis espectral usual con el periodograma basado en la transformada de Fourier permite descubrir la presencia de las frecuencias generadas como se indica en la Figura 5. En el periodograma aparecen picos en w = 0,6 ; 1,25 y 1,9 que corresponderían a P = 10,47 5,03 y 3,31. De todas maneras, si bien las frecuencias son detectadas, el análisis es ineficaz para localizar en el tiempo la ocurrencia de cada una de las mismas.

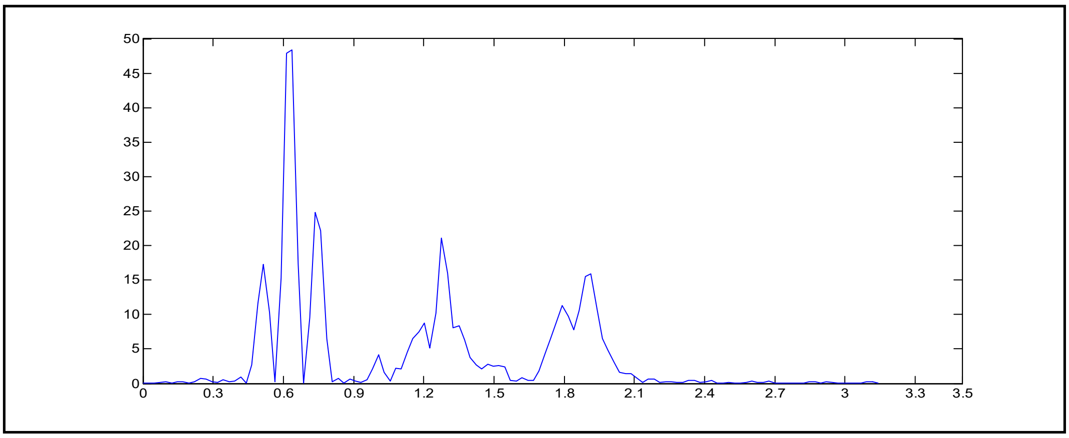


Figura 5. Periodograma de la serie artificial

Para mostrar la diferencia con el análisis Wavelet, utilizaremos la herramienta Wavemenu de Matlab. Con ella, luego de cargar la serie, realizamos un análisis multi-resolución, basado en la onda “madre” Haar.

El análisis se ha planteado en 5 niveles, que corresponden a factores de escalado 2, 4, 8, 16 y 32 respectivamente. Como puede apreciase en la Figura 7, se pueden visualizar: la serie original en el nivel superior (indicada s), la aproximación del último paso de la multi-resolución (indicada a5, que correspondería a la v5 de la Figura 3) y las series de alta frecuencia (indicadas d1 a d5, que corresponderían a las w1 a w5 de la Figura 3).

Quizás las gráficas más instructivas para este caso son las correspondientes a d1 y d3. En d1 aparece claramente la presencia de alta frecuencia en la 2da y 4ta centena y la ausencia de dicha frecuencia en la 1era y 3ra centena (notar la amplitud diferente de la señal). En d3, en cambio, la situación se invierte. Como esta wavelet corresponde a una frecuencia menor, aquí aparecen con alta amplitud la 1era y 3er centena, mientras que no se registra presencia de esta frecuencia en la 2da y 4ta.

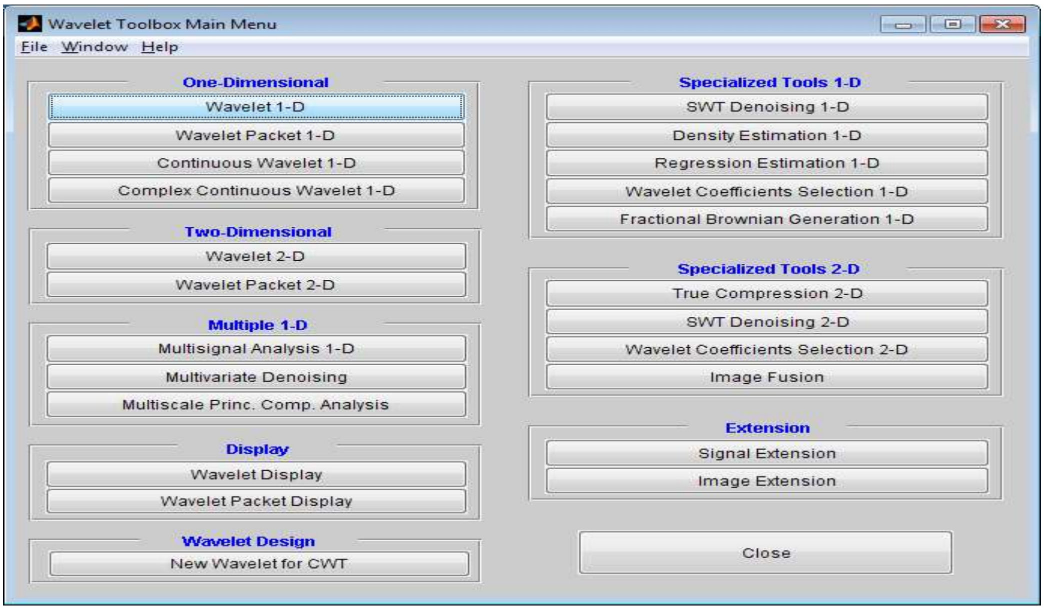


Figura 6. Menú de la Wavelet Toolbox de Matlab

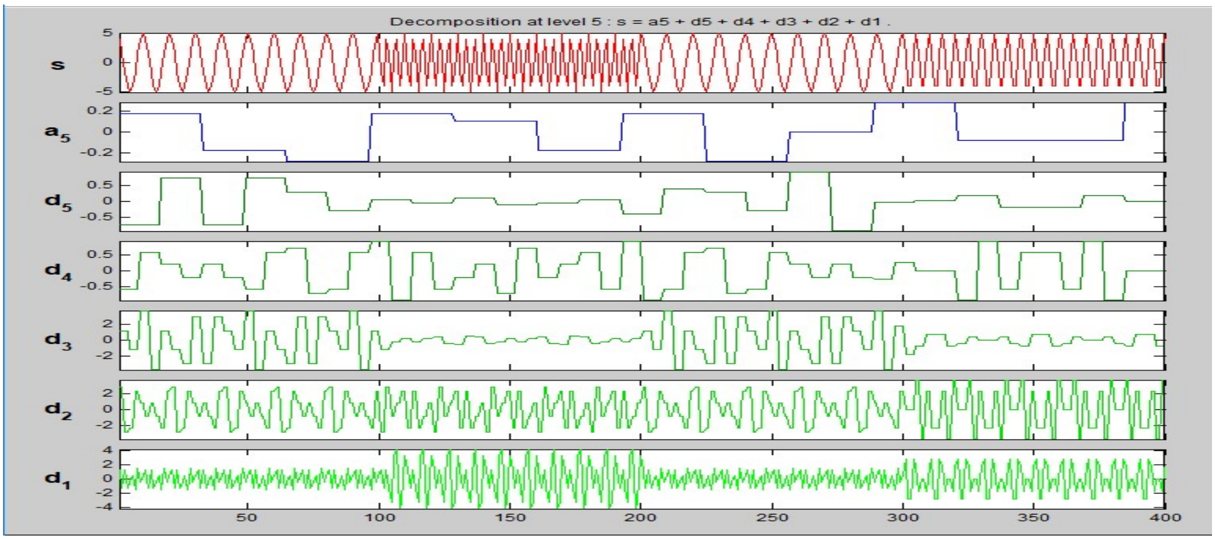


Figura 7. Descomposición de la serie artificial con Wavelet multi-resolución

6 Conclusiones y trabajos futuros

En este trabajo se ha introducido el concepto de Wavelets y se ha explicado la metodología que se basa en las mismas. Se ha mostrado como el análisis Wavelet permite una caracterización de una serie no estacionaria en el campo de las frecuencias (escalas) y en el espacio temporal simultáneamente.

A seguir en el estudio de la metodología se plantea la realización del análisis y la interpretación del mismo para el caso de series financieras de nuestros mercados, a los fines de aportar conclusiones que ni el análisis de Fourier ni el análisis econométrico pueden brindar.

Referencias

Crowley, P. (2005), An Intuitive Guide to Wavelets for Economists, Working Paper, Bank of Finland.

Haar A. (1910). Zur theorie der orthogonalen Funktionsysteme. *Mathematische Annalen, 69,* pp 331–371

Masset, P. (2008). Analysis of Financial Time-Series using Fourier and Wavelet Methods. Recuperado de: https://ssrn.com/abstract=1289420 ó http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1289420

Van Drongelen, W. (2006). *Signal processing for neuroscientists: an introduction to the analysis of physiological signals*. Cambridge, USA:Academic press.

Volver al índice

Modelización Estadística de los Resultados Educativos en Función de las Inteligencias Múltiples

Closas Antonio Humberto – Rohde Gricela Alicia – Estigarribia Bieber María Laura – de Castro Idalia Gabriela – Dusicka María Alicia
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional del Nordeste
hclosas@hotmail.com – gricelarohde@gmail.com – mlestigarribia@yahoo.es – idecastro@eco.unne.edu.ar – mad2607@yahoo.com

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Regresión logística, Curva ROC, Dimensiones de la inteligencia, Rendimiento académico, Estudiantes universitarios.

Resumen

Este trabajo toma como objeto de estudio la inteligencia, desde la visión de Howard Gardner; recuperando la riqueza de su enfoque multidimensional y sus posibles proyecciones en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Tiene el propósito final de desarrollar un modelo de regresión logística que permita explicar o predecir de qué manera distintas áreas de la inteligencia se relacionan con los resultados académicos. La muestra, formada por alumnos de primer año de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Nordeste, resultó elegida de manera estratificada y por conglomerados, está compuesta por 126 jóvenes. La investigación responde a un diseño explicativo, de estilo descriptivo mediante encuesta, de línea cuantitativa y de corte transversal. Se utilizó un test de inteligencias múltiples, de 25 preguntas, organizadas en 5 ítems para cada una de las áreas de la inteligencia consideradas (*Lingüística*, *Lógico-matemática*, *Espacial*, *Intrapersonal* e *Interpersonal*). En la etapa empírica, los análisis estadísticos descriptivos, psicométricos e inferenciales, permitieron conocer ciertas características de las dimensiones de la prueba, los índices de interna de las diferentes áreas y del instrumento en su conjunto, así como determinar el modelo logístico que mejor se ajusta a los datos muestrales. El concepto de la curva ROC ha sido empleado con el fin de mostrar la capacidad global que el modelo posee para explicar los resultados del rendimiento académico. En definitiva, se puede sostener que el cuestionario aplicado es un instrumento confiable, que posee validez predictiva para describir la variabilidad de los resultados educativos a partir de los distintos tipos de inteligencias utilizadas.

1 Introducción

El proceso de interacción con el alumno, incluye dos etapas que, si bien están lógicamente vinculadas, son independientes entre sí; el aprendizaje –en sentido amplio–, y la demostración objetiva del avance en el conocimiento formal –aprobación de evaluaciones académicas–.

El rendimiento académico constituye la manifestación formal y expresa del grado de aprendizaje del alumno y se infiere tradicionalmente de las calificaciones. Representa un fenómeno multicausal, que puede ser abordado tomando en cuenta distintas variables, sus relaciones y la implicancia que en él puedan tener. Este trabajo toma como objeto de estudio el constructo inteligencia, desde la visión de Howard Gardner.

Etimológicamente, el término proviene del latín *intelligentia* y, en sentido amplio, sus distintas acepciones refieren a la comprensión; tienen que ver con capacidades para aprender o adaptarse de manera exitosa, como también con cuestiones de conocimiento adquirido. Como podrá suponerse, a lo largo del tiempo ha habido numerosas definiciones propuestas por diversos autores. Howard Gardner, define la inteligencia como "la capacidad de resolver problemas, o de crear productos, que sean valiosos en uno o más ambientes culturales" (Gardner, 1993, p. 5). Postula que los seres humanos tienen una serie de habilidades relativamente independientes y, por ello, perciben el mundo en formas diferentes e igualmente importantes que configuran un perfil cognitivo único.

Si bien, en su formulación inicial, describió siete categorías que cumplimentan una serie de criterios de selección (*Lingüística*, *Musical*, *Lógico-matemática*, *Espacial*, *Cinestésico-corporal*, *Intrapersonal* e *Interpersonal*), sólo serán consideradas las áreas que se mencionan a continuación, por estimar que los demás tipos de inteligencia, en virtud del contexto académico, no resultan relevantes a los fines del presente estudio. A partir de su obra, Estructuras de la mente, se reseñan brevemente cada una de las dimensiones en las que se está interesado:

Lingüística: Involucra la posibilidad de pensar en palabras y utilizar el lenguaje para comprender y expresar significados complejos.

Lógico-matemática: es la competencia para manejar problemas a partir del dominio de un pensamiento extremadamente abstracto y general.

Espacial: es la capacidad de percibir con exactitud el mundo visual, para realizar transformaciones y modificaciones a las percepciones iniciales propias, y para recrear aspectos de la experiencia visual, incluso en ausencia de estímulos físicos apropiados, habiéndose demostrado que no depende, exclusivamente, de la vista.

Personal: compuesta por dos formas de manifestación, *intrapersonal* e *interpersonal*. La primera, constituye la aptitud de autoconocimiento y reflexión acerca de las propias emociones y sentimientos; es la que permite la autocomprensión; sin embargo la segunda, es la cualidad que permite notar y establecer distinciones entre otros individuos y, en particular, entender sus estados de ánimo, temperamentos, motivaciones e intenciones.

La mayor objeción efectuada por el sistema científico a la teoría de Gardner es la insuficiencia de evidencia rigurosa, ante los escasos análisis empíricos propios sobre los que se apoya. Por ello, sus críticos consideran que sólo ofrece una opinión anecdótica en sus explicaciones. No obstante, hemos estimado interesante abordar este análisis desde ciertas dimensiones desarrolladas por Gardner, considerando la riqueza del enfoque de la multidimensionalidad de la inteligencia y sus posibles proyecciones en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

A partir de cinco de las siete dimensiones del género inteligencia, este trabajo propone realizar un análisis exploratorio de su representación en una comunidad de estudiantes universitarios de primer año, para evaluar la fiabilidad, así como de describir las principales características aptitudinales de los jóvenes participantes.

Con el fin de explicar de qué manera ciertos tipos de inteligencia se relacionan con los resultados educativos y al mismo tiempo contrastar la validez predictiva del instrumento aplicado, se desarrollóun modelo de regresión logística binaria. La variable criterio de la ecuación fueel *rendimiento académico* (medido a través de las calificaciones), mientras que las variables explicativas o predictoras fueron las dimensiones seleccionadas, que integran la prueba que se aplicará, para medir las áreas de la inteligencia.

Para la recolección de los datos primarios hemos optado por utilizar parcialmente un Test sobre Inteligencias Múltiples, desarrollado sobre la Teoría de Gardner. El instrumento en su edición completa fue empleado previamente en numerosos y disímiles contextos y funciones, tales como para el diagnóstico psicopedagógico, a fin de identificar preventivamente posibles dificultades de aprendizaje y al mismo tiempo potenciar aquella inteligencia que sea dominante (Bandera Torres, 2012). También, como instrumento de auto conocimiento del nivel de desarrollo de cada inteligencia y qué actividades pueden ser fortalecidas, en beneficio del aprendizaje (Coutiño Clemente, 2015). Asimismo, fue utilizado como test de aplicación concreta de la teoría de las inteligencias múltiples en las prácticas docentes (Navarrete Suazo y Queutre Carrasco, 2011); y, extendido a 40 preguntas, contemplando la octava categoría *Naturalista*, para establecer una relación entre diversos tipos de inteligencia y rendimiento académico de estudiantes de 5° a 7° grado (Carreño Ordóñez, 2013), o para evaluar inicialmente las competencias y características educativas del alumnado (García Sánchez, 2010).

La aplicación del instrumento elegido en un ámbito académico determinado es una acción sin duda relevante, puesto que permitirá a partir de la lectura y observación de los resultados brindar mejores explicaciones y predicciones acerca del desempeño de los estudiantes. Este hecho posibilitará la adopción de decisiones más ajustadas y eficientes con el propósito final de mejorar los resultados educativos.

2 Método

2.1 Participantes

Debido a que nuestro interés radica en trabajar con una muestra en la cual su unidad se encuentre formada por la totalidad de los estudiantes que componen una entidad con definida personalidad como es el grupo-clase, hemos considerado adecuado optar por las distintas comisiones de estudio que, en los tres turnos de clase: mañana, tarde y noche, asisten al dictado de una asignatura de primer año, en la Facultad de Ciencias Económicas (FCE) de la Universidad Nacional del Nordeste (UNNE). En razón de lo señalado, se puede sostener que la muestra ha sido seleccionada utilizando los métodos *estratificado* (los turnos de clase representaban los estratos) y por *conglomerados* (los grupos-clase integraban los cluster).

Concretamente, la muestra estuvo compuesta por 4 grupos-clase, los que totalizaban 126 jóvenes, 76 mujeres (60.32%) y 50 hombres (39.68%), con una media de 19.86 años y desviación estándar de 3.46.

2.2 Diseño

Esta investigación, de naturaleza *no experimental* y *explicativa*. Si consideramos como criterio el tipo de información que se proveerá y el modo de reunirla, el diseño es de estilo *descriptivo mediante encuesta*.

En este estudio empleamos la *técnica del cuestionario*. Se trata de una *investigación de campo*, de *línea cuantitativa,* de corte *transversal* y perfil *correlacional*.

2.3 Procedimiento

Una vez elegida la muestra, la recolección de los datos se llevó a cabo, en cada uno de los grupos-clase, en una única instancia. En primer lugar se les informó a los alumnos participantes que la aplicación del instrumento en cuestión respondía a un trabajo de investigación relacionado con temas de rendimiento académico, que tiene la intención –a partir de la lectura e interpretación de sus resultados– de aportar propuestas de intervención que posibiliten mejorar el fenómeno objeto de estudio. También se les indicó sobre la importancia de responder sinceramente a los distintos ítems planteados, que sus respuestas tendrían un carácter estrictamente confidencial y que la participación en el estudio era una decisión totalmente voluntaria.

El momento temporal de este proceso fueron los meses de abril y mayo de 2016. La aplicación del cuestionario la efectuaron los propios profesores, al comienzo de clase y con el margen de tiempo adecuado en virtud de las consultas formuladas en la prueba (20 minutos en promedio). Concluido el trabajo de campo propiamente dicho y el ordenamiento de la información obtenida, se procedió a la construcción de la matriz de datos en formato electrónico, así como a su posterior control general.

2.4 Instrumentos

Para cumplir con el objetivo propuesto y recoger los datos relativos al tema bajo estudio se utilizó un *test de inteligencias múltiples*, con escasas adecuaciones, principalmente de tipo terminológico; el texto de los enunciados fue adaptado al vocabulario usual en nuestro medio, de manera que en nada afectara el sentido y significado de los ítems que integraban la prueba.

El cuestionario consta de 25 afirmaciones, organizadas en 5 ítems para cada variable latente: *Lingüística* (p. ej.,*Me resulta fácil decir lo que pienso en el curso de una discusión o debate*), *Lógico-matemática* (p. ej., *Puedo sumar o multiplicar mentalmente con rapidez*), *Espacial* (p. ej., *Prefiero hacer un dibujo que explicarle a alguien como tiene que llegar a un lugar*), *Intrapersonal* (p. ej.,*Si estoy enojado/a o contento/a generalmente sé exactamente por qué*) e *Interpersonal* (p. ej., *Me gusta reunir grupos de personas en una fiesta o en un evento*). Para responder a cada una de las afirmaciones los estudiantes debían escribir una V (verdadero) o una F (falso), según estaban de acuerdo o desacuerdo con el respectivo enunciado.

Así pues, en virtud de lo que antecede, se trabajó con fuentes de información primaria; esto es, se aplicó el mencionado cuestionario y se recogieron los datos. Para esta acción, ciertamente, el investigador asumió el rol de observador y los alumnos el carácter de informantes.

A su vez, con la finalidad de obtener el modelo logístico que mejor permita explicar o predecir la varianza de los *resultados académicos*; por tanto, contrastar la validez predictiva del instrumento, hemos empleado como variable respuesta las calificaciones alcanzadas por los alumnos que aprobaron la asignatura Introducción a las Ciencias Económicas, esta información fue obtenida a partir de las actas académicas de examen (fuentes de datos secundarios). Se han seleccionado las calificaciones, puesto que son el criterio social y legal del rendimiento en el ámbito de los centros educativos, además de ser el indicador más utilizado en las investigaciones sobre el tema.

2.5 Análisis de datos

La evaluación cualitativa del instrumento a utilizar, fue realizada por profesores de la FCE-UNNE, en cuanto a los aspectos: a) pertinencia del contenido de los ítems propuestos (*indicadores subjetivos de validez*), y b) conformación del cuestionario en su conjunto (*indicadores de la validez factorial o estructural*). Las apreciaciones formuladas tuvieron una amplia coincidencia en relación con ambos aspectos.

Sin duda, los análisis realizados en la línea de validez cualitativa (*juicio de expertos* y *grado de acuerdo*) fueron valiosos, a fin de minimizar los márgenes de error del instrumento de medición al momento de su utilización en nuestro espacio cultural.

En segundo término, con la base de datos en formato electrónico, se realizaron diversos análisis estadísticos. Los estudios implementados pertenecientes al dominio de la psicometría (correlación dimensión-total corregida y consistencia interna), también de la estadística descriptiva (algunos estadísticos centrales y de dispersión) e inferencial (análisis correlaciónales bivariados, análisis de regresión logística y curva ROC; para las pruebas de hipótesis, como es habitual, utilizamos la medida *p-valor*).

Los diferentes tratamientos estadísticos indicados en el párrafo anterior permitieron, por un lado, conocer las características y el comportamiento de cada una de las áreas de la prueba utilizada, así como el grado de confiabilidad del instrumento; por otra parte, dieron lugar a determinar la ecuación de predicción que mejor describía la relación entre los cinco tipos de *inteligencia* considerados y el *rendimiento académico*. En todos los casos, el procesamiento de los datos fue realizado con ayuda del programa IBM SPSS Statistics 22.

3 Resultados

3.1 Estudios de las dimensiones del cuestionario aplicado

En la Tabla 1, pueden apreciarse los valores hallados para cada una de las dimensiones, así como para el conjunto de las mismas, en cuanto a *puntuaciones directas*, *media* y *desviación estándar*, los que resultaron razonables y se encuentran en el rango de medidas que se esperaba obtener, teniendo en cuenta el contexto en el que se desarrolla este estudio. La utilidad de estos estadísticos reside en que nos ayudan a comprender de qué manera se encuentran distribuidos los datos de la muestra, en relación con algunas características aptitudinales; por ende, con el perfil intelectual, entendido como la habilidad para resolver problemas, de los jóvenes participantes.

Por otra parte, las puntuaciones totales en cada una de las áreas muestran correlaciones corregidas aceptables con las puntuaciones totales en la prueba (sumatoria de los ítems que componen las dimensiones, excluidos aquellos que integran la dimensión cuya asociación se evalúa), puesto que en todos los casos superan el valor de referencia .20 (Kline, 2000). Este coeficiente, denominado El *índice de homogeneidad corregido*, puede considerarse un indicador del grado de discriminación que posee la dimensión; cuanto más alta y positiva sea la correlación, mayor será la capacidad de la dimensión para discriminar los sujetos respecto del constructo o concepto que se pretende medir con la escala objeto de interés.

Respecto de los indicadores *α de Cronbach cuando se excluye la dimensión*, podemos mencionar que son correctos en su totalidad, ya que verifican el criterio de algunos autores de estar al menos entre .50 y .60 (Huh, Delorme y Reid, 2006). Se recuerda que cuanto más bajo resulte este índice, más se pone en evidencia el aporte de la dimensión a la consistencia interna de la escala (el coeficiente se calcula a partir de los ítems que conforman las restantes dimensiones, sin la participación de aquellos que pertenecen a la dimensión cuya contribución a la fiabilidad de la prueba se desea medir). La fiabilidad, es una característica fundamental en cualquier test, y una forma de evaluarla es a través del *coeficiente alfa de Cronbach*queindica la precisión o estabilidad de los resultados; señala la cuantía en que las medidas de la prueba están libres de errores casuales o aleatorios.

Tabla 1. Estadísticos descriptivos y de fiabilidad de las dimensiones de la prueba

Dimensión	Número de ítems	Puntuaciones directas	Media	*DE*	Correlación dimensión-total corregida	*α de Cronbach* sin la dimensión
Lingüística	5	*Mín.* = 1 *Máx.* = 5	2.96	1.10	.42	.52
Lógic.-matem.	5	*Mín.* = 1 *Máx.* = 5	3.59	1.26	.28	.64
Espacial	5	*Mín.* = 0 *Máx.* = 5	2.10	1.16	.44	.51
Intrapersonal	5	*Mín.* = 0 *Máx.* = 5	3.96	1.06	.39	.55
Interpersonal	5	*Mín.* = 0 *Máx.* = 5	3.67	1.09	.33	.57
Prueba (5 dimensiones = 25 ítems): *P.D.Mín.* = 8 *P.D.Máx.* = 25 *M* = 16.29 *DE* = 3.05 *α* = .61						

Acerca de los coeficientes *correlación dimensión-total corregida* y *α de Cronbach sin la dimensión*, es posible señalar a partir de los datos analizados que todos los coeficientes relativos a las dimensiones que integran el instrumento se encuentran por encima de los valores mínimos requeridos, por lo que puede sostenerse que las cinco áreas resultan relevantes, en el marco del análisis de fiabilidad, para medir el constructo de interés.

Por otra parte, la consistencia interna calculada para el conjunto de las dimensiones puede considerarse suficiente, para un contexto de tipo exploratorio en las primeras fases de una investigación, como es nuestro caso, puesto que el *coeficiente alfa* encontrado (α = .61) verifica el criterio de hallarse por encima de .60 (Nunnally, 1967).

3.2 Análisis correlaciónales bivariados

En este apartado llevaremos a cabo análisis correlacionales entre las cinco dimensiones que integran la prueba, así como entre cada una de ellas y el *rendimiento académico* (los datos de esta variable, originalmente oscilaban entre 6 y 9, fueron recodificados: a las calificaciones 6 y 7 se les asignó el valor 0, mientras a las notas 8 y 9 les correspondió el valor 1).

En vista de los valores de la Tabla 2, puede afirmarse que algunas de las dimensiones que componen el cuestionario correlacionan de manera positiva y estadísticamente significativa (r = .16, p < .05; r =.21 a .25, p < .01; N = 126). En este contexto, el coeficiente de correlación más alto se observa entre las dimensiones *Lógico-matemática* y *Espacial* (r = .25, p < .01).

Las correlaciones entre los diferentes tipo de inteligencia y el rendimiento académico (variable binaria) varían de η = .16 aη = .29, observándose que el coeficiente η de mayor valor corresponde a la dimensión*Lingüística*.

En realidad, lo relevante de los indicadores hallados es que algunos resultaron significativos; es decir, pudo ser contrastada la existencia de correlaciones lineales bivariadas entre las distintas inteligencias que componen el cuestionario aplicado, así como entre éstas y el rendimiento académico.

Resulta conveniente indicar que debido a que algunas dimensiones de prueba se encuentran con niveles significativos de correlación bivariada, hemos procedido a analizar la multicolinealidad (correlación entre tres o más variables independientes), a través de las medidas estadísticas *tolerancia* (T) y *factor de inflación de la varianza* (FIV). Al respecto debemos señalar que cuando se utilizaron los dos procedimientos analíticos indicados (T y FIV) los valores obtenidos fueron correctos; no se reveló ningún grado de multicolinealidad.

Tabla 2. Matriz de correlaciones bivariadas

Inteligencia	Lingüística	Lógic.-matem.	Espacial	Intrapersonal	Interpersonal	Rend. académ.
Lingüística	1	.01	.21**	.21**	.16*	.29
Lógic.-matem.		1	.25**	–.04	.04	.18
Espacial			1	.12	–.02	.16
Intrapersonal				1	.21**	.19
Interpersonal					1	.19
Rend. académ.						1

*p < .05 **p < .01 N = 126 *Nota:* Para cuantificar el grado de relación lineal entre dos dimensiones de la prueba (variables continuas) se utilizó el coeficiente de correlación de Pearson (r). En cambio, para evaluar la asociación entre cada una de las dimensiones y el rendimiento académico (continua vs. dicotómica), empleamos el coeficiente de correlación Eta (η).

3.3 Regresión logística binaria

En vista del objetivo planteado en este estudio, ha sido ingresada como variable respuesta el *Rendimiento académico* (0 = Bueno y 1 = Distinguido), y como variables explicativas o covariables las cinco dimensiones: *Lingüística*, *Lógico-matemática*, *Espacial*, *Intrapersonal* e *Interpersonal*.

Los resultados de la regresión logística indican, en función de diferentes criterios que fueron tenidos en cuenta (coeficientes *B* del modelo, estadísticos de *Wald* y *p-valores* asociados), que las variables *Lingüística*, *Lógico-matemática* y *Espacial*, serían relevantes a la hora de explicar o predecir el comportamiento de los resultados académicos (Tabla 3).

Tabla 3. Coeficientes del modelo y estadísticos de *Wald*

	B	*Wald*	*Valor p*
Lingüística	.37	4.01	.049
Lógic-matem.	.33	4.03	.045
Espacial	–.40	4.82	.028
Constante	–2.11	6.56	.010

Se procedió a plantear un modelo logístico conformado por las tres dimensiones mencionadas como únicas covariables de la ecuación, los resultados obtenidos pueden apreciarse a continuación:

Modelo de regresión logística

$$P(\text{Rendimiento académico = Distinguido}) = \frac{1}{1 + e^{2.11 - 0.37 \times \text{Ling.} - 0.33 \times \text{Lóg.-matem.} + 0.40 \times \text{Espac.}}}$$

Con respecto al contraste global para el modelo que se acaba de proponer (véase Tabla 4), podemos indicar que el *p-valor* correspondiente a la prueba Chi-cuadrado (9.91) ha resultado .02; por lo que, para un nivel de significación α = .05, se rechaza la hipótesis nula de que los coeficientes incluidos en el modelo son

Tabla 4. Indicadores globales del modelo

Test	χ^2	*Valor p*
Bondad de ajuste	9.91	.02
Hosmer-Lemeshow	9.44	.22

iguales a cero. A su vez, la prueba de Hosmer-Lemeshow (la hipótesis nula indica que el modelo se ajusta a la realidad), ha proporcionado un *p-valor* de .22, para el estadístico Chi-cuadrado cuya medida resultó 9.44; de manera que en sintonía con lo expresado en el párrafo anterior, podemos sostener que el modelo que se propone refleja adecuadamente los datos empíricos (no se encontraron evidencias suficientes para rechazar la hipótesis nula).

Si bien en el párrafo anterior ha sido señalado que el modelo propuesto se ajusta a los datos de la muestra, utilizaremos a continuación el concepto de la curva ROC (*Receiver Operating Characteristic*), con el objeto de mostrar la capacidad que el modelo posee para explicar los resultados del rendimiento académico, así como de elegir el punto de corte más apropiado para una sensibilidad o una especificidad determinada. La *sensibilidad* indica la capacidad del estimador para identificar correctamente los casos positivos (en nuestro estudio, alumnos que se encuentran en el grupo de calificaciones altas –Distinguido–). Por el contrario, la *especificidad* es la probabilidad de detectar correctamente la presencia de casos negativos (en nuestro estudio, alumnos que se encuentran en el grupo de calificaciones medias –Bueno–)

3.4 Curva ROC

En la Tabla 5 se presentan diferentes valores del área bajo la curva ROC. En efecto, pueden apreciarse, la *estimación puntual* (.68), el error estándar de esta estimación (.05), también el límite inferior (.56) y superior (.76) de un intervalo de confianza del 95%. Como este intervalo no contiene al valor .50, podemos rechazar la hipótesis nula (AUC = .50) y concluir que la estimación puntual del área bajo la curva ROC (.68, $p< .05$) estaría indicando que el modelo que se propone posee calidad diagnóstica para clasificar el *Rendimiento académico* de los estudiantes de la muestra.

Tabla 5. Área bajo la curva ROC

Área	Error estándar	Valor p	Interv. de confianza	
			Lím. inf.	Lím. sup.
.68	.05	.00	.56	.76

En la Figura 1, puede apreciarse la *representación gráfica* de la curva ROC ajustada a los datos muestrales. En este caso, la curva se encuentra razonablemente por encima de la recta $y = x$, por lo que podemos considerar que el método de diagnóstico es aceptable para discriminar los resultados educativos de los alumnos. La flecha indica el punto de corte (0.36) que determina la sensibilidad (0.61) y especificidad (1 – 0.40 = 0.60) conjuntas por las que hemos optado (Índice de Youden = 0.21).

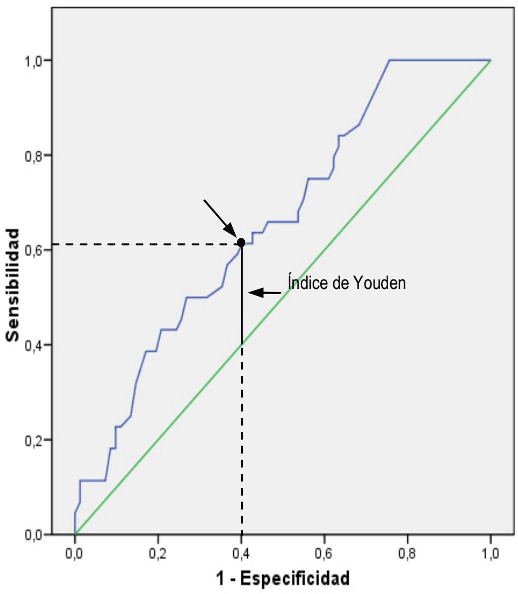


Figura 1. Gráfico de la curva ROC

De la observación de la *lista de coordenadas* de la curva ROC (información obtenida de acuerdo con las alternativas seleccionadas y las opciones que por defecto brinda SPSS 22), surge que para el caso de una sensibilidad del 61% tendríamos una especificidad del 60%, lo que se consigue en el punto de corte 0.36. El punto de corte lo hemos seleccionado teniendo en cuenta que la sensibilidad fuera alta y el número falsos positivos (1 – especificidad) fuera bajo, puesto que de esta manera el modelo proporcionaría estimaciones que estarían equilibradas y más ajustadas a la realidad objeto de estudio.

4 Conclusiones

En el presente estudio nos propusimos realizar un diagnóstico exploratorio, en una comunidad de estudiantes universitarios de primer año, de la representación de ciertas dimensiones del género *inteligencia* provista por la teoría inicial de Gardner; lo que ha posibilitado evaluar la fiabilidad, así como describir las principales características aptitudinales de los jóvenes participantes. En una segunda instancia, con el fin de explicar de qué manera los tipos de inteligencia considerados se relacionan con los resultados educativos; por tanto, y contrastar la validez predictiva del instrumento aplicado, se ha desarrollado un modelo de regresión logística binaria. En vista de los resultados obtenidos en el marco de este trabajo, podemos afirmar que los objetivos han sido logrados.

En efecto, la investigación realizada nos permitió, en primer lugar, analizar el comportamiento de cada una de las cinco variables latentes (dimensiones de la inteligencia) que integran el cuestionario empleado; lo que fue posible a partir de la aplicación de técnicas estadísticas descriptivas e inferenciales. En segundo término, se conocieron las características psicométricas del instrumento aplicado, lo que se logró en virtud de los estudios de fiabilidad, efectuados mediante análisis de correlación dimensión-total corregida y consistencia interna. Finalmente, los estudios correlacionales bivariados, el análisis de regresión logística y el concepto de curva ROC, dieron lugar a obtener la ecuación que mejor se ajusta a los datos, con el objeto de discriminar el desempeño educativo de los jóvenes participantes.

El conjunto de lo que antecede ha facilitado identificar y delinear distintos aspectos relativos a las aptitudes, capacidades y posibles competencias de los estudiantes que conforman la muestra, por tanto, conocer su perfil intelectual. En razón de todo lo expuesto, nos permitimos señalar que el cuestionario utilizado es un instrumento confiable y válido que en nuestro contexto socio-cultural y académico, ha permitido evaluar las distintas dimensiones de la inteligencia por las que hemos optado.

Resulta interesante resaltar que de los tres tipos de inteligencia que conforman el modelo, las áreas *Lingüística* y *Lógico-matemática* son las que poseen mayor protagonismo y relevancia (ambas poseen coeficientes positivos, estadísticamente significativos, véase Tabla 3), lo que era de esperar en virtud del perfil académico y profesional de las carreras que se imparten en el ámbito de la FCE-UNNE.

A pesar que la muestra utilizada en esta investigación es acotada y posee características particulares, por lo que los resultados expuestos deberían considerarse con cierta cautela, pensamos que el estudio realizado debe ser reconocido como un paso adelante en el abordaje del tema objeto de interés y, consecuentemente, un aporte a la comunidad científica y profesional del área de conocimiento, con posibles proyecciones en ámbitos de planificación y gestión psicoeducativa.

Como última reflexión se indica que el hecho de haber logrado un modelo explicativo a partir de un estudio empírico, en un determinado contexto educativo y socio-cultural, da origen a contar con un nuevo marco de referencia, lo cual permite ampliar la metodología utilizada y el instrumento de medida aplicado.

Desde nuestro punto de vista, la inteligencia y sus múltiples dimensiones, representan un concepto relevante debido a su implicancia en los resultados académicos, por lo que deberían incrementarse sus líneas de investigación a efectos de lograr un mayor desarrollo sobre su conocimiento. Esta acción sería una importante contribución con el fin de mejorar el desempeño de los alumnos.

Referencias

Bandera Torres, B. D. (2012). Elaboración y aplicación de un plan de intervención psicopedagógica en dos niños de 9 y 11 años, de la escuela "Atenas del Ecuador" con problemas en el área académica y emocional. Recuperado el 01 de octubre de 2016 de: http://dspace.uazuay.edu.ec/bitstream/datos/4443/1/09002.pdf

Carreño Ordóñez, V. J. (2013). El desarrollo de las inteligencias múltiples y su incidencia en el rendimiento académico de los niños del programa de desarrollo comunitario "Caminemos juntos" del barrio Víctor Emilio Valdivieso, de la ciudad de Loja durante el periodo 2012-2013. Universidad Nacional de Loja. Recuperado el 28 de febrero de 2017 de:https://dspace.unl.edu.ec/jspui/handle/123456789/2951

Coutiño Clemente, A. (2015). Nuestras inteligencias múltiples. Aprender a aprender. Universidad Veracruzana. Recuperado el 01 de enero de 2017 de:http://www.uv.mx/coatza/cadi/files/2013/10/InteligenciasMultiples.pdf

Gardner, H. (1993). *Estructuras de la mente. La teoría de las inteligencias múltiples* (2a. ed.). Colombia: Fondo de Cultura Económica.

García Sánchez, I. M. (2010). Sistemas de evaluación. Universidad de Salamanca. Recuperado el 01 de octubre de 2016 de: http://www.eumed.net/libros-gratis/2010b/687/

Huh, J., Delorme, D. E. y Reid, L. N. (2006). Perceived third-person effects and consumer attitudes on prevetting and banning DTC advertising.*Journal of Consumer Affairs*, *40*(1), 90-116.

Kline, P. (2000). *The Handbook of Psychological Testing* (2a. ed.). London: Routledge.

Navarrete Suazo, P. y Queutre Carrasco, J. L. (2011). Teoría de las inteligencias múltiples en educación: una revisión crítica. Universidad Católica de Temuco. Recuperado el 01 de septiembre de 2016 de: http://www. researchgate.net/publication/282493551

Nunnally, J. C. (1967). *Psychometric Theory*.New York: McGraw-Hill.

Volver al índice

La Relación entre Curso de Articulación y Propedéutico y Rendimiento de los Alumnos en la Cátedra de Introducción a la Teoría Contable de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional De Entre Ríos – Cohortes 2014-2016

Ávila Olga B. – D'Iorio Stefanía
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Entre Ríos
olga.beatriz.avila@gmail.com – stefaniadiorio@fceco.uner.edu.ar

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Encuestas, Ingresantes, Articulación, Propedéutico

Resumen

El objetivo del presente trabajo es mostrar resultados obtenidos respecto al Proyecto de Investigación presentado en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Entre Ríos, sede Paraná, "La relación entre Curso de Articulación y Propedéutico y rendimiento de los alumnos en la Cátedra de Introducción a la Teoría Contable de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional De Entre Ríos – Cohortes 2014-2016", realizado en conjunto entre la Cátedra de Estadística y la de Introducción a la Teoría Contable, que es la continuación de un primer estudio sobre los ingresantes 2011, 2012 y 2013.
Para este trabajo se realizó el seguimiento de los ingresantes a través de sus condiciones finales en la Cátedra de Introducción a la Teoría Contable, luego de haber cursado y aprobado el Curso de Articulación o Propedéutico, respectivamente en forma obligatoria para poder acceder al cursado de la cátedra mencionada.
Se realizó un análisis descriptivo de las poblaciones de ingresantes de los años 2014, 2015 y 2016, a partir de encuestas, y se estudió posibles relaciones entre el curso de articulación o propedéutico y el rendimiento observado en la asignatura Introducción a la Teoría Contable. La inquietud de relacionar el curso de articulación o propedéutico con el rendimiento en la asignatura se origina en tratar de establecer si existen diferencias en los rendimientos en Introducción a la Teoría Contable según se haya aprobado o no de los cursos mencionados.

1 Introducción

El Proyecto de Investigación denominado "Curso de Articulación y Propedéutico y rendimiento estudiantil en el primer año de la Carrera: un estudio desde la Cátedra Introducción a la Teoría Contable de la carrera de Contador Público de la Facultad de Ciencias Económicas. UNER", tiene como objetivo realizar el seguimiento de los resultados en exámenes parciales y finales realizados por los alumnos de la Cátedra de Introducción a la Teoría Contable, luego de haber cursado y aprobado el Curso de Articulación o Propedéutico, respectivamente en forma obligatoria para poder acceder al cursado de la cátedra mencionada. La inquietud de relacionar el curso de articulación o propedéutico con el rendimiento en la cátedra, se origina en tratar de establecer si existen diferencias en los resultados de las evaluaciones, según se haya aprobado o no de los cursos mencionados.
El proyecto de articulación está destinado a los alumnos aspirantes a ingresar a la Facultad de Ciencias Económicas, con el propósito de desarrollar contenidos teóricos y prácticos acordes con los criterios adoptado por la cátedra de Introducción a la Teoría Contable. Con él se pretende lograr dos objetivos: por un lado, nivelar el conocimiento de los alumnos formados en la materia contable y, por otro lado, servir de curso introductorio para aquellos alumnos no formados en dicha materia. Este curso se dicta en el último año del colegio secundario.

El Propedéutico consiste en un curso que también tiene como propósito nivelar los conocimientos de los alumnos, pero cuyo dictado se realiza en el mes de febrero de cada año académico, y prevé una evaluación final en cada módulo disciplinar. A pesar de que la aprobación de esos exámenes no es eliminatoria, quienes no aprueban deben volver a rendir dicha instancia durante el transcurso del año de ingreso. Es de destacar que aquel alumno que aprobó la instancia de articulación, no debe asistir al curso de Propedéutico.
El presente informe expone el análisis descriptivo de los datos de los ingresantes 2014, 2015 y 2016 como así también estudia posibles relaciones entre el curso de articulación o propedéutico y el rendimiento observado en la asignatura Introducción a la Teoría Contable.

2 Antecedentes

Este proyecto es la continuación de trabajos anteriores de investigación realizados por la cátedra de Estadística de esta Facultad y presentados en jornadas anteriores [1], a partir de los cuales se ha concluido en la necesidad de efectuar un seguimiento institucional de los alumnos en la etapa del cursado del primer año, más específicamente a partir del rendimiento de los estudiantes en la primera asignatura del área contable, y en relación con los cursos de articulación y/o propedéutico, que son obligatorios desde el año 2011.
Se ha observado que en los primeros años de cursado se da un menor rendimiento respecto de la media en la carrera, siendo dicha etapa fundamental para las decisiones del estudiante en cuanto a su permanencia o deserción respecto de la carrera. Se debe agregar a este contexto que los ingresantes universitarios, en la actualidad, presentan gran heterogeneidad en el nivel de conocimiento, proveniente de los continuos cambios en la currícula de los estudios medios, con el aporte casi nulo de la materia Contabilidad, tan distinto a años anteriores donde se egresaba del colegio secundario con el Título de Perito Mercantil y conocimientos más profundos de la técnica contable ya que se impartían dichos conocimientos durante los cincos años del cursado de la secundaria, tema que en el presente se encuentra cada vez más ausente.
Asimismo, y desde un aporte de la Cátedra de Matemática de la Facultad de Ingeniería Química de la Universidad Nacional de Litoral [2] se ha mostrado que la aprobación del Curso de Articulación en el área de matemática es un factor importante y decisivo para el buen desempeño de los alumnos del primer año en dicha cátedra. De allí que ha surgido la necesidad de realizar el seguimiento de los alumnos ingresantes antes, durante y a posteriori de la implementación de la obligatoriedad de la aprobación de los cursos introductorios obligatorios, quienes se hallarán con un mínimo de conocimientos básicos homogéneos en cuanto a los conceptos contables indispensables para el buen desempeño en la cátedra de Introducción a la Teoría Contable.
Año tras año los docentes universitarios comprueban las dificultades de inserción que presentan los ingresantes al sistema educativo superior. En la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Entre Ríos se manifiesta la gravedad de este problema al analizar las tasas de deserción que se registran en la carrera de

Contador Público Nacional: una importante cantidad de alumnos abandonan la carrera elegida en el primer año de cursado y se registran bajos niveles de graduación.

Es conocida la situación de los ingresantes en el nivel educativo superior y el diagnóstico que hace referencia a la falta de capacidad para demostrar los contenidos mínimos necesarios, adquiridos en el nivel secundario. Existe un conjunto de dificultades, entre otras, la baja lectura, poca atención en clase, insuficiente formación en conocimientos básicos contables, etc. que son en parte, los problemas que deben enfrentar los docentes de las asignaturas de primer año de esta Facultad. En particular, y en esta oportunidad, son los equipos docentes del área Contable, quienes observan un elevado grado de dificultad en la regularización y aprobación de las primeras asignaturas de la carrera.

Con el objetivo de encontrar nuevas estrategias que brinden una mayor igualdad de oportunidades para los alumnos en el acceso a la educación superior y en la adquisición de los saberes y competencias necesarios, la articulación pretende brindar una continuidad en los estudios que facilite la movilidad del alumno dentro del sistema educativo, apuntalándolo en su transición de un nivel a otro [3]. Para ello es necesaria la adopción de enfoques pedagógicos y didácticos coherentes con los objetivos planteados en los distintos niveles, lo cual, sin duda, puede lograrse mediante una adecuada comunicación interinstitucional entre los diferentes centros educativos y la generación de un espacio de construcción conjunta de estrategias. A su vez, la implementación de la obligatoriedad en la aprobación de los mismos procura motivar a los estudiantes, quienes han presentado a menudo quejas referidas a que al no tener créditos o ventajas en alguna de las materias, no le daban relevancia al seguimiento y estudio del curso introductorio, no asignándole la importancia necesaria para el buen rendimiento en el cursado de la primera materia contable.

A partir de allí y con la vigencia de la Resolución “C.D.” N° 209/10 y la Resolución “C.D.” N° 232/10, se aprueba el programa de Ingreso a la Facultad y los contenidos mínimos del módulo de Contabilidad, en virtud de los cuales se han de desarrollar los programas de la Articulación Escuela Media Universidad, la Evaluación Diagnóstica del mes de Diciembre y el Curso de Nivelación y Orientación (Propedéutico) a desarrollarse en el mes de febrero del año subsiguiente para los ingresantes, y se establece que para cursar la asignatura “Introducción a la Teoría Contable” correspondiente al primer año del Plan de Estudios 2008 de la carrera de Contador Público, se deberá tener aprobado la evaluación de alguna de las instancias referidas.

De esta manera se estaría generando el nuevo lineamiento de obligatoriedad en la aprobación del Curso Introductorio, por lo cual nacería una base homogénea para el cursado y posterior aprobación de la Cátedra citada, pudiendo obtenerse, resultados disímiles a los observados hasta ahora.

La Cátedra “Introducción a la Teoría Contable”, con contenidos estrechamente vinculados con los del curso de Articulación y/o Propedéutico, consta de conocimientos básicos para el desarrollo de las demás asignaturas correlativas a ésta como es el caso de Registración o Contabilidad I, la cual requiere en carácter de necesario e imprescindible los conceptos previos desarrollados en Introducción.

Se considera que es responsabilidad de los docentes universitarios generar los conocimientos necesarios mínimos, en un marco totalmente explicativo, para luego socializar los mismos y generar en un marco crítico y de modificación continua las herramientas pedagógicas necesarias para lograr el objetivo de mayor rendimiento en los ingresantes que cursen la primera materia contable, base para posteriores aprendizajes. En este sentido, se cree que la implementación de la obligatoriedad en la aprobación del curso introductorio será una herramienta muy valiosa para el docente y alumno en cuanto a la obtención de saberes mínimos para su más eficiente y eficaz paso por la Cátedra de Introducción a la Teoría Contable.

El alto grado de alumnos que pasan a la condición de libres luego de cursar y rendir el parcial y el recuperatorio en su caso, de la materia de Introducción a la Teoría Contable, es alarmante, situación que lleva a preguntarse si realmente es un problema de la Cátedra o si el mismo surge por el denominado traumático paso del ingresante, desde la escuela media hacia la Universidad.

Ejerciendo la necesaria reflexividad en la tarea docente es que se plantea dicha problemática: por un lado efectuando un seguimiento de los alumnos que realizan el curso de Articulación y/o Propedéutico, y por otro lado realizando un análisis de los contendidos de la Cátedra de Introducción a la Teoría Contable, que parte de una base de conocimientos mínimos impartidos en los cursos introductorios, los cuales al haber sido hasta ahora no obligatorios, por lo general, no eran adquiridos por el estudiante.

3 Metodología

La metodología que se utiliza para el análisis de los datos que se presentan en este trabajo consiste en el estudio descriptivo de diferentes aspectos derivados del Sistema SIU Guaraní[7] realizada a los estudiantes ingresantes 2014, 2015 y 2016. Se presentan, además, tablas de contingencia entre diferentes variables de interés y el cálculo del estadístico Chi Cuadrado χ^2 a los fines de establecer la independencia o asociación de las variables consideradas en la tabla.

4 Resultados

Los resultados obtenidos en el Proyecto “Curso de Articulación y Propedéutico y rendimiento estudiantil en el primer año de la carrera: Un estudio desde la cátedra Introducción a la Teoría Contable de la carrera de Contador Público de la Facultad de Ciencias Económicas. UNER.”, tuvieron en cuenta los alumnos ingresantes 2014, 2015 y 2016 distribuidos según la siguiente tabla.

[7]El SIU guaraní es un sistema de gestión de alumnos que registra y administra todas las actividades académicas de la Universidad, desde que los alumnos ingresan como aspirantes hasta que obtienen su título. El sistema es provisto por el programa SIU, dependiente de la secretaría de Políticas Universitarias del Ministerio de Educación de la Nación.

Tabla 1. Año de cursada y de ingreso

Año de cursada y de ingreso

	Frecuencia	Porcentaje
2014	263	29,9
2015	333	37,8
2016	284	32,3
Total	880	100,0

Tabla 2. Ingresantes según Carrera.

Distribución según carrera de todos los ingresantes. Período 2014-2016.

	Frecuencia	Porcentaje
Contador Público	817	92,8
Licenciatura en Economía	63	7,2
Total	880	100,0

Se observa que existe, sin lugar a dudas, una mayoría considerable en la carrera tradicional de la Facultad, Contador Público.

A continuación se presentan, discriminados por año de cursada e ingreso, los datos según sexo. Se observa aproximadamente la misma distribución porcentual en los dos años 2014 y 2016 pero difieren respecto del año 2015 donde se nota diferencia entre los porcentajes de ingresantes femenino y masculino.

Tabla 3. Ingresantes 2014 por sexo.

Distribución segun sexo Ingresantes 2014

	Frecuencia	Porcentaje
Femenino	130	49,4
Masculino	133	50,6
Total	263	100,0

Tabla 4. Ingresantes 2015 por sexo.

Distribución según sexo de Ingresantes 2015

	Frecuencia	Porcentaje
Femenino	186	55,9
Masculino	147	44,1
Total	333	100,0

Tabla 5. Ingresantes 2016 por sexo.

Distribución según sexo Ingresantes 2016

	Frecuencia	Porcentaje
Femenino	141	49,6
Masculino	143	50,4
Total	284	100,0

Cuando se observó la distribución según el lugar de procedencia de los ingresantes en los tres años estudiados, los mismos fueron en su mayoría procedentes de la ciudad de Paraná, 55,9%, 58,6% y 58,8% respectivamente. Estos resultados son similares considerando los tres años estudiados.

Seguidamente se presenta la distribución por año de los alumnos según la condición final de la asignatura Introducción a la Teoría Contable.

Tabla 6. Condición Final Ingresantes 2014.

Condición Final de la Asignatura "Introducción a la Teoría Contable". Ingresantes 2014.

	Frecuencia	Porcentaje
Libre	82	31,2
Regular	181	68,8
Total	263	100,0

Tabla 7. Condición Final Ingresantes 2015.

Condición Final de la Asignatura "Introducción a la Teoría Contable". Ingresantes 2015.

	Frecuencia	Porcentaje
Libre	131	39,3
Regular	202	60,7
Total	333	100,0

Tabla 8. Condición Final Ingresantes 2016.

Condición Final de la Asignatura "Introducción a la Teoría Contable". Ingresantes 2016.

	Frecuencia	Porcentaje
Libre	157	55,3
Regular	127	44,7
Total	284	100,0

En los años 2014 y 2015 se observa que es alto el porcentaje de alumnos que quedan regulares y bastante similares estos porcentajes en los dos primeros años. Si se comparan las proporciones de alumnos que regularizan la asignatura en ambos años, se encuentran diferencias estadísticamente significativas al nivel de 0,05 (valor z= 2,08, valor p= 0.037). Cuando se considera el año 2015, sin embargo, llama la atención el alto porcentaje de alumnos libres comparado con los años 2014 y 2015 también estudiados en el presente informe. Se observa que este porcentaje difiere estadísticamente de los porcentajes de alumnos regulares de los dos años anteriores estudiados. (valor z=5,87, valor p=0,000 comparado con el año 2014 y valor z=4,00, valor p=000 comparado con el año 2015).

Para el estudio de la posible asociación entre la aprobación del Curso de Articulación y/o Propedéutico y la aprobación de la asignatura Introducción a la Teoría Contable en el año 2014 –único año para el cual se contó con datos en el Informe- se realizaron las siguientes tablas de contingencia.

Tabla 9. Tabla de contingencia Aprobación de la Asignatura / Aprobación Articulación. Año 2014

Asignatura "Introducción a la Teoría Contable"	Curso de Articulación		Total
	Aprobó	No Aprobó	
Aprobó	1	137	138
No Aprobó	3	122	125
Total	4	259	263

Tabla 10. Tabla de contingencia Aprobación de la Asignatura / Aprobación Propedéutico. Año 2014.

Asignatura "Introducción a la Teoría Contable"	Curso Propedeútico		Total
	Aprobó	No Aprobó	
Aprobó	136	2	138
No Aprobó	111	14	125
Total	247	16	263

Para establecer si existe independencia o asociación entre estas dos variables se calculó el coeficiente Chi cuadrado. Como se tenía celdas con frecuencias esperadas inferiores a 5 se utilizó la prueba exacta de Fisher. Se obtuvo para el estadístico de prueba un valor p=0,275 para el año 2014 estudiado (primera tabla) lo cual indica que no existe asociación entre la aprobación lograda en la asignatura Introducción a la Teoría Contable y la aprobación del Curso de Articulación. El mismo estudio se realizó para el año 2014 considerado (segunda tabla de contingencia) pero ahora teniendo en cuenta la aprobación del Curso Propedéutico. En este caso, la prueba exacta de Fisher dio un valor p=0,01 lo cual indica que en este caso se puede probar la existencia de asociación entre la aprobación lograda en la asignatura Introducción a la Teoría Contable y la aprobación del Curso Propedéutico.

Con respecto a la distribución de los alumnos según la aprobación de la asignatura Introducción a la Teoría Contable, se pudo observar diferencias en los porcentajes, estos fueron del 52,5%, 33,0% y 19,0% respectivamente. Si se aplica una prueba de diferencias de proporciones, esta indica que a un nivel de significación del 5%, existen diferencias estadísticamente significativas entre las proporciones de alumnos que aprueban la asignatura Introducción a la Teoría Contable en estos tres años (valor $p< 10^{-4}$).

5 Conclusiones y trabajos futuros

A partir de los resultados de los análisis estadísticos se puede observar entre otros aspectos la distribución de los ingresantes en los años 2014, 2015 y 2016. Se observa, con respecto a la distribución según sexo, aproximadamente la misma distribución porcentual en los dos años 2014 y 2016 pero difieren respecto del año 2015 donde se nota diferencia entre los porcentajes de ingresantes femenino y masculino. En lo que respecta a los lugares de procedencia, en los tres años estudiados, la mayoría de los ingresantes proviene de la ciudad de Paraná.

Con respecto al estudio de la asociación entre las variables de Aprobación al Curso de Articulación y/o Propedéutico 2014 y el rendimiento que los alumnos tienen en la primera asignatura contable de la carrera, Introducción a la Teoría Contable, se observa que no existe asociación estadísticamente significativa al nivel del 5% entre la aprobación de estos cursos y la aprobación de la asignatura mencionada. Con respecto a esta relación, queda para trabajos futuros estudiar las respectivas de los años 2014 y 2015.

Finalmente, los porcentajes de aprobación de Introducción a la Teoría contable fueron descendiendo notablemente durante los años estudiados –pasando de poco más del 50% en 2014 a 19% en 2016-, y siendo las diferencias de proporciones estadísticamente significativas a un nivel de significación del 5%.

Referencias

Ávila, O. B., Armanasco, S. y Fernández, S. (2009). Análisis estadístico descriptivo de la cohorte 2007. Proyecto de investigación de la articulación nivel polimodal-nivel universitario. Ciencias Económicas. Universidad Nacional de Entre Ríos. XXIV Jornadas de Docentes en Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y Afines, San Juan, Argentina.

Ávila, O. B. y otros (2005). Rendimiento en Matemática de los alumnos ingresantes en la Facultad de Ingeniería Química, Universidad Nacional del Litoral. Actas de Congreso, UMA, Salta, Argentina.

Ávila, O. B., Ricardi, P. y Taborda, L. (2009). Deserción universitaria: riesgo de abandono a través de indicadores. La Universidad como objeto de investigación: VI Encuentro Nacional y III Latinoamericano, Córdoba, Argentina.

Volver al índice

Anuario Estadístico de la FCEco UNER: la Estadística Aplicada a la Toma de Decisiones Universitarias

D'Iorio Stefanía – Ávila Olga
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Entre Ríos
stefaniadiorio@fceco.uner.edu.ar – olga.beatriz.avila@gmail.com

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Estadística, Anuario Estadístico, Toma de Decisiones

Resumen

El presente trabajo tuvo como objetivo mostrar los resultados del primer Anuario Estadístico de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Entre Ríos, realizado en el marco del Plan Estratégico Institucional y Participativo JUNTOS 2020 - Eje Institucional: Programa de Estadísticas Universitarias, aprobado por Resolución de C.D. N° 404/16. Este Anuario compila información estadística producida a partir de los sistemas de registro de la unidad académica, vinculada con la población estudiantil de la carrera de Contador Público y su desempeño a lo largo del año académico 2015, poniendo la misma a disposición de la comunidad universitaria. Las descripciones cuantitativas presentan, de manera resumida, gran parte de los datos que los mencionados sistemas recogen. El objetivo de este Anuario es ofrecer a diversos actores de la sociedad una información actualizada, de buena calidad y presentada con un formato que resulte accesible, para caracterizar la población estudiantil de la Facultad, y que sea útil como insumo para orientar la toma de decisiones en el ámbito académico. En esta primera edición se incluyeron resultados sobre Nuevos Inscriptos, Reinscriptos y Egresados del año académico 2015, además de contener Cuestiones Metodológicas y Definiciones, y presentar información sobre la población estudiantil en su conjunto.

1 Introducción

En la actualidad, la Universidad Pública se plantea la mejora continua de la calidad de los procesos que lleva adelante y de los servicios que ofrece a la comunidad y de esta manera busca incrementar su contribución al desarrollo social y económico de su entorno.

Las personas dedicadas a la gestión de las Universidades, los funcionarios públicos responsables del funcionamiento del sistema público de educación universitaria así como los académicos que analizan el sistema universitario, son conscientes de la importancia que tiene la información rigurosa y de calidad acerca de los insumos, los procesos, los resultados y el impacto de los mismos en las Universidades. La sociedad y la comunidad universitaria (autoridades, docentes y alumnos) exigen una gestión cada vez más eficiente, eficaz, responsable y transparente, en un contexto caracterizado por la incertidumbre y el cambio permanente, tanto al interior de la Universidad como en su entorno, que inciden y demandan su continua adaptación al medio.

En el ámbito de la educación pública de nivel superior así como en otros campos, el proceso de toma de decisiones requiere de información de calidad, con el fin de encaminar los esfuerzos hacia la generación de impactos positivos en la sociedad, optimizando recursos y procesos.

En este marco, y sumado al importante crecimiento institucional que ha tenido la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Entre Ríos (FCEco UNER) de la mano del Plan Estratégico

Institucional Participativo JUNTOS 2020, se ha aprobado por Resolución de C.D. N° 404/16 la creación de un Programa de Estadísticas Universitarias, cuyo objetivo es la producción de información confiable y oportuna, en aras de permitir una lectura dinámica de la evolución de la Facultad, en lo relativo a distintas dimensiones de interés, tales como población universitaria, docencia, investigación y extensión, colaborando así en la toma de decisiones.

El Anuario Estadístico 2015 es uno de los productos del Programa de Estadísticas Universitarias, y su primera edición incluyó resultados sobre Nuevos Inscriptos, Reinscriptos y Egresados del año académico 2015, además de contener Cuestiones Metodológicas y Definiciones, y presentar información sobre la población estudiantil en su conjunto.

2 Cuestiones metodológicas

El Anuario Estadístico 2015 de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNER se elaboró a partir de una base de datos exportada del Sistema SIU-Guaraní, con datos sobre la población universitaria de la Carrera de Contador Público, del año académico 2015.

En cuanto a las definiciones de las variables utilizadas en los distintos análisis, específicamente Aspirantes, Nuevos Inscriptos, Reinscriptos, Estudiantes y Egresados, se tuvieron en cuenta las definiciones aportadas por el Manual de Definiciones Conceptuales y Operativas del Sistema Araucano, del año 2015. Estas son:

- Aspirantes: son aquellas personas que manifiestan interés en ingresar a una institución universitaria como estudiantes. Esto implica solicitar admisión y consignar datos o parte de sus datos o antecedentes y cumplimentar un formulario de preinscripción o de inscripción.
- Nuevos Inscriptos: son los estudiantes que ingresan por primera vez a una determinada oferta, habiéndose inscripto en al menos una materia por primera vez en la oferta académica. El año de ingreso es el año de ingreso en esa oferta para toda su trayectoria académica, aún cuando interrumpa por períodos la misma.
- Reinscripto: son los estudiantes a los que se les actualiza su inscripción en la misma oferta, en un año académico posterior a su última inscripción.
- Estudiantes: es la suma de los nuevos inscriptos más los reinscriptos pertenecientes a una oferta académica en un año determinado. Deben haber registrado algún tipo de actividad académica en el año, entendiéndose como tal: haber completado la inscripción o reinscripción a cursar materias, seminarios, etc.; rendir examen final, presentar trabajo final y otras actividades académicas del plan de estudio. Todo Nuevo Inscripto como todo Reinscripto y Egresado es considerado un Estudiante en el año académico respectivo.
- Egresados: son los estudiantes que completan todos los cursos y requisitos reglamentarios de la oferta a la que pertenecen. Todo egresado debe haber sido considerado un reinscripto en el mismo año de egreso.

Además, de acuerdo con el Manual, es de importancia destacar que el periodo de carga de los datos es el año académico. Toda la información relevada por el sistema refiere al año académico comprendido entre el 1° de abril del año 2015 y el 31 de marzo del año 2016.

Sobre esta base de datos se calcularon diversos parámetros descriptivos, y se construyeron diversas tablas de frecuencias y gráficos.

3 Resultados

Como ya se anticipara en la introducción, el Anuario Estadístico incluyó resultados sobre la Población Universitaria, Nuevos Inscriptos, Reinscriptos y Egresados de la carrera de Contador Público de la FCEco UNER durante el año académico 2015, de los cuales se exponen, por cada grupo mencionado, los más relevantes.

3.1 Población Universitaria

En lo que respecta a la población universitaria en su conjunto en el año académico 2015 estuvo conformada por 1570 alumnos, de los cuales 27 fueron aspirantes, 279 nuevos inscriptos, 1204 reinscriptos y 87 egresados. Sin embargo, de acuerdo con el Manual de Definiciones, el total de Población Universitaria debe ser depurado de los Aspirantes para arribar al Total de Estudiantes. De esta forma, se pudo arribar a que el Total de Estudiantes estuvo conformado por un 18% de nuevos inscriptos, un 77% de reinscriptos y un 5% de egresados, como se ve en el siguiente gráfico:

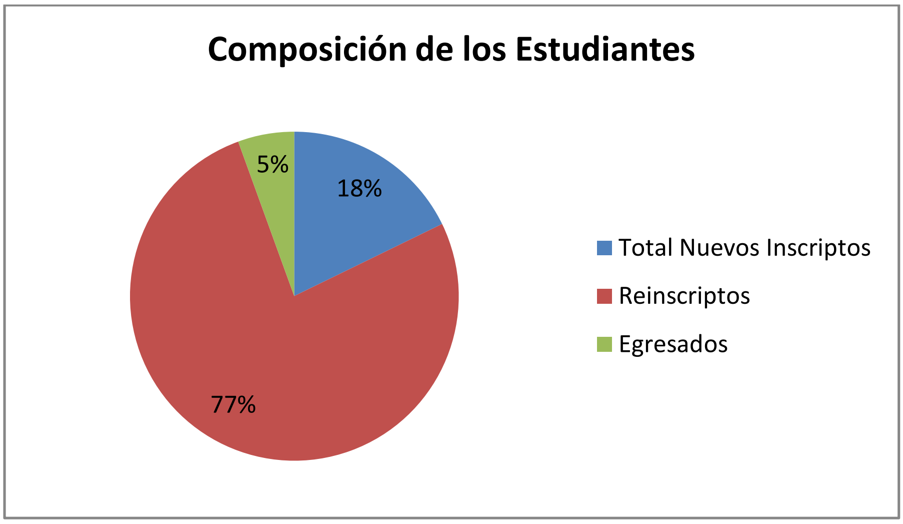


Gráfico 1. Elaboración propia.

3.2 Nuevos Inscriptos

De los 279 nuevos inscriptos durante 2015, el 66% poseía hasta 19 años de edad, mientras que el 34% tenía 19 años o más. En cuanto a su distinción por sexo, un 57% fueron mujeres y un 43% fueron varones. Además, el 91% de los nuevos inscriptos proviene de la provincia de Entre Ríos.

Con el objetivo de estudiar cuántos de los alumnos que ingresan a la Facultad realmente se inscribe en la Carrera de Contador, y cuántos de ellos sólo quedan agrupados en la Categoría de Aspirantes, se calculó la proporción de Aspirantes, que fue de 9%. Este porcentaje podría constituirse en un primer indicador de deserción.

Del total de nuevos inscriptos, 200 se volvieron a inscribir en el siguiente año académico (72%), en este caso, en el año académico 2016. De esta forma, el 28% que no se reinscribió puede considerarse como un segundo indicador de la deserción de los alumnos en el primer año.

También se calcularon algunos parámetros estadísticos con el propósito de poder analizar el desempeño académico de los nuevos inscriptos en su primer año de vida universitaria. En lo que respecta a cursadas, se calculó el promedio de Cursadas, que fue de 7,08, en contraste con el promedio de Materias Cursadas, que fue de 6,48. Esto implica que se han inscripto a 7,08 cursadas en promedio, pero que implican 6,48 materias cursadas, debido a que pueden inscribirse a cursar más de una vez en cada materia.

En cuanto a las Materias Aprobadas por los nuevos inscriptos, se muestra el promedio del total de materias aprobadas, y el promedio de aprobadas según los distintos regímenes de aprobación:

Tabla 1. Materias Aprobadas por los nuevos inscriptos.

Concepto	Promedio
Materias aprobadas	2,63
Materias aprobadas netas de equivalencias	2,56
Materias aprobadas por promoción	1,16
Materias aprobadas por examen final	1,39

Como se muestra, los nuevos inscriptos aprobaron en promedio 2,63 materias durante el 2015. Si a este promedio se le restan las equivalencias, cae a 2,56 materias aprobadas en promedio. Bajo el régimen de promoción los nuevos inscriptos aprobaron en promedio 1,16 materias, y por examen final 1,39 durante 2015.

Asimismo, en lo que respecta a las Materias aprobadas por examen, se calculó el promedio de materias aprobadas por examen en el año de aquellos que registraron al menos una inscripción a examen, y se lo relacionó con el promedio de inscripciones a examen final, como se expone en la siguiente tabla:

Tabla 2. Relación materias aprobadas por examen final/promedio de inscripciones a examen final.

Promedio de materias aprobadas por examen en año de estudio	1,72
Promedio de inscripciones a examen final	6,87
Relación promedio de aprobadas por examen final / promedio de inscripciones a examen final	0,25

De esto se desprende que los nuevos inscriptos aprueban, en promedio, 0,25 materias por examen final por cada inscripción o, en otras palabras, aprueban por examen final 1 materia cada 4 inscripciones a examen final.

3.3 Reinscriptos

La población de reinscriptos (1398 alumnos) está compuesta en un 86% de reinscriptos “puros”, un 2% de graduados del Plan de Estudios 2008, un 4% de graduados del Plan de Estudios 1993 y un 8% de reinscriptos que no registraron actividad durante el año académico (no cursaron ninguna materia ni presentan inscripciones a mesa de examen).
En lo que respecta al año de ingreso de los reinscriptos, como señala el siguiente gráfico, poco más de la mitad ha ingresado a la carrera entre el 2010 y el 2014.

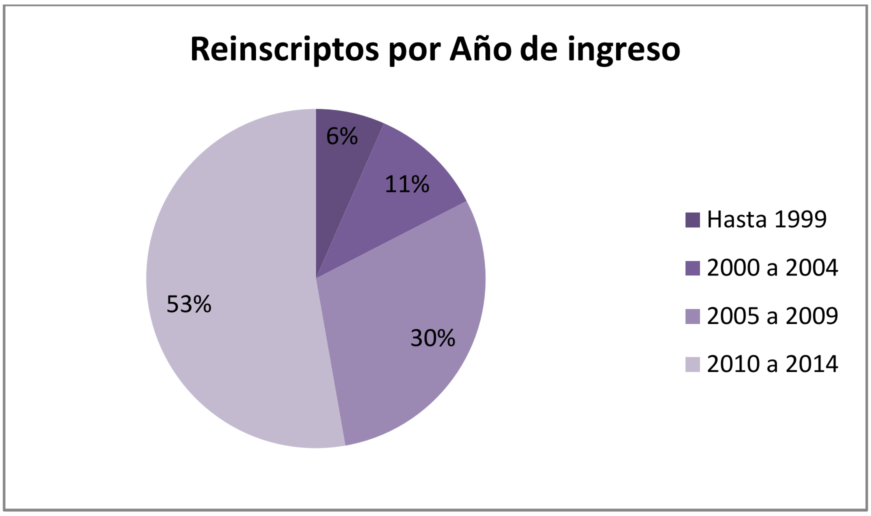


Gráfico 2. Elaboración propia.

Además, el 62% de los reinscriptos son mujeres, y el 38% son varones. En contraste con el 28% de nuevos ingresantes que no se volvieron a inscribir en el siguiente año académico, entre los reinscriptos este porcentaje es del 18%.
En lo que respecta al desempeño académico de los reinscriptos, el promedio de Cursadas fue de 4,58, mientras que el promedio de Materias Cursadas, fue de 4,19. Se remarca cómo bajan estos promedios en relación con los calculados sobre los nuevos inscriptos. Los reinscriptos aprobaron 2,68 materias en promedio durante el año académico analizado, lo que no difiere demasiado con el promedio de aprobadas de los nuevos inscriptos (2,63).
Del total de materias aprobadas por los reinscriptos, el 27% fue por régimen de promoción, el 4% por equivalencia y el 69% restante por examen final.
La relación materias aprobadas por examen final sobre la cantidad de inscripciones a examen final registrados por los reinscriptos es de 0,43. Así, a diferencia de los nuevos reinscriptos que aprueban 1 materia por examen

final cada 4 inscripciones, los reinscriptos aprueban 1 materia cada aproximadamente 2 inscripciones a examen final.

3.4 Egresados

Al continuar en vigencia el Plan de Estudios 1993, en concomitancia con el nuevo plan (2008) implementado en el año 2010, el primer análisis que se realizó en este grupo fue calcular qué porcentaje de los graduados pertenece a cada plan. Así, de 87 alumnos que se graduaron durante el año académico 2015, 55 de ellos (63%) pertenecía al Plan 1993, mientras que 32 egresados (37%) pertenecían al Plan 2008, de lo que se observa la preeminencia del plan anterior en la cantidad de alumnos que egresaron durante el 2015.

La edad promedio de los egresados del Plan 1993 fue 30 años, mientras que el promedio en el Plan 2008 fue de 25 años, demostrando que los egresados del plan más antiguo se han rezagado en el egreso. En este mismo sentido, mientras que el 88% de los egresados del Plan 2008 tenía entre 22 y 26 años, sólo el 24% de los egresados del Plan 1993 pertenecía a este grupo etario.

En lo que respecta a egresados por género, como se observa en el siguiente gráfico, el Plan 1993 tiene una mayor proporción de mujeres.

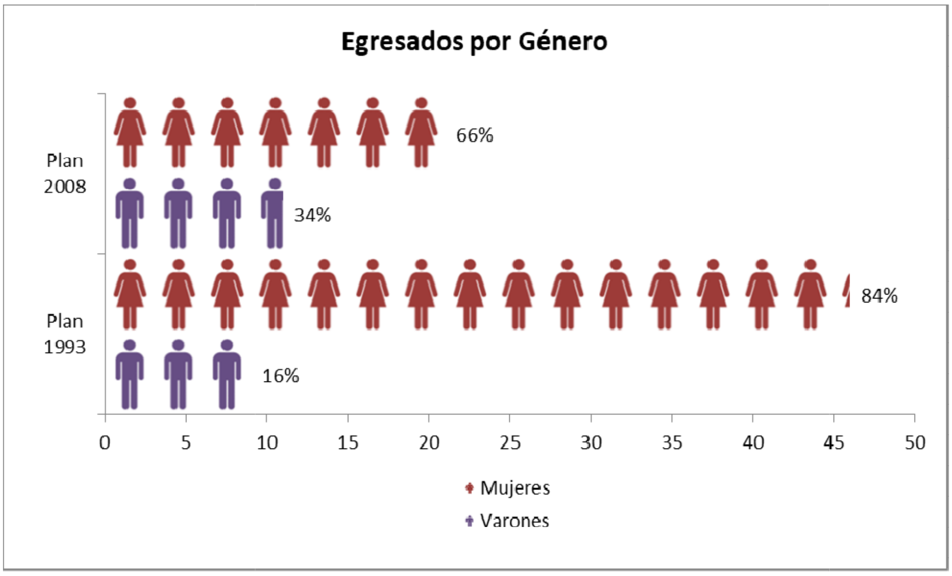


Gráfico 3. Elaboración propia.

El promedio académico –que tiene en cuenta los aplazos- con el que egresaron los graduados del Plan 1993 fue de 6,09 puntos en promedio, mientras que para los graduados del Plan 2008 este valor era de 7,03. A continuación se muestran los histogramas de frecuencias del Promedio Académico según el Plan de Estudios.

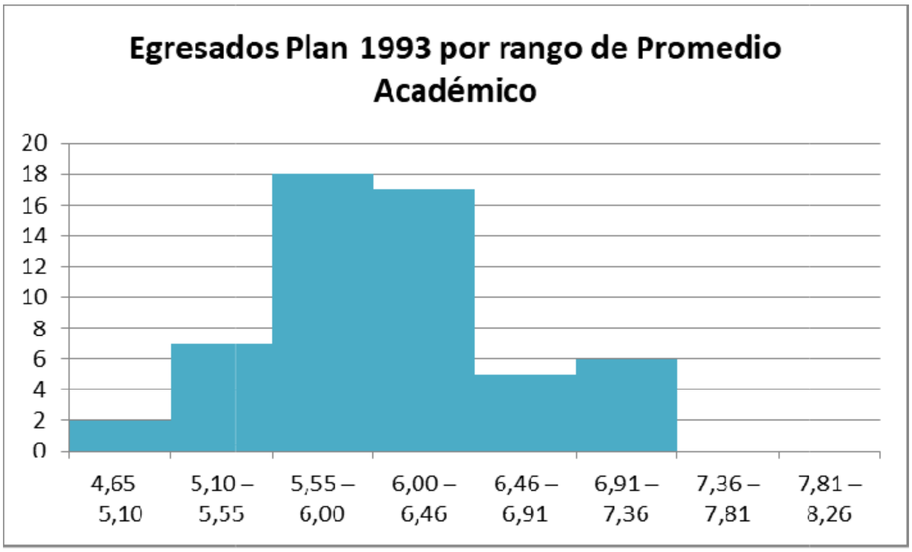


Gráfico 4. Histograma de frecuencias. Elaboración propia.

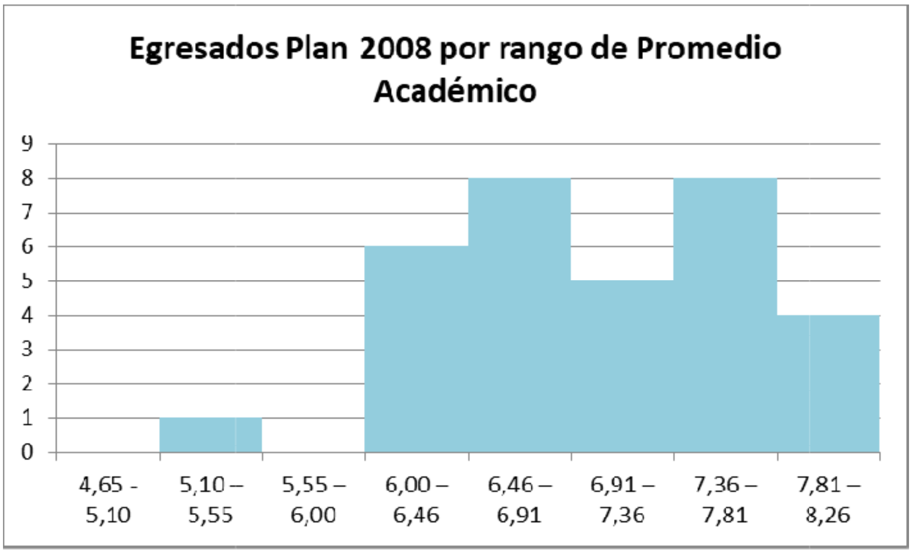


Gráfico 5. Histograma de frecuencias. Elaboración propia.

Finalmente, un dato muy importante que suele estudiarse en el grupo de graduados es la cantidad de años que demoraron en graduarse. Tal y como se puede apreciar en los siguientes gráficos, mientras que la mayoría de los egresados del Plan 1993 demoraron entre 10 y 13 años, el intervalo de mayor frecuencia entre los egresados del Plan 2008 es entre 5 y 8 años.

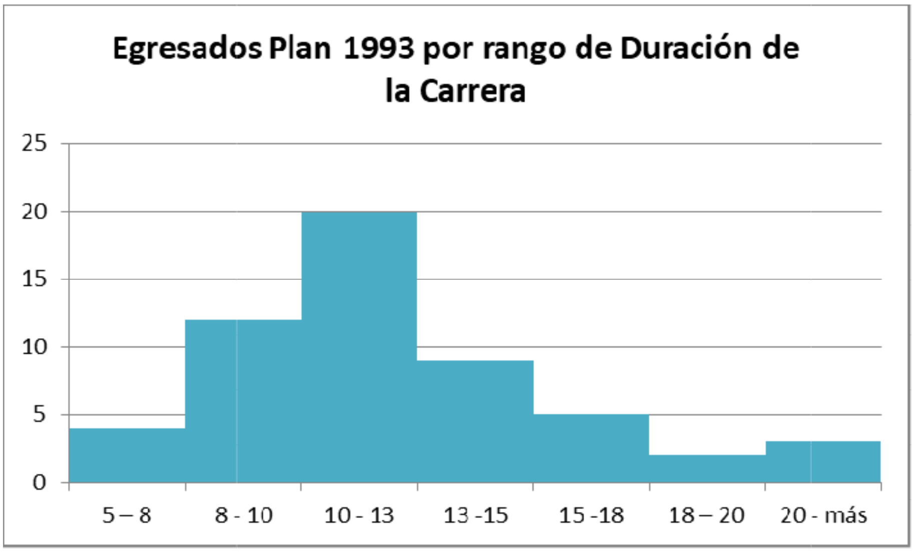


Gráfico 6. Histograma de frecuencias. Elaboración propia.

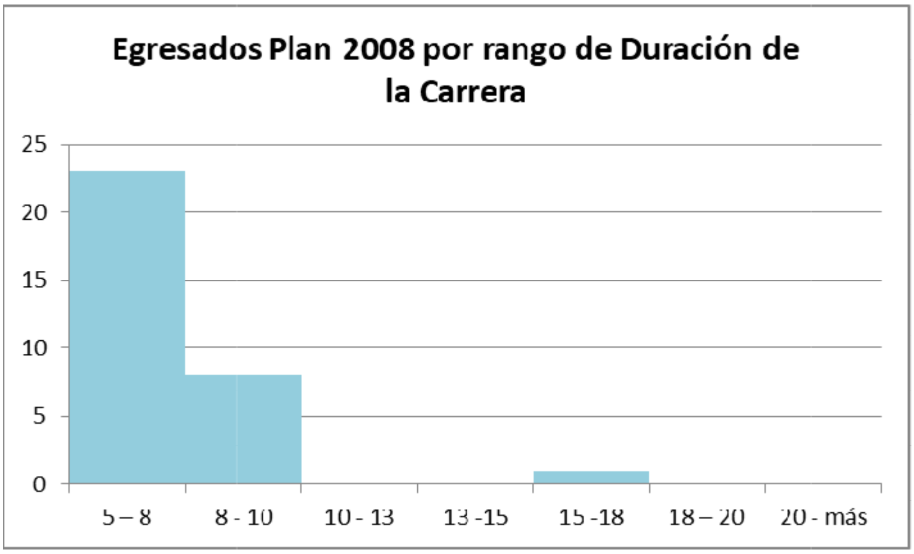


Gráfico 7. Histograma de frecuencias. Elaboración propia.

El promedio de años de duración de la carrera ascendió a 11,87 años en el Plan 1993, y a 7,25 años en el Plan 2008. A pesar de que a simple vista este dato pareciera adjudicar más efectividad al Plan 2008, no debe olvidarse que los graduados del Plan 2008 son las primeras camadas de egresados –por lo que no muestran alumnos rezagados- y que el promedio de años de duración del Plan 1993 está afectado por valores extremos –con un máximo de 24 años de duración-. Otros parámetros de tendencia central como la moda y la mediana, fueron ambas de 11 años para el Plan 1993 y de 7 años para el Plan 2008.

4 Conclusiones y trabajos futuros

Se destacan, entre los resultados alcanzados por el primer Anuario Estadístico de la FCEco UNER, el alto porcentaje de nuevos inscriptos que no se reinscriben al año siguiente (28%), que es un llamado de atención para el equipo de gestión académica de la Facultad, en pos de emprender las acciones necesarias para retener al alumno luego del primer año de la Carrera.

También resulta relevante, en lo que a rendimiento respecta, que los nuevos inscriptos logran aprobar un examen final cada 4 inscripciones a examen, mientras que en el grupo de los reinscriptos esta relación es 1 examen aprobado cada aproximadamente 2 inscripciones.

Dentro del grupo de los reinscriptos se destaca que poco más de la mitad ha ingresado a la carrera entre el 2010 y el 2014, lo que pone de manifiesto una población estudiantil rezagada en los términos de los plazos esperables de egreso universitario.

En lo que respecta a graduados, estos primeros resultados son una apertura a un estudio más profundo sobre el impacto del nuevo plan de estudios, no sólo en el rendimiento de los graduados –medido en este caso a través del promedio académico- sino también en relación a la edad al graduarse y a los años de duración de la Carrera.

Es dable mencionar que se encuentra en elaboración el segundo Anuario Estadístico, correspondiente al año académico 2016, finalizado el 31 de marzo de 2017. Igualmente, el nuevo anuario, ha de incorporar la carrera de Licenciado en Economía, que ha comenzado a tener egresados.

Referencias

Secretaría de Políticas Universitarias (2015). Manual de Definiciones Conceptuales y Operativas. http://informacionpresupuestaria.siu.edu.ar/DocumentosSPU/diu/diu_manual_de_definiciones.pdf / Consultado 23/06/2016

Volver al índice

Diferencia de Medias Muestrales en los Modelos Clásico y Bayesiano

Fernández Loureiro Emma
Facultad de Ciencias Económicas, Sección de Investigaciones en Métodos Cuantitativos para la Gestión.
Prof. Dr. Fausto I. Toranzos, Universidad de Buenos Aires
iemmafl@econ.uba.ar

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Intervalo de Confianza, Intervalo de Máxima Densidad, Prueba de Diferencia de Medias, Intervalo de Confianza para la Diferencia de Medias, Estimación Bayesiana de una Diferencia de Medias

Resumen

Más allá de sus virtudes y sus defectos, la realidad nos muestra que la metodología bayesiana se aplica con asiduidad tanto en investigación como aplicaciones empíricas. Estamos abocados a incursionar en el modelo bayesiano de modo simple y especialmente accesible para quienes se inician en el tema, especialmente, para los alumnos de grado de Facultades de Ciencias Económicas.
Diversos autores coinciden que el método bayesiano, no obstante su antigüedad (más de doscientos años), se viene utilizando con más asiduidad a partir del desarrollo de los métodos computacionales. Ioannis Ntzoufras (2009) atribuye el avance y aplicaciones a principios de los 90 cuando dos grupos de estadísticos (Gelfand and Smith, 1990; Gelfand et al., 1990) re-descubrieron las cadenas de Markov Monte Carlo (Markovchain Monte Carlo –MCMC) Gelfand and Smith, 1990; Gelfand et al., 1990).
En esta ponencia nos proponemos incursionar en la comparación entre el modelo clásico y el bayesiano para la *diferencia de medias muestrales.*
El modelo bayesiano asume que el parámetro poblacional (θ) a estimar es una variable aleatoria y se caracteriza por el conocimiento de una *distribución a priori.* En tanto que en el modelo clásico el parámetro a estimar se considera constante.
Presentaremos el tema propuesto mediante un ejemplo. Los cálculos para el modelo bayesiano los realizaremos utilizando Epidat 4.2 que, reemplazó recientemente a los anteriores y puede ser bajado de Internet.

1 Introducción

Más allá de sus virtudes y sus defectos, la realidad nos muestra que la metodología bayesiana se aplica con asiduidad tanto en investigación como en aplicaciones empíricas.
Diversos autores coinciden que el método bayesiano, no obstante su antigüedad (más de doscientos años), se viene utilizando con más asiduidad a partir del desarrollo de los métodos computacionales. Ioannis Ntzoufras (2009) atribuye el avance y aplicaciones a principios de los 90 cuando dos grupos de estadisticos (Gelfand and Smith, 1990; Gelfand et al., 1990) re-descubrieron las cadenas de Markov Monte Carlo (Markovchain Monte Carlo –MCMC) Gelfand and Smith, 1990; Gelfand et al., 1990).

2 Fundamentación

Estamos abocados a incursionar en el modelo bayesiano de modo simple y especialmente accesible para quienes se inician en el tema, especialmente, para los alumnos de grado de Facultades de Ciencias

Económicas. Seguimos pensando que su comparación con el modelo clásico es de interés por cuanto permite al usuario decidir sobre su aplicación al problema que enfrente. Recordemos que la inferencia clásica (o frecuencista) y bayesiana son alternativas y, por ende, como decimos más arriba, con sus defectos y sus virtudes, serán utilizadas en cada caso según, entre otros, la información disponible.

En esta ponencia nos proponemos incursionar en la comparación de ambos métodos para la *diferencia de medias muestrales.*

Los cálculos para el modelo bayesiano los realizaremos utilizando Epidat 4.2 que reemplazó recientemente a los anteriores y puede ser bajado de Internet.

3 Desarrollo

Presentaremos el tema propuesto mediante un ejemplo.

En la Escuela de Posgrado se dictan dos cursos para la misma asignatura con el mismo programa y el mismo sistema de evaluación. En los últimos años se observan diferencias en las calificaciones finales en ambos cursos. En mérito a ello se decide realizar algunas pruebas estadísticas para ver, objetivamente, si las diferencias son reales o debidas al azar.

Relevadas las calificaciones (en escala de 0 a 10) de los dos últimos cuatrimestres los parámetros resultaron:

Tabla 1. Calificaciones relevadas para los cursos uno y dos durante el primero y segundo cuatrimestre.

	Curso 1	Curso 2
Primer cuatrimestre		
Datos muestrales		
Media muestral	7.5	6.9
Desvío estándar muestral	2.42	1.9
Tamaño de la muestra	15	18
Segundo cuatrimestre		
Datos muestrales		
Media muestral	8.4	6.8
Desvío estándar muestral	2.8	1.1
Tamaño de la muestra	19	17

Veamos, en primer lugar, el enfoque clásico. Recordemos que, por el tamaño de las muestras, aceptamos distribución madre normal. Suponemos que el lector conoce la estadística clásica, por ello presentamos a continuación los resultados obtenidos:

Diferencia de medias (α=0.05)

- Para el primer cuatrimestre la diferencia no es significativa
- Para el segundo, la diferencia es muy significativa (valor p=0.02)

I*ntervalos con un 95% de confianza para la diferencia de medias*

- Para el primer cuatrimestre: (-1.46; 2.66). Este intervalo contiene el cero porque diferencia no es significativa
- Para el segundo: (0.16; 3.04)

El Director sostiene que, su experiencias en cursos de ese nivel le permite estimar que las calificaciones responden a una distribución normal con promedio de siete puntos y desvío estándar del 20% del promedio. Sobre la base de esta apreciación resulta interesante la aplicación del modelo bayesiano.

Recordemos que este modelo requiere una distribución a priori que en este caso será la apreciación del Director: *las calificaciones se distribuyen de acuerdo con una normal con media 7 y desvío estándar 1.4.*

Mediante el uso de Epidat 4.2 calculamos *Estimación de una diferencia de medias.*

Tabla 2. Estimación de una diferencia de media en el modelo bayesianos: primer cuatrimestre

Estimación de una diferencia de medias: primer cuatrimestre

Distribución a priori normal	Curso 1	Curso 2
Media	7	7
Desviaciónestándar	1,4	1,4

Datosmuestrales	Curso 1	Curso 2
Media	7,5	6,9
Desviaciónestándar	2,42	1,9
Tamaño de muestra	15	18

Resultados:

Distribución a posteriori	Valor
Media	0,494
Desviaciónestándar	0,760

Área a la izquierda de los puntos seleccionados

Punto	Área
0,000	0,258

Percentiles relevantes

0,025	0,050	0,100	0,250	0,500	0,750	0,900	0,950	0,975
-0,995	-0,755	-0,479	-0,018	0,494	1,007	1,468	1,744	1,983

Intervalo de máxima densidad que acumula el 95%: (-0,995; 1,983)

Gráficos

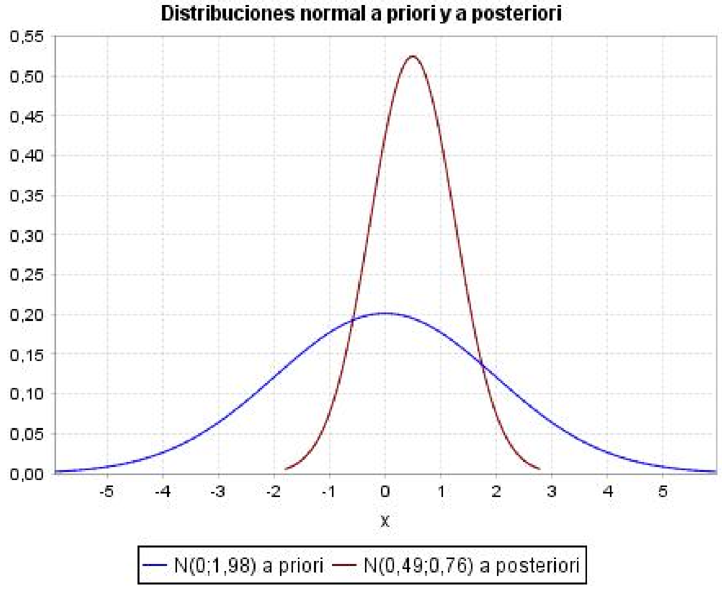


Tabla 3 Estimación de una diferencia de medias en el modelo bayesiano: Segundo cuatrimestre.

Estimación de una diferencia de medias: Segundo cuatrimestre

Distribución a priori normal	Curso 1	Curso 2
Media	7	7
Desviaciónestándar	1,4	1,4

Datosmuestrales	Curso 1	Curso 2
Media	8,4	6,8
Desviaciónestándar	2,8	1,1
Tamaño de muestra	19	17

Resultados

Distribución a posteriori	Valor
Media	1,326
Desviaciónestándar	0,671

Área a la izquierda de los puntos seleccionados

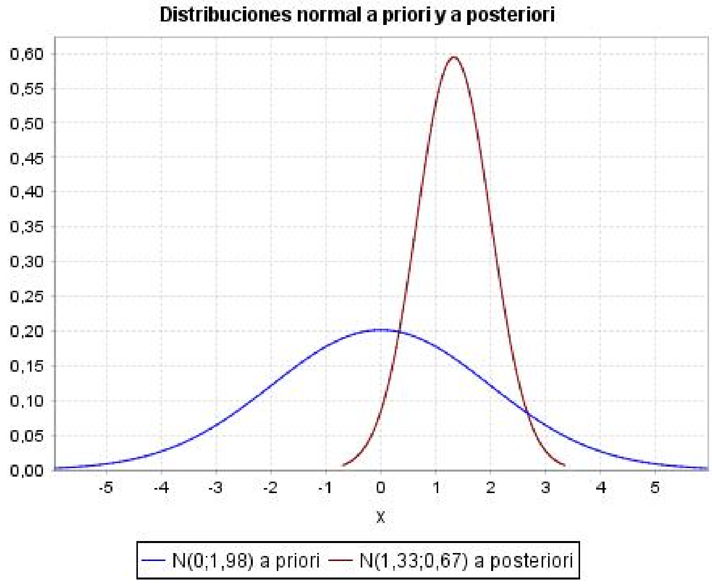
Punto	Área
0,000	0,024

Percentiles relevantes

0,025	0,050	0,100	0,250	0,500	0,750	0,900	0,950	0,975
0,011	0,222	0,466	0,873	1,326	1,779	2,186	2,430	2,642

Intervalo de máxima densidad que acumula el 95%: (0,011; 2,642)

Gráficos



Veamos, en primer lugar, la diferencia de medias.

El modelo bayesiano responde siempre una distribución a posteriori, en este caso normal (la distribución a posteriori es siempre normal cualquiera sea la distribución a priori)

El cuadro siguiente presenta los resultados para ambos cuatrimestres y su comparación con el modelo clásico.

Tabla 4. Diferencia de medias para los modelos clásico y bayesiano para el primero y segundo cuatrimestre.

<table>
<tr><td colspan="2">Modelo bayesiano</td><td rowspan="3">Modelo clásico (frecuencial)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Distribución a priori normal con μ=7 y σ=1.4</td></tr>
<tr><td colspan="2">Distribución a posteriori normal</td></tr>
<tr><td>Primer cuatrimestre</td><td>μ=0.494; σ=0.760</td><td>La diferencia de medias no es significativa</td></tr>
<tr><td>Segundo cuatrimestre</td><td>μ=1.326; σ=0.671</td><td>La diferencia es muy significativa</td></tr>
</table>

Estos resultados nos permiten ver, como era de esperar, que la media a posteriori es más pequeña cuando, en el modelo clásico, la diferencia no es significativa.

El software bien reporta las área a la izquierda de un punto que podemos establecer (en nuestro caso hemos optado por el cero), percentiles relevantes. Intervalos de máxima densidad y gráficos.

Pasemos a los intervalos, con nivel de confianza 0.95, para el modelo clásico y el de máxima densidad, para el bayesiano, con el mismo nivel d confianza

Tabla 5. Intervalos para la diferencia de medias en los modelos clásico y bayesiano.

Intervalos para la diferencia de media (α =0.05)		
	Intervalo de confianza	Intervalo de máxima densidad (a prior μ=7; σ=1.4)
Primer cuatrimestre	-1.46; 2.66	-0.995; 1.983
Segundo cuatrimestre	0.16; 3.04	0.011; 2.642

Recordemos que el modelo frecuencista define un *intervalo de confianza* como el rango de valores tal que, si repitiéramos un número suficientemente grande de veces el experimento con nivel de riesgo α, el (1-α) % de las veces las estimaciones del parámetro poblacional estarían contenidos en el intervalo. En tanto, el modelo bayesiano hace referencia a *intervalo de credibilidad o intervalo de máxima densidad* en lugar de intervalos de confianza. Como los bayesianos admiten la probabilidad a priori, en la curva a posteriori el área que encierra el nivel de confianza es el verdadero valor. O sea fijado un nivel de riesgo $\propto$los extremos del intervalo de máxima densidad no serán cada uno $\propto/_2$ sino el que resulte en cada caso que encierre la máxima densidad.

La lectura del cuadro nos permite recordar que el intervalo bayesiano (de máxima densidad o máxima probabilidad) es siempre de menor amplitud que el clásico. En general la diferencia se hace menor a medida que aumenta el tamaño de la muestra. En muestra muy grandes la distribución a priori se diluye.

4 Resultados

En el rubro anterior hemos presentado un ejemplo y, en cada caso hemos puntualizado resultados numéricos y comparación conceptual

5 Conclusiones

En el cuadro siguiente se puede observar la síntesis de los resultados que aportan el modelo clásico y el bayesiano.

Tabla 6. Resumen de los aportes de los modelos clásico y bayesiano a la diferencia de medias muestrales.

<table>
<tr><td>Modelo clásico (frecuencial)</td><td>Modelo bayesiano</td></tr>
<tr><td>Prueba de diferencia de medias:
Responde:
La diferencia es o no significativa, muy significativa o altamente significativa</td><td rowspan="2">Estimación de una diferencia de medias:
A partir de la distribución a priori y utilizando Epidat 4.2 responde:
. Distribución normal a posteriori, su media y su desvío estándar,
. área a la izquierda de un punto seleccionado,
. percentiles relevantes,
. intervalo de máxima densidad y
. gráficos de las distribuciones a priori y a posteriori.</td></tr>
<tr><td>Intervalo de confianza para la diferencia de medias</td></tr>
</table>

Sin duda los problemas básicos para implementar el análisis bayesiano son:

a. la complejidad de sus cálculos; es por ello que su mayor desarrollo ha ido en paralelo con los avances computacionales. En la ponencia hemos utilizado Epidat 4.2.
b. La confiabilidad de la distribución a priori; sino fuera confiable, no tendría sentido su aplicación. En toda a ponencia hemos considerado que el supuesto del Director (distribución a priori) es aceptable.

Pero, por sobre todo, siempre es necesario recordar que ambas metodologías (clásica y bayesiana) son alternativas y, por ende, su aplicación dependerá, entre otros,del tema en cuestión y la información disponible, independientemente de la simpatía o no del investigador por cada uno de los métodos.

Referencias

Epidat 4.2(http://www.sergas.es/MostrarContidos_N3_T01.aspx%3FIdPaxina%3D62713%26idioma%3Des)

Fernández Loureiro, E. (2017). *Inferencia y Decisión en el modelo bayesiano. A modo de introducción*. Buenos Aires: Ediciones Cooperativas.

Fernández Loureiro, E. (2015). ¿Valoración de una hipótesis o prueba de hipótesis? XXX Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y afines. Facultad de Ciencias de la Administración. Universidad Nacional de Entre Ríos. ISBN 978-987-33-8658-9. Capítulo Estadística.

Fernández Loureiro, E. (2014). ¿Intervalo de máxima densidad o intervalo de confianza?"; XXIX Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y afines. Universidad Nacional de La Pampa. ISBN 978-950-863-217-8. Pag. 345

Fernández Loureiro, E. (2013). Tecnología aplicada al método bayesiano: el caso binomial. Presentado en las XIII Jornadas de Tecnología aplicada a la Educación Matemática Universitaria. Facultad de Ciencias Económicas (UBA).

Fernández Loureiro, E. (2013). Reflexiones en torno a la inferencia bayesiana: estimación de la media poblacional con apoyo informático. XXVIII Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y afines. Universidad Nacional del Nordeste. ISBN 978-987-29529-0-7.

Fernández Loureiro, E. (2000). *Decisión Estadística Bayesiana. A modo de Introducción*. Buenos Aires: Ediciones Cooperativas.

López Cachero, M. (1996). *Fundamentos y métodos de Estadística.* Madrid: Ediciones Pirámide.

Morgan, B.W.: (1971) *Introducción a los procesos Bayesianos de decisión estadística*. Madrid: Paraninfo.

Ntzoufras, I. (2009). *Bayesian Modeling Using WinBUGAS*. New Jersey (EEUU): Wiley.

Serrano Angulo, J. (2003). *Iniciación a la Estadística Bayesiana.* Madrid: La Muralla S.A.

Urbisaia, H., Brufman, J. Z. (2009). Frecuencistas versus Bayesianos. Implicancias sobre los estudios en Economía. Presentado en las XV Jornadas de Epistemología de las Ciencias Económicas. Facultad de Ciencias Económicas (UBA).

Urbisaia, H., Brufman, J. Z. (2009). Frecuencistas versus Bayesianos. Implicancias sobre los estudios en Administración. Presentado en las XIV Jornadas Nacionales de docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y afines. Universidad Nacional de San Juan.

Volver al índice

Efectos de las Transferencias Condicionadas de Ingreso sobre la Participación Laboral de los Adultos: el Caso de la AUH en Argentina

Heredia Mariana - Weidmann Gabriel
meriheredia@fceco.uner.edu.ar - goweidmann@fceco.uner.edu.ar
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Entre Ríos

Especialidad: Estadística Aplicada

PalabrasClave: Participación de la Fuerza Laboral, Transferencias de Ingresos, Evaluación de Políticas

Resumen

En el año 2009 Argentina puso en marcha el programa Asignación Universal por hijo para Protección Social, el cual universaliza las asignaciones familiares a los segmentos de la población más vulnerables no amparados por el Régimen de Asignaciones Familiares. Los objetivos de este programa son dos: incrementar el bienestar del sector más pobre de la sociedad y fomentar la acumulación de capital humano en los niños. Por otro lado, existen aspectos que motivan debates, principalmente, el impacto de este tipo de políticas sobre la actividad laboral de los adultos en los hogares destinatarios, dado que la desocupación es uno de los criterios a tener en cuenta para ser elegidos por estos programas. Para investigar estos posibles efectos no deseados, se plantea evaluar los efectos de la asignación universal por hijo en la participación laboral de los adultos en el corto y mediano plazo, con el fin de realizar un aporte al diseño de una política pública más efectiva de protección social. Para ello se utiliza el estimador de diferencias en diferencias, utilizando los microdatos de la encuesta anual que realiza el Observatorio Social de la Universidad Nacional del Litoral en la ciudad de Santa Fe en el periodo 2009-2012. Los resultados sugieren que ni en el corto ni mediano plazo, existen desincentivos a los adultos a participar en el mercado laboral.

1 Introducción

La desigualdad en la distribución del ingreso es una de las cuestiones que más deberían preocupar a todos los países del mundo, ya que conduce a crisis políticas - económicas y afecta al crecimiento económico (Ostry et al., 2014). De acuerdo a estimaciones realizadas por la ONG Internacional Oxfam, con motivo del comienzo del último Foro Económico Mundial de Davos, el 1% de la población mundial era propietaria del 44% de la riqueza mundial en el año 2009, aumentó al 48% en 2014 y de mantenerse esta tendencia, poseerá cercadel 54% en el año 2020.Este panorama no es ajeno en Latinoamérica, donde según la CEPAL, el 10% más rico de la población de la región recibe el 32% de los ingresos; mientras que el 40% más pobre, recibe solo el 15% de los ingresos (CEPAL, 2012).

En este contexto de creciente desigualdad social, en el último siglo varios países de la región vienen asistiendo con políticas sociales proactivas relacionadas a programas de Transferencias Condicionadas de Ingresos (TCI) hacia los sectores más vulnerables. Algunos de ellos son: el programa Bolsa Familiar, implementado en 2004 en Brasil; en México, el plan oportunidades; en 2002, Chile puso en marcha el programa Sistema Chile solidario; en 2005 Perú lanzó el programa Juntos, y Uruguay el Plan de Atención Nacional a la Emergencia Social.

En este marco, Argentina puso en marcha el programa Asignación Universal por hijo para Protección Social (AUH) en el año 2009 a través del decreto de necesidad y urgencia 1602, el cual universaliza las asignaciones familiares de manera de dar cobertura a segmentos de la población que no se encuentren amparados por el Régimen de Asignaciones Familiares ley 24.714/96.

En general, existe una vasta evidencia en la literatura que las TCI son exitosas en América Latina en cuanto a la reducción de la pobreza y producir mejoras en la distribución de ingreso (Fiszbein y Schady, 2009). Esta mejora en la calidad de vida de los sectores más vulnerables también está resultando en la Argentina. Diferentes investigaciones que analizan el Impacto de la AUH en la Pobreza, Indigencia, Desigualdad y Vulnerabilidad relativa indican que los niveles de indigencia y pobreza disminuyeron, el indicador de desigualdad bajó y los grupos poblacionales más vulnerables (niños, madres solteras y familia numerosa) tienen menos probabilidad relativa de indigencia que el resto (Calabria y Calero, 2012; Agis et al, 2010, Gasparini y Cruces, 2010).

Asimismo, la evidencia muestra que las TCI tienen efectos muy positivos sobre la escolaridad de los niños, y su cuidado personal (D´Elia y Navarro, 2011; Glewwe y Kassouf, 2012).

Por otro lado, al ser un requisito formar parte del mercado informal en caso de estar ocupado, o estar sin empleo, para cobrar la AUH, existen cuestionamientos acerca de los incentivos negativos que podría generar dicha política en cuanto a la participación en el mercado laboral.

En este sentido, las investigaciones van en diferentes direcciones. Skoukias y Di Maro (2008) trabajaron con el Programa PROGRESA en México, para evaluar el impacto de las TCI en la participación de la oferta laboral, no encontraron efectos negativos ni positivos significativos. Alzúa, Cruces y Ripani (2012) investigaron los efectos de las TCI sobre la oferta laboral de programas implementados en diferentes áreas rurales de Latino América con un diseño experimental. Usaron también los datos del programa PROGRESA de México, RPS de Nicaragua y PRAF de Honduras, en los tres países encontraron que los efectos de estos programas sobre la oferta laboral eran en general negativos pero no significativos.

En Brasil, Foquel y Barros (2010), no encontraron efectos significativos del programa Bolsa de Familia sobre la participación en el mercado laboral ni en las horas ofrecidas. Por otro lado, Ferro et al. (2011), usando información adicional sobre el mismo programa, encontraron resultados positivos y significativos, es decir, que el programa incrementó la probabilidad de participar en la fuerza laboral en el caso de adultos de áreas urbanas, pero no encontraron ningún efecto en los adultos de áreas rurales.

En nuestro país, la evidencia es aún exigua; los análisis se llevan cabo utilizando la encuesta nacional de hogares de Argentina que realiza el del Instituto Nacional de Estadísticas y Censos (INDEC). En primer lugar, Garganta y Gasparini (2012) muestran un significativo desincentivo hacia la formalización de los beneficiarios del programa AUH que estaban sin empleo formal. En la misma línea, Maurizio y Vazquez (2014), usando diferentes técnicas econométricas llegaron a resultados contrapuestos, trabajando con otra población. Sus resultados no encuentran evidencia significativa de que el programa haya generado desincentivos al trabajo. Finalmente, las investigaciones de Martinez y Trajtenberg (2016) sugieren que la AUH generó menos traslados a la formalidad respecto de lo que hubiera ocurrido en ausencia del programa. En síntesis, aún queda mucho para indagar en este campo.

El objetivo general de este proyecto es evaluar y cuantificar los efectos de las TCI en la tasa de participación laboral de los adultos de la Ciudad de Santa Fe en el periodo 2009-2012, aplicando estrategias econométricas no experimentales, específicamente, el método de *Diferencias en Diferencias (DD)*, con el fin de aportar al diseño de una política pública más efectiva de protección social y de empleo.

Existen algunas dificultades a la hora de estimar el efecto causal del programa AUH, ya que no fue implementado de forma aleatoria en la población, por lo cual, se debe recurrir a metodologías cuasi-experimentales. Además de esta dificultad del diseño del programa, otro inconveniente para estimar en forma precisa el efecto, es que en la encuesta permanente de hogares (EPH) se debe identificar indirectamente al grupo beneficiario de la AUH, ya que aunque el cuestionario tiene un bloque de preguntas donde se puede identificar cuales componentes del hogar reciben la asignación por hijo, esa información no es accesible a través de las bases de la EPH dispuestas al público en página web institucional del Instituto Nacional de Estadísticas y Censos (INDEC).

En esta investigación se recurre a una fuente de datos alternativa, la encuesta anual que realiza el Observatorio Social de la Universidad Nacional del Litoral (UNL) en la ciudad de Santa Fe. Esta fuente de datos tiene la ventaja que una de las preguntas de la encuesta se refiere a si algún miembro del hogar recibe la AUH, por lo cual, es posible identificar directamente a los beneficiarios del programa. La desventaja es que sólo se refiere a una población pequeña, la ciudad de Santa Fe.

En la primera sección del trabajo, se describe el programa de Asignación Universal por Hijo; en la segunda parte, se analiza el marco teórico. En una tercera parte se especifica la metodología implementada y la fuente de información utilizados; los resultados encontrados se presentan en la cuarta sección. Por último, se exponen algunas conclusiones.

2 El programa Asignación universal por hijo

En el año 2009, mediante el decreto 1602, Argentina puso en marcha el programa Asignación Universal por hijo para Protección Social, el cual universaliza las asignaciones familiares a los segmentos de la población más vulnerables que no se encontraban amparados por el Régimen de Asignaciones Familiares ley 24.714/96.

Específicamente consiste en una transferencia monetaria directa que se paga mensualmente a un padre o tutor por cada niño menor de 18 años que este a su cargo, hasta 5 hijos, que se encuentre en una de las siguientes situaciones:

- Trabajen en la economía informal con ingresos iguales o inferiores al Salario Mínimo, Vital y Móvil o bien estén desocupados
- Trabajadores de temporada o Monotributistas inscriptos en el Régimen de Monotributistas Sociales
- Trabajadoras de casas particulares, ya sean registradas o no registradas
- Tutores económicamente inactivos que no cobren ningún tipo de pensión

Los objetivos de este programa son dos. Por un lado, en el corto plazo busca incrementar el bienestar de los sectores más vulnerables de la sociedad, aumentando los recursos disponibles para el consumo. Por el otro un objetivo de largo plazo, de mejorar la calidad de vida y promover el ascenso social fomentando la acumulación de capital humano en los niños, a través de la atención de la salud y escolarización.

Para cumplir con el objetivo de largo plazo, se instrumentó una transferencia semicondicionada, ya que el 80% de su valor se paga mensualmente y el 20% restante se deposita cuando se demuestra que para sus hijos se realizaron ciertos controles médicos, y asisten a la escuela. En este sentido, se requiere la obligatoriedad de la concurrencia a establecimientos educativos, ya sea de gestión privada o pública, a los niños entre 5 y 18 años de edad.

El programa alcanza a un conjunto importante de la población argentina, a diciembre de 2016, cubría aproximadamente al 29% del total de menores en el país, que implica a un 15% del total de hogares del Argentina, según fuentes oficiales; con un presupuesto anual que fue creciendo en términos del PBI: desde el 2011 hasta el 2016, la tasa creció del 0,37% al 0,48%. Por lo tanto, la AUH es un programa cuyo impacto en la economía en general, y en las variables laborales en particular, es muy importante, ya que aunque este referido a la población infantil y/o adolecente, el perceptor del beneficio es un adulto.

3 Marco Teórico

Distintas teorías económicas sugieren diferentes canales a través de los cuales las TCI afectan las decisiones de oferta laboral de los adultos. En el modelo estático standard de la oferta laboral individual de la teoría Neoclásico el individuo debe decidir cuántas horas del día le dedica al ocio y al trabajo. Las TCI constituyen un incremento en el ingreso no laboral produciendo un efecto ingreso puro que conduce a un aumento en la demanda de todos los bienes *normales*, incluyendo el ocio. Por lo tanto, las TCI producirían un efecto negativo en la oferta laboral de los adultos, siempre que el ocio sea tomado como un bien normal (Blundell y Macurdy, 1999).

En segundo lugar, la teoría de oferta laboral familiar (Killingsworth, 1983) establece que las decisiones laborales de cada individuo perteneciente al hogar están ligadas a las decisiones laborales de los otros individuos. En este modelo, si el hogar es beneficiario del programa, los niños deben dedicar más tiempo al colegio, y ello reduciría la oferta laboral de los menores (Ravallion y Wodon, 2000). Por lo tanto, si la oferta laboral familiar se reduce, podría inducir a un incremento de la oferta laboral de otros adultos. Sin embargo, dado el efecto ingreso de las TCI, esto podría no ocurrir. Por último, si los niños deben ir a la escuela, deja más tiempo disponible a los adultos para ir a trabajar, aunque también deben incrementar el tiempo que dedican a garantizar la concurrencia al colegio y controles médicos (Parker y Skoufias, 2000).

Por otro lado, según datos de la EPH, si se analiza la dinámica laboral de hombres y mujeres en este nuevo siglo en nuestro país, por niveles de ingreso, la tasa de actividad femenina de las mujeres que habitan el 10% de hogares más pobres cae del 49% en el 3er trimestre del 2003 al 35% en el 3er trimestre del 2015. Mientras que la de los hombres, correspondiente al mismo grupo de ingresos, para el mismo periodo, pasa del 73% al 67%. Estos datos son congruentes con las investigaciones de Gasparini y Marchionni 2015, quienes exploran las causas de este comportamiento en las mujeres en Latinoamérica.

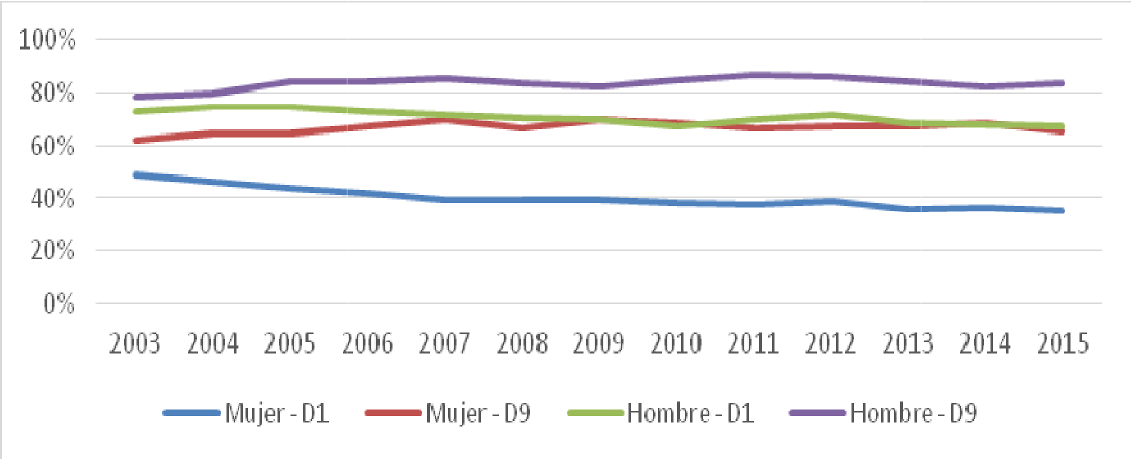


Gráfico 1: Tasa de Actividad Laboral para el decil de Ingreso 1 y 9 con datos de la EPH

4 Metodología y Datos

El objetivo de la metodologías englobadas como “*Estimación del Efecto del Tratamiento*” es cuantificar la relación causa-efecto entre un programa, denominado tratamiento y simbolizado con la letra *D* y el cambio en un resultado, la variable respuesta, denotada con la letra *Y*. Los sujetos que participan en el programa conforman el grupo tratado (*D=1*) y los que no lo hacen el grupo de control (*D=0*).

El problema básico en la identificación del efecto causal en estudios observacionales es que la variable de interés se observa bajo los regímenes de tratamiento o control, pero nunca ambos (Dehejia R. y Wahba S., 2002). Otra característica de estos estudios es que la asignación al grupo de tratamiento generalmente no está aleatorizada. Ello conduce al denominado “sesgo de selección”, por lo que, si se comparan los resultados de ambos grupos, el efecto del programa puede estar mal estimado por diferencias entre participantes y no participantes.

El estimador de Diferencias en Diferencias (DD) consiste en comparar los resultados de interés entre el grupo tratado y el control, antes y después de la introducción del programa. Se basa en el supuesto de tendencia común: en ausencia del programa ambos grupos se comportan de manera similar.

A continuación se especifica el modelo, donde además de las variables tratamiento (D) y control (X), debemos incluir la interacción entre ambas. La variable T indica si el período es antes o después del tratamiento y la interacción entre tratamiento y tiempo permite cuantificar el impacto del tratamiento, medido por el parámetro α_3.

Cuando el modelo es lineal, la ecuación es la siguiente:

$$Y_{it} = \beta X_{it} + \alpha_1 D + \alpha_2 T + \alpha_3 DT + u_{it} \qquad (1)$$

el parámetro α_3 mide el efecto medio del tratamiento en los tratados (ATT), ya que si se considera sólo 2 períodos de tiempo (t=0,1) la diferencia media entre los 2 grupos es

$$DD = (Y_1^T - Y_0^T) - (Y_1^C - Y_0^C) \qquad (2)$$

$$DD = \alpha_3 + (u_1^T - u_0^T) - (u_1^C - u_0^C) \qquad (3)$$

Este estimador permite la inclusión de ordenadas específicas para cada momento del tiempo, comunes a ambos grupos. Los supuestos que se necesita cumplir para estimar consistentemente el parámetro α_3 son:
1) $E((u_{i1} - u_{i0})D_i) = 0$; y 2) no hay cambios sistemáticos dentro de cada grupo (Blundell et al, 2001).
Cuando la variable respuesta es discreta, como en este caso donde la variable respuesta es binaria, el mismo análisis puede realizarse con un modelo no lineal:

$$P(Y_{it}) = \Phi\left(\beta X_{it} + \alpha_1 D + \alpha_2 T + \alpha_3 DT + u_{it}\right) \qquad (4)$$

Donde *P* denota probabilidad de que la respuesta asuma el valor 1. Por lo cual, el impacto del programa será:

$$DD = \Phi\left(\beta X_{it} + \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3\right) - \Phi\left(\beta X_{it} + \alpha_1 + \alpha_2\right) \qquad (5)$$

Siendo $\Phi(.)$ una función no lineal estrictamente monotónica. En esta investigación se utiliza un modelo logit para estimar el efecto de la AUH sobre la probabilidad de que los trabajadores se encuentren trabajando una vez que el programa se puso en marcha.
Los datos que se utilizan para la presente investigación son los que se recolectan en la encuesta anual realizada por el Observatorio Social de la UNL. El Observatorio realiza una encuesta anual a los hogares de Santa Fe desde el año 2005, a través de una muestra representativa de toda la población de la ciudad, mediante la metodología de Panel Detallista. Esta metodología está diseñada de manera que un conjunto de la población permanezca en la muestra un período regular de tiempo. Por lo tanto, el relevamiento arroja información que permite un análisis de tipo longitudinal de las variables incluidas en el cuestionario. En esta investigación se emplean datos de panel anual construido con la onda 2009, antes de la implementación de la AUH, 2010 y 2012, es decir a uno y tres años de la puesta en marcha del programa.
Para construir los grupos, en primer lugar se seleccionó la población objetivo, que se define como todos los Integrantes de hogares con niños que permanecen las 3 ondas (2009, 2010, y 2012) en edad de trabajar: mujeres entre 18 y 60 años; hombres entre 18 y 65 años, y que tengan un empleo asalariado sin descuentos jubilatorios, o no asalariados que no realicen aportes (trabajadores informales), o desempleados o integrantes económicamente inactivos o empleadas domésticas (registradas o no).
Luego, con todos aquellos adultos que pertenezcan a hogares donde los adultos de referencia hayan expresado que percibían la AUH se conformará el grupo tratamiento; y por otro lado, con todos aquellos adultos que pertenezcan a hogares en donde ninguno de ellos manifestó percibir la AUH, a pesar de cumplir con los requisitos, se procederá a conformar el grupo control de comparación. Hay varias razones por las cuales los hogares, aun cumpliendo con los requisitos para recibir el beneficio, no lo recibieron. Pautassi et al.

(2013)identificaron los principales obstáculos de acceso al beneficio a través de las entrevistas funcionarios y receptores del beneficio; entre ellos, el principal obstáculo para acceder al beneficio, es la falta del documento nacional de identidad ya sea de los mayores o los menores. En otros hogares, los mayores que están en condiciones de recibir la asignación, estaban inscriptos como monotributistas, por lo cual, se les impedía entrar en el programa. Otros hogares quedaron excluidos debidos a ciertos procesos administrativos, la distancia entre los hogares y las oficinas administrativas. Los problemas familiares que dificultan la posibilidad de obtener la documentación también fue resaltado como un obstáculo, y que se vincula con el ambiente dinámico e inestable de algunos grupos familiares, en los cuáles, algunas mujeres preferían no cobrar la AUH antes que pedirle a los padres de sus hijos la documentación correspondiente.

Resultados

En la tabla 1 del anexo, se muestran algunas características laborales y demográficas del grupo control y el grupo tratamiento, para las dos evaluaciones: 2009 vs 2010, y 2009 vs 2012. En la mayoría de las variables no hay diferencias significativas, aunque si en otras. En promedio, el grupo control está compuesto por personas de mayor edad, por una menor cantidad de menores, y con un nivel educativo mayor que el grupo tratamiento.

A continuación, se presentan los resultados de las estimaciones utilizando el estimador Diferencias en Diferencias, aplicada a la base de microdatos elaborada con los paneles anuales 2009, 2010 y 2012. Como se mencionó más arriba, el análisis se efectúa a corto plazo y mediano plazo: i) 2009 en comparación con 2010; ii) 2009 en comparación con 2012. En ambos análisis, la variable respuesta es *Empleado*, que asume el valor 1 si el individuo está trabajando, y 0 en caso contrario.

En la tabla 2 del anexo se muestra, para cada especificación del modelo, los efectos de las variables T, que asume el valor 1 cuando el período es posterior del tratamiento, la variable AUH, que indica si el individuo recibe el beneficio; y la interacción entre ambas, que mide el efecto medio del tratamiento en los tratados (ATT), los errores estándar, los valores-p y el número de observaciones incluidas en cada grupo.

En ambas especificaciones, el efecto sobre la probabilidad de participar en el mercado laboral de los beneficiarios de la AUH luego de la política resulta ser negativo, aunque no es estadísticamente significativo.

Tabla 1. Características del grupo control y tratamiento de la AUH, 2009

Variable	2009 vs 2010			2009 vs 2012		
	Grupo		Diferencia (I) - (II)	Grupo		Diferencia (I) - (II)
	Control (I)	Tratamiento (II)		Control (I)	Tratamiento (II)	
Género						
Hombre	0,393	0,418	-0,025	0,362	0,463	-0,101
Relación Conyugal						
Jefe	0,455	0,493	-0,038	0,479	0,442	0,037
Conyugue	0,277	0,358	-0,081	0,276	0,337	-0,061
Otros	0,268	0,149	0,119	0,245	0,221	0,024
Edad Promedio	36,874	34,522	2,352**	37,180	34,690	2,49**
Nivel de educación						
Hasta Sec. incompleto	0,632	0,761	-0,129*	0,625	0,737	-0,112*
Secundario completo	0,225	0,179	0,046	0,239	0,168	0,071
Niños menores de 12	1,277	1,672	-0,394**	1,280	1,550	-0,270**
Niños menores de 18	2,178	2,313	-0,135**	2,140	2,340	-0,200**
Cantidad Miembros	5,293	5,284	0,010	5,100	5,620	-0,520**
Alquila/ocupa	0,167	0,239	-0,072*	0,184	0,190	-0,006
Observaciones	191	67		163	95	

Fuente: elaboración propia en baso a datos de la encuesta anual del Observatorio Social de la Universidad Nacional del Litoral
Nota: **=valor p<0,01; *=valor p<0,1

Tabla 2. Efecto de la AUH sobre la probabilidad de Trabajar

	2009 -2010	2009 -2012
AUH	-0.1989	-0.0875
	(0.3481)	(0.3111)
T	0.1152	0.3373
	(0.2384)	(0.2601)
AUH*T	-0.1061	-0.1571
	(0.4832)	(0.4320)
Observaciones	514	514
Psuedo R2	0.2038	0.1938

Fuente: elaboración propia en baso a datos de la encuesta anual del Observatorio Social de la UNL
Nota: Variables de control incluidas: edad, edad al cuadrado, género, relación familiar, nivel educativo, cantidad de miembros en el hogar, cantidad de menores de 18 años en el hogar

5 Conclusiones

La Asignación Universal por hijo, es sin discusión, una de las políticas sociales más importantes que se han implementado en nuestro país, reconociéndose las importantes mejoras en la calidad de vida en la población. Sin embargo, es fundamental identificar y cuantificar posibles efectos no deseados de la misma, en el corto y largo plazo, con el fin de mejorar su diseño, y de esta manera, incrementar el bienestar de toda la sociedad.

El presente trabajo busca avanzar en la cuantificación de posibles efectos no deseados de la política de TCI en Argentina en el corto y mediano plazo, en particular, sobre la participación en el mercado laboral, utilizando la metodología de diferencias en diferencias, aplicada a paneles anuales de 2009, 2010 y 2012.

La evidencia empírica sugiere que los miembros de los hogares beneficiarios no se comportan de manera diferente al grupo control ni en el corto plazo (a un año después de la implementación) ni a mediano plazo (a tres años de la implementación),generando incentivos no buscados en la participación laboral.
Por último, se aclara algunas cuestiones metodológicas que enfrenta esta investigación, tanto desde el plano metodológico como en la disponibilidad de la información. En primer lugar, la muestra tomada solo refiere a una ciudad de todo el país, y en segundo lugar, sería importante avanzar en técnicas combinadas de propensity score matching con el estimador diferencias en diferencias, que permita comparar grupos más homogéneos.

Referencias

Alzúa, M., Cruces, G. &Ripani, L. (2013). Welfare programs and labor supply in developing countries: experimental evidence from Latin America. *Journal of Population Economics*, 26(4), 1255-1284.

Blundell, R y Macurdy, T. (1999). Labor Supply: A Review of alternative Approaches. En O. Ashenfelter y D. Cards (Ed.), *Handbook of Labor Economics*, 3, 1559-1695. North Holland: Elsevier

Blundell, R., Costa Dias, M. ,Meghir, C. y Van Reenen, J. (2001). Evaluating the employment impact of a mandatory job search assistance program, *IFS Working Papers*, Institute for Fiscal Studies (IFS), No. 01/20

Calabria, A. y Calero, A. (2012). Políticas de Inclusión Social para los grupos etarios más vulnerables: Plan de inclusión Previsional y Asignación Universal por Hijo para protección social. *Actualidad Económica*, 77, 9-21.

CEPAL (2012). *Panorama Social de América Latina*. Santiago de Chile: Comisión Económica para América Latina.

D´Elia, A. & Navarro (2011). "The impact of the Universal Child Allowance on Argentina´s Children Schooling Gap".*Jornadas de la Asociación Argentina de Economía Política*.

Dehejia R. & Wahba S. (2002). Propensity Score-Matching Methods for No experimental Causal Studies. *The Review of Economics and Statistics*, 84(1):151-161

Ferro, A., Kassouf, A. &Levison, D. (2011).The Impact of conditional Cash Transfer Programs on Household Work Decisions in Brazil. Paper presented at the *Brazilian Association of Graduate Programs in Economics in its series* Anais do XXXVII Encontro Nacional de Economia, 208.

Foguel, M. & Paes de Barros, R. (2010). The effects of conditional cash transfer programmes on adult labour supply: an empirical analysis using a time series-cross- section sample of municipalities. *Estudos econömicos*, 40(2), 259-293.

Fiszbein, A. & Schady, N. (2009).*Conditional Cash Transfers: Reducing Present and Future Poverty*. Washington DC: World Bank.

Garganta, S. y Gasparini, L. (2012). El impacto de un programa social sobre la informalidad laboral: el caso de la AUH en Argentina. *Documento de trabajo Nº133*, Centro de Estudios Distributivos, Laborales y Sociales (CEDLAS)

Glewwe, P. & Kassouf, A. (2012). The impact of the Bolsa Escola/Familia conditional cash transfers programmes on enrollment, drop put rates and grade promotion in Brazil. *Journal of Development Economics*, 97, 505-517.

Killingsworth, M. (1983), *Labour supply*, Cambridge: Cambridge University Press.

Mauricio, R. y Vazquez, G. (2014). Argentina: efectos del programa Asignación Universal por Hijo en el comportamiento laboral de los adultos. *Revista de la Cepal* 113, 121-144.

Martinez Correa, J y Tranjtenberg, L. (2016). Evaluación del impacto de la asignación universal por hijo para protección social sobre la informalidad laboral: profundización del caso argentino*. Anales LI reunión anual de la asociación Argentina de Política Económica.*

Ostry, J., Berg A. y Tsangarides G. (2014). "Redistribution, Inequality and Growth" *IMF Staff Discussion Note* 14/02 .Washington: Fondo Monetario Internacional.

Pautassi, L., Arcidiácono P. y Straschnoy M. (2013), "Asignación universal por hijo para la protección social de la Argentina. Entre la satisfacción de necesidades y el reconocimiento de derechos", *Serie Políticas Sociales*, N° 184 (LC/L.3662), Santiago de Chile, Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL).

Rawlings, M. & Wodon, Q. (2000). Does Child Labor Displace Schooling? *Economic Journal*, 100(462), 158-175.

Skoufias, E. y Di Maro, V. (2008). Conditional Cash Transfers, Adult Work Incentives, and Poverty.*Journal of Development Studies*, 44(7), 935-960.

Skoufias, E. & Parker, S. (2001). Conditional Cash Transfer and their impact on Child Work and Schooling: Evidence from PROGRESA Programa in Mexico. *Economía*, 2 (1), 45-94.

Wooldrigde, J. (2007). Diference-in-Diference Estimation. Lecture notes 10, Guido Imbens and James Wooldrigde course, *What's New in Econometrics*, NBER, Summer.

Volver al índice

Dinero e Inflación: Estimación Bayesiana con Vectores Autoregresivos

Brufman Juana – Martínez Cintia – Miliá Daniel
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
brufman@econ.uba.ar – cintiamartinezfed@gmail.com – daniel@economicas.uba.ar

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Análisis bayesiano, Modelos BVAR, Política monetaria, Inflación.

Resumen

La estadística bayesiana ha recobrado interés en las últimas décadas, debido a la posibilidad de actualización permanente de la información histórica que el investigador posee, respecto a distribuciones de probabilidad a priori del fenómeno en estudio. Esta metodología está llegando a todos los modelos de la Econometría, habiéndose desarrollado estimadores bayesianos para el modelo de regresión lineal y para series de tiempo. En este trabajo estimamos el modelo multiecuacional de McCallum y Nelson (2010), que analiza el rol del dinero en la generación de inflación con curva de Phillips aumentada y regla de Taylor. La revisión metodológica comprende, en una primera acepción, a los modelos VAR cuya característica ateórica termina condicionando las estimaciones y su interpretación intertemporal. En una segunda instancia, se encuentran los modelos SVAR los cuales incorporan relaciones contemporáneas y no contemporáneas entre las variables aunque no logran recalibrar los cambios en las expectativas de los agentes, y en tercer lugar, a los BVAR o vectores autoregresivos bayesianos. Nuestra aplicación utiliza datos de Chile para el período 1980-2009, confirmando las conclusiones de los autores del modelo económico, acerca de la importancia de la emisión del dinero y su relación con las expectativas de los agentes económicos, el crecimiento del producto, el producto potencial y la tasa de interés.

1 Introducción

La incorporación de estimadores bayesianos a la Econometría es reciente en el trabajo empírico, si bien Zellner ya en 1971 hizo su aporte fundamental en *An Introduction to Bayesian Inference in Econometrics*; posteriormente Poirer retomó esta línea de investigación en 1995. Estos y otros autores bayesianos, argumentan que el proceso de estimación no debería tener como último objetivo la obtención de valores fijos de parámetros, sino que dicho objetivo debería ser un continuo trabajo de actualización y mejoramiento de esos valores en el modelo, lo cual constituye el corazón de la estadística bayesiana: la toma de muestras para el recalculo periódico de valores paramétricos.

En el campo de la Economía, la modelización de Expectativas Racionales constituyó un punto de inflexión favorable hacia la inferencia bayesiana; en efecto; esta metodología permite que el agente económico incorpore información previa a la toma de decisiones y posibilita su actualización constante a la luz de nuevas observaciones. En este sentido, el enfoque bayesiano constituye un modelo explícito de aprendizaje, en correspondencia con el modelo de aprendizaje en investigación.

Los vectores autoregresivos (VAR) introducidos por Sims (1980) se caracterizan por ser herramientas de gran utilidad en la modelización conjunta de variables macroeconómicas, en especial para fines predictivos. Sin embargo, este tipo de modelos no están exentos de ciertos inconvenientes; entre ellos, se puede destacar el problema de la sobreparametrización, ya que los VAR, aún para modelos que pueden considerarse pequeños, involucran una cantidad considerable de parámetros a estimar; esto se da en el contexto de la realidad macroeconómica, en donde habitualmente se dispone de pocas observaciones para estimar tales parámetros, y a veces están sesgadas por problemas de medición, imprimiéndoles a estos modelos un desempeño predictivo pobre.

A fin de eludir tal problema, Litterman (1985) en su trabajo pionero utilizó el enfoque bayesiano en la estimación de los VAR, incorporando conocimiento previo respecto a los parámetros, independiente de la información muestral: estos modelos, se conocen en la literatura como vectores autoregresivos bayesianos (BVAR). Desde entonces, se desarrolló una intensa actividad de investigación en torno a los modelos BVAR, destacándose los aportes de Doan, Litterman, y Sims (1986) sobre BVAR con coeficientes variables en el tiempo, Sims y Zha (1998) sobre BVAR estructurales, Ciccarelli y Rebucci (2003) y Brandt y Freeman (2006).

En este trabajo, realizamos un análisis de la metodología BVAR en la segunda sección; en la tercera se selecciona un modelo multiecuacional de la literatura económica, para analizar el rol del dinero en la generación de inflación; en la cuarta sección se justifica la selección del país y muestra temporal de datos, llevándose a cabo la estimación bayesiana del modelo propuesto. En la quinta y última parte se efectúa la discusión de resultados y conclusiones.

2 Metodología econométrica: los modelos BVAR

2.1 Modelos VAR con inferencia clásica

Un modelo VAR de orden p, tiene la siguiente representación:

$$y_t = m + \Phi_1 y_{t-1} + \Phi_2 y_{t-2} + \cdots + \Phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

Dónde:

$y_t \in R^k$: vector columna; y_t se supone proceso estacionario.

$m \in R^k$: vector columna de constantes.

$p \in N$: cantidad de rezagos de la variable.

Φ_i: matriz de coeficientes de dimensión $k \times k$, para $i = 1,\ldots,p$.

$\varepsilon_t \in R^k \sim N\ (0,\Sigma)$: proceso ruido blanco, tal que:

$$E(\varepsilon_t) = 0 \quad y \quad E(\varepsilon_t\ \varepsilon_s^{'}) = \begin{cases} \Sigma\ si\ s = t \\ 0\ si\ \ s \neq t \end{cases}$$

Siendo Σ una matriz simétrica definida positiva y ε_t un vector de shocks aleatorios. Cada ecuación del VAR se puede expresar de la siguiente manera: $y_{i,t} = m_i + \sum_{s=1}^{p} \sum_{j=1}^{k} \phi_{i,j}^{s}\, y_{j,t-s} + \varepsilon_{it}$ (a)

El modelo VAR tradicional se estima sólo con información muestral, mediante el método de máxima verosimilitud condicional, o bien mediante mínimos cuadrados generalizados. En los BVAR, con el objetivo de eludir los problemas de sobreparametización, Litterman (1985) y Doan, Litterman, y Sims (1986) incluyeron información previa sobre los parámetros de los VAR, información que se refiere a supuestos acerca de posibles valores a ser estimados, independientemente de la información generada por la muestra, de acuerdo a lo que expondremos a continuación.

2.2 Enfoque Bayesiano

En el enfoque bayesiano, a diferencia del frecuentista, los parámetros no se consideran constantes, sino variables aleatorias y por tanto, tienen funciones de densidad. En econometría bayesiana en general, queremos aprender algo del vector *θ,* basados en los datos *X*. Si indicamos con θ a la variable aleatoria o parámetro de interés, y con $g(\theta)$ su función de densidad, la formulación tradicional del teorema de Bayes postula que dada una muestra X, entonces la función de densidad de probabilidad condicional de *θ* sera:

$$g(\theta|X) = \frac{f(X|\theta)g(\theta)}{f(X)}$$

Donde:

$g(\theta)$: función de densidad a priori de θ.

$f(X|\theta)$: función de densidad muestral o de verosimilitud de la muestra.

$f(X) = \sum_{j=1}^{k} f\left(X\middle|\theta_j\right) g\left(\theta_j\right)$: es la función marginal de X.

$g\left(\theta \middle| X\right)$: función de densidad condicional a posteriori de θ; es la función de densidad del parámetro, dada la muestra X.

En otras palabras, la distribución de θ*,* dada la información muestral contenida en X, se resume en $g\left(\theta \middle| X\right)$. Resumiendo, esta función es proporcional a la función verosimilitud ponderada por la densidad a priori:

$$g\left(\theta \middle| X\right) \propto f(X|\theta)g(\theta)$$

La inclusión de información previa a través de la función de densidad a priori, es lo que se conoce en la literatura como enfoque bayesiano; la función $g(\theta)$ introduce la aleatoriedad en el modelo y la estimación de un modelo VAR con este enfoque se conoce como Vectores Autoregresivos Bayesianos (BVAR).

2.2.1 Distribución a priori de Litterman o *prior de Minnesota*[8]

Para deducir la densidad a priori, Litterman partió de los siguientes supuestos con respecto a las series macroeconómicas:

[8]Litterman fué investigador del Federal Reserve Bank of Minneapolis (Minnesota). De ahí viene el nombre de *prior de Minnesota*.

i) Las series macroeconómicas contienen una raíz muy cercana a la unidad en su representación autoregresiva.

ii) Valores más recientes de una serie contienen mayor información relevante para su valor actual que los valores pasados de la misma; es decir, los coeficientes que acompañan a valores rezagados de una determinada variable explicativa, tendrán mayor probabilidad de aproximarse a cero, en la medida que aumenta el orden del rezago. Esta convicción es lo que está detrás de la práctica convencional de cortar abruptamente los rezagos.

iii) De cara al pronóstico de una determinada variable, son de mayor utilidad sus propios valores rezagados que otras variables explicativas rezagadas. Algo bien conocido en la práctica de los pronósticos macroeconómicos.

En base a estos supuestos, Litterman propuso que una aproximación razonable para el comportamiento de una variable económica es un *random walk* en torno a un componente determinístico:

$y_{it} = m_i + y_{i,t-1} + \varepsilon_{it}\,; \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ (b)

Comparando (a) y (b), se tiene que :

$$\phi_{ij}^{s} = \begin{cases} 1\; si\; i = j \quad y\, s = 1 \\ 0 \text{ en todo otro caso} \end{cases}$$

Bajo estas restricciones, se asume que todos los parámetros tienen media cero excepto el coeficiente del primer rezago de la variable dependiente, el cual tiene media uno. Además, los parámetros se suponen no correlacionados entre sí y las desviaciones estándar de los coeficientes decrecen a medida que aumenta el número de rezagos.

Estas restricciones se traducen en la siguiente función de densidad para los coeficientes de las variables endógenas del modelo: $\phi_{ij}^{s} \sim N\left(\mu_{ij}^{s};\ \left(\gamma_{ij}^{s}\right)^2\right)$

con media $\mu_{ij}^{s} = \begin{cases} 1\; si\;\; i = j \quad y\, s = 1 \\ 0 \text{ en caso contrario} \end{cases}$ y desvío estándar $\gamma_{ij}^{s} = \begin{cases} \frac{\theta_0}{s^{\theta_2}} & si\; i = j \\ \frac{\theta_0 \theta_{ij}}{s^{\theta_2}} \frac{\widehat{\sigma}_i}{\widehat{\sigma}_j} \text{ en caso contrario} & \end{cases}$

con $\theta_{ij} = \begin{cases} 1 & si\; i = j \\ \theta_1 > 0 \text{ en caso contrario} & \end{cases}$

En donde: $\widehat{\sigma}_i$ es el estimador mínimo cuadrático de la desviación estándar de los residuos de la i-ésima variable en un modelo autorregresivo y $\frac{\widehat{\sigma}_i}{\widehat{\sigma}_j}$ es un factor de normalización.

θ_0, θ_1, y θ_2: se les denomina hiperparámetros (parámetros de la distribución a priori); son seleccionados de acuerdo a la información previa del investigador y su interpretación es como sigue: θ_0 es el desvío estándar en el primer *lag* de la variable dependiente; θ_1 es la ponderación de la variable y toma valores entre 0 y 1; θ_2 representa la tasa de decrecimiento con el número de lags.

Con respecto a la Prior de Minnesota, es importante señalar que solo se supone información previa para los coeficientes de las variables endógenas del modelo, es decir, Litterman no propone una distribución para coeficientes de las variables exógenas, para el componente determinístico o para la matriz de covarianzas. Asimismo, la distribución a priori que propone en su trabajo no proviene de ninguna teoría económica en particular, y las restricciones impuestas son más bien de carácter instrumental e intuitivo.

2.2.2 Función de verosimilitud y distribución a posteriori

Una vez que se ha propuesto una distribución previa para los parámetros, y dada la muestra observada, es posible obtener una distribución a posteriori de dichos parámetros, actualizando la información previa a través de los datos o función de verosimilitud.

Considerando que el modelo tiene un componente determinístico y que eventualmente se pudiesen incluir variables exógenas, en pos de estimar simultáneamente todos los parámetros del modelo (dada información previa o no), resulta conveniente reescribir cada ecuación del VAR reducido como un modelo de regresión lineal con restricción, de tal manera que para la *i*-ésima ecuación del VAR se tiene:

$$Y^i = X\beta^i + \varepsilon^i \quad , \quad \varepsilon^i \sim N(0, \sigma^2 I)$$

El estimador de β^i para un modelo de regresión lineal multivariado es:

$$\widehat{\beta^i} = (X'X)^{-1}X'Y^i$$

y si se adiciona una restricción que recoge toda la información previa presente en la priori de Minnesota:

$$r^i = R^i\beta^i + \nu^i, \quad \nu^i \sim N(0, \lambda^2 I)$$

En donde:

R^i: matriz diagonal, con entradas nulas correspondientes a las variables exógenas y θ_0/γ_{ijs} correspondiente al s-ésimo rezago de la j-ésima variable.

r^i: vector de ceros y unos correspondiente al primer rezago de la variable dependiente.

El estimador a posteriori de los coeficientes de este modelo de regresión lineal, dada la restricción descripta ut-supra es:

$$\hat{\beta}^i = \left(X'X + \frac{\sigma^2}{\theta_0^2}(R^i)'(R^i)\right)^{-1}\left(X'Y^i + \frac{\sigma^2}{\theta_0^2}(R^i)'r^i\right)$$

Obsérvese que este estimador combina la información muestral con la información a priori. Lo más interesante de esta metodología es que no sólo es posible obtener un estimador puntual de los coeficientes del VAR, sino también una distribución de dichos coeficientes, distribución a posteriori, con la cual es posible recalibrar constantemente el modelo conforme sucedan nuevas observaciones que cambien las perspectivas de los agentes.

3 El rol del dinero en la generación de inflación

Los principales objetivos de la política monetaria son la estabilidad de precios, la creación de empleos y el crecimiento económico. Como es sabido, estos objetivos han sido y son objeto de amplio debate académico, entre partidarios de la neutralidad y no neutralidad del dinero. McCallum y Nelson (2010) en su modelo para analizar el rol del dinero en la generación de inflación, cuestionan el desinterés del *mainstream* por este papel y elaboran un modelo de equilibrio general estocástico que comprueba la importancia de la variable dinero en el mecanismo de generación de inflación. El modelo neo keynesiano de estos autores se basa en 4 ecuaciones, a saber:

Una función de demanda de dinero con inercia en los precios, de acuerdo a la siguiente especificación:

$$\pi_{(t)} = \beta E_{t-1}\pi_{t+1} + k\left[E_{(t-1)}(y_t - \bar{y}_t)\right] \qquad \text{(1) \underline{Curva de Phillips}}$$

En donde:

π: es la tasa de inflación; $(y_t - \bar{y}_t)$: es la brecha entre el producto y el producto potencial o gap del producto.

Los agentes económicos que fijan sus precios hoy, lo hacen basados en el comportamiento pasado de las variables.

$$y_{(t)} = E_{(t-1)}y_{(t+1)} - \sigma\left[E_{(t-1)}(R_{(t)} - E_{(t-1)}\pi_{(t+1)})\right] + e_{(yt)} \qquad \text{(2) \underline{Curva IS}}$$

En donde:

y: es el producto; R: es la tasa de interés; $e_{(yt)}$: es un shock aleatorio del producto y $\sigma > 0$

De ahora en adelante, llamaremos a la diferencia entre paréntesis, “R menos Pi”, para simplificar.

Una ecuación para explicitar la política monetaria del Banco Central

$$R_{(t)}: \rho R_{(t-1)} + (1-\rho)(\varphi y_{(t)} - \omega\pi_{(t)}) + e_{(Rt)} \qquad \text{(3) \underline{Regla de Taylor}}$$

En donde:

R: es la tasa de interés; $e_{(Rt)}$: es el shock aleatorio de la tasa de interés.

De ahora en adelante, llamaremos a la diferencia entre paréntesis, “Pbi menos Pi”, para simplificar.

Las decisiones de inversión se basan en el crecimiento del producto y de la tasa de interés.

$$\Delta \log(M)_{(t)} = a + b\Delta \log\left(y_{(t)}\right) - c\Delta R_{(t)} + \Delta e_{(mt)} \qquad (4)$$

M: cantidad de dinero real; $\Delta e_{(mt)}$: shock aleatorio del dinero real.

Las ecuaciones (1) a (4) constituyen el modelo multiecuacional para la inflación que hemos seleccionado en este trabajo. McCallum y Nelson, mediante el análisis de las funciones de impulso- respuesta de su modelo de equilibrio general estocástico, concluyeron que:

a. El dinero y la inflación no sólo tienen una correlación muy alta, sino que es cercana a la equiproporcionalidad.
b. El crecimiento del dinero tiene efecto contemporáneo en la generación de inflación y además, de liderazgo.
c. El modelo está en descuerdo con la política monetaria que considera neutral al dinero.
d. Los resultados refuerzan la idea de que la teoría cuantitativa del dinero debería reconsiderarse como básica. Los shocks monetarios, IS y de producto, producen cambios permanentes en los niveles de dinero nominal y precios, y cambios temporales en el producto y la tasa de interés.

4 Estimación BVAR del rol del dinero en Chile para 1980-2009

4.1 Justificación de la selección del país y el período muestral

Para una primera estimación y en busca de datos con los cuales trabajar, Argentina no resulta la mejor alternativa, por los altos y volátiles niveles de inflación, a los cuales se suman las dudas acerca de los verdaderos índices de inflación desde el año 2007. Entonces, se buscó un país sudamericano en términos macroeconómicos más estable, desechando Ecuador por la dolarización de su economía en el año 2000 y Colombia, por las peculiaridades de la economía informal y del narcotráfico. Los posibles candidatos resultaron ser Brasil, Uruguay y Chile, seleccionándose en forma subjetiva el último.

Respecto a la tasa esperada de inflación: existían un par de alternativas factibles para calcular una variable proxy de la tasa esperada. La primera alternativa era una encuesta que lleva el Banco Central de Chile, pero sólo entre académicos y hombres de negocios. Por lo tanto, representa sólo una porción pequeña de las expectativas de la población. Por el mismo motivo, se desechó la alternativa de tomar la compensación de la inflación que se puede obtener del mercado de bonos.

En la línea de las expectativas adaptativas de Cagan, utilizamos un modelo univariado AR(8) (basada en la inflación efectivamente observada por toda la población en los 8 meses anteriores, de Abril a Noviembre del año previo); son meses que no se ven afectados por factores estacionales y de relativa estabilidad institucional.

4.2 Estimación del Modelo

A modo de análisis exploratorio, se estimó el modelo con metodología de ecuaciones simultáneas Seemengly Unrelated Regression (SUR) y MC2E. Para la segunda alternativa, se utilizaron valores rezagados de las endógenas como variables instrumentales, de manera tal de que los residuos superaron los tests de autocorrelación de primer y segundo orden, y de heterocedasticidad. Los coeficientes estimados por ambas metodologías no difieren mucho y especialmente, no difieren en signo y coinciden con los esperados por la teoría económica.

Finalmente, realizamos la estimación de un BVAR irrestricto con un rezago, para la cual se seleccionó la distribución a priori Litterman-Minnesota. Se incluyó una dummy para recoger el cambio de paradigma en la tasa de inflación, debido al éxito de la política de *inflation targeting.* Una vez realizada la estimación de los parámetros estructurales, analizamos las funciones impulso respuesta.

Respuestas a un shock de política monetaria

Podemos apreciar en la gráfica de la función, que a diferencia de Mc Callum y Nelson, la tasa de inflación no es liderada por el crecimiento del dinero; esto probablemente se debe a que la tasa de crecimiento de M2 varió alrededor del cero, debido a la política de *inflation targeting* aplicada por el gobierno desde 1985. (Figura 1.i). El incremento de la tasa de interés conduce al decrecimiento de la tasa de inflación y a su estabilización en aproximadamente seis períodos.

Respuestas a un shock de producto

Ante un impulso en la tasa del PBI, el impacto en la cantidad de dinero es más rápido que en la inflación, pero también más inercial en por lo menos 2 periodos, mientras que la tasa de interés responde aún más rápido que las dos anteriores, probablemente y nuevamente, debido a la política de *inflation targeting*. (Figura 1.ii)

Respuestas a un shock de la tasa de inflación

En confirmación de lo anterior, la política de inflation targeting logró estabilizar pi, lo cual puede verse en las respuestas de las cuatro endógenas a un impulso en pi: las cuatro se estabilizan después del 6to periodo, aunque en diferentes magnitudes. (Figura 1.iii)

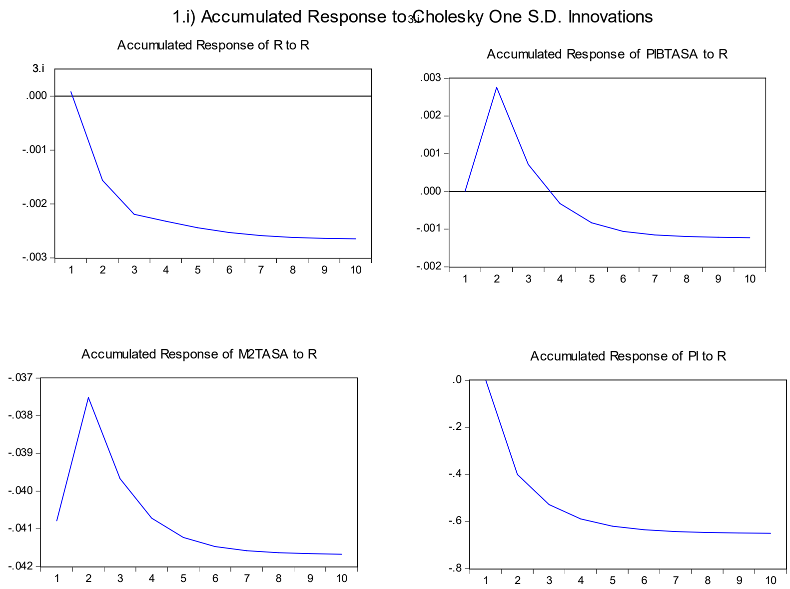


Figura 1. i) Respuestas acumuladas a un impulso de política monetaria

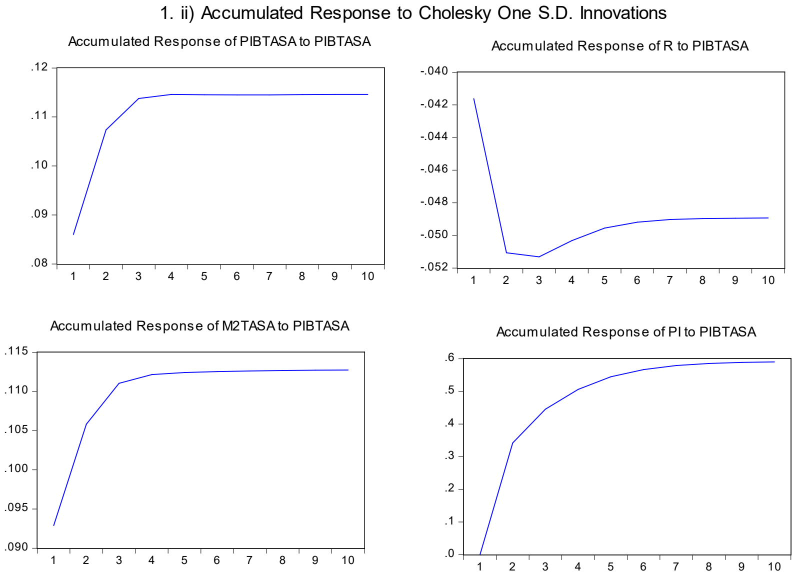


Figura 1. ii) Respuestas acumuladas un impulso de tasa de crecimiento del producto

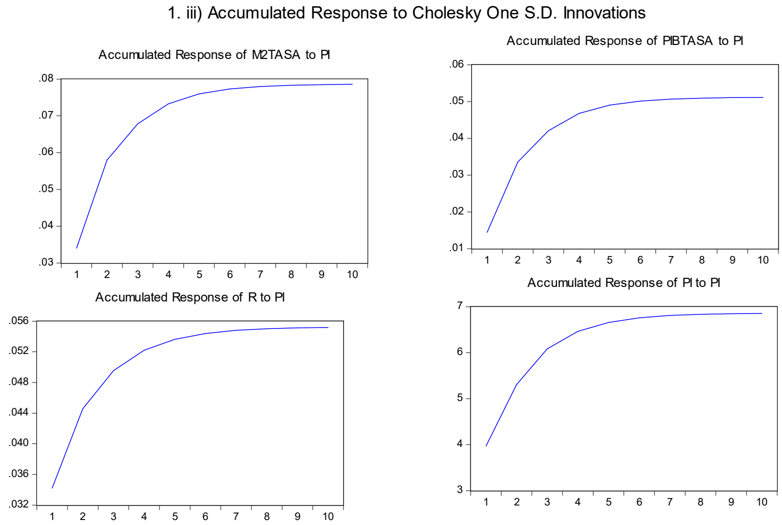


Figura 1. iii) Respuestas acumuladas a un impulso de tasa de inflación

5 Discusión de resultados y conclusiones

McCallum y Nelson, mediante el análisis de las funciones de impulso respuesta de su modelo de equilibrio general estocástico, concluyeron que el dinero y la inflación no sólo tienen una correlación muy alta, sino que es cercana a la equiproporcionalidad; el crecimiento del dinero tiene efecto contemporáneo en la generación de inflación y además, de liderazgo sobre pi; el modelo no respalda la política monetaria que no considera el efecto del dinero en la inflación y por último, sus resultados refuerzan la idea de que la teoría cuantitativa del dinero debería reconsiderarse como básica. Los shocks monetarios, IS y de producto, producen cambios permanentes en los niveles de dinero nominal y precios, y cambios temporales en el producto y la tasa de interés. Estas conclusiones se obtuvieron de un modelo de equilibrio general estocástico con valores de parámetros estructurales pensados para la economía de los Estados Unidos.

La estimación realizada en este trabajo, para Chile, con metodología BVAR, encuentra que el dinero también tiene un papel preponderante en la generación de inflación. Sin embargo, debido a la política monetaria del gobierno chileno para el periodo, ya comentada, el crecimiento del dinero no lideró a la tasa de inflación. Lo interesante de los resultados es que muestran la efectividad de la política monetaria aplicada, a través de las respuestas de la tasa de interés real a los shocks aleatorios, dado que la tasa de interés fue el principal instrumento utilizado para el *inflation targeting.*

Esperamos en trabajos posteriores, ahondar en las diferencias entre las distintas distribuciones a priori y a posteriori y analizar si la elección de una u otras posibilidades, modifica las conclusiones a las que hemos arribado. También, analizar si con posterioridad a la estabilización de la tasa de inflación en Chile, se puede observar finalmente, que la tasa de crecimiento del dinero lidera al a de la inflación y de que existe una casi equiproporcionalidad entre la fluctuación de ambas tasas.

Referencias

Brandt, P. y Freeman, J. (2006). Advances in bayesian time series modeling and the study of politics: Theory testing, forecasting and policy analysis. Political Analysis.

Ciccarelli, M. y Rebucci, A. (2003). Bayesian VARs: A Survey of the Recent Literature with an Application to the European Monetary System. International Monetary Fund, Working Paper.

Doan, T., Litterman, R. y C. Sims, C. (1986).Forecasting and conditional projection using realistic prior distributions. Federal Reserve Bank of Minneapolis, report 93. J. Lesage. 2005.

Fisher, M. y Seater, J.: “Long-run Neutrality and Superneutrality in an ARIMA Framework”. *The American Economic Review,* Vol. 83 n° 3.

Lucas, Robert (1972). "Expectations and the Neutrality of Money".*Journal ofEconomic Theory* 4, p. 103–124.

Martinez, C., Cirera, E., Jack, P., Couto, F. (2017): “Introducing Sliding Modes in Economics”. Seminario interno IIEP UBA-Conicet.

Urbisaia, H.; Brufman, J.; Martínez, C.; Rodríguez, E. (2007). “La modelización VAR aplicada a un problema de economía monetaria”. XXII *Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de C. Economicas y afines.*Septiembre 2007, Mendoza.

Walsh, C. (2010). Monetary Theory and Policy. The MIT Press, Cambridge, Massachusets.

Volver al índice

La Entropía de la Información, la Distribución de Probabilidad y la Esperanza Matemática

Ghersi Liliana
Facultad Ciencias Económicas, Universidad Buenos Aires
lbghersi@gmail.com

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Entropía marginal o condicional, Transinformación, Esperanza Matemática.

Resumen

En teoría de la información, la mínima cantidad de bits necesaria para codificar todos los significados posibles de un dato o mensaje asumiendo que todos son equiprobables se conoce como cantidad de información; en tanto que entropía o incertidumbre de un dato o mensaje es la mínima cantidad de bits necesaria para resolver la incertidumbre de un dato, que como se desprende del enunciado, coincide con la cantidad de información. En otras palabras, la entropía, mide la incertidumbre de una fuente de información y se la puede considerar como la cantidad de información esperada que contienen los símbolos usados, siendo los símbolos con menor probabilidad los que aportan mayor información. En el caso particular de que todos los símbolos tengan la misma probabilidad, la entropía alcanza su máximo.

Una extensión del concepto de entropía es el de entropía condicionada, que se aplica cuando en los procesos intervienen varias variables aleatorias, no necesariamente independientes, la cual mide la cantidad de incertidumbre residual acerca de una de las variables generada por el conocimiento de la otra u otras variables; siendo en este caso también un valor esperado. Como consecuencia de ambas entropías, surge el concepto de transinformación (información mutua) que es la medida de la incertidumbre compartida entre dos variables aleatorias y que viene dada por la diferencia entre la entropía de una de ellas y la entropía de la misma condicionada por la otra; con lo cual estamos ante la diferencia de dos valores esperados.

1 Desarrollo

Entropía, es una noción que procede de un vocablo griego y que puede asimilarse a cambio, giro o transformación (en sentido figurado). A partir del siglo XIX, momento en que se acuñó el concepto de entropía, aplicado a la física como la medida del desorden que puede verse en las moléculas de un gas, el concepto de entropía se diversifica y se aplica en diversas áreas de la ciencia; una de ellas es la informática, y es a la cual está enfocado este trabajo. Ahora bien, por qué se ha decidido encarar este trabajo dentro del área de la estadística aplicada, por la sencilla razón, que en 1877 Ludwig Boltzmann logró expresar matemáticamente este concepto a partir de la teoría de la probabilidad.

Entropía desde la teoría de la información: Incertidumbre de un Dato o Mensaje (Entropía): Es la mínima cantidad de bits necesaria para resolver la incertidumbre de un dato; coincide con su cantidad de información la cual, resulta ser la cantidad de información promedio que contienen los símbolos usados.

Si se tiene la variable “estaciones del año”

$$EA = \{verano; otoño; invierno; primavera\}$$

$$p(verano) = p(otoño) = p(invierno) = p(primavera) = 0{,}25$$

$$H(EA) = -[0{,}25 * \log_2(0{,}25) + 0{,}25 * \log_2(0{,}25) + 0{,}25 * \log_2(0{,}25) + 0{,}25 * \log_2(0{,}25)]$$

$$H(EA) = -(-2) = 2$$

Conviene puntualizar que son cuatro las estaciones del año y con dos dígitos se resuelve la cantidad de bits necesaria; $2^2=4$ (en lógica binaria)

Si se tiene la variable “meses del año”, obsérvese que:

Tabla 1. Entropía para los meses del año.

Meses	Probabilidad	Variable	Entropía
Enero	0,08333333….	-3,584962501	3,5849625
Febrero	0,08333333….	-3,584962501	
Marzo	0,08333333….	-3,584962501	
Abril	0,08333333….	-3,584962501	
Mayo	0,08333333….	-3,584962501	
Junio	0,08333333….	-3,584962501	
Julio	0,08333333….	-3,584962501	
Agosto	0,08333333….	-3,584962501	
Septiembre	0,08333333….	-3,584962501	
Octubre	0,08333333….	-3,584962501	
Noviembre	0,08333333….	-3,584962501	
Diciembre	0,08333333….	-3,584962501	

y $2^{3,5849625}=12$, que resulta ser la cantidad de meses del año, por lo tanto con cuatro dígitos (en lógica binaria) se resuelve la codificación de los mismos y como $2^4=16$ quedan códigos sin ser utilizados.

Definición: Sea una variable aleatoria que toma n valores, entonces tiene un grado de indeterminación inicial igual a n.

Si se toma como variable el logaritmo en base dos de la probabilidad, ya que la probabilidad es la medida de la incertidumbre de cada estado; y si se define la esperanza matemática de dicha variable, se tiene que:

$$E(\log_2(p(x)) = \sum_{i=1}^{n} \log_2\left(p(x_i)\right) * p(x_i) < 0 \rightarrow H(x) = -E(\log_2(p(x)) = -\sum_{i=1}^{n} \log_2\left(p(x_i)\right) * p(x_i) \quad (1)$$

Que nos da el valor esperado de información contenida en dicha variable aleatoria.

La entropía en un espacio discreto finito X: x_1; x_2;….. x_n, se calcula como:

$$-E(\log_2(p(x)) = -\sum_{i=1}^{n} \log_2\left(p(x_i)\right) * p(x_i) \qquad (2)$$

La entropía de mensajes de una letra, para lenguaje en que todas las letras (en total 27) tienen la misma frecuencia de presentación, es:

$$-\sum_{i=1}^{27} \log_2\left(\frac{1}{27}\right) * \frac{1}{27} = 4,7548875 \ (3)$$

Y $2^{4,7548875}$, resulta ser igual a 27 que es la cantidad de letras del lenguaje.

En tanto que para mensajes de lenguaje castellano (en total 27 letras), donde la frecuencia no es constante, es:4,02955929

Tabla 2. Entropía para mensaje de una letra, lenguaje castellano.

Letra	Porcentaje Español Ajustado	Log(p(X);2)=	Letra	Porcentaje Español Ajustado	Log(p(X);2)=	Letra	Porcentaje Español Ajustado	Log(p(X);2)=
A	12,5	-3	J	0,44	-7,82828076	R	6,86	-3,86564761
B	1,42	-6,13796526	K	0,01	-13,2877124	S	7,97	-3,64927647
C	4,6	-4,44222233	L	4,97	-4,33061034	T	4,6	-4,44222233
D	5,8	-4,10780329	M	3,1	-5,01158797	U	3,9	-4,68038207
E	13,6	-2,87832144	N	6,7	-3,89969509	V	0,9	-6,79585928
F	0,69	-7,17918792	Ñ	0,31	-8,33351607	W	0,02	-12,2877124
G	1	-6,64385619	O	8,67	-3,5278242	X	0,22	-8,82828076
H	0,7	-7,15842936	P	2,5	-5,32192809	Y	0,9	-6,79585928
I	6,25	-4	Q	0,87	-6,84476888	Z	0,5	-7,64385619

Debe tenerse en cuenta que la entropía es mayor cuando todas las letras tienen la misma probabilidad de ser elegidas; o sea que es cuando se presenta la mayor incertidumbre.

En tanto que para mensajes de lenguaje inglés (en total 26 letras), donde la frecuencia tampoco es constante, resulta ser: 4,178085074

Tabla 3. Entropía para mensaje de una letra, lenguaje inglés

Letra	Porcentaje Inglés Ajustado	Log(p(X);2)=	Letra	Porcentaje Inglés Ajustado	Log(p(X);2)=	Letra	Porcentaje Inglés Ajustado	Log(p(X);2)=
A	8,15	-3,61705613	J	0,15	-9,38082178	S	6,3	-3,98850436
B	1,48	-6,07825901	K	0,73	-7,09788782	T	9,05	-3,4659384
C	2,78	-5,16877131	L	4,01	-4,64025395	U	2,74	-5,1896803
D	4,24	-4,55979192	M	2,5	-5,32192809	V	1,03	-6,60121185
E	12,69	-2,97823603	N	6,72	-3,89539496	W	2,44	-5,35697504
F	2,27	-5,46116389	O	7,5	-3,73696559	X	0,15	-9,38082178
G	2,02	-5,6295009	P	1,92	-5,70274988	Y	1,96	-5,67300254
H	6,08	-4,03978487	Q	0,097	-10,0097276	Z	0,073	-10,4198159
I	6,95	-3,84684321	R	5,97	-4,06612526			

Vuelve a observarse que la entropía es mayor cuando todas las letras tienen la misma probabilidad de ser elegidas; o sea se presenta la mayor incertidumbre. Como la entropía del mensaje de una letra para el lenguaje inglés es mayor que para el lenguaje castellano, se deduce que la información que brinda una letra en el inglés es superior a la información que brinda en el castellano.

En definitiva, los símbolos con menor probabilidad son los que aportan mayor información; por ejemplo, si se considera como sistema de símbolos a las palabras en un texto, palabras frecuentes como "que", "el", "a" aportan poca información, mientras que palabras menos frecuentes como "corren", "niño", "perro" aportan más información. Si de un texto dado borramos un "que", seguramente no afectará a la comprensión y se sobreentenderá, no siendo así si borramos la palabra "niño" del mismo texto original. Cuando todos los símbolos son igualmente probables (distribución de probabilidad plana), todos aportan información relevante y la entropía es máxima. Desde esta óptica, se puede considerar a la entropía como la cantidad media de información que contienen los símbolos transmitidos.

Cantidad de Información:

Se entiende por cantidad de Información, a la mínima cantidad de bits necesaria para codificar todos los significados posibles de un dato o mensaje, asumiendo que todos son equiprobables; o sea es coincidente con la entropía cuando resulta ser máxima.

Sea ahora un alfabeto con dos letras; se demostrará que alcanza la mayor entropía cuando cada una de las letras tiene la misma probabilidad de ser elegida.

Tabla 4. Entropía para alfabeto de dos letras

x	p(x)
x1	P
x2	1-p

Demostración: $H(x) = -E(\log_2(p(x))) = -(p * \log_2(p) + (1-p) * \log_2(1-p))$

Para obtener el máximo, que se desea encontrar, se debe encontrar el valor de p que anula la primera derivada; por lo tanto:

$$\frac{\partial}{\partial p}(-(p * \log_2(p) + (1-p) * \log_2(1-p))) = 0$$

Y se tiene entonces que:

$$\frac{\partial}{\partial p}(-(p * \log_2(p) + (1-p) * \log_2(1-p))) = 0$$

$$\left(\log_2(p) + p\frac{1}{p}\log_2(e) - \log_2(1-p) + (1-p)\frac{-1}{1-p}\log_2(e)\right) = 0$$

$$\log_2(p) + \log_2(e) - \log_2(1-p) - \log_2(e) = 0$$

$$\log_2(p) - \log_2(1-p) = 0$$

$$\log_2\left(\frac{p}{1-p}\right) = 0 \rightarrow 2^{\log_2\left(\frac{p}{1-p}\right)} = 2^0 = 1 \rightarrow \left(\frac{p}{1-p}\right) = 1$$

Lo que equivale a plantear:

$$p = 1 - p \rightarrow 2p = 1 \rightarrow p = 0{,}5$$

Y lo que equivale a decir, que la máxima entropía se alcanza cuando ambas letras tiene la misma probabilidad de presentación.

Tabla 5. Entropía para alfabeto de dos letras variando los valores de probabilidad

p	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
H(x;p)	0,46899559	0,72192809	0,8812909	0,97095059	1	0,97095059	0,8812909	0,72192809	0,46899559

Y, si se tiene en cuenta que $2^1=2$, se puede afirmar que la cantidad de bits necesaria para codificar todos los estados es uno.

Gráficamente:

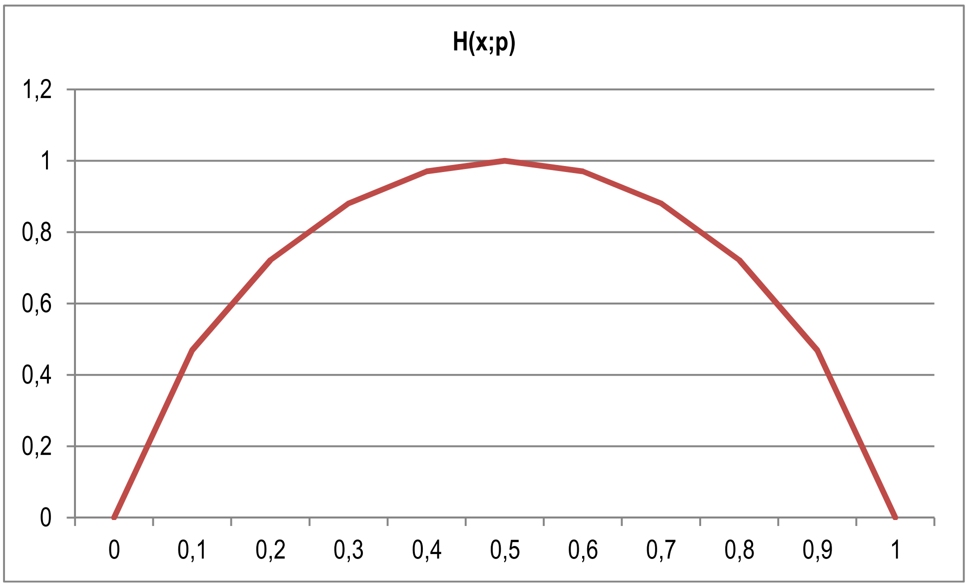


Gráfico 1. Entropía para alfabeto de dos letras variando los valores de probabilidad

Conclusión: A mayor entropía, mayor incertidumbre, mayor cantidad de bits necesarios para codificar todos los significados posibles de una dato.

Relación con una variable aleatoria con distribución Bernoulli: cuando la probabilidad del suceso definido como favorable coincide con la probabilidad del suceso definido como no favorable, se tiene una variable con máxima dispersión, o sea que conlleva a una mayor incertidumbre y por lo tanto es necesario contar con una mayor cantidad de bits para codificar los significados de los estados.

Entropía Condicionada

Esta entropía, mide la cantidad de incertidumbre residual acerca de la variable condicionada generada por el conocimiento de la variable que condiciona.

Supóngase que la variable X toma m valores distintos y que la variable y toma n valores distintos, entonces la entropía condicionada de X dada Y, deviene de:

$$H(x/y) = -\sum_{y=y_1}^{y_n}\sum_{x=x_1}^{x_m}\log_2 p\left(x_i / y_j\right) * p(x_i;y_j) = -\sum_{y=y_1}^{y_n}\sum_{x=x_1}^{x_m}\log_2 p\left(x_i / y_j\right) * p(y_j) * p(x_i / y_j) \quad (4)$$

La cual resulta ser el opuesto del valor esperado de la variable log(p(x/y)) (el logaritmo puede ser tomado en cualquier base), y donde H(X/Y) mide la cantidad de incertidumbre residual de la variable X resultante de la información que aporta la variable Y.

Se puede definir, asimismo, la entropía de Y condicionada por la variable X; para ello se deberá generar la variable log(p(y/x)) y obtener el opuesto del valor esperado de la misma. Se tendrá entonces:

$$H(y/x) = -\sum_{x=x_1}^{x_m}\sum_{y=y_1}^{y_n}\log_2 p\left(y_j / x_i\right) * p(x_i;y_j) = -\sum_{x=x_1}^{x_m}\sum_{y=y_1}^{y_n}\log_2 p\left(y_j / x_i\right) * p(x_i) * p\left(y_j / x_i\right) \quad (5)$$

Supóngase que se tienen las siguientes variables:

Tabla 6. Variables aleatorias X, Y

x	p(x)	y	p(y)
0	0,32	1	0,07
1	0,68	2	0,33
		3	0,6

Tabla 7. Distribución conjunta de X, e Y

p(x(0,1);y(1,2,3))	1	2	3	p(x)
0	0,02	0,1	0,2	0,32
1	0,05	0,23	0,4	0,68
p(y)	0,07	0,33	0,6	1

Las entropías marginales de cada una de las variables serán: H(x)=0,90438146 y H(y)=1,23855693

La distribución de X condicionada por Y será:

Tabla 8. Distribución condicionada de X, por Y

p(x/y)	1	2	3
0	0,28571429	0,3030303	0,33333333
1	0,71428571	0,6969697	0,66666667
p(x/y=1,2,3)	1	1	1

Tabla 9. Valores de $\log_2$(p(x/y))*p(x/y)

log(p(x/y);2)p(x/y)	1	2	3
0	-0,51638712	-0,5219594	-0,52832083
1	-0,34673345	-0,36300424	-0,389975
	-0,06041844	-0,292038	-0,5509775

La entropía de X=0 condicionada por Y= 1 será: H(x=0/y=1)=0,036147098

La cual, mide la cantidad de incertidumbre residual acerca de la variable (X=0) generada por el conocimiento de la variable (Y), cuando Y=1

En tanto que la entropía de X=0 condicionada por Y será: H(x=0/y)=0,525386201

Finalmente, la entropía de X condicionada por Y será:H(x/y)=0,9034394

La cual deviene de:

$$H(x/y) = -\sum_{y=1}^{3}\sum_{x=0}^{1} p(x_i;y_j) * \log p\left(x_i/y_j\right) = -\sum_{y=1}^{3}\sum_{x=0}^{1} p(y_j) * p(x_i/y_j) * \log p\left(x_i/y_j\right) \quad (6)$$

Que como ya se dijo, mide la cantidad de incertidumbre residual acerca de la variable (X) generada por el conocimiento de la variable (Y)

Y la entropía condicionada de Y por el conocimiento de la variable X, será: H(y/x)=1,237609411

La entropía conjunta vendrá dada por:

$$H(x;y) = -\sum_{x=x_1}^{x_m}\sum_{y=y_1}^{y_n} \log_2(p(x;y)) * p(x_i;y_j) \quad (7)$$

Y resultará ser: H(x;y)= 2,14199087

Ahora bien, la entropía conjunta, resulta ser menor a la suma de las entropías marginales e igual a la suma entre una entropía marginal y una entropía condicionada

$$\begin{gathered} H(x;y) < H(x) + H(y) \\ H(x;y) = H(x) + H(y/x) = H(y) + H(x/y) \end{gathered} \quad (8)$$

Relaciones que pueden comprobarse a partir del ejemplo desarrollado:

Tabla 10. Comprobación de valores

H(x)=	0,90438146	H(y/x)=	1,23760941
H(y)=	1,23855693	H(x/y)=	0,90343394
H(x;y)=	2,14199087	H(x)+H(y)=	2,14293839
H(x)+H(y/x)=	2,14199087	H(y)+H(x/y)=	2,14199087

Transinformación o Información Mutua:

Es una medida de la incertidumbre compartida entre dos variables aleatorias:

$$I(x;y) = -\sum_{x=x_1}^{x_m}\sum_{y=y_1}^{y_n}\log_2\left(\frac{p(x_i)*p(y_j)}{p(x_i;y_j)}\right)*p(x_i;y_j) = -\sum_{x=x_1}^{x_m}\sum_{y=y_1}^{y_n}\log_2\left(p(x_i)*p(y_j)\right)-\log_2 p(x_i;y_j)*p(x_i;y_j) \quad (9)$$

Que cumple:

$$I(x;y) = H(x) - H(x/y) = H(y) - H(y/x) \quad (10)$$

Tabla 11. Comprobación de valores

I(x;y)=	0,00094752
I(x;y)=H(x)-H(x/y)	0,00094752
I(x;y)=H(y)-H(y/x)	0,00094752

Finalmente:

$$H(x;y) = H(x) + H(y) - I(x;y) \quad (11)$$

Tabla 12. Comprobación de valores

H(x;y)=	2,14199087
H(x)+H(y)-I(x;y)=	2,14199087

2 Conclusiones y trabajos futuros

Es notorio, cómo al definir la variable, los conceptos de distribución y esperanza matemática pueden tener una aplicación tan diversa, que se hacen imprescindibles para otras áreas de la ciencia, en este caso el de teoría de la información. En el futuro el trabajo será completado y orientado a la seguridad informática, áreas que en la actualidad desvela a gobiernos, empresas y organizaciones de infinidad de alcances.

Referencias

Becker, M. Pietrocola, N. y Sánchez, C. (2001). *Aritmética*. Red Olimpia. Argentina

Bishop, D. (2003*). Introduction to Cryptography with Java TM Applets, Jones and Bartlett Publishers, Sudbury M.*

de Bustos Pérez, J. A. Criptografía. Hispalinux. Castilla y León.

Lucena López, M.J. (2010). *Criptografía Y Seguridad En Computadores*. Universidad de Jaén.

García, E, López, M. A., Ortega, J. (2005). *Una Introducción a la Criptografía*. Universidad de Castilla.

Hecht, P. (2006). *Fundamentos de Computación Cuántica para su Aplicación en la Teoría de la Información Cuántica y Criptografía Cuántica v2.2*. U.B.A. Argentina

Ramió Aguirre, J. (2006). *Libro Electrónico De Seguridad Informática Y Criptografía*. Universidad Politécnica De Madrid. España

Ramió Aguirre, J. (1998). *Aplicaciones criptográficas*. Escuela Universitaria de Informática. Universidad Politécnica de Madrid.

https://es.wikipedia.org/wiki/Entropía_(información) Consultado en diversas oportunidades, última vez 25/07/2017

Volver al índice

Predicciones con Regresión Logística

Vietri Silvia – Del Duca Silvina
Facultad de Ciencias Económicas. Programa de Educación a Distancia de la Universidad de Buenos Aires, Universidad de Buenos Aires
silvia.vietri@gmail.com – silvinadelduca@gmail.com

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Regresión Logística, Inferencia, Interpretación de Coeficientes

Resumen

La regresión logística es una de las técnicas estadísticas más conocidas y utilizadas para modelar una variable respuesta categórica en función de variables predictoras continuas o categóricas. Forma parte de los modelos lineales generalizados, (introducidos por McCullagh y Nelder, 1989) y se aplica a distintos campos como la economía, epidemiología, ecología, sociología, etc. Particularmente en el área de la economía, modela y predice adecuadamente fenómenos asociados a los sectores bursátiles, bancarios y de seguros.
A diferencia del análisis discriminante, la regresión logística, no requiere supuestos tan estrictos y es más robusta cuando estos supuestos no se cumplen; además tiene similitudes con la regresión múltiple, pero permite predecir la probabilidad de ocurrencia de un suceso determinado.
En el presente trabajo, se aplica la teoría de regresión logística a un caso relacionado con el sector bursátil. Para un conjunto de acciones, se tomaron 1250 observaciones correspondientes a días consecutivos, donde cada día se registraron los valores de las variables**:** Lagi con i: 1,…,5 (indica el porcentaje de retorno en el i-ésimo día de negociación previo al observado), Volumen (cantidad de acciones negociadas el día anterior, en miles de millones), Hoy (porcentaje de retorno en la fecha en cuestión) y Dirección (variable dicotómica que indica si el mercado subió o bajó en la fecha de análisis, en función de lo observado en la variable Hoy).
A partir de los datos, se ajustó un modelo de regresión logística para predecir la variable Dirección aplicando el software libre R y se extrajeron conclusiones.

1 Introducción

El modelo de regresión logística se aplica como técnica estadística adecuada cuando la variable respuesta Y con la que se trabaja, es politómica (admite varias categorías de respuesta), pero es especialmente útil, cuando en particular la variable de respuesta Y es dicotómica.

En la *regresión logística* se predice directamente la probabilidad de ocurrencia de un suceso. Los valores de la probabilidad varían entre cero y uno, pero el valor predicho debe estar acotado para que caiga en el rango de cero y uno.

Para definir una relación acotada por cero y uno, la *regresión logística* utiliza una función entre las variables dependiente e independientes, donde, si Y = 1 indica que el suceso evaluado en la variable respuesta ocurre con probabilidad p,

$$\left\{ p = P(Y = 1/x_1, x_2, \ldots x_k) = \frac{1}{1 + e^{(-\beta_0 - \beta_1 x_1 - \ldots\ldots \beta_k x_k)}} \right\} \quad (1)$$

con $x_1, \ldots. x_k$ valores de las variables explicativas del modelo.

La *regresión logística* deriva su nombre de la *transformación logística* utilizada con la variable dependiente. Cuando se utiliza esta transformación, la *regresión logística* y sus coeficientes tienen un sentido diferente del que encontramos en la regresión con una variable dependiente cuantitativa.

El procedimiento que calcula el *coeficiente logístico,* compara la probabilidad de la ocurrencia de un suceso, con la probabilidad de que el mismo no ocurra. El cociente que se plantea se denomina odds ratio y es igual a:

$$odds\ \ ratio = \frac{P(ocurrencia)}{P(noocurrencia)} \left\{ \frac{p}{1-p} = e^{\beta_0+\beta_1 x_1+....+\beta_k x_k} \right\} (2)$$

Si aplicamos una transformación logarítmica a p, se podrá evaluar más fácilmente el efecto de los coeficientes de la función planteada, sobre la probabilidad (coeficiente real y transformado):

$$\log it(p) = \ln(odds\ \ ratio) = \ln(\frac{p}{1-p}) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + ... + \beta_k x_k \ (3)$$

A partir de esta transformación, el signo de cada $\beta_i \quad i = 1,..., k$ indica la variación en la probabilidad ante un cambio unitario en $x_i$cuando el resto de las variables permanecen constantes.

Por ejemplo, si $\beta_i > 0$, manteniendo fijo el resto de las variables, su transformación e^{β_i} será mayor a 1 y el *odds ratio* aumentará, pues la probabilidad prevista de *ocurrencia* de un suceso aumenta y la probabilidad prevista de su *no ocurrencia* disminuye.

En cambio, si $\beta_i < 0$, manteniendo fijo el resto de las variables, la transformación e^{β_i} será menor a 1 y el *odds ratio* disminuye, pues la probabilidad prevista de *ocurrencia* de un suceso disminuye y la probabilidad prevista de su *no ocurrencia* aumenta.

Cuanto más próximo es β_i a cero, se interpreta que la variable respuesta Y es independiente de x_i , ya que la probabilidad de ocurrencia no difiere de la de no ocurrencia.

El coeficiente β_0 es el valor del logaritmo de la ventaja de la ocurrencia, respecto de la no ocurrencia cuando $x_1 = ... = x_k = 0$, o bien cuando los $\beta_i = 0 \quad i = 1,...,k$

Como además

$$p = \left\{ \frac{odds}{1+odds} = \frac{e^{\beta_0+\beta_1 x_1+....+\beta_k x_k}}{1+e^{\beta_0+\beta_1 x_1+....+\beta_k x_k}} \right\}, (4)$$

una vez estimadoslos parámetros $\beta_i \quad i = 0,...,k$ del modelo, aplicando el método de máxima verosimilitud, se puede estimar la probabilidad de ocurrencia asociada a la variable Y.

2 Trabajo de campo

2.1 Materiales y métodos

Se trabajó con una base de datos proveniente de la bolsa de valores, que contiene los movimientos diarios en el índice bursátil Standard & Poor's 500 (S&P), durante un período de 5 años, entre 2001 y 2005. Para cada fecha, se registraron los retornos porcentuales para cada uno de los 5 días previos, Lag1 hasta Lag5. También se registraron las variables Volumen (la cantidad de acciones negociadas el día anterior, en miles de millones), Hoy (el porcentaje de rendimiento, en la fecha en cuestión) y Dirección (indica si el mercado cerró en alza o en baja de acuerdo a la variable Hoy). Para ajustar la regresión logística, se empleó el software libre R versión 3.4.1 (2017-06-30). La base de datos es la Smarket.rda, que es parte de la biblioteca ISLR (Data for an Introduction to Statistical Learning with application).

2.2 Análisis exploratorio

Se realizó un análisis exploratorio de la base de datos mencionada, donde se calcularon las medidas resumen que se exhiben en la Tabla 1.

La función *cor()* del programa R, produce una matriz que contiene todas las correlaciones entre pares de variables predictoras del conjunto de datos. Dicha matriz se muestra en la Tabla 2.

Tabla 1. Medidas descriptivas resumen de todas las variables del problema

```
> Summary (Smarket)

Año                    Lag1                   Lag2
Min.:2001     Min.     :-4.9220     Min.   :-4.9220
1st Qu.:2002     1st Qu.  :-0.6395     1st Qu.:-0.6395
 Median    :2003     Median   : 0.0390     Median : 0.0390
 Mean      :2003     Mean     : 0.0038     Mean   : 0.0039
3rd Qu.:2004     3rd Qu.  : 0.5967     3rd Qu.: 0.5967
 Max.      :2005     Max.     : 5.7330     Max.   : 5.7330

Lag3Lag4              Lag5 Min.     :-4.9220    Min.    :-4.9220     Min.
:-4.922
1st Qu.  :-0.6400    1st Qu. :-0.6400     1st Qu :-0.6400
Median   : 0.0385    Median  : 0.0385     Median : 0.0385
Mean     : 0.0017    Mean    : 0.0016     Mean   : 0.0056
3rd Qu.  : 0.5967    3rd Qu. : 0.5967     3rd Qu : 0.5970
Max.     : 5.7330    Max.    : 5.7330     Max.   : 5.7330
Volumen              Hoy            Dirección
Min.    :0.3561      Min.    :-4.9220     Baja   :  602
1st Qu. :1.2574      1st Qu. :-0.6395     Alza   :  648
Median  :1.4229      Median  : 0.0385
Mean    :1.4783      Mean    : 0.0031
3rd Qu. :1.6417      3rd Qu. : 0.5967
Max.    :3.1525      Max.    : 5.7330
```

Tabla 2. Matriz de Correlaciones entre pares de variables predictoras del modelo

```
>cor(Smarket[,-9])
```

	Año	Lag1	Lag2	Lag3	Lag4	Lag5	Vol	Hoy
Año	1.000	0.0296	0.0305	0.0331	0.0356	0.0297	0.5390	0.0300
Lag1	0.0296	1.0000	-0.0262	-0.0108	-0.0029	-0.0056	0.0409	-0.0261
Lag2	0.0305	0.0262	1.0000	-0.0258	-0.0108	-0.0035	-0.0433	-0.0102
Lag3	0.0331	-0.0108	-0.0258	1.0000	-0.0240	-0.0188	-0.0418	-0.0024
Lag4	0.0356	-0.0029	-0.0108	-0.0240	1.0000	-0.0270	-0.0484	-0.0068
Lag5	0.0297	-0.0056	-0.0035	-0.0188	-0.0270	1.0000	-0.0220	-0.0348
Vol	0.5390	0.0409	-0.0433	-0.0418	-0.0484	-0.0220	1.0000	0.0145
Hoy	0.0300	-0.0261	-0.0102	-0.0024	-0.0068	-0.0348	0.0145	1.0000

Como era esperable, las correlaciones entre las variables Lag y los retornos correspondientes a la variable Hoy, son cercanos a cero. Es decir, hay poca correlación entre los retornos del día de análisis y los retornos de los días previos. La única correlación sustancial que se observa, es entre las variables Año y Volumen (año y volumen negociado).

En el Gráfico 1 a continuación, se muestra a partir del gráfico de dispersión, que la variable Volumen se incrementa a través del tiempo.

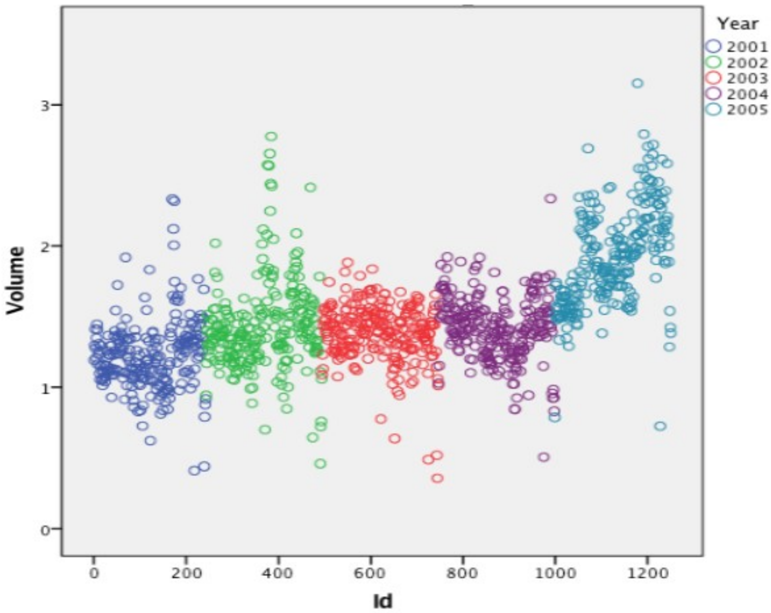


Gráfico 1. Gráfico de dispersión de la variable volumen en función de la variable Año

3 Desarrollo

En esta sección se ajustó un modelo de regresión logística, para predecir la variable categórica que indica si el mercado cerró en alza o en baja en la fecha en cuestión (Dirección*)*, usando los retornos porcentuales para cada uno de los 5 días previos(Lag1 hasta Lag5) y la cantidad de acciones negociadas el día anterior, en miles de millones (Volumen).

La función *glm()* ajusta modelos lineales generalizados, que es una clase de modelos que incluye a la regresión logística. En la sintaxis de R de esta función, para correr una regresión logística en lugar de otro tipo de modelo lineal generalizado, debemos indicar el argumento *family=binomial*. Los resultados del ajuste se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3. Estimadores de los parámetros de la regresión logística, con p valores asociados

```
>glm.fits=glm (Dirección~Lag1+Lag2+Lag3+Lag4+Lag5+Volumen,
data=Smarket,family=binomial)
>summary(glm.fit)
Call:

glm(formula = Dirección ~ Lag1 + Lag2 + Lag3 + Lag4 + Lag5 +

    Volumen, family = binomial, data = Smarket)

Deviance Residuals:
   Min      1Q     Median      3Q     Max
-1.446   -1.203   1.065     1.145   1.326
Coefficients:
           Estimate Std.     Error       z value   Pr(>|z|)
Intercept   -0.1260          0.2407      -0.523     0.601
Lag1        -0.0730          0.0501      -1.457     0.145
Lag2        -0.0423          0.0500      -0.845     0.398
Lag3         0.0110          0.0499       0.222     0.824
Lag4         0.0093          0.0499       0.187     0.851
Lag5         0.0103          0.0495       0.208     0.835
Volumen      0.1354          0.1583       0.855     0.392
(Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)
    Null deviance: 1731.2  on 1249  degrees of freedom
Residual deviance: 1727.6  on 1243  degrees of freedom
AIC: 1741.6
Number of Fisher Scoring iterations: 3
```

Como se observa, el p-valor más chico (0,145), es el asociado a la variable Lag1. El coeficiente negativo para este predictor, sugiere que si el mercado tuvo un retorno positivo ayer, entonces es menos probable que suba hoy. Sin embargo, un p-valor de 0,145 es todavía relativamente alto, por lo que no hay clara evidencia de una asociación real entre Lag1 y Dirección.

La función predict() del R, se puede usar para predecir la probabilidad de que el mercado suba, dado los valores de las variables predictoras. La opción *type="response"* le indica a R que la salida tiene que ser de la forma

P (Y = 1|X), en contraposición a otra información como el logit. Si no se suministra ningún conjunto de datos a la función *predict()*, entonces las probabilidades son calculadas para el conjunto de datos que fue usado para ajustar el modelo de regresión logística.

Las siguientes 10 probabilidades que se indican en la Tabla 4 que se exhibe a continuación, corresponden a las probabilidades de que el mercado cierre en alza, ya que la función *contrasts()* utilizada, indica que el software R creó la variable dummy, con el valor 1 cuando el mercado cuando esto ocurre.

Tabla 4. Probabilidades de Alza del mercado para los primeros 10 datos utilizados

```
> glm.probs=predict(glm.fits,type="response")
>glm.probs[1:10]

 1        2       3      4      5        6       7      8      9      10

0.5070  0.4814  0.4811 0.5152  0.510   0.5069  0.4926  0.5092 0.5176 0.4888

>contrasts(Dirección)
```

Para hacer una predicción de si el mercado cerrará en alza o en baja un día particular, se convirtieron estas probabilidades predichas en etiquetas de clase, Alza o Baja, creando un vector de predicciones de clase, que clasifica si el mercado está o no en alza, teniendo en cuenta si la probabilidad predicha de un cierre del mercado, es mayor o menor que 0,5.

El primer comando creó un vector de 1.250 elementos con etiqueta "Baja". La segunda línea transformó en etiqueta "Alza" todos los elementos cuya probabilidad predicha de alza, excedían el valor 0,5. Dadas estas predicciones, la función *table()* se usó para generar la matriz (llamada matriz confusión), que permite determinar cuántas observaciones fueron correctamente o incorrectamente clasificadas.

En la Tabla 5., se muestra la matriz de confusión para todas las observaciones dadas.

Tabla 5. Matriz de confusión del ajuste considerando todos los datos

```
>table(glm.pred,Dirección) Dirección
glm.pred           Baja   Alza
Baja              145      141

Alza              457      507

> (507+145)/1250

[1] 0.5216
```

Los elementos en la diagonal de la matriz confusión, indican las predicciones correctas, mientras que los elementos fuera de la diagonal, representan las predicciones incorrectas.

Nuestro modelo predijo correctamente que el mercado subiría 507 días y que bajaría 145 días, dando un total de 507+145=652 predicciones correctas.

La función *mean()* se utiliza para calcular la fracción de días para los cuales la predicción fue correcta.

En este caso, la regresión logística predijo correctamente los movimientos del mercado el 52,2% de las veces. A primera vista, parece que el modelo de regresión logística funciona un poco mejor que el azar. Sin embargo, este resultado es engañoso porque nosotros entrenamos y testeamos el modelo con el mismo conjunto de 1.250 observaciones. En otras palabras, 100-52,2=47,8% es la tasa de error de entrenamiento.

La tasa de error de entrenamiento es usualmente demasiado optimista, ya que tiende a subestimar la tasa de error de prueba. Para evaluar mejor la exactitud del modelo de regresión logística, se ajustó a continuación, usando parte de los datos y examinando qué tan bien predecía en los datos restantes.

Esto daría una tasa de error más realista, en el sentido de que en la práctica estaremos interesados en el rendimiento de nuestro modelo, no en los datos que usamos para generarlo, sino en los días futuros para los cuales los movimientos del mercado son desconocidos.

Para implementar esta estrategia, se creó un vector con las observaciones desde el año 2001 hasta el año 2004, que se usó como conjunto de entrenamiento (son 998 registros). Los datos restantes, con las observaciones del 2005, se usaron para validar el modelo (los restantes 252 registros).

Ajustando un modelo de regresión logística solamente con las observaciones correspondientes a los datos del 2001 al 2004, una vez efectuado el ajuste, se obtuvieron las probabilidades predichas de la bolsa de valores, para cada uno de los días en nuestro conjunto de prueba (los días del 2005).

Es interesante destacar que hemos entrenado y testeado nuestro modelo en dos conjuntos de datos completamente separados: el entrenamiento fue realizado usando sólo los datos anteriores a 2005, y la prueba fue realizada usando sólo los datos de 2005.

A partir de este último ajuste, se calcularon las predicciones para 2005 y se compararon con los movimientos reales del mercado en el mismo período de tiempo. (Tabla 6)

Tabla 6. Matriz de confusión con predicciones para datos correspondientes al año 2005

```
> glm.pred=rep("Baja",252)
>glm.pred[glm.probs>.5]="Alza"
>table(glm.pred,Dirección.2005)
        Dirección.2005
glm.pred     Baja     Alza
    Baja     77        97
    Alza     34        44
>mean(glm.pred==Dirección.2005)
[1] 0.4801587
>mean(glm.pred!=Dirección.2005)
[1] 0.5198413
```

La notación != significa que no es igual, por lo que el último comando calcula la tasa de error del conjunto de prueba.

Como se aprecia, el resultado no es alentador: la tasa de error en el conjunto de prueba es aproximadamente igual 52%. De todas maneras este resultado no sorprende, ya que es esperable que no deberíamos ser capaces de usar los retornos de los días previos para predecir el comportamiento futuro del mercado.

4 Resultados

Recordemos que el modelo de regresión logística presentó p-valores muy poco favorables, asociados con todos los predictores y que el p-valor más pequeño (aunque no muy pequeño) correspondía a Lag1.

Teniendo en cuenta este resultado, se probó remover las variables que parecían no ayudar a predecir la variable Dirección, con el objetivo de obtener un modelo más efectivo.

La idea es que, usando predictores que no tienen relación con la respuesta, éstos , se supone causan un deterioro en la tasa de error en el conjunto de prueba (ya que tales predictores causan un aumento de la varianza sin una disminución correspondiente en el sesgo), de manera que removiendo tales predictores podrían producir una mejora.

A continuación en la Tabla 7, se muestran los resultados luego de reajustar la regresión logística usando sólo las variables Lag1 y Lag2, que parecían tener el mayor poder predictivo en el modelo de regresión logística original.

Tabla 7. Resultados de la matriz de confusión del ajuste considerando las variables Lag1 y Lag2

```
>glm.fits=glm(Dirección~Lag1+Lag2,data=Smarket,family=binomial,subset=train
)
> glm.probs=predict(glm.fits,Smarket.2005,type="response")
> glm.pred=rep("Baja",252)
>glm.pred[glm.probs>.5]="Alza"
>table(glm.pred,Dirección.2005)
        Dirección.2005
glm.pred     Baja    Alza
    Baja      35      35
    Alza      76     106
>mean(glm.pred==Dirección.2005)
[1] 0.5595238
> 106/(106+76)
[1] 0.5824176
```

Se observó que el resultado parece ser más favorable: aproximadamente el 56% de los movimientos diarios fueron predichos correctamente. La matriz confusión sugiere que en los días en que la regresión logística predice que el mercado cierra en baja, sólo es correcto el 50% de las veces. Sin embargo, en los días en que predice un aumento en el mercado, tiene una tasa de exactitud del 58%.

Finalmente, se planteó predecir los retornos asociados con valores particulares de Lag1 y Lag2, a partir de lo ajustado

En particular, se intentó predecir la dirección del mercado en un día en que Lag1 y Lag2 sean iguales a 1,2 y 1,1 respectivamente; y en un día en que sean iguales a 1,5 y -0,8 respectivamente.

Para ello se usó la función *predict() de R.* Los resultados se muestran en la Tabla 8**.**

Tabla 8. Estimaciones de la Dirección del mercado para dos conjuntos de valores de las variables Lag1 y Lag2

```
predict(glm.fits,newdata=data.frame(Lag1=c(1.2,1.5),Lag2=c(1.1,-0.8)),
type="response")
1               2
    0.4791462       0.4960939
```

Ambos resultados, fueron menores a 0.50, con lo que se infiere que predicen un mercado a la baja, para cada uno de los días correspondiente a los respectivos Lag.

5 Discusión

Como en este caso particular, lo obtenido no permitió detectar las variables que explicaban la dirección del mercado como se hubiera deseado, se planteó también un análisis discriminante. Los resultados obtenidos fueron prácticamente iguales a los que se arribó utilizando la regresión logística, lo que indica que el problema no estaba en el modelo elegido para predecir, sino en la variables seleccionadas como predictoras. Las ventajas de trabajar con regresión logística, entre otras, son:

a) No es necesaria la verificación estricta de los supuestos de normalidad multivariada, ni la igualdad de matrices de varianzas-covarianzas entre los dos grupos

b) Es una técnica mucho más robusta cuando los supuestos no se cumplen, haciendo muy apropiada su aplicación en muchas situaciones

c) Permite incorporar efectos no lineales y da una amplia variedad de diagnósticos.

Quedaría como continuación de este trabajo, intentar buscar variables que permitan explicar el comportamiento de los movimientos bursátiles, teniendo en cuenta no solamente los cierres de los días previos.

Referencias

Hair, J., Anderson, R. y otros (1999). *Análisis Multivariante*. 5ta ed. Madrid: Prentice Hall.

Cañadas Reche, J. L. (2013). Regresión logística. Tratamiento computacional con R.Departamento de Estadística e Investigación Operativa. Facultad de Ciencias. Universidad de Granada

De la Fuente Fernández, S. (2011) Regresión Logística. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Universidad Autónoma de Madrid.

Software libre R versión 3.4.1 (2017-06-30).The Comprehensive R Archive Network. https://cran.r-proyect.org

Hocking, R. (1996). *Methods and Application of Linear M. Regression and the Analysis of Variance*.USA: John Wiley &Sons , inc.

Balzarini, M.G., Gonzalez L. y otros. (2008). *Manual del Usuario*,. Córdoba: Editorial Brujas. Volver al índice

Aplicación de Inferencia Clásica y Bayesiana a los Programas de Fecundidad Adolescente

Caviezel Pablo
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
pablocaviezel@economicas.uba.ar

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Bayes, Hipótesis, Pagos, Decisión

Resumen

Un gran desafío para quienes enseñamos Estadística, asignatura apasionante para nosotros, es –desde mi punto de vista– motivar a los alumnos a interesarse por su aplicación, generar y sembrar en ellos la semilla de la curiosidad científica y/o académica. La búsqueda de ejemplos de su realidad cotidiana; o, al menos, de la realidad que les será cotidiana en su entorno de trabajo, es una tarea difícil pero gratificante. En este trabajo me propongo acercar un ejemplo de aplicación, con fuentes de datos de acceso público, para proponer con relación a la temática de la inferencia bayesiana en tópicos que podrían ser de interés para aplicaciones económicas. En general la inferencia bayesiana es poco trabajada en los cursos de Estadística para estudiantes de Economía, pero aun así hay programas de estudio que la incluyen entre sus unidades temáticas de estudio. Para estos programas es para los cuales trato de contribuir con un ejemplo práctico de aplicación. El punto de vista es comparativo: intentaré, a partir de la comparación con la inferencia clásica, presentar en qué sentido la inferencia estadística complementa a la clásica. Puntualmente el ejemplo que se presenta parte de una decisión ficticia del gobierno de turno respecto para abordar el problema de la fecundidad adolescente.

1 Caso de estudio: madres adolescentes

Pongamos como ejemplo que el Estado decide implementar un plan, por medio del cual paga una cantidad de dinero (en suma fija o en forma de renta) a todas las mujeres que con menos de 20 años de edad tienen un hijo durante 2018. O da lo mismo que el Estado decida gravar a estas mujeres con un impuesto. En cualquier caso, querrá, saber cuánto dinero estima gastar o cuánto dinero estima recaudar.

2 Las variables y su medición

2.1 Definiciones y conceptos para este problema

Desde el punto de vista de la ciencia Estadística, es necesario establecer la o las variables de estudio, sus universos, el marco teórico de conceptos alrededor del tema central de estudio y finalmente la cobertura temporaria y espacial en consideración. ¿Qué necesita saber este gobernador? Necesita estimar el número de mujeres menores de 20 años que en darán a luz en 2018.

2.2 ¿Qué información hay en la Argentina sobre esa variable?

Debemos advertir y tomar conciencia que, dadas las fuentes de datos de nuestro país, no es posible determinar en forma exacta y precisa el número de mujeres que efectivamente ha sido madre en el año citado. Las estadísticas vitales proveen el número de nacidos vivos en nuestro país, por provincia y por año calendario, siendo 2015 al día de hoy el último año publicado.

Podemos tomar como aproximación de este universo al número de nacidos vivos inscriptos en el año 2015 en la República Argentina. Este número no replica exactamente el cardinal del universo elegido en tanto y en cuanto:

- existen mujeres que son madres en el año 2015 pero inscriben a sus hijos en años siguientes.
- existen mujeres que han sido madres en algún año anterior a 2015 pero inscriben a sus hijos en el año 2015.
- existe truncamiento de la información, es decir, madres que al no registrar a sus hijos no dejan sentada su incorporación al universo.
- en el caso de nacidos de parte múltiple, dos o más nacimientos deberían asociarse a una sola madre.

Las omisiones consideradas en los dos primeros puntos tienen sentido opuesto, por lo que de alguna manera se compensan entre sí. El tercer punto es quizás, el más distorsivo puesto que no se puede estimar el número de madres que no registra a sus hijos. El cuarto punto no resulta un problema, en tanto y en cuanto, de acuerdo con datos del Ministerio de Salud de la Nación (2016), durante 2015 menos del 2 % de los nacimientos registrados correspondieron a partos múltiples. En el interior del país, la mayor proporción se encuentra en la Ciudad de Buenos Aires (2,66 %), probablemente debido a la realización de nacimientos por vía de inseminación artificial. Por otra parte, el número de madres omitidas por truncamiento podría verse compensado por las madres que han sido contabilizadas más de una vez como consecuencia del registro del nacido vivo de parto múltiple. Finalmente, es necesario aclarar que si bien las omisiones pueden verse compensadas por los casos duplicados, podría haber diferencias en las características de estas madres sub o sobre enumeradas.

3 Inferencia clásica respecto a la proporción de madres adolescentes en la Argentina

3.1 El nacimiento de la hipótesis nula

Una noticia, del portal informativo “La Voz”, que afirma lo siguiente:

« El embarazo adolescente representa el 15% del total de nacimientos en Argentina, reportó el Informe sobre Estado de la Población Mundial 2013 de Naciones Unidas, acerca de un fenómeno que representa un desafío a nivel regional y mundial. "La maternidad en la adolescencia es más frecuente entre las jóvenes de sectores pobres y las que tienen menor nivel educativo", afirma el informe del Fondo de Población de Naciones Unidas.»

Desde el punto de vista estadístico, definimos ahora nuestra variable aleatoria: Y = Cantidad de mujeres que tuvieron su hijo antes de los 20 años de edad (durante 2015).
De acuerdo con la información presentada del portal “La Voz”, esta variable aleatoria binomial tiene parámetro p igual a 0,15. Pero resulta interesante notar que si usáramos este porcentaje para estimar el número de nacidos vivos de madres menores de 20 años para todo el país, quizás encontraríamos que hay diferencias al interior del país que generarían problemas de transferencia de ingresos entre las provincias.
Es aquí donde utilizamos la inferencia clásica, contrastando la hipótesis nula de que la proporción de niños con madres menores de 20 años es del 15 % en cada una de las provincias del país.

3.2 La adecuación de los datos

A los fines didácticos, se trabajará con cuatro jurisdicciones. Se prefirió dejar de lado jurisdicciones con alto nivel de respuesta ignorada y entonces, entre las restantes, se han seleccionado cuatro jurisdicciones que se consideran representativas del país. Las jurisdicciones elegidas son:

a) Ciudad Autónoma de Buenos Aires: es la única jurisdicción 100 % urbana y, como ciudad capital de la República Argentina, supone comportamiento diferencial respecto del resto del país. Su oferta de servicios y la demanda de trabajo, así como su contribución al producto bruto geográfico, la diferencian de las demás jurisdicciones.
b) Córdoba: representa la zona central del país y absorbe casi el 8 % del total de los nacimientos del país; más aún que la porción de nacimientos correspondientes a madres residentes en la Ciudad Autónoma de Buenos Aires.
c) Tucumán: representa el noroeste del país y, entre las provincias del noroeste es la que mayor cantidad de nacimientos produjo en el año considerado.
d) Río Negro: es, entre las provincias de la Patagonia, la que mayor cantidad de nacimientos produjo. En general la frecuencia de nacimientos en la Patagonia es menor porque también es menor el número de mujeres en edad reproductiva, pero Río Negro tiene, a su vez, una tasa de natalidad mayor que sus compañeras patagónicas.

A continuación se presenta el cuadro estadístico del que se seleccionaron los datos para realizar las pruebas de hipótesis:

Tabla 1 Nacidos vivos registrados según edad de la madre, por jurisdicción de residencia de la madre. República Argentina. Año 2015										
JURISDICCION	TOTAL	E D A D D E L A M A D R E								
DE RESIDENCIA	NACIDOS	Menor	De 15	De 20	De 25	De 30	De 35	De 40	De 45	Sin
DE LA MADRE	VIVOS	de 15	a 19	a 24	a 29	a 34	a 39	a 44	y más	especificar
REPUBLICA ARGENTINA	770.040	2.787	108.912	189.542	175.362	155.082	98.623	25.346	1.755	12.631
Ciudad de Buenos Aires	41.866	38	2.462	6.259	8.626	12.170	9.402	2.608	232	69
Buenos Aires	287.523	440	33.500	70.254	66.855	57.659	38.285	10.726	841	8.963
Catamarca	6.835	40	1.281	1.879	1.601	1.090	757	167	12	8
Córdoba	58.558	176	7.493	13.530	13.823	13.201	8.022	1.871	107	335
Corrientes	20.658	146	3.878	5.574	4.474	3.463	2.121	469	23	510
Chaco	25.952	271	5.791	7.315	5.614	4.176	2.243	478	30	34
Chubut	9.858	27	1.334	2.301	2.550	2.043	1.317	266	20	0
Entre Ríos	23.572	129	3.941	5.952	5.507	4.637	2.700	644	29	33
Formosa	12.331	131	2.782	3.604	2.516	1.918	1.068	299	12	1
Jujuy	13.265	61	2.458	3.548	2.805	2.443	1.547	389	14	0
La Pampa	5.398	19	742	1.285	1.387	1.145	661	149	10	0
La Rioja	6.274	24	1.005	1.722	1.453	1.104	679	167	6	114
Mendoza	35.476	97	4.900	9.120	8.427	7.446	4.365	1.045	66	10
Misiones	27.168	219	5.834	7.835	5.807	4.375	2.363	584	33	118
Neuquén	11.838	42	1.640	2.885	2.937	2.494	1.518	299	21	2
Río Negro	12.734	47	1.757	3.207	3.103	2.683	1.548	360	21	8
Salta	28.379	182	5.445	7.790	6.305	4.896	2.901	823	37	0
San Juan	15.168	64	2.480	4.248	3.449	2.894	1.585	419	29	0
San Luis	8.101	25	1.228	2.109	1.937	1.602	954	233	13	0
Santa Cruz	6.336	23	823	1.613	1.531	1.138	602	157	14	435
Santa Fe	57.439	296	8.645	13.573	12.805	12.497	7.811	1.693	105	14
Santiago del Estero	19.061	111	3.664	4.947	3.966	3.167	1.886	462	27	831
Tucumán	30.188	168	5.283	7.902	6.660	5.709	3.572	820	42	32
Tierra del Fuego	3.037	4	302	688	818	727	391	105	1	1
Otros Países	364	4	77	103	66	67	32	14	1	0
Lugar no especificado	2.661	3	167	299	340	338	293	99	9	1.113

Fuente: Dirección de Estadísticas e Información de Salud (2013), "Estadísticas vitales. Información Básica – Año 2015." Serie 5 Nº 59. Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Salud de la Nación.

La variable "edad de la madre", pre codificada y agrupada en categorías, ha sido recodificada de acuerdo con los siguientes criterios:

- Aquellas madres que al momento de nacer sus hijos contaban con menos de 15 años de edad fueron asignadas al intervalo de edad 15-19. Cabe destacar que en la Provincia de Córdoba, que es la provincia –entre las jurisdicciones seleccionadas- con mayor incidencia de madres de menos de 15 años, éstas representan 0,76 % del total de madres. Por otra parte, su edad no debe estar muy apartada de los 15 años (seguramente tengan 14 años la gran mayoría).
- Aquellas madres cuya edad se ignora (edad sin especificar) han sido removidas del análisis; de forma tal que el total de nacimientos considerado para este trabajo práctico se corresponde, en realidad, con el total de nacimientos de madres con edad conocida.

Así, de la tabla 1 se obtiene la tabla 2 que contiene puntualmente la información que se necesita.

Tabla 2 Nacidos vivos por edad de la madre. Jurisdicciones seleccionadas. Año 2015				
Edad de la madre (años)	Jurisdicción			
	CABA	Córdoba	Tucumán	Río Negro
15 - 19	2.500	7.669	5.451	1.804
20 - 24	6.259	13.530	7.902	3.207
25 - 29	8.626	13.823	6.660	3.103
30 - 34	12.170	13.201	5.709	2.683
35 - 39	9.402	8.022	3.572	1.548
40 - 44	2.608	1.871	820	360
45 y más	232	107	42	21
Total	41.797	58.223	30.156	12.726
Fuente: Tabla 1.				

3.3 Las pruebas de hipótesis de la inferencia clásica

Llevamos a cabo las cuatro pruebas de hipótesis (una para cada jurisdicción) juntas.

PASO 1: Planteo del test de hipótesis.

$H_0 : p = 0,15$

$H_1 : p \neq 0,15$

PASO 2: Presentación del estadístico de prueba.

$$z = \frac{\bar{p}-p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \qquad (1)$$

PASO 3: Cálculo de los valores tabla

Se trata de un estadístico de distribución límite normal estándar[9], por lo que, al 5 % de nivel de significatividad y considerando la bilateralidad de la prueba, los valores de la tabla son -1,96 y 1,96.

PASO 4: Regla de decisión

- Rechazo H_0 si $z^e \geq 1,96$ o bien si $z^e \leq -1,96$
- No rechazo H_0 si $-1,96 < z^e < 1,96$

9 Los tamaños de muestra para cada jurisdicción, y que se presentan en la Tabla 2, son suficientemente grandes como para asumir la distribución asintótica del estimador.

PASO 5: Cálculo del valor z_i^e para cada jurisdicción.

Siguiendo entonces la expresión enunciada en el paso 2, resulta la fórmula 1 y, bajo hipótesis nula verdadera para cada jurisdicción será: $z_i^e = \frac{\bar{p}_i - 0{,}15}{\sqrt{\frac{0{,}15 \cdot 0{,}85}{n_i}}}$ con n_1 = 41.797 , n_2 =58.223 , n_3 = 30.156 , n_4 = 12.726 y las proporciones muestrales presentadas también en la tabla 2, resultan:

$z_1^e =$ -51,63 ,$z_2^e =$ -12,35 , $z_3^e =$ 14,96 , $z_4^e =$ -2,60

PASO 6: Resultado del test e interpretación del mismo.

En todas las jurisdicciones se rechaza la hipótesis nula. De acuerdo con la evidencia muestral, y al 5 % de nivel de significatividad, la proporción de madres adolescentes no puede considerarse, en cada jurisdicción, la misma que para el total del país. Las regiones presentan diferencias. De acuerdo con la fuerza del rechazo de la hipótesis nula, Río Negro es la provincia que –entre las seleccionadas- se asemeja más al país, seguida por Córdoba y luego por Tucumán. La Ciudad de Buenos Aires resulta, además, un caso atípico con una fecundidad adolescente muy baja.

Los intervalos aproximados de confianza clásicos, para la proporción poblacional al 95 % de confianza, de acuerdo con la siguiente fórmula: $\bar{p} \mp 1{,}96\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$, son los siguientes:

- ✓ Ciudad Autónoma de Buenos Aires: [0,0564 ; 0,0632]
- ✓ Córdoba: [0,1288 ; 0,1346]
- ✓ Tucumán: [0,1767 ; 0,1848]
- ✓ Río Negro: [0,1356 ; 0,1480]

4 Inferencia bayesiana respecto a la proporción de madres adolescentes en la Argentina

Es entonces que lo que convendría hacer es suponer, si uno quiere, que la proporción de madres adolescentes en cada jurisdicción es una variable aleatoria con distribución Beta a priori con esperanza igual a 0,15 y recalcular el intervalo de confianza utilizando a la muestra como información a posteriori. Se recuerda que la distribución Beta asigna, a cada valor de variable aleatoria X comprendido en el intervalo [0 , 1] una densidad dada por la expresión:

$$f(x) = \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{\mathrm{B}(\alpha;\beta)} \quad (2)$$

$$\text{con: } \mathrm{B}(\alpha;\beta) = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)} \quad (3)$$

Esta expresión resulta muy simple de evaluar para el caso en que tanto α como β sean números naturales, ya que la función Gamma para cualquier número natural n mayor o igual a 1 satisface $\Gamma(n) = (n-1)!$

La esperanza y la varianza de la variable aleatoria vienen dadas por:

$$E(x) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \quad (4)$$

$$Var(x) = \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)} \quad (5)$$

Definida la variable aleatoria p (proporción poblacional), se decide asignar a priori una esperanza igual a 0,15 y un desvío estándar igual a 0,02; resulta un valor de α igual a 45 y un valor de β igual a 255. Por medio de procedimientos de inferencia bayesiana obtendremos las distribuciones a posteriori para cada una de las cuatro jurisdicciones. Asimismo, se procederá a comparar los intervalos de confianza clásicos y bayesianos.

Tabla 4 Distribución B para la proporción de madres adolescentes. Jurisdicciones seleccionadas. Año 2015

p = proporción de madres adolescentes en el total de madres	Jurisdicción			
	CABA	Córdoba	Tucumán	Río Negro
Variable p (a priori)				
α	45	45	45	45
β	255	255	255	255
E(p)	0,15	0,15	0,15	0,15
Var (p)	0,0004236	0,0004236	0,0004236	0,0004236
Intervalo de confianza para p [(a)]				
Límite inferior	0,1097	0,1097	0,1097	0,1097
Límite superior	0,1903	0,1903	0,1903	0,1903
Semiamplitud	0,0403	0,0403	0,0403	0,0403
Muestra				
n	41.797	58.223	30.156	12.726
x [(b)]	2.500	7.669	5.451	1.804
Variable p (a posteriori)				
α	2545	7714	5496	1849
β	39.552	50.809	24.960	11.177
E(p)	0,0605	0,1318	0,1805	0,1419
Var (p)	0,0000013	0,0000020	0,0000049	0,0000093
Intervalo de confianza para p [(a)]				
Límite inferior	0,0582	0,1291	0,1761	0,1360
Límite superior	0,0627	0,1346	0,1848	0,1479
Semiamplitud	0,0023	0,0027	0,0043	0,0060

[(a)] al 95 % de confianza

[(b)] refiere a la cantidad de mujeres que fueron madres antes de los 20 años.

Fuente: elaboración propia sobre la base de Tabla 2

Nuevamente se ve que no se puede considerar a las cuatro jurisdicciones iguales y que, por lo tanto, habría diferencias significativas que no pueden pasarse por alto. Los cuatro intervalos de confianza bayesianos resultan disjuntos, por lo que, al 95 % de nivel de confianza no se puede considerar que la proporción de madres adolescentes sea la misma en las cuatro jurisdicciones. Correspondería, en caso que se deseara profundizar el análisis, determinar qué población es la que presenta diferencias. Para ello, existen varias pruebas (por ejemplo, la prueba de la mínima diferencia significativa).

5 Conclusiones y trabajos futuros

De esta manera se concluye, a la luz de la evidencia muestral, de las jurisdicciones señaladas y del nivel de significatividad empleado en cada prueba, que las características de las madres que dieron a luz a su hijo durante 2015 no han sido homogéneas por jurisdicción. Así, nuestro territorio resulta ser una suma de conglomerados heterogéneos, en tanto y en cuanto las provincias más urbanas cuentan con menor proporción de madres adolescentes. Un análisis más pormenorizado invita a analizar las 23 jurisdicciones del país y detectar diferencias entre ellas. Por otra parte, se contrasta de manera estadística y a través de la poderosa herramienta de la prueba de hipótesis las -valga la redundancia- hipótesis que se pueden tener sobre el fenómeno de los diferenciales en las características de las madres a lo largo y a lo ancho del país. Se deja, por tanto, las puertas abiertas para explorar la relación entre las demás variables que se relevan, tanto de la madre como del recién nacido, en el Informe Estadístico de Nacido Vivo. De esta manera se espera que se corrobore, intensifique o disminuya la inequidad presente en la variable analizada.

Referencias

Dirección de Estadísticas e Información de Salud (2016). Estadísticas vitales. Información Básica – Año 2015. Serie 5 Nº 59. Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Salud de la Nación.

El embarazo adolescente representa 15 % de nacimientos en Argentina. (2014). http://www.lavoz.com.ar/ciudadanos/el-embarazo-adolescente-representa-15-de-nacimientos-en-argentina

Naciones Unidas (1974). Principios y recomendaciones para un sistema de estadísticas vitales. Nueva York, Naciones Unidas: Informes Estadísticos. Serie M, Nº 19, revisión 1.

Volver al índice

MATEMÁTICA APLICADA

Sistemas de Ecuaciones e Inecuaciones Lineales Aplicados a Problemas Económicos

Altolaguirre María Fernanda – Bejar Graciela – Bernal María Inés – Pino Mario – Schmidt Sonia Mirta
Facultad de Ciencias Económicas y Jurídicas, Universidad Nacional de La Pampa
maria@cpenet.com.ar–gracielabbejar@gmail.com–mibernal@cpenet.com.ar–marioepino@yahoo.com.ar–soniamschmidt@hotmail.com.ar

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Ecuaciones, Inecuaciones, Sistemas, Optimización

Resumen

Muchos de los problemas a los que se enfrentan quienes tienen a su cargo la toma de decisiones se relacionan con la asignación de recursos generalmente escasos con el objetivo de maximizar o minimizar alguna medida de funcionamiento.

En "Sistemas de ecuaciones e inecuaciones lineales aplicados a problemas económicos", se pretende mostrar una secuencia didáctica en el abordaje del tema sistemas de ecuaciones e inecuaciones lineales con aplicaciones propias de las ciencias económicas.

La secuencia didáctica, entendida como un encadenado de saberes reiterados desde distintas perspectivas, tiene por objeto, lograr la transversalidad de las aplicaciones, es decir, mostrar como paulatinamente puede ir complejizándose el tratamiento de un tema determinado, en este caso, la aplicación referida a la toma de decisiones en problemas económicos modelizados matemáticamente.

El presente trabajo trata las aplicaciones referidas desde sencillas explicaciones conceptuales tanto económicas como matemáticas para luego, a partir de la definición de las variables centrales, transformar las hipótesis del modelo en expresiones matemáticas, es decir las restricciones o condicionamientos junto a la función lineal a optimizar, y obtener así conclusiones desde las expresiones analíticas y/o gráficas.

Por último, se plasma todo lo referido en un caso práctico que contiene la información que es relevante y apropiada para el objetivo que se persigue y resume acabadamente tanto la riqueza de las aplicaciones como el aporte valioso del encuadre desde una secuencia didáctica.

1 Introducción

En el presente trabajo se pretende mostrar una secuencia didáctica en el tratamiento del tema ecuaciones e inecuaciones lineales con aplicaciones propias de las ciencias económicas. La secuencia didáctica, entendida como una vinculación de abordajes reiterados desde distintas perspectivas, tiene por objeto lograr la transversalidad de las aplicaciones a través de la gradualidad de la complejidad en el tratamiento de un tema determinado.

Muchos de los problemas a los que se enfrentan quienes tienen a su cargo la toma de decisiones se relacionan con la asignación de recursos generalmente escasos (dinero, materias primas, equipos, tiempo, personal, etc.) con el objetivo de maximizar o minimizar alguna medida de funcionamiento (utilidad, ventas, producción, costos, etc.).

El tema a desarrollar, mediante la utilización de las funciones matemáticas, comprende la optimización de una función lineal (maximización o minimización)a través de la aplicación de diversas restricciones a sus variables que conforman un sistema de ecuaciones e inecuaciones lineales.

Conceptos económicos involucrados en la aplicación:

- *Ingreso Total*: representa el valor monetario que se recauda como resultado del producto entre el precio unitario y el total de unidades vendidas de un bien o servicio. La función de ingreso total indica el ingreso total obtenido ante las distintas cantidades vendidas de un bien.
- *Costo Fijo*:Costos de un proceso productivo independientes del nivel de producción.
- *Costo Variable*: Costos de un proceso productivodependientes del nivel de producción.
- *Costo total:* suma de costos fijos y variables para cualquier nivel de actividad.

Conceptos matemáticos involucrados en la modelización del tema a desarrollar:

- *Variable:* es una magnitud que puede cambiar y que adoptará diferentes valores para dar valores de solución en el modelo planteado.
- *Constante o constante paramétrica:* es una variable que se mantiene constante bajo ciertos supuestos. Si la constante va unida a una variable se la llama coeficiente de la variable.

Las variables y constantes toman relevancia cuando se encuentran plasmadas en *ecuaciones e inecuaciones* que refieren al modelo en cuestión.

- *Función:* es una aplicación de un conjunto en otro bajo cierta regla de correspondencia. Se hace hincapié en las funciones polinomiales en el espacio bidimensional, es decir con dos variables y, dentro de ellas, específicamente la función lineal.
- *Ecuación:* es una proposición que expresa la igualdad condicional entre dos expresiones que puede ser escrita como:

  $ax + by = c$, donde *a, b* y *c* son constantes, *x* e *y* son variables.

- *Ecuación lineal o de primer grado:* es aquella que involucra solamente sumas y restas de incógnitas y es de primer grado cuando la potencia más grande a la que se encuentran elevadas las incógnitas es igual a 1.
- *Inecuación lineal o de primer grado:* es una desigualdad en la que intervienen una o más variables, constantes numéricas y uno de los signos de desigualdad (">", "<", "≥", "≤"), la cual se verifica para determinados valores de las variables. Una inecuación en dos variables puede ser escrita como:

  $ax + by < c$, donde *a, b* y *c* son constantes, *x* e *y* son variables.

  Resolver una ecuación o una inecuación en dos variables consiste en encontrar todos los pares de valores de (x, y) para los cuales se cumple la igualdad o desigualdad respectivamente.

- *Sistema de ecuaciones e inecuaciones lineales:* es un conjunto de al menos dos relaciones de igualdad (ecuaciones) y/o desigualdad (inecuaciones) en las que interviene un número determinado de incógnitas diferentes, cada una con el mismo significado en las distintas relaciones, de modo tal que la solución de un sistema de este tipo consiste en el conjunto de puntos cuyas coordenadas verifican todas las relaciones que intervienen.
- *Modelo:* en términos generales, es una representación de un sistema, objeto o fenómeno. La representación maneja menor cantidad de información que la que el sistema contiene, de modo tal que un modelo puede

considerarse como una simplificación o idealización del sistema en particular. La modelación matemática entonces es entendida como el proceso de formular comportamientos del mundo real en términos matemáticos.

El sistema a modelizar se limita a situaciones en las que participan dos variables lineales. Las variables adoptan valores con significado económico, lo que en el planteo del sistema se conoce como condiciones de no negatividad; la contribución de cada una de ellas es independiente de los valores del resto de las variables.

Se consideran ecuaciones e inecuaciones de carácter lineal, donde los coeficientes de la función a optimizar como los de las funciones en las que se plasman las restricciones son conocidos con exactitud y permanecen constantes durante el periodo de tiempo en que se realiza el estudio (ceteris paribus).

Así como las soluciones de las desigualdades lineales de una variable se representan en forma geométrica sobre la recta de los números reales, para una desigualdad con dos variables, se debe representar su solución mediante una zona o región del plano ordenado, ya que dicha solución consiste en todos los puntos del plano cuyas coordenadas satisfacen la desigualdad.

En la búsqueda de la solución para los problemas de toma de decisión que se pretende tratar, en primer lugar se deben graficar las ecuaciones e inecuaciones que representan las restricciones de diversa índole para obtener así el conjunto de soluciones factibles, zona de solución *o polígono de soluciones factibles*, es decir todas aquellas combinaciones posibles de las variables intervinientes que verifican todas y cada una de las restricciones del problema. El siguiente paso es encontrar cuál de las soluciones factibles es la óptima y para ello también hay alternativas.

Una alternativa es lograr la *optimización de la función lineal* mediante la asignación de un valor arbitrario a la función y despejar la variable que se representa en el eje de ordenadas, resultando una recta cuya pendiente no varía para este modelo. El valor de la ordenada al origen depende del valor que se le asigne a la función, es decir que ante distintos valores de ordenada al origen se presentarán rectas paralelas a la dada. Desplazando la recta lo más cerca posible del origen de coordenadas hasta llegar al primer punto de contacto con el polígono de soluciones factibles, se logra en el punto de intersección: el valor que minimiza la función. Desplazando la recta manteniendo su pendiente hasta llegar al último punto de contacto del polígono (punto más alejado del origen de coordenadas), se logra en el punto de intersección: el valor que maximiza la función y cumple con las restricciones del problema.

Otra alternativa es hallar las coordenadas del punto de intersección que optimiza la función mediante la evaluaciónde la función en todos los vértices del polígono de soluciones factibles. Los valores de coordenadas del punto que arroja el valor mínimo si el problema es de minimización o el valor máximo si lo es de maximización, será la solución óptima, la cual siempre se encontrará en uno de los vértices.

Podría darse el caso en el que más de un vértice arroje el mismo valor para la función a optimizar, situación posible cuando la pendiente de la función a maximizar o minimizar coincide con la pendiente de una de las ecuaciones que integran las restricciones del problema. Esta situación genera múltiples soluciones óptimas.

Las restricciones del sistema no siempre generan zonas de soluciones factibles que resulten ser polígonos cerrados; pudiéndose hallar zonas abiertas e incluso no tener una zona de soluciones factibles o tener una zona de soluciones factibles vacía. En esta última situación, se desestima la optimización de la función por carecer el problema de solución. Cuando el problema carece de solución, las restricciones son incompatibles, es decir, que ningún punto del plano puede cumplir simultáneamente todas las restricciones a las que está sometido.

2 Caso Práctico

La empresa INDUMENTARIAS se dedica a la confección de camisas para hombre (de trabajo y de vestir). Ante la necesidad de conocer el nivel de fabricación que le permita minimizar el costo de fabricación de las camisas, se cuenta con la siguiente información:

- Cada camisa debe pasar por tres talleres distintos para estar en condiciones de ser vendida: corte, armado y acondicionado (que incluye planchado y embalaje).
- Cada uno de esos talleres está limitado en su capacidad productiva, la cual está medida en horas. La capacidad del taller de corte asciende a 200 horas, el de armado dispone de 700 horas y el de acondicionamiento tiene una capacidad de 150 horas de trabajo.
- Estudios de mercado permiten determinar que la demanda de camisas de trabajo será por lo menos de 200 unidades, en tanto se deben producir al menos 300 camisas de vestir y a su vez éstas deben ser menores a las 800 unidades. Por otra parte, la gerencia de la empresa determinó que la cantidad de camisas de trabajo no podrá superar el doble de las camisas de vestir.
- Cada camisa de trabajo requiere 10 minutos del taller de corte, media hora del de armado y 5 minutos del de acondicionado. Por su parte, cada camisa de vestir requiere 15, 35 y 6 minutos respectivamente de cada uno de esos talleres.
- El costo total de producción de cada camisa es de \$100 y \$500 para las de trabajo y de vestir respectivamente y el precio de venta unitario de cada camisa es de \$400 y \$2.000 en el mismo orden.

2.1 Solución propuesta al caso práctico: minimizar el costo total.

Como en todo problema de toma de decisiones, se debe identificar y definir las *variables*, las *constantes,* las *restricciones* y el *objetivo*.

- Definición de las *variables*:

  x = Cantidad de camisas de trabajo que se producen y venden.

  y= Cantidad de camisas de vestir que se producen y venden.
- Las *constantes* son cada uno de los valores numéricos que acompañan a las variables (coeficiente) o los términos independientes de la ecuación.

- Las *restricciones*, se refieren a los requerimientos de tiempo de producción de cada tipo de camisa, a las horas disponibles en los distintos departamentos intervinientes y a la demanda de unidades según investigaciones de mercado y la decisión empresarial (se parte de la base que se venden todas las unidades que se producen).

Modelizar matemáticamente la situación requiere de la transformación de las restricciones en desigualdades lineales. Para lo cual, conociendo la demanda del mercado, el tiempo que insume la confección y terminación para la venta de cada modelo de camisa y la disponibilidad de tiempo total por departamento, se tendrá:

Tabla 1. Planteo de la situación en lenguaje algebraico.

$x \geq 200$		La demanda de camisas de trabajo será por lo menos de 200 unidades
$x \leq 2y$	$\rightarrow y \geq \frac{1}{2}x$	La cantidad de camisas de trabajo no podrá superar el doble de las camisas de vestir
$y \geq 300$		Se deben producir al menos 300 camisas de vestir
$y < 800$		La producción de camisas de vestir debe ser menor a las 800 unidades
$10x + 15y \leq 12.000$		$\rightarrow$ 200 hs x 60 min $=$ 12.000 min (Taller de Corte)
$30x + 35y \leq 42.000$		$\rightarrow$ 700 hs x 60 min $=$ 42.000 min (Taller de Armado)
$5x + 6y \leq 9.000$		$\rightarrow$ 150 hs x 60 min $=$ 9.000 min (Taller de Acondicionamiento)

El sistema que refleja la situación planteada resulta:

$$\begin{cases} x \geq 200 & (1) \\ y \geq \frac{1}{2}x & (2) \\ y \geq 300 & (3) \\ y < 800 & (4) \\ 10x + 15y \leq 12.000 & (5) \\ 30x + 35y \leq 42.000 & (6) \\ 5x + 6y \leq 9.000 & (7) \end{cases}$$

- El *objetivo* de la empresa, minimizar el costo total de fabricación, se identifica con la letra Z.

El costo total resulta de sumar los costos totales de fabricación de los dos modelos de camisas, siendo la función que lo describe matemáticamente:

$$Z(Min) = 100x + 500y \qquad (8)$$

Hallar la solución al problema planteado a través del planteo gráfico de las inecuaciones que representan las restricciones implica:

- Definir adecuadamente la escala de valores en cada uno de los ejes en los que se representa la cantidad de unidades producidas y vendidas de cada tipo de camisa (eje horizontal: Cantidad de camisas de trabajo; eje vertical: Cantidad de camisas de vestir).

- Resolver inecuaciones en dos variables encontrando todos los pares de valores de (x,y) para los cuales se cumple la desigualdad. Para ello se debe cambiar el signo de desigualdad por el signo =, obteniendo una ecuación que gráficamente representa la frontera de la solución de la inecuación.
- Determinar el nivel de producción que minimice el costo total.

En el gráfico 1, la representación gráfica de cada ecuación es una recta que divide el plano en dos regiones.

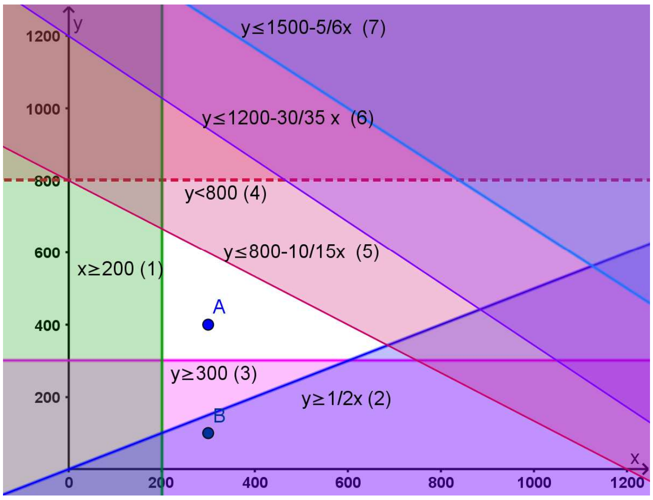


Gráfico 1. Representación gráfica del sistema

Al tomar un punto en la región azul, por ejemplo B(300,100) y reemplazando en la inecuación (2) se tiene:

$$100 \geq \frac{1}{2}300 \quad \rightarrow \quad 100 \geq 150 \qquad \text{(no se cumple con la desigualdad)}$$

Se observa que los valores de x = 300 e y= 100 no satisfacen la desigualdad. Sí lo hacen los valores de x e y que están sobre la recta (frontera de la desigualdad) y los que se encuentran por encima de la misma como por ejemplo el punto A(300,400):

$$400 \geq \frac{1}{2}300 \quad \rightarrow \quad 400 \geq 150 \qquad \text{(se cumple con la desigualdad)}$$

Cualquier punto que no se encuentra en la región azul satisface la desigualdad (2). Del mismo modo, cualquier punto en las regiones delimitadas por las restantes inecuaciones, satisface cada desigualdad.

El conjunto de fronteras de solución de cada inecuación conforma el polígono de soluciones factibles que satisfacen las restricciones del problema. Gráficamente el polígono se encuentra en la región de color blanco incluidos los puntos frontera de cada inecuación a excepción de la inecuación (4).

Sin embargo, aunque existen infinitas soluciones, se debe hallar la solución óptima. Por lo tanto, se debe determinar cuál o cuáles de las soluciones posibles minimiza el costo total de fabricación en el caso planteado.

El paso siguiente es asignar un valor arbitrario a la función a optimizar, por ejemplo al asignar a Z el valor 50.000, la ecuación (8) resulta:

$$50.000 = 100x + 500y \qquad (9)$$

Al despejar una de las variables, la que se representa en el eje de ordenadas se obtiene:

$$y = \frac{50.000 - 100x}{500} \rightarrow y = \frac{50.000}{500} - \frac{100}{500}x \rightarrow \quad y = -\frac{100}{500}x + \frac{50.000}{500} \rightarrow y = -\frac{1}{5}x + 100$$

$$y = -0{,}2x + 100 \qquad (9.1)$$

En la ecuación lograda, la pendiente es un dato que no varía para el problema ya que surge del cociente de los costos unitarios de cada tipo de camisa, mientras que la ordenada al origen depende del valor que arbitrariamente se le asigne al costo total. Es decir, ante distintos costos totales (Z), gráficamente se presentarán rectas paralelas a la dada, con pendiente igual a -0,20.

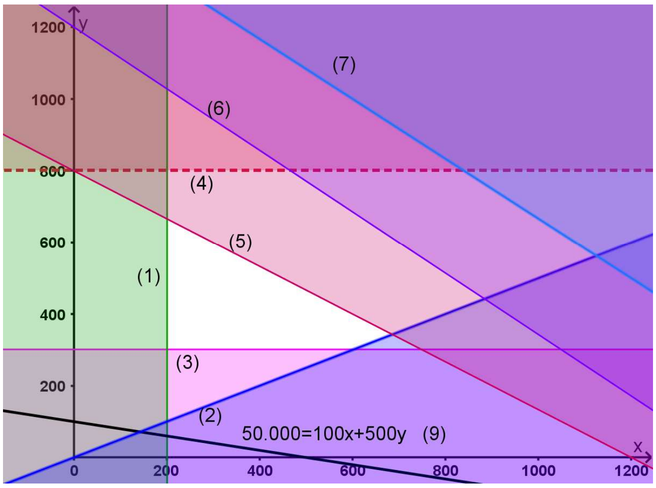


Gráfico 2. Representación gráfica de la función a optimizar

Desplazando la recta que representa la función que minimiza el costo total en forma paralela hacia la derecha, se arriba al primer punto de contacto con el polígono de soluciones factibles, cuyas coordenadas cartesianas permiten lograr el menor costo posible:

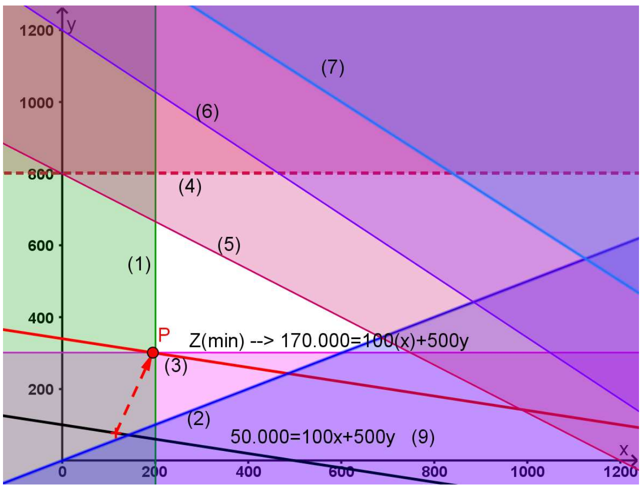


Gráfico 3. Representación gráfica de la función que minimiza el costo total

Cuando mayor resulte ser la cantidad de camisas de vestir y de trabajo que se producen, mayor será el costo. La cantidad mínima de camisas de vestir que se pueden confeccionar según las restricciones es 300 unidades. Para esa cantidad de camisas de vestir, el menor costo es el que se logra de producir 200 camisas de trabajo si se considera el punto en que se intersectan las rectas que representan las restricciones (1) y (3) , es decir el punto P conformado por las coordenadas (200;300).

Las coordenadas determinadas son una solución viable dado que se cumple con todas las restricciones del problema, donde el mínimo costo se logra reemplazando las coordenadas del punto logrado en la función a optimizar:

$$Z(\min) = 100x + 500y \quad (8) \quad \rightarrow 100(200) + 500(300) = 20.000 + 150.000 = 170.000$$

El mínimo costo de producción es \$170.000 y se logra de producir 200 camisas de trabajo y 300 camisas de vestir.

Cualquier otro par de coordenadas dentro del polígono de soluciones factibles dará un costo superior. Así por ejemplo, donde se cortan las rectas que representan las restricciones (2) y (3); transformando las inecuaciones en ecuaciones y reemplazando el valor de "y" en la ecuación (2) por el valor que adopta en la ecuación (3) se obtienen las coordenadas del punto de corte N:

$$y = 300 \ (3)$$

$$\text{En (2)}: \quad 300 = \frac{1}{2}x \rightarrow 600 = x \rightarrow N(600;300)$$

Al reemplazar x e *y* por las coordenadas del punto N en la ecuación (8), el costo resulta superior:

$$Z(600;300) = 100(600) + 500(300) = 60.000 + 150.000 = 210.000$$

2.2 Solución propuesta al caso práctico anta la alternativa de maximizar el ingreso total.

- Si el objetivo de la empresa fuera maximizar el ingreso total, se identifica al mismo con la letra Z.

El ingreso total resulta de sumar los ingresos totales por la venta de los dos modelos de camisas, siendo la función que lo describe matemáticamente:

$$Z(\text{Max}) = 400x + 2000y \quad (10)$$

Para determinar el nivel de producción que maximiza el ingreso total, se sigue igual procedimiento que para minimizar el costo total, para lo cual se asigna a Z el valor arbitrario igual a 1.000.000. La ecuación de la recta que representa la función a maximizar

$$y = -0{,}2x + 50 \qquad (10.1)$$

se representa gráficamente y se la desplaza en forma paralela hasta llegar al punto más alejado del origen de coordenadas dado que su ordenada al origen debe asumir un valor máximo.

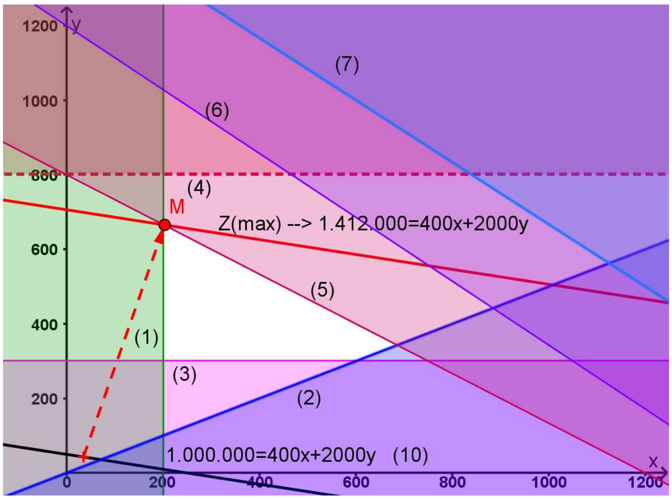


Gráfico 4. Representación gráfica de la función que maximiza el ingreso total

El punto óptimo está conformado por la intersección de las rectas que representan a las inecuaciones (1) y (5), de modo tal que los valores de coordenadas del punto Mse logran resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x = 200 \quad (1) \\ 10x + 15y \leq 12.000 \quad (5) \end{cases}$$

En las coordenadas resultantes del punto M(200; 666,66), se observa que la cantidad de camisas de vestir no representa un número natural.

Teniendo en cuenta las fronteras de solución, y que a mayor cantidad de camisas de ambos tipos se logren vender mayor será el ingreso total de la empresa, se debe buscar dentro del polígono de soluciones factibles, la cantidad de cada tipo de camisa a comercializar. En el caso plantado resultan ser 200 camisas de trabajo y 666 camisas de vestir, siendo el ingreso máximo de $1.412.000 ($1.332.000 por la venta de camisas de vestir y $80.000 por la venta de camisas de trabajo). Estos importes se logran multiplicando las cantidades de unidades producidas y vendidas de cada tipo de camisa por sus respectivos precios de venta unitarios.

3 Conclusiones y trabajos futuros

El trabajo presentado muestra la importancia de la transferencia de los conceptos de las ciencias básicas a situaciones reales íntimamente ligadas a las incumbencias profesionales de los alumnos de ciencias económicas, mostrando claramente la aplicabilidad de la teoría y práctica abstracta a casos concretos.

Se aborda el tema sistema de ecuaciones e inecuaciones lineales aplicado a problemas económicos. La secuencia observada, *sencillas explicaciones de conceptos económicos y matemáticos – modelización matemática de problemas económicos – conclusiones a partir de expresiones analíticas y gráficas*, con las limitaciones propias de primer año, permite un claro abordaje de los temas centrales enriquecido en este caso con la transferencia a problemas que podrían encuadrarse como problemas de *programación lineal*, herramienta ampliamente utilizada en la toma de decisiones en el campo económico entre otros.

Referencias

David B. Johnson & Thomas A. Moury.(2000). *Matemáticas finitas, aplicaciones prácticas.* (1a ed.) México: International Thomson Editores, S. A.

Ernest F. Haeussler, jr. & Richard S. Paul. (1992). *Matemática para Administración y Economía*. (2a ed.) México: Grupo editorial iberoamericana.

Jagdish C. Arya & Robin W. Lardner.(1992). *Matemática Aplicada a la administración y a la economía.* (3a ed.).México: Prentice Hall Hispanoamericana S.A.

Sobel, M. & Lerner, N. (1995). *Álgebra.* (4ta ed.) México: Prentice -Hall Hispanoamericana S.A.

Stewart, J. (2002). *Cálculo. Trascendentes tempranas.*(4ta ed.) México:.Thomson Learning.

Tan, S.T. (1998). *Matemáticas para administración y economía.* (1ª.ed.) México: International Thomson Editores, S.A.

Zill, D.G. & Dewar, J.M. (2005). *Álgebra y Trigonometría*. (2da ed.) Colombia: McGraw-Hill Interamericana S.A.

Volver al índice

Propuesta Superadora del Espacio para Matemática I en la Web de la Facultad de Ciencias Económicas y Estadística - UNR

Terán Teresita E. - Camats Silvina M.
Facultad de Ciencias Veterinarias - Facultad de Ciencias Económicas y Estadística, Universidad Nacional de Rosario
teresitateran@hotmail.com – silvinacamats@hotmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Propuesta, Mejoramiento, Página Web, Matemática I

Resumen

La Facultad de Ciencias Económicas y Estadística, de la Universidad Nacional de Rosario, en respuesta a la demanda de la sociedad, dispone de un sitio web institucional como principal canal de información útil y actualizada para toda la comunidad universitaria.
Dentro de este sitio web la carrera de Contador Público dispone de un espacio donde se detallan el Plan de estudio, Resolución aprobatoria, y Materias electivas. Más precisamente dentro del Plan de estudios, la asignatura Matemática I, brinda información respecto a Cuerpo docente, Horarios de clase, Horarios de consulta, Material de estudio(Material complementario del libro "Álgebra y Geometría Analítica para Ciencias Económicas" Sagristá R., Koegel L. y otros autores, en formato digital para descargar) y Programa; cada una con la opción de imprimir, guardar, enviar por correo electrónico o compartir en diferentes redes sociales.
En este trabajo nos propusimos indagar la opinión de los alumnos a través de una encuesta respecto al contenido del espacio destinado a esta asignatura en la página web institucional con el fin de evaluar su funcionalidad y presentar una propuesta superadora.
Se encuestaron a 75 alumnos sobre 4 bloques de preguntas. De los resultados se desprende que los alumnos poseen necesidades insatisfechas al utilizar el espacio destinado a Matemática I dentro de la web de la Facultad; por lo que la Cátedra de Matemática I considerará reestructurar dicho espacio, manteniendo una estructura ordenada y coherente, que contenga apuntes, numerosos tutoriales, ejercicios, enlaces interesantes, webs, entre otros tantos recursos educativos, promoviendo nuevos canales de comunicación.

1 Introducción

En el mundo vertiginoso en que vivimos la implementación y utilización de las nuevas tecnologías de la información en la universidad son fundamentales para lograr los estándares de acreditación.

La Facultad de Ciencias Económicas y Estadística, de la Universidad Nacional de Rosario, en respuesta a la demanda de la sociedad, impulsada por el avance científico y tecnológico, dispone de un sitio web institucional como principal canal de información útil y actualizada para toda la comunidad universitaria. Además de ser éste un gran recurso educativo, sirve de plataforma para la divulgación de información institucional, la realización de trámites online, la presentación del equipo docente, el conocimiento de las actividades, servicios de bibliotecas y otros servicios, así como otro vastísimo número de propósitos.

Dicha página web resulta visualmente atractiva, personalizada y funcional, potencia la relación entre esta institución educativa y sus alumnos, pero también lo hace con otras personas como futuros alumnos o profesionales que buscan mayor información sobre las carreras que se dictan en dicha facultad, que desean orientación sobre los programas de estudio, cursos especializados, posgrados, postítulos, maestrías, últimas noticias, cuerpo docente, entre otras.

Dentro de este sitio web la carrera de Contador Público dispone de un espacio asignado, donde se detallan el Plan de estudio, Resolución aprobatoria, y Materias electivas. Más precisamente dentro del Plan de estudios, la asignatura Matemática I, brinda información respecto a Cuerpo docente, Horarios de clase, Horarios de consulta, Material de estudio(Material complementario del libro "Álgebra y Geometría Analítica para Ciencias Económicas" Sagristá R., Koegel L. y otros autores, en formato digital para descargar) y Programa; cada una con la opción de imprimir, guardar, enviar por correo electrónico o compartir en diferentes redes sociales.

2 Objetivo

Dadas las posibilidades que internet ofrece actualmente y observando que la conectividad de los alumnos universitarios es elevada, la Cátedra de Matemática I de la Carrera Contador Público de dicha facultad, se propuso indagar la opinión de los mismos respecto al contenido del espacio destinado a dicha materia en la página web institucional y su funcionalidad con el fin de presentar una propuesta superadora.

3 Metodología

Con tal propósito se realizó una encuesta a los alumnos que cursaron la materia Matemática I, de la carrera Contador Público, de la Facultad de Ciencias Económicas y Estadísticas, UNR (curso académico 2016-2017), en la Sede Venado Tuerto. Dichas encuestas se realizaron durante el horario de clase, sin previo aviso y con firma de consentimiento informado. Las encuestas no tenían carácter obligatorio y eran anónimas.

Se encuestó a un total de 75 alumnos de ambos sexos. La encuesta constó de 4 bloques de preguntas de respuestas cerradas, que indagaban sobre: Aspectos generales – Propósito, Aspectos funcionales, Aspectos técnicos, y Aspectos psicológicos y pedagógicos y un último bloque de Conclusiones, donde el alumno debió valorar globalmente el espacio de Matemática I, detallando aspectos a destacar y a mejorar.

Los bloques de Aspectos técnicos, Aspectos psicológicos y pedagógicos se evaluaron mediante una escala de 4 categorías: Escaso, Adecuado, Excesivo, y No posee.

4 Resultados

Los alumnos, al ser consultados sobre el propósito que se persigue con la información ofrecida sobre Matemática I en la web de la facultad opinaron que, es informativo (87%), orientativo (64%) y sólo un 10% remarcó su aspecto formativo.

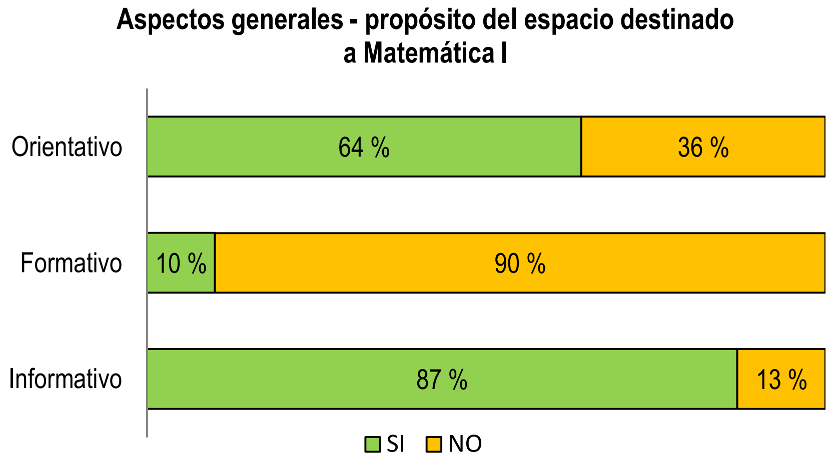


Gráfico 1 Aspectos generales.

Las valoraciones de los alumnos respecto a los aspectos funcionales de este espacio en particular dentro de la web, son consideradas un instrumento valioso para reflexionar sobre las necesidades de los mismos y mejorar algunos detalles. Consideramos que para lograr un desarrollo funcional eficiente, es indispensable contar con la participación activa de los usuarios.

El 76% de los alumnos, destacaron que este espacio presenta contenidos adecuados. El 83% coincidió en que proporciona contenidos informativos, y sólo un 12%, en que ofrece contenidos formativos.

Respecto a si proporciona enlaces externos de interés no se encontró un criterio uniforme de respuesta ($p>0,01$).

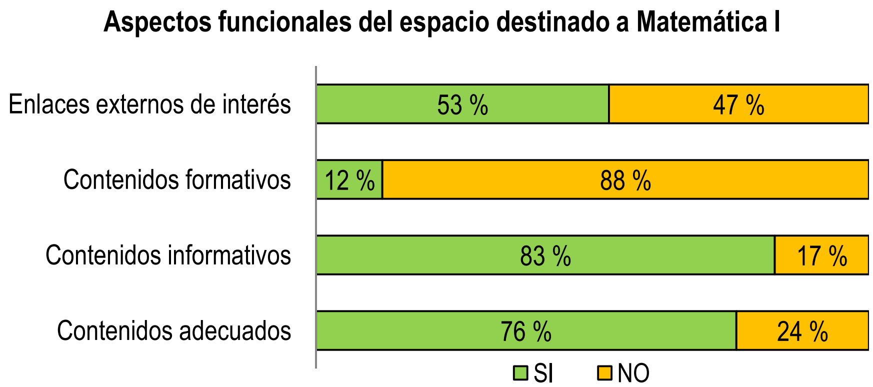


Gráfico 2. Aspectos funcionales.

Respecto a aspectos técnicos, la mayoría de los alumnos opinaron que la calidad y estructura de los contenidos que presenta el espacio de Matemática I es adecuada, otro 22% escasa, y en porcentajes menores, excesiva o directamente nula. Ampliamente (75%) valoran todo lo relativo a la gestión de links (links fáciles de reconocer, el número de clicks que llevan a la parte más remota del espacio menor a 3, ítems clickeables y no-clickeables fácilmente reconocibles, etc.) y en menor grado, el 13%, considera este aspecto técnico como escaso, otro 9% como no posee y el 3% restante, como excesivo.

El 65% de los alumnos, al ser consultados sobre el contenido actualizado de los links disponibles en el espacio de Matemática I, lo consideró adecuado, otro 17% escaso, un 10% excesivo y el resto (8%), nulo.

Tabla 1. Aspectos técnicos (en %)

Aspectos técnicos	Escaso	Adecuado	Excesivo	No posee
Calidad y estructura de los contenidos	22	55	8	15
Gestión de links	13	75	3	9
Links actualizados	17	65	10	8

Las respuestas al bloque de preguntas sobre Aspectos psicológicos y pedagógicos del espacio consultado fueron uniformes, y resaltan necesidades insatisfechas que los alumnos tienen respecto al uso del espacio web destinado a Matemática I. Los alumnos remarcaron, mayoritariamente, según sus valoraciones que la motivación es escasa y que el espacio no posee recursos didácticos, tutorización, enfoque creativo de las actividades, actividades de creación propia o en links externos, fomento del autoaprendizaje y trabajo cooperativo. (Ver detalle en Tabla 2).

Tabla 2. Aspectos psicológicos y pedagógicos (en %)

Aspectos psicológicos y pedagógicos	Escaso	Adecuado	Excesivo	No posee
Motivación	54	20	2	24
Recursos didácticos	10	7	5	78
Tutorización	17	13	5	65
Enfoque creativo de las actividades	22	17	0	61
Actividades de creación propia	26	9	3	62
Actividades de links externos	17	3	0	80
Fomento del autoaprendizaje	12	3	0	85
Trabajo cooperativo	22	8	2	68

Enfatizando algunas de las respuestas anteriores, los alumnos al momento de destacar aspectos del espacio destinado a la asignatura Matemática I en la web institucional de la facultad mencionaron: el aporte de recursos informativos, provenientes de fuentes confiables, específicos, bien organizados y actualizados, interfaz de fácil navegación, es decir valoraron su estructura clara y ordenada, y un diseño agradable que les facilita la orientación durante toda la navegación.

Con respecto a los aspectos a mejorar, en su gran mayoría, propugnan por una formación en línea aludiendo a que el espacio carece de recursos con fines formativos, requieren que el espacio contenga recursos didácticos gratuitos, variados y utilizables desde internet, tales como bibliografía de consulta, apuntes, trabajos, ejercitación extra, entre otros. Mientras que otros demandan abrir canales de comunicación (foros, chats, etc.) entre docentes, alumnos y demás usuarios de todo el mundo, para intercambiar ideas, materiales de estudio y resolver inquietudes.

5 Conclusiones

Los alumnos consultados consideraron que el espacio destinado a Matemática I en la web que actualmente posee la Facultad de Ciencias Económicas y Estadística persigue un propósito informativo el 87%, pues brinda información sobre cuerpo docente, horarios de clase y consulta, material de estudio y programa, y formativo, sólo una minoría (10%).

El 76% opinó que dicha web brinda contenidos adecuados sobre la materia Matemática I, pero que sólo cumple una función informativa (83%), careciendo el sitio de contenidos formativos (88%).

La mayoría manifestó que los aspectos técnicos, tales como calidad y estructura de los contenidos, gestión y actualización de links, son adecuados o dicho de otra manera satisfacen sus necesidades.

Tanto las respuestas a las preguntas del bloque de Aspectos psicológicos y pedagógicos como las valoraciones que los alumnos realizaron en el bloque de Conclusiones resultaron sumamente interesantes y esclarecedoras. En síntesis, destacaron el carácter informativo del espacio destinado a Matemática I, remarcando su organización, diseño y facilidad de uso, y sugirieron implementar la formación online, mejorar o incorporar recursos con fines formativos, abrir canales de comunicación, etc.

Estas resultados muestran las necesidades insatisfechas que los alumnos poseen al utilizar el espacio destinado a Matemática I dentro de la web de la Facultad de Ciencias Económicas y Estadística; por lo que la Cátedra de Matemática I considerará reestructurar dicho espacio, manteniendo una estructura ordenada y coherente, para que contenga apuntes, numerosos tutoriales, ejercicios, enlaces interesantes, webs, hojas de cálculo, libros, entre otros tantos recursos educativos, promoviendo nuevos canales de comunicación.

Este nuevo espacio, que responderá a los intereses, objetivos y características de los usuarios, tendrá por finalidad, que los alumnos utilicen la pc como una herramienta más para adquirir conocimientos, afianzar los ya adquiridos o ampliar otros de su especial interés, conseguir que internet sea considerado por ellos como un espacio útil desde el punto de vista educativo y como una fuente inagotable de recursos; integrando las NTIC´s en el aprendizaje de los contenidos matemáticos. Además, resultaría interesante, poner a disposición de toda la comunidad educativa, parte del trabajo docente, experiencias, materiales, información, etc., con la plena convicción de que el compartir conocimientos es una forma de satisfacción personal.

Referencias

Evaluación de los portales educativos (2004). Curso: portales educativos infantiles: diseño de contenidos "on-line". http://peremarques.net/oviedo2005.htm / Consultado 03/08/2017

González, J., Gaudioso, E. (2000). *Aprender y formar en internet*. Editorial Paraninfo. Madrid.

Majó, J., Marqués, P. (2001). *La revolución educativa en la era Internet*. Barcelona: CissPraxis.

Marqués, P. (2008). Impacto de las tic en la enseñanza universitaria. Didáctica, Innovación y Multimedia, Nº. 11, 2008, 3-8.

Volver al índice

Estudio de las Competitividades de las Provincias del Norte Grande Argentino en el Período 2008-2015

Camprubi Germán Edgardo – Giraudo Marta Viviana Beatriz
Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Nordeste
gcamprubi@ing.unne.edu.ar – martabvgiraudo@gmail.com

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Región, Competitividad, NGA

Resumen

Distintas aproximaciones conceptuales están conduciendo al surgimiento de lo que podría llamarse un nuevo paradigma del desarrollo territorial. Las regiones subnacionales funcionan como puntos de articulación de las distintas relaciones económicas, sociales y políticas para hacer frente a constantes desafíos y oportunidades ante circunstancias dinámicas y complejas.
El principal propósito de este trabajo consiste en analizar los valores de los índices de competitividad para establecer si las diferencias entre las provincias que integran el Norte Grande Argentino (NGA) son estadísticamente significativas entre sí. En este contexto se propone una clasificación de las diez provincias según los desempeños calculados para el período de tiempo considerado.
Considerando una matriz de datos de fuentes secundarias con valores de los años 2008, 2010, 2012 y 2015 se propone inicialmente un análisis descriptivo de los 24 distritos subnacionales para observar las tendencias generales en el conjunto nacional.
Mediante técnicas no paramétricas se detectó la existencia de diferencias significativas entre los índices de las provincias del NGA. De acuerdo a los resultados obtenidos se propuso una clasificación de las mismas en ganadoras, intermedias y perdedoras. Entre las provincias mejor posicionadas se encuentran Misiones y La Rioja mientras que las más desfavorecidas son Formosa y Jujuy. Las demás provincias del bloque regional se clasificaron como de competitividad intermedia.

1 Introducción

Los trabajos sobre competitividad son cada vez más frecuentes en el mundo académico y sus diversas definiciones impulsaron el debate sobre la competitividad de las empresas, de un país y aún la competitividad desagregada a los distritos subnacionales. Pero, más allá que existan diferentes maneras de definir la competitividad, está ampliamente aceptado que tiene un carácter multivariante y que es un concepto abstracto que no es factible de observar empíricamente en forma directa. Esta última característica incorpora otra dificultad relacionada con la medición de la competitividad que resulta de utilidad para comparar regiones, estudiar su evolución competitiva y detectar tendencias orientadas a las propuestas dsue acción.

El objetivo principal de este trabajo consiste en analizar los valores de los índices de competitividad para establecer si las diferencias entre las provincias que integran el Norte Grande Argentino son estadísticamente significativas entre sí. Los índices cuantitativos analizados corresponden al período 2008-2015 y fueron generados por el Instituto de Investigaciones de la Bolsa de Comercio de la provincia de Córdoba.

En este contexto se propone una clasificación de las diez provincias según los desempeños calculados para el período de tiempo considerado. Para detectar si existen diferencias significativas entre los índices de las diez

provincias del Norte GrandeArgentino (NGA), se proponen técnicas no paramétricas basadas en los rangos de los datos originales. Se sugiere un test post hoc para la identificación de subgrupos dentro del bloque regional.
Los resultados muestran diferencias estadísticamente significativas entre los índices de competitividad analizados y en consecuencia se propone una clasificación de las diez provincias del NGA en ganadoras, intermedias superiores, intermedias inferiores, rezagadas y perdedoras. En el primer subgrupo se encuentran las provincias de Misiones y La Rioja mientras que la rezagada es Formosa y como provincia perdedora aparece Jujuy. Las otras seis provincias de este bloque regional ocupan posiciones de competitividad intermedias.

2 Fundamentación

2.1 Competitividad

Distintas aproximaciones conceptuales están conduciendo al surgimiento de lo que podría llamarse un nuevo paradigma del desarrollo territorial. La revalorización de la cuestión territorial y el desarrollo socioeconómico tiene al menos cuatro grandes perspectivas de análisis: la política, la económica, la del neoinstitucionalismo y capital social y la perspectiva ambiental (Moncayo Jiménez, 2003).
En cuanto a la perspectiva económica confluyen distintos enfoques: el de la nueva geografía económica, el de la acumulación flexible o posfordismo y el de la competitividad. Este tercer enfoque de la competitividad se está aplicando a la conceptualización y medición comparativa del desarrollo regional y en este contexto surge la necesidad de determinar el nivel de análisis sobre el cual se va a enmarcar su definición ya que existen análisis de competitividad a nivel de país, a nivel de industrias, ramas y subsectores y a nivel de las empresas (Gatto y Cetrángolo, 2003).

2.1.1 Competitividad a escala regional

Si bien el concepto de competitividad se aplicó inicialmente en el ámbito empresarial, la expansión de su significado alcanzó un estatus como elemento analítico no sólo para las naciones y empresas sino para regiones y ciudades (Ibarra Armenta y Trejo Nieto, 2014).
Una región es un sistema complejo que delimita el espacio vital de las sociedades y su competitividad está condicionada por la convivencia de elementos regionales heterogéneos (Velazco y Heredia González, 2004) y puede entenderse como la capacidad de una región para mejorar la calidad de vida de su población.
Los territorios subnacionales funcionan como puntos de articulación de las distintas relaciones económicas, sociales y políticas para hacer frente a constantes desafíos y oportunidades ante circunstancias dinámicas y complejas. Esta dinámica ha impulsado una polarización de la que resultan territorios ganadores y perdedores. Las regiones que aparecen como ganadoras se caracterizan como atractivas de inversión productiva

(generalmente en actividades impulsoras de empleo y valor agregado) y con la generación de tasas de crecimiento que se sostienen en el tiempo (Ibarra Armenta y Trejo Nieto, 2014).

Argentina tiene una vasta región norte que comprende un conjunto de provincias en las que se combinan una potencialidad limitada, problemas semejantes y una necesidad de innovación en políticas que tiendan hacia un panorama más equilibrado entre las diferencias interregionales. Si bien no es una región homogénea, presenta una serie de características comunes que la diferencia del resto del país e incluye las siguientes provincias: Catamarca, Chaco, Corrientes, Formosa, Jujuy, Misiones, Salta, Santiago del Estero y Tucumán. La región del Norte Grande Argentino (NGA) se originó en el Tratado de Integración que firmaron el 9 de abril de 1999 los gobernadores de las 9 provincias que conforman el Noroeste Argentino (NOA) y el Noreste Argentino (NEA). Incorporándose luego a la provincia de La Rioja ya que existen elementos para asumir que las características socioeconómicas de esta provincia tienen más semejanza con las mencionadas.

La importancia de la caracterización de las competitividades de los distritos subnacionales radica en poner en evidencia las disparidades regionales existentes. La asimetría en las competitividades de las provincias del NGA no sólo constituye un problema de carácter regional porque cualquier cambio que se produzca impactará en el desempeño competitivo nacional

2.1.2 Mediciones de la competitividad en Argentina

Existen numerosos antecedentes referidos a la construcción de indicadores puntuales de competitividad en otros países (Unger et al, 2011; Cabrero et al., 2003; Aregional, 2011 y Sobrino, 2005).

Entre los grandes obstáculos para comparar el desempeño de las regiones en cuanto a sus competitividades es la disponibilidad de datos consistentes y una operacionalización consistente. Esta última característica incorpora la dificultad de la medición de la competitividad para comparar regiones, estudiar su evolución competitiva y detectar tendencias que pudieran servir de insumo para propuestas de acción.

La medición de la competitividad en los territorios subnacionales deriva en la construcción de indicadores o índices que son medidas de resumen referidas a conjunto de parámetros o atributos de una sociedad. Por lo tanto es imprescindible realizar un proceso de descomposición y transformación denominado operacionalización, que convierte la noción y el concepto de competitividad en un conjunto de indicadores que permiten la observación empírica. Ese proceso de operacionalización debe incorporar, primero, la conceptualización derivada de la revisión bibliográfica y de reflexiones propias y, segundo, la asignación de valores a los ciertos parámetros o atributos sociales de acuerdo con determinadas reglas.

En nuestro país el Instituto de Investigaciones Económicas de la Bolsa de Córdoba (IIE) ha sido un pionero porque, desde 2008, elabora un índice de competitividad global (ICP) como medida resumen del nivel de competitividad de los distritos subnacionales argentinos. En el marco teórico de la competitividad sistémica y con una metodología similar a la del Índice de Competitividad Regional (ICR) de Chile, el ICP integra los valores que miden siete dimensiones o “Factores”. Estas variables son: Personas; Empresas; Infraestructura; Gobierno;

Recursos Naturales y Medio Ambiente; Innovación, Ciencia y Tecnología y Resultados Económicos. Cada una de las siete dimensiones se cuantifica con valores estandarizados de cero a uno y como se considera que estas dimensiones tienen el mismo peso, siete es el valor teórico máximo del ICP para cada distrito. Con el fin de operacionalizar el concepto multivariante de competitividad, las dimensiones principales se subagrupan en "Ámbitos" (o "Subfactores"). A su vez, estos subfactores se desagregan en variables. Si bien a los factores se le asignan igual peso unitario, las variables tienen diferentes pesos asignados por expertos.
Los investigadores del Instituto de Investigaciones Económicas de la Bolsa de Córdoba, elaboran con periodicidad bianual o trianual un índice de competitividad ex post para cada distrito subnacional. Esto permite una rápida lectura de la posición relativa de los distritos subnacionales argentinos.

3 Desarrollo

En este trabajo, se considerará que el NGA está integrado por diez provincias ya que se incluirá a La Rioja en este bloque regional. Para detectar diferencias significativas entre los ICP de las provincias del NGA, se tomará como input los valores de sus índices de competitividad provincial (ICP) calculados por el Instituto de Investigaciones Económicas de la Bolsa de Comercio de Córdoba. En caso de que se verifiquen diferencias significativas entre esos índices el output consistirá en una clasificación de grupos de provincias para identificar territorios ganadores y perdedores de este bloque regional.
En primer lugar se realizará un análisis descriptivo de los 24 distritos subnacionales teniendo en cuenta los ICP medidos en los años 2008, 2010, 2012 y 2015 para las tendencias generales detectadas en el conjunto nacional. En particular y para estudiar los ICP de las provincias del NGA, se propone una prueba no paramétrica de análisis de varianza para determinar si existen diferencias significativas entre estos diez distritos subnacionales. En el caso de existir diferencias significativas se aplicarán un test post hoc con el fin de identificar grupos de provincias con diferentes competitividades.

3.1 Matriz de datos

Se propone una matriz de datos generada por los investigadores del Instituto de Investigaciones Económicas de la Bolsa de Comercio de Córdoba que incluye datos de los años 2008, 2010, 2012 y 2015 para los 24 distritos subnacionales argentinos. La matriz de datos completa es la que aparece en Tabla 1.

Tabla 1: índices de competitividad 2008, 2010, 2012 y 2015 en distritos subnacionales argentinos

Distritos subnacionales	ICP 2008	ICP 2010	ICP 2012	ICP 2015
Buenos Aires	2,932	2,886	3,047	2,89
CABA	4,352	4,471	4,376	4,463
Catamarca	2,339	1,931	1,951	2,249
Chaco	1,916	1,807	1,995	2,3
Chubut	3,348	3,376	3,389	3,434
Córdoba	2,837	2,886	2,953	3,103
Corrientes	2,069	1,883	1,847	2,186
Entre Ríos	2,655	2,611	2,882	2,999
Formosa	1,863	1,868	1,993	1,969
Jujuy	1,795	1,763	1,65	1,87
La Pampa	2,99	3,127	3,32	3,301
La Rioja	2,071	2,155	2,279	2,343
Mendoza	2,44	2,449	2,608	2,396
Misiones	2,107	2,194	2,328	2,501
Neuquén	2,896	2,767	2,813	2,909
Río Negro	2,569	2,394	2,749	3,259
Salta	1,963	2,058	1,914	1,988
San Juan	2,52	2,472	2,619	2,437
San Luis	2,936	3,037	3,279	3,279
Santa Cruz	3,452	3,295	3,075	3,194
Santa Fe	3,011	3,022	3,197	3,307
Sgo. del Estero	1,906	2,016	2,002	1,863
Tierra del Fuego	3,482	3,801	3,251	3,511
Tucumán	1,942	2,014	2,181	2,204

Fuente: Instituto de Investigaciones Económicas de la Bolsa de Comercio de Córdoba

En particular, se analizará el conjunto de datos que aparecen en Tabla 2.

Tabla 2: índices de competitividad 2008, 2010, 2012 y 2015 en provincias del NGA

	Provincias del NGA									
Año	Misiones	La Rioja	Tucumán	Corrientes	Salta	Catamarca	Jujuy	Formosa	Sgo del Estero	Chaco
2008	2,107	2,071	1,942	2,069	1,963	2,339	1,795	1,863	1,906	1,916
2010	2,194	2,155	2,014	1,883	2,058	1,931	1,763	1,868	2,016	1,807
2012	2,328	2,279	2,181	1,847	1,914	1,951	1,650	1,993	2,002	1,995
2015	2,501	2,343	2,204	2,186	1,988	2,249	1,870	1,969	1,863	2,300

Fuente: Instituto de Investigaciones Económicas de la Bolsa de Comercio de Córdoba

4 Análisis de resultados

4.1 Análisis Descriptivo

En Tabla 1 puede observarse que para los cuatro años medidos, la última posición estuvo ocupada por provincias del Norte Grande: Jujuy en 2008, 2010 y 2012 y Santiago del Estero en 2015. Por otra parte, en estos cuatro años en que el IIE calculó el ICP, la Ciudad Autónoma de Buenos Aires tuvo el más alto valor en el conjunto de los veinticuatro distritos subnacionales.

En 2008, 2010 y 2012 las provincias del Norte Grande aparecen como las diez provincias con menor competitividad en el conjunto de los distritos subnacionales. En el año 2015 nueve de las diez provincias del NGA registran los valores más bajos (Jujuy, Santiago del Estero, Salta, Formosa, Corrientes, Tucumán, Catamarca, Chaco y La Rioja) en el territorio nacional.

Una manera de visualizar los valores de ICP calculados para los distritos subnacionales en los años analizados se propone en el Gráfico 1.

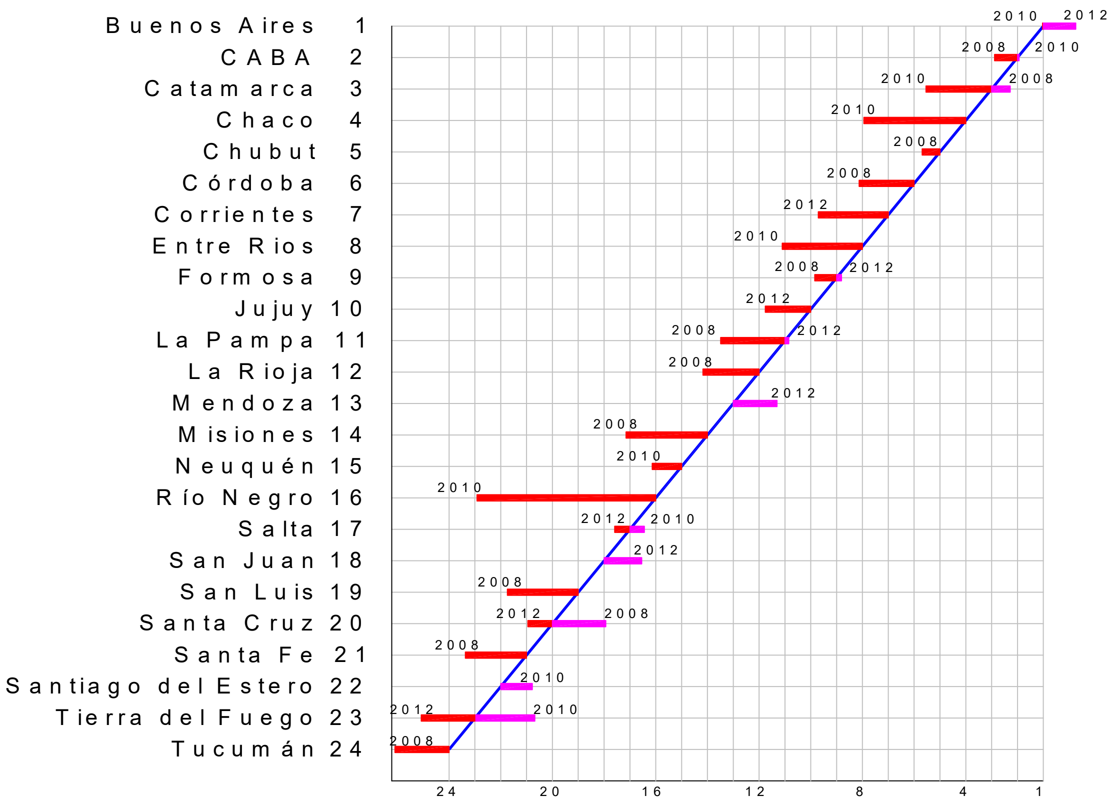


Gráfico 1: Evolución de competitividades en los distritos subnacionales, período 2008-2015

Para cada distrito se graficó un segmento horizontal que, a escala, representa los valores de competitividad que aparecen en Tabla Nº1. Sobre la recta diagonal está representado el valor de competitividad del año 2015. En el extremo izquierdo de cada segmento horizontal se indica el año en el que el distrito alcanzó el menor valor de ICP y en el extremo derecho el año con la mayor competitividad medida.

A modo de ejemplo, la provincia de Buenos Aires alcanzó en 2015 un valor intermedio (2,89) entre el mayor índice de competitividad (3,047) registrado en 2012 y el menor (2,886) registrado en 2010. La provincia del

Chaco registró el mayor índice en el año 2015 (2,30) y el menor valor fue medido en el año 2010 (1,807); en coherencia el extremo izquierdo del segmento horizontal indica el año 2010 y el extremo derecho está sobre la diagonal. En el caso de Mendoza, el mayor índice (2,608) corresponde al año 2012 y el mínimo (2,396) se registró en el año 2015; en consecuencia el extremo izquierdo del segmento horizontal sobre la recta corresponde al año 2015 y el extremo derecho al año 2012.

La longitud de los segmentos también reporta sobre la dispersión de los valores medidos en 2008, 2010, 2012 y 2015. Para la provincia de Chubut esos valores resultan próximos entre sí (3,348 - 3,376 - 3,389 - 3,434) mientras que la longitud del segmento horizontal que representa a Río Negro expone una mayor dispersión de valores medidos (2,569 – 2,394 – 2,749 – 3,259).

Por otra parte, aquellos distritos cuyos segmentos horizontales tienen extremo derecho sobre la recta diagonal son los que en 2015 han alcanzado el mayor valor de competitividad entre los ICP analizados (Chaco, Chubut, Córdoba, Corrientes, Entre Ríos, Jujuy, La Rioja, Misiones, Neuquén, Río Negro, San Luis y Santa Fe). Consecuentemente, los distritos para los que el segmento horizontal se encuentra completamente a la derecha de la recta diagonal han sufrido, en 2015, caídas en competitividad respecto de las mediciones en años anteriores (Mendoza, San Juan y Santiago del Estero).

4.2 Análisis estadístico

Se propone una prueba no paramétrica para analizar los índices de competitividad de las provincias del Norte Grande con el fin de determinar si las diferencias que se observan entre los valores del ICP son estadísticamente significativas. De esta manera, la matriz de datos a analizar es la que se figura en la Tabla 2.

Aplicado el análisis de varianza no paramétrico de Friedman, se verificaron diferencias significativas para los valores de la matriz de datos. De acuerdo con ese resultado se rechaza la hipótesis de que los valores del ICP son homogéneos en el NGA para los cuatro valores de ICP analizados.

Al encontrarse diferencias significativas se prosiguió con test post hoc con el fin de identificar las provincias más y menos competitivas del bloque regional NGA.

Tabla 3: Resultado del test post hoc para los índices de las provincias del NGA

Provincia	Suma de rangos	Media de rangos	n	
Jujuy	5,00	1,25	4	A
Formosa	13,00	3,25	4	A B
Corrientes	18,00	4,50	4	B C
Sgo del Estero	18,00	4,50	4	B C D
Chaco	20,00	5,00	4	B C D E
Salta	21,00	5,25	4	B C D E F
Tucumán	25,00	6, 25	4	C D E F G
Catamarca	26,00	6,50	4	C D E F G H
La Rioja	35,00	8,75	4	H I
Misiones	38,00	9,50	4	I

Medias con una letra común no son signif. diferentes (p > 0,10) Mínima diferencia signif. entre suma de rangos = 9,6

Con un nivel de confianza del 90% puede afirmarse que existen diferencias significativas entre los valores de ICP en el bloque NGA para los años 2008, 2010, 2012 y 2015.

Para poder identificar subgrupos de provincias con diferentes competitividades, la interpretación de los resultados del test post hoc que aparecen en el Cuadro 1 se complementará con un análisis descriptivo derivado del gráfico de barras para la matriz de datos analizada.

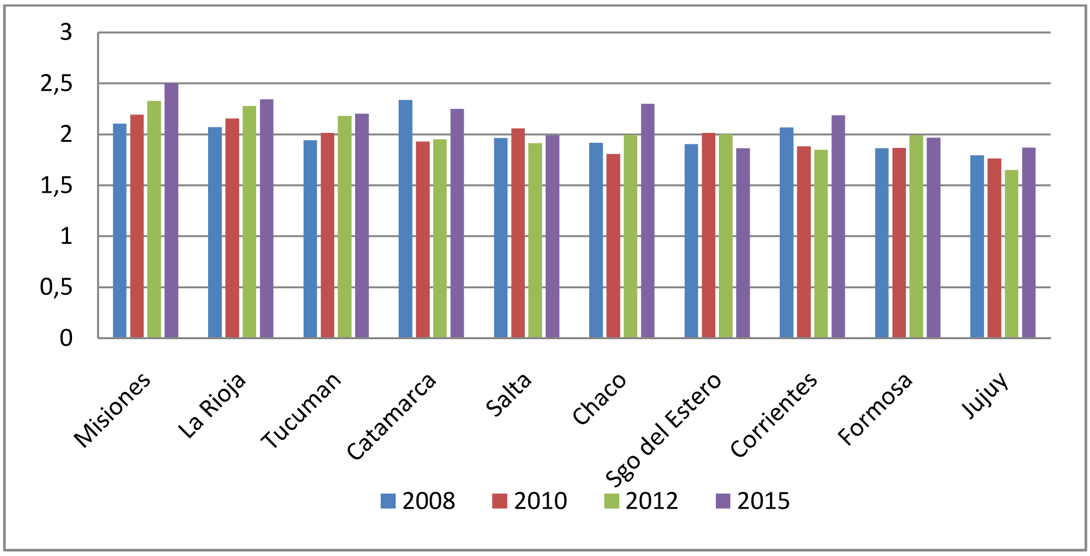


Gráfico 2: Gráfico de barras con valores de ICP 2008-2015en las provincias del NGA

5 Conclusiones

Durante el período 2008-2015, las diez provincias del Norte Grande tienen, en general, una posición desventajosa respecto de los demás distritos subnacionales en cuanto a los índices de competitividad. Sin embargo, las provincias de este bloque regional no aparecen como un subconjunto indiferenciado sino que pueden clasificarse en diferentes subgrupos tomando como base los valores de ICP.

Considerando los resultados del test post hoc y la información del gráfico de barras, se propone categorizar a las provincias del Norte Grande en cuatro grupos: ganadoras, intermedias superiores, intermedias inferiores, rezagadas y perdedoras. La clasificación es la que se muestra en el Cuadro Nº1.

Cuadro 1: Clasificación de las provincias del NGA según competitividades 2008, 2010, 2012 y 2015

Ganadoras	Intermedias superiores	Intermedias Inferiores	Rezagadas	Perdedoras
Misiones La Rioja	Catamarca Tucumán	Salta Chaco Santiago del Estero Corrientes	Formosa	Jujuy

Fuente: elaboración propia

De acuerdo con la clasificación propuesta, Misiones y La Rioja se consideran provincias ganadoras en cuanto a los ICP para el período de tiempo analizado. Esta clasificación guarda consistencia con la matriz de datos ya que

Misiones es la provincia con mejor desempeño en el bloque NGA para los años 2010, 2012 y 2015. Mientras que para esos mismos años, La Rioja obtuvo el segundo mayor valor de ICP en el bloque regional NGA.

Otra característica que refuerza la clasificación de provincias ganadoras en el NGA está dada porque los valores de ICP en los años analizados muestran una tendencia estrictamente creciente en los casos de Misiones y La Rioja. Este comportamiento insinúa un crecimiento estable en el tiempo y abre una expectativa sobre su futura sustentabilidad.

Esa tendencia estrictamente creciente para los cuatro valores de ICP analizados también se registra para el caso de Tucumán que en la clasificación propuesta aparece entre las provincias con competitividades intermedias superiores. En el caso de Catamarca, las tendencias del ICP son erráticas y en ese sentido se destaca que la diferencia entre su mayor valor de ICP (año 2008) y el menor (2010) es la caída más alta en todo el conjunto nacional. La inclusión de Tucumán en este grupo parece responder a una evolución deseada en los valores de ICP mientras que en el caso de Catamarca parece ser el reflejo de su alternancia entre mejores y peores posiciones en el bloque regional del NGA.

En el grupo de las provincias con competitividades intermedias inferiores, la provincia del Chaco es un caso singular porque la diferencia entre su valor de ICP más alto (año 2015) y el más bajo (año 2010) constituye la mayor subida entre las provincias del NGA y segunda en el conjunto nacional durante el período analizado. Además, los valores de ICP para la provincia del Chaco son estrictamente crecientes para las mediciones de 2010, 2012 y 2015.

Tomando como base el análisis realizado, Formosa es una provincia rezagada y en coherencia con esta posición desventajosa en la clasificación propuesta, puede observarse que los ICP de 2008, 2010 y 2012 estuvieron entre los tres más bajos del bloque regional y del país. Finalmente, Jujuy aparece como la provincia perdedora del bloque regional. Este distrito ocupó el último lugar del bloque regional NGA y del país considerando los valores de ICP 2008, 2010 y 2012. Tanto en el caso de Jujuy como Formosa, sus valores de ICP no superaron el valor 2 en las cuatro mediciones interanuales realizadas.

Referencias

Bianchi, P. (1997). Construir el Mercado. Lecciones de la Unión Europea: el desarrollo de las instituciones y de las políticas de competitividad. Universidad Nacional de Quilmes, Argentina.

Boisier, S. (2000). Biorregionalismo: la última versión del traje del emperador, *Territorios N° 5*, Bogotá D.C.

Buitelar, C. (2000). *¿Cómo crear competitvidad colectiva?*, Mimeo CEPAL, Santiago, Chile.

Cabrero, E., Orihuela I.; Ziccardi, A. (2003). Ciudades competitivas-ciudades cooperativas: concepto clave de un índice para ciudades mexicanas. CIDE, División de Administración Pública, M.A., México.

Economía Argentina 2015: una visión general de las fortalezas y oportunidades de nuestro país*. Instituto de Investigaciones Económicas de la Bolsa de Córdoba*. El Emporio Ediciones, 2016.

Ibarra Armenta, C. I.; Trejo Nieto, A. B. (2014). Competencia Territorial: un marco analítico para su estudio. *Economía, Sociedad y Territorio*, vol. xiv, Nº 44.

López García, A. M.; Méndez Alonso, J. J.; Dones Tacero, M. (2009). Factores claves de la competitividad regional. *Aspectos territoriales del desarrollo: presente y futuro*, Nº 848.

Moncayo Jiménez, E. (2003). Nuevas teorías y enfoques conceptuales sobre el desarrollo regional. *Revista de Economía Institucional*, Vol. 5, N.º 8.

Sobrino, J. (2005). Competitividad territorial: ámbitos e indicadores de análisis, en: *Economía, Sociedad y Territorio*, (esp).

Unger, K; Flores D.; Ibarra E. (2013). Productividad y capital humano: Fuentes complementarias de la competitividad en los estados de México. CIDE.

Velazco, A. E. M.; Heredia González, A. (2004). Regiones, competitividad y desarrollo en México. *Revista Latinoamericana de Economía*, vol. 35, Nº 138.

Volver al índice

Análisis Comparativo del Rendimiento en Asignaturas de una Facultad de Ciencias Económicas

Devincenzi Gustavo H.[1, 2] – Rohde Gricela A.[2] – Bonaffini María L[2]. – Giraudo Marta B.[1]
[1]Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Nordeste – [2]Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional del Nordeste
gdevin@ing.unne.edu.ar – grohde@eco.unne.edu.ar – mbonaffini@eco.unne.edu.ar – martabvgiraudo@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Educación Superior, Indicadores académicos, Rendimiento académico, Calificaciones, Análisis de regresión lineal.

Resumen

El fortalecimiento de la educación universitaria es un elemento clave para lograr la competitividad de las estructuras sociales, económicas y productivas. Para contribuir con el mismo, el objetivo del presente trabajo es el análisis del rendimiento de las asignaturas correspondientes al ciclo básico común (CBC) de las carreras que se dictan en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Nordeste (UNNE), mediante el cálculo de índices.
Para lograr este objetivo, se trabajó con cinco materias que conforman el ciclo básico común (CBC) de las distintas carreras de Ciencias Económicas, y que corresponden a primer año, divididas en tres del primer cuatrimestre y dos del segundo, ya que es la etapa en que se evidencia el mayor desgranamiento.
Se calculó un índice General por Materia (IMG) para medir el comportamiento de las cátedras en cuanto a su rendimiento académico, a partir del cálculo de otros índices. Para la determinación de los mismos se ha tenido en cuenta la normativa vigente en la Unidad Académica en cuanto aprobación y promoción, analizando las cinco asignaturas por cada año lectivo (al 31 de marzo de cada año).
Realizado el análisis de los resultados, se evidenció la existencia de una significativa diferencia en el rendimiento de las asignaturas correspondientes al primer y al segundo cuatrimestre, detectando la que constituiría una materia crítica por los valores obtenidos.

1 Introducción

La Educación Superior constituye uno de los principales instrumentos para mejorar el desarrollo de las personas, la relación existente entre el nivel educativo, el desarrollo social y el económico de una sociedad ha sido estudiada en profundidad por muchos autores. En consecuencia, resulta imprescindible mejorar las instituciones de este nivel, debido a que el fortalecimiento de la educación universitaria es un elemento clave para lograr la competitividad de las estructuras sociales, económicas y productivas.

El objetivo de este trabajo es el análisis del rendimiento de las asignaturas correspondientes al ciclo básico común (CBC) de las carreras que se dictan en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Nordeste (UNNE), mediante el cálculo de índices.

Se analizaron los datos disponibles de cinco materias que conforman el CBC, en el Sistema de Información Universitaria (SIU), para el período 2009 – 2016.

Se trabajó con un motor de base de datos local (Visual FoxPro) para procesar la información referida a las asignaturas seleccionadas. Se calcularon los Índices de Aprobación (IMA) y Logro Cognitivo (ILC) y por último, el Índice General por materia (IMG) y año calendario, que resultó de la sumatoria de los dos anteriores.

Posteriormente, se trazaron las líneas de tendencia a fin de analizar el comportamiento de las asignaturas en el período considerado.

2 Fundamentación

2.1 Índice General por Materia

Se calculó un Índice General por Materia (IMG) para medir el comportamiento de las cátedras en cuanto a su rendimiento académico.

El IMG resulta de la sumatoria de dos dimensiones: aprobación y logro cognitivo, cada una de ellas expresadas a través de índices correspondientes.

- Índice de Aprobación (IMA): está dado por la cantidad de alumnos que aprobaron y promocionaron, sobre la cantidad de estudiantes que rindieron (presentes a rendir en cada turno de examen).
- Índice de Logro Cognitivo (ILC): resultado de considerar el cociente entre la sumatoria de la calificación final de los alumnos que aprobaron (por examen final o por promoción), y la cantidad de los estudiantes que aprobaron (n), todo ello sobre 10 (diez), que es la máxima calificación a obtener.

2.2 Dispersión

Se utilizó este parámetro estadístico para analizar cuán alejados se encuentran los datos de la media aritmética, determinando la variabilidad de los mismos. La medida de dispersión utilizada fue la Desviación Estándar aplicada a la población en estudio, normalizada con el valor medio que nos da el conocido como el Coeficiente de Variación.

2.3 Proyección de Tendencias

Mediante este trabajo se pretende también aportar un método científico que permita medir y pronosticar el comportamiento de las asignaturas sobre la base de datos históricos, los cuales forman una serie de tiempo como conjunto de puntos sucesivos en el tiempo o a lo largo de períodos consecutivos.

Según Anderson, Sweeney y Williams (2004), los procedimientos para analizar series de tiempo tienen por objetivo proporcionar buenos pronósticos o predicciones de los valores futuros de esa serie.

Cuando se realiza un análisis de series de tiempo, las mediciones pueden tomarse en intervalos regulares, pudiendo presentarse fluctuaciones aleatorias, cambios o movimientos sucesivos.

3 Desarrollo

Para este trabajo se necesitó seleccionar, procesar y analizar la variada información disponible en la Unidad Académica en estudio, para determinar los indicadores que permitieron efectuar la evaluación del comportamiento de las asignaturas. Los datos con los que se ha trabajado, fueron extraídos del Sistema de Información Universitaria (SIU), para el período 2009 - 2016 inclusive.

Se trabajó con cinco materias que conforman el ciclo básico común (CBC) de las distintas carreras de Ciencias Económicas, y que corresponden a primer año, divididas en tres del primer cuatrimestre, y dos del segundo, ya que es la etapa en que se evidencia el mayor desgranamiento.

Las materias analizadas fueron: Matemática I (006); Instituciones del Derecho Privado I (007); Contabilidad Básica (008);Principios de Administración (009) y Principios de Economía (010).

La secuencia del análisis para este trabajo fue la siguiente:

3.1 Cálculo de los Índices

Dado el volumen de datos a utilizar, se ha trabajado con un motor de base de datos local (Visual FoxPro), para realizar un procesamiento eficiente, que permita seleccionar la información necesaria de las asignaturas.

Para la determinación de los índices se ha tenido en cuenta la normativa vigente en la Unidad Académica en cuanto aprobación y promoción, analizando las cinco asignaturas por cada año lectivo (al 31 de marzo de cada año).

Los índices se calcularon de la siguiente manera:

a. El Índice de Aprobación (IMA) por cada asignatura, fue calculado de la siguiente forma:

$$IMA_i = \frac{\sum \text{Cantidad de alumnos que aprobaron}}{\sum \text{Cantidad de alumnos que rindieron}} \quad (1)$$

Siendo:

*i*cada año del período considerado

Considerando para la cantidad de alumnos que rindieron, los que obtuvieron alguna calificación en la evaluación (no se consideran los ausentes). Tampoco se consideraron aprobaciones por equivalencias o promociones en otras carreras.

b. El Índice de Logro cognitivo (ILC) se consideró según la siguiente relación:

$$ILC = \frac{\sum_{j=1}^{n} \frac{CFA}{n}}{10} \quad (2)$$

siendo: ILC= índice de Logro Cognitivo.

CFA: Calificación final de los alumnos que rindieron o que promocionaron (incluye insuficientes).

n: cantidad de alumnos que rindieron.

c. El índice general por materia (IMG) se obtuvo realizando la suma de los índices de aprobación y logro cognitivo de las cinco materias mencionadas, en cada uno de los años en estudio. La fórmula del IMG, es la siguiente:

$$IMG_{ij} = IMA_{ij} + ILC_{ij} \quad (3)$$

Siendo i cada una de las cinco materias y j cada uno de los años considerados (2009 a 2016).

Los valores que puede tomar el IMG están entre 0 y 2.

3.2 Cálculo de la dispersión de los datos

Calculado el índice general para cada materia y en cada año del período considerado, se calculó el Desvío Estándar Poblacional en cada materia según la siguiente fórmula:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2}{N} - \overline{x}^2} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2} \qquad (4)$$

dónde: x_i:valor del IMG

$\bar{x}$: media aritmética de la población

N: número de mediciones que componen la población en estudio.

A los efectos de realizar una comparación de los desvíos de las distintas asignaturas, procedemos a normalizar los mismos, dividiendo por el promedio en cada caso, obteniendo el Coeficiente de Variación (CV):

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \qquad (5)$$

3.3 Determinación de las líneas de tendencia

Utilizando el índice general obtenido para cada asignatura, se trazaron las líneas de tendencia utilizando el programa Excel y luego se identificaron las ecuaciones correspondientes para cada una de ellas, expresadas como una función del tiempo:

$$T_i = mt + b \qquad (6)$$

Siendo:

T_i: valor de tendencia para cada asignatura i.

b: intersección de la línea de tendencia con el eje de ordenadas con los valores del índice general.

m: pendiente de la línea de tendencia.

4 Análisis de los resultados

4.1 Estudio de los índices calculados

Realizado el cálculo del IMG de cada una de las asignaturas y en cada año del período considerado, se elaboró la siguiente tabla de doble entrada, resumiendo los datos calculados y hallando algunos resultados de Estadística Descriptiva:

Tabla 1.- Índice General por materia y por año calendario en el período 2009-2016

Materias	AÑOS												
	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	Prom	Max	Mín	σ	Cv
006	1,23	1,18	1,05	1,06	1,15	1,11	1,15	1,02	1,12	1,23	1,02	0,067	0,060
007	1,22	1,19	1,22	1,14	1,12	1,24	1,30	1,22	1,21	1,30	1,12	0,054	0,045
008	0,60	0,78	0,69	0,58	0,47	0,48	0,35	0,27	0,53	0,78	0,27	0,160	0,303
009	1,20	1,15	1,04	1,10	1,14	1,22	1,20	1,22	1,16	1,22	1,04	0,060	0,052
010	0,69	0,91	0,90	0,98	0,88	1,22	1,12	1,07	0,97	1,22	0,69	0,153	0,158

A continuación se muestran los gráficos obtenidos teniendo en cuenta los datos de la Tabla 1. En una primera instancia, de cada una de las asignaturas en el período considerado y a continuación, de las distintas materias en un mismo año (la cohorte, en las distintas asignaturas).

A fin de que la comparación sea más visible, se ha realizado por cuatrimestre.

A) De cada Materia en los distintos años

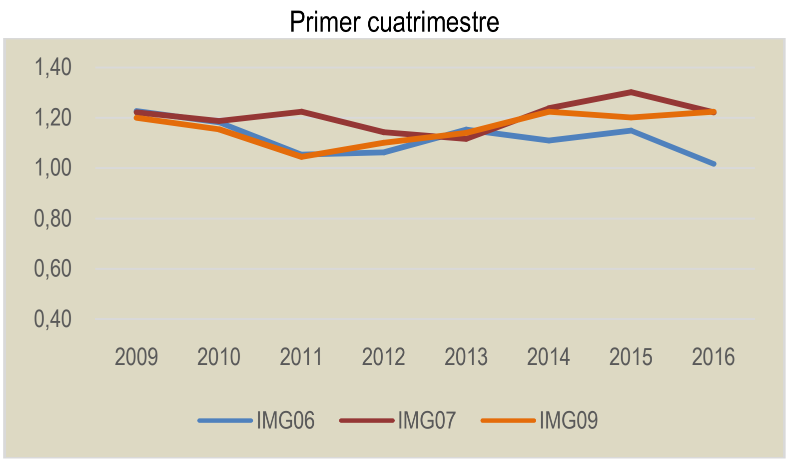


Gráfico 1: IMG de las asignaturas 006, 007 y 009 en el período 2009-2016

Segundo cuatrimestre

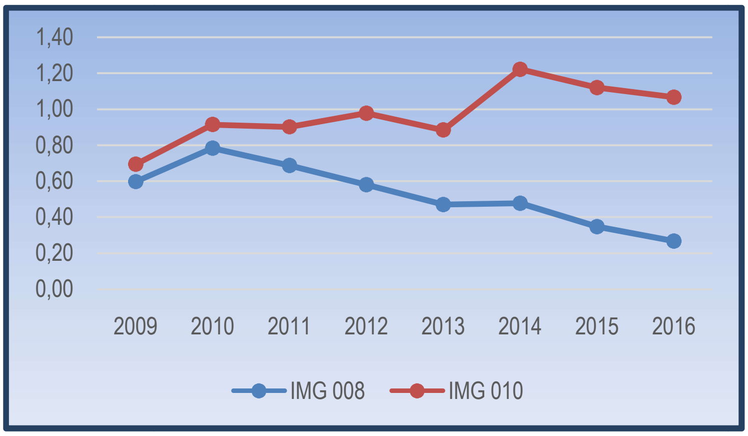


Gráfico 2: IMG de las asignaturas **008** y 010 en el período 2009-2016

De la observación de la Tabla 1 y los Gráficos 1 y 2 se infiere que las asignaturas:

- 006: mantiene un comportamiento constante con una variación en el IMG entre los valores 1,02 a 1,23
- 008: desde el año 2010, en el que obtiene su máximo valor (0,78), tiene un significativo descenso hasta alcanzar un mínimo valor en el año 2016 (0,27).
- 010: su comportamiento es irregular teniendo un mínimo valor en el año 2009 (0,69) y el máximo en 2014 (1,22).
- 007 y 009: que no poseen régimen de regularidad, presentan comportamientos similares, con muy poca variación en el período considerado.

B) De las distintas Materias de un mismo año

A efectos de visualizar mejor se han representado los datos en dos gráficos, que comprenden cuatro años en cada uno de ellos.

Gráfico 3: IMG de todas las materias en el período 2009-2012

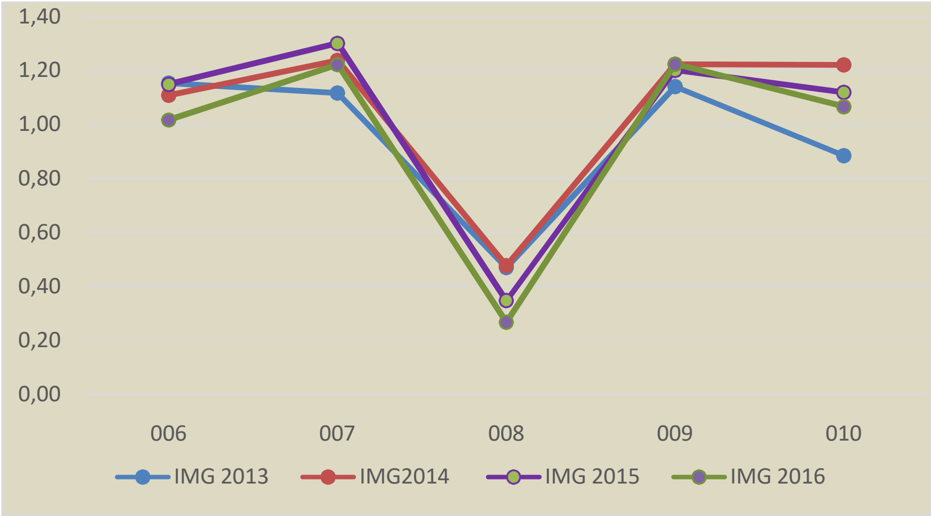


Gráfico 4: IMG de todas las materias en el período 2013-2016

En estos dos gráficos (3 y 4) podemos observar que las asignaturas:

- 006: se mantuvo con un índice mayor a 1, siendo la única teórico-práctica que tiene este comportamiento en el primer cuatrimestre.
- 007 y 009: las materias que no poseen régimen de regularidad, nuevamente se comprueba que poseen comportamientos similares y siempre mayores que 1.
- 008: se evidencia que posee el índice más bajo en todas las cohortes.

4.2 Análisis de la dispersión de los datos

En base a la Tabla 1, en la que se pueden observar algunas medidas descriptivas, nos detendremos en los valores promedios y los correspondientes al Coeficiente de Variación.

Con respecto a las materias del primer cuatrimestre, todas poseen un promedio mayor a uno, siendo la 007 la de mayor valor (1,21) mientras que las dos del segundo tienen valores menores a uno, siendo la asignatura 008 la de menor promedio (0,53).

En relación al Coeficiente de Variación (CV), se observa que las asignaturas del segundo cuatrimestre son las que poseen un significativo desvío respecto a la media, comparadas con las del primer cuatrimestre. La media del CV de las asignaturas del primer cuatrimestre es 0.052, y de las del segundo es de 0.230. Asimismo, la asignatura 008, que presenta el mayor valor de CV, es de casi 6 veces más que el promedio del primer cuatrimestre. Si bien es entendible y hasta normal que no haya una homogeneidad en el rendimiento de la cohorte, la dispersión que se observa en esta asignatura es significativa.

4.3 Determinación y trazado de las líneas de tendencia

En base a los datos de los gráficos 1 y 2, se trazaron las líneas de tendencia y se determinaron las ecuaciones de las mismas para las materias del primer y del segundo cuatrimestre, en forma separada.

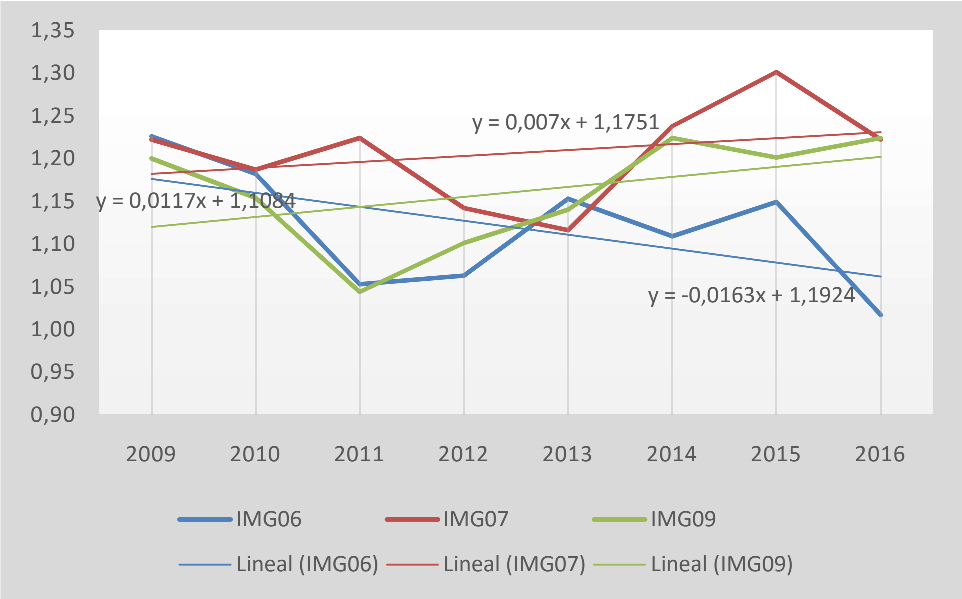


Gráfico 5: Líneas de tendencia de las materias del primer cuatrimestre

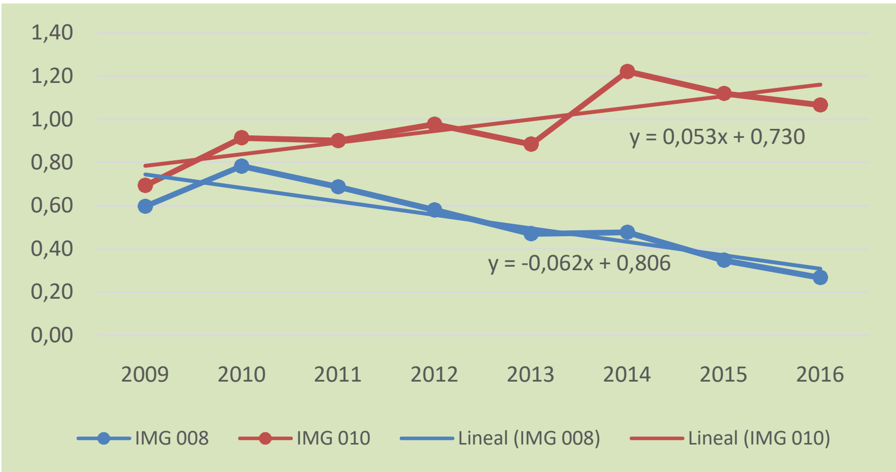


Gráfico 6: Líneas de tendencia de las materias del segundo cuatrimestre

Al comparar las asignaturas del primer cuatrimestre se observa que tienen un comportamiento similar, siendo una sola de ellas de régimen de regularidad con examen final.

Mientras que las materias del segundo cuatrimestre, ambas con condición de regularidad y de promoción, tienen un comportamiento muy diferente. Se observa que poseen similares valores absolutos de pendiente, diferenciándose en el signo de las mismas.

En la asignatura 008, la pendiente negativa de su línea de tendencia, indica que el desempeño de la misma va desmejorando con el tiempo en forma sostenida.

5 Conclusiones y trabajos futuros

Basados en el análisis de los resultados podemos concluir que:

- ✓ Las materias del segundo cuatrimestre evidencian una significativa dispersión en los resultados, en particular la 008.
- ✓ El análisis de las líneas de tendencia nos muestra una mejora en los rendimientos en las sucesivas cohortes en tres de las asignaturas consideradas, y un desmejoramiento en dos de ellas.
- ✓ Debido a la dispersión y a la línea de tendencia descendente, la asignatura 008 aparece como una materia crítica para el Ciclo Básico Común de las carreras que se imparten en la Facultad de Ciencias Económicas.
- ✓ Se estima importante que se analicen y considere si corresponden adecuaciones en las materias con tendencia negativa, y un seguimiento particular en la evolución del rendimiento en las mismas.

En el ámbito del Proyecto de Investigación del que forma parte este trabajo, se obtendrán indicadores respecto a los alumnos, que permitan evaluar su rendimiento académico, empleando modelos matemáticos para corroborar o refutar las conclusiones halladas.

Referencias

Anderson, D., Sweeney, D. y Williams, T. (2004).*Métodos cuantitativos para los negocios.* 9na. ed. México: Thomson.

Gairín, J; Rodriguez-Gómez, D. y Castro Ceacero, D. (2012). *Éxito académico de colectivos vulnerables en entornos de riesgo en Latinoamérica*. Madrid: Wolters Kluwer España.

Haeussler E. Jr., Paul, R. S. (2000). *Matemáticas para Administración y Economía*. 8va ed. México: Prentice-Hall.

Hanushek, E. A. (1986): “The economics of Schooling”. Journal of Economic Literature.Vol. 24, nº3, pp. 1141-1171.

Hermida, J., Serra, R., Kastika, E. (1992). *Administración y Estrategia*. 4ta. ed. Buenos Aires: Macchi.

Weber, J. E. (1984). Matemáticas para Administración y Economía. 4ta. ed. México. Harla.

Volver al índice

Economía y Finanzas con Series Geométricas

Acinas Sonia Ester – Paz Marta Elisa – Veralli Fabiana Edit
Facultad de Ciencias Económicas y Jurídicas, Universidad Nacional de La Pampa
sonia.acinas@gmail.com - martaepaz@hotmail.com.ar - feveralli@cpenet.com.ar

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Series, Aplicaciones, Inversiones, Bonos

Resumen

Los conceptos de sucesiones y series numéricas suelen ser de difícil comprensión, aprehensión y manipulación. En el presente trabajo empleamos conceptos relativos al tema series numéricas y criterios de convergencia que se tratan en la asignatura Análisis Matemático de la carrera de Contador Público Nacional y Licenciatura en Administración con Orientación en Emprendedurismo para plantear y resolver algunos problemas que "a priori" podrían pensarse como de naturaleza estrictamente financiera.

Dado que la asignatura corresponde al 2do año de las carreras mencionadas, los estudiantes han cursado escasas materias propias de su disciplina. Por este motivo, los problemas que se presentan no requieren un gran bagaje de conocimientos económicos y pueden ser abordados por los estudiantes sin mayor dificultad.

Pretendemos que los estudiantes se familiaricen con los temas matemáticos a través de su aparición en las aplicaciones económicas, y descubran la necesidad de usar definiciones, resultados y métodos matemáticos para llegar a las soluciones.

Comenzamos el trabajo con la definición de serie numérica, el concepto de convergencia y algunas propiedades de las series relacionadas con la convergencia o la divergencia. Luego, definimos la serie geométrica y un criterio de convergencia para este tipo de series. A continuación, presentamos varios problemas de naturaleza económica-financiera y proponemos resoluciones tanto numéricas como mediante el modelado con series geométricas. De este modo, buscamos que los estudiantes reconozcan la utilidad de ciertas herramientas matemáticas para obtener la solución de problemas que surgen en las aplicaciones económicas y minimicen el riesgo de acumulación de errores de cálculo.

1 Introducción

En matemáticas, una 'serie' es la generalización de la noción de suma aplicada a los términos de una sucesión matemática. De manera general, una serie infinita es una expresión de la forma:

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1+a_2+a_3+\ldots+a_n+\ldots$ siendo $a_1, a_2, a_3, \ldots$ los elementos de una sucesión infinita $\{a_n\}$.

A toda serie se le asocia una sucesión de sumas parciales $\{S_n\}$ cuyos términos están dados por

$S_1 = a_1, S_2 = a_1+a_2, S_3 = a_1+a_2+a_3, \ldots, S_n = a_1+a_2+a_3+\ldots+a_n$.

A medida que n aumenta, la suma parcial n-ésima incluye más términos de $\{a_n\}$ y entonces

$\lim_{n\to\infty} S_n = a_1+a_2+a_3+\ldots+a_n+\ldots = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Es así que, la evaluación de la n-ésima suma parcial S_n permite, mediante un paso al límite, conocer el comportamiento de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Si $\lim_{n\to\infty} S_n = S$ siendo S un número finito, la serie se denomina convergente y S es su suma.

Si $\lim_{n\to\infty} S_n = \pm\infty$ o no existe $\lim_{n\to\infty} S_n$, la serie se denomina divergente y la serie no tiene suma.

A diferencia de las sumas finitas, las series infinitas requieren herramientas del análisis matemático para ser debidamente comprendidas y manipuladas. A continuación, enumeramos algunas propiedades de las series que surgen a partir de las definiciones de convergencia y divergencia.

- Una serie convergente (divergente) sigue siendo convergente (divergente) si se cambia el orden de uno o de todos sus primeros n términos.
- La suma de una serie convergente es única.
- Si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge hacia S, la serie $\sum_{n=1}^{\infty} ka_n$ converge hacia kS, siendo k un número real cualquiera.
- Si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es divergente, también lo es $\sum_{n=1}^{\infty} ka_n$ para todo número real k no nulo.
- Si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge hacia S y $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ converge hacia T, la serie $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n \pm b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \pm \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ converge hacia S+T.
- Si $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge, entonces $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$. Sin embargo, no vale recíproca.
- Si $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$, la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge.

Si todos los a_n son nulos para n suficientemente grande, la serie se puede identificar con una suma finita. El estudio de la convergencia de series, se centra en las propiedades de las series infinitas que incluyen infinitos términos no nulos.

Una serie cuya convergencia y suma se determinan fácilmente es la que se presenta a continuación.

Una serie geométrica es aquella de la forma $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1} = a+ar+ar^2+\ldots+ar^{n-1}+\ldots+$

en la que cada término se obtiene multiplicando al anterior por una constante r, llamada razón de la serie.

Teorema A:

La serie geométrica

$$\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1} = \sum_{n=0}^{\infty} ar^n = a+ar+ar^2+\ldots+ar^n+\ldots \qquad (1)$$

converge si $|r|<1$ y diverge si $|r|\geq 1$. Si la serie es convergente, su suma es

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} ar^n = \frac{a}{1-r}. (2)$$

Demostración:

La suma de los n primeros términos de una progresión geométrica de razón r es

$S_n = a+ar+ar^2+\ldots+ar^{n-1}$, luego $rS_n = ra+ar^2+ar^3+\ldots+ar^n$. Entonces $(1-r)S_n = a-ar^n = a(1-r^n)$ y por lo tanto $S_n = a\frac{1-r^n}{1-r}$. Ahora, si $|r|<1$, se tiene que $\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{a}{1-r}$. Si $|r|\geq 1$, la suma no está definida.

Observación: En ocasiones, es muy útil la fórmula de la n-ésima suma parcial empleada en la demostración del teorema anterior y que está dada por

$$S_n=a\frac{1-r^n}{1-r}.(3)$$

2 Aplicaciones

A continuación presentamos situaciones problemáticas que se resuelven mediante la aplicación del Teorema A. En algunos casos, exponemos otras alternativas para llegar a la solución del problema y que permiten visualizar la conveniencia de emplear el resultado anterior por sobre otras técnicas.

1. Recursos agotables

La provincia de La Pampa contaba en el año 2012 con 9807 de miles de m^3 de petróleo, según la información suministrada por la Subsecretaría de Hidrocarburos y Minería del Gobierno de La Pampa.

Supóngase que aproximadamente se extraen 900 miles de m^3 por año.

a) Si no se hicieran nuevas perforaciones, ¿en cuántos años se agotarían las reservas?

b) Si la producción se reduce en un 1% cada año a partir de 2013. ¿Cuánto tiempo durarán las reservas de petróleo si no se realizan nuevas investigaciones y excavaciones?

Solución propuesta:

a) El cálculo es muy sencillo. Las reservas alcanzan los 9807 miles de m^3, y por año se extraen 900 miles de m^3, entonces las reservas se agotarían en 9807 / 900 = 10,897 años si no se hiciesen nuevas perforaciones.

b) Partimos de la base que en 2013 se extraen 900 miles de m^3. En 2014 se extrae 1 % menos del total de 2013, o sea 900.(1-0,01)=900.0,99 = 891 miles de m^3. Nuevamente, en 2015 se extrae 1 % menos del año anterior, es decir 891.(1-0,01)=891.0,99 = 882,09 miles de m^3. De este modo, la producción de cada año será la del año anterior multiplicada por 0,99. Si la producción continúa a ese ritmo, el total extraído surge de $900 + 900.0{,}99 + 900.0{,}99^2 + 900.0{,}99^3 + 900.0{,}99^4 + \ldots = 900\sum_{n=0}^{\infty} 0{,}99^n$,que es una serie geométrica de valor inicial 900 y razón r = 0,99 cuya suma es $S=\frac{900}{1-0{,}99}=100.\ 900=90000$.

Por lo tanto, la explotación perpetua alcanzará los 90 miles de m^3. Esto indica que el yacimiento de petróleo no se agotará bajo el supuesto de que año tras año la producción disminuya un 1% con respecto a la producción del año anterior.

2. <u>Inversiones</u>

Una empresa tiene excedentes de fondos y decide invertirlos. El primer mes coloca en inversiones transitorias el monto de $1000. Al mes siguiente decide invertir sólo la mitad de lo que invirtió en el mes 1. En el 3º mes invierte otra vez la mitad de lo que invirtió en el 2º mes, y así sucesivamente todo el año.

a) ¿Cuánto invirtió en el mes 12 y cuánto en total en el año?

b) Si decide seguir invirtiendo indefinidamente cada mes la mitad de lo que invirtió el mes anterior, ¿cuál será el total de la inversión al cabo de toda la existencia de la empresa?

Solución propuesta:

a) Es posible contestar a las preguntas realizando los siguiente cálculos:

Tabla 1. Cálculo de la inversión mensual y anual.

Mes	**Inversión $**	a_n
1	1.000	1000
2	500	1000.(1/2)
3	250	$1000.(1/2)^2$
4	125	$1000.(1/2)^3$
5	62,5	$1000.(1/2)^4$
6	31,3	$1000.(1/2)^5$
7	15,6	$1000.(1/2)^6$
8	7,8	$1000.(1/2)^7$
9	3,9	$1000.(1/2)^8$
10	2,0	$1000.(1/2)^9$
11	1,0	$1000.(1/2)^{10}$
12	0,5	$1000.(1/2)^{11}$
Total	1.999,5	

De este modo, el valor invertido en el mes 12 es $0,5 y el total invertido en el año, que es la suma de las inversiones de los 12 meses, es $1999,50.

Otra alternativa para resolver el problema consiste en observar que las inversiones son los términos de una serie geométrica de valor inicial a_1=1000 (inversión inicial) y razón r=1/2. Empleando la fórmula (3) para la n-ésima suma parcial con n=12 se tiene $S_{12} = 1000\frac{1-(1/2)^{12}}{1-1/2} = 1999,5$.

b) Si la inversión continua indefinidamente, entonces n tiende a ∞. Aplicando la fórmula (2), el total invertido será $S=\frac{1000}{1-1/2} = 2.000$.

3. Cálculo de rendimientos de una empresa

Una empresa tiene un capital de \$10000. Las proyecciones indican que los rendimientos anuales serán del 12 % anual para los próximos 10 años. Se desea conocer cuáles serán los resultados que obtendrá al cabo de los 10 años y cuál es el monto del rendimiento del año 10, bajo el supuesto de que reinvierte cada año el resultado obtenido en el período.

Solución propuesta:

Si se realizan los cálculos año por año se obtiene

Tabla 2. Cálculo de los resultados anuales.

Año	Capital +Rendimiento		a_n	Resultado
1	10000.1,12 =	11200,0	1200	1200,0
2	$10000.1,12^2$=	12544,0	1200.1,12 =	1344,0
3	$10000.1,12^3$=	14049,3	$1200.1,12^2$=	1505,3
4	$10000.1,12^4$=	15735,2	$1200.1,12^3$=	1685,9
5	$10000.1,12^5$=	17623,4	$1200.1,12^4$=	1888,2
6	$10000.1,12^6$=	19738,2	$1200.1,12^5$=	2114,8
7	$10000.1,12^7$=	22106,8	$1200.1,12^6$=	2368,6
8	$10000.1,12^8$=	24759,6	$1200.1,12^7$=	2652,8
9	$10000.1,12^9$=	27730,8	$1200.1,12^8$=	2971,2
10	$10000.1,12^{10}$=	31058,5	$1200.1,12^9$=	3327,7
Total				21058,5

Entonces se ve que el resultado del año 10 es \$3327,7 y que el rendimiento total al cabo de los 10 años, que es la suma de los resultados de cada año, asciende a \$21058,5.

A su vez, se observa que los rendimientos constituyen los términos de una serie geométrica de valor inicial a_1=1200, razón r=1,12 y término general $a_n=1200.\ 1,12^{(n-1)}$ para n=1,2,… Es así que, también se puede obtener el rendimiento total al cabo de 10 años mediante la suma parcial décima que está dada por $S_{10} = 1200\frac{1-1,12^{10}}{1-1,12} = 21058,48$.

4. Creación del dinero bancario

En la mayoría de los países existe un organismo que es el encargado de regular la política monetaria, por lo general llamado Banco Central (BC).

Nos interesa describir, muy someramente, el proceso de creación del dinero por parte de las instituciones bancarias que dependen del BC y estimar cuánto dinero estará circulando en la economía a causa de este proceso.

Supóngase que el banco alfa tiene disponibles \$1000 y decide prestarlos al Sr A. Este Sr A los deposita en el banco beta, quien debe 'reservar' un porcentaje por disposición del BC el cual ha sido fijado "hipotéticamente" en un 10%. Esa reserva se denomina "encaje bancario". Por el motivo expuesto, el banco beta tiene disponibles para volver a prestar al Sr B \$900 (\$1000 que depositó el Sr A menos el 10% del encaje). Ahora bien, el Sr B decide depositar los \$900 en el banco gamma. En este caso, el banco gamma debe cumplir también con las disposiciones legales y reservar el 10% de los depósitos como encaje. Por esta razón, el banco gamma presta \$810 (\$900 depositados por el Sr B menos el 10% de encaje).

¿Cuánto dinero circula en la economía por la intervención de los bancos comerciales si el procedimiento descripto se produce en n bancos y n es un número grande?

Solución propuesta:

A partir del monto prestado al Sr. A de \$1000, los valores que el resto de los bancos pueden ofrecer como préstamos están dados en la siguiente tabla.

Tabla 3. Montos de préstamos de los distintos bancos.

Banco	**Préstamo**	**a_n**
alfa	1000	1000
beta	900	1000.0,9
gamma	810	$1000.0,9^2$
delta	729	$1000.0,9^3$
épsilon	656	$1000.0,9^4$
zeta	590	$1000.0,9^5$
eta	531	$1000.0,9^6$
theta	478	$1000.0,9^7$
iota	430	$1000.0,9^8$
kappa	387	$1000.0,9^9$
….	…	…
n	….	$1000.0,9^{n-1}$
	Total prestado 10000	

Si se considera un número n muy elevado de bancos que realizan el procedimiento, el monto que circulará será aproximadamente \$10000. Alternativamente, se aprecia que los montos de los préstamos son los términos de una serie geométrica de valor inicial a_1=1000 (el préstamo al Sr A) y razón r=0,9 (10% del valor inicial se reserva como encaje).

Entonces, es posible estimar el monto circulante mediante la suma de una serie geométrica de término general $a_n=1000.0,90^{(n-1)}$ para n=1,2,…que está dada por $S=\frac{1000}{1-0,9}=10000$.

Cabe aclarar que se usa la suma de la serie, y no la suma parcial n-ésima, porque se considera a n un número muy grande.

5. Valor del dinero en el tiempo

El dinero tiene valor en el tiempo. No es lo mismo recibir $1000 hoy que dentro de un año, o 2 o más años. ¿Por qué no es lo mismo? Porque si hoy se tienen $1000, se pueden invertir en alguna actividad que sea rentable y obtener un resultado positivo por las colocaciones o inversiones que se realicen. Si se supone una tasa de interés del 15%, un capital de $1000 en un año rendirá $150, es decir el valor al finalizar el año 1 será de 1150 (1000.1,15); al finalizar el período 2, suponiendo que se reinvierta todo, el valor será $1322,5 (1150 . 1,15). Se puede decir entonces que $1000 es el valor actual de un monto de $1322,5 a 2 años con una tasa de interés (tasa de corte o de retorno) del 15% anual ($1322,5/1,15^2$); o, que $1000 es el valor actual de un monto de $1150 a un año de plazo (1150/1,15).

En general, el “valor actual” de un “valor final” a n períodos de plazo y una tasa de interés del i.100% por período, se obtiene a partir de la siguiente expresión

$$\text{Valor actual} = \frac{\text{Valor final}}{(1+i)^n}. \qquad (4)$$

Supóngase que se ha contraído una deuda que debe cancelarse en 12 cuotas mensuales e iguales de $1000. Si la tasa de interés del mercado es del 15%, ¿cuál es el valor actual de dicha deuda?

Solución propuesta:

Una alternativa para resolver el problema es calcular los valores actuales de las cuotas mensuales y luego sumarlos como se hace a continuación.

Tabla 4. Cálculo del valor actual de las cuotas mensuales.

Mes	Pagos	a_n	Valor actual
1	1000	1000/(1+0,15)	869,57
2	1000	$1000/(1+0,15)^2$	756,14
3	1000	$1000/(1+0,15)^3$	657,52
4	1000	$1000/(1+0,15)^4$	571,75
5	1000	$1000/(1+0,15)^5$	497,18
6	1000	$1000/(1+0,15)^6$	432,33
7	1000	$1000/(1+0,15)^7$	375,94
8	1000	$1000/(1+0,15)^8$	326,90
9	1000	$1000/(1+0,15)^9$	284,26
10	1000	$1000/(1+0,15)^{10}$	247,18
11	1000	$1000/(1+0,15)^{11}$	214,94
12	1000	$1000/(1+0,15)^{12}$	186,91
Total	**12000,0**		**5420,62**

En consecuencia, el valor actual de la deuda es \$5420,62 y será cancelado en 12 cuotas iguales y consecutivas de \$1000.

Otra forma de llegar a la solución del problema es plantear el valor actual (VA) de la deuda a cancelar en n cuotas, como la suma de los valores actuales de las n cuotas; es decir,

VA(deuda)=VA(cuota 1)+VA(cuota 2)+…+VA(cuota n).

Usando la fórmula (4) para el VA y la fórmula (3) para la suma parcial n-ésima se tiene que

$VA(deuda)=\frac{a}{1+i}+\frac{a}{(1+i)^2}+\ldots+\frac{a}{(1+i)^n}=\frac{a}{i}\left[1-\frac{1}{(1+i)^n}\right]$. Es decir, el valor actual de esos n pagos será una serie geométrica finita de *n* términos cuyo primer término es $\frac{a}{1+i}$ y cuya razón es $\frac{1}{1+i}$.

El análisis del valor actual de un instrumento financiero es fundamental en la evaluación de proyectos de inversión. La idea es que una inversión inicial hoy día, generará beneficios futuros para el inversionista. Uno de los principales indicadores de rentabilidad del proyecto es su valor actual neto (VAN) definido como

$$VAN=-I+\sum_{t=1}^{n}\frac{F_t}{(1+i)^t}, \qquad (5)$$

donde I es la inversión inicial del proyecto, F_t son los flujos de fondos netos que arroja el proyecto en el instante t, $i\in[0,1]$ es la tasa de descuento o tasa de corte (llamada costo de oportunidad del capital) y *n* es la vida del proyecto.

Un proyecto es viable si *VAN>0.* Es decir, los flujos descontados que el proyecto genere deben superar a la inversión requerida para el proyecto.

Por ejemplo, si un inversionista tiene la siguiente información sobre tres proyectos:

Tabla 5. Datos de proyectos de inversión

	Proyecto A	Proyecto B	Proyecto C
I	800	300	1000
F_t	50	40	101
i	10%	10%	10%
n	50	20	∞

a) ¿Cuáles de los proyectos son viables?

b) ¿Qué proyecto elegiría?

Solución propuesta:

a) Se calcula el VAN de cada proyecto a partir de la fórmula (5):

$VAN(Proyecto\ A)=-800+\sum_{t=1}^{50}\frac{50}{(1+0,1)^t}=-800+\frac{50}{0,1}\left[1-\frac{1}{1,1^{50}}\right]=-304,3;$

$VAN(Proyecto\ B)=-300+\sum_{t=1}^{20}\frac{40}{(1+0,1)^t}=-300+\frac{40}{0,1}\left[1-\frac{1}{1,1^{20}}\right]=40,54;$

VAN(Proyecto C)=-1000+$\sum_{t=1}^{\infty}\frac{101}{(1+0,1)^t}$=-1000+$\frac{101}{0,1}$=10.

Los proyectos B y C son viables porque tienen VAN positivos; o sea, los rendimientos futuros descontados a la tasa de interés elegida son mayores a la inversión requerida para llevarlos a cabo. El proyecto A se descarta porque en el período analizado los rendimientos no alcanzan para cubrir la inversión inicial.

b) Conviene elegir el proyecto B porque es aquél que tiene mayor VAN.

Observación :Es posible ampliar la consigna del problema añadiendo preguntas que aludan a situaciones más complejas y que permitan jugar con las sumas parciales de las series geométricas.

6. Precio de un bono

Un bono perpetuo es un instrumento financiero que promete pagar periódicamente cierta cantidad de dinero en un intervalo definido. Esta cantidad de dinero se denomina cupón. El precio de un bono está dado por el valor presente del flujo de ingresos que éste representa. Si se trata de un bono de muy largo plazo y paga *c* en cada periodo, su precio se establece del siguiente modo:

$$P_B=\frac{c}{(1+i)}+\frac{c}{(1+i)^2}+\ldots+\frac{c}{(1+i)^n}+\ldots$$

donde i es la tasa de interés. Entonces, el precio de bono es una serie geométrica infinita cuya razón r=$\frac{1}{1+i}$ es menor a uno, de modo que converge a $P_B=c\left[\frac{1}{1-\frac{1}{1+i}}-1\right]=c\left[\frac{\frac{1}{1+i}}{1-\frac{1}{1+i}}\right]=\frac{c}{i}$.

Se aprecia que el precio del bono guarda una relación inversa con la tasa de interés.

A continuación, se presenta un problema que se inscribe en el contexto del precio de un bono.

Instrumentos de renta variable “Modelo de Gordon”

Una acción puede ser valorizada según el dividendo que genere. Si se asume que alguna acción adquirida hoy reparte un dividendo Dque crecerá a una tasa constante gcada período, el valor actual de dicho instrumento es

$$P=D+D\frac{(1+g)}{(1+i)}+D\frac{(1+g)^2}{(1+i)^2}+\ldots+D\frac{(1+g)^n}{(1+i)^n}+\ldots=\sum_{n=0}^{\infty}D\frac{(1+g)^n}{(1+i)^n}$$

a) ¿Qué condiciones deben cumplir g e ipara que el precio de la acción sea una serie convergente?

b) Demuestre que, dado su razonamiento en a), P=D$\frac{1+i}{i-g}$.

Solución propuesta:

a) La razón de la serie geométrica que determina del precio de la acción es $r=\frac{1+g}{1+i}$. El Teorema A indica que la serie es convergente cuando la razón r es menor que 1. De esta manera, es suficiente que $r=\frac{1+g}{1+i}<1$, de donde se tiene que $g<i$ garantiza que el precio de la acción sea una serie convergente.

b) Por el Teorema A, la suma de la serie geométrica que da el precio de la acción es $P=D\frac{1}{1-\frac{1+g}{1+i}}=D\frac{1+i}{i-g}$, expresión que tiene sentido siempre que $g<i$, como se había analizado en el apartado anterior.

3 Conclusiones

Dado que los conceptos de sucesiones y series numéricas suelen ser de difícil aprehensión y manipulación, en este trabajo presentamos varios problemas de naturaleza financiera que pueden ser comprendidos y planteados sin mayores dificultades por estudiantes que no cuentan aún con gran cantidad de conocimientos específicos de la economía.La mayoría de estos problemas puede ser abordada de diferentes maneras. Por un lado, se cuenta con la opción numérica que requiere paciencia, extremo cuidado con los cálculos y se torna más dificultosa a medida que la cantidad de términos en juego aumenta. Por otra parte, se tiene la posibilidad de emplear series geométricas para modelar los mismos problemas y responder a las preguntas a través de los valores de las sumas o de las sumas parciales de las series.

Con esta actividad pretendemos generar en los estudiantes la necesidad de usar herramientas matemáticas para llegar a alguna solución de problemas que aparecen en las aplicaciones económicas. Y, a su vez, presentarles alternativas de cálculo que exijan menor trabajo numérico para minimizar el riesgo de arrastrar errores cuando la cantidad de operaciones sea muy grande.

Referencias

Ayres, F. Jr. (1970). *Teoría y Problemas de Cálculo Diferencial e Integral. 2da Ed*. Colombia: McGraw-Hill Inc.

Bonifaz, J.L & Winkelried, D. (2003). *Matemáticas para la economía dinámica. 1da Ed. Corregida*. Lima: Centro de Investigación de la Universidad del Pacifico.

Leithold, L. (1998). *El Cálculo 7ma Ed.*México: Oxford University Press-Harla.

Rosbaco, J. (2012). Reservas de Hidrocarburos. http://www.hidromineria.lapampa.gov.ar/Reservas-La-Pampa-2012.pdf. Consultado 29/06/2017.

Sydsaeter, K. & Hammond, P. (1996). *Matemáticas para el análisis económico*. Madrid: Prentice Hall.

Volver al índice

Propiedades de las Funciones de Producción Homogéneas y Homotéticas

García Roberto Armando - Bianco María José
Faculta de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
robertogarcia@economicas.uba.ar – mariajose.bianco@economicas.uba.ar

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Tecnologías Homogéneas y Homotéticas, Isocuantas, Isocostes, Trayectoria de Expansión

Resumen

En este trabajo se definen las funciones homogéneas y homotéticas y se demuestran formalmente sus propiedades más relevantes. Se describen y desarrollan aplicaciones económicas en el ámbito de la teoría de la producción. El objetivo es mostrar lo interesantes que resultan las tecnologías homogéneas y homotéticas por el comportamiento característico que tienen en el modo en que varían el nivel de producción y la relación técnica de sustitución de los factores productivos cuando hay un cambio de escala. Demostramos en este trabajo, que, empleando este tipo de tecnologías, las combinaciones de insumos que optimizan el costo para niveles crecientes de producción forman una línea recta, denominada trayectoria de expansión, y que el grado de homogeneidad de una función de producción homogénea permite clasificar el rendimiento a escala. Se acompañan los desarrollos con interpretaciones geométricas que permiten una mejor visualización y conceptualización de los argumentos presentados, razón por la cual, se utilizó la hipótesis de producir un único bien empleando tan solo dos factores productivos. Las funciones homogéneas forman parte del contenido de la asignatura Análisis Matemático II, perteneciente al segundo tramo del ciclo general de las carreras de Actuario y Licenciado en Economía de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires y es sumamente formativo para ambas carreras.

1 Introducción

El concepto de homogeneidad de una función se aborda estudiando como varía el valor de una función frente a cambios proporcionales en el valor de sus variables independientes. Esto significa analizar el comportamiento de una función $f: A \subseteq \Re^n \to \Re$ sobre trayectorias rectilíneas del espacio $\Re^n$ que pasen por el origen y estén contenidas en A. Para ello se analizan los valores $f(\lambda \mathbf{x})$ que toma la función sobre rectas $\mathbf{y} = \lambda \mathbf{x}$ para todo punto $\mathbf{x}$ de A y λ un número real positivo cualquiera tal que $\lambda \mathbf{x}$ pertenezca al dominio.

Para poder definir con precisión el concepto de *función homogénea*, es necesario definir previamente que se entiendo por *Cono* en un espacio vectorial

Un conjunto $C \subseteq \Re^n$ es un cono si $\lambda \mathbf{x} \in C$, $\forall \mathbf{x} \in C$ y $\forall \lambda \in \Re$ y $\lambda > 0$

Por ejemplo:

$C = \{(x, y) \in \Re^2 / 2x + 3y \geq 0\}$ es un cono. En efecto, si $\lambda > 0$:

$2x + 3y \geq 0 \Rightarrow \lambda.(2x + 3y) \geq 0 \Rightarrow 2(\lambda x) + 3(\lambda y) \geq 0 \Rightarrow (\lambda x, \lambda y) \in C$

1.1 Función homogénea

La función $f: A \subseteq \Re^n \to \Re$ tal que A es un cono, es homogénea de grado r si para todo punto $\mathbf{x}$ de A y para todo número real positivo λ se verifica:

$$f(\lambda\mathbf{x}) = \lambda^r.f(\mathbf{x}) \quad (1)$$

El grado de homogeneidad $r \in \Re$ y si es $r = 1$ la función se clasifica como linealmente homogénea.

En Economía son particularmente importantes los grados de homogeneidad uno y cero. Tal es el caso de la función de producción de Cobb-Douglas $q = f(K,L) = A.K^{\alpha}.L^{\beta}$, donde A, α y β son constantes, $(K;L)$ representan las unidades de los factores productivos capital y trabajo y q es la cantidad de producto elaborado o producción.

Se trata de una función homogénea de grado $r = \alpha + \beta$

Si $\alpha + \beta = 1$ y los inputs se modifican en la misma proporción, la producción varía en esa misma proporción. Las productividades marginales de los factores de la producción son funciones homogéneas de grado cero y por lo tanto permanecen invariantes frente a cambios de todos los factores productivos en la misma proporción.

1.2 Función homotética

La función $f: A \subseteq \Re^n \to \Re$ tal que A es un cono, es *homotética* si para cualquier par de puntos $\mathbf{x}, \mathbf{y}$ de A y $\lambda > 0$ se verifica:

$$f(\mathbf{x}) = f(\mathbf{y}) \Rightarrow f(\lambda\mathbf{x}) = f(\lambda\mathbf{y}) \quad (2)$$

1.3 Relación entre la homoteticidad y la homogeneidad

Si una función es homogénea de cualquier grado entonces es homotética.

La demostración es la siguiente.

Si f es homogénea de grado r y $f(\mathbf{x}) = f(\mathbf{y})$ entonces

$$f(\lambda\mathbf{x}) = \lambda^r.f(\mathbf{x}) = \lambda^r.f(\mathbf{y}) = f(\lambda\mathbf{y}) \quad (3)$$

El enunciado recíproco es falso. En efecto, existen funciones homotéticas que no son homogéneas. Tal es el caso de la función $f(x,y) = e^{x^2+y^2}$

La función compuesta de una función homogénea de cualquier grado, con una función monótona estrictamente creciente es una función homotética.

Las hipótesis son:

- $f(\lambda \mathbf{x}) = \lambda^r f(\mathbf{x})$
- $g'[f(\mathbf{x})] > 0$
- $h(\mathbf{x}) = g_o f(\mathbf{x}) = g[f(\mathbf{x})]$

Demostración

$$h(\mathbf{x}) = h(\mathbf{y}) \Rightarrow g[f(\mathbf{x})] = g[f(\mathbf{y})] \quad (4)$$

Como g es estrictamente creciente, se verifica que:

$$g[f(\mathbf{x})] = g[f(\mathbf{y})] \Rightarrow f(\mathbf{x}) = f(\mathbf{y}) \quad (5)$$

Y por ser f homogénea

$$h(\lambda \mathbf{x}) = g[f(\lambda \mathbf{x})] = g\left[\lambda^r f(\mathbf{x})\right] = g\left[\lambda^r f(\mathbf{y})\right] = g[f(\lambda \mathbf{y})] = h(\lambda \mathbf{y}) \quad (6)$$

Queda probado así que h satisface la proposición (2)

$$h(\mathbf{x}) = h(\mathbf{y}) \Rightarrow h(\lambda \mathbf{x}) = h(\lambda \mathbf{y}) \quad (7)$$

y por lo tanto es una función homotética.

2 Propiedades

2.1 Derivadas de una función homogénea

"Si $f : A \subseteq \Re^n \to \Re$ es homogénea de grado r admite derivadas parciales primeras continuas entonces las derivadas son funciones homogéneas de grado $(r-1)$"

Demostración:

$$f'_{x_i}(\mathbf{x}) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_1, x_2, ..., x_i + h, ... x_n)}{h} \quad (8)$$

$$f'_{x_i}(\lambda \mathbf{x}) = \lim_{h \to 0} \frac{f(\lambda x_1, \lambda x_2, ..., \lambda x_i + h, , , , \lambda x_n)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{f(\lambda x_1, \lambda x_2, ..., \lambda (x_i + \frac{h}{\lambda}), ..., \lambda x_n)}{h} \quad (9)$$

Efectuando el cambio de variable $v = \dfrac{h}{\lambda}$ se observa que:

$h \to 0 \Rightarrow v \to 0$, luego

$$f'_{x_i}(\lambda \mathbf{x}) = \lim_{v \to 0} \frac{f(\lambda x_1, \lambda x_2, ..., \lambda (x_i + v), ..., \lambda x_n)}{\lambda v} = \lim_{v \to 0} \frac{\lambda^r}{\lambda} . \frac{f(x_1, x_2, ..., x_i + v, ..., x_n)}{v} \quad (10)$$

$$f'_{x_i}(\lambda\mathbf{x}) = \lambda^{r-1}.f(\mathbf{x}) \quad (11)$$

2.2 Teorema de Euler

"Si una función $f: A \subseteq \Re^n \to \Re$ es diferenciable, entonces f es homogénea de grado r si y sólo si la suma de los productos del valor de las variables por las respectivas derivadas parciales es igual al valor de la función por su grado de homogeneidad"

f es homogénea de grado r si y solo si se verifica la siguiente igualdad

$$f'_{x_1}(\mathbf{x}).x_2 + f'_{x_2}(\mathbf{x}).x_2 + ... + f'_{x_n}(\mathbf{x}).x_n = r.f(\mathbf{x}) \quad (12)$$

Demostración:

$\Rightarrow)$ Directo

Por ser f homogénea se verifica:

$$f(\lambda\mathbf{x}) = \lambda^r.f(\mathbf{x}) \quad (13)$$

Consideramos un punto fijo $\mathbf{x}$ y derivamos ambos miembros de la igualdad anterior respecto de λ .

Llamando $\mathbf{u} = \lambda.\mathbf{x}$

El primer miembro es una función compuesta

$$\varphi(\lambda) = f(\lambda\mathbf{x}) = f(\mathbf{u}) = f(u_1, u_2, .., u_n) \quad (14)$$

Por ser la función diferenciable, es válida la regla de la cadena, entonces

$$\varphi'(\lambda) = f'_{u_1}(\mathbf{u}).u'_1 + f'_{u_2}(\mathbf{u}).u'_2 + ... + f'_{u_n}(\mathbf{u}).u'_n \quad (15)$$

$$\varphi'(\lambda) = f'_{u_1}(\mathbf{u}).x_2 + f'_{u_2}(\mathbf{u}).x_2 + ... + f'_{u_n}(\mathbf{u}).x_n \quad (16)$$

La derivada del segundo miembro es

$$\frac{d\left[\lambda^r.f(\mathbf{x})\right]}{d\lambda} = r.\lambda^{r-1}.f(\mathbf{x}) \quad (17)$$

Igualando (16) y (17)

$$f'_{u_1}(\mathbf{u}).x_2 + f'_{u_2}(\mathbf{u}).x_2 + ... + f'_{u_n}(\mathbf{u}).x_n = r.\lambda^{r-1}.f(\mathbf{x})$$

La igualdad anterior es válida para todo $\lambda > 0$ y en particular para $\lambda = 1$, en cuyo caso $\mathbf{u} = \mathbf{x}$ y $u_i = x_i \quad \forall i : i = 1,2,...n$.Luego

$$f'_{x_1}(\mathbf{x}).x_2 + f'_{x_2}(\mathbf{x}).x_2 + ... + f'_{x_n}(\mathbf{x}).x_n = r.f(\mathbf{x}) \quad (18)$$

$\Leftarrow)$ Recíproco

Sea $g:\Re^+ \to \Re \,/\, g(\lambda)=\dfrac{f(\lambda\mathbf{x})}{\lambda^r}-f(\mathbf{x})$, derivable. Haciendo el cambio de variable $\mathbf{u}=\lambda.\mathbf{x}$ para calcular su derivada

$$g'(\lambda)=\frac{\left[x_1 f'_{u_1}(\mathbf{u})+x_2 f'_{u_2}(\mathbf{u})+\ldots+x_n f'_{u_n}(\mathbf{u})\right]\lambda^r-r.\lambda^{r-1}f(\mathbf{u})}{\lambda^{2r}} \quad (19)$$

$$g'(\lambda)=\frac{\left[u_1 f'_{u_1}(\mathbf{u})+u_2 f'_{u_2}(\mathbf{u})+\ldots+u_n f'_{u_n}(\mathbf{u})\right]\lambda^{r-1}-r.\lambda^{r-1}f(\mathbf{u})}{\lambda^{2r}} \quad (20)$$

$$g'(\lambda)=\frac{\left[u_1 f'_{u_1}(\mathbf{u})+u_2 f'_{u_2}(\mathbf{u})+\ldots+u_n f'_{u_n}(\mathbf{u})-r.f(\mathbf{u})\right]\lambda^{r-1}}{\lambda^{2r}} \quad (21)$$

Por hipótesis

$$\left[u_1 f'_{u_1}(\mathbf{u})+u_2 f'_{u_2}(\mathbf{u})+\ldots+u_n f'_{u_n}(\mathbf{u})\right]-r.f(\mathbf{u})=0 \quad (22)$$

por lo tanto $g'(\lambda)=0$, y al ser $g(1)=0$, se tiene que $g(\lambda)\equiv 0$ (la función nula), luego

$$g(\lambda)=\frac{f(\lambda\mathbf{x})}{\lambda^{r}}-f(\mathbf{x})=0 \quad (23)$$

y finalmente

$$f(\lambda\mathbf{x})=\lambda^{r}.f(\mathbf{x}) \quad (24)$$

3 Aplicaciones económicas

3.1 Teoría de la distribución

Sea la función de producción $q=f(K,L)$

Aplicando el teorema de Euler

$$f'_K(K,L).K+f'_L(K,L).L=r.f(L;K) \quad (25)$$

Considerando la teoría según la cual los factores productivos son remunerados de acuerdo con sus productividades marginales podemos decir

- $r<1 \Rightarrow f'_K(K,L).K+f'_L K,L).L<f(K,L)$

La producción alcanza para retribuir los factores productivos y no se agota.

- $r=1 \Rightarrow f'_K(K,L).K+f'_L K,L).L=f(K,L)$

La producción alcanza para retribuir los factores productivos y se agota.

- $r>1 \Rightarrow f'_K(K,L).K+f'_L K,L).L>f(K,L)$

La producción no es suficiente para la retribución de los factores productivos.

Dividiendo (25) por la cantidad de producto $q(K,L)$

$$\frac{K}{f(K,L)}.f'_K(K,L)+\frac{L}{f(K;L)}.f_L(k,L)=r \quad (26)$$

$$\varepsilon_K(K,L)+\varepsilon_L(K,L)=r \quad (27)$$

La relación anterior se enuncia del siguiente modo:

"Si una función de producción es homogénea y diferenciable, la suma de las elasticidades parciales de la producción respecto de los insumos es igual a su grado de homogeneidad"

3.2 Rendimiento a escala

Cuando se incrementan las cantidades aplicadas de todos los factores productivos en la misma proporción, la cantidad de producto puede aumentar en igual, menor o mayor proporción. Según el tipo de reacción que se observe se dice que el rendimiento a escala de la producción es constante, decreciente o creciente respectivamente.

Por lo tanto, para una función de producción $q = f(K,L)$ y $\lambda > 1$

- Si $f(\lambda K, \lambda L) = \lambda . f(K,L)$, el rendimiento a escala es constante.
- Si $f(\lambda K, \lambda L) < \lambda . f(K,L)$, el rendimiento a escala es decreciente.
- Si $f(\lambda K, \lambda L) > \lambda . f(K,L)$, el rendimiento a escala es creciente.

Cuando la función de producción es homogénea, el rendimiento a escala se puede clasificar según el grado de homogeneidad de la función, como se analiza a continuación. Suponiendo $\lambda > 1$

- Si $\lambda^r.f(K,L)=\lambda.f(K,L)$ entonces $r=1$ y el rendimiento es creciente.
- Si $\lambda^r.f(K,L)<\lambda.f(K,L)$ entonces $r<1$ y el rendimiento es decreciente.
- Si $\lambda^r.f(K,L)>\lambda.f(K,L)$ entonces $r>1$ y el rendimiento es creciente.

3.3 Funciones de producción homogéneas y vector gradiente

Sea la función de producción $q=f(K,L)$ homogénea de grado r y el gradiente, el vector cuyas componentes son las derivadas parciales de la función $\overrightarrow{\nabla f}(K,L)=(f'_K(K,L),f'_L(K,L))$

Siendo las derivadas funciones homogéneas de grado $r-1$, se verifica:

$$\overrightarrow{\nabla f}(\lambda K,\lambda L)=\left(f'_K(\lambda K,\lambda L),f'_L(\lambda K,\lambda L)\right)=\lambda^{r-1}\left(f'_K(K,L),f'_L(K,L)\right) \quad (28)$$

$$\overrightarrow{\nabla f}(\lambda K,\lambda L)=\lambda^{r-1}\overrightarrow{\nabla f}(K,L) \quad (29)$$

Si $\lambda > 0$,todos los puntos $(\lambda K_0, \lambda L_0)$ del plano de los factores productivos determinan una semirrecta cuyo origen es $(0,0)$ y el gradiente en cada uno de dichos puntos tiene la misma dirección (figura 1)

Por otra parte, el gradiente en cada punto (K,L) es normal a la curva de nivel de la función que pasa por dicho punto, Para demostrarlo, consideramos la ecuación de la curva de nivel en forma parametrizada:

$$q = f(K(t),L(t)) = c \quad (30)$$

Derivando con respecto al parámetro t

$$\frac{dq}{dt} = f'_K(K,L).K'(t) + f'_L(K,L).L'(t) = 0 \quad (31)$$

La expresión anterior corresponde al producto interno entre el gradiente $\overrightarrow{\nabla f}(K,L)$ y el vector $\mathbf{v_t} = (K'(t),L'(t))$ que es tangencial a la curva de nivel. Entonces

$$\left\langle \overrightarrow{\nabla f}(K,L), \mathbf{v_t} \right\rangle = 0 \quad (32)$$

Queda demostrado así que el gradiente y el vector tangencial son ortogonales y en los puntos $(\lambda K_0, \lambda L_0)$ para todo $\lambda > 0$ las isocuantas admiten recta tangente de igual pendiente, o sea paralelas (figura 1)

Se denominan isoclinas a las líneas que unen puntos del plano (K, L) donde las isocuantas tienen igual pendiente y como se desprende de lo anterior, las isoclinas de una función de producción homogénea son líneas rectas de ecuación $(K,L) = \lambda.(K_0,L_0)$

Recordando que la pendiente de la recta tangente a una isocuanta en un punto es la tasa de sustitución técnica de los factores de la producción, puede afirmarse que en todos los puntos $(\lambda K_0, \lambda L_0)$ la tasa de sustitución técnica de los factores productivos permanece invariante.

La tasa de sustitución técnica es

$$TST(L/K) = -\frac{dL}{dK} = \frac{f'_K(K,L)}{f'_L(K,L)} \quad (33)$$

Por ser las derivadas de una función homogénea, funciones homogéneas de igual grado, la TST es una función homogénea de grado cero, y por lo tanto no modifica su valor si todos los factores productivos se modifican en la misma proporción.

$$TST(\lambda K, \lambda L) = \frac{f'_K(\lambda K, \lambda L)}{f'_L(\lambda K, \lambda L)} = \frac{\lambda^{r-1} f'_K(K,L)}{\lambda^{r-1} f'_L(K,L)} = \frac{f'_K(K,L)}{f'_L(K,L)} = TST(K,L) \quad (34)$$

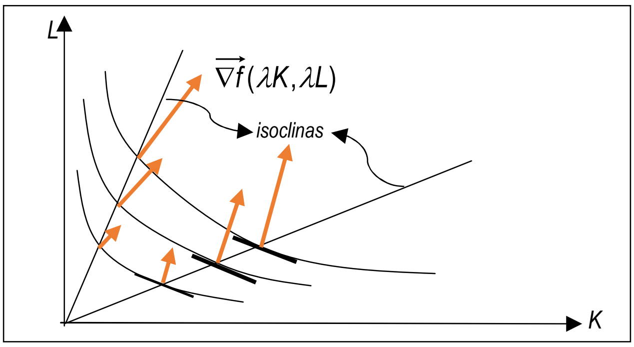


Figura 1. Isoclinas, Isocuantas y vector gradiente de una función homogénea

3.4 Trayectoria de expansión

La trayectoria de expansión es el lugar geométrico de los puntos (K,L) que minimizan el costo para cada nivel de producción (figura 2).

Se trata de minimizar el costo para un nivel de producción determinado, es decir, resolver el siguiente problema de optimización restringida.

Minimizar $C = p_K.K + p_L.L$ sujeta a $f(K,L) = q_0$, siendo C el costo y p_K, p_L los precios de los inputs.

Planteando la función auxiliar de Lagrange:

$$F(K,L,\mu) = f(K,L) + \mu(q_0 - p_K.K - p_L.L) \quad (35)$$

Asumiendo que las isocuantas son estrictamente convexas, el punto donde se minimiza el costo es punto crítico de la función lagrangiana. Luego

$$F'_K = f'_K(K,L) - \mu.p_K = 0 \quad (36)$$

$$F'_L = f'_L(K,L) - \mu.p_L = 0 \quad (37)$$

$$F'_\mu = q_0 - f(K,L) = 0 \quad (38)$$

De la (36) y (37) se obtiene

$$\frac{f'_K(K,L)}{f'_L(K,L)} = \frac{p_K}{p_L} \quad (39)$$

Como puede observarse, la ecuación (39) expresa que en cada punto de la trayectoria de expansión la isocoste de mínimo costo es tangente a la isocuanta para cada nivel de producción y la TST es constante e igual a la razón de los precios de los factores. Para tecnologías de producción homogéneas la trayectoria de expansión es una línea recta en cuyos puntos las distintas isocuantas tienen la pendiente de las isocostes $-\frac{p_K}{p_L}$ (figura 2).

Esta propiedad la cumplen también las funciones homotéticas.

En efecto, sea $q = g[f(K,L)]$ con $f(K,L)$ homogénea y $g'[f(K,L)] > 0$

Por (3) $q = h(K,L)$ es una función de producción homotética y diferenciando $q = h(K,L) = c$ (isocuanta)

$$h'_K(K,L).dK + h'_L(K,L).dL = 0 \quad (40)$$

Aplicando la regla de la cadena para obtener las derivadas parciales de h para calcular $\frac{dL}{dK}$

$$g'[f(K,L)].f'_K(K,L).dK + g'[f(K,L)].f'_L(K,L).dL = 0 \quad (41)$$

$$\frac{dL}{dK} = -\frac{g'[f(K,L)].f'_K(K,L)}{g'[f(K,L)].f'_L(K,L)} \quad (42)$$

$$\frac{dL}{dK} = -\frac{f'_K(K,L)}{f'_L(K,L)} \quad (43)$$

Como $f(K,L)$ es homogénea, la pendiente de las isocuantas de la función homotética $h(K,L)$ se mantiene constante, siempre que los factores productivos varíen en igual proporción, es decir para un $\frac{L}{K}$ dado. Luego $q = h(K,L)$ también produce sendas de expansión lineales.

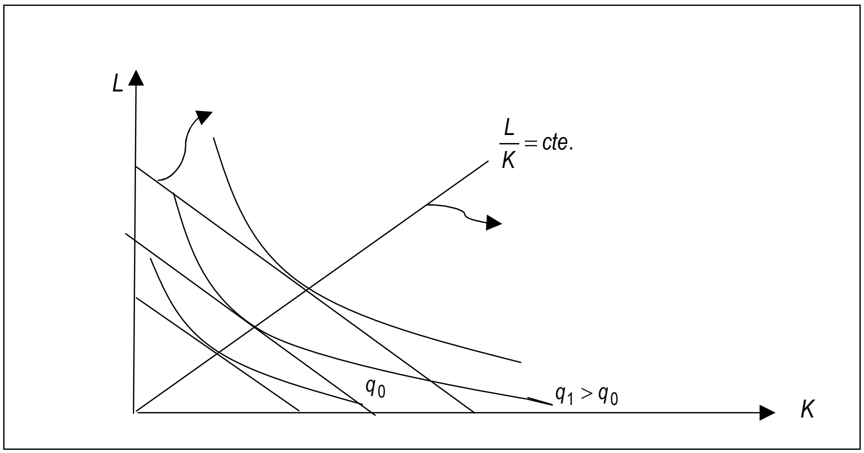


Figura 2. Trayectoria de expansión de una función de producción homogénea

4 Conclusión

La trayectoria de expansión de cualquier función de producción no necesariamente es una recta. Son las tecnologías de producción homogéneas y homotéticas las que se caracterizan por tener isoclinas lineales que pasan por el origen. La trayectoria de expansión es, de todas ellas, la isoclina cuya pendiente da la relación de los factores que optimiza el costo para cada nivel de producción. Un productor eficiente elegiría combinaciones de inputs (K,L) correspondientes a puntos de la senda de expansión

Referencias

Chiang, A.C (1993). *Métodos fundamentales de Economía Matemática.* México: McGraw-Hill.

Sydsaeter, K., Ammón, P. (1996). *Matemáticas para el Análisis Económico*. Madrid: Prentice Hall.

Allen, R.G.D. (1959). *Análisis Matemático para Economistas.* Madrid: Aguilar S.A.

Varian, H. (1992). Análisis Microeconómico. España: Antoni Bosch editor.

Borrell Fontelles, J. (1990). *Métodos matemáticos para la Economía. Campos y autosistemas.* Madrid: Pirámide.

Caballero, R.E., et.al. (1992). *Métodos matemáticos para la Economía. Madrid: McGraw-Hill.*

Volver al índice

Precios Transparentes: Creación de Aplicación “MI C.F.T” para el Cálculo del Costo Financiero Total

Alturria Emmanuel –- Salas Claudio Ariel - Aliaga María Laura – Olguín Rita Karina
Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales, Universidad Nacional de San Luis
emmalturria@hotmail.com - salas.claudio@hotmail.com - aliagalaura@gmail.com -olguinrk@gmail.com

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Costo Financiero Total, Aplicación MI CFT

Resumen

En el comercio minorista argentino, el ofrecimiento de cuotas sin interés en la operatoria con tarjetas de créditos generaba un esquema engañoso, dado que los comercios debían "inflar" los precios de lista de los productos y quien compraba al contado, terminaba pagando un costo financiero sin acceder a ningún tipo de financiación. Este desvío intentó ser corregido por la tecnocracia gubernamental a través del “Programa de Precios Transparentes”, que lejos de aportar soluciones prácticas generó muchas dudas en cuanto a su aplicación por partes de los comerciantes. En un esfuerzo por traer claridad sobre los conceptos más controvertidos de la Norma surge la aplicación *MI C.F.T.*, concebido como una herramienta orientada al comerciante minorista, cuyo objetivo era simplificar y automatizar los cálculos matemáticos para la obtención de los conceptos claves que exigía la Resolución 51 E/2017. Los resultados poco felices que trajo consigo la aplicación de la norma, obligaron al gobierno argentino a dar marcha atrás con la idea original y poner en vigencia un ordenamiento más simple y ajustado a la realidad del mercado. Es así que en la actualidad si bien la aplicación *MI C.F.T.* no puede ser “aprovechada” con todas sus bondades, continua siendo de utilidad tanto para comerciantes como para consumidores a la hora de calcular de manera rápida y sencilla el elemento más relevante que establece la normativa vigente como es el valor de cada cuota, y el costo financiero total.

1 Introducción

Todos sabemos que el crédito tiene costo. Más precisamente, tomar un crédito implica que alguien tuvo que ahorrar la cantidad de dinero que nos prestan de manera previa. Es decir, alguien tuvo que restringir su consumo presente, a cambio de lo cual exigirá una compensación, que le permita incrementar su consumo futuro. De eso se trata el ahorro. En consecuencia uno ahorra, presta ese dinero, y recibe un interés a cambio.

El interés es el costo del crédito.

En este marco, puede sonar raro que en nuestro país se compren productos en cuotas “sin interés”. O sea, que la financiación sea gratuita. Más aún, con una inflación que de media superó el 25% durante los últimos 10 años, podía parecer raro que un comprador pueda pagar en 12 cuotas fijas los productos que deseaba adquirir. En definitiva para ofrecer las llamadas cuotas "sin interés", los comercios debían "inflar" los precios de lista de los productos y eso encerraba una injusticia: **quien compraba al contado, a veces por no tener acceso a tarjetas, terminaba pagando el costo de un préstamo que nadie le daba**.

Para el Gobierno, este esquema "engañoso", debía ser corregido porque argumentaban que el costo financiero estaba implícito en los precios de los productos lo cual no permitía discriminar el precio real del producto del costo de financiamiento. Es así que en Febrero de 2017 se lanzó el Programa Precios

Transparentes, regulado por la Resolución 51- E/2017 de la Secretaría de Comercio del Ministerio de Producción de la Nación.

2 Resolución 51- E/2017: Aspectos claves

El Articulo 1 de la Norma dispuso la "*prohibición de efectuar diferencias de precio entre operaciones al contado y con tarjeta*". Es decir quienes "*comercialicen productos y/o servicios no pueden efectuar diferencias de precio entre operaciones al contado o efectivo, o en un solo pago con tarjeta de débito, de compra, de crédito u otros medios electrónicos de pago*".

Además establecía en su artículo segundo que "*cuando los precios se exhiban financiados deberá indicarse el precio de contado, el precio total financiado, el anticipo si lo hubiere, la cantidad y monto de cada una de las cuotas, la tasa de interés efectiva anual aplicada y el* ***costo financiero total.*** La redacción del articulo añade que "*quienes comercialicen productos y/o servicios bajo la modalidad de venta financiada en cuotas* ***no podrán incluir en sus anuncios****, publicidades o mensajes, bajo cualquier forma de difusión (oral o escrita, radial, televisiva o por internet, entre otras)* ***la frase "sin interés"*** *(o cualquier otra similar), cuando el costo de financiación del producto o servicio sea trasladado al precio de venta al consumidor".*

La resolución también indicaba entre sus disposiciones que *"la* ***información del costo financiero total*** *de la operación deberá colocarse en una ubicación* ***contigua al resto de las variables*** *informadas, en una tipografía en color destacado de idéntica fuente y tamaño al menos cinco veces mayor al que se utilice para informar la tasa de interés efectiva anual aplicada y/o la cantidad de cuotas y/o su importe".*

2. 1 Objetivos y Resultados esperados

Con la implementación de este Programa, el Gobierno buscaba desterrar la generalización de la frase "cuotas sin interés" y que el consumidor de un bien o servicio percibiera cabalmente la diferencia entre el precio de contado y el precio financiado de un bien. En definitiva el objetivo en palabras del Secretario de Comercio Miguel Braun era que *"los comercios y los bancos digan la verdad y que después el consumidor decida qué hacer".* Además se buscaba crear un marco de mayor competencia y transparencia, para que los consumidores tengan mejores ofertas y precios. Según los pronósticos oficiales la medida beneficiaría la opción de pago al contado, mientras que los precios al comprar en esta modalidad podrían bajar entre un 10% y un 20%.

2. 2 Resultados reales y consecuencias de su aplicación

Según un estudio realizado por la Confederación Argentina de la Mediana Empresa (CAME), a casi un mes de la entrada en vigencia del Programa, solo el 4,8% de los comercios relevados que antes cobraban cuotas sin

interés disminuyó entre 5% y 10% el precio de venta en efectivo o un pago, pero aumentó entre 10% y 20% el precio con financiamiento en seis cuotas.
La Cámara precisó también que el 15,1% de los negocios relevados mantuvo el precio en un pago o efectivo, pero aumentó el precio con financiamiento, cuando antes cobraban cuotas sin interés absorbiendo ellos los costos y puntualiza que los aumentos declarados en cuotas sin interés rondan el 10% para seis pagos.
No obstante los malos resultados, desde el Ministerio de Producción sostenían en su momento que el programa iba a funcionar, sólo había que esperar *"un tiempo"* a que se acomoden los precios merced de la competencia. Afirmaban además que si no bajaban ello implicaba que *"se está ante un mercado cartelizado y en consecuencia iba a tener que actuar la comisión nacional de defensa de la competencia".*
La CAME advirtió además que el *"28% de los comercios analizados no había implementado la norma porque no la comprendía o estaba analizando cómo hacerlo"* y que otro 31,9% no la aplica porque ya cobraba precios diferentes por pago *"efectivo, en una cuota o débito" y pago "en cuotas".*
En tanto, el 20,2% no la aplicaba porque no aceptaba tarjeta o porque sólo aceptaba tarjetas en un pago y los precios entre esas dos modalidades siempre fueron iguales, de lo que resultó que "el 80,1% de los comercios PyME no cambió nada respecto a su situación anterior.

3 MI CFT- Desarrollo de la aplicación

Frente a la confusión que se generó, según datos de la CAME, en aproximadamente el 80% de los comercios PyME que trajo aparejado la no aplicación de la Resolución de Precios Transparentes, por no comprender la medida o por no saber cómo instrumentarla, surgió la idea de crear una aplicación que permitiera echar luz sobre los aspectos más controvertidos de la Resolución de Precios Transparentes. Es así que se desarrolló MI C.F.T., una aplicación financiera para pequeños y medianos comercios que permite no solo calcular de manera clara y diferenciada los seis elementos claves exigidos por la norma, sino también cumplir con las exigencias de exhibición del precio de los productos.

3.1 La aplicación

MI C.F.T fue un nombre seleccionado por ser uno de los datos más complejos a calcular, el cual requiere de especifidades científico-técnicas y conocimientos académicos.

La aplicación que se puede utilizar en diferentes dispositivos electrónicos (como PC[10] y celular[11]), sirve para poder calcular en pocos pasos los datos que solicita la Resolución 51 E/2017 de la Secretaría de Comercio del Ministerio de Producción de la República Argentina, con dos formas de cálculo. Por un lado, a partir de la

[10]http://www.micft.com.ar
[11] Google Play – MI CFT-Precios Transparentes

utilización de la Tabla de Coeficientes, la administradora (Prisma o First Data) entrega al comercio una tabla de coeficientes que debe ser aplicado al Precio Contado y de esa manera se le traslada el Costo Financiero al comprador. Por otro lado, por la elección del precio financiado o elección del monto de la cuota. En esta alternativa el comercio puede ingresar el Precio Total Financiado o el Monto de la Cuota, a partir de ese dato se vuelve a obtener toda la información requerida por el comerciante para su publicación.

Ingresando la Tarjeta, Plan de cuotas y Precio Contado, el aplicativo arroja con un sólo click:

1. Precio Contado
2. Cantidad de Cuotas
3. Valor de cada Cuota
4. Precio Total Financiado
5. Tasa Efectiva Anual (TEA)
6. Costo Financiero Total (CFT)

La particularidad de la aplicación es que indica el porcentaje del Servicio por Costos Financieros del cual se hace cargo el comerciante, ya que, al colocar un precio menor del obtenido por el coeficiente, es el comercio quien absorbe parte del Costo Financiero. Cabe destacar que en cualquiera de las dos alternativas propuestas, la aplicación emite para el consumidor la etiqueta para exhibir.

3.2 Conceptos Técnicos

Costo Financiero Total (CFT): Se expresará en forma de Tasa Efectiva Anual, en tanto por ciento con dos decimales, y se determinará agregando a la tasa de interés el efecto de las comisiones y cargos asociados a la operación cualquiera sea su concepto.

Tasa Efectiva Anual (TEA): Es el incremento de la unidad de capital en el año y refleja el verdadero rendimiento de una operación en un año considerando que el capital se le aplicó el interés compuesto con alguna tasa subperiódica i_m

Fórmula de cálculo:

$$i = \left[\left(1 + i_s \times \frac{m}{(df \times 100)} \right)^{\frac{df}{m}} - 1 \right] \times 100 \qquad (1)$$

i: Tasa de interés anual efectiva, equivalente al cálculo de los intereses en forma vencida sobre saldos, en tanto por ciento, con dos decimales.

i_s: Tasa de interés anual contractualmente aplicada, en tanto por ciento.

m: Cantidad de días correspondientes a cada uno de los subperíodos de percepción de intereses cuando se los cobre en forma periódica, o de la operación cuando se los cobre en una sola oportunidad. Cuando dichos

subperíodos sean en días fijos por lapsos mensuales, bimestrales, etc., se consideran a estos efectos como de 30 días, 60 días etc, respectivamente.
df: 365 o 360, según el divisor fijo que corresponda utilizar.

Tasa Nominal Anual (TNA): Es la tasa de pacto en una operación, normalmente aparece en la pizarra de los bancos, en los documentos, en las condiciones de préstamos etc. Esta tasa no representa el rendimiento efectivo de una operación, es una herramienta para hallar una tasa subperiódica que si será el rendimiento del periodo al cual pertenece.
Tasa de referencia que se utiliza para las operaciones financieras, expresada en términos nominales y periodicidad anual. Lo que una persona humana o jurídica realmente paga en los préstamos, o cobra en los depósitos, es la tasa efectiva, que se calcula a partir de la tasa nominal. En las operaciones de crédito, para evaluar el costo que se deberá afrontar, además de la TNA es preciso comparar un indicador más amplio, que incluye otros cargos y comisiones, como el costo financiero total (CFT).
Fórmulas de cálculo utilizadas en la aplicación:

$$(1+i) = (1+i_m)^{\frac{365}{m}} = \left(1+\frac{i_s}{365}\times m\right)^{\frac{365}{m}} \qquad (2)$$

Coeficiente: Es el factor a aplicar sobre el precio de contado que compensa el cargo financiero, que le es deducido al comercio en su liquidación de pago.
Las ventas son liquidadas en un solo pago, a las 48 horas hábiles de su presentación, deduciendo un cargo financiero por el pago anticipado y un arancel del 3 %.

Neto a cobrar = Valor cupón − Arancel − Costo Financiero

Costo Financiero (CF) = (Valor del cupón − Arancel) − Valor presente correspondiente a las cuotas.

Valor presente correspondiente a las cuotas =

. (3)

$$\sum \frac{MM}{\left\{\left(1+TNA\times\frac{PP}{360}\right)\times\left[\left(1+TNA\times\frac{30}{360}\right)^{n-t}\right]\right\}}$$

Monto Total de la Venta en Cuotas = Precio de la Venta Contado × Coeficiente

Monto a descontar en cada mes (MM) = (Monto Total de la Venta en Cuotas − Arancel) / Cuotas

Primer Período (PP) = 30 – (F. De Pago – F. Presentación de la operación)
n = número de la cuota

4 Utilización de la aplicación - Instructivo

1- Seleccionar la Tarjeta a utilizar, Plan de Cuotas y Precio de Contado.

2- Presionar Calcular y automáticamente aparecerá en el recuadro de la derecha los seis datos que solicita la Resolución 51 E/2017.

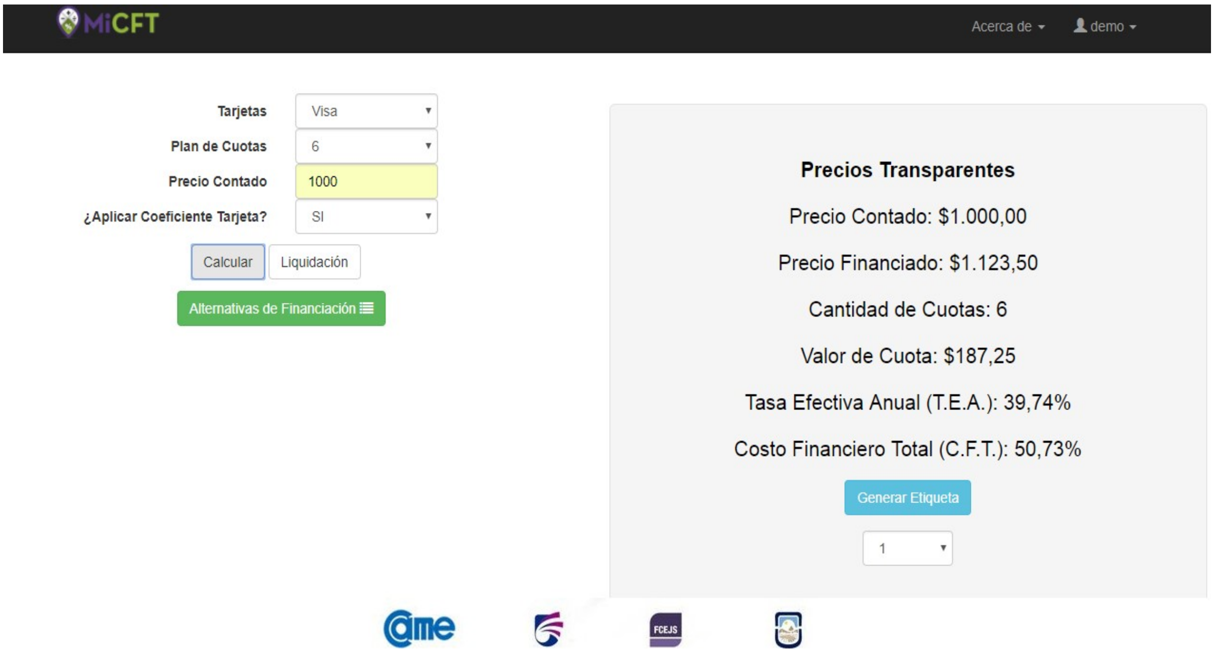


Gráfico 1 Visualización de una operación realizada con la aplicación MI CFT

3- En Generar Etiqueta podrá obtener (en formato PDF) hasta 4 etiquetas iguales para guardar e imprimir.

Gráfico 2 Etiqueta generada a partir de una operación realizada, indica datos obligatorios por Resolución 51 E/2017

4- En Aplicar coeficiente tarjeta existen 2 opciones:

a. SI: en este caso el precio financiado se obtiene en base a los coeficientes de cada tarjeta. (con esta alternativa se traslada el costo financiero al usuario).

b. En el caso de no querer usar coeficientes, la aplicación te permite elegir el precio financiado o el valor de la cuota. Al pulsar la tecla Calcular te arroja los nuevos valores a publicar.

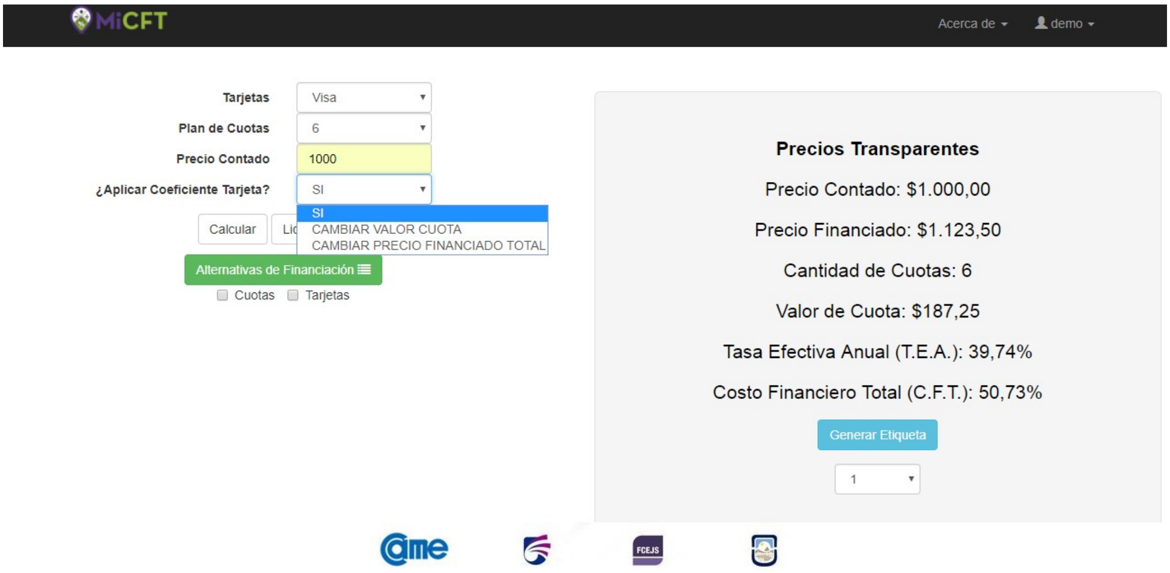


Gráfico 3. Visualización de una operación utilizando MI CFT, en el que no se utilizan coeficientes

.

5- Ingresando en Alternativas de Financiación se encuentran la opción Cuotas que arroja diferentes opciones de financiación con la MISMA tarjeta seleccionada.

Tildando la opción Tarjetas podrá obtener con la misma cantidad de cuotas elegidas diferentes opciones con todas las tarjetas.

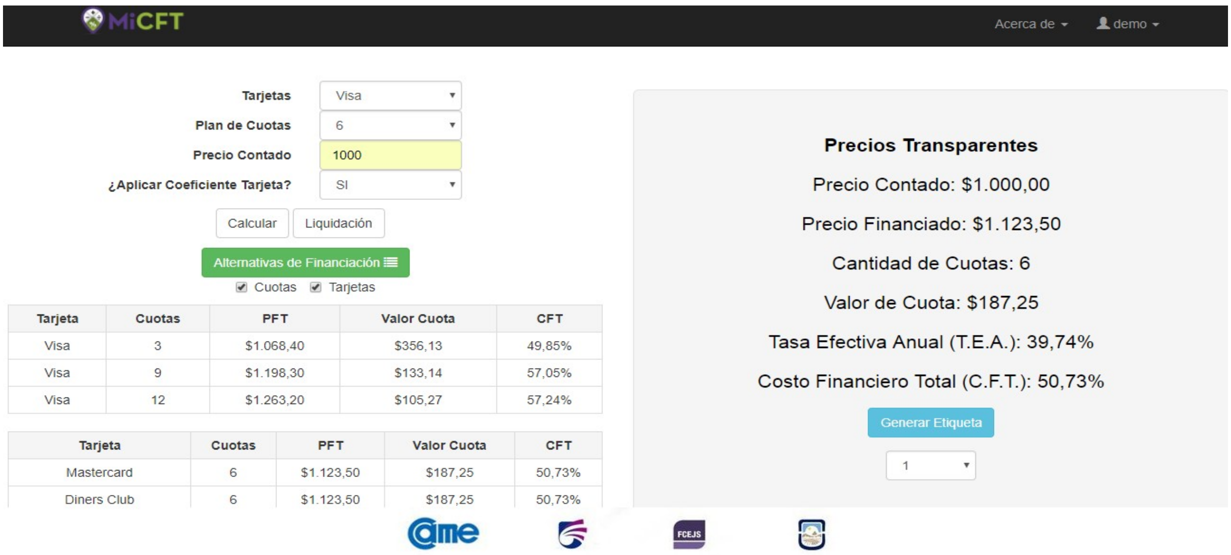


Gráfico 4. Visualización de una operación utilizando MI CFT, eligiendo Alternativas de Financiación

6- En la opción Liquidación se podrá obtener el detalle con los siguientes datos para el comerciante:

a. Fecha de Operación.

b. Fecha de Pago.

c. Precio Contado: precio ingresado por el comerciante.

d. Precio Total Financiado: Precio contado multiplicado por el coeficiente de la tarjeta.

e. Importe a acreditarse en cuenta: Importe obtenido según tasas de interés y coeficientes vigentes, descontado el arancel (3%). No se consideran las deducciones impositivas correspondientes.

   El porcentaje que aparece en rojo significa lo que el comerciante deja de percibir respecto al precio de contado.

f. Arancel.

g. Servicio Costo Financiero: Es el importe que le cobran al comerciante por adelantarle el pago de la operación. Generalmente el pago se realiza a las 48 hs.

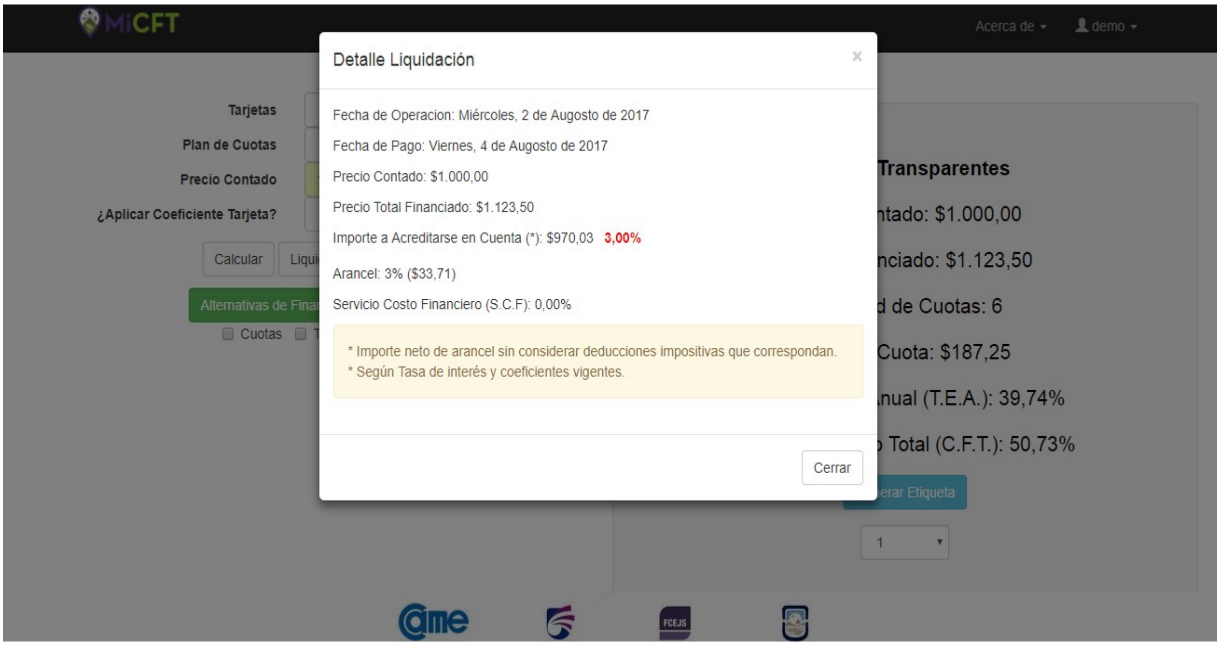


Gráfico 5. Visualización del detalle de Liquidación al que puede acceder el comerciante a través de MI CFT

5 Actualidad Normativa

Dado que los precios de contado no bajaron en la magnitud que se había previsto y los financiados subieron, por el efecto de la necesidad de diferenciar precios, y como consecuencia de ello el consumo en cuotas se desplomó, el gobierno decidió dar marcha atrás con gran parte del programa “Precios Transparentes”. A través de la Resolución 240 E/2017 de marzo de 2017 introdujo cambios en la forma de exhibir los valores de los productos en las vidrieras y en el interior de los comercios chicos, corrigiendo el plan original.

Así el precio contado efectivo, un pago con tarjeta de débito o crédito, sigue siendo el número más importante del cartel o etiqueta que exhibe el precio, pero ya no es obligatorio mostrar el Costo Financiero Total (CFT) y la Tasa Efectiva Anual (TEA) en los comercios chicos (especialmente pymes).

Más allá de que permanezca el precio contado en el cartel que indica el valor del producto, la idea es que la cantidad de cuotas y el valor de cada cuota vuelvan a tener protagonismo en las góndolas y en las vidrieras, mientras quemostrar el CFT y la TEA será sólo obligatorio en los avisos de medios masivos de comunicación y en internet.

El objetivo final que buscó el Gobierno con esta modificación a la norma original es simplificar la exhibición de los precios para los comercios más chicos.

6 Conclusiones

Si bien la no obligatoriedad de la publicación del costo financiero total hace que la herramienta diseñada no pueda ser aprovechada con todas sus bondades, al haber sido diseñada de manera flexible y con otras funcionalidades adicionales en lo que respecta a alternativas de financiación y detalles de liquidación, MI C.F.T. continua siendo de gran utilidad no solo para comerciantes sino también para consumidores, ya que le permite tanto a vendedores como compradores calcular de manera rápida y sencilla el elemento más relevante que establece la normativa vigente como es el valor de cada cuota.

Referencias

Carrizo, J. (2001). Matemática Financiera: conceptos básicos.

Comunicaciones del Banco Central de la República Argentina – Texto ordenado al 27 de enero de 2017

Domínguez, C. (2009). Manual de Cálculo financiero y Resolución de ejercicios prácticos comentados. Universidad Nacional de Villa María. Argentina.

Gianneschi, M. A. (2005). Curso de matemática financiera (No. 510/G43c/2a. ed.).

Ley 24240 de Defensa del Consumidor. Recuperado de http://servicios.infoleg.gob.ar/infolegInternet/anexos/0-4999/638/norma.htm

Ley 25065 de Tarjetas de Crédito. Recuperado de http://servicios.infoleg.gob.ar/infolegInternet/anexos/55000-59999/55556/norma.htm

Resolución 240 E/2017. Recuperado de http://servicios.infoleg.gob.ar/infolegInternet/anexos/270000-274999/273071/norma.htm

Resolución 51 E/2017. Recuperado de http://servicios.infoleg.gob.ar/infolegInternet/anexos/270000-274999/271185/norma.htm

Volver al índice

CURSOS

Aplicando GeoGebra en la Resolución de Problemas Económicos

Lell Cecilia
Facultad de Ciencias Económicas y de la Administración, Universidad Adventista del Plata
lellcecilia@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Claves: TICs, Herramientas, GeoGebra, Aplicaciones.

Resumen

La enseñanza en el nivel universitario está transitando un cambio importante como fruto de una nueva visión de la Universidad en nuestro país. Hoy hablamos de competencias, y el aporte que cada una de las asignaturas de las carreras vinculadas a las Ciencias Económicas hace para la formación de un profesional que se desenvolverá en un mundo donde la tecnología se ha convertido en parte de nuestras vidas diarias.
Nuestros alumnos, miembros de la "generación Z", están acostumbrados a ver el mundo a través de una pantalla. Y, por este motivo fundamentalmente, es importante el desarrollo de nuestras habilidades en el uso de las TICs que pueden ser de apoyo en nuestra tarea de enseñanza.
En este curso desarrollaremos algunos temas básicos del Álgebra y el Cálculo que tienen sus aplicaciones en las Ciencias Económicas, tales como Funciones en general, Funciones por partes, Matrices, Sistemas de Ecuaciones en 2D y 3D, Sistemas de Inecuaciones y su aplicación en Programación Lineal, Límite finito e infinito, Límites laterales, Derivada y su interpretación geométrica: la pendiente de la recta tangente a la curva en un punto y la Integral definida y el cálculo de áreas entre curvas.
El curso tiene por objetivo principal, compartir con los docentes el uso de las principales herramientas de Geogebra para promover la implementación del mismo en las prácticas docentes diarias, tanto en el momento de la motivación como también en la visualización de los conceptos matemáticos vinculándolos a funciones económicas.
La metodología de trabajo consistirá en tres encuentros en los cuales primero se explicará el uso del software para el tema propuesto del día y luego se dispondrá del tiempo para que cada participante pueda realizar su propia experiencia con los programas a partir de una guía práctica en la cual se indicará los procedimientos en forma detallada para su realización.

Volver al índice

Introducción a la Teoría de Martingalas, con Aplicaciones en Estadística y Econometría

Luciano A. Perez, Juana Z. Brufman
Facultad de Ciencias Económicas, Instituto de Investigaciones en Administración, Contabilidad y Métodos Cuantitativos para la Gestión - Universidad de Buenos Aires,
luciano.alejo.perez@gmail.com - brufman@econ.uba.ar

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Martingalas,Convergencia, Teoremas límite, Regresión cointegrada

Resumen

La teoría de martingalas surgió en la década de 1940 como una generalización de los resultados clásicos para límites de sumas de variables aleatorias independientes. El primer resultado importante fue el famoso teorema de convergencia de martingalas de Doob, que dio origen a la teoría.
A partir de los resultados de Burkholder, que relacionan el comportamiento de una martingala con el comportamiento del cuadrado de sus diferencias, la teoría de martingalas se volvió una herramienta clave para demostrar resultados de convergencia clásicos (TLC, leyes de grandes números) y funcionales (teorema de Donsker).
El objetivo del presente curso es introducir los principales resultados de la teoría clásica de martingalas y sus aplicaciones estadísticas y econométricas más importantes.
El curso se articula en tres bloques. En el primero se presentan los principios y definiciones básicos de la teoría de martingalas. En la segunda parte se introducen los resultados fundamentales de convergencia. En el tercer bloque se desarrollan las aplicaciones estadísticas y econométricas.
Se apunta tanto a aquellos docentes que quieran incorporar estos temas en cursos avanzados, como a aquellos investigadores que busquen aprovechar estas técnicas fundamentales en sus trabajos.

Volver al índice

La Utilidad de la Matemática para un Economista Teórico

Villanueva Rogelio Alberto
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Entre Ríos
villanuevarogelio@fceco.uner.edu.ar

Especialidad: Matemática aplicada

Palabras Clave: bienestar, ecuación de Slutsky, excedente del consumidor, ley de la demanda, maximización.

Resumen

La teoría económica es aquella parte de la disciplina que propone modelos que contribuyen a entender el comportamiento de la economía. A un economista se lo puede calificar como teórico, si se dedica a desarrollar esos modelos o teorías; al realizar esta tarea, hace tres cosas: 1) especifica una lista de variables a las cuales relaciona mediante ecuaciones; 2) indica el signo esperado para las derivadas parciales de dichas ecuaciones; 3) manipula estas ecuaciones para obtener conclusiones. Esto es lo máximo que de un economista, si sólo desarrolla teoría, se puede esperar. Para este tipo de economista, la matemática es un lenguaje que le permite expresar con precisión sus ideas.
Una gran proporción de las asignaturas que se dictan en las carreras de las Facultades de Ciencias Económicas, son de economía teórica. Cuando se la enseñe en dicha cátedras, los alumnos serán capaces de entender el mensaje que se transmite, sólo si son capaces de comprender cabalmente ese lenguaje matemático. Por esta razón, este curso se propone mostrar cómo utiliza la matemática un economista teórico, a fin de que los profesores de esta disciplina puedan encontrar elementos que le permitan mejorar sus procesos de enseñanza. Para cumplir con este propósito, se propone desarrollar dos casos concretos del área de microeconomía; a partir de su exposición, se buscará generar el intercambio de ideas respecto a cómo enseñar matemáticas para facilitar la comprensión de la teoría económica.

Volver al índice

XXXII

TALLERES

La Teoría de los Juegos y sus aplicaciones

Fajfar, Pablo- Angelelli, Ana Beatriz
Facultad de Ciencias Econ·micas, Universidad Abierta Interamericana y Universidad de Buenos Aires
- Facultad de Ciencias Econ·micas, Universidad Nacional de Cuyo
pffajfar@yahoo.com.ar - abetyang@hotmail.com

Especialidad: Matemática Aplicada.

Palabras Clave: Equilibrio de Nash, Juegos Estáticos, Juegos Dinámicos

Resumen

La Teoría de los Juegos es una herramienta fundamental para la resolución de conflictos cotidianos. Sus aplicaciones fluyen desde elegir la estrategia óptima para captar una posición en el mercado hasta la de ganar una elección. Su enfoque innovador permite que el agente tomador de decisiones pueda elegir acciones eficientes sobre la base de pensar y conjeturar qué está pensando su adversario. Demás está decir que su aplicabilidad no es exclusiva de las ciencias económico-sociales. Desde diversas ópticas, la Teoría de los Juegos es utilizada en la actualidad en campos tales como la biología evolutiva, la psicología, los conflictos bélicos y también los deportes.

El principal objetivo del taller es brindarle al asistente un panorama general acerca de la Teoría de los Juegos como método e instrumento para la resolución de conflictos. Para ello, se utilizarán diversos enfoques. El primero es el de la lógica inductiva, focalizado principalmente en la previsión de los futuros estados contingentes que un conflicto pueda tener. El segundo es de las creencias acerca de las creencias, es decir, qué se cree que el adversario está creyendo acerca del acontecer de un conflicto. El tercero y último es el del cálculo diferencial, entendiendo a éste como las herramientas básicas a utilizar para la toma de decisiones eficientes. El taller está diagramado para ser dictado durante dos sesiones de dos horas. En cada una de ellas, se expondrá un conjunto de tópicos fundamentales y se brindarán los materiales y resúmenes respectivos. Se espera que cada sesión sea interactiva. Es decir, que los asistentes puedan evacuar las dudas e interrogantes que durante las mismas se susciten.

Volver al índice

Alternativas para la vivienda propia en la Argentina Actual

Zacarías Luis, Ara María Florencia, Padró Ana
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Entre Ríos
lzacarias@fceco.uner.edu.ar – araflorencia@fceco.uner.edu.ar – apadro@fceco.uner.edu.ar

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Tasa de Interés, Créditos Hipotecarios, Tasa Fija, UVA, Procrear

Resumen

Los primeros dos meses del 2017 demostraron un despegue del crédito hipotecario. De acuerdo con los datos de fines de febrero del Banco Central de la República Argentina (BCRA), el monto total del crédito hipotecario llegó a unos $65.000 millones, frente a más de un billón de pesos ($1.108.798.000.000) de préstamos totales del sistema financiero, y solo representan un 6,5 % del total.
Una de las novedades es que por primera vez en la Argentina coexisten en el sistema cuatro variedades de créditos hipotecarios. La mayoría de los bancos otorga el indexado por UVA (Unidad de Valor Adquisitivo) mientras que otros bancos, como el HSBC, otorgan el tradicional a tasa fija. El Banco Nación brinda créditos indexados por el CVS (Coeficiente de Variación Salarial) y el Banco Hipotecario junto a algunos privados y públicos ofrecen el Procrear.
Las diferentes alternativas que se presentan en el mercado (ya sea de origen bancario o de organismos oficiales) tienen por principales objetivos dinamizar la economía por medio del multiplicador que significa la industria de la construcción, y al mismo tiempo ofrecer herramientas para el acceso a la vivienda a los sectores asalariados medios y medios altos, de modo tal que el suscriptor sea el propio administrador del proyecto y que su nivel de ingresos no resienta significativamente.
El objetivo de este taller es analizar las diferencias sustanciales entre los créditos a tasa fija, los indexados por UVA y Procrear, para luego determinar la opción más conveniente desde el punto de vista financiero, teniendo en consideración el impacto que provoca la cuota a pagar por el préstamo con el nivel de ingreso salarial y los costos de los alquileres vigentes.

Volver al índice