FACULTAD DE
CIENCIAS ECONOMICAS
UNIVERSIDAD NACIONAL TUCUMAN

XXXIII JORNADAS NACIONALES

DE DOCENTES DE MATEMÁTICA
DE
FACULTADES DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y AFINES

3, 4 y 5 de octubre

2018

XXXII JORNADAS NACIONALES DE DOCENTES DE MATEMÁTICA DE FACULTADES DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y AFINES

Libro de Actas

Facultad de Ciencias Económicas

Universidad Nacional de Tucumán

3, 4 y 5 de octubre de 2018 - Tucumán, Argentina

Libro de Actas XXXIII Jornadas de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y Afines / Sonia Ester Acinas ... [et al.] ; compilado por Elsa Rodríguez Areal ; Elisa De Rosa. - 1a ed . - San Miguel de Tucumán : Universidad Nacional de Tucumán. Facultad de Ciencias Económicas de la UNT, 2019.
Libro digital, PDF

Archivo Digital: descarga y online
ISBN 978-987-754-172-4

1. Matemática. I. Acinas, Sonia Ester. II. Rodríguez Areal, Elsa, comp. III. De Rosa, Elisa, comp. IV. Título.
CDD 510.1

ISBN 978-987-754-172-4

9 789877 541724


PRESENTACIÓN

PRESENTACIÓN

En la ciudad de San Miguel de Tucumán, la Asociación de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y Afines, realizó sus XXXIII Jornadas los días 3, 4 y 5 de octubre de 2018. Una vez más profesores e investigadores de Matemática nos sumergimos en la vorágine educativa que nos rodea, nos envuelve y nos empuja a continuar, con una necesidad insaciable de mejorar nuestros conocimientos y la calidad de nuestra tarea docente. Sin mejores profesionales no será posible cambiar la educación en Argentina, porque somos los actores permanentes del proceso de enseñanza que se lleva a cabo en las instituciones educativas.

En la actualidad, la necesidad de asistir a eventos de este tipo es una cuestión innegable, ya que es así como docentes e investigadores tienen la posibilidad de compartir experiencias, comunicar el resultado de sus investigaciones y, principalmente, enriquecerse con la mirada y los aportes de colegas de todos los rincones del país.

La capacitación y el intercambio de experiencias en las instituciones educativas, es un proceso vital, ya que su realización permite el desarrollo y optimización de las competencias educativas, proporcionando un sólido fundamento teórico, operativo y compromiso ético-social que sustenta una educación de calidad.

En esta publicación se presentan las Conferencias, Cursos y Talleres ofrecidos a los participantes, como así también las Ponencias presentadas durante el desarrollo de las XXXIII Jornadas, luego de ser evaluadas y aceptadas para su publicación por un grupo de profesionales que conformaron el Comité Evaluador. En esta ocasión, se organiza la publicación en cuatro capítulos: – Conferencias. – Cursos. –Talleres. - Ponencias

Aprovechamos esta oportunidad para agradecer profundamente a todos los asistentes y ponentes de las XXXIII Jornadas, ya que su participación fue fundamental para alcanzar los objetivos previsto para esta reunión. Agradecemos la confianza puesta en nosotros.

Vaya también nuestro especial agradecimiento a los evaluadores y demás colaboradores pues con su profesionalismo y dedicación lograron materializar la realización de este encuentro. Queremos además, hacer extensivo este agradecimiento a todas las instituciones, empresas y personas que brindaron su colaboración a través de recursos materiales y humanos.

Por último, agradecemos también a la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Tucumán por confiar en nosotros y brindarnos su apoyo durante el desarrollo de estas Jornadas.

Elisa De Rosa y Elsa Rodriguez Areal
Tucumán, Argentina. Diciembre 2018

Entidades que declararon de interés el evento:

- Interés Provincial. Decreto Nº 1894/5(MEd). Expediente Nº 1500/110-U-18.
- Interés Municipal. Decreto Nº 2549/SEH/18. Expediente Nº 5468/260/2018.
- Interés Académico. Universidad Nacional de Tucumán. Resolución Nº 0896 – 2018. Expediente Nº 552-018.
- Interés Académico. Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Tucumán. Resolución Nº 069 – D – 18. Expediente Nº 55.190 – 18.
- Auspicio Académico. Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Tucumán. Resolución Nº 070 – D – 18. Expediente Nº 55.189 – 18.

Declararon de Interés Académico el evento, las Facultades de Ciencias Económicas de las siguientes Universidades:

Universidad Adventista de La Plata (Resolución Nº 16/18)

Universidad Católica de Santa Fe (Resolución Nº 022/18)

Universidad Nacional de Entre Ríos (Resolución Nº 440/18)

Universidad Nacional de Jujuy (Resolución Nº 221/18)

Universidad Nacional de Misiones (Resolución Nº 154/18)

Universidad Nacional de Rosario (Resolución Nº 538/18)

Universidad Nacional de Salta (Resolución Nº 786/18)

Universidad Nacional del Nordeste (Resolución Nº 258/18)

Universidad Nacional de Cuyo (Resolución Nº 0675/18)

Autoridades de la Universidad Nacional de Tucumán

Rector
Ing. José García

Vicerrector
Ing. Sergio Pagani

Autoridades de la Facultad de Ciencias Económicas de la U.N.T.

Decano
Mg. CPN José Luis Antonio Jiménez

Vicedecana
CPN Liliana Pacheco

Autoridades de la Asociación de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y Afines

Presidente
Mg. Silvia Inés Padró
(Universidad Nacional de Entre Ríos)

Vicepresidente
Mg. Diana Raquel Kohan
(Universidad Nacional de Entre Ríos)

COMISIÓN ORGANIZADORA DE LAS XXXIII JORNADAS NACIONALES DE DOCENTES DE MATEMÁTICA DE FACULTADES DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y AFINES

Comisión Organizadora

Presidente: Mg. Lic. María Angélica Pérez de del Negro (UNT)

Secretario general: Mg. Lic. Elsa Rodriguez Areal de Torino (UNT)

Tesorero: C.P.N. Elisa De Rosa (UNT)

Protesorero: Esp. Lic. Marta Inés Marcilla (UNSTA)

Comité Evaluador

Mg. Lic. María Angélica Pérez de del Negro (UNT)

Mg. Lic. Margarita del Valle Veliz de Assaf (UNT)

Lic. María de Fátima Gatti (UNT)

Mg. Lic. Elsa Rodriguez Areal de Torino (UNT)

Mg. Lic. Analía Mena de Pappalardo (UNT)

Mg. Silvia Inés Padró (UNER)

Esp. Diana Raquel Kohan (UNER)

Mg. Lic. Susana Beatriz Mercau (UNSTA)

Mg. Lic. María de los Ángeles Juárez (UNT)

Mg. Lic. Adriana Inés Pérez de Villafañe (UNT)

Mg. Lic. Christine Adriane Isgro de Fourmantin (UNT)

Mg. Lic. Luciana Pérez Zamora de Nahas (UNT)

Mg. Lic. Marta Susana Golbach (UNT)

Ing. Juan Antonio Renaudo (UNSL)

Esp. Lic. Graciela Clyde Abraham de Juárez (UNT)

Trabajo ganador del Premio “Ing. Ricardo S. Carbajo”

1º Premio: Juan Manuel Peinado, D.N.I. Nº 40.597.386, alumno de la carrera de Licenciatura en Economía de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Cuyo.

Título del trabajo: “Algunos conceptos para Funciones Multivariadas. La tasa marginal de sustitución técnica y el diferencial de una función. Aplicación a la función Cobb - Douglas”.

Miembros del Jurado Evaluador: Dra. Teresita Terán (UNR)
Mg. Lic. Analía Patricia Mena (UNT)
Mg. Lic. Elsa Rodriguez Areal de Torino (UNT)


ÍNDICE

INDICE


CAPÍTULO 1:
Conferencias

CAPÍTULO 1: Conferencias

CONFERENCIA INAGURAL

¿Cómo Logramos que Aprendan Matemática en la Universidad de Nuestros Días? ¡Qué Pregunta!

Adriana Engler
Facultad de Ciencias Agrarias, Universidad Nacional del Litoral
aengler@fca.unl.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Resumen

Durante las últimas décadas, diferentes grupos de investigadores y docentes llevamos adelante investigaciones en relación a los problemas asociados con el aprendizaje de la Matemática. Así, constantemente surgen recomendaciones referidas a la enseñanza y a la implementación de estrategias y recursos tendientes a la solución de los mismos. Sin embargo, día a día, se incrementa nuestra preocupación por el rendimiento académico. Es común que, entre docentes, nos preguntemos ¿por qué no aprenden?
Muchas veces tendemos a pensar que el problema es estrictamente de los estudiantes: poca dedicación, estudio insuficiente, falta de actitud y de interés por los temas, entre otros. Seguramente sería conveniente preguntarnos, por ejemplo, ¿qué les pasa?, ¿cuál es realmente el problema?, ¿qué nos pasa a nosotros con toda esta realidad?, ¿por qué presuponen que la Matemática es una asignatura difícil? ¿qué hacemos para que piensen que es complicada?, ¿qué podemos hacer para modificar esta situación?
El propósito de esta conferencia es compartir con ustedes algunas ideas surgidas a través de mi experiencia de treinta y cinco años de trabajo en el aula universitaria en una carrera que prepara profesionales para los cuales la Matemática constituye una disciplina de formación básica y absolutamente necesaria para su futura práctica profesional. Teniendo en cuenta esto, invitarlos a pensar en la generación de ambientes de aprendizaje que faciliten la adquisición y construcción de conocimiento de manera flexible y autónoma.
Entiendo que la única manera que tenemos hoy para generar alternativas que propicien que nuestros alumnos aprendan es convertirnos en docentes innovadores, emprendedores, creativos, arriesgados,responsables y verdaderos profesionales de la educación. Tenemos mucho para reflexionar, pensar y trabajar.

Matemática para Economistas y/o Economía Matemática

Miraglia, Santiago Agustín
Facultad de Ciencias Económicas – UNT
santiagoagustinmiraglia@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Resumen

Las Universidades que ofrecen la carrera de Economía en sus niveles tanto de grado como de postgrado incluyen, unas las asignaturas “Matemática para Economistas” y otras, “Economía Matemática”.
Ambas asignaturas contienen, por lo general, los mismos temas y aplicaciones a la Economía y la diferencia la encontramos en los niveles de abstracción con que se presentan los conceptos matemáticos.
En esta conferencia busco analizar otras diferencias más allá de las señaladas en el párrafo anterior. También sugiero una forma de encarar ambas materias desde el punto de vista pedagógico, ya que sus alcances temáticos y enfoques son diferentes, aunque ambas busquen relacionar la Matemática y la Economía.

El Bienestar desde una Perspectiva Multidimensional

Panico Adriana Fátima
Facultad de Ciencias Económicas – UNT
apanico@herrera.unt.edu.ar

Especialidad: Estadística Aplicada

Resumen

En las mediciones de pobreza suelen incluirse incertidumbres metodológicas. ¿Cómo se deben evaluar los niveles de vida? ¿Es adecuada la encuesta de hogares, … es una guía confiable? ¿Qué medidas de la pobreza se deben utilizar en la agregación de datos sobre los niveles de vida individuales?
¿Los métodos multidimensionales serían más completos para determinar el bienestar de la población? Este artículo examina posibles cuestiones a considerar para responder a estas preguntas y examina una serie de nuevas herramientas de análisis que pueden facilitar en gran medida las comparaciones del bienestar, reconociendo las incertidumbres involucradas.
En base al estudio realizado se determinaron dimensiones relevantes y la importancia de la continuidad de las metodologías de diseño a través del tiempo para realizar comparaciones consistentes.

El Aporte de la Matemática al Mundo de las Finanzas

Francisco Gabino Fourmantín - Alberto Sfer

Facultad de Ciencias Económicas - UNT--Facultad de Ciencias Económicas - UNT
francisco.fourmantin@gmail.com - asfer@lasevillanita.com

Especialidad: Matemática Aplicada

Resumen

En la antigüedad se denominaba al préstamo de dinero y cobro de interés con el término “usura”. Desde el fin de la Edad Media se generalizó el uso de la palabra interés en vez de usura, quedando reservado el término usura a operaciones donde el interés que se cobra es exorbitante o ilegal.
Los préstamos de dinero con cobro de intereses existieron desde la antigüedad, pero la postura sobre el cobro de interés (usura) pasó de: un rechazo general a su práctica y además el desprecio a la actividad del prestamista en la antigüedad y la edad media; a la aceptación generalizada de nuestra época, donde la discusión se centra en cuál debería ser el valor de la tasa para que no sea usuraria.
La Matemática es una parte fundamental de los conocimientos de nuestra sociedad y se utiliza ampliamente en la vida diaria.
Los conocimientos matemáticos han estado presentes en la historia de la humanidad y forman parte del núcleo central de su cultura y de sus ideas. Se aplica en las otras ciencias y en las distintas ramas del saber, como por ejemplo la gestión de una cuenta bancaria, o la administración de fondos de pensión, el otorgamiento de préstamos y en especial en el universo de las operaciones financieras.
Es por esta razón que en las carreras que se estudian en las facultades de Ciencias Económicas, la enseñanza de la Matemática cobra un relieve más que importante en la medida que todas las operaciones económicas y el quehacer del profesional en Ciencias Económicas requieren un sustento matemático.
En particular, si observamos a Matemática Financiera, podemos pensar que se trata de una Matemática aplicada, por cuanto permitirá encontrar una inmediata relación entre los modelos matemáticos en que se basa y el mundo de las finanzas.


CAPÍTULO 2:
Cursos

CAPÍTULO 2: Cursos

Diapositivas con Latex: La Clase Beamer

Augier, Rolando Matías – Castillo, María Emilia – Straube, Benjamin
FACE – FACEyT – FACEyT
raugier@outlook.com – mariaemiliacastillo@gmail.com – bstraube@herrera.unt.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras clave: Beamer, Presentación digital, Latex

Resumen

Una imagen vale más que mil palabras y un video más que mil imágenes. Esta frase sintetiza la necesidad que, en muchas ocasiones, tienen los docentes de exponer sus clases valiéndose de instrumentos con los cuales puedan ganar en tiempo y en comprensión. El objetivo del empleo de estas herramientas, es captar más rápidamente la atención de los estudiantes y facilitar el aprendizaje.

El Internet y los diversos programas de computadora o aplicaciones para el teléfono celular, ofrecen al docente un menú variado de herramientas de apoyo al proceso de enseñanza y aprendizaje. Las presentaciones digitales son un ejemplo de ello y se utilizan ampliamente en el aula a nivel universitario favoreciendo el establecimiento de una comunicación interactiva entre docentes y estudiantes.

La clase Beamer de Latex nos permite personalizar presentaciones digitales de una manera sencilla, ya sea creando nuestras propias plantillas o transformando la gran variedad de plantillas preestablecidas.

Entre las características del uso de Beamer para la creación de diapositivas pueden ser mencionadas:

- Contenido y formato separados: al igual que ocurre con otras clases de Latex como book o article, el formato de la presentación es especificado en el preámbulo y el contenido en el documento. Así, es más fácil modificar nuestra presentación.
- El texto se edita fácilmente: trabajamos con texto plano que puede ser editado con un block de notas, respetando la sintaxis de Beamer.
- Si la presentación deriva de otro documento, como un artículo o tesis, que hemos escrito en LaTeX podemos copiar el trozo correspondiente a las imágenes, ecuaciones, tablas… directamente en la presentación.
- Es software de licencia libre.

El curso propuesto tiene por objetivo otorgar al cursante las herramientas necesarias para la correcta utilización de la clase Beamer de Latex.

Los encuentros se conducirán bajo un enfoque participativo, en los que se presentarán y se utilizarán las diferentes funcionalidades de Beamer.

Se espera que los asistentes logren hacer una presentación digital en un tema de su interés, valiéndose de todas las herramientas brindadas en el curso.

Métodos Cuantitativos Aplicados a Negocios

Medina Galván, Marcelo Enrique; García, Javier Antonio
Facultad de Ciencias Económicas UNT-Facultad de Ciencias Económicas UNT
mmedina@face.unt.edu.ar - jagarcia@face.unt.edu.ar

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Big Data, Analítica de Negocios, Gestión Organizacional

Resumen

Actualmente los volúmenes de información que genera la sociedad aumentan considerablemente día tras día, esto se debe a la irrupción de las nuevas tecnologías, las cuales incorporan imágenes, videos, sonidos y, en general, una gran cantidad de datos de tipo no estructurados. Y esto ocurre debido al intensivo empleo de las redes sociales, a la implementación de transacciones comerciales y de negocios realizados por Internet, a la llegada del comercio electrónico, a la creación de dispositivos móviles y a la sistematización y virtualización de actividades diarias, las cuales permiten una comunicaciónmucho más ágil. Esta situación ha tomado fuerza en las últimas décadas, siendo propulsada por el fácil acceso a Internet del que se dispone actualmente, hecho que también ha permitido a la sociedad toda interactuar de forma rápida y óptima por este medio.
El aumento, tanto del volumen de datos disponibles como de la velocidad y la capacidad para procesarlos, posibilitó a las organizaciones y a las empresas un nuevo marco de opciones para el desarrollo de sus actividades y de sus negocios. Marketing, ventas, operaciones, logística, todas las áreas funcionales de las organizaciones y de las empresas buscan obtener provecho de esta gran cantidad de datos, obtenidos con mucha facilidad, para mejorar las operaciones y los negocios. Pero para que dichos datos tengan algún sentido, para que se traduzcan en decisiones, es necesario su captura, administración, procesamiento y análisis.
Es por ello que en las diferentes actividades económicas y empresariales de hoy es muy frecuente la necesidad de analizar gran cantidad de datos con la finalidad de dar soporte al proceso de toma de decisiones a nivel gerencial o para ayudar en el diagnóstico de situaciones complejas en las organizaciones y en las empresas.
El objetivo de este curso es identificar y aplicar técnicas y procedimientos para la gestión de grandes volúmenes de datos, por medio de Big Data y de la Analítica de Negocios en diferentes organizaciones (con y sin fines de lucro), buscando generar conocimiento estratégico que impacte en la gestión y el desarrollo organizacional.
Se prevén utilizar métodos cuantitativos, preferentemente con estadística univariada, bivariada y multivariada, técnicas de simulación y herramientas de minería de datos.

Relacionando Conceptos del Álgebra Matricial

Barrionuevo, Amelia – Castillo, María Emilia – Danún, Armando A.
FACEyT – FACEyT – FACEyT
amelia.barrionuevo@gmail.com– mariaemiliacastillo@gmail.com – armando.danun@gmail.com

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras clave: Formas cuadráticas, Matrices,

Resumen

Una forma cuadrática **Q** o forma bilineal simétrica es una expresión polinómica en la que cada término es un monomio de grado dos en varias variables.

En el curso se verá la obtención de la expresión matricial de una forma cuadrática **Q** y la diagonalización de la misma. El primer método que se estudiará para diagonalizar **Q**, será diagonalizar su matriz asociada. Recordemos que el proceso de diagonalización de una matriz conlleva la búsqueda de los autovalores de la misma, que son las raíces del polinomio característico de la matriz. Debido a que encontrar las raíces de un polinomio de grado alto no siempre es posible, en el curso se mostrarán otros métodos simples y eficaces para diagonalizar la forma cuadrática. Todos estos métodos son posibles de realizar debido a que existe un número indefinido de bases distintas en las que puede expresarse a **Q**. La forma cuadrática diagonalizada se denomina canónica y su expresión polinomial no contiene términos con productos cruzados.

Una de las aplicaciones de las formas cuadráticas se da en el estudio de las cónicas y cuádricas. En general, el reconocimiento de las expresiones analíticas de las ecuaciones que las representan se limita a las elipses e hipérbolas centradas en (0,0), las parábolas que tienen en (0,0) su vértice o pocas variaciones respecto a estos casos. El proceso de diagonalización antes descripto nos permitirá ampliar los casos de estudio a cónicas rotadas y la posibilidad de reconocerlas.

Las formas cuadráticas aparecen, además, al estudiar los máximos y los mínimos de las funciones de varias variables. Tales funciones surgen en una variedad de aplicaciones, incluyendo geometría, vibraciones de sistemas mecánicos, estadística, ingeniería eléctrica y en problemas de Economía.


CAPÍTULO 3:
Talleres

CAPÍTULO 3: Talleres

¿Por Qué Hoy es Necesario Hablar de la Co-construcción del Curriculum?

Perez Zamora Luciana – Tarquini Matteo– Melina Delgado – Destefani Ignacio – Mender Luis – Velazquez José
Facultad de Ciencias Económicas UNT – Facultad de Ciencias Económicas UNT – Facultad de Ciencias Económicas UNT – Escuela Universitaria de Cine, Video y Televisión UNT – Facultad de Ciencias Exactas UNT – Escuela Universitaria de Cine, Video y Televisión UNT
lperezzamora@yahoo.com – matteotarquini@hotmail.it

Especialidad: Educación Matemática

Palabras clave: Curriculum, Co-construcción, Participación activa, Innovación educativa

Resumen

Los profundos cambios sociales y tecnológicos ocurridos en los últimos 20 años han producido importantes modificaciones incluso en el proceso de aprendizaje. Al mismo tiempo los avances de la psicología cognitiva y de las posiciones constructivistas y conectivistas han generado y/o recuperado formas alternativas de pensar el proceso de enseñanza.
En áreas disciplinares como matemática y estadística aplicadas se ha ido afirmando la necesidad de abrir el aula, introduciendo formas de enseñanza que miren a los problemas reales de la sociedad, recuperen la dimensión narrativa y dialógica del aprendizaje y tengan en cuenta intereses y valor pedagógico de los estudiantes. Este desplazamiento del docente del centro del proceso de aprendizaje, no significa "dejar el centro al alumno", sino compartirlo con él, en un proceso de co-construcción del curriculum, proponiendo contenidos y actividades que sean personalizables, pero seleccionadas por un docente experto, con objetivos didácticos precisos, que apunten no sólo a transmitir contenidos, sino también a la participación activa y al desarrollo de habilidades fundamentales para enfrentarse a los desafíos del siglo XXI.
En el presente taller se introducirá el tema de la co-construcción del curriculum y los procesos de enseñanza y aprendizaje, proponiendo ejemplos de participación activa y de reformulación - desde un contexto curricular y reglado –de 4 elementos que componen el curriculum: contenido, tiempos, espacios y evaluación, particularizados en áreas disciplinares básicas de las ciencias económicas como Matemática y Estadística Aplicada.
También se promocionará una apropiación creativa en el ámbito didáctico de las nuevas tecnologías que tenemos a disposición, diferente respecto a los usos fundamentalmente pasivos - o a lo sumo reactivos- propuestos y promocionados por la industria del conocimiento y la información (Piscitelli, 2011). Todos sabemos que las aulas ya no son lo que eran, aunque las prácticas que desarrollamos en ellas no siempre se hayan transformado en la clave de una pedagogía moderna que permita el desarrollo de habilidades y capacidades (Maggio 2018).
En este taller esperamos:
- favorecer la retroalimentación y transformación continua del curriculum desde la práctica educativa, visibilizando el valor pedagógico del estudiante como sujeto de aprendizaje en la co-construcción del conocimiento.

Camtasia Studio como Herramienta Multimedial para Generar Conocimientos

Gianinni, Raquel – Mena, Analía Patricia
Facultad de Ciencias Económicas – Universidad Nacional de Tucumán
raquelgiannini@yahoo.com.ar - menaanalia@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras clave: Camtasia Studio, Videos tutoriales, Materiales Didácticos

Resumen

La finalidad del taller es lograr que el docente adquiera conocimientos sobre los distintos usos pedagógicos de la herramienta tecnológica Camtasia Studio, que le permitan desarrollar competencias y habilidades digitales en la creación de productos multimediales para ser utilizados en la motivación del aprendizaje de los alumnos, y en la construcción y circulación de saberes.

Camtasia Studio, es un conjunto de aplicaciones que permite, de forma sencilla, grabar y editar videos de gran calidad. El potencial de ésta herramienta radica en una gran variedad de funciones de edición de video y audio que unido a su versatilidad y facilidad de manejo permiten realizar grabaciones de calidad para ser utilizados en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Su principal función es la de grabar todo el movimiento que se produce en la pantalla de una computadora, y si a esto le añadimos la posibilidad de modificar y editar los resultados de la grabación adicionando archivos de sonido (narración de voz o música), imágenes, videos, insertando texto y producirlo en múltiples formatos para su distribución en la web, lo convierte en una herramienta ideal para cualquier actividad formativa. Cabe aclarar, que su utilización, no requiere dominio técnico ni cualidades tecnológicas alejadas de nuestro alcance.

El taller, está dirigido a docentes de todos los niveles, y sólo se requiere que los participantes posean conocimientos mínimos de manejo de PC e internet. Se expondrán los contenidos, y se ejemplificará a partir de un video, aclarando no sólo cuestiones técnicas sino incentivando su integración pedagógica. Los participantes tendrán la oportunidad de trabajar de manera individual en una PC, y en forma colaborativa a fin de facilitar el aprendizaje significativo. Se realizará el seguimiento y monitoreo de las actividades de aprendizaje propuestas, en las que se trabajará con estrategias cognitivas para los distintos momentos didácticos.

Se espera que los participantes puedan crear y editar videos de forma muy sencilla, aún sin tener demasiados conocimientos de producción o de informática y de este modo contribuir a mejorar sus prácticas de enseñanza.

La Estadística como Herramienta de Gestión para Instituciones Educativas de Nivel Superior

Castillo, Luciana Raquel; Isgro, Christine Adriane
Facultad de Ciencias Económicas – Universidad Nacional de Tucumán
lcastillo@face.unt.edu.ar; cisgro@herrera.unt.edu.ar

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras claves: Estadística, Gestión, Educación, Indicadores, Software R

Resumen

"*Without data, you are just another person with an opinion*" es la frase con la que cierra todos sus correos electrónicos Andreas Scheicher, director de Educación en la *Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (*OCDE) y coordinador del informe PISA (Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes). La citada máxima sintetiza la importancia de sustentar las decisiones en información fehaciente y oportuna.

Las instituciones educativas de nivel superior no son ajenas a esa realidad. Es apremiante que las mismas cuenten con datos fiables y consistentes para así poder realizar un monitoreo adecuado que permita mejorar el proceso de la toma de decisiones en pos de cumplir los objetivos institucionales. Los mecanismos de seguimiento y análisis sobre el avance y graduación de los alumnos son incluso mencionados entre los estándares a cumplir para la acreditación de las carreras de grado por parte de la Comisión Nacional de Evaluación y Acreditación Universitaria (CONEAU).

La situación adquiere mayor relevancia al considerar que la era digital en la que estamos inmersos posibilita la existencia de grandes cantidades de datos provenientes de diferentes fuentes (SIU Guaraní, Aulas Virtuales, fichas de inscripción, etcétera). Es clave que cada institución desarrolle metodologías para procesar dichos datos y convertirlos en información útil, relevante y válida para la gestión.

El taller que se presenta está orientado a trabajar diversas bases de datos proponiendo una serie de interrogantes a los que se dará respuesta con el análisis de tales bases y aplicar técnicas estadísticas adecuadas para dicho análisis.

Se presentarán bases de datos reales e hipotéticas, de diferentes contextos: cátedra, instituto, facultad. Entre las metodologías aplicables figura la representación gráfica de los datos, test pareados, análisis de correlaciones, de regresión logística y de sobrevida. En cada caso, se hará una breve síntesis metodológica de la técnica empleada para garantizar su correcta aplicación.

El desarrollo del taller incluirá la formulación/adaptación de los *scripts* que permitan realizar el análisis utilizando el software R y R-Studio, para lo cual los asistentes podrán utilizar sus propias computadoras o las disponibles en el laboratorio de informática de la FACE.


CAPÍTULO 4:
Ponencias

CAPÍTULO 4: Ponencias

Creencias Epistemológicas y Actitudes hacia la Estadística según la Rama Científica de Estudio. El Caso de los Alumnos de Psicología, Administración y Contador de la UAP

Padró Silvia Inés – Quinde, Josué

Facultad de Ciencias Económicas y de la Administración, Facultad de Humanidades, Educación y Ciencias Sociales, Universidad Adventista del Plata
sipadro@gmail.com - josuequindech@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Creencias, Valores, Rendimiento, Aprendizaje de Estadística

Resumen

El paradigma educativo actual, basado en la teoría constructivista, cambió la concepción del proceso de enseñanza-aprendizaje centrada en el docente por un proceso dinámico, participativo e interactivo donde el protagonista es el estudiante. De esta forma, el educando construye el conocimiento a partir de los elementos que le brinda el docente y su interacción con el mismo y el medio. Para Vygotski el conocimiento se construye según una ley de doble formación, primero a nivel intramental y luego a nivel intrapsicológico. El conocimiento se construye a partir de la interacción de la persona con el medio, considerando a éste no sólo en su forma física, sino como entorno social y cultural del individuo. (Vygotski, 1979)

Por esta razón, es creciente la preocupación por parte de los docentes en una serie de variables intrapersonales de los alumnos, entre las que mencionamos las ideas que tienen éstos sobre lo que es aprender.

El estudio en los últimos años del proceso del aprendizaje desde la perspectiva del estudiante ha permitido identificar aspectos del mismo que se vinculan entre sí como las creencias epistemológicas, los enfoques y estrategias del aprendizaje y el rendimiento académico.

En esta primera parte de la investigación se analizaron descriptores de las creencias epistemológicas y la actitud de los estudiantes frente a la disciplina Estadística, estableciendo una comparación para en una investigación posterior determinar si existe relación con el rendimiento académico.

1 Introducción

Como docentes de Estadística, notamos las diferencias que existen en el aprendizaje y rendimiento de los alumnos de ciencias humanas (como la Psicología) y los de ciencias sociales y exactas (como la Economía y Administración). En este estudio se busca profundizar en las causas que pueden ocasionar estas diferencias. Nos concentramos, particularmente, en la parte actitudinal (creencias y predisposición) y emocional (valores, actitudes y emociones). El objetivo es poder contar con una herramienta que el docente del área pueda utilizar a fin de comprender el fenómeno y tomar las decisiones adecuadas para optimizar el proceso de enseñanza.

2 Estado actual del conocimiento

Existen numerosos artículos científicos sobre las creencias epistemológicas que concuerdan en que las mismas son las concepciones personales acerca del conocimiento y la naturaleza del mismo. Entre ellos podemos mencionar a Chan & Elliot (2000, 2004), Bandura (1986), Buehl & Alexander (2006). En estos autores podemos ver que las creencias de los individuos afectan en forma determinada su conducta, y también influyen notoriamente en sus decisiones por lo cual podemos trasladarlo al ámbito educativo y pasa a ser un factor importante a tener en cuenta en los alumnos y también en los docentes. Pecharromán y Pozo (2008) relacionan este sistema de creencias epistemológicas de las personas con dominio en Ciencias Naturales y Sociales con el campo de la Moral, con la formación de los valores personales que determinan lo que para el individuo está bien o mal.

Muchos autores han trabajado también sobre los conceptos del dominio afectivo en el aprendizaje de la matemática de Gómez-Chacón (2000). Durante muchos años estos estudios estuvieron ligados al análisis de las actitudes, pero en la actualidad se han orientado a la relación con las creencias y el aspecto emocional.

Otros estudios sobre actitudes hacia las matemáticas fueron llevados a cabo por Fennema y Sherman (1976, 1978), Whitley (1979), Hannafin (1981), Camacho, Hernández y Socas (1995), Hernández y Socas (1999), Hernández, Palarea y Socas (2001), Cubillo y Ortega (2002), entre otros. Son muy pocos los estudios sobre la dimensión afectiva y el aprendizaje, y aún más los relativos a las emociones. Mc Leod Y Adams (1989) y Goldin (1988) entre otros realizaron estudios de las emociones y su influencia en la matemática.

Ninguno de estos estudios mencionados se refiere al área de la Estadística en la cual queremos dirigir nuestro estudio.

En lo que respecta a la Estadística en particular y en relación con el tema que nos incumbe, existen mediciones de las actitudes de los alumnos hacia la Estadística. Estos trabajos de índole psicológica, analizan la estructura de factores latentes del dominio afectivo en la actitud de los alumnos universitarios ante la Estadística. Entre ellos Mondéjar Jiménez (2008), Darias Morales (2000) y Rodríguez Feijoo (2011).

3 Definición del problema

Las creencias epistemológicas y la actitud de los estudiantes frente a la Estadística ¿son iguales en los estudiantes de ciencias humanas como la Psicología y los de ciencias sociales y exactas como Contador y Administración?

4 Objetivos

General: Determinar y distinguir las creencias epistemológicas, actitudes y emociones de los alumnos que cursan Estadística de las carreras de Licenciatura en Psicología, Contador Público y Licenciatura en Administración.

Específicos:

- Obtener los permisos de ambas facultades para la realización del estudio
- Confirmar la muestra de estudiantes de ambas facultades con las que se realizará el estudio y obtener la conformidad de participación de los mismos
- Obtener los datos utilizando un cuestionario validado previamente
- Procesar los datos en el software SPSS y obtener los resultados correspondientes
- Dar a conocer a las autoridades de ambas facultades y docentes del área de estudio los resultados obtenidos
- Publicar en alguna revista de divulgación científica del área educativa los resultados a fin de darlos a conocer a nivel nacional e internacional

5 Metodología

Diseño o tipo de investigación: El estudio fue de tipo ex post facto transversal.

Participantes: Se trabajó con un muestreo por conglomerado, considerando que los conglomerados son los estudiantes inscriptos para cursar Estadística de las Facultades de Educación, Humanidades y Ciencias Sociales y la de Ciencias Económicas y de la Administración.

Instrumentos de Recolección de Datos: Se utilizó una encuesta sociodemográica para controlar variables situacionales que pueden afectar las variables principales del estudio (carrera, edad, nacionalidad, género, recursante). Para evaluar las Creencias Epistemológicas se utilizó el Inventario de Epistemología Personal (IEP), de Castañeda, Peñalosa, y Austria, (2010). Dicho inventario consta de 28 ítems tipo Likert (de cuatro opciones: totalmente en desacuerdo, desacuerdo, acuerdo, totalmente de acuerdo). Se compone de cuatro escalas, con sus correspondientes continuos:

- Estabilidad del conocimiento: cierto-tentativo; estático-dinámico.
- Fuente del conocimiento: autoridad-no autoridad; externa-personal; cuestionable-no cuestionable.
- Utilidad del conocimiento: transferible-no transferible; visión actual-visión futura.

- Naturaleza del conocimiento: abstracta-concreta; científica-no científica.

Para evaluar la actitud hacia la estadística se empleó la versión validada por Escalante, Repetto y Mattinello (2012), del Survey of Attitudes Toward Statistics (SATS) en una muestra de estudiantes del Cuyo, Argentina. Este instrumento es una escala tipo Lickert, compuesta por 25 ítems con 5 opciones de respuesta (Muy en desacuerdo a Muy acuerdo). Permite evaluar las actitudes hacia las estadísticas en cuatro componentes: Cognitivo-afectivo, Valor, Capacidad, y Dificultad. Los indicadores psicométricos analizados fueron aceptables, presentando una consistencia general de la prueba igual a 0,809 y una estructura factorial similar a la encontrada por los autores originales.

Variables: Creencias Epistemológicas, Actitudes hacia la estadística.

Procedimientos para Recolección de Datos: La recolección de datos se realizó en horario de clases luego de coordinar con el docente encargado. Se explicaron los objetivos, propósitos de la investigación y se solicitío la voluntaria participación de los estudiantes mediante el consentimiento informado.

Consideraciones Éticas del Estudio: La recolección de datos se realizó conforme al protocolo de ética de la Universidad, contando con la autorización de las autoridades de cada Facultad que conforma el proyecto y con el conforme por parte de los alumnos para ser parte del mismo. Los resultados son expresados en forma fidedigna y en un total acuerdo a lo hallado en los estudios realizados.

Procesamiento y Análisis de datos: el mismo se hizo utilizando el software estadístico SPSS. Se realizaron análisis estadísticos descriptivos y pruebas de contraste según el caso.

6 Resultados

Luego de evaluar a 76 estudiantes respecto a las creencias epistemológicas del conocimiento se encontró que presentaron niveles moderados de Estabilidad ($\bar{x}$ = 2,35; s = 0,29) y Fuente ($\bar{x}$ = 2,06; s = 0,35) y niveles altos de Utilidad ($\bar{x}$ = 3,06; s = 0,41) y Naturaleza ($\bar{x}$ = 2,88; s = 0,39). No se encontraron diferencias significativas en las Creencias Epistemológicas según la carrera de los estudiantes (ver Tabla N° 1)

Tabla N° 1: Creencias epistemológicas y Actitudes hacia la Estadística según carrera

		Contador - Sistemas		Psicología		t	p
	Dimensiones	Media	Desviación estándar	Media	Desviación estándar		

Creencias epistemológicas	Estabilidad	2,3880	,26573	2,3287	,30354	,885	,379
	Fuente	1,9896	,28530	2,1061	,38728	-1,440	,154
	Utilidad_iep	3,0428	,47228	3,0653	,36315	-,235	,815
	Naturaleza	2,8411	,41605	2,9148	,36941	-,813	,419
Actitudes Hacia la estadística	Frustración_dificultad	1,9876	,64456	3,0600	,79876	-6,254	,000
	Inutilidad	1,5375	,59162	1,9250	,59146	-2,820	,006
	Predisposición_positiva	2,7628	,61414	3,5093	,49796	-5,846	,000

Con respecto a la actitud hacia la Estadística se encontró un nivel moderado de Predisposición positiva ($\bar{x}$ = 3,19; s = 0,66) y de Frustración y dificultad ($\bar{x}$ = 2,61; s = 0,91), y un nivel bajo de Inutilidad ($\bar{x}$ = 1,76; s = 0,62).

Usando la prueba t para muestras independientes, se encontró que existen diferencias estadísticamente significativas en todas las dimensiones de la Actitud hacia la Estadística ($p < 0,05$). En todos los casos los estudiantes de Psicología presentaron puntajes más elevados (ver Tabla N° 1).

Al evaluar la relación entre las Creencias Epistemológicas y la Actitud hacia la Estadística usando el coeficiente Rho de Spearman, se encontró que la actitud de inutilidad se relaciona positivamente con la fuente de conocimiento (Rho = 0,333; p = 0,003) y negativamente con la utilidad (Rho = -0,597; p < 0,001) y la naturaleza del conocimiento (Rho = -0,390; p = 0,001). Por otra parte, la Predisposición positiva se relaciona positivamente con la Utilidad (Rho = 0,344; p = 0,002) y Naturaleza del conocimiento (Rho = 0,234; p = 0,042)

Tabla N° 2: Relación entre Creencias Epistemológicas y Actitud frente a la Estadística con Rho de Spearman

	Frustración_dificultad	Inutilidad	Predisposición_positiva
Estabilidad	-,095	,014	-,069
fuente	,127	,333**	,093
utilidad_iep	-,188	-,597**	,344**
naturaleza	,026	-,390**	,234*

**. La correlación es significativa en el nivel 0,01 (bilateral).
*. La correlación es significativa en el nivel 0,05 (bilateral).

Los gráficos que comparan las medias obtenidas tanto en Creencias epistemológicas como en Actitud frente a la Estadística de las diferentes carreras se encuentran a continuación

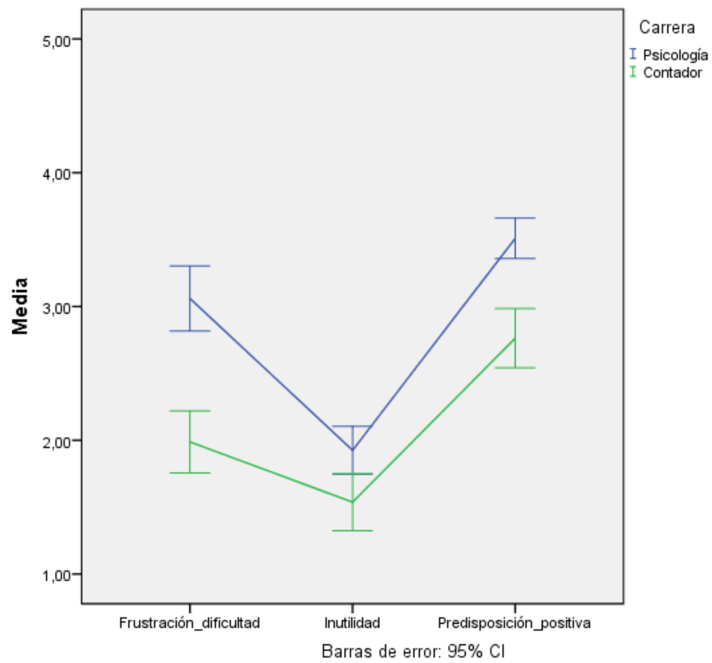


Gráfico N° 1: Comparación de las medias de la Actitud frente a la Estadística de los alumnos de las carreras de Contador y Administración vs Psicología

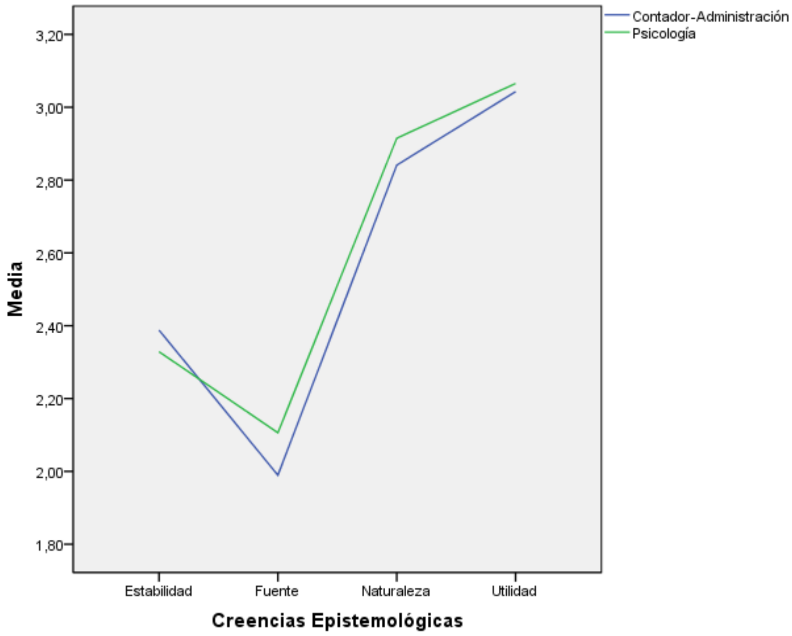


Gráfico N° 2: Comparación de las medias de las Creencias Epistemológicas de los alumnos de las carreras de Contador y Administración vs Psicología

7 Conclusión

Como se mencionó anteriormente, se encontraron diferencias en la Actitud de los estudiantes frente a la Estadística conforme a la carrera que cursan. Consideramos que el paso a seguir es el de analizar si estas diferencias finalmente se relacionan con el rendimiento de los alumnos en la materia. También es importante destacar que en la carrera de Contador Público y Licenciatura en Administración la materia se cursa en el segundo año, mientras que en Licenciatura en Psicología se hace en primer año y esto podría ser también una variable de interés a tener en cuenta en futuras investigaciones.

Referencias

- Bandura, A. y Walters, R. (1974) *Aprendizaje Social y Desarrollo de la Personalidad.* California: Editorial Alianza.
- Bandura, A. (1986) *Social foundations of thought and action: A social cognitive theory.* Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Camacho, M, Hernández, J y Socas, M. (1995) Concepciones y actitudes de futuros profesores de secundaria hacia la matemática y su enseñanza. Un estudio descriptivo. *La formación del profesorado de Ciencias y Matemática en España y Portugal, 81-97*

- Chan, K. & Elliot, R. (2000) Exploratory study of epistemological beliefs of Hong Kong teacher education students: Resolving conceptual and empirical issues. *Asia-Pacific Journal of Teacher Education, 28, 225-234*
- Chan, K. & Elliot, R. (2004) Relational Analysis of personal epistemology and conceptions about teaching and learning. *Teaching and Teacher Education, 20, 817-831*
- Cubillo, C. y Ortega, T. (2002) Influencia de un modelo didáctico en la opinión/actitud de los alumnos hacia las matemáticas. *UNO Revista de didáctica de las matemáticas, 31, 57-72*
- Darias Morales, E. (2000) Escala de actitudes hacia la estadística. *Psicothema, 12, 175-178*
- Escalante, E., Repetto, A., Mattinello, G. (2012) Exploración y análisis de la actitud hacia la estadística en alumnos de psicología. Liberabit., Lima, v. 18, n. 1, enero 2012.
- Fennema, E. y Sherman, J. (1976) Fennema-Sherman Mathematics Attitudes scale: Instrument designed to measure attitudes toward mathematics, toward the learning of mathematics by females and males. *Journal for Research in Mathematical Education, 7, 324-326*
- Fennema, E. y Sherman, J. (1978) Sex-Related Differences in Mathematics Achievement and Related factor: a Further study. *Journal for Research in Mathematical Education, 9, 189-203*
- Gómez-Chacón, I. (1997) *Procesos de aprendizaje en matemática con poblaciones de fracaso escolar en contextos de exclusión social. Las influencias afectivas en el conocimiento de la matemática.* Tesis doctoral. Universidad complutense.
- Gómez-Chacón, I. (2000) *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático.* Madrid: Narcea
- Hannafin, M. (1981) Effects of teacher and students goal setting and evaluations on mathematics achievement and student attitudes. *Journal for Research in Mathematical Education, 74, 68-79*
- Hernández, J. y Socas, M. (1999) Las actitudes de los alumnos hacia la matemáticas. El papel de los materiales didácticos. *Formación del profesorado e investigación en Educación Matemática I, 105-114*
- Hernández, J., Palarea, M. y Socas, M. (2001) Análisis de las concepciones, creencias y actitudes hacia la matemática de los alumnos que comienzan la Diplomatura de Maestro. El papel de los materiales didácticos. *Formación del profesorado e investigación en Educación Matemática II, 115-124*
- Mondéjar Jiménez, J., Vargas Vargas, M. y Bayot Mestre, A. (2008) Medición de la actitud hacia la estadística. Influencia de los procesos de estudio. *Revista electrónica de investigación psicoeducativa, 16, 729-748*
- Pecharromán, I. y Pozo, J. (2010) ¿Cómo sé que es bueno? Creencias epistemológicas en el dominio moral. *Revista de Educación, 353, 387 – 414*
- Rodríguez Feijoo, N. (2011). Actitudes de los estudiantes universitarios hacia la estadística. *Interdisciplinaria, 28, 199-205*

- Whitley, T. (1979) The effects of individualized instruction on the attitudes of Middle school pupils. *Journal for Research in Mathematical Education, 75, 188-193*

El Aula Intervenida por la Tecnología. Interacción entre la Presencialidad y la Virtualidad

Fazio, Betina - Ferrer, María Clara – Nouche, Fabián
Universidad de Buenos Aires - Facultad de Ciencias Económicas
betina.fazio@gmail.com; mariaclaraferrer@yahoo.com.ar; fnouche@yahoo.com.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras clave: Experiencia didáctica, Recursos tecnológicos, Polinomio de Taylor.

Resumen

A partir de la aparición de internet y de los distintos tipos de dispositivos tecnológicos móviles, en especial de los smartphone, las formas de consumo de la información cambiaron, sobre todo para los jóvenes. En concordancia con este cambio, también se modificaron la forma de producción y circulación de la misma por parte de los docentes y de los alumnos.
Teniendo en cuenta esta transformación, es que no podemos dejar de utilizar en el aula, las distintas herramientas tecnológicas disponibles, para potenciar e integrar diferentes instancias en el proceso de enseñanza-aprendizaje.
El objetivo de este trabajo es presentar una experiencia didáctica realizada durante los últimos tres cuatrimestres, en cursos de Análisis Matemático I, del primer tramo de la F.C.E. de la U.B.A. y los resultados obtenidos a partir de la misma.
Esta experiencia consiste en la implementación de distintos recursos tecnológicos, utilizados en el aula y fuera de ella, que permiten a los alumnos la apropiación del conocimiento, cuestionando y experimentando con los distintos recursos.
El concepto elegido como ejemplo en este trabajo es el Polinomio de Taylor.
Como docentes intentamos proponerles a los estudiantes distintas estrategias para optimizar el proceso de aprendizaje, en este caso, recurrimos a la experimentación mediada por distintos recursos tecnológicos, para llegar al mismo. En esto último consiste la experiencia presentada.

1 Introducción

Todos somos conscientes del cambio de paradigma que han producido las nuevas tecnologías en las formas de consumo de la información, sobre todo para los jóvenes. En concordancia con este cambio, también se modificaron la forma de producción y circulación de la misma por parte de los docentes y de los alumnos.

Teniendo en cuenta esta transformación, es que no podemos dejar de utilizar en el aula, las distintas herramientas tecnológicas disponibles, para potenciar e integrar diferentes instancias en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

La ubicuidad en el aprendizaje nos posibilita ampliar las paredes físicas del aula, utilizando un espacio virtual como complemento del espacio presencial. Llevando a los alumnos una propuesta de enseñanza que combine los dos entornos. En términos de Cecilia Sagol (2012), nos proponemos trabajar en un "aula aumentada".

En dicho espacio virtual, que por ejemplo puede ser: un aula virtual, un blog, un grupo en una red social, entre otros, se debe poder publicar materiales digitales en distintos formatos e intercambiar mensajes, generando un tipo distinto de comunicación, asincrónica, más horizontal, fuera del horario de clase, mediada por la tecnología.

En este escrito se narran los aspectos más relevantes de la planificación de la actividad y del desarrollo de la misma, se describe lo observado en el momento de la implementación, teniendo en cuenta los obstáculos y cambios positivos que surgieron de la misma. También se expresan las conclusiones extraídas de lo realizado y una evaluación de la experiencia pedagógica.

La experiencia didáctica que desarrollaremos a continuación intenta mostrar una dinámica de trabajo diferente en la clase de Análisis Matemático.

2 Fundamentación

Según Callejo (2003), los estudiantes de matemática ven su aprendizaje como una tarea rutinaria y aburrida, de concepción árida donde pronto.se pierde el verdadero interés de su estudio, donde los contenidos presentados por los docentes se realizan de forma rigurosa y no atractiva.

Por eso nuestro desafío como docentes es diseñar y crear nuevas estrategias, para atraer la atención de los alumnos y que propicien el aprendizaje de las matemáticas, así como lo plantea Coll (1990), el docente orienta al educando a construir su propio conocimiento de tal modo que se aproxime a los saberes culturales de su sociedad, atribuyéndole significado cultural a los objetos matemáticos presentado por los contenidos curriculares o adaptándolo al seleccionar los que tenga relevancia social para el educando.

Si queremos que los contenidos sean significativos para los alumnos, debemos proponer situaciones propicias para que puedan construir ese significado.Para ello, hemos pensado una propuesta distinta, que permita trabajar en forma diferente, con la que se pueda cambiar la estructura de una clase tradicional de matemática (exposición por parte del docente-resolución de ejercicios de aplicación), hacia un enfoque investigativo, creando un ambiente de aprendizaje que Skovsmose (2012) denomina "escenarios de investigación" entendidos "como una situación particular que tiene la potencialidad de promover un trabajo investigativo o de indagación(...), invita a los estudiantes a formular preguntas y a buscar explicaciones", involucrándose en un proceso de exploración en el cual el rol del docente es fundamental para lograr que esto ocurra. Para facilitar este proceso, se incorporan diferentes tecnologías, todas al alcance de los alumnos dentro y fuera del aula, que requieran la participación y colaboración de los mismos: smartphone, Tablet, cañón, y distintos softwares como, GeoGebra, Power Point, Hojas de cálculo.

Las herramientas y recursos tecnológicos fueron seleccionadas teniendo en cuenta los aspectos particulares de los contenidos a desarrollar.

El marco teórico conceptual utilizado para integrar las tecnologías a la secuencia didáctica es el modelo TPACK (que se refiere a las fuentes de conocimiento tecnológico, pedagógico y disciplinar) Mishra y Koehler (2006) en el que se enfatizan las nuevas formas de conocimiento que se generan en la intersección de unos saberes con otros. Por ejemplo, el conocimiento tecnológico curricular orienta hacia cómo seleccionar las herramientas y recursos que ayudarán a los estudiantes a aprender aspectos particulares de los contenidos, por ejemplo, en esta experiencia la elección del software GeoGebra, permitió que los estudiantes puedan, a partir de la exploración, elaborar conjeturas para después corroborarlas formalmente. El conocimiento tecnológico pedagógico ayuda a decidir sobre cómo enseñar bien con las nuevas herramientas digitales y tecnológicas, que tipo de actividades son convenientes, cuál será la producción final que pediremos a los alumnos, cuál será el rol del docente y de los alumnos, cuáles serán las estrategias de evaluación, cómo se usarán las tecnologías. La interacción de los tres componentes del modelo (conocimiento tecnológico, pedagógico y disciplinar) es la base para lograr una buena práctica con TIC, cómo se intentó realizar en la propuesta presentada.

Según C. Coll (2009) “No es en las TIC (...) sino en las actividades propuestas donde hay que buscar las claves para comprender y valorar su impacto sobre la enseñanza y el aprendizaje”. Siguiendo esta idea es que se intentó proponer actividades diferentes en las que la utilización de las TIC como recurso promuevan la exploración e indagación de los alumnos, el trabajo autónomo y el trabajo colaborativo. Teniendo en cuenta que (...) “ni la incorporación, ni el uso de las TIC, conforman en forma automática la transformación, innovación y mejora de las prácticas educativas”

3 Desarrollo

En este trabajo intentaremos narrar la experiencia que estamos llevando a cabo en la FCE de la UBA, en la materia Análisis Matemático I, inmersa en este contexto, durante los últimos tres cuatrimestres. Desarrollaremos la metodología de trabajo empleada, abordando la enseñanza del Polinomio de Taylor.

Desde el primer día de clase conformamos un grupo de estudio al que se invita a los alumnos a unirse. Además, se les pide que instalen en sus teléfonos celulares las apps de GeoGebra, Excel o que utilicen hojas de cálculo para poder visualizar archivos que compartimos a través del grupo de estudio antes mencionado.

Previamente a comenzar a trabajar el concepto en la clase presencial, subimos al grupo dos archivos: uno gráfico y otro de planilla de cálculo, para que los alumnos tengan la posibilidad de explorar, anticipar resultados, e intercambiar las conclusiones obtenidas individualmente en el espacio virtual. Desde el comienzo se plantea una forma diferente de trabajo, los alumnos deben asumir la responsabilidad de visualizar el material y hacer un análisis previo antes de la clase.

Para realizar las actividades propuestas, es necesario que los alumnos tengan conocimientos previos,como por ejemplo, el de recta tangente.

Ya en clase, usamos este gráfico (Figura. 1), realizado con el software Geogebra, como disparador y proponemos visualizar las semejanzas y diferencias entre la función y la recta tangente a la misma en un punto en un entorno de este. Los alumnos pueden cambiar el punto (usando los deslizadores) y también pueden variar la función:

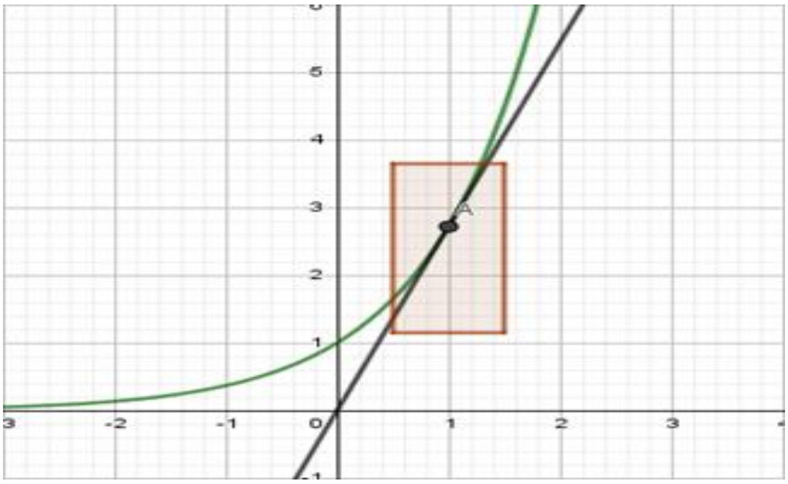


Figura1: Recta tangente a la función en un punto A

Pueden también corroborar las semejanzas y diferencias con la manipulación de las tablas de valores, permitiendo observar el comportamiento de la función y de la recta tangente, acercándose tanto por derecha (Tabla 1) como por izquierda (Tabla 2), así como la diferencia entre ambas:

Tabla 1: Comportamiento de la función por derecha

x>1	f(x)	RT	|f(x) - RT|
1,5	4,48168907	6,72253361	2,24084454
1,4	4,055199967	5,67727995	1,62207999
1,3	3,669296668	4,77008567	1,100789
1,2	3,320116923	3,98414031	0,66402338
1,1	3,004166024	3,30458263	0,3004166
1	2,718281828	2,71828183	0

Tabla 2: Comportamiento de la función por izquierda

x<1	f(x)	RT	|f(x) - RT|
1	2,71828183	2,71828183	0
0,9	2,45960311	2,2136428	0,24596031
0,8	2,22554093	1,78043274	0,44510819
0,7	2,01375271	1,4096269	0,60412581
0,6	1,8221188	1,09327128	0,72884752
0,5	1,64872127	0,82436064	0,82436064

Este análisis y observaciones se van compartiendo en la clase, se trabaja simultáneamente con distintos recursos, smartphone, papel, pizarrón, etc. y se van sistematizando las conclusiones obtenidas a través de una presentación realizada en Power Point con un cañón en el aula. Por ejemplo (Figura. 2)

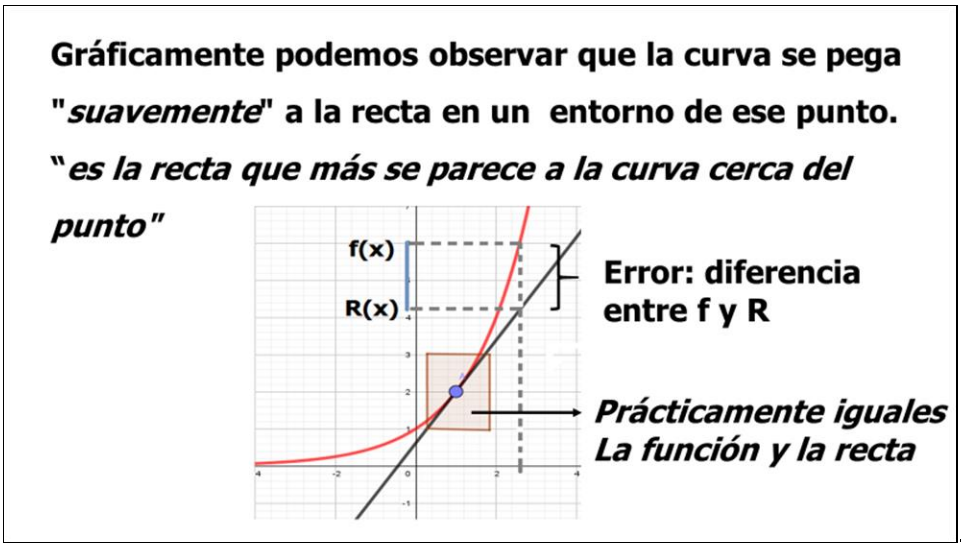


Figura 2: Diapositiva correspondiente a la presentación realizada en Power Point

Usando este resultado como disparador preguntamos "Es posible encontrar un polinomio de grado 2 que aproxime la función en un entorno del punto (a; f(a))"

Recordando la construcción de la recta tangente pedimos formular cuáles son las características que comparten (Figura 3)

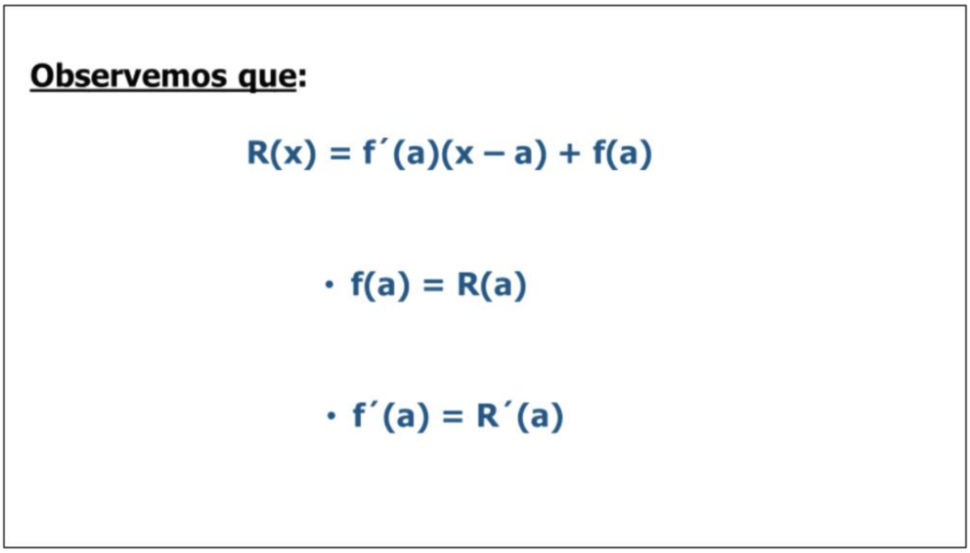


Figura 3: Diapositiva correspondiente a la presentación realizada en Power Point

De esta manera propiciamos la construcción un polinomio de grado 2 que cumpla las mismas características, pero, además, que verifique f´´(a) = P´´(a) con el que les pedimos que experimenten análogamente a como lo hicieron con la recta tangente.

Así los alumnos logran una generalización del Polinomio de Taylor que verificamos con el archivo Polinomio de Taylor.ggb(Figura4), realizado con Geogebra, con el que pueden experimentar y observar como a medida que aumentamos el grado del polinomio mejora la aproximación de la función en un entorno del punto, pudiendo trabajar con distintas funciones.

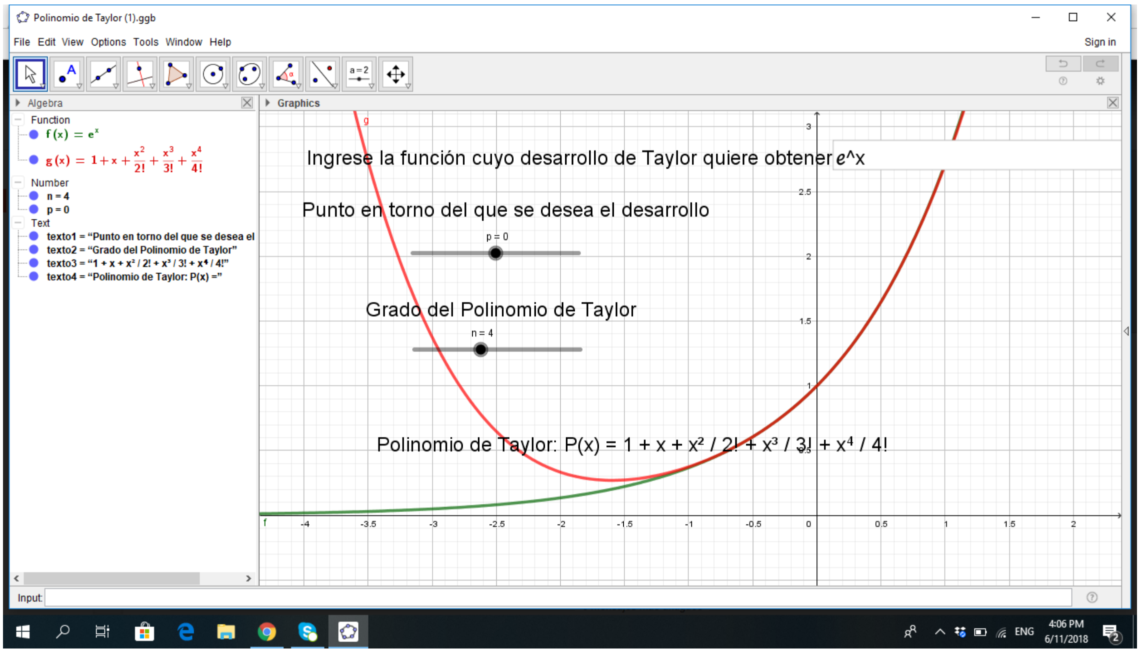


Figura 4: Captura de pantalla del archivo Polinomio de Taylor.ggb

Este tipo de trabajo es muy difícil de hacer solo con el pizarrón, ya que llevaría mucho tiempo realizar los gráficos correspondientes a las distintas funciones, encontrar todos los polinomios de distintos grados que aproximan a la función y representarlos. En este sentido el aporte de la tecnología es fundamental para llevar a cabo la actividad.

Para finalizar, en la presentación de Power Point se muestran ejemplos de cómo encontrar algunos Polinomios de Taylor y de cómo utilizarlos para hallar valores aproximados para que los alumnos puedan disponer de ellos para desarrollar su práctica.

Todo el material de trabajo es subido al grupo en el que se pide compartir resultados y dudas. La dinámica de trabajo es colaborativa.

Al concluir cada unidad se sube al grupo un Autotest, realizado en GoogleForm, con el que los alumnos pueden evaluar sus avances y nivel de comprensión, y los docentes identificamos las dificultades para retomar en la clase.

4 Resultados

En estos tres cuatrimestres en los que se aplicó este método, si bien no es una muestra muy significativa se ha observado que:

- en la clase, mayor compromiso por parte de los alumnos, mucha más participación, cuestionando, conjeturando, anticipándose;
- no todos los alumnos sostienen ese compromiso fuera del aula, se evidencia en la no intervención en el grupo virtual compartiendo propuestas o debatiendo.

En la tabla 3 se muestran los resultados cuantitativos

Tabla 3: Resultados cuantitativos expresados en porcentaje

	2do. 2015	1ro. 2016	2do. 2016	1ro. 2017
Promovidos	**25**	**24**	**34**	**34**
Examen	**25**	**45**	**30**	**31**
Aprob. totales	**41**	**49**	**61**	**55**
Ausentes	**82**	**80**	**54**	**46**

Podemos observar:

- mayor cantidad de aprobados,
- mejor calidad de aprobados: los que aprueban lo hacen con mayor nota.
- Menor deserción.

5 Conclusiones

La experiencia didáctica presentada tuvo un doble propósito, por un lado, cambiar la dinámica de la clase de Análisis Matemático convirtiéndola en un espacio de experimentación y por otro lado cómo utilizar los recursos tecnológicos que tenemos a nuestro alcance para lograrlo traspasando las paredes del aula.

La ventaja de la utilización de estos recursos tecnológicos es que son de accesibilidad inmediata en el aula, ya que se pueden utilizar las Apps existentes para Smartphone. Estos últimos están tan incorporados a la vida cotidiana de los estudiantes, que el empleo de los mismos como recurso didáctico, estimula de manera significativa el trabajo en la clase, logrando una interacción entre el aprendizaje presencial y virtual.

A partir de la experiencia realizada, pudimos constatar que la incorporación de la tecnología por sí sola, no genera una mejora en el proceso enseñanza-aprendizaje. Para conseguirlo es necesario hacer una buena planificación de las tareas y actividades que se les propone realizar a los alumnos, guiándolos y estimulándolos para que participen en el proceso y no tomen una actitud de espectadores.

Observamos también, que hay que reforzar el entrenamiento en el trabajo virtual, si bien los jóvenes están familiarizados con moverse en la virtualidad, lo hacen en forma social, pero no académica.

En general, la experiencia realizada fue muy positiva, cumplió con los propósitos generales y permitió visualizar aspectos en los que los alumnos presentandificultades ante esta forma de trabajo que pueden ser objeto de nuevas investigaciones.

6 Referencias Bibliográficas

- Bianco, M.J., Carrizo, A. Matera, F.C., Micheloni, H. C., Olivera de Marzana, S.C. (2001). *Análisis Matemático I con aplicaciones a las Ciencias Económicas*. Buenos Aires: Ediciones Macchi.
- Callejo, N. y Vila, A (2003). *Origen y Formación de Creencias Sobre la Resolución de Problemas. Estudio de un Grupo de Alumnos que Comienzan la Educación Secundaria*. Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, Vol. X, No. 2.
- Coll, C. (1990). *Aprendizaje escolar y construcción del conocimiento*. Barcelona. EditorialPaidós.
- Coll, César (2009). Aprender *y enseñar con las TIC: expectativas, realidad y potencialidades*, en Carneiro, Roberto, Juan Carlos Toscano y Tamara Díaz (coords.). Los desafíos de las TIC para el cambio educativo, Madrid, OEI.
- Koehler, Matthew y Punya Mishra (2006), "Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge" Teachers College Record, 108(6), 1017-1054. Punya Mishra's Web., de http://www.punyamishra.com/wp-content/uploads/2008/01/mishra-koehler-tcr2006.pdfConsultado en mayo de 2018.
- Litwin, E. (2008). El *oficio de enseñar. Condiciones y contextos.* Buenos Aires: Paidós.
- Maggio, M. (2012). *Enriquecer la enseñanza. Los ambientes con alta disposición tecnológica como oportunidad.* Buenos Aires: Paidós.
- Sagol, C (2013). Artículo periodístico recuperado de https://www.educ.ar/recursos/116227/aulas-aumentadas-lo-mejor-de-los-dos-mundos/ Consultado 15/03/2018
- Skovsmose, O. (2012). Escenarios de investigación. En P. Valero y O. Skovsmose (Eds.). Educación matemática crítica. Una visión socio política del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas (pp. 109-130). Bogotá**:** Una empresa docente. Disponible en: http://funes.uniandes.edu.co. Consultado 19/03/2018.

Photomath y la Resolución de Sistemas de Ecuaciones Lineales

Condesse, Viviana Julia – Moriñigo, María Silvia
Facultad de Ciencias Económicas, UBA – Facultad de Ciencias Económicas, UBA
vjcondesse@hotmail.com – msmori@econ.uba.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras clave: Sistemas de ecuaciones lineales, Teléfono inteligente, Educación superior, Aprendizaje ubicuo

Resumen

El desarrollo tecnológico influye en las formas de percibir y actuar de las sociedades. La educación no escapa al impacto de la tecnología, debido a su carácter transversal y trans-disciplinario.
En la actualidad existe consenso entre los docentes respecto a la importancia y necesidad de la integración de las TIC, entre otros motivos, porque son herramientas didácticas, fortalecen estrategias y potencian el aprendizaje colaborativo.
El aprendizaje ubicuo en sus modalidades *e-learning, b-learning y m*-learnig ha desplazado, particularmente en el caso universitario, los modelos educativos centrados en la clase magistral y en una enseñanza exclusivamente presencial. Entre los dispositivos móviles, las tablets y los teléfonos inteligentes constituyen un excelente instrumento pedagógico que posibilitan el aprendizaje ubicuo.
La utilización de la tecnología en educación es un recurso de apoyo que procura favorecer el aprendizaje significativo. Lettieri (2012) establece una distinción entre las tecnologías llenas, que contienen información, y las vacías, que permiten al alumno construir su propio aprendizaje. La inclusión de los teléfonos inteligentes en forma adecuada puede cumplir ambos roles.
Entre las aplicaciones móviles (*apps*) que se encuentran en los distintos repositorios se destacan aquellas destinadas a proporcionar a los usuarios entornos con los que resolver diversas situaciones problemáticas educativas.
En este trabajo se propone la utilización de Photomath, una *app* específica para el área matemática, como herramienta de apoyo a la resolución de diferentes situaciones didácticas relacionadas con los sistemas de ecuaciones lineales.

1. Introducción

La aparición de las nuevas tecnologías ha producido un cambio innegable en la sociedad, y en particular en la educación. Una mirada retrospectiva permite advertir la vertiginosidad de esos cambios. Desde los ’80, época de aparición de las computadoras personales o equipos de cuarta generación, la evolución ha sido extraordinaria. En nuestro país, en 1985 las Universidades introducen el uso del correo electrónico y ocho años después, las Universidades de Buenos Aires, La Plata y Córdoba comienzan a crear sus propios enlaces.

El crecimiento del acceso a internet en nuestro país ha sido aún más notable: mientras que a comienzos del año 2003 había poco más de 1500000 bocas de acceso, en solo cinco años ese número se duplicó[1].

Esta posibilidad de acceso es acompañada por la evolución constante de los distintos tipos de equipos de computadoras, disipándose las fechas de incorporación de nuevas tecnologías y herramientas. La

[1] Fuente https://cyt-ar.com.ar/cyt-ar/index.php/Internet_en_Argentina

capacidad de almacenamiento y la velocidad de conexión varían en forma permanente, motivos que impiden situar momentos precisos para la introducción de los equipos de quinta y sexta generación.

En la actualidad, la información disponible puede calificarse de acceso ilimitado e inmediato. Estas características han tenido un sello disruptivo en cuanto a la educación se refiere, especialmente en la enseñanza universitaria.

El primer acercamiento entre la tecnología y la educación, se cristaliza en el *e-learning*, una educación a distancia auxiliada por herramientas tecnológicas que implican, en cierta medida, una mayor participación del alumno en forma asincrónica. Posiblemente por su difícil implementación, o por no tener los resultados esperados, surge el *blended learning* (*b-learning)* en el que se combinan la enseñanza virtual con la presencial, potenciando las ventajas de cada una de ellas.

Las autoras de este trabajo han hecho una experiencia de *b- learning* al incorporar un blog como herramienta complementaria a las clases presenciales de Álgebra en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires durante el primer cuatrimestre de 2016. Este instrumento actualizado, completado, perfeccionado y adaptado a las necesidades de los diferentes grupos de alumnos, se mantiene vigente.

El avance tecnológico, la masividad y la portabilidad de dispositivos móviles como tabletas y teléfonos inteligentes, dan lugar a un aprendizaje ubicuo llamado *mobile learning* (*m- learning).*

Prensky (2011) sostiene que se debe reflexionar sobre el papel de los teléfonos móviles en educación ya que constituyen una herramienta prácticamente imprescindible en la vida de alumnos y profesores y están desarrollando funciones que pueden resultar muy útiles en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Algunas de las ventajas del uso del *smartphone* en el aula son: adecuada utilización de la tecnología, mayor flexibilidad en el acceso a Internet, utilización de un recurso pedagógico ergonómico, aumento de la motivación y participación y seguimiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Pero el docente debe hacer frente a los retos que supone introducir el móvil en el aula, como por ejemplo: divergencia de acceso a la tecnología de los estudiantes, adaptación que supone la puesta de límites y la conservación de los niveles de atención e introducción de esta herramienta dentro de una programación y una metodología establecidas.

Entre las aplicaciones móviles (*apps*) que se encuentran en los distintos repositorios se destacan las destinadas a proporcionar a los usuarios entornos con los que resolver diversas situaciones problemáticas educativas.

En este trabajo se propone la utilización de Photomath como herramienta de apoyo para la resolución de situaciones didácticas relacionadas con los sistemas de ecuaciones lineales.

La elección de Photomath es el resultado de la búsqueda de una aplicación ya conocida y difundida entre los alumnos, libre y gratuita, disponible para sistemas operativos Android e IOS. Resuelve problemas matemáticos a partir de una foto tomada con los dispositivos móviles o introducidos mediante un teclado. Reconoce la caligrafía manuscrita, calcula en tiempo real, proporciona una calculadora, muestra el procedimiento seguido y ofrece, en muchos casos, más de un método de resolución.

Photomath soporta expresiones aritméticas, fracciones y decimales, expresiones algebraicas, ecuaciones e inecuaciones lineales y cuadráticas, sistemas de ecuaciones, funciones exponenciales y logarítmicas, trigonometría, derivadas e integrales básicas.

2. Propuesta para la enseñanza de sistemas de ecuaciones lineales (SEL) con asistencia de Photomath

Se elaboró una secuencia didáctica para la enseñanza de SEL que incluye la utilización de Photomath para cuya redacción se tuvieron en cuenta distintos aspectos: recuperación de los conocimientos previos de los alumnos sobre SEL y su comparación con los resultados proporcionados por Photomath; análisis de sistemas de dos ecuaciones con tres incógnitas y estudio de sistemas cuadrados con tres y cuatro incógnitas.

En la tabla 1 se muestra la primera parte de la ejercitación propuesta con el propósito de explorar los saberes previos de los alumnos. Para comenzar, se plantean sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas, en los cuales:

- Se consideran los aspectos referidos a la resolución en formas analítica y gráfica y la interpretación geométrica de SEL de dos ecuaciones con dos incógnitas.
- Se exploran las diferentes alternativas de solución: sistemas compatibles determinados e indeterminados y sistemas incompatibles.
- Se observan los problemas que presenta Photomath para graficar en el caso de ecuaciones no escritas de forma habitual. (Ejemplo 3) o con infinitas soluciones (Ejemplos 6 -7)
- Se indaga sobre la manera de superar las limitaciones de la App.

Tabla 1. Primera parte de la secuencia didáctica

VEAMOS CÓMO FUNCIONA PHOTOMATH…

➢ Los siguientes ejercicios permiten revisar alguno de los contenidos aprendidos en años anteriores. Te pedimos que resuelvas las consignas planteadas y elabores tus conclusiones. Éxitos en la tarea!

- Encuentra en forma analítica y gráfica la solución a los siguientes sistemas utilizando la aplicación Photomath

$$1.\begin{cases}2x+y=5\\-x+2y=0\end{cases}\qquad\qquad 2.\begin{cases}2x-y=1\\3x+2y=12\end{cases}$$

a) Qué procedimiento se sigue en la resolución? ¿Difiere a la aprendida por ustedes en la escuela secundaria?
b) ¿Cómo se interpreta gráficamente la solución del sistema?
c) ¿Qué otros datos proporciona la solución gráfica?

- Responde las preguntas anteriores para los sistemas siguientes:

$$3.\begin{cases}\dfrac{x+3y}{2}=5\\3x-y=5y\end{cases}$$

d) ¿Encuentras alguna dificultad? ¿Puedes inferir la causa?

4. $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ -x - \dfrac{1}{2}y = -6 \end{cases}$ 5. $\begin{cases} -3x + y = 0 \\ 6x - 2y = 1 \end{cases}$

e) ¿Encuentras alguna diferencia con respecto a las respuestas anteriores? ¿Cuál es la solución en este caso?

6. $\begin{cases} x + 8y = 10 \\ \dfrac{1}{4}x + 2y = \dfrac{5}{2} \end{cases}$ 7. $\begin{cases} -3x + 5 = y \\ -2x - \dfrac{2}{3}y + \dfrac{10}{3} = 0 \end{cases}$

f) ¿Cuál es la solución a los problemas planteados?
g) ¿Cómo se interpreta la solución analítica? ¿Y la gráfica?
h) ¿Has encontrado alguna limitación a esta aplicación?¿Crees posible solucionarla? Si es así,¿de qué manera?

- Luego del análisis de estos ejercicios, redacta una conclusión que dé respuesta a los interrogantes planteados.

Conclusiones

Un sistema compuesto por dos ecuaciones lineales con dos variables., ¿puede tener exactamente dos soluciones? ¿Exactamente tres? ¿Exactamente un número finito de soluciones? ¿Cómo resumirías las posibilidades que puede tener el conjunto solución de un sistema 2x2?

- Observa los siguientes sistemas de ecuaciones:

8. $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 4x + 2y = 3 \\ -x + 2y = 0 \end{cases}$ 9. $\begin{cases} \dfrac{1}{5}x - y = -5 \\ -2x + 2y = -8 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases}$

i) ¿Encuentras alguna particularidad que los diferencie de los presentados anteriormente?
j) Utiliza la aplicación para resolverlos.
k) ¿Tiene solución el sistema? ¿Cuál es? ¿Qué información brinda el gráfico? ¿Qué información brinda la app?

En el caso de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, Photomath resuelve los sistemas compatibles determinados por los métodos de sustitución, eliminación y gráfico. La App proporciona links para compartir las soluciones analíticas, mientras que las gráficas sólo pueden compartirse mediante capturas de pantalla. Como ejemplos: el ejercicio 1 resuelto por sustitución se encuentra disponible en https://photomath.net/s/aY8JJ , y el ejercicio 2 resuelto por eliminación en https://photomath.net/s/NQggj. La figura 1 muestra la solución gráfica que da la app para este último ejemplo.

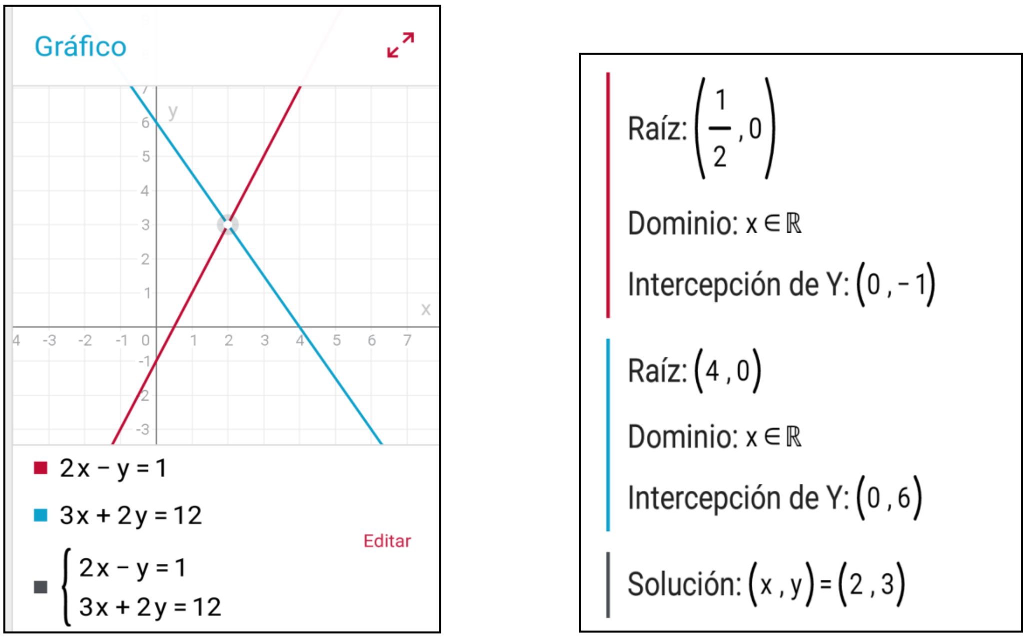


Figura 1. Ejercicio 2 resuelto en forma gráfica

La App resuelve los sistemas escritos en forma no convencional (SEL 3), por sustitución y eliminación. En este caso aparece la leyenda que se ve en la Imagen 1.

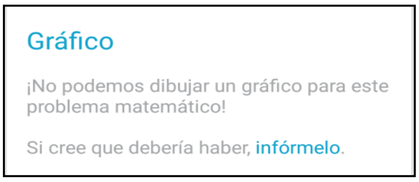


Imagen 1. Imposibilidad de la app de usar método gráfico

Photomath resuelve los sistemas incompatibles por sustitución, eliminación y gráficamente. (SEL 4 resuelto por sustitución está https://photomath.net/s/7mR7Y) La imagen 2 muestra la forma en que la app presenta la solución.

Imagen 2. Solución del SEL 4.

En la figura 2 se ve la resolución gráfica del ejercicio 5.

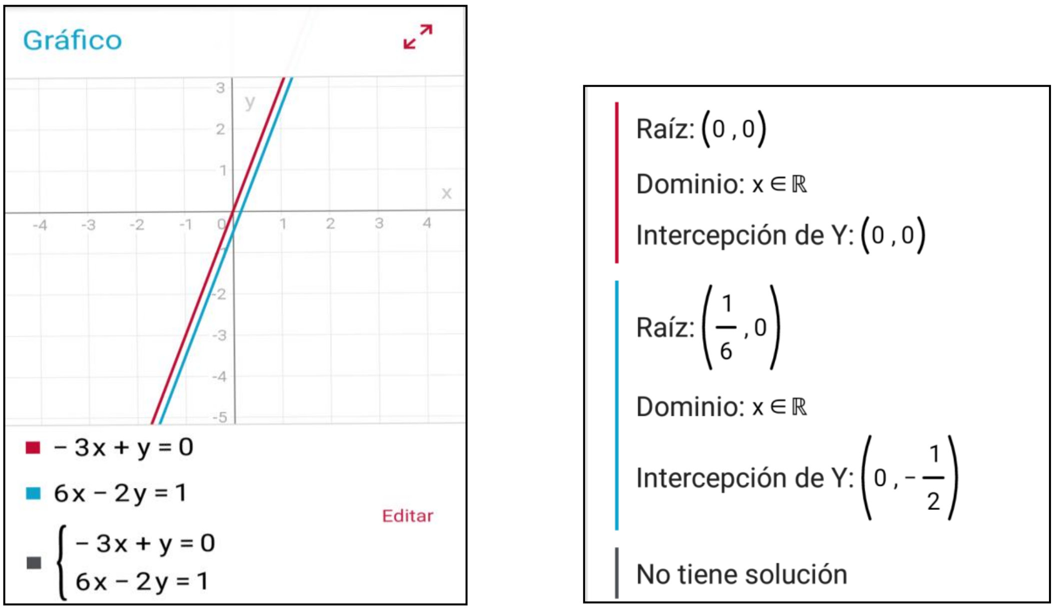


Figura 2. Ejercicio 5 resuelto en forma gráfica

La aplicación resuelve los sistemas compatibles indeterminados por los métodos de eliminación y sustitución (SEL 7 resuelto por el método de sustitución disponible en https://photomath.net/s/egr98). La imagen 3 muestra cómo se exhiben las infinitas soluciones del sistema.

Imagen 3. Solución del SEL 7

Luego del análisis de estos siete sistemas, se requiere que el estudiante elabore algunas conclusiones parciales y se le propone la resolución de sistemas de tres ecuaciones con dos incógnitas. Es esperable que el alumno relacione la información nueva con la que ya posee, reconstruya el conocimiento y logre un aprendizaje significativo.

La App resuelve los sistemas incompatibles sólo por el método gráfico y aclara esta limitación (imagen 4)

Imagen 4. Caso de SEL incompatible

En estos casos, los gráficos (figuras 3 y 4) se utilizan para conjeturar sobre la existencia de solución y la cantidad de ellas en el caso de existir. Además, Photomath proporciona raíces, dominio e intersección con los ejes para cada recta.

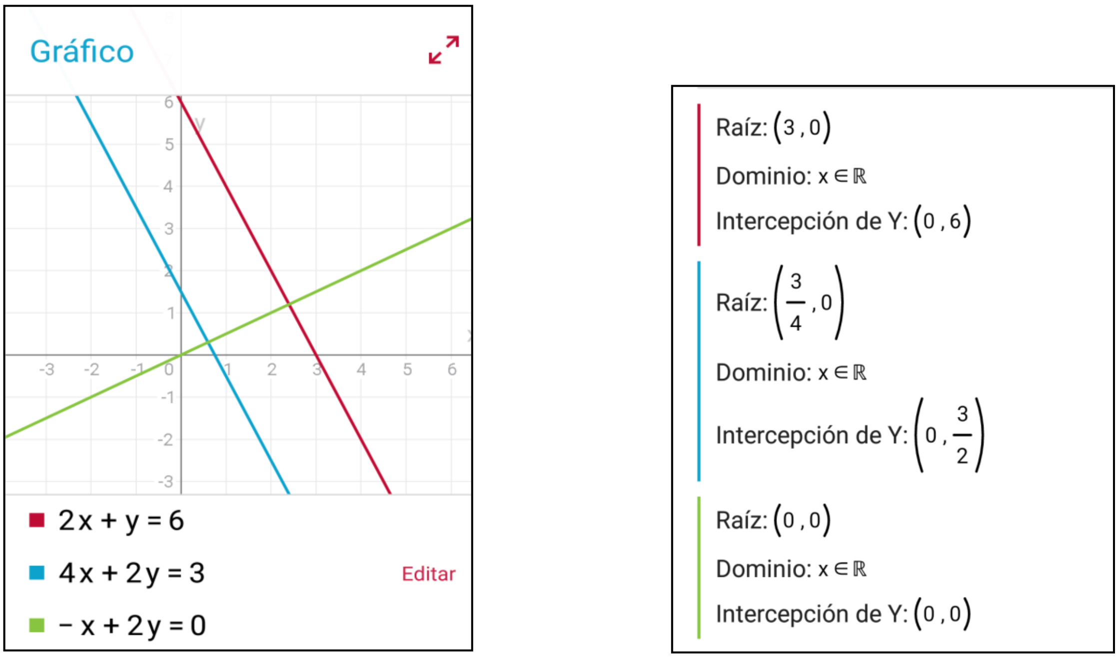


Figura 3. Resolución gráfica del ejercicio 8

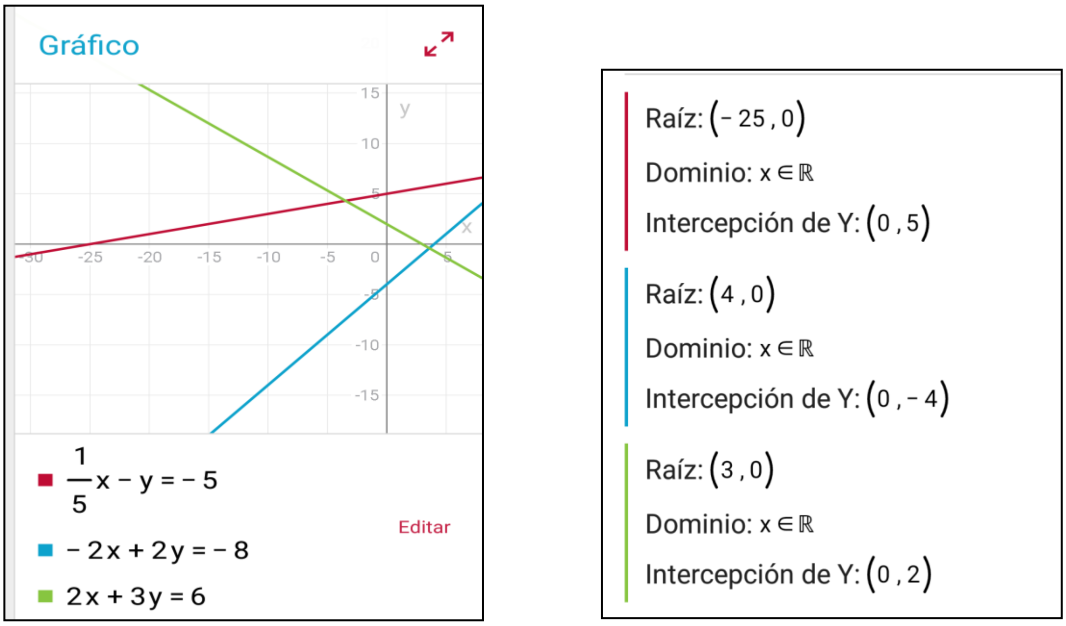


Figura 4. Resolución gráfica del ejercicio 9.

En la tabla 2 se muestra la ejercitación propuesta sobre sistemas cuadrados con tres y cuatro incógnitas y un problema de aplicación. La utilización de Photomath puede realizarse como introducción del tema a tratar o como aplicación de lo aprendido. Según sea el propósito, será un recurso motivador, o propenderá a un análisis más exhaustivo. Con estos fines:

- Se exploran las dificultades que presenta la App en cada caso caso.
- Se utilizan los métodos de eliminación, Cramer y Gauss Jordan según el caso.
- Se aplican a la resolución de SEL que provienen de situaciones problemáticas. En estos casos se prioriza el planteo del problema y las conclusiones a las que el alumno arriba.

Tabla 2. Segunda parte de la secuencia didáctica

- Planteamos ahora otros sistemas de ecuaciones lineales

$$10.\ \begin{cases} 2x+4y+6z=22 \\ 3x+8y+5z=27 \\ -x+y+2z=2 \end{cases} \qquad 11.\ \begin{cases} 3x+2y+z=1 \\ 5x+3y+4z=2 \\ x+y-z=1 \end{cases}$$

l) ¿Tienen solución los sistemas planteados? ¿Cuál es?
m) ¿Resuelve gráficamente Photomath? ¿Por qué?
n) ¿Cuáles son los pasos analíticos que realiza la app para hallar solución? ¿Coincide el método en ambos casos?

$$12.\ \begin{cases} x+2y-3z=-2 \\ 3x-y-2z=1 \\ 2x+3y-5z=-3 \end{cases} \qquad 13.\ \begin{cases} 2x-y+3z=4 \\ 3x+2y-z=3 \\ x+3y-4z=-1 \end{cases} \qquad 14.\ \begin{cases} 3x-2y+3z=5 \\ 2x+4y-z=2 \end{cases}$$

ñ) Responde las preguntas l) m) y n) para estos sistemas planteados
o) ¿Hay alguno que Photomath no haya podido resolver? ¿Intuyes la razón?

$$15.\ \begin{cases} x+y+z=1 \\ 3x-y-z=4 \\ x+5y+5z=-1 \end{cases} \qquad 16.\ \begin{cases} a+8b-5c=3 \\ 3a-2b+3c=1 \\ 2a+3b-c=4 \end{cases}$$

- Te proponemos ahora resolver el siguiente problema

Un hipermercado inicia una campaña de ofertas.
En la primera de ellas descuenta un 4% en cierto producto A, un 6% en el producto B y un 5% en el producto C.
A las dos semanas pone en marcha la segunda oferta descontando un 8% sobre el precio inicial de A, un 10% sobre el precio inicial de B y un 6% sobre el precio inicial de C.
Se sabe que si un cliente compra durante la primera oferta una unidad del producto A, dos unidades de B y 3 de C, ahorra \$16 respecto del precio inicial. Si compra tres unidades de A, una de B y cinco de C en la segunda oferta, ahorra \$29. Si comprara una unidad de cada producto sin ningún tipo de descuento abonaría \$135.
Construir una tabla con el precio de cada producto en las tres situaciones.

- Finalmente te presentamos los siguientes sistemas:

$$17.\ \begin{cases} -2x+y-z+2w=2 \\ 2x-y+z-w=5 \\ 3x+y-z+w=1 \\ 2x+2y+2z-w=3 \end{cases} \qquad 18.\ \begin{cases} x+y+z-w=2 \\ 2x-y+w=5 \\ 3x+z+w=1 \\ 2x+2y+2z-w=3 \end{cases}$$

o) ¿Pudo resolver la App ambos sistemas? ¿Intuyes las posibles causas?
p) ¿Cuál ha sido el método empleado en la resolución?

Photomath utiliza los métodos de eliminación, Cramer y Gauss Jordan para resolver los sistemas compatibles determinados. (SEL 10 por reducción disponible en https://photomath.net/s/Gz8VK. y SEL 11 por Gauss Jordan en https://photomath.net/s/pzZrJ)

La app usa eliminación y Gauss Jordan para resolver los sistemas compatibles indeterminados. (consulta de SEL 13 resuelto por eliminación en https://photomath.net/s/Q921L)

La app no puede resolver sistemas no cuadrados con tres incógnitas o más, y asume esta limitación como propia (Imagen 5).

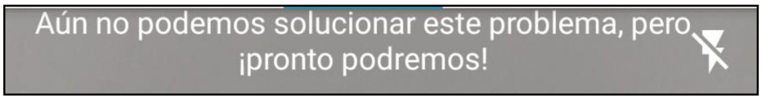


Imagen 5. Leyenda para el SEL 14

Los cambios de notación no influyen en la resolución (SEL 16, disponible en https://photomath.net/s/6eavO)

En el caso de modelización de una situación problemática, la app es valiosa como herramienta de cálculo. Con el objeto de incentivar al alumno a resolver sistemas con mayor número de ecuaciones e incógnitas, se analizan las limitaciones de la App para resolver SEL de cuatro incógnitas. El único método de solución que proporciona es Cramer (consultar ejercicio 17 en https://photomath.net/s/g1nL3 . Photomath no puede resolver sistemas incompletos (SEL 18), aunque se los complete con ceros. Este inconveniente no se presenta en sistemas 3x3. Tampoco resuelve sistemas compatibles indeterminados de 4x4.

3. Desarrollo y resultados de la experiencia en clase

La secuencia didáctica implementada como introducción a la unidad didáctica correspondiente a SEL, permite abordarla desde las perspectivas geométrica y analítica.

Photomath es aplicable también durante el desarrollo de los diferentes temas de la unidad, dado que agiliza el proceso de inferir la relación entre los rangos de las matrices asociada y ampliada y la compatibilidad de los sistemas de ecuaciones. También permite la resolución de situaciones problemáticas más complejas, en las que se prioriza la modelización y las conclusiones a las que arribe el estudiante por sobre el algoritmo de resolución

Para la puesta en práctica, se pidió a los estudiantes que instalaran Photomath en sus teléfonos móviles para que, en forma presencial, pudieran realizar un trabajo colaborativo. Se les solicitó que se organizaran en grupos de cuatro o cinco para encarar la secuencia didáctica, sin recibir información del tema.

Si bien la mayoría de los alumnos conocía la aplicación, se sorprendieron con las posibilidades de la misma.

De acuerdo con los objetivos planteados en la ejercitación, los estudiantes no tuvieron inconvenientes en reconocer el método de sustitución para la resolución de sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas; pero presentaron dificultades para relacionar las soluciones analítica y gráfica.

En el caso de los sistemas con tres incógnitas, todos advirtieron las limitaciones de la app para graficar planos. Algunos alumnos utilizaron la app de Geogebra y compartieron las soluciones gráficas con el grupo.

En general, los estudiantes tienen inconvenientes para utilizar el lenguaje algebraico específico; emplean expresiones como: “encontramos en el sistema que dos ecuaciones no tienen las mismas letras que las demás”. Por este motivo, las anotaciones del conjunto solución de sistemas compatibles indeterminados y el uso de parámetros realizaron un aporte significativo al mejoramiento del lenguaje matemático.

Algunos alumnos revisaron el trabajo luego de abordar el tema en forma presencial, pues encontraron un significado diferente a las respuestas de la aplicación. Un detalle mínimo, como la verificación que realiza Photomath de cada una de las soluciones, resultó un recurso pedagógico que permitió a los alumnos adquirir habilidades y destrezas muy difíciles de alcanzar en forma presencial.

Muy pocos estudiantes plantearon el sistema de ecuaciones que permite llegar a la solución de la situación problemática; ningún grupo lo hizo en forma correcta. Algunos respondieron que la app no lo resuelve, conclusión a la que arribaron escaneando el enunciado del mismo dado en forma coloquial.

Cabe destacar que algunos estudiantes siguieron explorando posibilidades de Photomath como herramienta de cálculo para otros temas, como resolución de ecuaciones de grados dos y tres.

4. Consideraciones finales

La puesta en práctica de la secuencia didáctica resultó positiva: motivó a los estudiantes, los obligó a tomar decisiones, evaluar resultados, comparar respuestas, discutir con sus pares y elaborar conclusiones.

Las nuevas tecnologías aportan a la construcción de un entorno de aprendizaje que posibilita el desarrollo de propuestas que propician el cambio de roles entre profesores y alumnos, como así también del material que producen, investigan y comparten. Al ser cada vez más amigables, accesibles y de mayor portabilidad, las TIC transforman todo espacio en un ambiente de aprendizaje.

Los smartphones reúnen en un solo equipo la comunicación oral y escrita permanente, las aplicaciones de una tableta, el acceso a internet y a las redes sociales. Su aceptación entre los más jóvenes ha sido inmediata.

La educación no puede estar ajena a estos cambios, y la elección de Photomath, app cercana al estudiante, brinda la posibilidad de introducir SEL con un lenguaje familiar e intuitivo. La economía de tiempo en la resolución de ejercicios, permite una adecuada revisión de temas vistos en la enseñanza media y una interpretación de resultados más exhaustiva. También favorece la implementación de metodologías didácticas que promueven el desarrollo de diferentes estadios cognitivos: comparar procedimientos, analizar resultados, reconocer limitaciones y buscar la forma de solucionarlos. Además, la reducción del tiempo de resolución, facilita el planteo de situaciones problemáticas más complejas y reales, acordes al entorno del alumno.

En este contexto de aprendizaje queda pendiente el logro de una mayor participación activa del alumno, inmersa en una propuesta innovadora en sí misma, sin una finalidad evaluatoria.

Bibliografía

- Cáceres, R.A.; R0y, A.G. y Zachman, P.P. (2013). Apps móviles como herramientas de apoyo al aprendizaje matemático informal en Educación Superior. Actas VIII Congreso de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología, 1-9. La Plata: Universidad Nacional de La Plata y Red UNCI. Disponible en: http://hdl.handle.net/10915/27556

- Condesse, V.J; Moriñigo, M.S. (2016). Blog de aula: una herramienta que complementa las clases presenciales de Álgebra. Trabajos Completos XXXI Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y Afines. UNSL, Facultad de Ciencias Económico Sociales.
- Dispositivos móviles para el aprendizaje. Lo que usted necesita saber. Disponible en: https://backend.edutopia.org/sites/default/files/pdfs/guides/edutopia-guia-aprendizaje-dispositivos-mobiles-espanol.pdf
- Herrera, S.I.; Fennema, M.C. (2011). Tecnologías móviles aplicadas a la educación superior. Actas del XVII Congreso Argentino de Ciencias de la Computación (pp. 620-630). La Plata: Universidad Nacional de La Plata y Red UNCI. Disponible en: http://hdl.handle.net/10915/18718
- Lettieri, A. (2012). TIC en la escuela...y con los maestros qué? Una reflexión acerca del nuevo rol del docente en aulas informatizadas. Revista Iberoamericana de Educación Nº 59/4. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y Cultura. Disponible en: file:///D:/Descargas/5474Lettieri.pdf
- Prensky, M. (2011). *Enseñar a nativos digitales. Una propuesta pedagógica para la sociedad del conocimiento.* UE: Ediciones SM.

Análisis de la Aplicación de Saberes en la Resolución de Problemas

Sarasola, Marta Eloemia – Benítez, Velma Marina – Krausemann, Ernesto – Núñez, Norma Elizabeth - Pagnoni, Liliana Ruth – Farina, Camila Natalia – Pernía, María Marta
Facultad de Ciencias Económicas – Universidad Nacional de Misiones
sarasola@fce.unam.edu.ar, vbenitez@fce.unam.edu.ar, krausemann@fce.unam.edu.ar, nnunez@fce.unam.edu.ar, lrpagnoni@fce.unam.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras clave: Situaciones problemáticas, Saberes previos, Trabajo grupal, Zona de desarrollo próximo, Aprendizaje significativo.

Resumen

La investigación se basa en la actividad de extensión “TALLERES DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS” que se desarrolla hace varios años por algunos docentes de la cátedra Álgebra. Éstos son de convocatoria abierta.

Pretende observar y analizar los procesos y estrategias que utilizan los alumnos frente a situaciones problemáticas con el fin de encontrar una solución, teniendo en cuenta los aspectos conceptuales y metodológicos que han adquirido a lo largo de su paso por los distintos niveles educativos, tratando de generar un replanteo de las estrategias metodológicas a fin de lograr un aprendizaje significativo y el mejoramiento de su rendimiento académico, como también evaluar el nivel del desarrollo potencial de los estudiantes para conseguir la solución colaborativa de las situaciones problemáticas. La existencia de puntos de vista moderadamente divergentes entre los integrantes de un grupo de alumnos enfrentados a la realización de una tarea común puede resultar relevante como ayuda para la creación de la zona de desarrollo próximo, según Vygotsky (1979).

De acuerdo a la psicología cognitiva, aprender implica un proceso activo de integración y organización de la información que ya posee y la nueva que ingresa para conseguir una comprensión profunda del contenido a aprender**.**

Desarrollo

La presente investigación se desarrolla simultáneamente con las actividades de extensión ya que los integrantes de ambas son los mismos docentes y de esa manera pueden observar y evaluar el desarrollo de las actividades, siendo los objetivos: generar un replanteo de las estrategias metodológicas a fin de lograr un aprendizaje significativo y el mejoramiento académico de los alumnos como así también evaluar el nivel del desarrollo potencial de los estudiantes para conseguir la solución colaborativa de las situaciones problemáticas.

El proceso de solución de un problema genera un sinnúmero de actividades susceptibles de evaluación, la interpretación de enunciados y el trabajo de cada individuo, la discusión y el análisis de cada grupo de trabajo, la puesta en valor de los resultados obtenidos y la transferencia de los conocimientos adquiridos.

En los talleres de resolución de problemas se propone lograr que el estudiante aprenda a interpretar consignas, rescate los conocimientos y saberes previos y sienta la necesidad de obtener nuevos saberes. Se motiva a los alumnos a resolver las situaciones problemáticas presentadas que les permitan adquirir confianza, entusiasmándolos a participar de manera espontánea y dinámica, donde sean protagonistas de su propio aprendizaje y enfoquen su interés por lo que deseen aprender. Los talleres se desarrollan durante el segundo cuatrimestre, cada quince días y tienen una duración de cuatro horas, siendo la asistencia no obligatoria. Los talleres desarrollados son: Taller 1: “Empecemos a pensar”- Taller 2: “Por los caminos de la lógica”-Taller 3: “Te buscamos problemas”-Taller 4: “¿Funcionan las funciones?”-Taller 5: “Sistematicemos los sistemas”- Taller 6: “Introduzcámonos en la Programación lineal”.

Nuestra propuesta se sustenta en el enfoque socio-constructivista de Lev Vygotsky, que considera que el aprendizaje es un proceso de construcción social del conocimiento planteando además, una interacción entre información nueva con conocimientos previos del alumno, donde el docente orienta y guía para ayudarlo en su aprendizaje, la cual se refleja en la noción de la *zona de desarrollo próximo,* que es la distancia entre el nivel que puede alcanzar el estudiante con la ayuda de su par más competente o experto en la tarea que se está desarrollando (Vygotsky, 1979).

La metodología utilizada es el trabajo en grupo, donde se discuten las posibles soluciones al problema planteado, se fundamenta y se socializa las estrategias utilizadas entre todos los demás grupos. Los talleres de resolución de problemas tienen una muy buena aceptación por parte del grupo de alumnos, cada actividad provoca en ellos un conflicto cognoscitivo, promoviéndose así una actividad mental en el estudiante que establece relaciones, que vinculan los nuevos conocimientos y los previos. De esta manera se fomenta una actitud favorable y motivadora con relación al aprendizaje, estimulando la autoestima y que el alumno participante adquiera destrezas relacionadas con el aprender a aprender, lo que le permite ser cada vez más autónomo en sus aprendizajes.

Teniendo en cuenta el material utilizado para el desarrollo de los talleres, se procede a realizar la revisión y análisis crítico de cada situación problemática presentada en el aula-taller, como así también de la bibliografía consultada con el fin de reformular cada instrumento a ser utilizado en los distintos encuentros. En resumen, los criterios metodológicos que orientan la acción son los siguientes:

- Diseño de actividades para orientar la resolución de las dificultades ante una situación problemática desde una perspectiva compartida y cooperativa.
- Estimulación de la participación y la construcción compartida de componentes teórico-prácticos en el proceso de enseñanza-aprendizaje a partir de la conformación de pequeños grupos.
- Implementación de acciones para generar la autorreflexión y el diálogo entre los grupos.

Al final de cada encuentro se propone al estudiante una evaluación individual opcional del desarrollo, vía online, como así también se le solicita estime cuáles han sido los aportes del mismo como nueva forma de aprendizaje. No todos los participantes las responden, lo que origina que se deba trabajar con porcentajes para poder efectuar comparaciones de un año a otro.

A continuacion detallamos un ejemplo de las dificultades en la interpretación de consignas e incógnitas:

Problema N°1 del 3er Taller 2017: “La administración de una panadería reparte entre sus 3 panaderos 11.000 pesos de acuerdo a su productividad. Si Juan produce el doble de lo que produce Carlos, y Nicolás un 40% más que Carlos, ¿cuánto recibe cada uno?”

Se inicia el taller aconsejando a los alumnos que discutan las posibles propuestas en el planteo, identificando previamente los datos que les serán útiles para luego llegar a la solución, se forman los grupos y comienzan a trabajar con ese problema; una vez que consideren que han llegado a la solución, se socializa en el pizarrón.

Grupo1: Las observaciones que se les hizo a este grupo fueron:

a) Identificaron a las incógnitas con los respectivos nombres de los panaderos cuando deberían haber escrito que era la bonificación recibida por cada uno de ellos.
b) Los resultados hallados no fueron expresados en la unidad correspondiente ($).
c) Nicolás recibe un 40% más que Carlos, lo cual no se ve reflejado en el planteo realizado. Este error debe corregirse escribiendo que la bonificación recibida por Nicolás es 1,4.x de lo que recibe Carlos.
d) No realizaron la verificación.

<u>Conclusión</u>: el problema debe replantearse expresando correctamente las incógnitas.

Grupo 2:

a) Supusieron que el reparto del dinero era en partes iguales, lo cual no responde a la consigna del problema.
b) Sobre el valor hallado de dicha división efectúan los cálculos para hallar cuánto percibirá cada persona.
c) Calcula el 40% del total a repartir y no de lo que percibe Carlos.
d) En la verificación, no toma en cuenta lo percibido por Juan.

Conclusión: el problema debe replantearse identificando las incógnitas y expresando la ecuación correspondiente a la consigna.

Grupo 3: Dicen haber resuelto por "tanteo" y lo plantean en la pizarra:

$$2500 + (11000.\ 1{,}4) + 5000 = 11000$$

Buscaron lo que ganaría cada empleado calculando porcentajes hasta llegar a los $11000 a repartirse y tomaron como referencia que los tres recibirían la misma cantidad, es decir: 11000: 3

Entonces, la coordinadora pide que se lea el enunciado del problema a la vez que marca lo que escribieron entre paréntesis con el fin de hacerles ver que no responde a la información proporcionada. Los alumnos reconocieron el error y lo replantearon. Observación: no calcularon lo que recibió cada panadero.

La profesora vuelve a recalcar que los datos son importantes, que hay que responder a lo que se pregunta y que de los errores se aprende.

Si bien la investigación se inicia en el año 2017, para realizar el análisis se utilizan las respuestas de los años 2016 y 2017. Como ha sido disímil el número de participantes y no todos han respondido las encuestas, motiva que se deba trabajar con porcentajes de las respuestas afirmativas para el análisis.

Gráfico 1

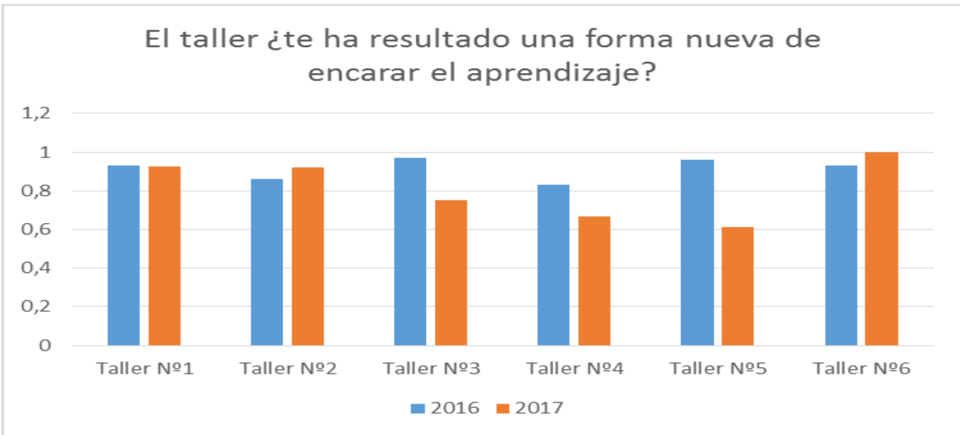


Gráfico 2

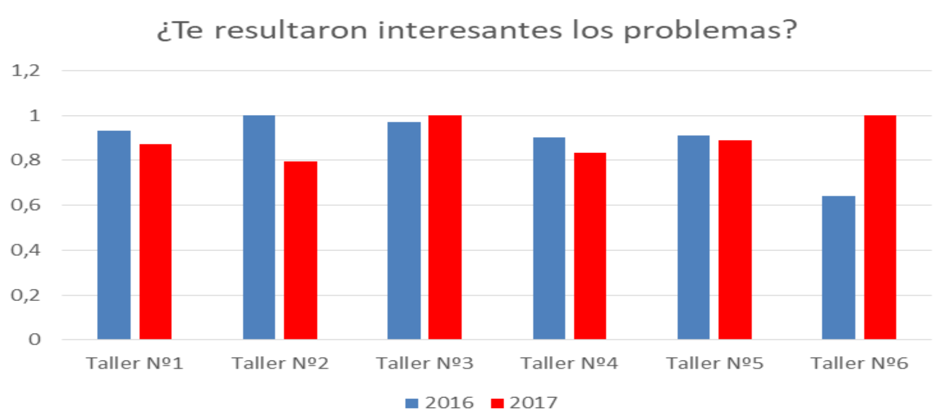
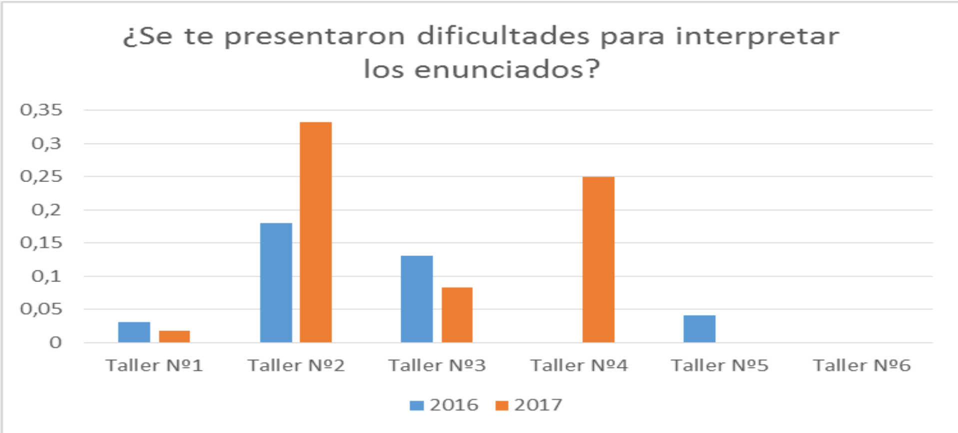


Gráfico 3



La informacion recabada en las encuestas en realidad no llegan a reflejar con exactitud las dificultades que se presentan ante cada situación problemática. Si se analizan los gráficos 3,4,5 y 6 , se observa por ejemplo que en el taller 5 los alumnos evidencian no tener dificultades, cuando las observaciones del desarrollo del taller se contrapone con lo expuesto por los mismos. Similar situación se evidencia también en la interpretación de consignas, determinación de datos e identificación de incógnitas:

Gráfico 4

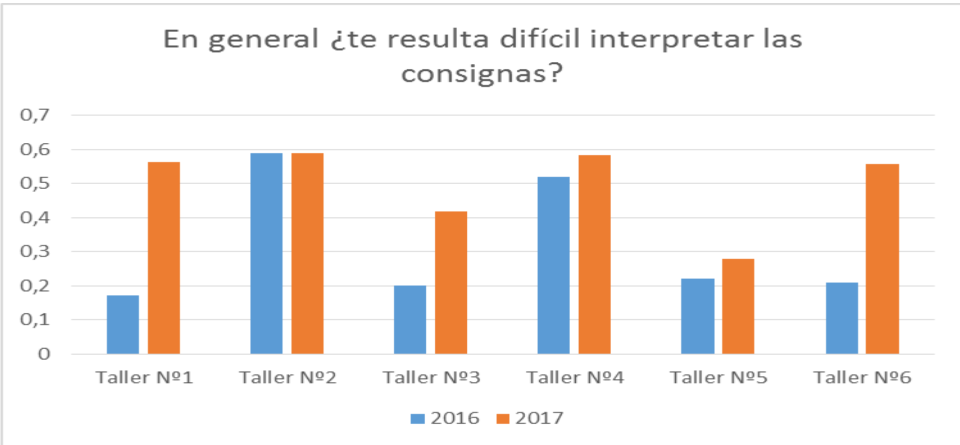


Gráfico 5

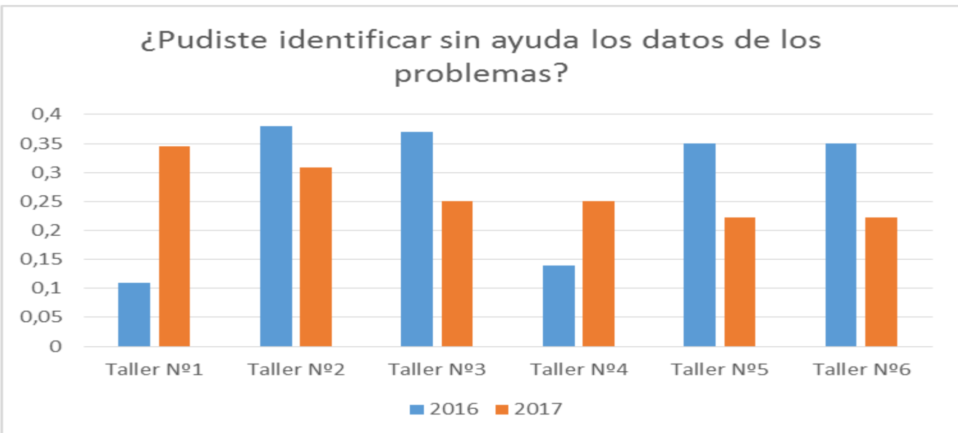
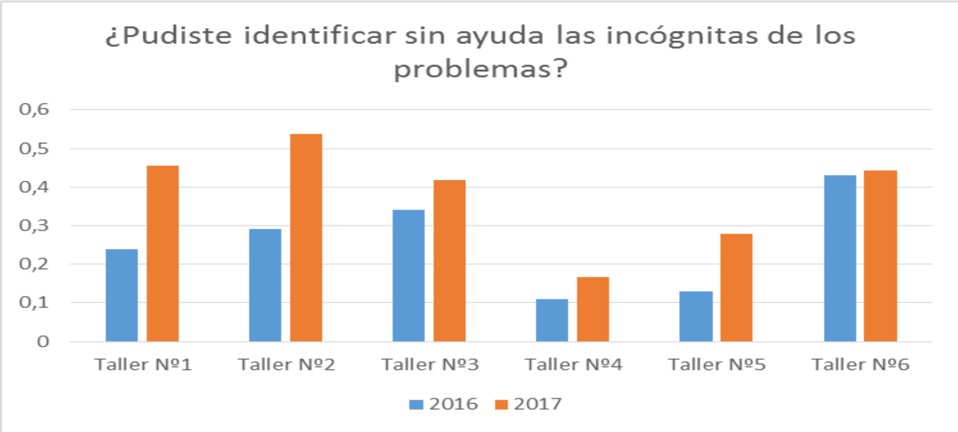


Gráfico 6



En las encuestas también se pide una opinión personal que consideramos muy valiosa para nuestra investigación porque nos permite redefinir el material de trabajo de cada taller y encauzar nuevas líneas de acción.

a) Consigna: En cuanto a lo que han podido aportarte como forma nueva de aprendizaje, valóralos.

Respuestas: "Aprendí a razonar de manera diferente, a tener en cuenta las consignas y a leer con cuidado cada problema o situación planteada", "Lo que me aportó es trabajar en grupo ayudarnos mutuamente para poder desarrollar más fácilmente los problemas", "He asistido a todos los talleres, y en este cuatrimestre tuve la suerte de encarar desde otro punto de vista a mis estudios, parte de lo cual tuvieron que ver los talleres. Los felicito, ya que me ayudaron en mi vida en general. Esta última respuesta "me ayudaron en mi vida en general "apunta al papel del docente como formador del ser humano y no sólo como instructor de contenidos.

b) Consigna: Expresa lo que te resultó más importante.

Respuestas: "Me gusta que me hayan enseñado a pensar más y mejor, a razonar de diferentes maneras y a encontrar distintas soluciones"; "La resolución en grupo y el intercambio de ideas"; "Lo que me resultó más importante fue el lugar que ocupó el alumno en las escenas de los talleres, ya que éramos todos una gran familia y no se sentía tanto esa barrera ALUMNO-PROFESOR PROFESOR-ALUMNO. Al ocurrir esto, se vio reflejado gran interés por ambas partes, principalmente, por los alumnos".

Conclusión

Con el desarrollo de estos talleres se ha intentado motivar a los estudiantes a resolver las situaciones problemáticas presentadas que les permitan adquirir confianza, entusiasmarlos a participar en los talleres de manera espontánea y dinámica, donde sean protagonistas de su propio aprendizaje evidenciando interés por lo que desean aprender.

La resolución de los problemas convenientemente elaborados permitió a los estudiantes el desarrollo de contenidos tanto conceptuales, procedimentales como así también actitudinales para lograr que su aprendizaje sea significativo.

Bibliografía

- ANDER – EGG, Ezequiel (1997). *El Trabajo en Equipo*. Editorial Lumen / Humanitas: Argentina.
- CASTILLO, J. (2004). El Aprendizaje Cooperativo en la Enseñanza de Matemática. [En red]. Julio 2006. Disponible en: http://www.monografías.com/trabajos4/aprend_mat/aprend_mat.shtml
- DÍAZ BARRIGA, Frida (1998). *Estrategias Docentes para un aprendizaje Significativo*. Editorial Mc Graw-Hill: México.
- VIGOTSKY, Liev Seminovich (2001). *Psicología Pedagógica*. Editorial Aique: Argentina.

Una Experiencia de Evaluación Permanente en la Enseñanza de la Estadística con Soporte del Software R

Belcastro, Nilda Esther – Bogoni, Gladys
Delegación Comodoro Rivadavia Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco
nildabfce@gmail.com – gladysbogoni@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Evaluación continua, Estrategias Didácticas, Evaluación, R, Aula virtual

Resumen

Según Donolo (2003), si el objetivo es que los alumnos trabajen y se comprometan con el aprendizaje, sería importante crear contextos adecuados y permisivos para que ello suceda; es decir, entornos –sean presenciales o virtuales- que los estudiantes perciban como ricos en conocimiento, variados en recursos, permisivos y amigables.

Si vamos a hablar de cambios en el proceso de aprendizaje, no podemos dejar de lado a una parte muy importante de ese proceso; la evaluación. Sandra Del Vecchio (2012) nos explica que la evaluación no sólo debe ser calificar al estudiante con una nota, sino que es un proceso que debe motivar y orientar el aprendizaje tanto de docentes como de estudiantes. Debe permitir mejorar a todos los que participan del proceso. La evaluación debe diagnosticar, mejorar, y motivar entre otras funciones.

La creciente y masiva disponibilidad de la tecnología, permitió que en la cátedra se considere incorporar en el año 2016, herramientas informáticas en la enseñanza de la estadística.

Ante un cambio de modalidad de enseñanza, fue necesario cambiar también el enfoque de la evaluación; la evaluación permanente con ayuda del aula virtual, y el aprendizaje autónomo de los estudiantes. Se utilizaron instancias a lo largo de la cursada, para valorar y mejorar el proceso de aprendizaje.

El análisis descriptivo de los resultados obtenidos nos permitirá evaluar y comparar con los rendimientos futuros.

1 Introducción

Convencidos de los pensamientos de Donolo (2003), se han utilizado en la cátedra diferentes recursos didácticos que apelen a la creatividad y a la motivación del alumno. Para lograr que el aprendizaje sea significativo el docente debe mediar pedagógicamente, será quien acompañe el aprendizaje, facilitando el encuentro entre el estudiante y el contenido, medie para que se apropie del mismo, y logre enriquecerse. En este vínculo se ponen en juego, valores, formas de ser, de hacer y de pensar. (Prieto Castillo 2015)

Hace no muchos años, los programas estadísticos de computación, solo estaban disponibles en pocos ámbitos, en la actualidad gran parte de la tecnología está al alcance de nuestra mano. Por esta razón, en la cátedra de Estadística de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNPSJB (Delegación Comodoro Rivadavia) se comenzó, en el año 2016 a considerar la incorporación de herramientas informáticas en la enseñanza, lo que implica pensar cuál es el impacto que tendrá esta incorporación en los contenidos de la materia.

Se decidió incluir el software R y el aula virtual como herramientas tecnológicas para dar apoyo a la docencia presencial.

De este modo, la "educación tradicional" debería complementarse con la "educación tecnológica". La magnitud actual de los medios tecnológicos no puede ser ignorada ni su utilidad puede ser desperdiciada. (Camargo Santacruz, 2001)

Ante un cambio de modalidad de enseñanza, fue necesario cambiar también el enfoque de la evaluación, se consideraron dos maneras: la evaluación permanente con ayuda del aula virtual, y la capacidad de los estudiantes para centrarse en conceptos, interpretaciones y justificación de conclusiones de información obtenida a través del software.

Las metodologías de enseñanza-evaluación basadas en el uso de las tecnologías, se deben orientar principalmente a que el estudiante sea un activo constructor de su propio conocimiento.

Por otro lado, se debe tener en cuenta dos puntos importantes a la hora de trabajar con tecnología informática: la disponibilidad de computadoras y la familiaridad de los estudiantes con entornos virtuales.

Analizamos la disponibilidad de computadoras para el número de estudiantes que cursan la asignatura.

Considerando que la familiaridad de los alumnos con los entornos virtuales puede ser variada, buena parte del trabajo con la computadora, se propuso mediante el aprendizaje colaborativo, trabajando en grupos participativos.

El rol de las docentes que preponderó en esta experiencia fue el de coordinadoras, pues, como afirma Santoyo (1981), el coordinador no enseña, sino que propicia el aprendizaje sin asumir el papel de líder o de director; intentando en todo momento que no exista la independencia sino la interdependencia entre pares.

Como apoyo al dictado presencial de la asignatura Estadística para las carreras de administración y ciencias económicas se utiliza un espacio de aprendizaje virtual constituido por el aula virtual de Estadística sobre la plataforma Moodle del campus virtual. El cual permite realizar distintas actividades, didácticas y específicas, destinadas a la evaluación continua, para un seguimiento permanente del aprendizaje, un mayor aprendizaje autónomo y una enseñanza en función del estilo de aprendizaje de cada alumno. Facilitando además la información sobre el funcionamiento del software estadístico R, archivos y paquetes específicos; e información sobre las funciones del software.

Como actualmente la mayoría de los alumnos están familiarizados con lo digital e informático les resulta muy atractivo y ameno participar en este tipo de experiencias y entornos de aprendizaje.

1.1 Experiencia de clase

Para llevar a cabo esta propuesta de enseñanza de la Estadística con incorporación de herramientas informáticas tuvimos que planificar, considerando varios puntos, desde la disponibilidad de los recursos hasta el diseño curricular, guía de trabajos prácticos y material de lectura y por supuesto la evaluación.

El gabinete informático de la FCE cuenta con 15 computadoras, dado que la matricula anual mínima es de 40 alumnos, consideramos trabajar en grupos de cuatro alumnos y solicitar por grupo una computadora personal para los días de clase práctica, fomentando así el aprendizaje colaborativo.

Las experiencias de aprendizaje colaborativo asistido por computador, apuntan a entender el aprendizaje como un proceso social de construcción de conocimiento en forma colaborativa. Además, el aprendizaje colaborativo refuerza el sentimiento de solidaridad, disminuye la sensación de aislamiento, y promueve la motivación de los integrantes del grupo favoreciendo una mejor productividad.

Con respecto al diseño curricular, ahora centrado en el uso de software estadístico, se trabajó sobre tutoriales del software R, y se diseñó una guía de trabajos prácticos que utilice el software para la resolución de las actividades, sin olvidar lo fundamental de la estadística, los conceptos, interpretaciones y conclusiones.

A medida que el alumnado adquiere los conceptos básicos sobre estadística los aplica mediante el uso del software. Por ejemplo, al comprender la importancia del resumen de información mediante gráficos, adquiere habilidades para generarlos mediante el software. Así comprenden que las problemáticas pueden resolverse con diferentes tipos gráficos, y el software le permite encontrar el más adecuado mediante un click, lo importante es saber elegir el más adecuado. En el mismo sentido, el cálculo de estadísticos como la media aritmética, la varianza y la línea de regresión se simplifican notablemente, permitiendo ahondar en la comprensión e interpretación de esos estadísticos. Es decir, el software permite sustraer al alumno de los cálculos estadísticos, pero debe hacerse hincapié que lo importante es la adquisición de conceptos de la disciplina y el desarrollo de un pensamiento crítico.

En la etapa de diseño curricular, se decidió incorporar dos trabajos de campo, sobre los temas Regresión y Correlación y Series de Tiempo, donde los grupos debían resolver las situaciones problemáticas, investigando, utilizando el software y concluyendo, presentando un trabajo con formato de investigación científica.

Consideramos una evaluación permanente, que surge en contraposición de la evaluación con carácter calificador. Su objetivo es perfeccionar el propio proceso de formación, tanto para el profesorado como para el estudiante. se utilizaron instancias a lo largo de la cursada para poder valorar y mejorar el proceso de aprendizaje del alumnado.

Entre ellas, los test de lectura, las autoevaluaciones, los foros y la encuesta.

1.1.1 Aula Virtual Moodle

En el aula virtual sobre la plataforma Moodle del campus virtual de la FCE de la UNPSJB, se realizaron distintas actividades, didácticas, de evaluación permanente y del uso del software R.

1.1.2 Test de lecturas

Se implementaron test de lectura obligatoria sobre la unidad temática a desarrollar en la clase práctica siguiente, que asincrónicamente están disponibles durante las 24 hs. Su fundamento radica en la necesidad de que el estudiante llegue a la clase práctica con un conocimiento básico de lo que debe realizar.

El test se aprueba con 60 puntos y solo se puede realizar una única vez. Este test se realiza virtualmente con ayuda del recurso cuestionario de Moodle, y en forma asincrónica, esto permite al alumno organizar su horario de estudio, favoreciendo el aprendizaje autónomo. Utilizando las facilidades de Moodle, se permite la revisión del test, luego del cierre del cuestionario a modo de retroalimentación, ya que de esta forma el alumno puede revisar sus errores y acceder a la/las páginas del libro que debe revisar o repasaren caso de no aprobar el test de lectura.

1.1.3 Autoevaluaciones

Dentro de las actividades para lograr la evaluación continua, se crean autoevaluaciones por cada unidad de la asignatura. Esta actividad promueve el aprendizaje activo los estudiantes, ya que les permite comprobar si los conocimientos adquiridos son suficientes o deben profundizar en algún tema, antes de cada examen.

La evaluación se concreta utilizando el recurso cuestionario de Moodle, y en forma asincrónica para permitir al alumno manejar sus tiempos de estudio y autoevaluación. Teniendo en cuenta, además, los diferentes estilos de aprendizaje. En caso de desaprobar, el alumno tiene una nueva posibilidad. La revisión de la misma permite e la retroalimentación específica.

Cuando el alumno es quien se evalúa a si mismo valoriza su propia actuación. Le permite reconocer sus posibilidades, limitaciones y cambios necesarios para mejorar su aprendizaje.

1.1.4 Foros

Como apoyo al desarrollo de los trabajos grupales obligatorios de la asignatura, se facilita al alumno un espacio virtual para cada grupo, de contacto con los profesores y compañeros por medio de los foros. Este tipo de foros, planteados en un lapso de tiempo determinado, previo a la entrega del trabajo grupal, permite al alumno tener un contacto fluido con los docentes en el mismo momento que está desarrollando el trabajo. En cada foro grupal el alumno debe expresar el camino que van desarrollando con sus compañeros para armar el trabajo grupal de investigación, además de permitirle enviar archivos parciales con consultas o dificultades que se le presenten.

1.1.5 Encuesta de evaluación

Son una herramienta básica para detectar los puntos fuertes y débiles de la oferta formativa. Se realizó una encuesta de evaluación a través del aula virtual, donde se consultó por las actividades o recursos más útiles, y sobre la utilización del software R como herramienta didáctica.
Entre las preguntas del instrumento de la encuesta que analizamos en este trabajo, mencionamos las siguientes:

- ¿Cómo clasificaría su experiencia con la utilización del software R en su cursada?
- ¿Cómo considera que fue el apoyo del software R a su cursada?
- ¿Cuál de los siguientes recursos del aula virtual considera que le ha sido de mayor utilidad?
- ¿Cómo contribuyo el aula virtual a su aprendizaje en esta asignatura?
- ¿Cómo considera que fu el cursado de la asignatura?

1.2 Información de contacto

Belcastro Nilda Esther - Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco (Delegación Comodoro Rivadavia) - nildabfce@gmail.com
Bogoni Gladys - Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco (Delegación Comodoro Rivadavia) - gladysbogoni@gmail.com

2 Desarrollo y Resultados obtenidos

Se analizaron las calificaciones promedio de los test de lectura y de las autoevaluaciones, y se cuantifico los resultados de la encuesta de evaluación final.

2.1 Desarrollo

Tabla 1. Calificación promedio

Unidad Temática	**Test de lectura**	**AutoEvaluaciones**
Descriptiva	66	49
Probabilidades	57	58,79
Discretas-Continuas	77	71,58
Distrib. Muestrales	89,29	55,83
Estimacion	85	77,89
Prueba de Hipotesis	83,45	66,68
Regresion y Correlacion	83,81	84
Series	81,88	67

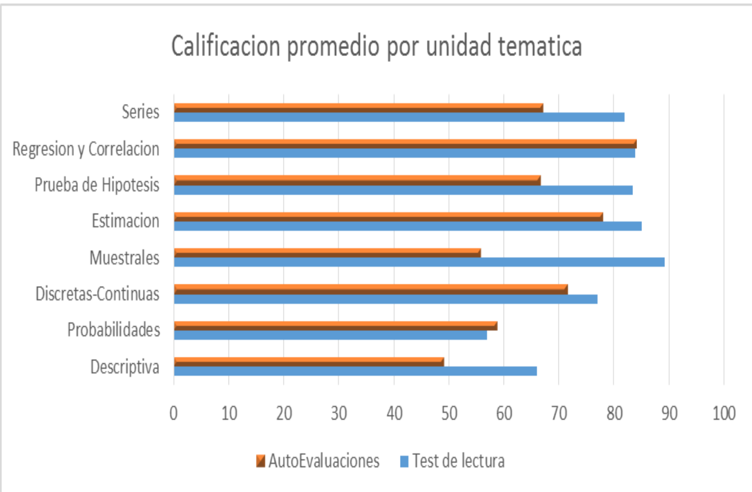
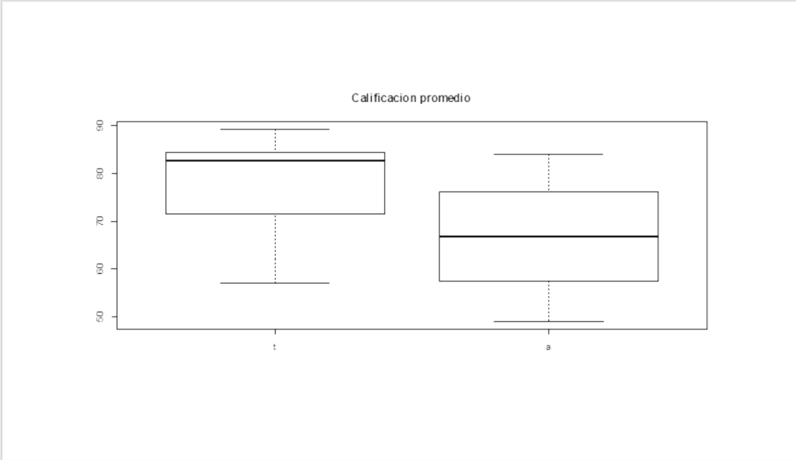


Gráfico 1. Datos obtenidos de los test de lectura y autoevaluaciones



t = test de lectura , a = autoevaluaciones

Gráfico 2. Datos obtenidos de los test de lectura y autoevaluaciones

Gráfico 3. Datos obtenidos de las encuestas de evaluación

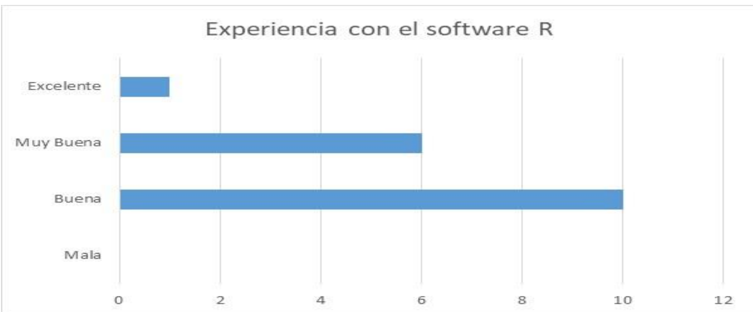


Gráfico 4. Datos obtenidos de las encuestas de evaluación

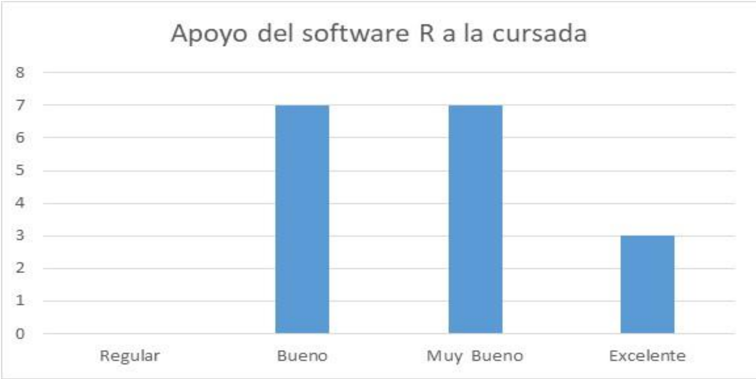


Gráfico 5. Datos obtenidos de las encuestas de evaluación

Gráfico 6. Datos obtenidos de las encuestas de evaluación

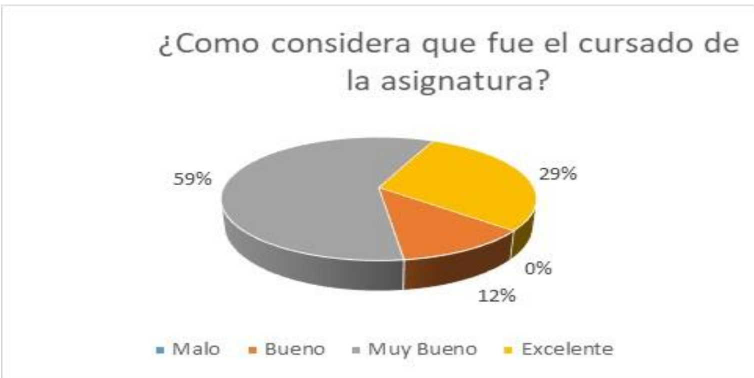


Gráfico 7. Datos obtenidos de las encuestas de evaluación

2.2 Resultados

En la tabla 1 se describen las calificaciones promedio de los test de lectura y de las autoevaluaciones realizadas en el aula virtual. Podemos observar los temas en los que parecen presentarse más dificultades en el aprendizaje, como Estadística Descriptiva y Probabilidades. También pudo deberse a que son las dos primeras unidades de la materia, y aun no están familiarizados con el significado, la terminología y el uso de la estadística. En esta tabla también podemos observar que, en los test de lectura, la calificación de más alta se obtuvo para la unidad de Distribuciones Muestrales y la más baja para la unidad de Probabilidades. De esta misma tabla concluimos que, para las autoevaluaciones la calificación de más alta se obtuvo para la unidad de Regresión y Correlación y la más baja para la unidad de Descriptiva.

En el grafico 1 se puede visualizar la comparación entre las calificaciones promedio de los test de lectura y las calificaciones promedio de las autoevaluaciones realizadas. Coincide con lo explicado en la tabla anterior.

En el grafico 2 observamos con un gráfico de cajas y bigotes la distribución de las calificaciones promedio de los test de lectura y de las autoevaluaciones. La media de la distribución de las calificaciones promedio de los test de lectura es superior a la media de las calificaciones promedio de las autoevaluaciones. También se destaca que la distribución de las calificaciones promedio de los test de lectura presenta una asimetría con sesgo a la izquierda, indicando que la mayoría de los alumnos, obtuvo una buena calificación. La distribución de las calificaciones promedio de las autoevaluaciones es simétrica.

En el grafico 3 observamos los resultados de las respuesta de los alumno a la pregunta: "¿Cuál de los siguientes recursos del aula virtual considera que le ha sido de mayor utilidad? marque solo tres " , en el mismo observamos que de todas los recursos disponibles, entre los que se encuentran los videos, curiosidades, calendario de eventos, los alumnos que respondieron a la encuesta eligen como primer opción el material de lectura brindado por la cátedra. Como segunda opción las novedades informadas y por último los test de lectura y las autoevaluaciones.

Las respuestas de los alumnos a la pregunta: "¿Cómo clasificaría su experiencia con la utilización del software R en su cursada?" se observa en la figura 4 que los alumnos que respondieron indican que fue una experiencia positiva. Esto se afirma con las respuestas a la pregunta: "¿Cómo considera que fue el apoyo del software R a su cursada?", en el grafico 5 también puede verse que todos los alumnos que respondieron creen que utilizar el software R como apoyo para los cálculos fue positivo.

En el gráfico 6 observamos los resultados de las respuestas de los alumnos a la pregunta:"¿Cómo contribuyo el aula virtual a su aprendizaje en esta asignatura?", observando el grafico podemos decir que el 88 % de los alumnos considera que el aula virtual contribuyó mucho a su aprendizaje de la asignatura y un 12 % de los alumnos consideran que el aula virtual contribuyo medianamente a su aprendizaje de la asignatura. Ningún alumno considera que el aula virtual contribuyo poco a su aprendizaje de la asignatura.

Por último, las respuesta de los alumno a la pregunta:”¿Cómo considera que fue el cursado de la asignatura?”, según el gráfico 7, podemos concluir que los alumnos indicaron en su mayoría que el cursado de la asignatura fue muy bueno o excelente. El 29% de los alumnos consideran que su cursado de la asignatura fue excelente, el 59 % de los alumnos considera que su cursado fue muy bueno y el 12 % considera consideran que su cursado de la asignatura fue bueno.

2.3 Resultados de Foros

Si bien no fue posible, en el desarrollo de esta cursada, por falta de tiempo, analizar y cuantificar los resultados individuales y grupales obtenidos en los foros por grupos, en forma automática con las herramientas de Moodle; se tuvo en cuenta el trabajo individual y grupal realizado en los foros del aula virtual para calificar manualmente los trabajos grupales.

3 Conclusiones y trabajos futuros

Mejorar la calidad de la enseñanza es un reto permanente para los docentes de todos los niveles. Con este objetivo, se realizaron las primeras modificaciones en el diseño curricular de la asignatura, en el corriente ciclo lectivo.

Las clases se diseñaron con presentaciones, videos, gráficas, y se sumó a las clases presenciales, los recursos del aula virtual, y transversalmente, el uso del software R.

Utilizando el Aula Virtual de la materia, los estudiantes pudieron tener a su alcance los materiales y las notificaciones importantes para seguir el cursado aun si no pudieron asistir a las clases presenciales. La diversidad de métodos y recursos empleados, facilitó la mediación y el acompañamiento del aprendizaje, ya que se pudo adaptar en alguna medida, a las características y necesidades de los estudiantes.

Los estudiantes debieron participar de manera activa en la construcción de sus conocimientos, siempre con la guía y ayuda de los docentes. La comunicación entre docentes y estudiantes fue constante, gracias a las herramientas que incorporan las plataformas e-Learning (foros, chat, correo electrónico, etc.).

Los alumnos pueden acceder al aula virtual a través de sus celulares, lo que permite estar aún más comunicados, ya que es notable la preferencia del celular a las computadoras por parte de los estudiantes.

La encuesta realizada a los estudiantes una vez terminado el curso, demuestra que vamos por el camino correcto si bien queda mucho por mejorar. Es indudable que debemos dejar pasar algunos ciclos lectivos más para poder observar si realmente hubo mejoras en cuanto al rendimiento de los estudiantes.

Queda pendiente para futuras implementaciones la evaluación individual y grupal por medio del propio foro de cada grupo, que permite en forma más automática la plataforma Moodle. Si bien, se realizó, en esta experiencia, la evaluación individual y grupal de cada alumno en los trabajos grupales, la participación en el foro de grupo, las dificultades que encontraron y las consultas realizada, pero en forma manual.

También quedan pendientes comparaciones de rendimientos de los alumnos actuales con alumnos con ciclos anteriores.

Quizás la tecnología en general, especialmente la internet, la computadora y los celulares, sean a futuro, herramientas tan útiles y básicas como lo son hoy la tiza y el pizarrón.

Referencias

- Camargo Santacruz F. J. (Agosto, 2001). Educación superior. Director de Informática. Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (ITESM), Campus Estado de México.
- https://books.google.com.ar/books?id=XRv6BwAAQBAJ&pg=PA182&lpg=PA182&dq=fcamargo@campus.cem.itesm.mx&source=bl&ots=SpbAJT6Wb7&sig=S4kfx6e1kjhI9vM3B0R6tOUN24g&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwjk3KC1jZXcAhVEzlkKHS-XAhsQ6AEIUzAG#v=onepage&q=fcamargo%40campus.cem.itesm.mx&f=false Consultado 10/07/2018
- Del Vecchio, Sandra, (2012) Reflexiones en torno a la evaluación de los aprendizajes en la Universidad. Mendoza, Universidad Nacional de Cuyo, Facultad de Filosofía y Letras
- Donolo, D; Chiecher, A. y Rinaudo M.C. (2003). Estudiantes en entornos tradicionales y a distancia, perfiles, motivaciones y percepciones del contexto. RED, Revista de Educación a Distancia, 10. http://www.um.es/ead/10/chiecher.pdf Consultado 10/07/2018
- Prieto Castillo, Daniel. (2015). La enseñanza en la Universidad. Mendoza, Universidad Nacional de Cuyo, Facultad de Filosofía y Letras.
- Santoyo, R. (1981). Algunas reflexiones sobre la coordinación en los grupos de aprendizaje. Perfiles educativos.

Mediación Tecnológica para la Recuperación del Conocimiento Frágil

Bianco, María José – Fraquelli, Alicia – Gache, Andrea
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
mjb.math@gmail.com – aliciafraquelli@gmail.com – andreagache@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Competencias, Habilidades, Recursos, Conocimiento, Tecnología

Resumen

Hoy se asevera que la tecnología es valiosa y relevante tanto en términos pedagógicos, como disciplinares. Esta afirmación nos interpela y nos conduce a investigar cómo el aprendizaje mediado por tecnología favorece el desarrollo de competencias y habilidades.
Esta investigación se da en el marco del proyecto UBATIC 2018-2019: “Desde el conocimiento matemático hacia la adquisición de técnicas cuantitativas aplicadas a las Ciencias Económicas” del Departamento de Matemática de la Facultad de Ciencias Económicas de la UBA.
Dentro del proyecto y haciendo hincapié sobre las competencias, nos interesa referirnos a las digitales, las que no sólo se centran en la capacidad del aprovechamiento de las posibilidades tecnológicas, sino también en la oportunidad de utilizarlas en forma significativa en el ámbito educativo y profesional futuro.
Cada vez que los docentes intentamos andamiar un nuevo conocimiento, los conceptos previos no siempre están presentes cuando son requeridos, constituyendo esto una de las principales deficiencias en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Es por ello que a partir del uso de los recursos tecnológicos que nos brinda la institución y como una acción remedial, proponemos que el estudiante pueda detectar sus fortalezas y/o debilidades sobre aquellos temas previos que le son requeridos cuando debe construir nuevos conocimientos en otras asignaturas del departamento, por medio de una autoevaluación interactiva con respuesta automática y retroalimentación a partir de distintos materiales subidos a la plataforma en sus distintas versiones: videos, textos, links, infografías, etc. que le proporcionarán la información necesaria para recuperar y reconstruir el conocimiento perdido.

4 Introducción

El objetivo de esta presentación es compartir las acciones que estamos desarrollando en el marco del proyecto de investigación UBATIC 2018-2019: "Desde el conocimiento matemático hacia la adquisición de técnicas cuantitativas aplicadas a las Ciencias Económicas" del Departamento de Matemática de la Facultad de Ciencias Económicas de la UBA del que formamos parte.

El mismo será aplicado en cursos de Matemática para Economistas, asignatura que forma parte del plan de estudio de la Licenciatura en Economía y de la carrera actuarial.

Una primera hipótesis de investigación nos remite a quienes formamos parte de este proyecto a preguntarnos si el recorrido académico de nuestros alumnos en el área Matemática determina de algún modo su rendimiento en Matemática para Economistas.

Para intentar buscar una respuesta, la primera de las acciones que llevamos a cabo con el apoyo del Departamento de Sistemas de nuestra Institución, valiéndonos de los recursos que nos ofrece el Machine Learning, el Learning Analytics y la plataforma SharePoint de Microsoft, fue desarrollar un método que a partir de la exploración de datos sobre el recorrido académico de los estudiantes en las materias del área matemática, las que constituyen la base del conocimiento necesario para abordar la materia mencionada, nos brinde información para desarrollar acciones futuras.

Se elaboró entonces, un proceso de medida-análisis cuantitativo y un estudio cualitativo que permite en primer lugar identificar a los alumnos que probablemente necesiten más apoyo al inicio de cada cuatrimestre y con ello implementar medidas que ayuden a modificar, mejorar y diferenciar el proceso educativo**.** Esta acción no será desarrollada en el presente trabajo.

Sabemos que son necesarios para abordar los conocimientos correspondientes a la materia mencionada, contenidos de Análisis Matemático I, Álgebra y Análisis Matemático II, materias que en muchos casos han cursado hace tiempo, lo que agrava y potencia dos de los inconvenientes más comunes con los que nos encontramos los docentes a diario a la hora de recuperar conocimientos para aplicarlos a nuevas situaciones, el llamado "conocimiento olvidado" que han desaparecido de la mente de los alumnos, así como el "conocimiento inerte", los estudiantes retienen algunos, pero son incapaces de usarlos activamente para resolver problemas.

Al inicio del cuatrimestre y en función de los resultados que nos brinde el análisis descripto anteriormente, se les pedirá a los alumnos que en el aula virtual de la materia realicen un Test Inicial elaborado con la herramienta Forms, que provee Office 365 en nuestra plataforma SharePoint, de contenido estrictamente matemático que les permitirá detectar sus fortalezas, sus debilidades y remediar, cuando sea necesario, el conocimiento frágil tan frecuente en nuestros alumnos luego de un tiempo de haber cursado las materias previas a Matemática para Economistas.

El auto-test propuesto contará con recorridos diversos en cuanto a nivel de complejidad, con un doble propósito, por un lado alentar a quienes tengan mayores dificultades a superarlas a través de una retroalimentación que los ayude a recuperar el tema, pudiendo ésta redirigirlo tanto a material multimedial, por ejemplo videos, infografías interactivas, applet que permitan visualizar el concepto a recuperar, como a material bibliográfico específico, y por otro lado a quienes hayan transitado sin dificultades las cuestiones tratadas en el auto-test a reafirmar sus conocimientos y re direccionándolos a actividades de aplicación del tema, a fin de comprobar que los mismos no se correspondan con el llamado conocimiento ritual, llamado así porque solamente sirve para cumplir con las tareas académicas, pero los alumnos no pueden relacionarlos con lo que sucede en su entorno.

Lo anterior posibilitará determinar claramente cuáles son las necesidades educativas de cada alumno, ya que al reproducir patrones de datos e integrarlos a otros antecedentes, automáticamente aplica los resultados a la toma de decisiones y al desarrollo de futuras acciones. La recopilación de estos datos permitirá a los docentes identificar el contenido que el estudiante ha comprendido y el que debe fortalecer.

En tercera instancia, y fuera del alcance de esta presentación y ya durante el cursado de la materia se trabajará por proyectos de aplicación a temas del área económica y del área actuarial, con fuerte base matemática que impliquen la utilización de tecnología buscando que estos proyectos tengan replicabilidad en otras materias del plan de estudio y en el futuro ámbito profesional.

Esta intención de fortalecimiento del contenido matemático justifica el nombre que le hemos dado al proyecto: "Desde el conocimiento matemático hacia la adquisición de técnicas cuantitativas para las Ciencias Económicas". El cambio en el modelo de enseñanza aprendizaje a realizar con su implementación requiere una modificación en la forma de trabajo en las aulas que deberán convertirse en talleres de trabajo. Para llevar a cabo la propuesta es necesario capacitar a los docentes que intervengan, ya que se espera de ellos un rol diferente al de profesor expositor y, en su lugar, realizar el seguimiento y acompañamiento del trabajo de los alumnos para identificar los diferentes ritmos de aprendizaje y las problemáticas que se presenten.

5 Fundamentación

Es una realidad y por demás frecuente que en la educación matemática actual, a los contenidos se los convierte en algoritmos a aplicar de un modo mecánico lo que origina la imposibilidad de su aplicación fuera de ese contexto e imposibilita la relación de este con otros, es más, está muy arraigada la concepción didáctica que ve que estos procedimientos compactos ayudan a simplificar la solución de muchos conocimientos matemáticos.

Para escapar de esta concepción necesitamos una Universidad que replique las ideas de Perkins sobre la escuela inteligente, es decir que introduzca todo posible progreso en el campo de la enseñanza y el aprendizaje para que los estudiantes no sólo conozcan, sino que piensen a partir de lo que conocen. Para lograrlo la educación universitaria debe ser informada, dinámica y reflexiva.

Poseedora de esas características, la Universidad debiera perseguir tres metas generales respecto del conocimiento que involucran la retención, la comprensión y el uso activo del mismo.

Estas metas se sintetizan en lo que se ha dado en llamar conocimiento generador, es decir, aquel conocimiento que no se acumula, sino que actúa para enriquecer la vida de las personas y ayudarlas a comprender el mundo y a desenvolverse en él.

Alcanzar un conocimiento generador implica que el alumno sea capaz no solamente de retener y acumular información, sino al mismo tiempo, comprenderla, para luego aplicarla a diferentes situaciones.

En contraposición al conocimiento generador aparece el pensamiento pobre, donde los estudiantes no saben pensar valiéndose de lo que creen que saben.

El mismo surge como resultado de la conjunción de grandes deficiencias representativas de la educación actual: el conocimiento frágil: los alumnos no recuerdan, no comprenden o no usan activamente gran parte de lo que supuestamente han aprendido, el conocimiento olvidado: aquel que ha desaparecido de la mente de los alumnos que alguna vez lo tuvieron y podrían haberlo recordado, el inerte: los alumnos retienen algunos conocimientos, pero son incapaces de usarlos activamente para resolver problemas. Al respecto, Perkins señala que si los alumnos no aprenden a pensar con los conocimientos que están incorporando y no pueden aplicarlos, dará lo mismo que no los tengan, el ingenuo: los conocimientos toman formas de teorías ingenuas o estereotipos. El problema es que los alumnos siguen adhiriendo a dichas teorías después de recibir el conocimiento correspondiente, el conocimiento ritual: solamente sirve para cumplir con las tareas académicas, pero los alumnos no pueden relacionarlos con lo que sucede en su entorno, es decir, no entienden lo que les enseñan, o al menos no por completo, y compensan esa insuficiencia con rituales que funcionan en el mundo artificial de las clases habituales.

Podríamos mencionar como posibles causas de las deficiencias enunciadas, la teoría de la búsqueda trivial y la teoría que privilegia la capacidad, la primera basada en la concepción docente que supone que el aprendizaje es la acumulación de un largo repertorio de hechos y rutinas y no, como dijimos, que el aprendizaje es una consecuencia del pensamiento, la segunda la teoría del rendimiento, en la cual el aprendizaje depende ante todo de la inteligencia de la persona y no de sus esfuerzos. En nuestra cultura predomina una teoría del éxito y del fracaso basada en esa capacidad. Sin embargo, para tener éxito necesitamos un modelo centrado en el esfuerzo.

Las acciones de nuestro proyecto que buscan paliar las deficiencias mencionadas no podrían lograrse sin la incorporación de la tecnología.

Sin embargo, implementar nuevas tecnologías no es incursionar esporádicamente en la utilización de estas como tampoco su aplicación es intuitiva. Se debe aprender a utilizarlas y tomar de ellas lo que consideremos beneficiará y aportará al proceso de construcción del conocimiento. La interacción con ellas exige de nosotros una búsqueda permanente de una construcción pedagógica que permita lograr los objetivos, potenciar el aprendizaje, y su posterior articulación e implementación. La educación matemática toma hoy a la tecnología y la utiliza como mediadora para alcanzar con efectividad el análisis y la comprensión de problemas matemáticos, aportando la misma un valor agregado a nuestra labor tanto en las clases presenciales como virtuales. Reconocemos que los recursos tecnológicos permiten promover junto con el docente un pensamiento reflexivo y a la vez creativo a través de la visualización, la estimación, el análisis y la argumentación, esto conlleva a nuevos escenarios que exigen una adecuación inmediata y decisiones que permitan que esta posibilidad de acceso sea posible.

Este nuevo paradigma se propone a priori dos objetivos. El primero es aumentar la productividad en cuanto a la apropiación de conocimientos significativos y el segundo, preparar al futuro profesional para la capacitación continua en el mercado laboral. Los sistemas educativos hoy enfrentan el desafío de utilizar las TIC para proveer a sus alumnos las herramientas y el conocimiento necesarios. Su uso requiere de un nuevo tipo de alumno y de docente, ya que su incorporación implica un esfuerzo de los protagonistas para comprender como la tecnología asiste al proceso de enseñanza-aprendizaje.

Nos convoca la necesidad imperiosa de efectivizar un cambio en el paradigma mediado por la tecnología. No debe ser un cambio más, buscamos a través de este proyecto lograr una mejora en lo académico con el fin de obtener un profesional futuro que sea capaz de diagnosticar, implementar, diseñar, organizar, proyectar, evaluar, asesorar entre otras acciones y no meros ejecutores de acciones programadas por otros. En estos tiempos en los que tanto se habla de calidad en la educación no debemos perder de vista que, en una sociedad democrática y plural una enseñanza de calidad debe ser sinónima de atender a los diferentes ritmos de estudio y de aprendizaje de los alumnos.

Vinculado con nuestra primera hipótesis de investigación: “el recorrido académico en las materias del área Matemática condiciona el rendimiento en la materia Matemática para economistas”, surge una segunda pregunta ¿Qué recuerdan de lo aprendido en dicho recorrido? ¿Qué necesitan recuperar? Con el fin de obtener datos empíricos que nos permitan dar respuesta a estos interrogantes los alumnos en las primeras semanas de la cursada realizarán una autoevaluación de sus conocimientos matemáticos previos ya que contamos con la plataforma educativa Sharepoint, que permite la realización de autoevaluaciones con respuesta automática con retroalimentación, recordemos que nuestro objetivo es alcanzar conocimiento generador en la asignatura y alumnos con pensamiento y capacidades críticas.

¿Por qué una autoevaluación? Porque es el instrumento que facilita atender, respetar y valorar los distintos ritmos de aprendizaje según las características del alumno, tales como capacidades, estilos de aprendizaje, estrategias cognitivas, experiencias y conocimientos previos, motivación, atención, ajuste emocional y social, etc.

Entre los principales beneficios de la autoevaluación para el alumno podemos citar que ésta lo ayuda a conocer y tomar conciencia de cuál es su progreso individual en el proceso de enseñanza - aprendizaje; a responsabilizarse de sus actividades, así como a desarrollar su capacidad de autogestión.

Por todas las razones anteriormente expuestas consideramos que la autoevaluación del alumno puede y debe ser utilizada como estrategia para afrontar la diversidad de intereses, necesidades y ritmos de aprendizaje.

La autoevaluación ha sido creada utilizando los cuestionarios de la aplicación Forms del Office 365 y anclada en el aula virtual de la asignatura Matemática para Economistas en la plataforma Sharepoint de la Facultad.

Buscamos mediante la misma recuperar el conocimiento olvidado, comprobar si existe algún tipo de conocimiento ritual y posibilitar el conocimiento generador. Todo lo anterior se logrará a partir de diferentes recorridos de distinto nivel de complejidad. Los alumnos al entrar al aula virtual de su curso en la plataforma tendrán asignada y disponible una autoevaluación vinculada a su recorrido académico.

Hemos realizado tres test de doce preguntas de opción múltiple, donde cada una de las opciones de respuesta conlleva a una retroalimentación.

- Las respuestas correctas dirigen al alumno a una situación de nivel superior, ejercicio o problema de aplicación para descartar el conocimiento ritual.
- Las respuestas incorrectas dirigen al alumno a un material didáctico expresamente desarrollado para tal fin que le permita recuperar el tema involucrado. Respetando la diversidad y las distintas formas de asimilación y aprehensión del conocimiento el alumno podrá elegir en algunos casos el material que le permita recuperar el mismo a través de desarrollos visuales con o sin audio, infografías, desarrollos teóricos y/o ejercicios resueltos. Concluida la lectura y/o visualización del contenido a recuperar se lo redirigirá a otro ejercicio de aplicación del tema para asegurarnos de su comprensión.

Al comienzo del cuatrimestre, la autoevaluación saca al alumno de su zona de confort y lo enfrenta con los conocimientos que alguna vez “sintió que aprendió” y por los que ya fue evaluado y aprobado en las materias del área. Creemos que no bastan las sensaciones de “saber” y es importante evocarlos y en caso que los hayan olvidado recuperarlos.

Compartimos un concepto de Michel Saint-Onge **“**Una de las funciones de los dedicados a la enseñanza es hacer que los alumnos tomen conciencia de ciertas necesidades, ponerlos en condiciones de querer aprender, ayudarles a proponerse objetivos cuya consecución después será evaluada en los exámenes. No basta enunciar objetivos prefabricados. Hay que situar a los alumnos ante un resultado apetecible y sugerirles este resultado como proyecto de aprendizaje.”

3 Conclusiones y trabajos futuros

En todo proyecto existen distintos momentos: la fundamentación, el planteo de objetivos, la elaboración de contenidos, su implementación, la formación de los protagonistas , los ajustes que surgen de la práctica propia y ajena como así también los intereses de los destinatarios y la evaluación, todos importantes y ninguno excluyente.

El ámbito es propicio, la Facultad de Ciencias Económicas, nuestro lugar de trabajo, está abierta al cambio, a la innovación, a hacer propio los desafíos que planteamos y satisfacer dentro de las posibilidades nuestras necesidades y la de los alumnos, no menos cierto es el estímulo y apoyo con que contamos del Departamento de Matemática. Nuestra intención es lograr que los alumnos se involucren con los temas desarrollados a lo largo de la carrera de manera que puedan internalizar los conocimientos apelando a la concientización.

Nuestros alumnos en su mayoría lejos de recordar lo enseñado, están más cerca de negar que alguna vez lo hayan visto a reconocer la imposibilidad de aplicar aquello que fue evaluado y aprobado. En realidad no han aprendido, no son competentes, al decir de Le Borterf ser competente es un "saber movilizar" los conocimientos, que les permitiría hacer frente regular y adecuadamente a una cantidad de tareas y situaciones, apelando a los conocimientos y su transferencia, a las informaciones, a los procedimientos, los métodos y las técnicas.

Alguna vez una teoría revolucionaria sostuvo que el pasado, el presente y el futuro coexisten en nosotros, en el tiempo. Anclar y andamiar son las acciones a llevar a cabo durante la implementación del proyecto, esto implica la necesidad de formación de grupos de trabajo para intercambiar opiniones, analizar experiencias, sacar conclusiones respecto de las fortalezas, dificultades y falencias de los grupos de alumnos en las tareas asignadas.

Al día de hoy nos encontramos en plena tarea de elaboración y ajustes de la autoevaluación, esperando su implementación en el comienzo del segundo cuatrimestre, siendo esta tarea sólo una entre las diversas que involucra nuestro proyecto.

Las acciones futuras vinculadas al instrumento son muchas, deberemos evaluar: los resultados de la autoevaluación, lo que nos permitirá concluir si nuestra primera hipótesis de trabajo ha sido validada o no; si la autoevaluación produjo el efecto buscado a nivel alumno, o sea, si la misma les permitió recuperar los conocimientos de las materias previas en el área matemática sin los cuales el anclaje de los nuevos conocimientos sería deficiente; y a nivel docente si al evocarlos durante el cursado de la asignatura los alumnos evidencian una transferencia exitosa.

De la implementación, evaluación y análisis de los resultados observados surgirán posibles mejoras y/o ajustes que se llevarán a cabo durante el año 2019.

Creemos que nuestro proyecto es viable y que las metas que nos proponemos son posibles, dependiendo del impacto que su implementación produzca, podremos avanzar y facilitar su replicabilidad, esto es sólo el inicio de un plan de reformulación de estrategias de aprendizaje, lo hecho hasta hoy está demostrado que no es suficiente, que no alcanza, los alumnos no dan cuenta de sus saberes en el momento que éstos son requeridos, buscamos entonces mediados por la tecnología producir un cambio paulatino, pero constante a fin de garantizar un cambio profundo y una futura replicabilidad en el tiempo de los logros alcanzados.

Referencias

- BUR, A. (2013):"Educación Universitaria y conocimiento". Reflexión Académica en Diseño y Comunicación NºXXI Universidad de Palermo. Año XIV, Vol. 21, Agosto 2013, Buenos Aires, Argentina
- CALATAYUD SALOM. A. (1999): "La participación del alumno en el proceso evaluador". Revista Educadores. Núm. 190-191.
- CALATAYUD SALOM. A. (2002): "La cultura autoevaluativa, piedra filosofal de la calidad en educación". Revista: Educadores. Núm. 204. Págs.357-375.
- CALATAYUD SALOM. A. (2004a): "La autoevaluación de la práctica docente: una aventura plagada de dificultades y satisfacciones". Revista: Ciencias de la Educación. Núm. 198-199. Págs. 151-171.
- CALATAYUD SALOM. A. (2007): "La evaluación como instrumento de aprendizaje y mejora. Una luz al fondo. En: A. CALATAYUD (Coord.). La evaluación como instrumento de aprendizaje. Estrategias y técnicas. Madrid. MEC.
- LION, C; PEROSI, V. y FLOOD, C. (2018). "*Módulo 1: Los años por venir*". En Expandir la cognición a través de las tecnologías: propuestas CitepMIC. 3 da. ed. En el marco del Programa Virtual de Formación Docente del Centro de Innovación en Tecnología y Pedagogía de la Subsecretaría de Innovación y Calidad Académica de la Secretaría de Asuntos Académicos de la Universidad de Buenos Aires.
- PERKINS, D. (1995). La escuela inteligente: del adiestramiento de la memoria a la educación de la mente. Barcelona: Gedisa.
- PERKINS, D. (2010). El aprendizaje pleno. Buenos Aires: Paidós.
- PROYECTO UBATIC 2018-2019: "Desde el conocimiento matemático hacia la adquisición de técnicas cuantitativas aplicadas a las Ciencias Económicas"
- http://edu.jalisco.gob.mx/cepse/sites/edu.jalisco.gob.mx.cepse/files/yo.explico.pero_.ellos_.aprenden.pdf Michel Saint-Onge
- La tecnología como contenido educativo
  http://coleccion.educ.ar/coleccion/CD15/contenidos/recursos/lectura/index.html

Análisis del Progreso Académico de Alumnos Recursantes de Matemática I, con el Uso del Aula Virtual

Astorga, Angélica – Lisi, Mónica – Méndez, Graciela– Nina, Jorge – Alvarez, Enzo – Carmona, Abel – Silva, Mercedes – Fili, Graciela – González, Fabian

Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales, UniversidadNacional de Salta
aeastorga@hotmail.com; mlisi2010@hotmail.com; nildagramendez@yahoo.com.ar; jninajr@gmail.com; enzoalvarez@outlook.com; grupoabeliano@hotmail.com; mercedes.silva2011@gmail.com; gachifili@gmail.com; fabian.e.gonzalez97@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Matemática, Aprendizaje, Promoción, Evaluación, Aula virtual

Resumen

A partir de los resultados alcanzados por los alumnos recursantes de Matemática I de la Facultad de Ciencias Económicas, de la Universidad Nacional de Salta, quienes cursaron la asignatura en forma semipresencial, presentamos un análisis parcial de la incidencia de la aprobación de actividades en el Aula Virtual, en la Plataforma Moodle, para los alumnos promocionados. Esta Aula se encuentra nutrida de diversos recursos con el fin de brindar un espacio más de aprendizaje y consolidación de conocimientos en los alumnos; entre ellos, actividades evaluativas.
Este estudio forma parte de las acciones propuestas en el Proyecto de Investigación Nº 2389, "Incidencia de la modalidad Blended-Learning en el aprendizaje de Matemática en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Salta", acreditado por el Consejo de Investigación de la mencionada universidad.
En este marco, cobran especial relevancia las actividades evaluativas propuestas mediante cuestionarios teóricos y actividades prácticas. Éstas, permiten que el alumno realice una autoevaluación de sus aprendizajes y además, su aprobación acredita un puntaje que se incorpora a la nota final de los respectivos exámenes parciales, repercutiendo en su condición final de promoción.
A partir del relevamiento de los datos, nuestro análisis se encamina hacia la determinación de cuántos de los alumnos promocionados, lograron esta condición a partir del uso de los recursos propuestos en el Aula Virtual, como así también la variación de su nota final con respecto a la nota promedio para promocionar.

1. Justificación

Con el fin de disminuir el número de alumnos recursantes y superar carencias en recursos humanos y de estructura edilicia, se implementó en el año 2013, el Proyecto de *"Aula Virtual"*, aprobado por Res CD-ECO N° 084/12; donde se autoriza el cursado de Matemática I con la modalidad semipresencial (Blended-Learning). Para dar continuidad a estas acciones, en el año 2016 se presenta el proyecto de Investigación acreditado por el CIUNSa con el Nº 2389, "*Incidencia de la modalidad Blended-Learning en el aprendizaje de Matemática en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Salta"*, en este marco analizamos la repercusión de esta modalidad en el rendimiento de los alumnos recursantes de la asignatura Matemática I, primera del ciclo matemático de las carreras de esta Facultad.
Las condiciones finales que pueden alcanzar los alumnos cursantes en Matemática I son: promocionados, regulares, no regulares, abandonó y nunca asistió.

A partir del número de alumnos matriculados en la Plataforma Moodle en el año 2018, indagamos qué cantidad de estudiantes promocionados hicieron actividades virtuales y cuántos aprobaron las mismas; de esta maneraqueremos ver en qué medida los aprendizajes se ven beneficiados, cuando se propone el aprovechamiento sistematizado de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), complementando a la enseñanza tradicional. En este marco, cobran especial relevancia las actividades evaluativas propuestas mediante cuestionarios teóricos y actividades prácticas. Éstas, permiten que el alumno realice una autoevaluación de sus aprendizajes y además, su aprobación acredita un puntaje que se incorpora a la nota final de los respectivos exámenes parciales, repercutiendo en su condición final de promoción.

Nuestro análisis se encaminará hacia la determinación de cuántos de los alumnos promocionados, lograron esta condición a partir del uso de los recursos propuestos en el Aula Virtual, como así también la variación de su nota final con respecto a la nota promedio para promocionar.

2. Marco Teórico

El aprendizaje mediante métodos tradicionales no es lo suficientemente eficiente para atender grupos numerosos en las aulas clásicas y limita el desarrollo de las capacidades cognitivas, creativas y organizativas en nuestros estudiantes, como nuestra sociedad lo demanda. Cabero (2007) menciona que los cambios se suceden demasiado rápido, por eso es determinante el "aprender a aprender", característica de la sociedad de la información. Por lo tanto el aprendizaje debe ser activo, profundo y tender a la autonomía, es decir, debe ir más allá de la capacidad de recordar hechos, principios o procedimientos basados principalmente en la memorización y en la información. El aprendizaje debe considerarse como una búsqueda propia de significado y relevancia, inserta en una actividad social e individual; es por ello que el desarrollo del pensamiento creador de los alumnos debe ser uno de los principales objetivos que se plantee la educación para los momentos actuales.

La educación sistematizada requiere atender a estos nuevos desafíos. Hoy en día -año 2018-, la educación tiene ante sí el enorme reto de permitir a todos los estudiantes, la posibilidad de hacer fructíferos sus talentos y capacidades, lo que implica que cada uno pueda responsabilizarse de sí mismo y realizar su proyecto personal. Todo esto requiere sistemas de educación más flexibles, que permitan la diversidad de estudios, que prevean los adelantos tecnológicos, que reduzcan el fracaso escolar, la exclusión social y las desigualdades en el desarrollo.

Las TIC nos proporcionan herramientas, recursos materiales y una gran variedad de entornos educativos que facilitan nuestra tarea pedagógica. Por sus características, nos brindan amplias posibilidades desde el punto de vista educativo ya que ofrecen múltiples formas de representación de la información, diferentes posibilidades de interacción, capacidad de almacenamiento, polivalencia y versatilidad (Velázquez, 2012). Belloch (2012), en su documento de Teleformación, define “Formación Combinada” o “Aprendizaje Mezclado” como una modalidad de estudios semipresencial que incluye tanto formación virtual como presencial. El objetivo principal de esta modalidad es combinar las ventajas de la enseñanza on-line con las de la enseñanza presencial.

La evaluación es parte del proceso de enseñanza y del aprendizaje, por ello simultáneamente en la medida que se aprende, se valora, se corrige, se ajusta.

Tradicionalmente la evaluación en la universidad se asociaba al concepto de pruebas parciales y finales para medir el resultado del aprendizaje del alumno. Sin embargo, según los nuevos enfoques pedagógicos la evaluación es un proceso continuo, integral que permite obtener información acerca del avance del aprendizaje de los alumnos, como así también de la pertinencia de las actividades propuestas y de la actividad docente, entre otros. Destacando, además la importancia de la evaluación para la regulación de los aprendizajes por parte de los estudiantes.

En la cátedra Matemática I, nos propusimos trabajar en virtud de revalorizar el concepto de evaluación y enfocarlo hacia todos estos aspectos mencionados, analizando la información del proceso orientado hacia la producción de mejoras y remediaciones que permitan optimizar el trabajo para lograr el aprendizaje de la matemática por parte de los estudiantes y sobre todo lograr que inicien el camino de la autonomía.

Según Davini–Listovsky la evaluación en entornos virtuales tiene en cuenta no sólo la cantidad de intervenciones o participaciones de los miembros del grupo, sino también y muy especialmente, la calidad de las mismas.

El rol docente en el aula virtual otorga acceso a mucha información, nos permite oportunamente, conocer el nivel de compromiso de los estudiantes con el cursado, identificando quiénes hacen un buen uso de todos o la gran mayoría de los recursos puestos a disposición en búsqueda de un aprendizaje más riguroso, y quienes se limitan a participar de las actividades que otorgan puntaje para acreditar. Esto se convierte en un seguimiento cuantitativo, en la medida en que el reglamento de cursado enuncia "la participación activa y continua en los foros incidirá especialmente en aquellos alumnos que hayan obtenido una nota final entre 57 y 59 puntos sólo en uno de los parciales ó también para la promoción de la asignatura; es decir que servirá para decidir favorablemente o no en la nota final del parcial correspondiente".

Un dato importante a mencionar es que a través de la visualización de las direcciones IP de acceso a la Plataforma Moodle, se puede identificar desde dónde se conectan los alumnos, destacándose la conexión desde computadoras localizadas dentro del campus universitario, ya sean equipos propios conectados a la red de internet, o equipos de los gabinetes de informática de la Facultad. Esto da cuenta del uso colaborativo de los recursos digitales, fundado en que, dentro de la Universidad, recurrentemente se observa a los alumnos trabajando en grupos con los diversos dispositivos, siendo además un indicio de adaptación a la incorporación de herramientas digitales al proceso de aprendizaje.

Conocer las valoraciones, ocasionalmente enviadas por los alumnos en foros y mensajes privados, datos de cantidad y frecuencia de acceso a cada recurso, nos permite considerar qué cambios son necesarios en cada proceso de remodelación del Aula Virtual, atentos a los más productivos en función de las visualizaciones y usos de cada uno.

3. Desarrollo

Al observar que año a año no disminuye el número de alumnos recursantes (número que ronda entre los 600 a 700 alumnos por año) en la Cátedra de Matemática I, en la Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales, de la Universidad Nacional de Salta, es que se implementó el Proyecto de "Aula Virtual" (aprobado por Res CDECO N° 084/12; Expte. 6725/11, por el cual se aprueba el cursado de la citada asignatura con la modalidad Blended-Learning) para los alumnos, de manera complementaria al dictado presencial de clases teóricas y prácticas. Esta modalidad la trabajamos desde hace cinco años.

Este proyecto se basa específicamente en complementar las clases presenciales con el uso de un entorno virtual de aprendizaje con soporte en la Plataforma Moodle. Es decir, todo un diseño, que pretende no sólo ofrecer un material de estudio, sino una alternativa – a pesar de la distancia espacio temporal – de enseñanza y aprendizaje. Por ello, tras varios años de implementación consideramos necesario analizar el beneficio que genera para los alumnos y en especial para los estudiantes con la condición de promocionados.

La modalidad de cursado para los alumnos Recursantes de Matemática I, consiste en:

- Clase Presencial: asistencia a las clases prácticas -dos clases semanales obligatorias-, a las clases teóricas optativas y a las clases de consultas en los horarios propuestos para tal fin y también para rendir los exámenes parciales.
- Curso Virtual: habilitado en la Plataforma Moodle, para la realización y presentación de Actividades Prácticas(relacionadas con los ejercicios y problemas propuestos en la cartilla de Trabajos Prácticos, habilitados durante tres días y con dos intentos de realización), la participación de los estudiantes se canaliza a través de los Foros de Consultas y se promueve la realización de los Cuestionarios Evaluati*vos* (evaluaciones con contenidos teóricos, habilitados durante un solo día con un intento de realización) no obligatorios. Además, el alumno tiene a disposición diversos recursos tales como: programa, horarios de clases de cada comisión (de teoría y de prácticas), cronograma de actividades, videos con contenidos teóricos, archivos con trabajos prácticos, documentos con la resolución de actividades de autoevaluación, archivos con los errores frecuentes de cada tema, foros denovedades y de consultas para los respectivos contenidos, entre otros.

Tanto las Actividades Prácticas como los cuestionarios evaluativos se construyeron mediante el recurso “cuestionarios”, para que los alumnos respondan las diez preguntas planteadas (extraídas aleatoriamente de un banco de preguntas previamente diseñado y clasificado por temas), de las cuales debían responder correctamente al menos seis de las formuladas para aprobar los mismos. Estos fueron calificados automáticamente por el sistema, con una breve devolución a cerca de la resolución correcta.

Esta investigación la realizamos en la Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales de la Universidad Nacional de Salta, con los alumnos recursantes que promocionaron la asignatura Matemática I, durante este período académico 2018.

Comenzaremos indicando las condiciones finales de los 857 alumnos inscriptos en la asignatura, siendo estos los valores:

Tabla 1. Condición final de alumnos recursantes inscriptos en Matemática I en el 2018

Condición	Cantidad	Porcentaje
Promocionados	31	4%
Regulares	147	17%
No regulares	383	45%
Abandonaron	26	3%
Nunca asistieron	270	31%
Total	857	100%

A partir de estos datos omitiremos los 270 alumnos que nunca asistieron, considerando así nuestra totalidad a los 587 alumnos distribuidos según lo indica la siguiente tabla:

Tabla 2. Condición final de alumnos recursantes que cursaron Matemática I en el 2018

Condición	Cantidad	Porcentaje
Promocionados	31	5%
Regulares	147	26%
No regulares	383	65%
Abandonaron	26	4%
Total	587	100%

De los 587 alumnos que consideramos - realizaron como mínimo uno de los tres exámenes parciales propuestos durante el cursado- determinamos cuántos de ellos realizaron actividades en la Plataforma Moodle, y así estas cantidades se especifican en el siguiente gráfico:

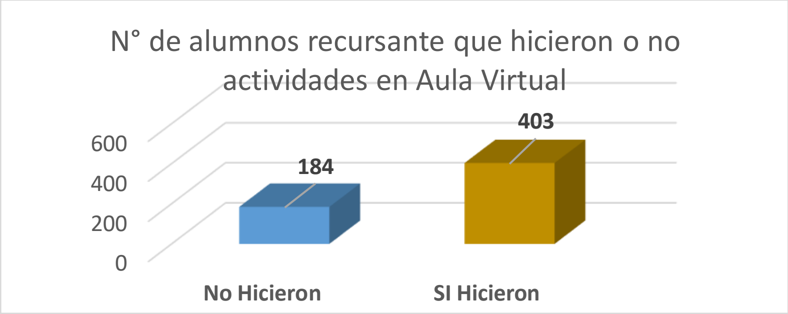


Gráfico 1. Número de alumnos recursantes que hicieron o no actividades en Aula Virtual

La aprobación de los cuestionarios evaluativos y de las actividades prácticas (tres por cada parcial) incidió favorablemente en la nota final (NF) de cada parcial, de la siguiente manera:

NF = Nota del parcial + 3 puntos por cada cuestionario aprobado + 1 punto por cada actividad práctica aprobada.

Se tomaron tres exámenes parciales y por cada uno de ellos, los alumnos podían acumular hasta 12 puntos (en una escala de 1 a 100) por la aprobación de las actividades planteadas en la Plataforma. Si consideramos los tres parciales serían en total hasta 36 puntos.

El rango de notas obtenidas en el Aula Virtual se analizó en relación al total de alumnos recursantes (587) y también para los alumnos promocionados (31), con lo que se determinó la siguiente tabla:

Tabla 3.Relación del N° de alumnos promocionados con el rango de notas de las actividades en el Aula Virtual

Rango Nota de Actividades en Aula Virtual	Cantidad	Cantidad de Promocionados	Porcentaje	Relación Vertical
0	186	2	6%	**1%**
1 - 5	237	2	6%	**1%**
5 - 10	65	1	3%	**2%**
10 - 15	36	4	13%	**11%**
15 - 20	30	8	26%	**27%**
20 - 25	17	5	16%	**29%**
25 - 30	12	6	19%	**55%**
30 - 35	4	3	10%	**75%**
	587	**31**	100%	

Cabe aclarar que el rango 0 (de las planillas extraídas) no determina con precisión si los alumnos obtuvieron puntaje cero al hacer las actividades o no las hicieron.

En esta tabla podemos hacer la siguiente lectura: por ejemplo, son 186 alumnos que obtuvieron rango 0 en la nota de las actividades en el Aula Virtual y representa el 32% de los 587 alumnos; mientras que sólo 2 alumnos promocionados obtuvieron el rango 0, lo cual representa el 6% de los 31 alumnos promocionados, pero también del total de alumnos que obtuvieron rango 0, el 1% logró la condición de promocionado (lo que se indica en la tabla como relación vertical).

Todos estos datos consideramos necesario tenerlos en cuenta para centrar nuestro estudio de la repercusión del uso de la Plataforma Moodle sólo en los alumnos promocionados.

Así obtuvimos que, de los 31 alumnos promocionados, el 94% de ellos lograron esta condición con los puntajes adicionales, por la aprobación de las actividades en el Aula Virtual, mientras que el 6% lo logró sin el puntaje. Esto se puede visualizar a través del siguiente gráfico:

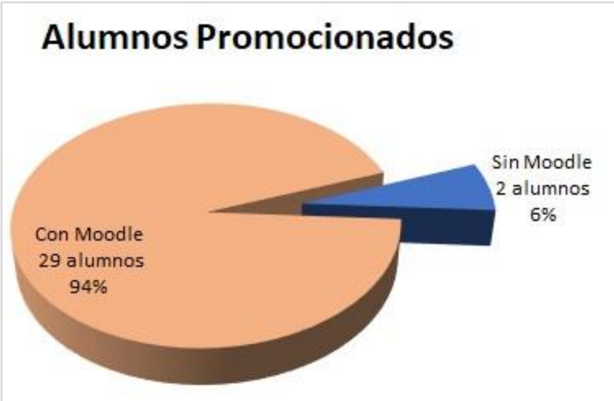


Gráfico 2. N° de alumnos promocionados con el uso o no del Moodle

En el reglamento de la cátedra se plantea la posibilidad de promocionar la materia (el alumno quedará exceptuado del examen final) cuando se cumplen las siguientes condiciones:

- Aprobar los tres exámenes parciales, en primera instancia, sin haber llegado a la instancia del recuperatorio del tercero.
- El promedio de las Notas Finales de los parciales sea igual o superior a 76 puntos, según la escala interna del espacio curricular.

Es así, que el alumno que alcance un puntaje total mayor o igual a 228 puntos entre los tres parciales, aprobando con 60 o más puntos cada uno de ellos, logra obtener la promocionalidad en la materia.

De los 31 alumnos que promocionaron, indagamos a cuántos de ellos les incidió el puntaje obtenido con la aprobación de esas actividades en el Aula Virtual siendo divididos en las siguientes categorías:

Tabla 4. Relación de los alumnos promocionados con el rango de notas de las actividades en el Aula Virtual

Categoría	Cantidad	Porcentaje
Alumnos que no aprobaron algunos de los tres parciales	5	16%
Alumnos que aprobaron los parciales, pero no alcanzaban el promedio de promoción	13	42%
Alumnos que aprobaron los parciales y les alcanzaba el promedio de promoción	13	42%
Total	31	100%

También se realizó el estudio de las notas que obtuvieron los alumnos promocionados para poder comparar las notas promedios de los tres parciales sin uso y con uso del Aula Virtual, en relación con la nota mínima promedio (76 puntos) necesaria para promocionar. Estos datos se pueden visualizar en el siguiente gráfico:

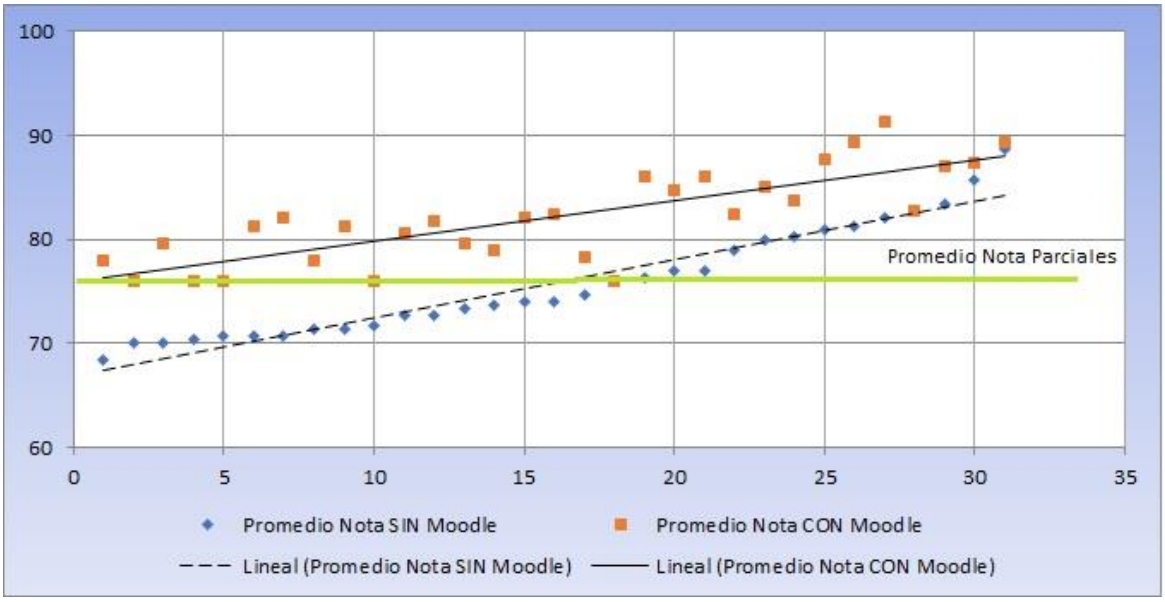


Gráfico 3. Relación del promedio de nota de los parciales con el promedio de Notas sin y con Moodle por cada alumno promocionado

4. Conclusiones

De los datos de la Tabla 3 se establece una relación vertical que indica el porcentaje de alumnos promocionados en relación al número total de alumnos según el rango considerado. Así, podemos observar que del total de alumnos que acumularon un puntaje en el rango de 25-30, los alumnos promocionados representan el 55%, mientras para el rango 30-35, los alumnos que promocionaron constituyen el 75%. Es decir, hay un mayor porcentaje de alumnos que acumulan mayor cantidad de puntos en el Aula Virtual.

Del Gráfico 2 que establece la comparación entre los alumnos promocionados por la aprobación o no de las actividades en el Aula Virtual resulta que el 94% de ellos lograron esta condición con los puntajes adicionales.

Así mismo, de la Tabla 4 podemos determinar que al 58% de los alumnos promocionados, la aprobación de las actividades en el Aula Virtual le incidió favorablemente para lograr la condición de promoción en la asignatura.

Del Gráfico 3, donde se realiza una comparación entre las notas obtenidas con y sin puntajes de las actividades en el Aula Virtual con relación a la nota mínima promedio (76 puntos) para promocionar, podemos decir que prácticamente para el 100% de los alumnos significó un incremento en la nota definitiva de su promoción, siendo de 80 y 90 para la mayoría de ellos.

Pensamos que con la modalidad de cursado Blended-Learning de Matemática I, donde se proponen actividades en el Aula Virtualpara su realización, se permite no sólo que los estudiantes logren puntajes extras (favorables en caso de aprobarlas) en la nota final de cada examen parcial, sino que, al ser realizadas en un corto espacio de tiempo desde su entrega o ejecución, sirvan también, como un elemento de retroalimentación, permitiéndole conocer si han alcanzado los objetivos propuestos en la misma, para continuar en su proceso de aprendizaje hasta el final. De este modo es posible lograr un aprendizaje cada vez más independiente y relevante para las condiciones y aspiraciones de cada estudiante.

Por ello decimos que la implementación de la modalidad semipresencial, acompañada de una adecuada selección de recursos, repercute favorablemente en el aprendizaje de nuestros estudiantes, logrando de esta manera un aprendizaje continuo, permitiendo la consolidación del trabajo colaborativo y desarrollando la autonomía en sus aprendizajes.Todo esto en consonancia con lo expresado por Cabero cerca de “El aprendizaje debe considerarse como una búsqueda propia de significado y relevancia, inserta en una actividad social e individual” y también con Davini y Listovsky que indican que “La evaluación no es un apéndice de la enseñanza ni del aprendizaje, es parte de la enseñanza y del aprendizaje”.

En consecuencia concluimos que, el uso de las TIC adecuadamente utilizadas, favorece el rendimiento académico, para este caso de alumnos promocionados y no debemos dejar de mencionar que un impacto similar se da en la población de alumnos que regulariza la materia (en proceso de análisis).

5. Referencias

- Belloch, C. (2012). Las TICs en las Diferentes Modalidades de Enseñanza/Aprendizaje. Recuperado en http://www.uv.es/bellochc/pedagogia/EVA2.pdf
- Cabero Almenara, J. (2001). Las *Tecnologías de la Información y Comunicación en la Universidad*. Sevilla: MAD.
- Cabero Almenara, J. (Coord.) (2007). *Nuevas Tecnologías Aplicadas a la Educación*. Madrid: Mc Graw Hill.
- Davini, M,. y Listovsky, G. El tutor y la Evaluación en los Entornos Virtuales de Aprendizaje. Enfoques, Fases, Estrategias y Recursos. Recuperado en https://cursospaises.campusvirtualsp.org/pluginfile.php/9430/mod_folder/content/0/Lecturas_basicas/Davini_Listovsky-_Evaluacion_de_los_aprendizajes-_Basica.pdf?forcedownload=1
- Vázquez, C. (2012). Estrategias pedagógicas con TIC. *Novedades Educativas*, Introducción.

Evaluación de patrones de actitudes de alumnos que cursan los primeros años de las Facultades de Ciencias Económicas (FCE) y Ciencias Exactas Químicas y Naturales (FCEQyN) de la Universidad Nacional de Misiones (UNaM).

Sosa, Nora Mabel[1,2]– Sureda, Silvia Cristina [1] – Espinosa, Teresa Genara[2]
[1]Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Misiones – [2]Facultad de Ciencias Exactas Químicas y Naturales, Universidad Nacional de Misiones
noramsosa@gmail.com – scsureda@ gmail.com – teresaespinosa@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Evaluación de patrones, Actitud ante el estudio, Gusto por el trabajo.

Resumen

Este proyecto de investigación busca evaluar y registrar las actitudes que adoptan los alumnos frente al estudio: percepción de la relación entre el propio esfuerzo y los resultados obtenidos en instancias de evaluación, valoración positiva y gusto por el trabajo. Esto se lleva a cabo mediante encuestas semiestructuradas realizadas durante el desarrollo y la finalización de las asignaturas de primer y segundo año. Para determinar la actitud hacia el estudio, se desarrolló un formulario diseñado y valorado basado en Seifert y O´Keefe. Los alumnos responden mediante la herramienta de cuestionario online, proporcionado a ellos mediante un enlace hipervínculo anunciado en el aula virtual de las materias que están cursando, Análisis Matemático, Estadística (FCE) y Química Orgánica (FCEQyN). Los estudiantes participantes de ambas facultades no identificaron la huida al esfuerzo (workavoidance) como una característica destacada en ellos.En ambos casos la puntuación obtenida para esta actitud se ubicó en el promedio de los más bajos de las cinco en los alumnos que cursaban Estadística, Análisis Matemático y Química Orgánica. En general, estos estudiantes tuvieron los objetivos puestos en el aprendizaje y además declararon tener confianza en sus propias capacidades lo que le facilitaría utilizar las habilidades y herramientas ya adquiridas .La actitud percepción de significado obtuvo en todos los casos una de las menores puntuaciones, mostrando que les dan importancia a lo que están aprendiendo. En todos los casos la actitud atribución externa ha obtenido, puntajes bajos.

Marco teórico

Cada vez es más común que se promueva desde distintos estamentos un cambio en la concepción de enseñanza que tienen los docentes, buscando que acompañen las exigencias y necesidades que surgen desde el alumnado. Esto produce inquietud y genera cambios desde un gran número de docentes que intentan correrse de la figura quien transmite conceptos o principios que hacen al saber propio de la ciencia como verdad acabada, buscan modificar la enseñanza unidireccional, y hacen que la misma resulte en saberes necesarios para el profesional y la sociedad, recuperan los saberes que ya tienen los alumnos para desde ahí comenzar a construir nuevos saberes. Desarrollan habilidades para planificar, imaginar, ser creativos y reutilizar ideas viejas para crear otras nuevas

Desde el momento que desde la Universidad se modificó el lugar de importancia que se le otorga a la docencia como profesión, evidenciándose esto en los numerosos cursos de perfeccionamiento que se ofrecen y en la preocupación que se muestra desde la institución por la formación docente de sus profesionales, comenzó un movimiento que desde su interior proyecta críticas a los paradigmas existentes. Estos nuevos paradigmas intentan restablecer lo que se entiende por conocimiento y saber, enseñanza efectiva y aprendizaje exitoso. En realidad se trata de pasar de una educación conductista a una constructiva. En ese sentido, se comenzaron a cuestionar y analizar los métodos utilizados para la enseñanza, cuál debería ser la formación docente necesaria del profesorado de las distintas casa de estudio, cuál debería ser el objetivo final de las evaluaciones y cómo realizarlas para que reflejen el verdadero nivel de apropiación de saberes de los alumnos y exijan distintos niveles de razonamiento.

Dentro de ese marco, para que el aprendizaje pueda producirse es necesario un compromiso de aprender de parte del alumno; o sea, es necesario querer aprender. En consecuencia, es de fundamental importancia que el alumno encuentre motivación genuina en lograr conocimiento sólido, comprensión de conocimientos y elaboración de saberes y no solamente superar las diferentes instancias de evaluación parciales o finales que pueda encontrar en el transitar de su carrera universitaria.

Introducción

Este proyecto de investigación tiene como objetivo indagar sobre los patrones de actitudes de los estudiantes de las carreras de Contador Público, Licenciatura en Administración de Empresa y Licenciatura en Economía, de la Facultad de Ciencias Económicas (FCE), y de las carreras de Profesorado de Biología y Licenciatura en Genética de la Facultad de Ciencias Exactas Químicas y Naturales (FCEQyN), ambas de la Universidad Nacional de Misiones.

Este proyecto de investigación tiene como objetivos generales:

1. Establecer los patrones de actitudes de los alumnos de las carreras de Contador Público, Licenciatura en Administración de Empresa y Licenciatura en Economía, (Facultad de Ciencias Económicas) y de las carreras de Profesorado de Biología y Licenciatura en Genética de la Facultad (Facultad de Ciencias Exactas Químicas y Naturales) de la UNaM.
2. Evaluar patrones de actitudes de los alumnos, que cursan las materias Análisis Matemático y Estadística (FCE) y Química Orgánica (FCEQyN) del plan de estudios vigente.
3. Analizar la relación existente entre los resultados de las pruebas y la condición académica conseguida, regular, libre o promocional, en las asignaturas Análisis Matemático y Estadística (FCE), y Química Orgánica (FCEQyN).
4. Articular propuestas a las instituciones involucradas, a fin de mejorar las prácticas académicas e impactar positivamente en el proceso de enseñanza y aprendizaje.
5. Difundir los resultados y conclusiones parciales y totales a nivel institucional y en Jornadas, Congresos y Revistas Nacionales e Internacionales.

Las acciones llevadas a cabo hasta este año propenden a lograr este objetivo general. Se trabajó para ello en la concreción de los objetivos específicos referidos a establecer y evaluar patrones de actitudes de los alumnos.

Se evaluaron las asignaturas propuestas para el análisis en este objetivo específico. Se establecieron los patrones de actitudes de los alumnos que cursan las asignaturas Análisis Matemático y Estadística de la facultad de Ciencias Económicas y Química Orgánica (FCEQyN).

La concreción del objetivo específico 5 se efectiviza parcialmente con la presentación en estas Jornadas. En los objetivos específicos 3 y 4 se trabajará durante la próxima etapa del proyecto.

Metodología Desarrollada

Se implementaron encuestas online, utilizando la plataforma Google Drive, que permite delinear rasgos cualitativos del grupo respecto al tema de interés y obtener parámetros cuantitativos que permitan describir características demográficas del mismo.

Los datos que se analizan corresponden a las cohortes primer cuatrimestre y segundo cuatrimestre 2017 y primer cuatrimestre 2018 de las asignaturas seleccionadas para el análisis. Finalizadas las instancias de exámenes parciales, se solicitó a los alumnos que respondan un cuestionario online autosuministrada, enlazado a hipervínculo de anuncio a todos los estudiantes inscriptos en el aula virtual de las asignaturas antes mencionadas.

Recursos Empleados

En la búsqueda de concretar los objetivos de este proyecto se destacan los recursos humanos y tecnológicos.

Los investigadores que integran el equipo cuentan con la pericia requerida para llevar a cabo las tareas implícitas en las distintas instancias de la investigación. Se ponen en juego sus habilidades y competencias para el relevamiento, análisis y elaboración de las posibles conclusiones a partir de los datos.

En lo referido al conjunto de conocimientos, técnicas y procedimientos utilizados, el grupo de trabajo posee una formación adecuada para afrontar los requerimientos de las herramientas tecnológicas empleadas.

Recopilación de Datos

Para indagar acerca de las actitudes de los estudiantes respecto al tema de interés el instrumento se utilizó el formulario diseñado y valorado por Seifert y O'Keefe, (2001). Este instrumento presenta cinco escalas que miden: atribución externa, percepción de significado, percepción de la propia competencia, objetivos en el aprendizaje y huída del esfuerzo (workavoidance), cada una de estas escalas está compuesta originalmente de tres ítems, pudiéndose optar entre cuatro respuestas posibles: TA (Totalmente de acuerdo), A (De acuerdo), D (En desacuerdo) y TD (Totalmente en desacuerdo). Cada variable tiene su propia puntuación.

Unidades de análisis:

1. Registro de actitud general hacia el estudio, se utilizara el formulario diseñado y valorado por Seifert y O'Keefe.
2. Condición académica lograda por los alumnos según el SIU Guaraní.

Participaron voluntariamente 38, de un total de 50 alumnos que cursaron Estadística en el primer cuatrimestre de 2018. La mayoría de ellos son estudiantes de la carrera de Contador Público y menos de un 13% alumnos de la carrera Licenciatura en Administración de Empresa. Según los datos recabados el 53% tenía al momento de responder entre 21 y 26 años, y casi un 30% de los estudiantes declararon ser mayores de 26 años. El 64% de los estudiantes que respondieron son del género femenino.

Los gráfico Nº1, Nº2 y Nº3 que resultan del resumen del conjunto de los datos obtenidos describen el perfil de los alumnos que cursaron esta asignatura en la Facultad de Ciencias Económicas.

De las asignaturas seleccionadas para el presente análisis Estadística presenta una franja etaria diferente, se ve aumentado el porcentaje de alumnos que declaran edades mayores a 21. Esto es debido a que a pesar que la asignatura se presenta en segundo año según el plan de estudio, no tiene condiciones de correlativas superiores, permitiendo esto continuar con las carreras de Ciencias Económicas sin encontrar a Estadística como un escollo para el avance de las mismas.

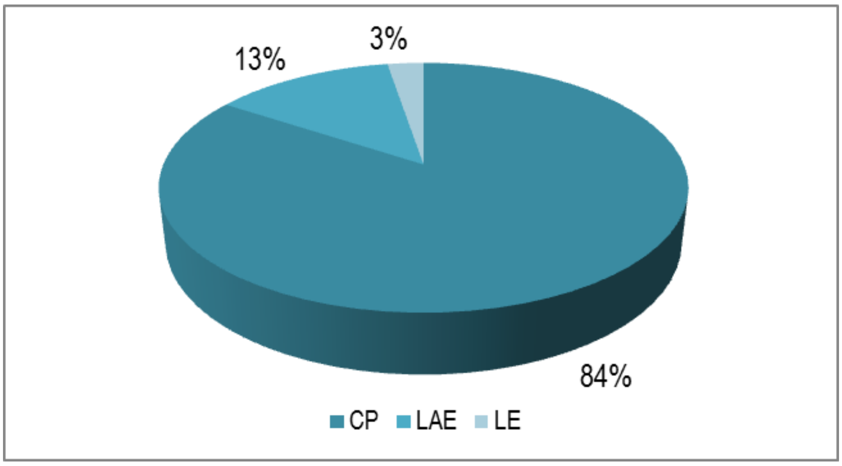


Gráfico Nº1: porcentaje de respuestas según la carrera de grado

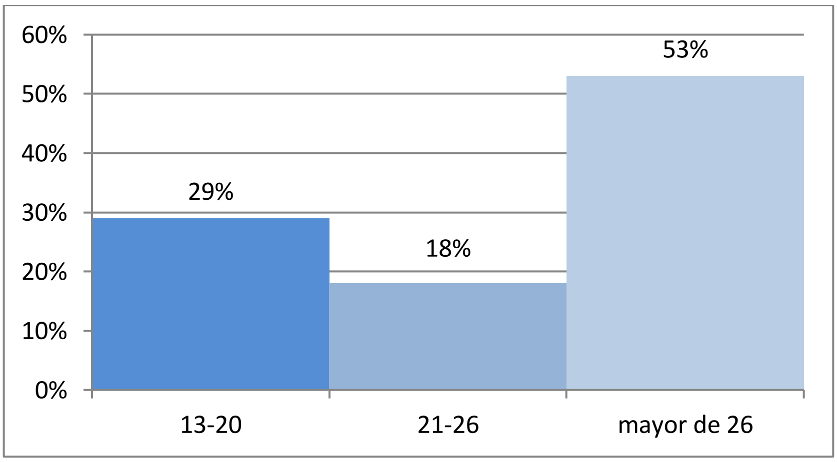


Gráfico Nº2: porcentaje de respuestas según la franja etaria

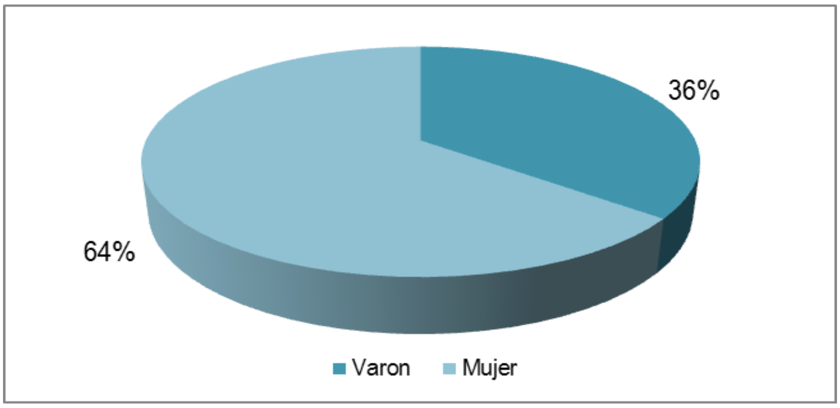


Gráfico Nº3: porcentaje de respuestas según el género

El análisis de los datos recabados origina puntajes destacados para la actitud objetivo en el aprendizaje y percepción de la propia competencia, en las que se obtuvieron 372 y 317, respectivamente, estos son las dos actitudes respecto al estudio más destacadas entre los alumnos que cursaron Estadística. Es notoria, también, la baja puntuación que se generó en la actitud huida al esfuerzo 227. Positivamente, para este grupo de estudiantes la percepción de significado y la atribución externa obtuvo los menores puntajes.

Análisis Matemático

En esta oportunidad accedieron a participar voluntariamente 59 alumnos que cursaron Análisis matemático en el segundo cuatrimestre de 2017.

Los gráfico Nº4, Nº5 y Nº6 que resultan del resumen del conjunto de los datos obtenidos describen el perfil de los alumnos que cursaban la asignatura Análisis Matemático en la Facultad de Ciencias Económicas. La mayoría de ellos son estudiantes de la carrera de Contador Público y menos de un 10% alumnos de la carrera Licenciatura en Administración de Empresa. Según los datos recabados el 64% tenía al momento de responder entre 18 y 20 años, y solo un 17% eran mayores de 26 años. El 58% de los estudiantes que respondieron son del género femenino

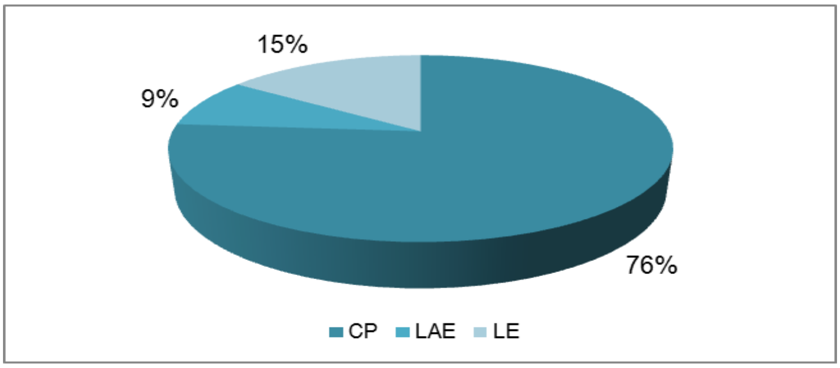


Gráfico Nº4: porcentaje de respuestas según la carrera de grado

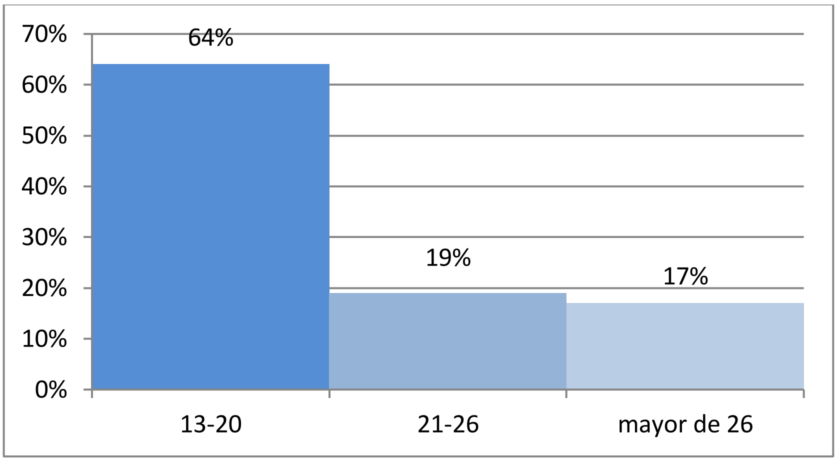


Gráfico Nº5: porcentaje de respuestas según la franja etaria

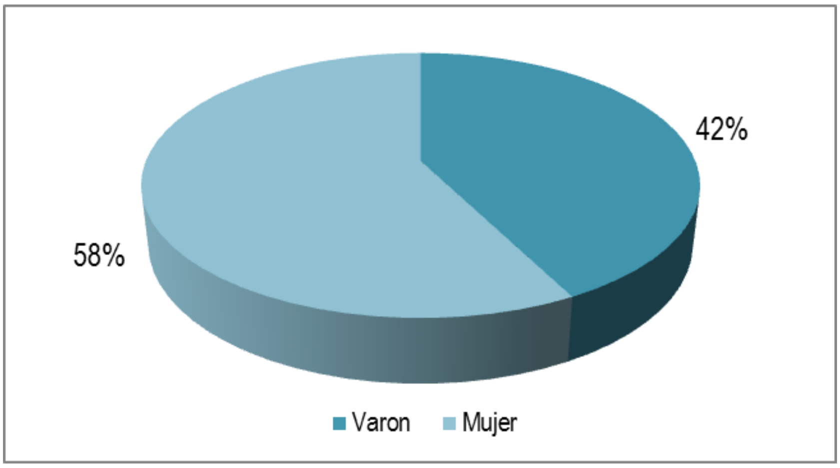


Gráfico Nº6: porcentaje de respuestas según el género

Según los resultados que surgen del análisis de los datos de la encuesta que mide la actitud que presentan los alumnos frente al estudio, en los extremos de la escala de valoración de las actitudes se encontraron que el objetivo en el aprendizaje obtuvo un puntaje de 535, el más elevado de las cinco actitudes a evaluar, la percepción de la propia competencia obtuvo el segundo mayor puntaje, 488 puntos. Mientras la atribución externa obtuvo 305, el puntaje más bajo.

Vemos que, en general, estos alumnos tienen definidos los objetivos en el aprendizaje, ya que las aseveraciones que componen este ítem, acerca de aprender distintas cosas y cosas nuevas, logró el mayor puntaje. El puntaje alto en este ítem estaría indicando que este grupo de alumnos busca alcanzar los aprendizajes necesarios propuestos para la comprensión de la asignatura.

Analizando el puntaje elevado obtenido en la Percepción de la propia competencia esto estaría indicando que los alumnos tienen un muy buen concepto acerca de sus potenciales individuales para enfrentar las complejas situaciones que se generen durante su proceso de aprendizaje.

El supuesto de tener una buena valoración de la percepción de la propia competencia es una proposición hacia el mejoramiento de la eficacia.

La valoración de los ítems que median la atribución externa resultó con el puntaje final más bajo. Analizando este resultado se podría pensar que los alumnos que accedieron a contestar esta encuesta se hacen responsables de los resultados de sus acciones ante el aprendizaje atribuyéndoles a éstas las percepciones de felicidad o de frustración, no atribuyen sus éxitos o fracasos a causas externas.

Química Orgánica.

La población sobre la cual se realizó esta investigación estuvo conformada por estudiantes que cursaban las asignaturas Química Orgánica del Profesorado en Biología y Licenciatura en Genética de la Facultad de Ciencias Exactas Químicas y Naturales de la Universidad Nacional de Misiones.

La recolección de datos se realiza durante los meses de abril a mayo del año 2017. En esta oportunidad accedieron a participar 72 estudiantes de dos carreras de grado. La mayoría de los estudiantes cursaban Licenciatura en Genética, declararon tener entre 18 y 20 años y el 75% de los estudiantes que respondieron son del género femenino.

Los gráfico Nº7, Nº8 y Nº9 resultan del resumen del conjunto de los datos obtenidos describen el perfil catastral de los alumnos

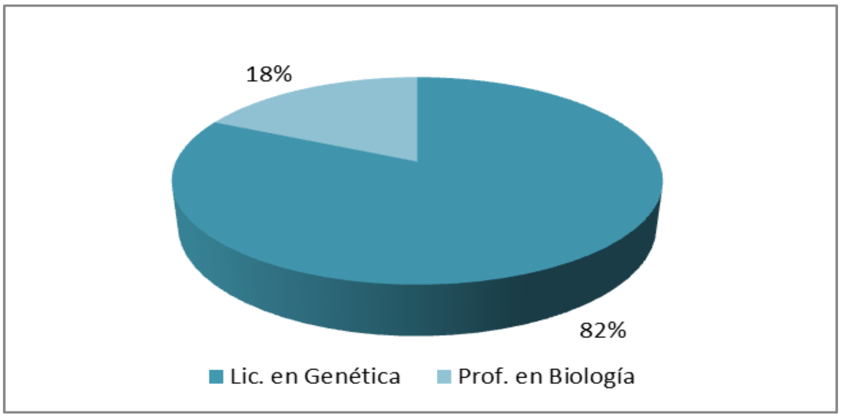


Gráfico Nº7: porcentaje de respuestas según la carrera de grado

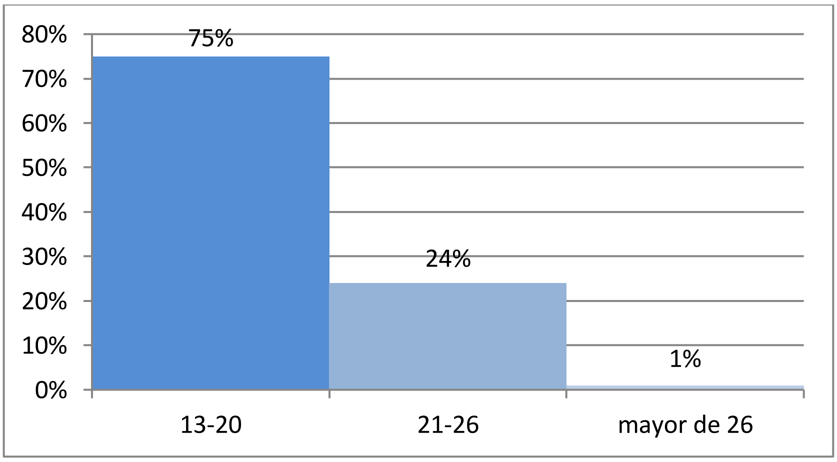


Gráfico Nº8: porcentaje de respuestas según la franja etaria

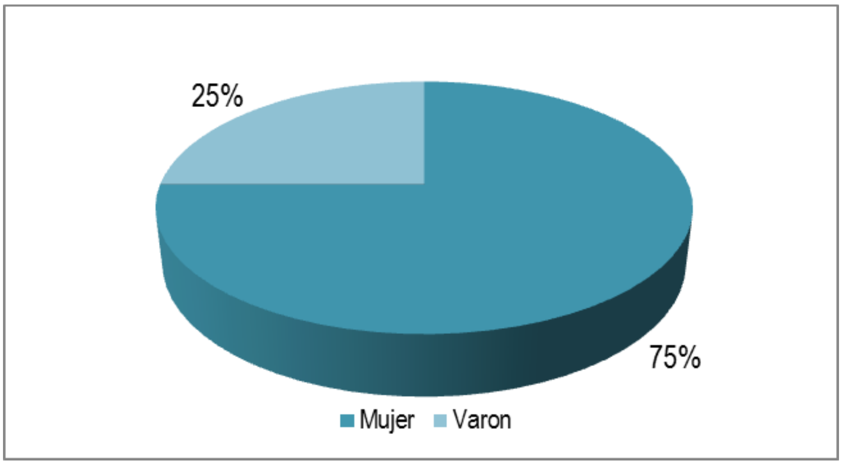


Gráfico Nº9: porcentaje de respuestas según el género

Según los resultados que surgieron del análisis de los datos de la encuesta que mide la actitud que presentan estos alumnos frente al estudio, en los extremos de la escala de valoración de las actitudes se encuentran la objetivo en el aprendizaje que obtuvo un puntaje de 711, el más elevado de las cinco actitudes a evaluar, mientras que el puntaje más bajo se obtuvo en la atribución externa y la percepción de significado, ambas con 398 puntos.

El resultado obtenido para la atribución externa estaría indicando que los alumnos que accedieron a contestar esta encuesta se hacen responsables de los resultados de sus acciones ante el aprendizaje atribuyéndoles a éstas las percepciones de felicidad o de frustración, no atribuyeron sus éxitos o fracasos a causas externas. En relación con el puntaje bajo que se obtuvo en la medición de la percepción de significado. Según la bibliografía consultada las percepciones se generan a partir de estímulos cerebrales internalizados mediante los 5 sentidos, entonces estos ítems buscan cuantificar el significado que los alumnos le dan a los contenidos desarrollados de acuerdo con su percepción, resultando, según las evaluaciones hechas de las respuestas obtenidas, que lo que hacen en clase les resulta aburrido o no tiene sentido para ellos o no les genera interés.

Vemos que, en general, estos alumnos tienen definidos los objetivos en el aprendizaje, ya que las aseveraciones que componen este ítem, acerca de aprender distintas cosas y cosas nuevas, logró el mayor puntaje.

Generalidades

Los estudiantes que participaron en las dos facultades no identificaron la huida al esfuerzo (workavoidance) como una característica descollante en ellos. En ambos casos la puntuación obtenida para esta actitud se ubicó en el promedio de los más bajos de las cinco en los alumnos que cursaban Estadística, Análisis Matemático y Química Orgánica.

Por lo tanto, pareciera que en general estos estudiantes tienen los objetivos puestos en el aprendizaje y además declaran tener confianza en sus propias capacidades lo que le facilitaría utilizar las habilidades y herramientas ya adquiridas para transitar las asignaturas que están cursando.

Esta manifestación de la determinación tomada por estos estudiantes con respecto al proceso de enseñanza y su propio aprendizaje, revelan que han tomado la decisión de aprender, ya que nadie puede aprender si no decide hacerlo y pone una actitud positiva en ello. Se podría definir aquí a la actitud como "una disposición de ánimo que se manifiesta". Esta decisión de aprender se funda en la percepción del entorno que se tiene en una etapa, en un sentimiento, en una emoción previa. Esta decisión de cada individuo con respecto a "aprender" es la que define los logros que podrían alcanzar. De ahí que enseñar y aprender son dos acciones que no siempre se genera una como respuesta de la otra.

La actitud percepción de significado obtuvo en todos los casos una de las menores puntuaciones, esto denota una percepción de que la actividad es importante para su formación, atrayente y hasta placentera, donde vale la pena invertir el tiempo para la formación profesional.

Una nota a destacar es la baja puntuación que en todos los casos ha obtenido la actitud atribución externa, De la bibliografía acerca de la motivación, se destaca la teoría atribucional de Weiner sobre la motivación y la emoción (Weiner, 1980, 1986). Según este autor, "la atribución del éxito y el fracaso a causas controlables por el sujeto (v.g., el propio esfuerzo) produce motivación y persistencia, lo que contribuye a incrementar el rendimiento"

Las actitudes que manifestaron los estudiantes, en general, crean una buena proyección, ya que presentan actitudes que les servirán y ayudarán ante las situaciones difíciles que seguramente encontrarán en su trayecto universitario.

Proyecciones

Los resultados parciales obtenidos del análisis de los datos recabados de los estudiantes de los dos primeros años de ambas facultades generaron en el equipo de investigación el interrogante de cuáles serán las actitudes ante el estudio de los alumnos que cursan las últimas asignaturas de las carreras.

Este análisis se está implementando a través de una beca de estímulo a las vocaciones científicas a estudiantes de grado obtenido por el "Plan de Fortalecimiento de la Investigación Científica, el Desarrollo Tecnológico y la innovación en a Universidades Nacionales".

Según el plan presentado se espera que los becarios realicen una experiencia de un año de duración al integrarse a este proyecto de investigación.

Bibliografía

- de la Torre Ramírez, C., & Godoy Ávila, A. (2002). Influencia de las atribuciones causales del profesor sobre el rendimiento de los alumnos. Psicothema, 14 (2), 444-449.
- Hernández, V, Gómez, E, Maltes, L, Quintana, M, Muñoz, F, Toledo, H, Riquelme, V, Henríquez, B, Zelada, S, & Pérez, E. (2011). La actitud hacia la enseñanza y aprendizaje de la ciencia en alumnos de Enseñanza Básica y Media de la Provincia de Llanquihue, Región de Los Lagos-Chile. Estudios pedagógicos (Valdivia), 37(1), 71-83. https://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052011000100004

- Romero–Bojórquez, L., & Utrilla–Quiroz, A., & Utrilla–Quiroz, V. (2014). Las actitudes positivas y negativas de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas, su impacto en la reprobación y la eficiencia terminal. Ra Ximhai, 10 (5), 291-319.
- Seifert, T. L. and O'Keefe, B.A. (2001). The relationship of work avoidance and learning goals to
- Perceived competence, externality and meaning. British Journal of Educational Psychology, 71, 81-92
- Weiner, B. (1986). *An attributional theory of motivation and emotion*. New York: Springer Verlag

Libro Didáctico de Cátedra: dos miradas de un mismo objeto de estudio

Autino, Beatriz del Carmen - Camacho, Claudia Rudix - Digión, Marisa Angélica
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Jujuy - Facultad de Humanidades y Ciencias Sociales, Universidad Nacional de Jujuy - Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Jujuy
bettyautino@hotmail.com -rudix.camacho@gmail.com-marisadigion@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Matemática universitaria, Material curricular, Libro didáctico de cátedra, Intención, Usos

Resumen

El libro didáctico de cátedra es un material curricular de uso generalizado en las aulas universitarias. Esta ponencia da cuenta del estudio realizado sobre uno particular, utilizado por una de las cátedras del Área Matemática de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy. Sobre éste, se plantearon dos aspectos de indagación: identificar la intención de su autor al elaborarlo e incorporarlo en la bibliografía básica de la asignatura en cuestión y determinar el uso que realizan los estudiantes del mismo. El análisis de contenido llevado a cabo por un docente-investigador y una encuesta implementada a los alumnos usuarios de este material, fueron los instrumentos a partir de los cuales se obtuvieron los datos, que procesados a través del análisis cualitativo y la estadística descriptiva, generaron la información pertinente sobre las cuestiones planteadas para su estudio.
Las conclusiones obtenidas permiten tener dos miradas del mismo material curricular. La de su autor, cuya intención es proporcionar a los estudiantes un material educativo que no solo responda a la selección, la secuenciación y la orientación de contenidos disciplinares establecidos en el curriculum institucional, sino también que les brinde la posibilidad de hacerlos partícipes de la construcción y/o reconstrucción de sus propios aprendizajes; la de los estudiantes, que utilizan este libro didáctico de cátedra con propósitos diferentes estando éstos, en un principio, relacionados con la condición académica de inscripción que revisten en la asignatura (ingresante o recursante).

1. Introducción

La elaboración de materiales curriculares y su permanente revisión con fines de mejora, es un desafío sostenido para quienes los diseñan y los ponen a consideración tanto, en el contexto institucional como en las aulas.

Desde el año 2016 y hasta el año 2019 se ejecuta en el ámbito de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy, el proyecto de investigación denominado "Análisis didáctico de los materiales curriculares de las cátedras del Área Matemática. Planes de mejora en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy". La inquietud por indagar sobre la temática es el resultado de un proceso de reflexión conjunta de los docentes-investigadores que integran el Área Matemática de la citada institución universitaria, al reconocer la importancia y centralidad que poseen los mismos en los procesos de enseñanza y aprendizaje; en particular, los relacionados con la Matemática.

¿Cuáles han sido los avances en la ejecución del proyecto realizados a la fecha y qué cuestiones han inducido al estudio de aspectos específicos referidos a un tipo particular de material curricular, como lo es el libro didáctico de cátedra?

Ante la diversidad de definiciones y clasificaciones encontradas en la bibliografía consultada sobre materiales curriculares, el grupo de investigación decidió adoptar e incorporar al marco teórico del proyecto –en permanente construcción-, aquellas construidas a partir de los debates producidos en el seno del mismo. Éstas tuvieron como base los antecedentes bibliográficos a los que se tuvo acceso y las concepciones personales que sustentaban cada uno de los interlocutores. La aplicación de las mismas permitió identificar y clasificar todos y cada uno de los materiales curriculares existentes en las cátedras del Área Matemática.

Concretada esta etapa, el siguiente objetivo a cumplir, requería establecer de qué manera se identificarían los supuestos didácticos y curriculares subyacentes en los materiales identificados y clasificados. Indagados los posibles caminos a seguir, se acordó realizar lo que en el campo de la Didáctica se denomina "análisis didáctico de un material curricular". Ante la diversidad y cantidad de los que requerían ser estudiados, se decidió comenzar a trabajar con los dos tipos de materiales curriculares impresos que eran usados en todas las cátedras del Área Matemática: el libro didáctico de cátedra y la cartilla de trabajos prácticos. Adoptado un instrumento pertinente y validado estadísticamente, el primer material curricular al cual se lo aplicó con fines de análisis fue al libro didáctico "Notas Teóricas de Análisis Matemático"; los resultados y las conclusiones obtenidas fueron motivo de una ponencia presentada en un evento académico desarrollado en el año 2017. Dicho trabajo dejó planteados varios interrogantes; uno de ellos es el que generó la línea de estudio que se aborda en el presente escrito.

2. Marco Teórico

En el campo educativo, la conceptualización del término "curriculum" es controversial y genera un relativo caos conceptual (Angulo Rasco, 1994; Díaz Barriga, 1990). Consecuencia de ello, a éste se le asocian una polisemia de significados; en palabras de Gvirtz y Palamadessi, "casi podría decirse que hay tantas definiciones como autores se han dedicado a estudiar sobre el tema" (2011, p.49). Si bien profundizar sobre dicho concepto no es motivo de este trabajo, resulta necesario establecer una definición (lo más cercana al criterio personal que se sustenta), que sirva de encuadre del contenido del mismo. Así, se asume que el "curriculum" es un plan integral de enseñanza al que deben ajustarse las prácticas en cualquier ámbito educativo. Tal postura tiene su origen en la propuesta de Ralph Tyler, quien elaboró un método para el diseño del curriculum consistente en los siguientes pasos: 1) Estudio de las fuentes que orientan la acción pedagógica (el quien aprende, el contexto de la institución educativa y el contenido de la disciplina científica que se desea impartir); 2) Formulación de objetivos; 3) Selección y organización de experiencias de aprendizaje para concretar los objetivos y 4) Determinación de la formas de evaluación. “Esta concepción de curriculum como plan integral para la enseñanza ha alcanzado una difusión universal” (Gvirtz y Palamadessi, 2011, p.59); no obstante, cabe acotar, que si bien su aceptación ha tenido innumerables seguidores y ámbitos de aplicación, existen otros modelos alternativos de concebirlo que se basan en criterios totalmente diferentes (Sanjuro y Vera, 2003).

En relación al curriculum, surge el interés por considerar aquellas cuestiones que atañen a la selección y organización de las experiencias de aprendizaje alas que apela el docente para concretar los objetivos; tal hecho deriva que es, en esta instancia, donde cobra relevancia un material curricular tradicionalmente muy utilizado en las prácticas educativas de todos los niveles de formación: el libro de texto. Rodríguez Hidalgo expresa sobre el mismo:

> […] constituye una manera de intervenir, por parte del profesional docente, en los procesos de aprendizaje del alumnado. Esto implica sostener la consideración de que el texto es un mediador entre los propósitos de la población docente y las demandas del estudiante, entre el saber natural y espontáneo del discente y el saber disciplinar de la materia en sí, el cual está determinado por las orientaciones curriculares presentes en los programas de estudio de las distintas asignaturas (2013, p. 122).

En la actualidad, se han diversificado e incrementado los materiales curriculares destinados a establecer un puente entre el saber disciplinar y el saber a ser enseñado. Sin embargo y a pesar de las posiciones, a favor y en contra, que existen sobre el uso del libro de texto con este fin, sigue siendo éste el que más extensa presencia y protagonismo ha tenido en la historia de la educación sistematizada y, especialmente, en el ámbito universitario.

Un libro de texto, de uso frecuente en muchas aulas universitarias, es el denominado “libro didáctico de cátedra”. En formato impreso y/o digital y, en general, ideado, diseñado y elaborado por los docentes de dicho espacio académico, los libros didácticos de cátedra…

> […] se caracterizan por presentar los principios básicos de un tema, área o disciplina para los alumnos de un curso o un nivel educativo concreto, con la finalidad de que se conviertan con frecuencia en la fuente de información dominante que circula en el aula, como así también en la base del desarrollo de la enseñanza en la clase. Este tipo de libros conforman un plan completo para la enseñanza de un área o un nivel específico. Se trata, en general, de textos muy estructurados, en los que se presenta el contenido seleccionado y organizado en un nivel de elaboración pertinente a sus destinatarios junto con actividades y ejercicios adecuados para el logro de los objetivos de aprendizaje (Seguí y Valles, s/f;pp. 2-3).

La libertad de cátedra presente en el ámbito de la Educación Superior permite hacer de este libro didáctico, un material en el cual se plasma la forma de pensar que tienen los docentes-autores sobre lo que debería aprender el alumnado y la forma en la cual debería hacerlo; para ello apelan al discurso disciplinar compartido que es utilizado por los integrantes de la cátedra y a las transposiciones didácticas necesarias que facilitan el acceso de los estudiantes al conocimiento curricular.

En el caso particular de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy, todas las cátedras que integran el Área Matemática, cuentan con un libro didáctico. Aunque, con diferentes características estructurales y de contenido, todos ellos forman parte del corpus de bibliografía básica que cada una de las cátedras recomienda a los estudiantes para su lectura reflexiva. Es en este punto donde cabe plantear dos interrogantes: ¿qué intención persigue el docente-autor al diseñar y elaborar un libro didáctico que sugiere a los estudiantes como material básico de lectura? y ¿para que utilizan los alumnos dicho libro didáctico?

En el presente trabajo, se ponen a consideración las respuestas de estos interrogantes, definidas en un contexto particular y específico del ámbito de la enseñanza de la Matemática en el nivel universitario.

3. Dos miradas de un mismo libro de cátedra: "Notas Teóricas de Análisis Matemático"

Con el objeto de recabar los datos sobre "Notas Teóricas de Análisis Matemático" que permitieran dar respuesta a los interrogantes planteados, se utilizaron: un instrumento para análisis del contenido de un texto y una encuesta. El primero fue aplicado y analizado por un docente-investigador y el segundo fue implementado a los estudiantes cursantes de Análisis Matemático, ciclo lectivo 2017.

3.1 Análisis de contenido de "Notas Teóricas de Análisis Matemático"

"Notas Teóricas de Análisis Matemático" es un material curricular cuya autoría se atribuye a la docente a cargo de la asignatura homónima. Su primera edición data del año 2000. De expresiones del propio autor, fue elaborada con la sola intención de poner a disposición de los estudiantes un material impreso que, en el marco de clases magistrales, los eximiera de escribir al dictado y/o de transcribir todo aquello que el docente explicaba y/o desarrollaba en el pizarrón –temas incluidos en el programa analítico-; lo hacía con el convencimiento que, de esta manera, la atención de los alumnos se centraría en la exposición y la explicación que realizaba. Este primer documento, carente de muchos de los elementos propios de un libro de texto, solo contenía el desarrollo de los temas incluidos en el programa de asignatura Análisis Matemático, tal y como se los transmitía en el espacio áulico; a ello se sumaban ejemplos de aplicación directa.

Desde esa primera edición, "Notas Teóricas de Análisis Matemático" experimentó varias modificaciones. La experiencia recogida en la práctica áulica, las innovaciones incorporadas en la metodología de enseñanza en las clases presenciales y la formación académica complementaria recibida por la autora sobre las formas de enriquecer este material, la indujo a incorporar en el mismo una serie de elementos -estructurales y didácticos- bajo el convencimiento de que aportarían positivamente al aprendizaje comprensivo y significativo de los estudiantes.

En el año 2017, y como parte de una de las actividades desarrolladas en el marco del proyecto de investigación que se ejecuta sobre materiales curriculares, se realizó el análisis de contenido del renovado

"Notas Teóricas de Análisis Matemático". El trabajo desarrollado, los resultados y las conclusiones arribadas fueron dadas a conocer a la comunidad educativa de docentes de Matemática en el marco de las XXXII Jornadas Nacionales de Docentes de Facultades de Ciencias Económicas y Afines (Paraná, 2017). Parte del contenido de la misma, se transcribe a continuación.

En la introducción de dicha ponencia, se expresaba de manera general:

> Es en el marco de este tipo de clases presenciales donde emerge un material curricular identificado genéricamente como "libro didáctico de cátedra". Es un impreso elaborado por el/los docente/s que forman parte de la misma y responde a la línea disciplinar y organizativa adoptada para el desarrollo de la asignatura. Sobre este escrito particular, de uso altamente generalizado en los contextos educativos citados precedentemente, surgen algunos interrogantes: ¿qué función cumple en el contexto de la clase presencial?, ¿es la fuente de información dominante en la misma?, ¿es usado como es un complemento del discurso disciplinar que lleva a cabo el docente en la clase o lo "suple" de manera total y absoluta? (Autino y Digión, 2017, p.4).

Estos tres interrogantes sugerían, para "Notas Teóricas de Análisis Matemático", tres funciones diferentes:

* Como fuente de información disciplinar, convirtiéndola en un auxiliar impreso del accionar del docente en la clase presencial.

* Como complemento del discurso disciplinar brindado por el profesor en la clase presencial, transformándolo en un material que incluía no solo información disciplinar, sino que incorporaba espacios que permitían a los estudiantes tener una participación más activa en la construcción/reconstrucción de sus propios aprendizajes.

* Como sustituto del discurso disciplinar desarrollado por el docente en la clase presencial, convirtiéndolo en un material apto para realizar el estudio independiente de los contenidos de la asignatura.

El análisis de contenido realizado sobre este material reveló que:

> El capítulo 1 contiene recomendaciones para los usuarios, que tienen que ver con las características de la asignatura y el uso del material. En el capítulo 2 se presenta una breve reseña histórica del Cálculo y se expone en un diagrama conceptual los temas centrales que se incluyen en el escrito.
>
> Entre los capítulos 3 y 7 se desarrollan los contenidos disciplinares; éstos responden a los indicados como mínimos en los Planes de Estudios de las carreras que se dictan en la Institución; cada uno de estos cinco capítulos se corresponde con cada una de las cinco unidades didácticas que conforman el programa analítico de la materia. La secuencia de presentación de los temas es correcta y respeta la estructura interna propia de la disciplina. La inclusión de ejemplos de tipo económico refuerza, de alguna manera, que se trata de un material diseñado para ser desarrollado para una determinada demanda curricular y en un contexto propio de las carreras relacionadas con las Ciencias Económicas. Cada uno de estos capítulos de contenidos disciplinares se inicia con un cuadro conceptual donde se ubica el tema central del mismo dentro de la estructura general del programa analítico de la asignatura; a continuación, se realiza una introducción general referida a la temática en cuestión, la que es seguida por el detalle de los conceptos previos que se deben conocer para afrontar los nuevos conocimientos y

> los objetivos de formación; por último se da curso al desarrollo de los temas seleccionados para la unidad didáctica correspondiente. En cuanto a la forma en la que se realiza dicho desarrollo, se puede decir que el material tiene una estructura mixta, compuesta por información y ejemplos, reforzándose éstos con numerosos recursos visuales. Como parte de la información se presenta la teoría de los temas incluidos en el programa analítico de la asignatura; si bien en el índice sólo se hacen referencia a contenidos del tipo conceptual, se identifica la presencia de contenidos procedimentales. Los ejemplos se desarrollan inmediatamente después de cada nuevo contenido y responden, generalmente a los del tipo procedimental. Se incluyen recursos visuales como gráficas, cuadros conceptuales, recuadros con datos destacados e íconos; estos últimos advierten al lector de lo que sigue a continuación: información, lectura, datos a tener en cuenta, ejemplos; si bien estos recursos visuales son adecuados en cuanto a su utilidad didáctica, el gran número de ellos hacen que el material se extienda en cantidad de hojas, aumentando su peso y dificultando su manipulación. Intercalados con la información, los ejemplos y los recursos visuales se dejan planteados algunos interrogantes y propuestas de trabajo para que el lector los resuelva. No se observa la presencia de herramientas de síntesis al finalizar un capítulo ni aquellas que permitan algún tipo de evaluación ni de control, tanto para el estudiante como para el docente; tampoco están presentes objetivos ni contenidos correspondientes a ejes o temas transversales al Cálculo. En cuanto al uso del lenguaje, tanto técnico como coloquial, se considera que son apropiados; el estilo de escritura utilizado resulta claro, desestructurado y ameno. Se considera que el nivel de profundidad con que se aborda los temas es adecuado para el nivel de enseñanza universitario (Autino y Digión, 2017, pp. 8-9).
>
> […]
>
> […] este material posee singularidades que le otorgan cierto valor en el contexto en el cual se utiliza. La primera relacionada con la selección y la profundidad de abordaje de los temas que incluye y, la segunda, vinculada con la metodología de enseñanza que se pone en práctica en las clases presenciales de la asignatura. En cuanto a la primera cuestión, el "recorte" de temas que se realiza al momento de la transposición didáctica tiende a cumplimentar con las exigencias institucionales plasmadas en los Planes de Estudio vigentes en la Facultad; en particular con los objetivos de formación planteados y con los contenidos mínimos definidos. Respecto a la segunda cuestión, puede decirse que el material curricular es un elemento que se suma a las clases presenciales, integrándose a ella en los distintos momentos de enseñanza y aprendizaje; su máximo potencial lo logra cuando su contenido es "leído" en el marco de las intervenciones que realiza el docente en clase" (Autino y Digión, 2017, pp.9-10).

Se desprende de las citas que, el contenido de "Notas Teóricas de Análisis Matemático", es más amplio que el correspondiente al desarrollo y ejemplificación de los temas que incluye el programa analítico de la asignatura. Incorpora espacios sobre los que el propio alumno puede intervenir para: ampliar y/o profundizar conocimientos; visualizar relaciones entre núcleos centrales de estudio; establecer conexiones entre los conceptos que ya conoce y los nuevos conceptos; plantear interrogantes sobre tópicos de complejo abordaje; aplicar lo aprendido en la realidad fuera del aula; descubrir y dar sentido y valor a lo que aprende.

3.2 Encuesta a estudiantes sobre "Notas Teóricas de Análisis Matemático"

Otra de las tareas realizadas en el marco del proyecto de investigación en el cual se inserta la presente producción fue la de identificar, a partir de la definición de material curricular previamente construida en el grupo de trabajo, cuáles eran aquellos disponibles en cada una de las cátedras que integran el Área Matemática. Para el caso de la asignatura Análisis Matemático, se identificaron 11 (once) de ellos. Con el objeto de indagar respecto al conocimiento, uso, frecuencia de uso y utilidad que hacían los estudiantes de estos materiales curriculares, se implementó una encuesta a los alumnos cursantes de la materia, ciclo lectivo 2017. La misma tuvo el carácter de anónima y se implementó en oportunidad del 2do. Parcial Práctico de la asignatura. De los 301 (trescientos un) formularios entregados (a todos los alumnos presentes), fueron devueltos 297 (doscientos noventa y siete).

El formulario utilizado estaba dividido en cinco partes:

* En la primera, se solicitaban datos académicos del estudiante; particularmente se tenía interés en conocer cuál era la situación de alumno en la materia (cursante o recursante) y la cantidad de veces que había asistido a las clases teóricas-prácticas (entre 1–uno- y 14 -catorce-).

* En la segunda sección se detallaban los materiales curriculares que se habían identificado en la cátedra y se les solicitaba seleccionar cuál o cuáles de ellos habían utilizado para estudiar la materia; uno de estos materiales era "Notas Teóricas de Análisis Matemático".

* La tercera y la cuarta secciones se plantearon utilizando escalas psicométricas tipo Likert. La tercera sección tenía como intención determinar con qué frecuencia utilizaban los materiales curriculares que habían elegido en la sección precedente; las opciones de respuesta única fueron: siempre, a veces o nunca. En la cuarta sección se buscaba conocer qué tanto sirvió a los alumnos estudiar con dichos materiales; en este caso, las respuestas, también de selección única, fueron: mucho, poco o nada.

* Finalmente, en la última sección, se presentó a los estudiantes los cuatro materiales curriculares que se infería, a priori, eran los más utilizados por ellos: las "Notas Teóricas de Análisis Matemático", la cartilla de trabajos prácticos, las diapositivas proyectadas en las clases presenciales y los diagramas conceptuales de cada unidad didáctica del programa analítico. Para éstos se le solicitaba indicar con qué fines los utilizaban. En el caso de las "Notas Teóricas de Análisis Matemático", las opciones que se plantearon fueron las siguientes: 1) Para seguir, durante el desarrollo de las clases presenciales, las explicaciones que realizaba el docente utilizando distintos recursos;2) Para chequear si, además de los temas desarrollados en las clases presenciales, había otros temas adicionales que los complementaran, ofreciendo una visión más integral de los mismos; 3) Para ver si los apuntes personales tomados a partir de los desarrollos y las explicaciones realizados por el docente en las clases presenciales eran correctos y 4) Para estudiar todos los temas del programa analítico de la materia sólo con ese material. De estas cuatro opciones, el estudiante podía escoger una o más de ellas.

Los datos recogidos en cada una de las secciones mencionadas se procesaron en forma individual y, en algunos casos, se cruzaron con los de otras secciones, permitiendo extraer algunos resultados interesantes respecto al uso del material bajo estudio. Se destacan entre ellos los siguientes:

* La totalidad de los alumnos indica que utiliza varios materiales curriculares para estudiar los contenidos de la asignatura; el 90% de ellos incluye, entre ellos, a “Notas Teóricas de Análisis Matemático”.

* Este 90% de estudiantes está compuesto por igual porcentaje de alumnos ingresantes (cursan por primera vez la materia) que de alumnos recursantes (cursaron por lo menos una vez la materia pero no aprobaron las instancias de evaluación de trabajos prácticos).

* La mayoría de ambos tipos de estudiantes indican, coincidentemente, que hacen uso del material “a veces” y cuando lo hacen les sirve “mucho” para estudiar.

* El 68% de los estudiantes selecciona, simultáneamente, varios de los usos propuestos para “Notas Teóricas de Análisis Matemático” y el 32% selecciona un único uso:

i. La combinación de opciones que tuvo la mayor frecuencia fue “para seguir, durante el desarrollo de las clases presenciales, las explicaciones que realizaba el docente” y “para chequear si, además de los temas desarrollados en las clases presenciales, había otros temas adicionales que los complementaran, ofreciendo una visión más integral de los mismos”. En segundo lugar apareció la selección conjunta de “para seguir, durante el desarrollo de las clases presenciales, las explicaciones que realizaba el docente” y “para estudiar todos los temas del programa analítico de la materia sólo con ese material”. La tercera combinación fue “para ver si los apuntes personales tomados a partir de los desarrollos y las explicaciones realizados por el docente en las clases presenciales eran correctos” y “para estudiar todos los temas del Programa de la materia sólo con ese material”.

No se presentaron casos de selección de las cuatro opciones en forma simultánea.

ii. Los estudiantes que escogieron una única opción, se inclinaron por “para estudiar todos los temas del programa analítico de la materia con ese solo material”. Frecuencias menores tuvieron las opciones “para seguir, durante el desarrollo de las clases presenciales, las explicaciones que realizaba el docente” y “para ver si los apuntes personales tomados a partir de los desarrollos y las explicaciones realizados por el docente en las clases presenciales eran correctos” (en ese orden).

Cruzados los datos incluidos en la primera sección referidos a la condición de alumno y al número de clases presenciales a las que asistió y aquellos de la última sección relacionados con el uso que realizan de “Notas Teóricas de Análisis Matemático”, se determinó que:

i. La mayoría de los alumnos ingresantes asistió a 11 (once) clases teóricas-prácticas, o más; éstos seleccionaron, en forma individual y/o conjunta, alguna de las cuatro opciones de uso del material que se le proponía; la más recurrente fue “para seguir, durante el desarrollo de las clases presenciales, los las explicaciones que realizaba el docente”.

ii. La mayoría de los alumnos recusantes concurrió a 6 (seis) clases presenciales, o menos; éstos seleccionaron, en general, como opción de uso único “para estudiar todos los temas del programa analítico de la materia sólo con ese material"; ésta última también aparecía, reiteradamente, formando parte de distintas combinaciones.

4. Conclusiones

Sin duda alguna, la versión original de "Notas Teóricas de Análisis Matemático" tuvo una intención más acotada que la versión actual. Los cambios realizadas a través de los años, otorgan a este libro didáctico de cátedra un mayor potencial educativo y, específicamente, de orientación didáctica muy importante; sin embargo, coincidiendo con Mejía Botero, "el libro ideal no existe" (1991, p.103). No obstante ello, es posible inferir que el docente-autor de este material, al re-diseñarlo y re-escribirlo y proponerlo a los estudiantes como bibliografía básica de lectura, busca no solo proporcionarles el contenido disciplinar que responda a la selección, la secuenciación y la orientación establecidos desde el curriculum institucional, sino también les brinda la posibilidad de hacerlos partícipes de la construcción y/o reconstrucción de sus propios aprendizajes. Por ello, se considera que este material es un complemento para el seguimiento del discurso disciplinar brindado por el profesor en la clase presencial y una guía de lo que los estudiantes deben aprender, de aquello que pueden aprender, de cómo lo tienen que aprender y porqué deben aprenderlo. "Notas Teóricas de Análisis Matemático" es dispositivo de reflexión e intervención crítica sobre la práctica docente; su revisión y re-adecuación deben constituirse en procesos permanentes que lo mantengan actualizado respecto a todo tipo de situación educativa que tenga lugar en su contexto de uso.

En cuanto a la preferencia de los estudiantes por este material, la mayoría lo elige y lo usa solo "a veces" proporcionándoles, en este caso, "mucha" ayuda. Respecto al uso que le dan los alumnos a "Notas Teóricas de Análisis Matemático" estaría relacionado, en un principio, con dos factores: la situación de los mismos respecto a su inscripción en la materia (ingresante o recursante) y con la cantidad de clases presenciales en las cuales estuvieron presentes. Los alumnos ingresantes, cuya frecuencia de asistencia a clases presenciales es significativamente mayor que en los alumnos recursantes, se inclinan esencialmente por utilizarlos para "el seguimiento del desarrollo de los temas que realiza el docente en la clase presencial" y para "complementar dichos temas con otros relacionados alcanzando, de esta forma, una integración entre ellos". Entre los alumnos recursantes, cuya asistencia a clases presenciales no llega en la mayoría de los casos al 50% de las mismas, la principal preferencia respecto del uso del material es para "estudiar todos los temas del Programa de la materia"; tal cuestión hace pensar que este material puede ser considerado, por este tipo de estudiantes, suficiente para realizar el estudio independiente de la asignatura.

Una vez más, haciendo referencia a Mejía Bottero, "la buena enseñanza no solo se apoya en el uso de un libro didáctico riguroso y completo en su contenido" (1991, p.103). Sin embargo, se considera que un material curricular que incluya: motivación pertinente que genere el interés por hacer uso del mismo, contenidos mínimos de la carrera para el cual ha sido diseñado, información suficiente para tener un primer acercamiento certero al conocimiento que se pretende enseñar, actividades que permitan afianzar e internalizar los contenidos específicos, orientaciones para explorar nuevas aristas de los mismos, organizadores textuales y gráficos y, también, referencias a sitios, recursos y programas radicados en

Internet, seguramente contribuirá a que el proceso educativo que tiene lugar dentro y fuera de las aulas, tenga un aliado confiable para alcanzar objetivos de aprendizaje exitosos.

Las conclusiones precedentes constituyen avances en la ejecución del proyecto de investigación en el cual se inserta la temática de esta ponencia, contribuyendo así a la revisión y el fortalecimiento de las prácticas de enseñanza de la Matemática en el ámbito universitario, desde la perspectiva de una Didáctica argumentativa, científica y orientada en valores que conlleven a la concreción de "buenas enseñanzas" en este nivel educativo específico.

5. Bibliografía

* Angulo Rasco, J. (1994). ¿A qué llamamos curriculum? En Angulo Rasco, José Félix y Blanco, Nieves (Coords.), *Teoría y Desarrollo del Currículum*, *Capítulo 1,* pp 17-30. Málaga:Aljibe

* Autino, B. y Digión, M. (2017). Análisis y evaluación de un material curricular impreso. Estudio de caso en el Área Matemática. En Padró, Silvia. y Kohan, Diana (Comps), *Libro de Actas: XXXII Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y Afines,* pp 3-12.Paraná: Universidad Nacional de Entre Ríos.

* Davini, M.C. (2011). *Métodos de enseñanza.* Buenos Aires: Santillana

* Diaz Barrriga, A. (1990). *Curriculum y Evaluacion Escolar*. Buenos Aires: Rei-Aique.

* Gvirtz, S. y Palamdessi, M. (2011). *El ABC de la tarea docente: currículum y enseñanza.* Buenos Aires: Aique

* Mejía Bottero, W. (1991). Evaluación de la calidad de los textos escolares. En Galvalisi, Cecilia Fabiana, *El libro instructivo,* s/p. Recuperado de https://www.unrc.edu.ar/publicar/cde/h7.htm

* Rodríguez Hidalgo, C. (2013). El potencial curricular de los libros de texto para generar experiencias de aprendizaje. *Revista Educación, Volumen* 37, pp 119-129. Recuperado de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44028564006

* Sanjuro, L. y Vera, M.T. (2003). *Aprendizaje significativo y enseñanza en los niveles medio y superior.* Rosario: Homo Sapiens

* Seguí, V. y Valles, V. (s/f). *Análisis crítico de materiales impresos del ELE en un curso de español con fines específicos.* Recuperado de http://pad.usal.edu.ar/archivos/pad/docs/seguivalles.pdf

El Método de Casos en el Aula de Matemática I de la Facultad de Ciencias Económicas

Rohde, Gricela A. - Piccini, Analía
Facultad de Ciencias Económicas UNNE
gricelarohde@gmail.com; apapiccini@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras clave: Docencia, Estrategias de enseñanza, Estudio de casos.

Resumen

En la cátedra Matemática I de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNNE, buscamos integrar la teoría con la práctica para que el alumno adquiera y relacione el conocimiento con la realidad y lograr así un aprendizaje significativo. Atendiendo a esto, nos propusimos comenzar a desarrollar una estrategia didáctica denominada "método de casos", y mediante ella propender a la vinculación de los contenidos de la asignatura, con otras referidas al área de Administración y a Economía que se dictan en el mismo año, buscando la interdisciplinariedad.
Es en la resolución de casos donde se pueden integrar diversas herramientas conceptuales y metodológicas, por otra parte, como proceso lógico no se limita al trabajo académico llamado "práctico", sino que tiene su lugar también en las "teorías".
Con la aplicación del método de casos nos planteamos diversos objetivos: integrar los contenidos desarrollados durante el dictado de la asignatura, fomentar en el estudiante el trabajo en equipo, que realicen de forma colaborativa la búsqueda o análisis de soluciones, y que a su vez puedan lograr desarrollar conclusiones. También se intentó impulsar que realicen sus propias investigaciones y deducciones teniendo en cuenta la problemática planteada.
Consideramos, después de la experiencia, que, si bien existen ciertos aspectos que modificar, es enriquecedor y formativo para los estudiantes seguir utilizando el método de casos, si lo que buscamos es desarrollar habilidades tales como la síntesis, comprensión, análisis, respeto por las opiniones ajenas, trabajo en equipo y no solo la repetición aislada de contenidos.

1. Introducción

El estudio de casos, es una técnica que permite la integración de los conocimientos de una materia, desde el análisis crítico, fomentando el trabajo en equipo, la toma de decisiones desde la perspectiva teórica y la evaluación de la información, buscando de esta manera que el alumno conecte eficazmente el conocimiento adquirido con la realidad.

El aprendizaje, según Ausubel, es un proceso de desarrollo y plantea el aprendizaje significativo como la incorporación, de los nuevos conocimientos a la estructura cognitiva del estudiante. Existe una intencionalidad de establecer puentes cognitivos con niveles superiores del conocimiento, buscando una disposición proactiva ante el aprendizaje.

El planteo y análisis de un caso, resulta un ejemplo de aprendizaje significativo, en la medida en que los estudiantes se involucran y comprometen con la actividad, logrando generar un proceso de integración de conocimientos, buscando desarrollar habilidades tales como, síntesis, comprensión, análisis, evaluación, investigación, pensamiento crítico y toma de decisiones, además de otras actitudes y valores como innovación, creatividad, tolerancia, responsabilidad, respeto, etc.

Siguiendo a Zabalza Beraza (citado por Garrido Laparte2006, pp. 321-323), lo que buscamos en los estudiantes no deben limitarse a los contenidos sino también a las habilidades que se pretende desarrollar en ellos, tanto de aprendizaje como de formación para su futuro profesional.

El estudio de casos comprende una serie de objetivos que se intentan lograr con esta metodología de enseñanza, que facilite no solo la integración de los conocimientos de la materia, sino que también, ayude al alumno a generar y fomentar el trabajo en equipo o de forma autónoma, que realicen de forma colaborativa la búsqueda o análisis de soluciones, y que a su vez puedan lograr desarrollar conclusiones. También se intenta impulsar que realicen sus propias investigaciones y deducciones teniendo en cuenta la problemática planteada.

Según Selma Wasserman (1999, pp.19-30) se puede definir al estudio de casos como una metodología docente basada en el estudiante como protagonista del propio aprendizaje de forma activa. Se puede mencionar que es una herramienta educativa que está compuesta de instrumentos educativos complejos que revisten la forma de narrativas.

Un caso incluye información y datos: psicológicos, sociológicos, científicos, antropológicos, históricos y de observación, además de material técnico. Aunque los casos se centran en áreas temáticas específicas, por ejemplo historia, pediatría, gobierno, derecho, negocios, educación, psicología, desarrollo infantil, enfermería, etc., son, por naturaleza, interdisciplinarios. Los buenos casos se construyen en torno de problemas o de “grandes ideas”: puntos importantes de una asignatura que merecen un examen a fondo. Por lo general, las narrativas se basan en problemas de la vida real que se presentan a personas reales.

Es necesario mencionar que la multidisciplinariedad es la organización de contenidos más tradicional y que, generalmente, los contenidos escolares se presentan por materias independientes las unas de las otras. El conjunto de materias o asignaturas se propone simultáneamente sin que aparezcan explícitamente las relaciones que pueden existir entre ellas. Se trata de una forma de organización sumativa. Sin embargo, la interdisciplinariedad es la interacción entre dos o más disciplinas, que puede ir desde la simple comunicación de ideas hasta la integración recíproca de los conceptos fundamentales y de la teoría del conocimiento, la metodología y los datos de la investigación. Estas interacciones, según Zabala Vidiella (2000, pp.107), pueden implicar transferencias de leyes de una disciplina a otra, e incluso en algunos casos dan lugar a un nuevo cuerpo disciplinar.

Por todo lo expresado anteriormente es que hemos utilizado el estudio de casos como técnica de enseñanza para integrar los contenidos desarrollados durante el dictado de la asignatura Matemática I, en forma interdisciplinaria, y para fomentar en los estudiantes ciertas habilidades como el trabajo en equipo, realizando en forma colaborativa la búsqueda o análisis de soluciones, y para que adquieran las destrezas necesarias para lograr arribar a conclusiones. También se intentó impulsar la realización de sus propias investigaciones y deducciones teniendo en cuenta la problemática planteada. En este trabajo mostraremos su aplicación en un grupo testigo y su utilidad en el ámbito universitario.

2. Desarrollo

Hemos utilizado un caso creado por algunos docentes de la cátedra, para producir la vinculación entre la teoría y la práctica de las unidades desarrolladas durante el dictado de Matemática I, como así también con los conceptos de Administración y Economía, trabajando interdisciplinariamente, para lo cual fueron consultados docentes de las cátedras de Principios de Administración y Principios de Economía.

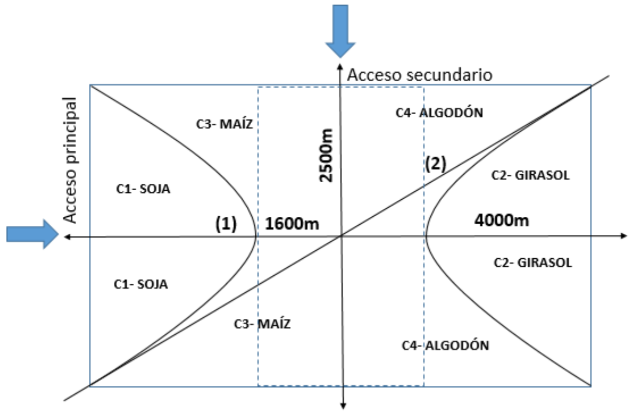
El caso que hemos planteado involucra a cuatro amigos que deciden invertir en la explotación agropecuaria de sus respectivas provincias, utilizando lo referido a cultivos característicos de las provincias de Mendoza, Misiones, Chaco y Río Negro, a su cosecha y comercialización.

Se lo aplicó, por primera vez en el año 2017, en dos grupos de teoría, antes del segundo parcial y después de la clase de repaso para el mismo, por lo tanto, ya se habían desarrollado todos los temas del programa. Su realización fue voluntaria y si el desarrollo estaba completo y correcto, les otorgaba diez puntos para ser acreditados en el segundo parcial. Participaron 81 alumnos, pudiendo utilizar todo el material que ellos consideraban adecuado, para responder a los distintos interrogantes planteados.

Conformaron comisiones de dos a cuatro personas, decidiendo los estudiantes su integración, pudiendo ser de distintos grupos de práctico. Se repartieron los casos cuando estuvieron completos los mismos, y no podían realizar consultas entre comisiones. Debieron designar un secretario que debía resumir lo trabajado para entregarlo por el equipo. Se les dio un plazo de dos horas para trabajar.

Figura 1: Grupos de alumnos resolviendo el caso

En los casos que hemos utilizado se fueron trabajando los diferentes contenidos, de las distintas unidades del programa vigente de la asignatura, por ejemplo, el tema de vectores se trabajó con el análisis de gráficos para el estudio del crecimiento o decrecimiento de las cotizaciones de los diferentes productos agrícolas. Los temas de Geometría Analítica: recta en el plano y cónicas fueron trabajados mediante la zonificación de las diferentes áreas del campo a utilizar, cómo se muestra a continuación:



Esta es la estructura del terreno que tiene Guillermo.

Hay cuatro sectores C1, C2, C3 y C4.

a) ¿Cuál es la medida del camino que atraviesa el campo C1 en forma horizontal desde el acceso principal hasta el límite del mismo (1)?

a) Guillermo ha trazado además un camino que atraviesa diagonalmente todo su campo, ¿Cuál es la ecuación que habrá utilizado el ingeniero para poder realizar el replanteo del mismo (2)?

b) Teniendo en cuenta el camino diagonal (2) ¿Cuáles son las coordenadas en las que atraviesa los sectores C1 y C2 del campo?

El contenido de análisis combinatorio fue tenido en cuenta para ser utilizado en los códigos de referencia, para la comercialización de los productos, cómo puede observarse a continuación:

Para la recolección de los olivos y de las uvas deben contratar a cosechadores, necesitan unos20 operarios en total para realizar una recolección rápida. Deciden agruparlos en grupos de 5. ¿Cuántos grupos se pueden formar?

A cada caja se le debe incorporar un código de barras para su identificación, compuesto de 2 letras y tres números; ¿De cuántos códigos dispone?

Figura 3: Situación del caso para aplicar Análisis Combinatorio

Para la recolección de los productos (frutos rojos o aceitunas, por ej.) y sueldos del personal se pensó en la utilización de los temas correspondientes a la unidad de matrices.

La unidad de Sistemas de ecuaciones fue tratado para la comercialización de la cosecha, como se presentó en uno de los casos:

Luego de la cosecha, Guillermo realiza una investigación de mercado y decide comercializar sus cultivos en tres mercados diferentes, como se detalla en el siguiente cuadro donde se expresa cuánto cotiza cada mercado por kilogramo, cada cultivo y el costo de trasladarlos hasta ellos:

	Soja	Girasol	Maíz	Costo de traslado	Distancia al mercado
Mercado 1	$ 20	$ 25	$ 29	$ 15por kilómetro	75 kilómetros
Mercado 2	$ 12	$ 20	$ 32	$ 18por kilómetro	60 kilómetros
Mercado 3	$ 16	$ 15	$ 32	$22 por kilómetro	52 kilómetros

¿Cuántos kilogramos de cada cultivo, deberá comercializar para salvar los costos de traslado?

Figura 4: Situación del caso para aplicar Sistemas de ecuaciones lineales

Culminando el caso, se diseñó una aplicación del último tema del programa, programación lineal, aplicando procesos de maximización o minimización.

Para la corrección se tuvo en cuenta, que lo resolvieran correctamente, que identificaran un contenido matemático para ser utilizado en las distintas situaciones planteadas y que pudieran argumentar teóricamente. De catorce grupos, lograron finalizar los casos cumpliendo los requisitos de aprobación, ocho de ellos.

Realizadas las correcciones de los trabajos, se fijó un día para la devolución y socialización de los mismos. Después de la aplicación de esta prueba piloto, se les solicitó que opinaran sobre la misma, éstas son algunas de ellas:

- ✓ Me pareció interesante, ya que aplicamos de una forma no usual todo lo que aprendimos. Me gustó trabajar en grupo, ya que también nunca lo hacemos, y me gustaría repetir la actividad en el futuro.
- ✓ Me pareció muy didáctico, te hacía pensar de gran manera, y poder tener una gran coordinación con el resto del grupo. Además, fue algo nuevo y entretenido, que a la vez hizo que podamos hablar con personas con las cuales no conocíamos y fue una gran manera de preparar el parcial.
- ✓ Fue muy útil ya que pudimos ver con claridad los usos prácticos de Matemática I, aplicando los métodos aprendidos en clases. Es una linda experiencia en cuanto a que los problemas realmente se pueden presentar en la realidad. Además, se aprende a resolver en grupo y debatir sobre los puntos dados y saber defender nuestros propios puntos de vista en las herramientas adquiridas en el cuatrimestre.
- ✓ Profesoras: Personalmente me gustó, me hizo pensar mucho y ver cómo puedo asimilar los contenidos dados con la realidad. Fue un desafío hacerlo en dos horas, tal vez porque no estoy acostumbrada a este tipo de casos. Pero para ir adaptándome estuvo bien. Lo interesante fue hacerlo en grupo para debatir, ponerse de acuerdo con el grupo, pero una actividad que te forma también.

- ✓ La actividad me pareció muy interesante y llevadera, me gustaría volver a hacer algo así para ver cómo sería aplicar los conocimientos estudiados en clase en situaciones reales. Permite ver que realmente sirven los contenidos para resolver problemas.
- ✓ La verdad fue muy atrapante y entretenida, pude apreciar fácilmente como cosas tan cotidianas son calculadas en un parpadeo con los métodos de clases. Fue una linda experiencia, me gustó trabajar en grupo y debatir las diferentes ideas. Me gustaría que se repita.
- ✓

3. Conclusiones y trabajos futuros

Luego de haber implementado el estudio de casos, se aprecia que es una metodología educativa que presenta ventajas para el proceso de enseñanza aprendizaje, situando al profesor en un papel secundario y al alumno como protagonista principal en la gestión de su proceso de aprendizaje, motivado ante

Pudimos observar algunas dificultades en la aplicación del caso:

- ✓ Les resultó escaso el tiempo que se les otorgó, por las dificultades en comprender la narrativa.
- ✓ Los temas de vectores y de matrices fueron los que les resultaron más complicados de identificar para aplicar, en ciertos grupos encontraron algunos resultados sin poder justificar el procedimiento y otros utilizaron regla de tres simple pero les resultó muy largo y engorroso (matrices).

Consideramos que fueron muchas más las ventajas obtenidas que las dificultades, por lo que se decidió para este año, su implementación para todos los grupos, logrando una asistencia de 233 alumnos, y nos encontramos en proceso de análisis de los resultados hallados.

Debido a la alta aceptación en el alumnado, para el año que viene se piensa trabajar durante todo el cuatrimestre con diferentes propuestas del método de casos respondiendo a cada unidad de manera tal de ir integrando los diferentes contenidos y preparándolos para el caso integrador final.

También será necesario trabajar con el grupo de profesores, debido a que no todos conocen esta metodología que otorga un papel distinto al profesor, es necesario cambiar de paradigma, pasar de estar centrado en la transmisión de los contenidos de la materia, a ser los gestores del proceso de aprendizaje de los estudiantes. Además, será necesario cambiar la organización de los contenidos con una perspectiva curricular que refuerce la continuidad y la integración de los mismos.

4. Referencias bibliográficas

- ✓ Garrido Laparte, M.A. (2006) Reseña de "La enseñanza universitaria. El escenario y sus protagonistas" de Miguel A. Zabalza. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado, 20.* Recuperado de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=27411311019.
- ✓ Wasserman, S. (1999) *El estudio de casos como método de enseñanza.* Amorrortu Editores. Buenos Aires. Argentina.
- ✓ Zabala Vidiela, A. (2000) *La práctica educativa. Cómo enseñar.* Editorial Graó de Serveis Pedagógicas. Barcelona. España,

Competencias Matemáticas en la Profesión del Licenciado en Administración

Nabarro Beltran, Sylvia – Ceballos Ana Maria – Castillo, Jorge Segundo
Universidad Nacional de Santiago del Estero FHCSyS
sylvianabarro@yahoo.com.ar , anamariaceb@gmail.com , jorgecast@unse.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Competencia, Matemática, Licenciado en Administración.

Resumen

El ejercicio de la profesión del Licenciado en Administración demanda diversos conocimientos y habilidades, la aplicación de competencias matemáticas en particular están indiscutiblemente relacionadas con las competencias propias que requiere la profesión. En este trabajo se presentan vínculos existentes entre ellas, en el marco del proyecto de investigación “Estudio acerca de las competencias matemáticas usadas en el ejercicio de la profesión del Lic. en Administración, en la provincia de Santiago del Estero” que surge para generar, en forma empírica y sistemática, el conocimiento de esta relación, para poder medir el impacto de las competencias a los efectos de controlar la eficacia de la tarea a través del diseño de tableros de indicadores de competencias en cada organización evaluada. El foco central estará puesto en esa línea para que los egresados puedan ejercitar con eficiencia y eficacia las competencias que demandan el mercado laboral en el que desarrollan su profesión los egresados, y de esta forma aportar significado y sentido a los contenidos curriculares de las asignaturas de Matemática y de Administración, en búsqueda de favorecer las prácticas áulicas y por lo tanto la formación del egresado.

1. Introducción

La falta de información específica y adecuada impide conocer, con algún grado de precisión, la magnitud y el impacto de las competencias en las organizaciones en la ciudad de Santiago del Estero y zona de influencia.

Dado al desconocimiento o ignorancia parcial de la realidad imperante en nuestro medio de acción, sumado a la importancia de los interrogantes que se plantean para todos aquellos que tienen una vinculación directa o indirecta sobre el tema en cuestión, es que se pretende superar esta carencia informativa y avanzar en el conocimiento real de la aplicación (o no) de competencias bajo análisis para estar en mejores condiciones de evaluar el rol profesional como agente de cambio. Así es que después de plantear distintas situaciones problemáticas que aquejan a la interacción empresa-universidad, en el grupo se decidió realizar un diseño de investigación eligiendo el problema a través de la ruta de la experiencia personal, referida a la temática planteada.

Desde las diferentes áreas de trabajo, se requiere la construcción de abordajes múltiples e interdisciplinarios, que puedan asistir y acompañar al estudiante, desde su multidimensionalidad.

El egresado de cualquier titulación universitaria debería tener la capacidad de resolver las situaciones problemáticas que se encuentra en su labor profesional. Estudiar la inserción laboral de los egresados de las diferentes titulaciones universitarias es una línea de trabajo relevante (Ávila & Aguirre, 2005; Freire, Teijeiro & Pais, 2013; Vidal, 2003; Jaramillo, Giraldo & Ortiz, 2006; Tascón, Álvarez, Couto, Gutiérrez & Aguado, 2013). Concretamente, en lo que se refiere a la Matemática destacamos el trabajo llevado a cabo por Pérez Iglesias (2012) en el que estudia las competencias que demandan los egresados comparando las opiniones de egresados de España y Portugal, y el realizado por Carbonell (2002) en el que analiza los estudios universitarios en Informática a través de sus egresados en el caso concreto de la Universidad de Alicante en el periodo 1984-2001. Vintere & Zeidmane (2014) analizan la matemática usada por graduados de diferentes titulaciones en su práctica profesional y las necesidades de mejora en el conocimiento matemático que presentan. Un aspecto que consideramos de especial interés es conocer las competencias que de los contadores y administradores usan en su trabajo y, más concretamente, las competencias matemáticas. Esta investigación describe de forma detallada cuáles son las competencias matemáticas que desarrollan los egresados en las organizaciones. Se estima que las principales contribuciones al tema en cuestión serán las de identificar, analizar y evaluar las competencias de matemáticas en el ejercicio de la profesión de la carrera de Licenciatura en Administración. A través de estudios del tema se identificará un menú de competencias matemáticas que apunten a dar consistencia al trabajo en la gestión de los recursos para cumplir los objetivos y la misión de las diferentes organizaciones relacionadas con la carrera.

2. Marco Teórico

2.1 Se plantean los siguientes objetivos específicos:

- Identificar y Clasificar las competencias matemáticas en general
- Indagar sobre las competencias matemáticas propuestas en el plan de estudio de la Licenciatura en Administración de la U.N.S.E. y sus posibles aplicaciones en el ejercicio profesional.
- Identificar las competencias matemáticas, utilizadas por los L.A. que se desempeñan profesionalmente en el conglomerado de Santiago del Estero y La Banda
- Evaluar el nivel de aplicación de competencias matemáticas en el ejercicio de la profesión, en el conglomerado de Santiago del Estero y La Banda.

2.2 Sobre las competencias matemáticas

Aunque el conocimiento matemático y los procesos son prerrequisitos necesarios para alcanzar la competencia matemática, no son suficientes (Niss, 2002). Por ello, Niss define competencia matemática como “habilidad para comprender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos intra y extra matemáticos” (p. 218) y propone ocho competencias matemáticas clasificadas en dos grupos: Competencias involucradas en preguntar y responder sobre la matemática y a través de la matemática; Competencias involucradas en la comprensión de entidades matemáticas:

1- Pensar y razonar matemáticamente

2- El planteamiento y la resolución de problemas

3- Saber construir modelos matemáticamente

4- Argumentar matemáticamente

5- Representación de entidades matemáticas

6- El manejo de símbolos matemáticos y formalismos

7- Comunicación en, con y acerca de la matemática

8- El uso de recursos y herramientas

Pensar y razonar matemáticamente implica poder aplicar en nuestra vida diaria el pensamiento cuantitativo y lógico, es decir, conocer las preguntas propias de las matemáticas y conocer los tipos de respuesta que las matemáticas pueden ofrecer. Un ejemplo concreto de esta capacidad sería cómo pensar matemáticamente sobre estadística (como los datos aparecidos en medios de comunicación, tales como balances económicos o resultados electorales). Incluye plantear preguntas características de las matemáticas ("¿Cuántas … hay?", "¿Cómo encontrar …?"); reconocer el tipo de respuestas que las matemáticas ofrecen para estas preguntas; distinguir entre diferentes tipos de proposiciones (definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, ejemplos, condicionales); y entender y manipular el rango y los límites de ciertos conceptos matemáticos.

El planteamiento y la resolución de problemas implican identificar, plantear y especificar diferentes tipos de problemas matemáticos. Además de aplicar diversas formas de resolución.

Saber construir modelos matemáticamente es una competencia matemática que se refiere a la capacidad de ir del mundo real al modelo y del modelo al mundo real, obteniendo e interpretando los resultados. Esto conlleva el análisis de los modelos ya existentes y realizar actividades de modelización en un contexto determinado (Pollack, 1997). Incluye estructurar la situación que se va a moldear; traducir la "realidad" a una estructura matemática; trabajar con un modelo matemático; validar el modelo; reflexionar, analizar y plantear críticas a un modelo y sus resultados; comunicarse eficazmente sobre el modelo y sus resultados (incluyendo las limitaciones que pueden tener estos últimos); y monitorear y controlar el proceso de modelado.

Argumentar matemáticamente va unido a la necesidad de construir adecuadamente los conceptos, siendo conscientes de que las demostraciones no sólo son propias de las matemáticas, sino que son propias de muchos aspectos de la vida. Se trata de ser riguroso en los argumentos y no admitir informaciones o declaraciones que no estén avaladas por las correspondientes demostraciones, además de descubrir las ideas básicas en una línea argumental y concebir formal e informalmente argumentos matemáticos y transformar argumentos heurísticos en demostraciones válidas. Se refiere a saber qué es una prueba matemática y cómo se diferencia de otros tipos de razonamiento; poder seguir y evaluar cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos; desarrollar procedimientos intuitivos; y construir y expresar argumentos matemáticos.

Representación de entidades matemáticas implica la capacidad de comprender y utilizar diferentes clases de representación de objetos matemáticos, como la comprensión de tablas, gráficas, mapas de situaciones. Incluye codificar y decodificar, traducir, interpretar y distinguir entre diferentes tipos de representaciones de objetos y situaciones matemáticas, y las interrelaciones entre diversas representaciones; escoger entre diferentes formas de representación de acuerdo con la situación y el propósito particular.

El manejo de símbolos matemáticos y formalismos forma parte del lenguaje actual, no únicamente matemático, sino a todos los niveles. Utilizar lenguaje y operaciones simbólicas, formales y técnicas comprende decodificar e interpretar lenguaje formal y simbólico, y entender su relación con el lenguaje natural; traducir del lenguaje natural al lenguaje simbólico / formal, manipular proposiciones y expresiones que contengan símbolos y fórmulas; utilizar variables, resolver ecuaciones y realizar cálculos.

Comunicación en, con y acerca de las matemáticas se asocia a la capacidad de comprender mensajes orales, escritos o visuales que contengan contenido matemático y expresar las cuestiones planteadas oralmente, visualmente o por escrito, con diferentes niveles de precisión teórica y técnica. Esta capacidad está estrechamente relacionada con la adquisición de un nivel suficiente de competencias comunicativas, ya que disponer de una buena capacidad de comunicar en temas cuantitativos forma parte de la alfabetización matemática.

El uso de recursos y herramientas implica el correcto uso de materiales, aplicaciones informáticas y aparatos tecnológicos útiles para la actividad matemática. Involucra conocerlas y ser capaz de utilizarlas para facilitar la actividad matemática, además comprender las limitaciones de las mismas.

2.3 Sobre las competencias del licenciado en administración

Huerta Amezola y otros (2000) citado en Proyecto 6x4 UEALC2008), han realizado una clasificación de competencias en genéricas, transversales y específicas. Estas últimas agrupan las relacionadas directamente con el quehacer profesional, y normalmente son el objeto directo de análisis en los procesos de definición de competencias en las diversas disciplinas; son la base particular del ejercicio profesional y están vinculadas a condiciones específicas de ejecución. En ese proyecto se ha generado un listado de dieciocho competencias, a saber:

- Formular y desarrollar planes estratégicos, tácticos y operativos en el marco de las diferentes teorías administrativas en sintonía con el contexto de la organización y sus características particulares.
- Propiciar sinergias que permitan enfocar la gestión al logro de los resultados esperados, alineando las áreas funcionales de la organización.
- Diseñar, implementar y evaluar procesos de comercialización que tengan como eje central a los diferentes tipos de clientes y/o demandantes de servicios que interactúan con la organización.
- Identificar y evaluar la viabilidad de oportunidades de negocios, procesos, productos y servicios.
- Identificar, diseñar e implementar procesos de negocio y/o prestación de servicios orientados a la optimización de los resultados de la organización.
- Administrar los sistemas logísticos y productivos integrales que impacten en la cadena de valor.
- Diseñar y gestionar sistemas de seguimiento y evaluación de los objetivos planteados en el direccionamiento estratégico.

- Integrar al componente administrativo y empresarial el marco jurídico pertinente.
- Gestionar integralmente proyectos empresariales aplicables a diferentes organizaciones.
- Tomar decisiones de inversión, financiamiento y gestión de recursos (materiales y humanos) a partir del análisis de los sistemas de información (internos-externos).
- Orientar la organización a la creación de valor a partir de modelos de valoración y riesgo que sean de alto impacto en las decisiones empresariales.
- Liderar y administrar el talento humano para el logro y consecución de los objetivos de la organización.
- Integrar la organización con el entorno, teniendo en cuenta los aspectos éticos y culturales del medio en el cual desarrolla su gestión.
- Optimizar la gestión empresarial apoyada en sistemas de información efectivos y en el uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC).
- Analizar, diseñar y sostener sistemas de calidad y de la gestión del cambio.
- Desarrollar la cultura de la organización en el marco de la misión, visión y valores que la identifican y diferencian.
- Crear, mantener y desarrollar redes organizacionales e interpersonales para la consecución de los objetivos.
- Diseñar, rediseñar e implementar estructuras, procedimientos y sistemas alineados a las estrategias organizacionales.

2.4 Preparación de la contribución

En primera instancia se identificaron y analizaron el conjunto de competencias de matemáticas para trabajar en el mercado laboral para lo cual se trabajó en la redacción de un marco teórico actualizado sobre la temática. Luego a través del intercambio con docentes de nivel superior, se exploró el uso competencias de matemáticas del Licenciado en Administración. A partir de estas evidencias se diseñó un instrumento de recolección de datos sobre las competencias matemáticas usadas por el Licenciado en Administración realizando un análisis de las tesis de la Lic. en Administración enfocado en los siguientes indicadores:

¿Lo que el estudiante escribe revela un pensamiento cuantitativo y lógico? (figuran preguntas o respuestas como por ejemplo ¿cuántos?, ¿Qué valores?, ¿cómo se calcula?, distingue tipos de proposiciones, como definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, ejemplos, condicionales).

¿Plantea y resuelve problemas? (Aplica formas de resolución que involucra heurísticas, pasos en la resolución de problemas (Polya))

¿Construye modelos matemáticos? (¿Traduce la realidad a una estructura matemática? ¿trabaja con un modelo matemático? ¿Valida el modelo? ¿Interpreta los resultados obtenidos en la realidad?

¿Argumenta matemáticamente? (Es riguroso en sus argumentos, diferencia tipos de razonamientos, utiliza correctamente la inferencia, inducción, deducción. Basa sus conclusiones en argumentos matemáticos)

¿Utiliza diferentes clases de representación de objetos matemáticos y los interpreta? (¿codifica y decodifica? ¿traduce, interpreta y distingue diferentes tipos de representaciones de objetos y situaciones matemáticas?, ¿usa representaciones de acuerdo a la situación y propósito particulares?).

¿Maneja símbolos matemáticos y formalismos?

¿Comunica en, con y acerca de la matemática? (Competencia comunicativa oral o escrita)

¿Usa recursos y herramientas? (¿Las usa correctamente? ¿Conoce y es capaz de usarlas para facilitar la tarea matemática?, comprende las limitaciones de las mismas?)

En este análisis se pusieron en evidencia las competencias planteadas, se encontraron en general los resultados siguientes:

Existe un alto porcentaje de ausencia en el planteo y resolución de problemas, aplicando las heurísticas diseñadas de Polya.

Hay una alta presencia en el uso de modelos matemáticos y en la representación e interpretación de esos objetos matemáticos.

Un uso moderado de los recursos tecnológicos como facilitadores del trabajo matemático.

Ahora bien, los tesistas no son evidencia suficiente para inferir en qué medida estas competencias son aplicadas en la profesión, entonces surge en este equipo de trabajo el interrogante ¿Qué competencias son aplicadas en la práctica profesional? ¿Cuáles y como se relacionan con las competencias del profesional en Administración?

2.5 Desarrollo

Profundizando en la temática la inquietud del equipo quedo centrada en diseñar un instrumento que permita poner en certidumbre las relaciones entre las competencias matemáticas y la práctica profesional.

Partiendo de algunos roles que desempeña el Lic. en Administración se realizó un estudio para encontrar una relación de las tareas y las competencias matemáticas. La misma será puesta en práctica a través de entrevistas a profesionales en su práctica efectiva.

3. Consideraciones finales

El análisis anterior no solo sirvió para conocer el nivel de presencia de las competencias matemáticas desarrolladas por los alumnos y aplicadas en los trabajos de graduación, sino para determinar y destacar la importancia de la formación matemática a lo largo de la carrera. Esto es, conocer como se aplica el pensamiento cuantitativo o lógico como soporte en la gestión estratégica, la gestión táctica y la gestión operativa se indagó con un profesional llegando a las siguientes inferencias:

Pensar y razonar matemáticamente implica la formación del pensamiento cuantitativo o lógico que se puede ver en la *gestión estratégica* a través de los indicadores:

- El diseño y revisión de la misión de la empresa.
- La formulación de la visión en la organización.
- La realización del diagnóstico interno.

- El reconocimiento de las áreas de la organización.
- El análisis de las relaciones internas.
- El uso de diagramas o representación de las relaciones.
- La realización del análisis interno.
- La identificación y clasificación de la competencia.
- La definición de prioridades estratégicas.

Todos estos indicadores que corresponden a competencias de la administración se relacionan con los indicadores matemáticos de elaboración de:

- Elaboración de proposiciones.
- Elaboración de conjeturas.
- Elaboración de planificación.
- Identificación de relaciones entre áreas, sus funciones y la coherencia entre las mismas.
- Identificación de relaciones internas y externas que hacen al conjunto del universo empresarial.

Asimismo, en la *gestión táctica* los indicadores de:

- Planificar metas por áreas.
- Planificación de recursos.
- Diseño de presupuestos.
- Toma de decisiones en función del análisis estratégico.

Están relacionados con los indicadores de competencias matemáticas a saber:

- La planificación.
- El cálculo cuantitativo.
- El cálculo cualitativo.
- La inferencia lógica.
- La axiomatización.

En la *gestión operativa* se implementa la gestión táctica, es por ello que se aplican todos los indicadores anteriormente mencionados.

4. Bibliografía

- Ávila, M. & Aguirre, C. (2005). *El seguimiento de los egresados como indicador de la calidad docente*. REIFOP, 8 (3).

- Carbonell, L. (2002). *Un análisis de los estudios universitarios de Informática a través de sus egresados. El caso de Alicante* (1984-2001). Tesis doctoral. Universidad de Alicante.

- Freire, M. J., Teijeiro, M. M., & Pais, C. (2013). *La adecuación entre las competencias adquiridas por los graduados y las requeridas por los empresarios*. Revista de Educación, 362, 13-41.

- Huerta Amezola, J y otros (2000): "*Desarrollo curricular por competencias profesionales integrales*". Revista digital Educar, 13/2000. Ed. Secretaría de Educación. Gobierno de Jalisco, en http://educar.jalisco.gob.mx/13/13Huerta.html

- Jaramillo, A., Giraldo, A. & Ortiz, J. S. (2006). *Estudios sobre egresados. La experiencia de la Universidad EAFIT*. Revista Universidad EAFIT, 42 (141), 111-124.

- Niss, M. (2002). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish kom project*. Recuperado de
http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve375/1213/docs/KOMkompetenser.pdf

- Odriozola, C. E. y otros. (2011) *Competencias profesionales del licenciado en Administración. Su medición en los graduados de la Universidad Nacional del Nordeste*, Argentina Revista Iberoamericana de Educación / Revista Ibero-americana de Educação Nº 56/2 –Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI-CAEU) Organização dos Estados Iberoa-americanos para a Educação, a Ciência e a Cultura (OEI-CAEU)

- Pérez Iglesias, J. L. (2012). *Competencias que demandan los egresados en Ingeniería en el ámbito de la Informática y los egresados en Ingeniería en el ámbito industrial*. Tesis doctoral. Universidad de Salamanca.

- Tascón, A., Álvarez, R., Couto, A., Gutiérrez, P. & Aguado, P. (2013). *Estudio de inserción laboral y competencias en ingenieros agrónomos titulados por la Universidad de León*. Actas del VII Congreso Ibérico de Agroingeniería y Ciencias Hortícolas

- Vidal, J. (Coord.) (2003). *Métodos de análisis de la inserción de los universitarios*. Salamanca: Consejo de Coordinación Universitaria.

- Vintere, A. & Zeidmane, A. (2014). *Mathematics studies at university: effect on the professional competence*. International Scientifical Conference, Jelgava, 23-24 mayo.

- Informe Final Del Proyecto 6x4 Unión Europea, América Latina Y El Caribe - Uealc (2008) *Propuestas y acciones universitarias para la transformación de la educación superior en América Latina*. Bogotá: Asociación
Colombiana de Universidades - ASCUN.

-Informe Final - Proyecto Tuning - América Latina 2004-2007 (2007) *Reflexiones y perspectivas de la Educación Superior en América Latina*. Bilbao: Universidad de Deusto.

La Elasticidad de la Demanda y su Relación con el Ingreso y el Ingreso Marginal como una Aplicación de los Temas Derivadas y Estudio de Funciones en Cálculo Aplicado

Padró Silvia Inés – Facello Carlos Sebastián

Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Entre Ríos
sipadro@fceco.uner.edu.ar - sfacello@fceco.uner.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Diferencial, Elasticidad de la demanda, Ingreso

Resumen

En la materia Cálculo aplicado a las Ciencias Económicas se desarrollan los temas desde Límites de funciones hasta Integrales definidas, todos ellos sobre funciones de una sola variable. En la totalidad de los temas se suman a los ejercicios de corte netamente matemático, aplicaciones de los mismos al campo de la Economía y la Administración.
Teniendo en cuenta que la materia se dicta en el segundo cuatrimestre del primer año de la carrera, es de suma importancia el rol que juega la motivación de los estudiantes hacia los temas a desarrollar, lo que se realiza a través de problemas económicos sencillos que permiten comprender la necesidad de los nuevos conceptos. Pero también es importante, atendiendo a la concatenación de los temas, poder realizar ejemplos que relacionen varios de los nuevos conceptos.
En este trabajo se pretende abordar a través de un concepto económico como es la Elasticidad de la Demanda una integración entre las unidades de Derivadas y Estudio de funciones, utilizando además la noción de Ingreso de una empresa.
Se desarrollan además y en forma muy breve, los conceptos económicos vinculados a las aplicaciones, ya que nuestros estudiantes aún no han cursado Microeconomía que es la asignatura en la cual los desarrollarán el año siguiente.

Introducción

Este trabajo es una propuesta didáctica para la enseñanza del Cálculo en alumnos de Ciencias Económicas. Los alumnos de esta asignatura, en su gran mayoría, se encuentran cursando el primer año de la carrera de Contador y Licenciatura en Administración. Los docentes de esta materia vinculamos los diferentes conceptos del Análisis Diferencial e Integral con conceptos del área económica, tanto como disparadores previos al desarrollo de los nuevos conceptos, como así también en las aplicaciones que se realizan una vez que los mismos fueron completados. De esta forma el interés del estudiante por la asignatura aumenta y le da la posibilidad de dar sus primeros pasos en conceptos que posteriormente serán desarrollados desde un punto de vista más específico.

Consideramos que, al desarrollar las diferentes unidades del programa, los conocimientos se van relacionando con los antes dados, permitiendo así relacionarlos en forma lógica deductiva, pero también nos abre una gran posibilidad de establecer nuevos planteos de problemas vinculados a la economía que permita también visualizar esta relación. Es importante el dominio conceptual del docente, que si bien es del área matemática, debe poder explicar un concepto económico. Este aspecto favorece el intercambio interdepartamental, lo cual es uno de los objetivos mencionados en el Plan Estratégico de nuestra Facultad. De parte del estudiante, se pretende desarrollar el compromiso con su propio aprendizaje, adquirir destrezas de demostración matemática en problemas aplicados a la economía y también favorecer el intercambio entre ellos, ya que los trabajos pueden plantearse en forma grupal.

Conceptos económicos

Sabemos que en el mercado de un bien en particular, existe una clara relación entre el precio de un bien y la cantidad demandada del mismo. Esta relación se denomina curva de demanda.

El sentido común nos indica que cuanto menor sea el precio de un bien, mayor será la cantidad demandada, mientras que si el precio aumenta, la cantidad demandada disminuirá. La ley de la demanda nos dice, de esta forma, que la cantidad demandada de cualquier tipo de bien está inversamente relacionada con el precio del mismo, permaneciendo constantes los restantes factores para ese nivel de precios.

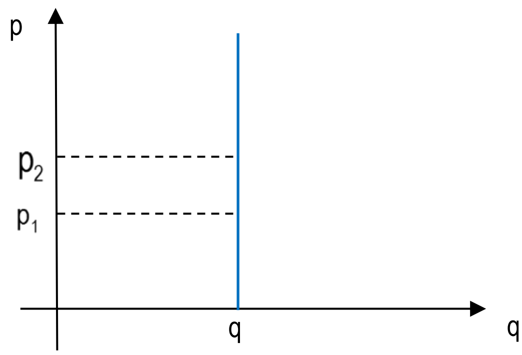
Esto que mencionamos en el párrafo anterior se debe a que el precio no es la única variable que afecta la decisión de qué cantidad de un producto compran los individuos. Entre los muchos otros factores que inciden en la determinación del monto de la cantidad comprada está el nivel de ingresos de los individuos.

Si el precio de un bien varía en forma simultánea al ingreso del individuo, no se podría saber con exactitud si el cambio en la cantidad demandada se debe al cambio en el precio o a la variación en el ingreso. Pero, si el precio es el único factor variable, mientras que el ingreso o cualquier otro parámetro se mantienen constantes, entonces podemos afirmar que la variación en la demanda se deba exclusivamente a un cambio en el precio del bien.

Elasticidad de la demanda

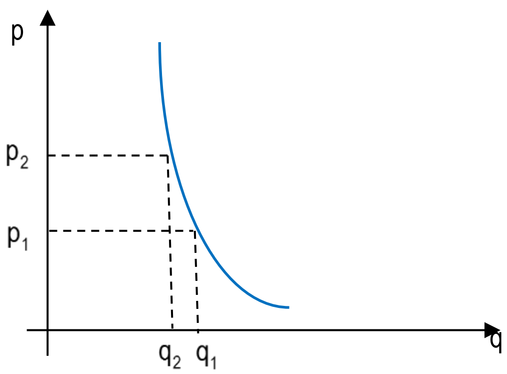
La elasticidad-precio de la demanda mide cómo la cantidad demandada responde a las variaciones del precio, variaciones éstas que determinan la pendiente de la curva de demanda. Es una medida de la sensibilidad de la demanda ante los cambios del precio de un bien. La elasticidad $(\in)$ se define como la tasa de cambio porcentual de la demanda ante un incremento o disminución del precio de una unidad.

Por lo tanto podemos tener diferentes tipos de curva de demanda que responderán a diferentes conceptos de elasticidad. Observemos los siguientes casos:



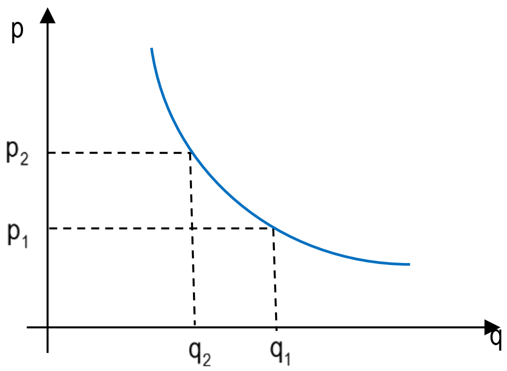
Demanda perfectamente inelástica

En este caso vemos que ante cualquier variación del precio, que sería el cambio del mismo de p_1 a p_2, la demanda del producto permanece constante. Este sería el caso, por ejemplo, de un medicamento de primera necesidad, que la persona podría morir si no consume ese medicamento.



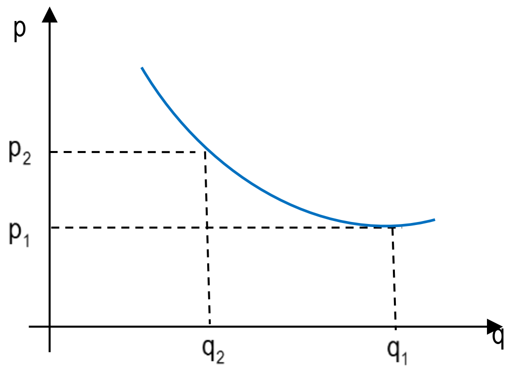
Demanda inelástica

En este caso podemos ver que un cambio de precio de p_1 a p_2 produce una disminución en la cantidad demandada de q_1 a q_2, pero la variación de la cantidad es mucho menor, en proporción, a la variación del precio. Sería el caso, por ejemplo, de los automóviles de alta gama, que son demandados por un sector determinado de la sociedad, el cual, ante un cambio de precio, seguirá demandando el producto en una cantidad poco menor.



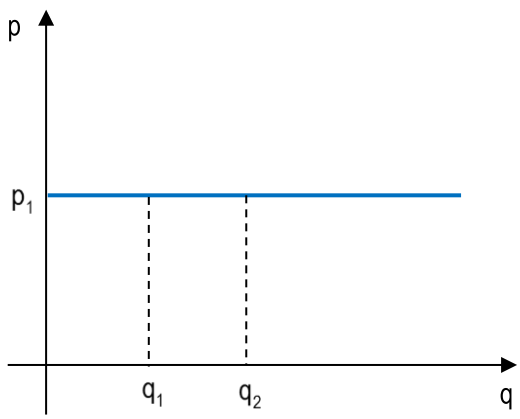
Demanda de elasticidad unitaria

En este caso la variación del precio es exactamente igual a la variación de las cantidades. Es decir, la proporción en que sube el precio produce una proporción igual de disminución de la cantidad demandada. Es muy difícil encontrar un ejemplo que responda exactamente a este caso.



Demanda elástica

En este caso podemos ver que una variación (aumento) del precio, produce una disminución de la cantidad demandada en una proporción mayor al aumento que sufrió el precio. Este es el caso de los bienes de demanda masiva, como las bebidas gaseosas, en los cuales el aumento del precio produce una disminución grande en el consumo. Son los bienes en los cuales hay que tener mucha atención al programar estas variaciones en los precios.



Demanda perfectamente elástica

En este caso es imposible producir variaciones en los precios, pues, cualquier variación en el mismo hace que la demanda del producto se anule. Es el caso de bienes absolutamente prescindibles, los cuales las personas adquieren si su precio se lo permite, pero pueden prescindir de ellos si el precio aumentara.

La demanda de elasticidad unitaria es el punto de referencia para analizar todos los casos, ya que implica un poder de negociación entre los oferentes y demandantes totalmente equitativo.

Podemos expresar la elasticidad-precio de la demanda $(\in)$ como la variación porcentual de la cantidad respecto de la variación porcentual del precio. Esta variación siempre es negativa, ya que al aumentar el precio la cantidad disminuye, o sea:

$$\in=\frac{\Delta\%q}{\Delta\%p}=\frac{\frac{q_2-q_1}{q_1}.100\%}{\frac{p_2-p_1}{p_1}.100\%}=\frac{\frac{q_2-q_1}{q_1}}{\frac{p_2-p_1}{p_1}}$$

Teniendo en cuenta lo analizado anteriormente en las gráficas, podemos afirmar que los valores de la elasticidad-precio para cada uno de los casos es:

- Demanda perfectamente inelástica $\in=0$
- Demanda inelástica $-1<\in<0$
- Demanda de elasticidad unitaria $\in=-1$
- Demanda elástica $\in<-1$

Por ejemplo, volvamos al caso de una bebida gaseosa que hoy puede conseguirse en $ 38. Se sabe que esta demanda es elástica y por datos obtenidos anteriormente, se ha calculado que la elasticidad de la misma es -2,2. Si se planifica aumentar el precio de esta gaseosa en un 15%, o sea pasaría a tener un precio de $ 43,70. Para conocer cómo afectaría esto a la demanda, usemos la fórmula y calculemos:

$$\in=-2,2=\frac{\frac{q_2-q_1}{q_1}}{\frac{p_2-p_1}{p_1}}=\frac{\Delta q\,\%}{\frac{43,70-38}{38}}=\frac{\Delta q\,\%}{0,15}\Rightarrow\Delta q\,\%=-0,33$$

O sea que un aumento del precio del 15% produce en este caso una disminución de la demanda del 33%.

La elasticidad y su relación con la derivada de la función de demanda

Consideremos ahora, en general, una función de demanda $p=f(q)$ y volvamos al concepto recientemente visto de la elasticidad de la demanda, en el cual podemos aplicar el siguiente razonamiento:

$$\in=\frac{\frac{q_2-q_1}{q_1}}{\frac{p_2-p_1}{p_1}}$$

Ahora consideremos una variación Δq en la variable independiente que va a producir una variación Δp en la variable dependiente. Con lo cual esta expresión puede reescribirse así:

$$\in=\frac{\frac{(q+\Delta q)-q}{q}}{\frac{f(q+\Delta q)-f(q)}{f(q)}}=\frac{\frac{\Delta q}{q}}{\frac{f(q+\Delta q)-f(q)}{f(q)}}=\frac{\frac{f(q)}{q}}{\frac{f(q+\Delta q)-f(q)}{\Delta q}}$$

Aplicando el límite para Δq tendiendo a cero, y teniendo en cuenta que la elasticidad es una constante, y por lo tanto coincide con su límite, resulta:

$$\in = \frac{\lim\limits_{\Delta q \to 0} \frac{f(q)}{q}}{\lim\limits_{\Delta q \to 0} \frac{f(q+\Delta q)-f(q)}{\Delta q}} = \frac{\frac{f(q)}{q}}{f'(q)} = \frac{p}{q.f'(q)}$$

Considerando que p = f(q) y que la notación de la derivada utilizando diferencial es $f'(q) = \frac{dp}{dq}$, resulta:

$$\in = \frac{\frac{p}{q}}{\frac{dp}{dq}} = \frac{\frac{dq}{q}}{\frac{dp}{p}} = \frac{dq}{dp}.\frac{p}{q}$$

Consideremos, por ejemplo, que la ecuación de demanda de un bien está dada por $p = 800 - 2q^2$, por lo cual sabemos que los valores entre los que puede variar q es 0 y 20. Para determinar la elasticidad de esta curva de demanda calculemos:

$$\in = \frac{\frac{p}{q}}{\frac{dp}{dq}} = \frac{\frac{800-2q^2}{q}}{-4q} = \frac{800-2q^2}{-4q^2} = \frac{1}{2} - \frac{200}{q^2} = \frac{q^2-400}{2q^2}$$

Para calcular la cantidad demandada en la cual la elasticidad es unitaria, consideremos:

$$\in = -1 \Rightarrow \frac{q^2-400}{2q^2} = -1 \Rightarrow \Rightarrow -2q^2 = q^2 - 400 \Rightarrow -3q^2 = -400 \Rightarrow q^2 = \frac{400}{3} \Rightarrow q \approx 12$$

Entonces, para una cantidad de 12 unidades, la demanda de este producto tiene elasticidad unitaria, si la cantidad es menor que 12, o sea entre 0 y 12 la demanda es elástica (menor que -1) y si la cantidad varía entre 12 y 20, la demanda será inelástica (entre -1 y 0)

Esto significa que en una curva de demanda, la elasticidad de la misma varía para diferentes valores de la cantidad. En este caso, resulta:

p

Demanda elástica

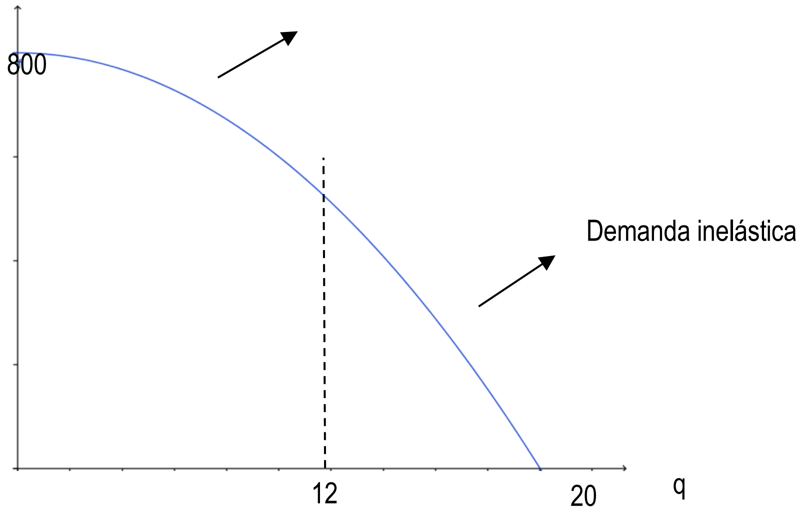


Gráfico 1: Función de demanda

Obviamente, si consideramos la función de demanda como q = f(p), se razona igual, considerando que la variable independiente es el precio y por lo tanto es quien varía en una cantidad Δp y la elasticidad definida como la variación de la cantidad en función de la variación del precio, podemos hacer el siguiente desarrollo:

$$\in = \frac{\dfrac{f(p+\Delta p)-f(p)}{f(p)}}{\dfrac{(p+\Delta p)-p}{p}} = \frac{\dfrac{f(p+\Delta p)-f(p)}{f(p)}}{\dfrac{\Delta p}{p}} = \frac{f(p+\Delta p)-f(p)}{\Delta p}.\frac{p}{f(p)}$$

Pasando al límite para $\Delta p \to 0$

$$\in = \lim_{\Delta p \to 0} \frac{f(p+\Delta p)-f(p)}{\Delta p}.\lim_{\Delta p \to 0} \frac{p}{f(p)} = f'(p).\frac{p}{q}$$

En la expresión que utiliza diferenciales resulta: $\in = \frac{dp}{dq}.\frac{p}{q}$

Relación de la elasticidad y el ingreso

El ingreso de una empresa es el importe que se obtiene por la venta del bien que produce. O sea que el ingreso se calcula como el producto del precio de venta por la cantidad vendida:

$$I(q) = p.q$$

En un gráfico cualquiera, podemos indicar el ingreso como la siguiente área:

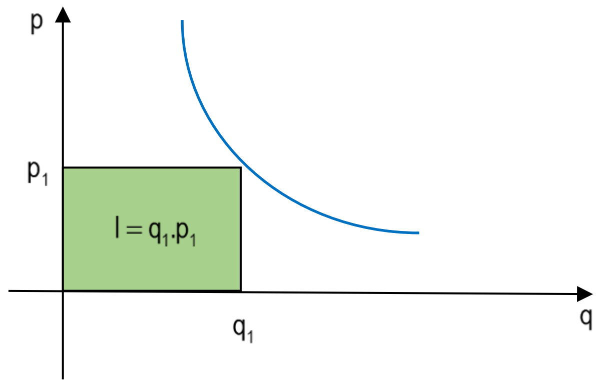


Gráfico 2: Función de demanda - Ingreso

Por lo tanto, si la demanda es inelástica, la variación de la cantidad es inferior a la variación del precio, por lo cual el ingreso aumenta, en tanto que si la demanda es elástica, la variación en el precio provoca una variación en la cantidad proporcionalmente mayor, con lo cual el ingreso disminuye.

Consideremos como ejemplo una función de demanda, expresada en función del precio, como $q = \frac{8000}{\sqrt{p^3}}$. Vamos a hallar la expresión de la elasticidad y la variación porcentual cuando el precio aumenta un 10% a partir de p = 4.

$$q = \frac{8000}{\sqrt{p^3}} = \frac{8000}{p^{1,5}} = 8000.p^{-1,5} \Rightarrow \frac{dq}{dp} = -12000.p^{-2,5} = -\frac{12000}{\sqrt{p^5}}$$

Si p = 4 entonces q = 1000

$$\in = -\frac{12000}{\sqrt{p^5}}.\frac{p}{q} = -\frac{12000.4}{\sqrt{4^5}.1000} = -1,5$$

Estamos ante el caso de una demanda elástica. Si el precio aumenta un 10%, la cantidad demandada disminuirá según el siguiente cálculo:

$$\in = \frac{\Delta\%q}{\Delta\%p} \Rightarrow -1,5 = \frac{\Delta\%q}{0,10} \Rightarrow \Delta\%q = -0,15$$

Esto nos indica que al aumentar el precio en un 10%, o sea de \$ 4 a \$ 4,40, la demanda del bien disminuye un 15%, o sea de 1000 unidades bajará a 850 unidades.

Si tenemos en cuenta lo que vimos del ingreso, en el momento inicial, en el cual el precio es \$ 4 y la cantidad es 1000 unidades el ingreso es I = 4. 1000 = \$ 4000. Al producirse esta variación, el ingreso pasará a ser menor, en este caso de I = 4,40 . 850 = \$ 3740

Relación de la elasticidad con el ingreso marginal

Retomemos un ejemplo que vimos antes para explicar a partir del mismo la relación entre la elasticidad de una curva de demanda y el ingreso marginal.

Si $p = 800 - 2q^2$, habíamos mencionado que en el intervalo [0, 12) la demanda resulta elástica mientras que en el intervalo (12, 20] la misma pasa a ser inelástica.

Planteamos ahora la función de ingresos correspondiente a esta demanda, la cual es

$$I = q.(800 - 2q^2) = 800q - 2q^3$$

El ingreso marginal resulta entonces: $IMarg = 800 - 6q^2$

Graficamos ahora, en un mismo sistema de ejes las funciones de Ingreso marginal y de demanda:

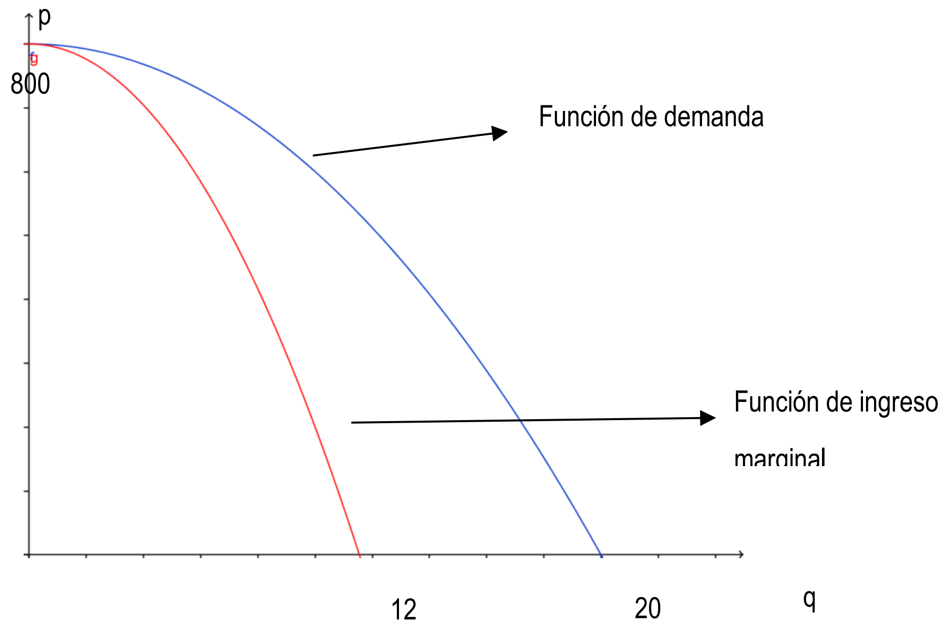


Gráfico 3: Función de demanda e Ingreso Marginal

La curva de ingreso marginal siempre queda por debajo de la función de demanda, y, obviamente, se anula en el valor de q para el cual el ingreso es máximo, que en este caso es aproximadamente para q = 12 unidades.

El ingreso marginal es positivo para los valores de q inferiores a 12, es decir para el sector de la demanda que corresponde a la demanda elástica, mientras que va a ser negativo para los valores de q mayores que 12 que corresponden al sector en el cual la demanda es inelástica.

Esta última conclusión, la podemos deducir también en forma genérica, teniendo en cuenta que el Ingreso es el producto del precio por la cantidad y luego obtenemos el Ingreso marginal derivando dicho ingreso:

$$I = p.q$$

$$IMarg = \frac{d(p.q)}{dq} = \frac{dp}{dq}.q + p.\frac{dq}{dq} = p + q.\frac{dp}{dq} \Rightarrow IMarg = p.\left(1 + \underbrace{\frac{q}{p}.\frac{dp}{dq}}_{\frac{1}{\in}}\right)$$

Resumiendo: $IMarg = p.\left(1 + \frac{1}{\in}\right)$

Si la demanda es elástica, $\in < -1$, por lo tanto el factor entre paréntesis resultará positivo y el Ingreso marginal es positivo, mientras que si la demanda es inelástica, $-1 < \in < 0$ dicho factor es negativo y por lo tanto el ingreso marginal es negativo.

Conclusión

Consideramos que es importante la búsqueda de elementos de interés para el ciudadano común orientados específicamente para un estudiante de ciencias económicas. Estos elementos actúan como disparadores de la atención y el interés en el aprendizaje y también, como en este caso, de integradores de saberes adquiridos.

Cada año es un nuevo desafío para los docentes de los primeros años ya que recibimos un gran número de alumnos en condiciones dispares de conocimiento. Todo elemento y estrategia que pueda unirse a las metodologías de enseñanza son bienvenidos para lograr un mayor rendimiento desde la satisfacción y el interés de los estudiantes de Contador Público, Licenciatura en Economía y Licenciatura en Gestión de las Organizaciones.

Referencias

- Arya, J. y Ladner, R. (2009) *Matemáticas aplicadas a la Administración y Economía. 5ta Edición.* México: Pearson Education
- Cabello, J. (2006). *Cálculo diferencial de las ciencias económicas*. Madrid: Delta publicaciones
- Socas, M (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria. En L. Rico (ed): *La educación Matemática en la Enseñanza Secundaria, pp 125-154.* Barcelona: Horsori
- Swokowski, E (1999). *Cálculo con Geometría Analítica. 2ª. Edición.* Méjico: Grupo Editorial Iberoamérica
- Tan; S. T. (2002). *Matemáticas para Administración y Economía. 2da. Edición.* México: International Thomson editores S.A.
- Zill, D. y Wright, W. (2011). *Cálculo de una variable. Trascendente tempranas, 4ta Edición.* México: Mc Graw-Hill

Materiales Curriculares y Prácticas Educativas emergentes en Álgebra y Geometría Analítica

Autino, Beatriz del Carmen-Digión, Marisa Angélica-Camacho, Rudix Claudia
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Jujuy - Facultad de Humanidades y Ciencias Sociales, Universidad Nacional de Jujuy - Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Jujuy
bettyautino@hotmail.com - rudix.camacho@gmail.com - marisadigion@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Materiales Curriculares, Álgebra y Geometría Analítica, Prácticas Educativas, Docentes, Estudiantes

Resumen

Desde el año 2016 un grupo de docentes están trabajando en un proyecto de investigación titulado: "Análisis didáctico de los materiales curriculares de las cátedras del Área Matemática. Planes de mejora en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy". En este contexto el presente trabajo propone identificar los materiales curriculares más utilizados en la Cátedra de Álgebra y Geometría Analítica, tanto por los docentes como por los estudiantes,y determinar las características más relevantes que presentan las prácticas educativas que emergen a partir del uso de estos materiales. Se sabe que buscar respuestas a interrogantes como: qué enseñar, cómo y cuándo hacerlo, qué se espera que los estudiantes aprendan y qué procedimientos se priorizaran para lograr los aprendizajesa través del uso de los materiales curriculares, está intrínsecamente unido a pensar reflexivamente los modos que tiene cada institución educativa y cada docente de encarar su propia práctica. Los resultados de este estudio se obtuvieron,del análisis de tres ejes. El primero consistente en la identificación y clasificación de los materiales que se usan en la cátedra. El segundo y tercero corresponden a las opiniones vertidas al respecto, tanto por estudiantes, como por todos los docentes que constituyen la cátedra. Del análisis e interpretación de los datos obtenidos, surgen algunas propuestas superadoras.

1 Introducción

Frente a los desafíos provenientes dela sociedad actual, donde el conocimiento está disponible a partir de diversas fuentes y con acceso inmediato, las instituciones de educación superior ven la necesidad de una urgente revisión de su accionar y por ende de una renovación constante y sostenida. Lo expuesto conlleva a pensar y realizar innovaciones y cambios en los procesos de enseñanza y de aprendizaje. Es en este ámbito donde cobran fuerza los materiales curriculares, por lafunción mediadora que tienen en dichos procesos.

Las prácticas educativas que se originan a partir de la utilización de los materiales curriculares y los distintos usos que les dan tanto los docentescomo los estudiantes, son un reflejo de los supuestos didácticos que subyacen en las mismas. Por tal motivo interrogantes sobre: qué enseñar, cómo y cuándo hacerlo, qué se espera que los estudiantes aprendan y, qué procedimientos se priorizaran para lograr los aprendizajes a través del uso de los materiales curriculares, están intrínsecamente unidos a las formas que tiene cada institución educativa y cada docente de encarar su propia práctica.

Los cuestionamientos anteriores resultaron ser los "disparadores" que llevaron a un grupo de docentes aelaborar y presentar el proyecto de investigación en el cual se encuentran actualmente trabajando titulado:

“Análisis didáctico de los materiales curriculares de las cátedras del Área Matemática. Planes de mejora en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy”.

En el marco de las actividades previstas en el mencionado proyecto se realiza el presente trabajo, el cual intenta dar respuestas a dos objetivos que se han planteado y que si bien están referidos a todas las materias que conforman el Área Matemática, en este caso el análisis corresponde específicamente a la asignatura Algebra y Geometría Analítica. Los mismos se refieren a:

- Identificar, los materiales curriculares privilegiados que se utilizan como elementos mediadores entre la enseñanza de los contenidos de la disciplina y el aprendizaje que realizan los estudiantes que las cursan.
- Determinar algunos supuestos didácticos que subyacen entre los docentes de la cátedra, referidos a conceptos como: enseñanza, aprendizaje, transposición didáctica, en el marco de la lógica interna de la disciplina.

2 Desarrollo

En los distintos contextos educativos, en particular en el nivel superior, es habitual encontrar numerosos recursos, medios o instrumentos de apoyo, que constituyen verdaderas “ayudas didácticas”al momento de desarrollar el proceso educativo:libros de texto, materiales impresos de cátedra, guías de estudio, fichas de actividades, trabajos prácticos, cuadros resúmenes, esquemas, videos, presentaciones en powerpoint, imágenes, etc. Los mismos son generados por distintos actores, entre ellos, las editoriales, los docentes, los estudiantes, las instituciones, etc. A este “conjunto de medios, objetos y artefactos que son elaborados específicamente para facilitar el desarrollo de procesos educativosse los reconoce como materiales curriculares” (Area Moreira, M; 1999, pag.3).

Con respecto a éste último concepto, existen numerosos autores y corriente pedagógicasque lo definen y es a partir de un análisis detallado de la bibliografía especializada, que el grupo de investigación ha elaborado y adoptado como definición propia a la siguiente: “El Material Curricular es un soporte que materializa y extiende la comunicación educativa y la transmisión de los contenidos de los equipos de cátedra en el tiempo, constituyéndose en andamiajes para los alumnos en la construcción y/o reconstrucción del conocimiento”. A su vez, Angarita Velandia, Fernández Morales y Duarte, afirman que: Los materiales educativos constituyen una mediación entre el objeto de conocimiento y las estrategias cognitivas que emplean los docentes; estos materiales facilitan la expresión de los estilos de aprendizaje, pues crean lazos entre las diferentes disciplinas y, sobre todo, liberan en los estudiantes la creatividad, la capacidad de observar, clasificar, interactuar, descubrir o complementar un conocimiento ya adquirido dentro de su formación (2008, pag.50).

Lo expresado anteriormente confirma el papel fundamental que tienen los materiales curriculares en el proceso educativo, como así también, poneen relieve las múltiples funciones que los éstos cumplen en pos del mejoramiento de dicho proceso. Para que éstos materiales sean eficaces herramientas en el contexto de la enseñanza y del aprendizaje es necesario que, entre otras muchas condiciones, estén diseñados de modo que fomenten estrategias activas en los alumnos, faciliten el aprendizaje significativo, desarrollen el autoaprendizaje y la autoevaluación, promuevan la colaboración, atiendan a la diversidad del grupo de estudiantes y a su ritmo de aprendizaje, y trabajen todo tipo de contenidos (Autino, Galindoy Llanos, 2018). Es, en la selección y/o elaboración por parte del docente de determinados materiales curriculares, donde éste da cuenta de sus convicciones didácticas respecto de la práctica. Estos materiales también pueden presentar sus propias "posibilidades educativas", es decir, pueden dar lugar a otros usos pedagógicos que no fueron considerados al momento de su selección, elaboración y/o utilización.

De acuerdo a lo que indica Área Moreira (1999), según sea la concepción que se tenga del currículum, se pondrán en evidencia las características que presentan y el uso que se les da a los materiales curriculares en el aula. Es decir:

> Si el currículum se concibe como un plan técnicamente racionalizado de procedimientos y directrices planificadas por expertos que el docente tenga que ejecutar paso a paso, linealmente, entonces el material curricular se caracterizará por ser un recurso altamente prescriptivo y detallado de las acciones que el profesor debe desarrollar ante las situaciones previsibles de enseñanza. Desde una perspectiva diferente, el currículum puede entenderse como un proyecto global, como un marco de referencia esencialmente cultural a partir del cual el profesor habrá de interpretar, matizar y definir situaciones, contenidos, procedimientos y métodos de actuación en el aula. De este modo, el material tenderá a adoptar características abiertas, poco estructuradoras de la práctica, permitiendo usos y aplicaciones flexibles. (Ibid, pag.5)

A su vez, autores como Martínez Bonafé aseguran que "el material codifica la cultura seleccionada en el currículum y le da una forma pedagógica" (1999, pag.3).Lo que se transmite a los estudiantes, no sólo son los contenidos que se indican en los programas existentes, los mismos suelen recibir adaptaciones propias del contexto en el que se utilizan, el grupo clase al cual están destinados, las características de la asignatura que se imparte, entre otros aspectos. Los estudiantestambién realizan aportes, adaptaciones y ajustes a los contenidos que reciben a través de los materiales curricularessugeridos desde la instituciónу utilizan otros medios didácticos en pos de lograr sus aprendizajes.

Para Martín-Barbero (2003), la actual revolución tecnológica ha ocasionado una especie de mutación en los modos de circulación de los saberes. Antes se los consideraba como fuentes de poder, estaban centralizados en cuanto a su contexto y asociados a determinados actores sociales. "Ahora el saber está disperso y fragmentado, la información circula por la sociedad, no sólo por las instituciones educativas; el medioambiente se ha transformado en fuente de comunicación y de aprendizaje para los estudiantes" (Autino, Galindo y Llanos, 2018, pág.4). Es decir, el saber circula por numerosos canales formales e informales, lo que hace necesario replantear las características que deben tener los materiales curriculares para que puedan ser interesantes, atrayentes y útiles a las nuevas generaciones de estudiantes.

Como se expresó anteriormente, las formas de utilizar los materiales curriculares pueden dar una idea de las prácticas que se utilizan en el aula, y a su vez estas prácticas serían el resultado de un conjunto de supuestos sobre el acto pedagógicoque, seguramente, responden a determinados modeloseducativos. En este trabajo se consideraran tres de ellos: los centrados en la enseñanza, en el aprendizaje o en la formación (Gatti, 2000).

En los modelos centrados en la enseñanza se priorizan los contenidos, la idea del docente como el “conocedor” y experto en la disciplina que imparte, la existencia de una secuencia lógica y necesaria en la presentación y apropiación de los conocimientos, y un aprendizaje por recepción, por parte de los estudiantes. Por el contrario, los modelos centrados en el aprendizaje consideran a la educación como un proceso dinámico y en constante cambio, la importancia está puesta en lo que se aprende y no tanto en lo que se enseña, el alumno es un sujeto activo que busca aprender a aprender y el docente lo guía en este proceso.Por último, en los modelos centrados en la formación, la importancia está puesta en la relación entre el docente y el alumno, se prioriza las dinámicas que propician:el desarrollo personal de éste último, el aprendizaje grupal, la interrelación entre la teoría y la práctica; además de quelo que se enseña en el aula es lo que la sociedad requiere del estudiante, y donde los materiales curriculares tienen en cuenta las experiencia personales y son mediadores del conocimiento (Ibid).

De lo expuesto anteriormente se puede afirmar que las prácticas generadas en torno a los materiales curriculares, también pueden ser analizadas a la luz de los modelos antes mencionados, ya que estos últimos son construcciones teóricas que se constituyen como marcos analíticos. Así también estas prácticas son una imagen emergente de la institución educativa en las que se insertan, de sus valores, y del posicionamiento cultural que estasustenta.

3 Trabajo de campo

Los resultados de este estudio se obtuvieron, principalmente, del análisis de tres ejes. El primero consistió en la identificación y clasificación de todos los materiales que se usan en la cátedra de Algebra y Geometría Analítica; estuvo a cargo de tres docentes de la mismaque también integran el equipo de investigación. El segundo corresponde a las opiniones vertidas por los estudiantes,cursantes de la citada materia en el ciclo lectivo 2018, en una encuesta, en la cual se indagó sobre: tipos de materiales curriculares utilizados, usos que les dan a los mismos, posibles mejoras en el material de cátedra denominado “Notas Teóricas Algebra y Geometría Analítica”. Por último se consultó a todos los docentes de la cátedra sobre: los materiales curriculares que utilizan actualmente en la preparación y desarrollo de las clases prácticas; las posibilidad de diversificar estos materiales; las estrategias de enseñanza realizadas a partir del usos de materiales curriculares como medio didáctico; y los distintos procesos que tienen lugar en el aula mediante el uso delas “Notas Teóricas” y la Guía de Trabajos Prácticos.

Respecto al primer eje, se tomó como punto de partida, dos de las actividades que se habían realizado previamente en el marco del proyecto de investigación mencionado precedentemente: la construcción de la definición conceptual de material curricular y la elaboración de los criterios a usar para la clasificación de los mismos. La aplicación, tanto de la definición como de la clasificación, a los materiales curriculares utilizados específicamente en Algebra y Geometría Analítica dio como resultado el contenido del siguiente cuadro:

Criterios	Categorías de análisis	Materiales identificados
Sentidos implicados	Visual	Notas teóricas. Guía de trabajos prácticos. Producciones en el pizarrón
	Auditivo	
	Audiovisual	Producciones en el pizarrón
Funciones didácticas	Orientación	Producciones en el pizarrón. Notas teóricas
	Profundización	Bibliografía recomendada
	Repaso-revisión	Producciones en el pizarrón
	Comunicación	Producciones en el pizarrón .Página web de la Facultad. Facebook
	Ejercitación	Guía de trabajos prácticos
	Motivación	Producciones en el pizarrón
	Aprendizaje	Notas teóricas. Guía de trabajos prácticos. Producciones en el pizarrón
	Evaluación	Exámenes parciales y finales
Según autores	Docentes	Notas teóricas. Exámenes parciales y finales.
	Estudiantes	Apuntes de clases de los estudiantes
	Otros	Apuntes de centro de estudiantes. Bibliografía recomendada
Según contenidos	Conceptuales	Notas teóricas. Producciones en el pizarrón
	Procedimentales	Guía de trabajos prácticos. Notas teóricas. Producciones en el pizarrón
	Actitudinales	Producciones en el pizarrón
Según soporte	Impreso	Notas teóricas. Guía de trabajos prácticos. Planeamiento y programa
	Digital	Página web de la Facultad

Posteriormente, se recabó información mediante la aplicación de las dos encuestas antes mencionadas.
Respecto a las indagaciones realizadas a los estudiantes, y cuando se les consultó sobre qué materiales curriculares utilizan para el estudio de la materia, un 62% de los jóvenes dijeron que sólo usan el material que le ofrece la cátedra, las "Notas Teóricas"; y el 38% que utilizan otros materiales además del de la cátedra. Estos últimos priorizan mayoritariamente el uso de Internet, mediante archivos PDF, videos y tutoriales de Youtube, acotando que les resultan de gran utilidad para la comprensión de los temas de la asignatura. Otros materiales que fueron citados por los estudiantes, aunque en menor proporción fueron: apuntes que ellos realizan en clases, resúmenes y síntesis de fórmulas, materiales que les ofrecen profesores particulares, libros de biblioteca, apuntes de estudiantes que cursaron la materia en años anteriores, y carpetas del nivel medio.
Ante la pregunta de opción múltiple consistente en el uso que hacen los estudiantes delmaterial con que cuenta la cátedra,respondieron:

a) como medio de consulta de los temas que se dan en clases: 57%
b) como guía de estudio: 56%
c) para controlar y seguir lo que se desarrolla en la clase: 35%
d) para repaso de los temas fuera del horario de clase: 30 %
e) para realizar los Trabajos Prácticos: 56%
f) con otra finalidad: 6%

Sobre el último ítem, los alumnos dijeron que les sirve este material para: completar los apuntes de clases, afianzar conocimientos, preparar parciales, verificar fórmulas, preparar el examen final, y evacuar dudas.

Cuando se consultó a los jóvenes sobrequése podría mejorar en las “Notas Teóricas”, realizaron diferentessugerencias, entre ellas:“es necesario que contenga más cantidad de ejemplos”; “que a los ejemplos resueltos se los desarrolle sin obviar pasos, al igual que las demostraciones”; “que el lenguaje sea menos técnico y más ameno o coloquial”; que se usen números y no letras”; “que se corrijan algunos pequeños errores”; “que se recuadren o resalten más los conceptos principales”; “que se haga un glosario de conceptos y un resumen de fórmulas”; “que se incluyan ejercicio de práctica con resultados, pero no resueltos, cuestionarios, y modelos de evaluaciones para practicar, al final de cada unidad”. Algunos estudiantes consideraron que “no era necesario mejorar nada, porque como está es comprensible” y uno de ellos acotó “que es adecuado siempre y cuando prestes atención en las clases teóricas”.

Del segundo instrumento de recolección de datos aplicado a los docentes, cuando se les preguntó sobre el tipo de materiales curriculares que usan para preparar y/o desarrollar las clases prácticas, resultó lo siguiente: cartilla de Trabajos Prácticos (100%); Notas teóricas (100%); Tiza/fibras y pizarra (30%); bibliografía (30%); internet (30%); sólo un docente indica el Facebook y las redes socialesy otro, el software GEOGEBRA “para cotejar las gráficas realizadasa mano con las que ofrece el programa, cuando prepara el práctico, pero no en las clases”.

Ante la consulta a los docentes sobre la posibilidad de diversificar los materiales curriculares que se utilizan, tanto en la parte práctica como teórica de la materia, contestaron afirmativamente y propusieron:“presentaciones en Power Point que acompañen en forma simultanea el abordaje de la guía de actividades”; “algunos videos tutoriales que muestren la resolución de ejercicios de carácter genérico, que sirvan como punto de partida para el desarrollo de ejercicios de mayor complejidad”; “incorporación de diferentes software matemáticos y aplicaciones específicas para celulares que permitan verificar los resultados obtenidos de una manera más práctica”; “videos creado por el docente”; “uso de un aula virtual, para consultas de los alumnos, pero con la novedad de incluir videos donde los docentes desarrollen algunos ejercicios seleccionados”; “inclusión de una sección de respuestas de los ejercicios de la cartilla”; “desarrollo de clases en laboratorios de informática para que el alumno: compare resultados obtenidos usando y sin usar algún software”; “realice construcciones vinculadas a geometría analítica; contemple distintas alternativas de resolución de un ejercicio”; “mayor uso de la calculadora”.

Las estrategias que los docentes utilizan en el desarrollo de las clases prácticas, a partir del uso del material curricular,son indicadas en forma resumida a continuación:

- Se inician las clases haciendo:
  - “una revisión de los conceptos desarrollados en las clases teóricas, usando la Cartilla de Notas Teóricas como soporte de dicha revisión y verificación de fórmulas y conceptos”;
  - “un bosquejo de los temas que se van a desarrollar y un repaso de los conceptos y fórmulas que vieron en las clases de teoría (guiándome de los apuntes teóricos)”;
  - “una breve introducción teórica de cada tema a abordar, haciendo un resumen o guía en el pizarrón, y de allí se desarrollan la clase práctica”;

- "una introducción a los temas de la práctica haciendo referencia a los tratados previamente en la teoría, como apoyo deben tener los apuntes de cátedra a mano";
- "preguntas al alumnado sobre los conceptos que abordaron en clases teóricas, y confeccionando un pequeño cuadro resumen";
- "utilizando ejemplos de la vida real y relacionándolos a la profesión para motivar a los estudiantes".

- En el desarrollo de la clase:
  - "presento el ejercicio de la cartilla (señalado a desarrollar) e insto a los alumnos a que sugieran un camino para resolverlo, tratando de que puedan razonar una posible solución con la información disponible";
  - "desarrollo y explico los ejercicios acordados previamente con el equipo de cátedra resaltando con fibras de colores los puntos sensibles a tener en cuenta y los errores frecuentes que cometen";
  - "trato de explicar el concepto con algún ejercicio y a continuación dejar trabajar a los alumnos para así poder atender las dudas que a ellos les surgen";
  - "explico la resolución de un ejercicio a modo de ejemplo y luego organizo a los alumnos en pequeños grupos de trabajo para que continúen la resolución de otros ejercicios o, les solicito trabajar de manera individual";
  - "alumnos voluntarios pasan a desarrollar otros ejercicios que luego son corregidos por todos los alumnos con la guía del profesor".
- En algunos casos:
  - "cuando el tiempo lo permite, los hago trabajar desde sus bancos y luego pasan a compartir los resultados en el pizarrón";
  - "como no tenemos demasiado tiempo para el desarrollo de las clases, se seleccionan cuidadosamente ejercicios de la guía de trabajos prácticos que abarquen la mayor cantidad de posibilidades";
  - "cuando queda tiempo se cierra la clase con un resumen de lo visto y comunicando el tema a desarrollar en la próxima clase".
- Por último:
  - "los alumnos eligen pasar a la pizarra en forma individual o con otro compañero para exponer la resolución de un ejercicio que es controlado por toda la clase, de existir alguna duda, intervengo para lograr el consenso en la resolución";
  - "realizo un cierre de los temas abordados durante la clase y pongo énfasis en comentar las dificultades que se sortearon durante la clase y sobretodo las alternativas que surgieron para resolverlas".

Al indagar sobre qué tipo de procesos se promueven en el aula con el uso delas Notas Teóricas y las Guía de Trabajos Prácticos, los docentes respondieron mayoritariamente:“una mediación entre el conocimiento disciplinar y las estrategias que utilizan los docentes para enseñar”; “secuenciación de los aprendizajes de los estudiantes”; “aprendizajes individuales”; “procesos básicos de aprendizaje como la memoria, la comparación, la identificación”; y “apoyo didáctico al estudiante para que observen, clasifiquen, jerarquicen y utilicen eficientemente la información”. En menor escala algunos docentes consideran que se promueven procesos de: “aproximación a conceptos abstractos, complejos, y de difícil comprensión”; “una mediación entre el conocimiento disciplinar y las estrategias que utilizan los estudiantes para aprender”; y “aprendizajes grupales”. Solo un docente eligió las opciones: “la capacidad de observación de los estudiantes” y “el desarrollo de elaboraciones propias por parte de los estudiantes”; y ninguno de ellos considera que los materiales actuales colaboran a: “aprender a aprender”, ni “a aumentar la creatividad de los estudiantes”; que eran otros dos ítems de posible selección.

4 Conclusiones

El trabajo realizado permitió, no solo identificar los materiales curriculares que prevalecen en la cátedra de Algebra y Geometría Analítica, sino también poner en evidencia el uso que hacen, tanto los docentes como los estudiantes de los mismos, y a partir de esto realizar una aproximación de las prácticas educativas que tiene lugar a partir del uso de estos materiales.De esta manera, la utilización didáctica de los mismos por parte de estos actores institucionales demuestra la importancia que revisten para la comunicación, el aprendizaje y la construcción metodológica que se realiza en la cátedra.

Una cuestión que llamó la atención al analizar las opiniones de alumnos y de docentes tiene que ver con que, si bien ambos grupos resaltan la importancia de los materiales obtenidos a partir del uso de las nuevas tecnologías, al momento de consultarles a los primeros, qué materiales utilizan para estudiar, mayoritariamente dijeron que las “Notas Teóricas”. Esto mismo surgió cuando los docentes relataron sus experiencias de clases, indicando que para las mismas utilizan las “Notas Teóricas” y las Guías de Trabajos Prácticos, casi en forma exclusiva. Lo expresado anteriormente induce a pensar que las prácticas áulicas vigentes tendrían un sustento vinculado a una perspectiva tradicional y que por lo tanto, requerirían de una actualización pedagógica a partir de la implementación de las herramientas didácticas que ofrecen las nuevas tecnologías. En consecuencia, actualizar las prácticas áulicas conllevaría en forma directa a la actualización de los materiales curriculares desarrollados en la cátedra.

Otro aspecto interesante que surgió de los análisis realizados es que, si bien se han identificado numerosos materiales curriculares en la cátedra, los que más se utilizan son, las Notas Teóricas, las guías de trabajos prácticos y las producciones en el pizarrón. Esto último, junto con los comentarios sobre el desarrollo de las clases, por parte de los docentes,y el uso que hacen los estudiantes de los materiales de la cátedra, hablarían de prácticas áulicas que responderían más a un modelo centrado en la enseñanza del docente(Gatti, 2000), por sobre el aprendizaje delos estudiantes y donde los contenidos desempeñan un papel central y estructurante de la oferta educativa, dejando otros aspectos fuera la misma.

Si bien hay intención en la cátedra de promover un aprendizaje significativo, en el cual el alumno “aprenda a aprender”, como se manifiesta expresamente en el planeamiento de la misma, esto no sería sencillo de lograr con las actuales estructuras que presentan los materiales curriculares utilizados y que tal situación, estaría vinculada también con la propia historia de la construcción curricular de materiales en el ámbito universitario.

Con esta última aseveración, se plantearía la necesidad de seguir indagando en los procesos de construcción, utilización y revisión de los materiales curriculares en el ámbito de los estudios superiores. Es imperioso visibilizar los modelos de enseñanza sustentados, las concepciones subyacentes sobre la presentación de los objetos de conocimiento disciplinares, las nociones respecto a los destinatarios de los mismos y también considerar la relevancia de las condiciones institucionales y de la propia historia de los grupos de trabajo que inciden en la elaboración y uso de los distintos materiales curriculares.

Se considera, que es un requerimiento urgente e importante que los materiales sean mejorados y actualizados para dar respuesta a las demandas de las nuevas generaciones, a actuales condiciones de las instituciones universitarias, a los cambios en los roles y modelos de enseñanza y a las demandas de los sujetos que transitan los espacios áulicos de este nivel. Encaminados a cumplir este propósito, se estaría dando lugar a la concreción del segundo objetivo general planteado en el proyecto de investigación en el que se está trabajando y que expresa claramente la intensión de: “Contribuir al diseño y construcción de materiales curriculares contextualizados a los requerimientos de las carreras que se cursan de Ciencias Económicas”.

Bibliografía

- Angarita Velandia, M.; Fernández Morales, F.; Duarte, J.(2008). *Relación del material didáctico con la enseñanza de ciencia y tecnología.*Revista Educación y Educadores [en línea], vol.11, núm.2. Recuperado de http://www.redalyc.org/pdf/834/83411204.pdf
- Area Moreira, M; (1999). Los materiales curriculares en los procesos de diseminación y desarrollo del Currículum. En J. Escudero Muñoz (Ed.) *Diseño, desarrollo e innovación del currículum.* (pp.189-208). Madrid, España. Editorial Síntesis.
- Autino, B; Galido, A; y Llanos, L. (2018). *Materiales curriculares y una propuesta de clasificación*. Trabajo presentado en las III Jornadas Intercátedras de Antropología, Facultad de Humanidades y Ciencias Sociales de Universidad Nacional de Jujuy.
- Ballesta Pagán, J. (1995). *Función didáctica de los materiales curriculares*. Pixel-Bit: Revista de medios y educación N° 5. Universidad de Murcia. España.
- Gatti, E. (2000). *Modelos Pedagógicos en la Educación Superior*. Asociación de Universidades Grupo Montevideo. En revista Temas y Propuestas. Facultad de Ciencias Económicas -UBA.

- Martínez Bonafé, J. (1999). *Materiales curriculares y cambio educativo. Siete cuestiones abiertas y una propuesta de urgencia.* Universidad de Valencia. España. Recuperado de: https://www.uv.es/bonafe/documents/Materiales%20curricular%20cambio%20educativ.pdf
- MartínBarbero, J. (2003). *Saberes hoy: diseminaciones, competencias y transversalidades*. Revista Iberoamericana de Educación, OEI N°32. Recuperado de: https://rieoei.org/historico/documentos/rie32a01.htm

Análisis de los errores en Matemática de los ingresantes a la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Córdoba - Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y Afines

Ceballos Salas, Valentina – Diaz, Julieta – Nahas, Estefanía – Virgolini, Rubén

Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Córdoba
mvaleceballos@gmail.com – diazjulieta31@gmail.com – tefinahas@gmail.com – rubenvirgolini@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática
Palabras Clave: Errores, Matemática, Ingresantes

Resumen

Los errores son una realidad permanente en el proceso de construcción del conocimiento matemático. Es por esto que la mayoría de las recomendaciones metodológicas acerca de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática coinciden en la necesidad de realizar un diagnóstico de cuáles son los principales errores que aparecen en el proceso de aprendizaje de la matemática e incorporar esta información al momento de planificar la enseñanza de los mismos.
Las dificultades asociadas a los procesos de enseñanza están vinculadas no sólo con aspectos propios de la matemática (naturaleza abstracta, pensamiento lógico), sino también con la institución educativa, el currículo de matemática y la planificación de actividades.
Entendemos a los errores como síntomas de las concepciones que subyacen en las actividades matemáticas de los estudiantes, de acuerdo a la definición de error de Brousseau en Balacheff (1984).
Clarificar la problemática del aprendizaje de matemática en el ingreso a dicha facultad, será relevante para ayudar a los docentes a organizar mejor su enseñanza y para lograr estudiantes competentes en el área.
A partir del marco teórico, los autores planean realizar un proyecto de investigación que tenga como objetivo general analizar los errores al resolver problemas y/o ejercicios que aparecen en las respuestas de los exámenes de Matemática. Se considera como contexto particular el de los estudiantes que buscan ingresar a la Facultad de Ciencias Económicas, de la Universidad Nacional de Córdoba y que están cursando la materia del ciclo de nivelación denominada "Introducción a la Matemática".

Introducción

Planteo del problema general

Los errores son una realidad permanente y constante en el proceso de construcción del conocimiento matemático. Es por esto que la mayoría de las recomendaciones metodológicas acerca de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática coinciden en la necesidad de realizar un diagnóstico de cuáles son las principales dificultades que aparecen en el proceso de aprendizaje de la matemática e incorporar esta información al momento de planificar la enseñanza de los mismos (Abrate, Pochulu y Vargas, 2006).

En términos generales, los estudiantes que ingresan a la universidad presentan un bajo nivel académico, particularmente en la asignatura Matemática, razón por la cual el índice de reprobación y deserción es elevado. Este problema no es exclusivo de una universidad, sino que se presenta en numerosas universidades de diversos países del mundo (Barrón López, Estrada Cabral, Luna González, Loera Ochoa y Ruiz Chávez, 2013).

“El aspecto conceptual y el operacional de los objetos matemáticos y el lenguaje propio de la matemática ponen de manifiesto la naturaleza abstracta y la complejidad de la disciplina. El pensamiento lógico está presente en todas las actividades, aún si se utilizan métodos intuitivos para la demostración de la veracidad de las relaciones que se establecen entre los distintos objetos matemáticos” (Bender, Burroni, Dodera y Lázaro, 2014: 70). De todos modos, las dificultades asociadas a los procesos de enseñanza están vinculadas no sólo con estos aspectos propios de la matemática, sino también con la institución educativa, el currículo de matemática y la planificación de actividades.

Entendemos que “un error es no sólo consecuencia de ignorancia o de incertidumbre o de un accidente. Un error podría ser la consecuencia de un conocimiento previo que tiene su propio interés, su propio éxito, pero que aparece como falso bajo nuevas circunstancias, o más simplemente no adaptado. Así en el análisis didáctico los errores no son entendidos como meras fallas de los alumnos, sino más bien como síntomas de la naturaleza de las concepciones que subyacen en sus actividades matemáticas" (Balacheff, 1984:36).

Consideraremos como contexto particular el de los estudiantes que buscan ingresar a la Facultad de Ciencias Económicas, de la Universidad Nacional de Córdoba[2] y que están cursando la materia del ciclo de nivelación denominada “Introducción a la Matemática”.

Clarificar la problemática del aprendizaje de matemática en el ingreso a dicha facultad, desde el estudio de las concepciones que tienen los estudiantes acerca de ella, será relevante para ayudar a los docentes a organizar mejor su enseñanza y para lograr estudiantes competentes en el área. En este sentido, el estudio de las posibles deficiencias y errores de Matemática que los estudiantes traen del secundario, hace necesaria la “implementación de acciones que nos proporcionen un diagnóstico que nos permita a los docentes generar estrategias para crear entornos de aprendizaje enriquecedores” (Barrón López et al, 2013: 110).

2 En adelante, Facultad de Ciencias Económicas (FCE), de la Universidad Nacional de Córdoba (UNC).

Análisis bibliográfico

Numerosos trabajos (Rico (1995); Esteley y Villarreal (1996); Gamboa (1997); Villagrán, Alcalde Cuevas, Marchena Consejero y Navarro Guzman (1998); Caputo y Soto (2002); Hitt, (2003); Di Blasi Regner (2003), Barrón López et al, (2013), Bender et al (2014), Minnaard, (2016)) coinciden en señalar que existen errores reiterados en el sistema educativo. "Los errores forman parte de las producciones de la mayoría de los estudiantes, y constituyen un elemento estable en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática" (Abrate et al, 2006: 136). Godino, Batanero y Font (2003) establecen que es natural que los estudiantes cometan errores y tengan dificultades en el proceso de aprendizaje y consideran que se puede aprender de los propios errores.

El estudio de los mismos en el aprendizaje de la matemática ha sido de un interés permanente por parte de diferentes investigadores a nivel mundial. Considerando los objetivos presentados por las investigaciones en análisis de errores existentes, las mismas pueden ser agrupadas en dos categorías: aquellas que buscan superar el error a través de su eliminación, donde se pueden encontrar investigaciones que tuvieron la influencia del conductismo y el procesamiento de la información y aquellas que buscan la superación del error a través de la exploración de sus potencialidades, donde aparecen trabajos de carácter constructivista (Abrate et al, 2006).

En este sentido, la investigadora Raffaella Borasi (Cury, 1994; Borasi, 1989), realiza un abordaje sobre las posibilidades existentes en la utilización de análisis de los errores en los procesos de enseñanza y de aprendizaje. Además del mencionado papel tradicional del análisis de errores para lograr identificarlos, clasificarlos y eliminarlos, se plantea el uso de los mismos como instrumentos fundamentales para avanzar en el desarrollo de una disciplina. Es decir, explorar las potencialidades del error, considerarlo un estadio necesario que puede conducir a nuevos descubrimientos, utilizarlo como una herramienta que permite comprender los procesos cognitivos de los estudiantes.

Siguiendo a Rico (1995), los trabajos producidos en torno al análisis de errores en matemática se han centrado en cuatro grandes líneas de investigación:

6. Trabajos relacionados con el análisis, las causas, los elementos, las taxonomías de clasificación de errores;
7. Estudios vinculados al tratamiento curricular de los errores;
8. Investigaciones respecto de la formación de los docentes para poder detectar, interpretar y trabajar con los errores de sus estudiantes y;
9. Estudios psicométricos.

Asimismo, existen numerosas propuestas para la categorización de estos errores (Radatz, (1980); Davis (1984); Booth (1984); Movshovitz-Hadar, Zaslavksy e Inbar (1987); Rico (1995); Esteley y Villarreal (1990, 1992, 1996); Azcárate, Bosch, Casadevall y Casellas (1996); Astolfi (1999); Engler, Gregorini, Müller, Vrancken y Hecklein (2004); Abrate et al (2006); Saucedo (2007); entre otros), lo que hace posible una evaluación y un diagnóstico más eficaz, que ayude a los estudiantes "en sus dificultades cognitivas y sus carencias de sentido de los objetos matemáticos y en el desarrollo de una actitud racional hacia la matemática" (Engler, Gregorini, Müller, Vrancken y Hecklein, 2004: 27).

Especificidades del proyecto de investigación que se llevará adelante en la FCE, UNC

A partir del marco teórico analizado, los autores planean realizar un proyecto de investigación que tenga como objetivo general "analizar los errores al resolver problemas y/o ejercicios que aparecen en las respuestas de los exámenes del curso "Introducción a la Matemática", el cual forma parte del ciclo de nivelación de la FCE, de la UNC".

A su vez, se establecieron los siguientes objetivos específicos:

10. Analizar el rendimiento de los estudiantes de manera global, basándonos en los exámenes realizados por ellos.
11. Identificar los errores correspondientes a contenidos matemáticos que cometen los estudiantes que aspiran a ingresar a cualquiera de las carreras de Ciencias Económicas.
12. Categorizar los errores analizados.

Teniendo en cuenta el propósito de la investigación se plantearon una serie de hipótesis de investigación o anticipaciones de sentido, las cuales no sólo tienen que ver con la identificación y clasificación de los errores, sino también con el desarrollo de propuestas remediales:

13. Existen dificultades comunes en la comprensión de contenidos matemáticos en los estudiantes, que se manifiestan cometiendo errores similares.
14. La identificación de los errores proporciona elementos para el desarrollo, tanto de propuestas didácticas para los docentes, como de estrategias para los estudiantes para que logren revertirlos.

De este modo, la investigación buscará trabajar con los exámenes de la materia "Introducción a la Matemática", del ciclo de nivelación de la FCE, de la UNC y se analizarán los errores y dificultades presentes en la resolución de los ejercicios y problemas.

El núcleo clave de abordaje consistirá en identificar y categorizar los errores más frecuentes que cometen los estudiantes de la asignatura e inferir las posibles concepciones encubiertas en esos errores.

Para esto, se realizará una descripción pormenorizada de los conocimientos matemáticos que se espera que los estudiantes tengan para poder resolver los exámenes de la materia.

A su vez, una primera aproximación a los exámenes consistirá en un estudio exploratorio que permita un análisis descriptivo de los mismos, para posteriormente estudiar las características comunes y no comunes en los errores encontrados. De este modo, se busca lograr una categorización, que permita organizar diferentes estrategias que generen un impacto sobre las prácticas pedagógicas de los docentes de la FCE.

Importancia del proyecto

Muchos estudios han versado en los últimos años respecto de los principales errores y dificultades que aparecen en el proceso de aprendizaje de la matemática. Sin embargo, lo novedoso de la investigación que se llevará adelante es que nunca se han realizado estudios de este tipo en la FCE, de la UNC.

El interés por el estudio en las carreras de Ciencias Económicas se basa en el hecho de que la FCE es una de las más numerosas en términos de estudiantado en la UNC[3], por lo que el estudio permitirá abarcar a un gran porcentaje del estudiantado que tiene materias vinculadas con la matemática.

Al analizar a los ingresantes en relación a la materia "Introducción a la Matemática" en particular, llama la atención la baja proporción de estudiantes que logra regularizarla. Para ilustrar esta situación, se puede observar en la siguiente tabla los datos de estudiantes regulares en relación a la cantidad de inscriptos para los últimos cinco años, información obtenida en base a datos de SIU-Guaraní (Sistema de Información Universitario Guaraní) de la FCE, UNC.

Tabla 1. Cantidad de alumnos regulares e inscriptos en la materia "Introducción a la Matemática" por año.

Año	% de regularizados	Relación regulares/inscriptos
2014	46,44%	1.123/2.407
2015	51,02%	1.128/2.211
2016	38,71%	852/2.201
2017	46,87%	1.100/2.347
2018	40,84%	1.052/2.576

Tabla 1. Datos obtenidos sobre la base de los datos de SIU-Guaraní

Analizar los patrones de error que cometen los estudiantes, permitirá observar si existen concepciones inadecuadas y cuáles son los temas en los que más se observan errores y dificultades. Será posible, de este modo, organizar diferentes estrategias para un mejor aprendizaje a partir de las temáticas que se identifiquen como las que generan mayores dificultades.

El proyecto tendrá un impacto sobre las prácticas pedagógicas de los docentes de la Facultad, a la vez que permitirá generar entornos de aprendizaje que sean enriquecedores para los estudiantes de las carreras que allí se dictan, posicionándolos en un rol activo, que les permita comprender y darles significado a los objetos matemáticos.

Aún más, el hecho de que en la Facultad se dicte el "Profesorado de Enseñanza Media y Superior en Ciencias Económicas" dará a los profesores en formación "un conocimiento general de los esquemas

3 De acuerdo al Anuario Estadístico de la UNC, en el 2015, del total de ingresantes el 12,3% eligió las carreras de Ciencias Económicas.

teóricos de interpretación y desarrollo curricular derivado del diagnóstico, tratamiento y superación de los errores en el aprendizaje de esta ciencia" (Abrate, et al: 2006, 16).

Asimismo, el proyecto será de utilidad para el Programa de Tutorías para primer año que próximamente se llevará adelante en la FCE y cuyo objetivo es promover el fortalecimiento de las condiciones institucionales, curriculares y pedagógicas para el mejoramiento de la inserción y promoción de los estudiantes ingresantes. Si bien este proyecto aún no ha llegado al Consejo Directivo, hemos tenido acceso al mismo a través de la Secretaría de Asuntos Estudiantiles de la FCE que nos brindó una versión preliminar.

Por último, el categorizar los errores encontrados en términos empíricos, permitirá proponer que el estudio se replique en las otras materias del ciclo de nivelación ("Introducción a la Contabilidad" e "Introducción a los Estudios Universitarios y a la Economía").

Referencias

- Abrate, R., Pochulu, M. y Vargas, J. (2006). *Errores y dificultades en matemática. Análisis de causas y sugerencias de trabajo*. Buenos Aires: Universidad Nacional de Villa María.
- Astolfi, J. P. (1999). *El "error", un medio para enseñar*. Sevilla: Díada Editora.
- Azcárate, C., Bosch, D., Casadevall, M. y Casellas, E. (1996). *Cálculo Diferencial e integral.* España: Editorial Síntesis.
- Balacheff, N. (1984). French research activities in Didactics of Mathematics – some key words and related references-. *Theory of Mathematics Education* ICME 5 – Topic area and miniconferences: Adelaide, Australia. Bielefeld: Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld, 33-38.
- Barrón López, J., Estrada Cabral, J., Luna González, J., Loera Ochoa, E. y Ruiz Chávez, O. (2013). Errores matemáticos más comunes de los alumnos de nuevo ingreso en las clases de física y matemáticas de las carreras de ingeniería de la UACJ. CULCyT, Año 10, No 50: Especial No 2.
- Bender, G., Burroni, E., Dodera, G. y Lázaro, M. (2014). Errores, actitud y desempeño matemático del ingresante universitario. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 38, 69-84.
- Booth L.R. (1984). *Algebra: children's strategies and errors*. Windsor: NFER-Nelson.
- Borasi, R. (1989). S*tudents' constructive uses of Mathematical Errors: a taxonomy. Graduate School of Education and Human Development.* New York: University of Rochester.
- Caputo, L. y Soto, N. (2002). *Proporcionalidad directa e inversa: dificultades en su aprendizaje.* Universidad Nacional del Nordeste.
- Cury, H. (1994). *As concepções de matemática dos professores e suas formas de considerar os erros dos alunos (*Tesis de Doctorado en Educación). Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Davis, R. (1984). *Learning Mathematics. The cognitive Science Approach to Mathematics Education*. Australia: Croom Helm.

- Di Blasi Regner, M. (2003). Dificultades y Errores: Un estudio de caso. Comunicación breve llevada a cabo en el II Congreso Internacional de Matemática Aplicada a la Ingeniería y Enseñanza de la Matemática en Ingeniería, Buenos Aires.
- Esteley, C. y Villarreal, M. (1990). Categorización de errores en Matemática. XIII REM. San Luis.
- Esteley, C. y Villarreal, M. (1992). Análisis y categorización de errores en Matemática. XV REM. Tandil.
- Esteley, C. y Villarreal, M. (1996). Análisis y categorización de errores en Matemática. Revista de Educación Matemática, 11, 16 – 33.
- Engler, A., Gregorini, M., Müller, D., Vrancken, S. y Hecklein, M. (2004). *Los errores en el aprendizaje de la matemática*. Santa Fe, Argentina: Facultad de Ciencias Agrarias - Universidad Nacional del Litoral.
- Gamboa, J. (1997). *Los errores en el aprendizaje de la Matemática.*
- Godino, J., Batanero C. y Font V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática para maestros*. Universidad de Granada.
- Hitt, F. (2003). *Dificultades en el aprendizaje del cálculo. Décimo primer Encuentro de Profesores de Matemáticas del Nivel Medio Superior*. Morelia: Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.
- Minnaard, C. (2016). Análisis de los errores en matemática de los alumnos ingresantes a las carreras de Ingeniería: el Test Diagnóstico en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Lomas de Zamora. Revista Iberoamericana de Producción Académica y Gestión Educativa.
- Movshovitz-Hadar, N., Zaslavksy, O. y Inbar, S. (1987). An empirical clasification model for errors in high school mathematics. Journal for research in mathematics education, 8.
- Radatz, H. (1979). Error analysis in mathematics education. Journal for Research in Mathematics Education, 10, 163-172.
- Radatz,(1980). Students' errors in the mathematical learning process: a survey. For the Learning of Mathematics, 1, 16 – 20.
- Rico, L. (1995). Errores en el aprendizaje de la Matemática. In: KILPATRICK, J.; GÓMEZ, P.; Rico, L. (Coord.). Educación Matemática, México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Saucedo, G. (2007). *Categorización de errores algebraicos en alumnos ingresantes a la Universidad.* Santa Fe, Argentina: Universidad Nacional del Litoral.
- Villagrán, M., Alcalde Cuevas, C., Marchena Consejero, E. y Navarro Guzman, J. (1998). Las dificultades en la resolución de problemas aritméticos al iniciarse el segundo ciclo de la educación primaria. Comunicación llevada a cabo en el II Congreso Iberoamericano de Psicología, Madrid.

Clasificación Binaria de Textos Utilizando SVM

García Fronti, Javier Ignacio

Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ciencias Económicas, IADCOM, CIMBAGE
javier.garciafronti@economicas.uba.ar

Especialidad: Educación Matemática
Palabras Clave: Clasificación binaria, Textmining, SVM

Resumen

La tasa de crecimiento de la información textual (no estructurada) de los últimos años hace muy difícil mantenerse actualizado en un determinado tema pues el crecimiento es muchas veces exponencial. Los métodos de análisis automático de información no estructurada (*textmining*) se han convertido en una herramienta eficiente para extraer datos del vasto universo de textos disponibles y poder clasificarlos, encontrar nuevas relaciones o predecir comportamientos futuros.Dentro de las técnicas de clasificación, el *sentimentanalysis*es un caso especial que permite procesar y categorizar opiniones expresadas en textos, determinando si la actitud del escritor es positiva, negativa o neutral.

En esta ponencia presentamos la experiencia didáctica de diseñar y dictar el curso denominado **"Clasificación binaria de textos utilizando *Support Vector Machine* (SVM)"** para alumnos de la carrera de Actuario de nuestra facultad. En el mismo se propone introducir a los alumnos en el método SVM, el cual permite clasificar textos cortos (*tweets*) de acuerdo con el tono (positivo o negativo) de los mismos (*sentimentanalysis*).

La implementación presentada resulta de particular interés didáctico. En primer lugar, presenta visualmente como los diferentes pasos de un experimento de aprendizaje automático se conectan, a la vez que permite una interacción permanente con cada etapa. En segundo lugar, al estar alojado en la nube, tanto la base de datos como la inteligencia de procesamiento, puede ser usado por los alumnos en cualquier dispositivo que tengan disponible. Por último, es importante destacar la posibilidad que tiene la plataforma de publicar los trabajos y compartirlos.

Introducción

La tasa de crecimiento de la información textual (no estructurada) de los últimos años hace muy difícil mantenerse actualizado en un determinado tema pues el crecimiento es muchas veces exponencial. Los métodos de análisis automático de información no estructurada (*textmining*) se han convertido en una herramienta eficiente para extraer datos del vasto universo de textos disponibles y poder clasificarlos, encontrar nuevas relaciones o predecir comportamientos futuros. Sus aplicaciones son muchas y diversas: detección de fraudes en informes financieros, análisis de información en redes sociales para marketing, análisis de información corporativa vinculada con postventa, evaluación del impacto de los precios de los mercados financieros en la economía, análisis de normativa gubernamental (o regulatoria de asociaciones profesionales), clasificación de documentación corporativa para la toma de decisiones, etc.

Dentro de las técnicas de clasificación, el *sentimentanalysis*es un caso especial que permite procesar y categorizar opiniones expresadas en textos, determinando si la actitud del escritor es positiva, negativa o neutral. Esta actividad propuesta para los estudiantes de actuario, parte de un conjunto de textos y se propone clasificarlos en dos grupos: actitud positiva o actitud negativa.

Para lograr este objetivo propuesto, necesitamos utilizar un enfoque de aprendizaje automático, presentar un conjunto de ejemplos al sistema para que este “aprenda” y, luego, poder utilizarlo para clasificar nuevos textos. En particular, se parte de una base de datos que contiene tweets clasificados con los cuales se entrena el modelo. En primer lugar, cada tweet es convertido en un *vector de características*. Este conjunto de vectores se utiliza para entrenar un modelo SVM de dos clases, que, luego, puede ser utilizado para predecir el *tono* (positivo o negativo) de nuevos textos.

En los últimos años, el uso de plataformas en la nube ha permitido utilizar algoritmos más potentes y poder procesar grandes volúmenes de datos. Para este curso se utiliza el servicio de Microsoft denominado *Azure Machine* Learning (Barga, Fontama, Tok, y Cabrera-Cordon, 2015), el mismo cuenta con el módulo declasificación SVM.

Esta herramienta cuenta con varias ventajas: (i) Al encontrarse enteramente en la nube, es posible utilizarla desde cualquier computadora o celular con acceso a internet, lo cual la hace más inclusiva en contextos áulicos, (ii) El entorno de trabajo cuenta con diversas bases de datos para que los alumnos puedan trabajar directamente (iii) Cuenta con numerosos módulos de aprendizaje automático disponibles (iv) es una herramienta que utilizan nuestros graduados en el mercado (v) permite volcar el algoritmo entrenado en una web, para su utilización en internet. Asimismo, el experimento en la nube que se presenta en este curso se encuentra disponible en la galería de la plataforma.

Este documento se estructura en tres secciones. La siguiente sección describe la etapa de preprocesamiento de los textos, se parte de la base de tweets clasificados que se encuentran en la plataforma y se realizan una serie de procedimientos para darle un formato específico que permite iniciar el entrenamiento del modelo SVM. En la sección 3, se presenta el entrenamiento del modelo SVM y la evaluación de su eficacia, testeándolo a partir de nuevos textos. Por último, en la sección 4, se presenta la estructura del curso que se dicta en nuestra facultad sobre la temática.

Preprocesamiento de la base de datos

Los datos utilizados en este experimento son el conjunto de datos *Sentiment140*, un conjunto de datos públicamente disponible creado por tres estudiantes graduados de la Universidad de Stanford: Alec Go, Richa Bhayani y Lei Huang.

Los datos comprenden aproximadamente 1,600,000 tweets (en idioma inglés) capturados automáticamente de Twitter.A los fines de contar con textos clasificados, los autores etiquetaron aquellos tweets que contenían emoticones positivos, como positivo, y,los que contenían emoticones negativos, como negativo, eliminando los tweets que contenían tanto emoticones positivos como negativos[4]. Para esta actividad

[4]Para ver detalles del proceso consultar el trabajo de Bhayani y Huang (2009).

didáctica, y con fines de un trabajo ágil en el aula, se utilizaron solamente un 10% de los textos disponibles (aproximadamente 160,000 tweets).

En la base original, los datos se presentan en 2 columnas denominadas:

1. **sentiment_label**(0 = negativo, 4 = positivo)
2. **tweet_text** el texto del tweet

Lo primero que se realiza con los datos es un preproceso de *limpieza* utilizando el lenguaje de programación R donde se elimina la puntuación, se eliminan los dígitos y se convierte todo el texto a letras minúsculas. En segundo lugar, se utiliza el módulo “EditMetadata” para marcar la columna de texto como columna no categórica. En tercer lugar, se obtienen las frecuencias de ocurrencia de las palabras (o grupos de palabras) en cada texto, transformando los textos en números. En cuarto lugar, y para finalizar la primera etapa de preparación de los datos, se divide la base en dos grupos: 80% se utilizará para entrenar el modelo SVM y el 20 % restante para su correspondiente evaluación. Este proceso se representa en la Figura 1 a continuación.

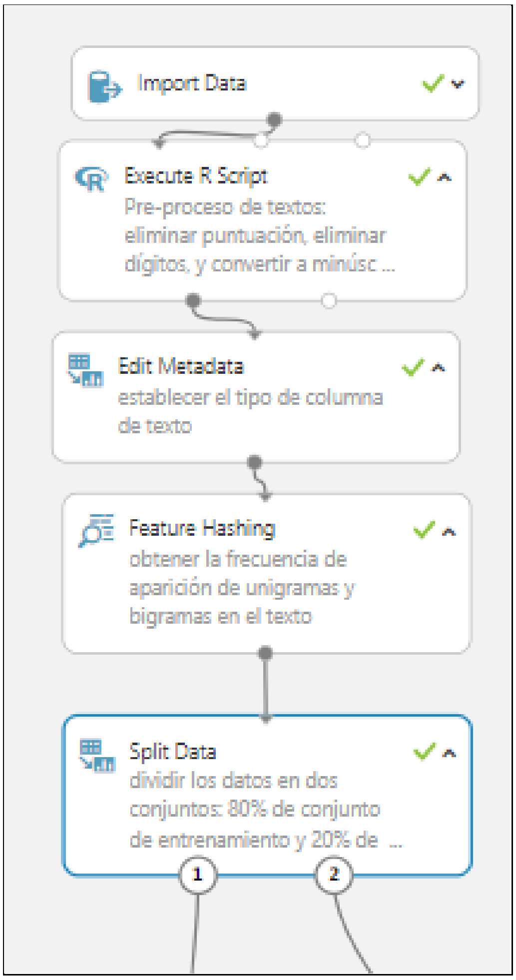


Figura 1. Preprocesamiento de la base de datos en *Microsoft Azure Machine Learning*

Entrenamiento del modelo *SVM*

Finalizado el *Split data* mencionado al finalizar la sección anterior, contaremos con un 80% de los datos (vectores de características que representan a los tweets originales) disponibles para ser utilizados en el proceso de entrenamiento.

Para realizar la clasificación binaria de los vectores de características, se utiliza el módulo **Two-ClassSupport Vector Machine (SVM).** *SVM*es un modelo de aprendizaje supervisado que requiere datos etiquetados (en este caso: positivo o negativo es la etiqueta). Durante el proceso de entrenamiento, el algoritmo analiza los ejemplos y reconoce patrones en un espacio de funciones multidimensionales denominado hiperplano donde se representan dichos ejemplos como puntos y se asignan categorías (en este caso 2). Una vez entrenado, el algoritmo SVM asigna a los nuevos datos una categoría determinada, permitiendo clasificar nueva información.

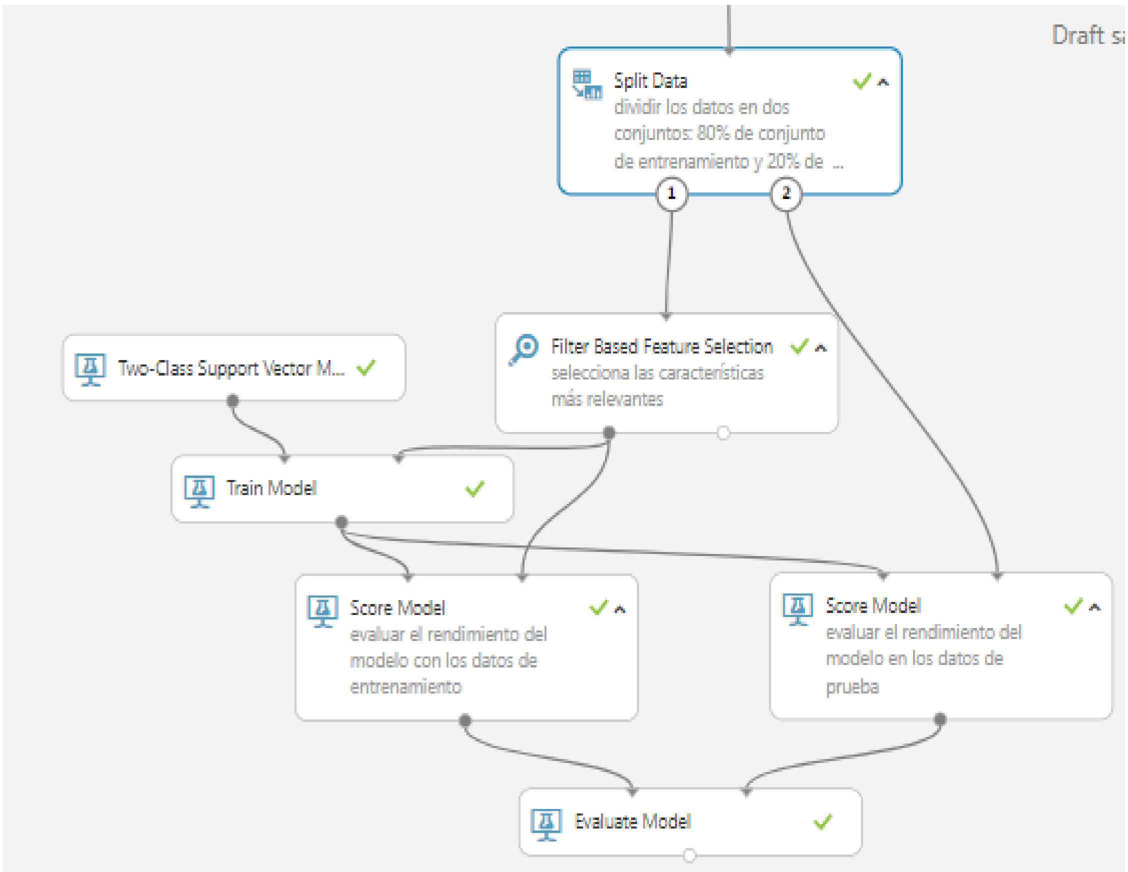


Figura 2. Calibración de parámetros y entrenamiento del modelo

En el presente caso, como se puede observar en la figura 2, el modelo se entrena utilizando ejemplosque provienen del 80% de la base de datos. Luego de entrenado, se realizan dos puntuaciones (*scoring*) de dicho entrenamiento. En primer lugar, se evalúa el rendimiento del modelo con los mismos datos usados, en segundo lugar, se puntúa con los datos de prueba (el 20% restante). Finalmente, se agrega el módulo “Evaluar”, para obtener las métricas (ROC y precisión). Estos procesos se pueden visualizar en la Figura 2.

Curso dictado en la Facultad de Ciencias Económicas (UBA)

El curso al cual se refiere esta ponencia se dicta en el marco de la formación de estudiantes de grado de actuario de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires, dentro de la cátedra de Análisis Numérico.

Se propone darle al asistente, en primer lugar, una introducción alas técnicas de clasificación de textos. En segundo lugar, se analiza la problemática del *sentimentanalysis*de textos, incluyendo la problemática de convertir los textos en vectores de “características”. Por último, se implementa la solución en una plataforma en la nube.

La estructura del curso es la siguiente:

Clase 1: Clasificación de textos

Introducción al textmining

Espacio vectorial de documentos

Técnicas de clasificación. Sentiment Analysis

Support vector Machine

Clase2: Experimento

Introducción a la herramienta informática: Microsoft Azure Machine learning

Modelo implementado: Clasificación binaria de textos utilizando SVM

Los asistentes analizan en detalle el modelo clasificación presentado y lo implementan en *Microsoft Azure machine learning*. Esto se reflejará en un trabajo final con formato de informe que se evalúa.

Conclusión

La implementación presentada resulta de particular interés didáctico. En primer lugar, presenta visualmente como los diferentes pasos de un experimento de aprendizaje automático se conectan, a la vez que permite una interacción permanente con cada etapa. En segundo lugar, al estar alojado en la nube, tanto la base de datos como la inteligencia de procesamiento, puede ser usado por los alumnos en cualquier dispositivo que tengan disponible. Por último, es importante destacar la posibilidad que tiene la plataforma de publicar los trabajos y compartirlos.

Referencias

- Barga, R., Fontama, V., Tok, W. H., & Cabrera-Cordon, L. (2015). *Predictive analytics with Microsoft Azure machine learning*. New York: Apress.

- Go, A., Bhayani, R., & Huang, L. (2009). Twitter sentiment classification using distant supervision. CS224N Project Report, Stanford, 1(12).
- Suthaharan, S. (2016). *Support vector machine*. In Machine learning models and algorithms for big data classification (pp. 207-235). Springer, Boston, MA.
- Witten, I. H., & Frank, E. (2011). *Data Mining: Practical machine learning tools and techniques*. London:Morgan Kaufmann.

Reinventando las Formas de Evaluación: una Experiencia con Estudiantes de Primer Año de Ciencias Económicas

Schneebeerger, Marino - Ponce, Sandra – Battisti, Marisa - Yusef Domínguez, Fernando
Facultad de Ciencias Económicas - UNER
marinos@fceco.uner.edu.ar - poncesandraliliana@fceco.uner.edu.ar - mbattisti@fceco.uner.edu.ar - fernandoyusef@fceco.uner.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Enseñanza, Estrategias, Aprendizaje, Evaluación, Rendimiento

Resumen

Con la diversificación de tecnologías y las facilidades para acceder a las mismas, hoyno se discute la irrupción en el aula universitaria de nuevas maneras de enseñar, aprender y evaluar. Entendiendo que la gestión y utilización de estas herramientas señalan un camino de mejora en la calidad educativa, desde la cátedra *Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas* asumimos el compromiso de capacitarnos para adaptar los contenidos y las estrategias, con el fin de sacar el mayor provecho a estos recursos.
Este trabajo apunta a describir y compartir los resultados de una de las acciones implementadas en el segundo cuatrimestre del 2017 en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Entre Ríos, enmarcada en el Proyecto de Innovación e Incentivo a la Docencia titulado *"Elaboración e implementación de cuestionarios en Moodle como herramientas de autoevaluación para alumnos de primer año que cursan Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas"*, el cual a su vez dio lugar a la generación de un proyecto de investigación aprobado y en proceso de desarrollo denominado "**Impacto de las metodologías de enseñanza en el aprendizaje del Álgebra en alumnos de primer año de las carreras**

de Contador Público y de Licenciatura en Economía", que implica ajustar a estas metodologías también las formas y estrategias de evaluación.
Se planteó como una experiencia que permita indagar acerca de las reales posibilidades de implementación de estas acciones en el marco de lo previsto en el proyecto de investigación, para incorporarlas efectivamente durante su desarrollo.

Introducción

Preguntarnos por qué evaluamos, cómo lo hacemos y cuándo, contribuye a consolidar los cambios en la metodología docente que nos llevan a mejorar la calidad de los procesos educativos. Reconociendo la influencia quetiene la evaluación sobre la motivación y la consolidación de lo aprendido, es importante concebirlae incluirla como un elemento más dentro de la actividad general de formación, y no como una actividad final desligada del aprendizaje. (Barberá, 2006; Brown y Glasner, 2003)

En este sentido tenemos que buscar, también en este campo, la innovación, abriendo el abanico de herramientas de evaluación y adaptándolas a las diferentes actividades que propongamos a nuestros estudiantes. Sin dudas, el aporte de la tecnología muestra nuevos caminos. Los entornos virtuales, por ejemplo, nos facilitan parte de la tarea aportando flexibilidad, inmediatez, automatismo y comodidad, especialmente a la hora de evaluar grupos numerosos de estudiantes.

Nuestra Universidad ha adoptadodesde hace varios años la plataforma Moodle. La misma cuenta con varios módulos que permiten evaluar los aprendizajes, bajo una serie de opciones que se adaptan a las características de los contenidos y tipo de curso. Casales, Rojas y Paulí (2008) señalan como una de las características más interesantes de esta plataformala posibilidad de comprobar el nivel de asimilación de conocimientos y habilidades del estudiante mediante actividades como los cuestionarios, las tareas, los talleres y los foros. Algunas de estas actividades pueden diseñarse con el fin de que el estudiante pueda autoevaluarse.

Justamente el *módulo cuestionario de Moodle*, permite diseñar una colección de preguntas de distintos tipos (opción múltiple, respuesta corta, verdadero /falso, emparejamiento, preguntas incrustadas, preguntas numéricas, etc.), estableciendo de esta manera criterios para su evaluación, pudiendo el estudiante recibir una valoración inmediata de sus repuestas.

Según Sadaba (2016), algunas de las características destacables de loscuestionarios son:

- ✓ Permiten armar una base de datos con preguntas, que pueden reutilizarse.
- ✓ Los cuestionarios se corrigen y califican de manera automática, lo cual da lugar a una retroalimentación inmediata.
- ✓ Las preguntas pueden mezclarse en forma aleatoria, para disminuir las posibilidades de copia.
- ✓ Se pueden almacenar las preguntas en categorías, por tema, por tipo de preguntas, etc. y pueden editarse todas las veces que se necesite.
- ✓ Posibilitan un sistema de informes sobre cuáles son los errores más comunes para disponer las medidas adecuadas.

Consideramos entonces que aprovechar las ventajas anteriores utilizando la tecnología en las prácticas evaluativas, nos permitiría entre otras cosas, ofrecer diversos caminos para que los alumnos muestren sus avances, teniendo en cuenta la diversidad de intereses, necesidades y ritmos de cada uno.

Por ello decidimosaprovechar las herramientas de la plataforma para la elaboración de ***cuestionarios virtuales de autoevaluación***, para ser utilizados durante el cursado de la asignatura durante el segundo cuatrimestre.

Con la implementación de este tipo de evaluaciones, esperábamosque los estudiantes conozcan y experimenten nuevas formas de evaluar, que sean complementarias de las tradicionales evaluaciones escritas presenciales y que las mismas resultaran más motivadoras para los estudiantes que las formas tradicionales que hasta el momento se veníanimplementando, fomentando mayor interés y compromiso con estas instancias, siempre con la finalidad de lograr mejores resultados.

Metodología

Una de las características del dictado de Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas durante el segundo cuatrimestre de cada año es el número de alumnos inscriptos, tratándose en general, de alumnos que recursan luego de quedar libres en el primer cuatrimestre. Durante el 2017 este número fue de 116 alumnos, divididos en dos comisiones que trabajaron la teoría y la práctica en instancias separadas, con un total de 6 horas semanales. Del total de inscriptos, 78 alumnos rindieron al menos un parcial y 55 de ellos resolvieron la autoevaluación propuesta.

La realización del cuestionario de autoevaluación se diseñó comouna instancia obligatoria a efectivizar por los estudiantes previo a la finalización del cursado, luego de haber desarrollado el total de contenidos a evaluar (módulo de Álgebra Lineal), y constituyó un requisito de carácter obligatorio para lograr su regularidad en la asignatura o su promoción de la práctica, según los resultados obtenidos en las evaluaciones parciales presenciales.

Dada la necesidad de contar con problemas enfocados tanto al cálculo como a la revisión de temas teóricos, se elaboraron alrededor de 60 preguntas, abarcando los temas del módulo: matrices, sistemas de ecuacioneslineales, determinantes y matriz inversa, las cuales se cargaron en el banco de preguntas (Figura 1) habilitado a tal efecto en la plataforma virtual. Estas preguntas se dividieron en subcategorías, según el tema y la dificultad.

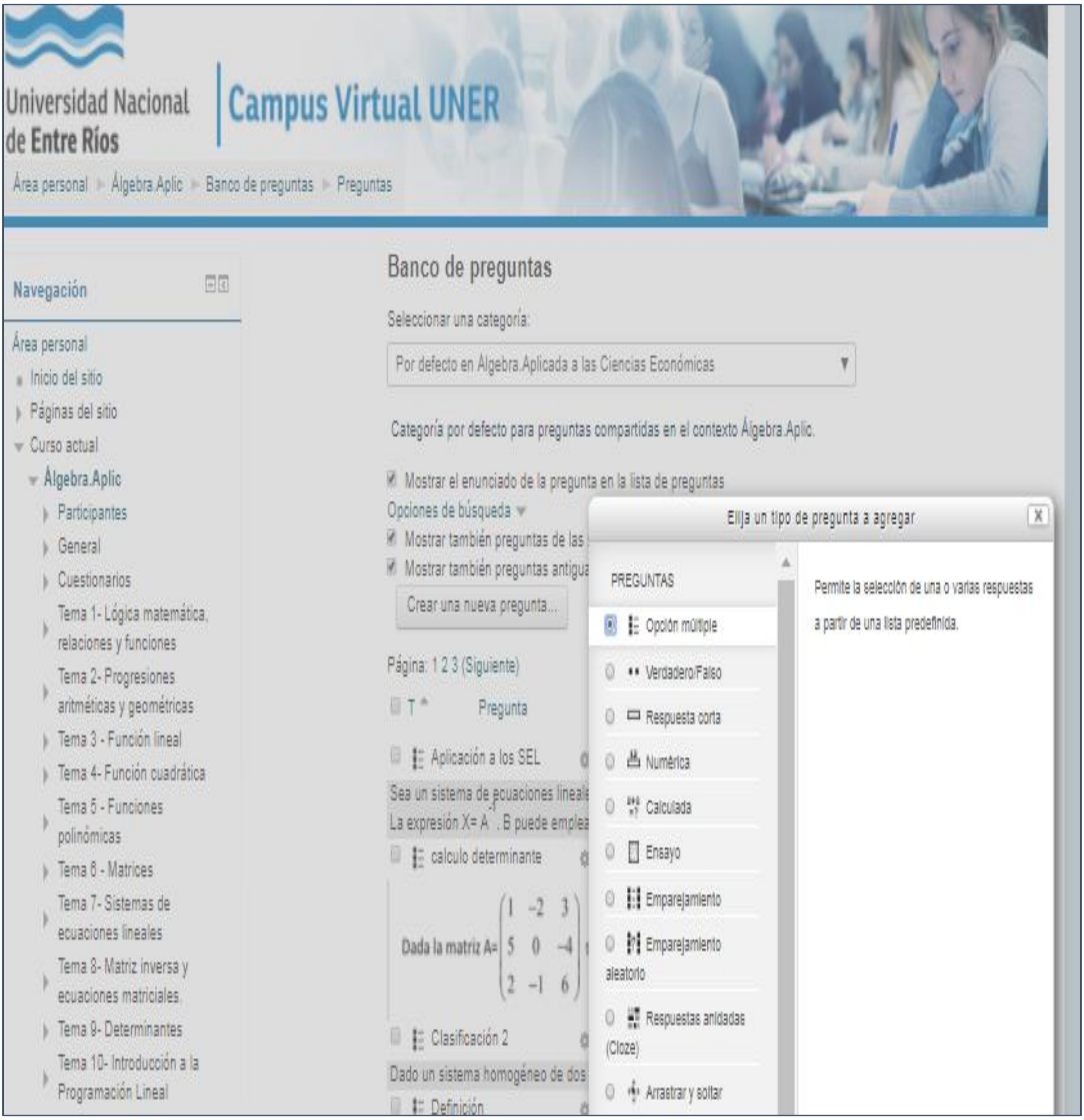


Figura 1: Vista del Banco de preguntas del espacio virtual de la cátedra en MOODLE

En la Figura 2 se muestran algunas de las preguntas diseñadas, a manera de ejemplo.

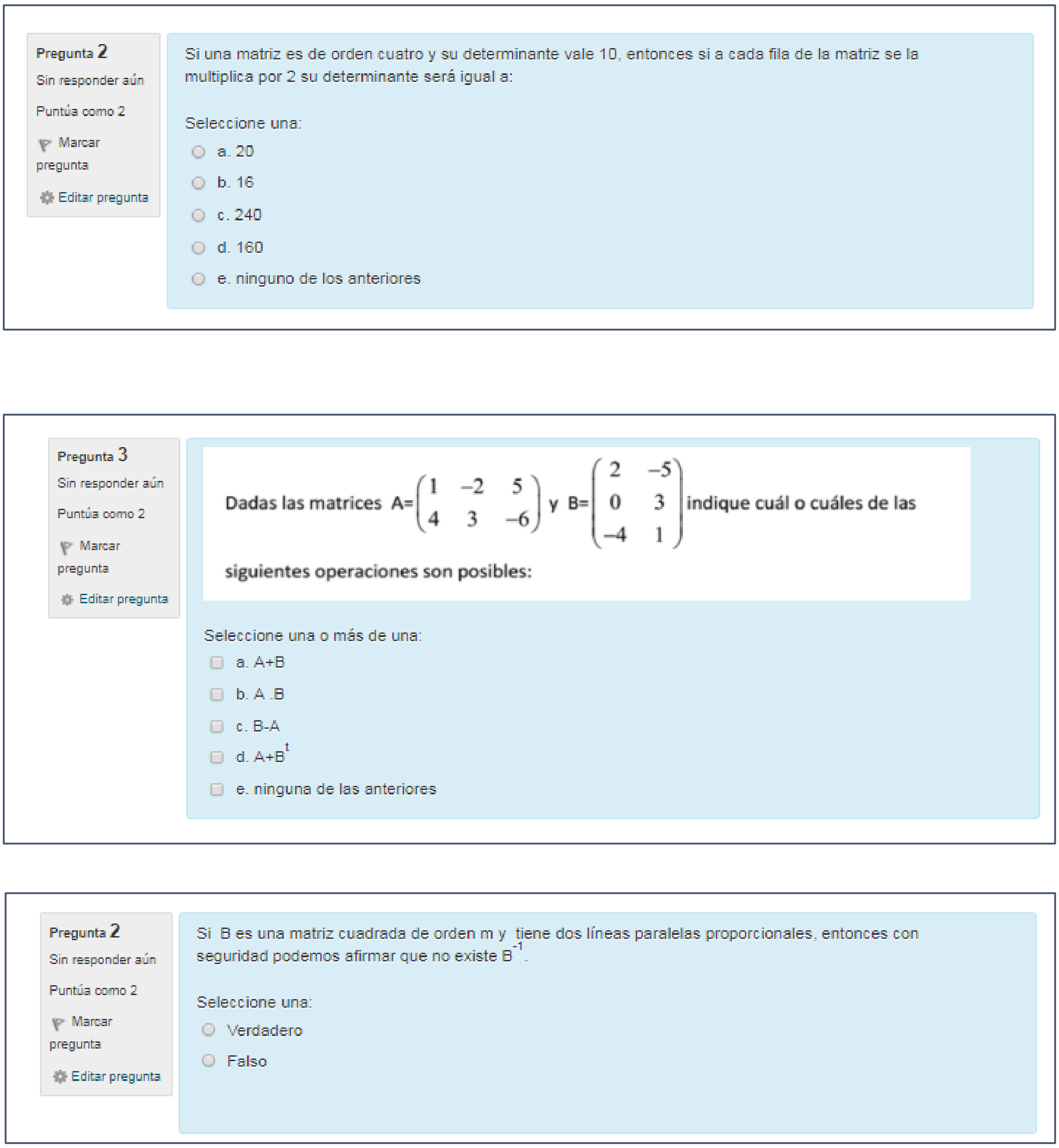


Figura 2: Vista de algunas preguntas incluidas en el Banco de preguntas

Con las preguntas del banco se armaron 13 cuestionarios de 5 preguntas cada uno, con retroalimentación diferida y un solo intento permitido. Cada cuestionario se habilitó en el día programado desde las 7 hasta las 20 hs. Los estudiantes fueron ubicados en “grupos separados no visibles” y a cada grupo se le asignó uno de los cuestionarios de manera arbitraria. El estudiante podía decidir en qué momento dentro de ese tiempo comenzaba a contestar el cuestionario, teniendo un tiempo total de 60 minutos para responder. Como método de calificación se eligió la calificación obtenida en el intento.

Los tipos de preguntas utilizados fueron de múltiple opción y verdadero/falso para las cuestiones teóricas y de respuesta numérica para otros problemas de índole más práctico, requiriendo un resultado que se comparaba con otro previamente cargado.

Cada cuestionario fue evaluado de acuerdo al tiempo promedio que se tardó en responder, calificación obtenida, número de respuestas correctas, incorrectas y no contestadas.

En la Figura 3, aparece una vista de la salida de evaluación del cuestionario N° 6.

de correo	Estado	Comenzado el	Finalizado	Tiempo requerido	Calificación/10	P. 1 /2	P. 2 /2	P. 3 /2	P. 4 /2	P. 5 /2
aren@hotmail.com	Finalizado	3 de noviembre de 2017 07:19	3 de noviembre de 2017 07:45	26 minutos 37 segundos	8	✓ 2	✗ 0	✓ 2	✓ 2	✓ 2
y@gmail.com	Finalizado	3 de noviembre de 2017 09:06	3 de noviembre de 2017 09:45	38 minutos 38 segundos	4	✗ 0	✗ 0	✗ 0	✓ 2	✓ 2
5@gmail.com	Finalizado	3 de noviembre de 2017 12:17	3 de noviembre de 2017 12:26	9 minutos 1 segundos	10	✓ 2	✓ 2	✓ 2	✓ 2	✓ 2
@hotmail.com	Finalizado	3 de noviembre de 2017 16:59	3 de noviembre de 2017 17:55	55 minutos 49 segundos	10	✓ 2	✓ 2	✓ 2	✓ 2	✓ 2
4@hotmail.com	Finalizado	3 de noviembre de 2017 17:21	3 de noviembre de 2017 17:52	31 minutos 26 segundos	6	✓ 2	✗ 0	✗ 0	✓ 2	✓ 2
ez@gmail.com	Finalizado	3 de noviembre de 2017 17:36	3 de noviembre de 2017 17:44	7 minutos 42 segundos	4	✓ 2	✗ 0	✗ 0	✓ 2	✗ 0
re@hotmail.com	Finalizado	3 de noviembre de 2017 18:18	3 de noviembre de 2017 18:24	5 minutos 58 segundos	4	✓ 2	✗ 0	✗ 0	✗ 0	✓ 2

Figura 3: Vista de la salida de evaluación del Cuestionario N° 6

Una vez finalizado el tiempo en que los cuestionarios estuvieron habilitados, la plataforma proporcionó los resultados globales y un resumen estadístico delos mismos, como se muestra en la Figura 4.

Q#	Nombre de la pregunta	Intentos	Índice de dificultad	Desviación estándar	Calificación aleatoria estimada	Peso estimado	peso efectivo	Índice de Discriminación	Eficiencia discriminativa
1	un elemento en particular	7	85.71%	37.80%	25.00%	20%	15.56%	14.85%	30.00%
2	producto	7	28.57%	48.80%	50.00%	20%	25.40%	68.31%	100.00%
3	determinantes e inversa	7	42.86%	53.45%	50.00%	20%	27.93%	84.16%	100.00%
4	igualdad de matrices	7	85.71%	37.80%	25.00%	20%	15.56%	14.85%	30.00%
5	sistemas homogeneos	7	85.71%	37.80%	50.00%	20%	15.56%	14.85%	30.00%

Figura 4: Vista del análisis estadístico del Cuestionario N° 6, ofrecido por la plataforma de manera automática.

Los parámetros estadísticos utilizados por Moodle se calculan siguiendo la teoría clásica de los test[5]. Aparece la columna *"Índice de dificultad"*de cada pregunta, el cual evalúa cuán fácil o difícil resulta una pregunta a los estudiantes.En el caso de que las preguntas puedan distribuirse dicotómicamente como correcta/incorrecta, este parámetro coincide con el porcentaje de usuarios que la responden correctamente. Este índice nos permite aumentar o disminuir la dificultad en las preguntas en futuros usos y según los objetivos que nos propongamos.

La columna *"Desviación estándar"* mide la dispersión de las respuestas en la población que responde, calculándola como la desviación estándar para la muestra de puntuaciones fraccionadas (correctas/máxima) para cada pregunta particular.

También leemos una columna conel *"Peso estimado"* (se refiere al puntaje que ha sido otorgado a esa pregunta) y el *"Peso efectivo"*(puntaje que debería haberse dado a la misma).

El "Índice de discriminación" proporciona un indicador bruto del desempeño en cada ítem por separado de los estudiantes competentes frente a los menos competentes. Por último, la columna "Eficiencia de

[5]https://tecnoeduca.uap.edu.ar/file.php/1/Moodle18_Manual_Prof_ok.pdf
(consultado el 13/1/18)

discriminación" indica qué tan efectiva es la pregunta para clasificar/separar/discernir a los estudiantes más capaces de los menos capaces.

Resultados y conclusiones

De las calificaciones obtenidas por los 55 estudiantesque realizaron el cuestionario asignado (total 13 cuestionarios habilitados) se desprende un promedio general de 59.84 % como nota final.

La Figura 5 muestra discriminadas las calificaciones según el cuestionario.

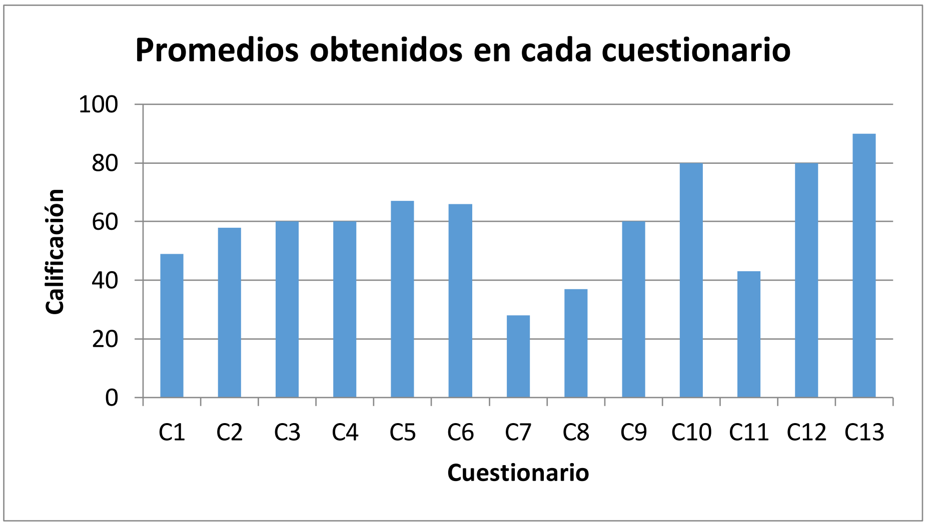


Figura 5: Promedios obtenidos en los 13 cuestionarios habilitados.

Por otro lado, la Figura 6 muestra la distribución de los alumnos según los rangos de calificaciones obtenidas. De la misma se concluye que un 37 % de los estudiantes superó la calificación de 60 puntos.

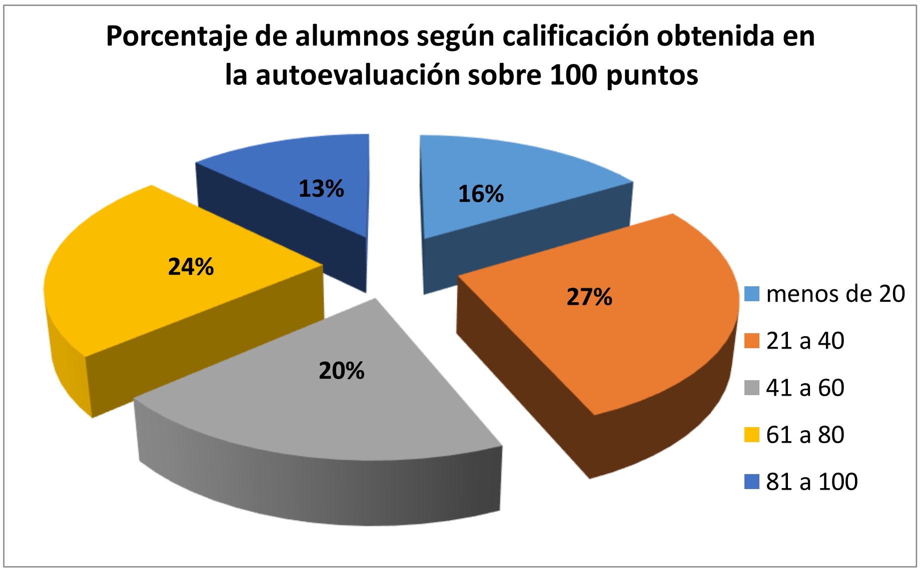


Figura 6: Porcentaje de estudiantes en cada rango de calificación.

Respecto de las conclusiones, podemos afirmar que el uso de la herramienta implicó un desafío para el equipo de cátedra, debido a que insumió tiempo y esfuerzo la tarea de indagar sobre las posibilidades de la plataforma y en particular de la herramienta utilizada.

El uso del recurso por parte de los estudiantes tuvo una elevada adhesión, considerando que era la primera experiencia de este tipo llevada a cabo en nuestra cátedra. Consideramos que sirvió como una forma complementaria de preparación para rendir el examen final y para consolidar las nociones aprendidas. El hecho de contar con los resultados de la autoevaluación de manera inmediata, fue considerado como algo positivo por los alumnos, a la vez que la corrección automática de los cuestionarios permitió optimizar los tiempos de los docentes. Las posibilidades de editar y ampliar el banco de preguntas en cualquier momento, resultó un factor motivador para estos últimos.

Sin dudas, la experiencia realizada nos compromete a continuar indagando acerca de las posibilidades que las nuevas tecnología ponen a nuestro alcance con el fin de elevar la calidad de nuestro accionar en el aula.

Referencias bibliográficas

- BARBERÁ, E. (2006) “Aportaciones de la tecnología a la e-Evaluación”, en RED. Revista de Educación a Distancia, año V, monográfico VI, 2006, disponible en http://www.um.es/ead/red/M6/barbera.pdf [Fecha de consulta: 15-1-2018].
- BROWN, S., GLASNER, A. (Eds.)(2003) “Evaluar en la Universidad. Problemas y nuevos enfoques”. Madrid. Narcea Ediciones.
- CAMILLONI, A. y otros (2015).” La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo”. Bs. As. PAIDOS.
- CASALES, R.; ROJAS, J. y PAULÍ, G. (2008). “Algunas experiencias didácticas en el entorno de la plataforma Moodle”. Revista de Informática Educativa y Medios Audiovisuales, 5(19), 1-10
- MAGGIO, M. (2018).”Reinventar la clase en la Universidad”. Bs. As. PAIDOS.
- SADABA, A (2016). Clase 2: Criterios e instrumentos de evaluación. Seminario “Construyendo cuestionarios en Moodle”. Área de Educación a Distancia. Universidad Nacional de Entre Ríos.

Valoración de una experiencia de evaluación continua

Cívico, Alejandra – Segura, María Verónica

Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Cuyo
alejandra.civico@fce.uncu.edu.ar – veronica.segura@fce.uncu.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Evaluación, Aprendizaje, Estudio, Valoración.

Resumen

El hecho de identificar algunos de los obstáculos que enfrentan los alumnos al ingresar a la Universidad, tanto en la adaptación al ritmo de estudio como en la adquisición de conceptos y técnicas propias del Cálculo, ha motivado a realizar diferentes propuestas de aprendizaje y de evaluación. En este trabajo se analiza el efecto de la incorporación un esquema de "controles" en Cálculo destinado a los alumnos. Los cuales son actividades teórico - prácticas de cada tema implementadas a través de Moodle, donde el alumno se enfrenta a diferentes ejercicios que debe resolver. El análisis de los resultados obtenidos por los alumnos en estas evaluaciones en el año 2017, la opinión de los mismos acerca de dicha experiencia y la apreciación de los docentes de la cátedra que intervinieron, constituyen la base para realizar una valoración, elaborar conclusiones y proponer ajustes, en vistas a reforzar el aprendizaje de la asignatura.

I- Introducción

Más allá del complejo análisis que requiere investigar posibles causas que expliquen el modo en que un estudiante universitario se desenvuelve con sus estudios, la mayoría de los expertos coinciden en que buenos hábitos de trabajo, atención y concentración son mejores predictores del éxito académico que el nivel de inteligencia o de memoria. Considerando la evaluación como una oportunidad para que el estudiante ponga en juego sus saberes, visibilice sus logros, aprenda a reconocer sus debilidades y fortalezas y mejore sus aprendizajes, se hizo una propuesta basada en evaluación continua online. La intención fue reforzar el estudio y el aprendizaje de Cálculo en primer año de Ciencias Económicas. En este trabajo el objetivo es valorar el efecto de esa propuesta de evaluación, para así fortalecer los logros y hacer posibles reajustes.

II- Antecedentes

1. Los hábitos de estudio y la construcción de conceptos matemáticos

Diversas dificultades que se detectan a diario al desarrollar los contenidos de matemática en primer año de la facultad, junto con la observación de los resultados obtenidos en evaluaciones de Cálculo de alumnos de primer año de Ciencias Económicas, llevan a reflexionar acerca de los fenómenos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en este contexto. Esto implica comenzar a hacer el análisis desde el momento en que el aspirante rinde los exámenes correspondientes al Curso de Nivelación. Según el informe suministrado por el GEPRE en el año 2017, solo un 38% de los alumnos que rinden el módulo de Matemática del ingreso en la Facultad de Ciencias Económicas (Sede Central) aprueban el examen. Teniendo en cuenta que el examen se considera aprobado cuando se alcanza un porcentaje mínimo de 60%, es sencillo deducir que, aún los alumnos que logran dicha puntuación, pueden presentar dificultades en algunas de las competencias requeridas. De hecho, cuando se analizan los promedios de porcentaje obtenidos por ejercicio, en algunos casos no supera el 39 % (por ejemplo en los temas: inecuación con módulo, intervalos, sistemas de ecuaciones lineales, domino de una función, operaciones con polinomios, porcentaje, ecuaciones exponenciales, cuadráticas y racionales, definición de logaritmo, ecuaciones). Considerando este informe y la experiencia docente propia, se observa que gran parte de los alumnos que ingresan en la Facultad carecen del nivel óptimo de construcción de algunos conceptos matemáticos básicos.

Claramente esto se constituye en un obstáculo a la hora de tener que adquirir conocimientos y técnicas propias del Cálculo I. Esta problemática se vincula con la posesión de hábitos de estudio, es decir, el conjunto de conductas que los estudiantes practican regularmente para incorporar saberes a su estructura cognitiva. Tanto en trabajos teóricos como en investigaciones empíricas existe el consenso de que, además de los factores personales y sociológicos, se señala como un buen indicador del desempeño académico el tiempo dedicado al estudio y el ritmo que se le imprime al mismo.

2. La evaluación como instancia de aprendizaje

En este trabajo nos referiremos a aquellos autores que ponen énfasis en la evaluación formativa, considerándola como una instancia de aprendizaje. Esto implica pensar en la evaluación como un proceso de avance que reconoce los trayectos individuales y del grupo de estudiantes escapando, si fuera necesario, de criterios estandarizados.

En esta línea Wiliam (2001) afirma que, si queremos mejorar la evaluación en la educación superior, necesitamos obtener una mejor comprensión de estas prácticas estrechamente articuladas con la enseñanza. Condemarín (2000) sostiene que se trata de un nuevo paradigma de la evaluación, centrada principalmente en la formación del aprendizaje, con un fuerte carácter auto evaluativo, haciendo al estudiante parte consciente de sus procesos de aprendizaje.

A su vez, para involucrar al alumno, según Rebeca Anijovich (2011), es necesario ofrecerle información sobre qué y cómo está aprendiendo y también mostrarle ejemplos, criterios y referencias para que pueda autoevaluarse.

Sin embargo no podemos dejar de lado la función sumativa de la evaluación y no es posible negar que uno de los objetivos de evaluar a los estudiantes sea para que acrediten aprendizajes. Por lo tanto consideramos que ambas funciones: formativa y sumativa, están presentes en la evaluación y el desafío es, entonces, poder articularlas. Es Scriven (1967) quien realiza por primera vez la distinción entre evaluación sumativa y formativa y establece que en su función formativa, la evaluación puede utilizarse para la mejora y el desarrollo de una actividad que se lleva a cabo, mientras que en su función sumativa, puede emplearse para la rendición de cuentas, para certificar o para seleccionar.

Diversos son los factores por los que las prácticas de evaluación se consideran complejas. Además de lo expuesto anteriormente, algunos de estos factores, según Anijovich, son:

- La enorme producción de conocimientos a ser enseñados en un período relativamente breve.
- La velocidad con la que muchos de ellos se vuelven obsoletos y nuevos conocimientos emergen.
- La cantidad de estudiantes en cada curso a partir del aumento de la matrícula, lo cual conlleva a revisar las estrategias de enseñanza y de evaluación.
- Las demandas del mundo del trabajo y de la sociedad acerca de la preparación de los futuros profesionales.
- La dispar formación de los docentes en el campo de la evaluación de los aprendizajes.
- La dificultad para que los instrumentos de evaluación tradicional de lápiz y papel, den cuenta de la complejidad de los aprendizajes de los estudiantes.
- Los efectos de las nuevas tecnologías en los modos de enseñar, aprender, evaluar y establecer relaciones y vínculos entre los actores y con los conocimientos.
- La tensión permanente entre las funciones sumativa y formativa de la evaluación.

Todos estos factores afectan a la hora de planificar la evaluación, e influyen cuando se debe decidir el tipo de actividades que se utilizarán para evaluar al alumno.

2.1- Experiencia realizada en Cálculo

En Cálculo I se diseñó un esquema de actividades, evaluables a través de Moodle, que dimos en llamar “controles”, a los que el estudiante puede acceder en forma optativa. El objetivo de estos es que el alumno estudie diariamente y que a su vez verifique si ha logrado la comprensión del tema. Tiene así la oportunidad de consultar las dudas que surgen, tanto del estudio como de la resolución de estas tareas. Para el diseño y la elaboración de dichos controles se tuvo en cuenta el desarrollo de los temas según el programa de la asignatura y el tipo de dificultades y dudas que en general plantean los alumnos. Así, en las fechas acordadas, se podía acceder a resolver los ejercicios propuestos del contenido desarrollado, y al final del día obtener automáticamente su calificación. Luego de esto surge otra instancia en la que pueden cuestionarse y preguntar acerca de los errores, si es que existen. Hasta aquí la función formativa de los controles. Pero también se tuvo en cuenta la función sumativa, ya que la calificación obtenida podía contribuir (junto con la de los parciales escritos) para alcanzar la regularidad de la asignatura.

III- Actividades y Metodología

En este trabajo se realiza un estudio descriptivo basado en datos cuantitativos y en encuestas.

Las actividades desarrolladas son: análisis de los resultados de los Controles de Cálculo correspondientes a la cohorte 2017; vinculación de estos resultados con los resultados de los parciales y regularidad de los alumnos; elaboración de una encuesta dirigida a los alumnos de Cálculo de la cohorte 2017; aplicación de la encuesta a alumnos después de que cursaron la asignatura; elaboración de una encuesta dirigida a los docentes de Cálculo; aplicación de la encuesta a docentes involucrados en el dictado 2017 de Cálculo; procesamiento de los datos que brinda la encuesta y elaboración de las conclusiones.

1. Análisis de los resultados de los controles

Se muestran los resultados de los controles abordados por los alumnos de la cohorte 2017. Se hace una interpretación de estos resultados analizando, a través de ellos, los temas de mayor y los de menor dificultad, la influencia de esta evaluación en el trayecto pedagógico de cada grupo y la mayor o menor convocatoria que tuvieron. La finalidad es reflexionar, valorar la experiencia y tomar las decisiones pertinentes para mejorar el proceso. Al hacer una interpretación de los datos obtenidos, se deberá tener en cuenta que la evaluación mide solo algunos aspectos del marco curricular por lo tanto no debe atribuirse total éxito o fracaso de la implementación curricular, a partir de estos resultados.

Los temas correspondientes a cada control son:

Control 1: Conjuntos numéricos; intervalos reales; entorno; punto interior y de acumulación; inecuaciones; funciones. Control 2: Definición de Límite finito; aplicación de técnicas; límites laterales. Control 3: Límite y continuidad de una función; continuidad en un punto y en un intervalo cerrado; asíntotas. Control 4: Derivada; interpretación geométrica; derivadas laterales; regla de la cadena; ecuaciones de la recta tangente y; derivación con método logarítmico; derivadas sucesivas; derivada de la función implícita. Control 5: Crecimiento y decrecimiento de una función; extremos relativos; valores críticos. Control 6: Análisis de la derivada primera y segunda; concavidad y convexidad; crecimiento de la derivada primera; punto de inflexión; relación con la recta tangente. Control 7: Integrales indefinidas; inmediatas, método de descomposición, sustitución y por partes.

En las tablas 1, 2 y 3 se muestran las cantidades de alumnos y los porcentajes alcanzados agrupándolos por carrera, se describe el número de alumnos que rindió cada control, el promedio obtenido (en puntos de

0 a 10), el número de aprobados (es decir los que alcanzaron una puntuación de 6 o más de 6) y el porcentaje correspondiente.

Tabla 1. Contador Público Nacional (CPN)

CPN	CANTIDAD DE ALUMNOS QUE RINDIERON	PROMEDIO DE LOS CONTROLES	PORCENTAJE DE APROBADOS
Control 1	512	7,21	79%
Control 2	497	7,57	79%
Control 3	478	6,08	58%
Control 4	420	5,85	51%
Control 5	368	6,66	73%
Control 6	336	4,71	49%
Control 7	323	6,98	76%

Es claro observar que el número de alumnos de la carrera Contador Público Nacional que rindió los controles fue disminuyendo; los mejores promedios se encuentran en los dos primeros controles. El promedio más bajo se registra en el Control 6; también se observa una importante mejora de los resultados obteniéndose un alto promedio general, se advierte el mayor porcentaje de aprobación en los controles 1, 2, 5 y 7. El menor porcentaje de aprobación se observa en los controles 3, 4 y 6.

Tabla 2. Licenciatura en Administración (LA)

LA	CANTIDAD DE ALUMNOS QUE RINDIERON	PROMEDIO DE LOS CONTROLES	PORCENTAJE DE APROBADOS
Control 1	185	6,83	70%
Control 2	174	7,46	79%
Control 3	160	6,01	58%
Control 4	139	5,98	57%
Control 5	104	6,84	81%
Control 6	93	4,21	41%

Control 7	89	6,95	73%

Se puede comprobar que el número de alumnos que acceden a los controles disminuye. En este caso de 185 alumnos de Licenciatura en Administración (casi la totalidad de los alumnos) a 89 (menos del 50% de los que iniciaron). También se observa claramente que el mejor promedio del grupo se presenta en el Control 2. A su vez podemos notar que no hay mucha variación en los promedios de los distintos controles, excepto en el control 6 en que el promedio baja notablemente. En este caso coincide con el resultado expuesto para el caso de CPN. Se observa un alto porcentaje -81%- de aprobados (es decir los que alcanzaron una puntuación de 6 o más de 6) en el control 5, a su vez el control 6 es el de más bajo porcentaje de aprobados.

Tabla 3. Licenciatura en Economía (LE)

LE	CANTIDAD DE ALUMNOS QUE RINDIERON	PROMEDIO DE LOS CONTROLES	PORCENTAJE DE APROBADOS
Control 1	55	7,3	80%
Control 2	48	7,55	75%
Control 3	43	6,91	70%
Control 4	31	5,44	55%
Control 5	27	6,53	78%
Control 6	23	4,22	39%
Control 7	22	6,4	68%

Se observa en la cantidad de alumnos de la Licenciatura en Economía que han rendido los controles la tendencia es la misma que en los grupos anteriores. Los promedios de notas de controles que obtuvo el grupo de alumnos de la Licenciatura en Economía se obtuvo el mayor promedio en el control 2 y menor promedio en el control 6 y se observa un gran porcentaje de aprobación en el control 1, en este caso el porcentaje de aprobación es el mayor entre los controles abordados por los alumnos de LE y el mayor porcentaje en general en las tres carreras.

En síntesis:

- El número de alumnos que rindieron los controles disminuyó significativamente en las tres carreras:

En CPN, el primer control lo rindió la totalidad de los alumnos mientras que el último tan solo lo rindió el 63% de los alumnos de dicha carrera. En LA, el último control fue rendido por el 48% de los que rindieron el primer control (casi la totalidad de los alumnos). En LE, rinden el último control un 40% de la totalidad de los alumnos que rindieron el primer control.

Esto puede deberse a diversos factores, entre ellos:

- El desgranamiento que se produce siempre en los alumnos de primer año de la facultad, es recurrente que de los alumnos que comienzan la facultad, hay un porcentaje que no termina de cursar el primer año por diversas causas, entre ellas motivacionales, vocacionales, o de bajo rendimiento académico.

- El resultado de los exámenes parciales. Si bien los controles tuvieron también una función sumativa como evaluación, muchos alumnos que obtuvieron en el primer parcial muy bajo porcentaje, desaprobándolo, se desanimaron y no siguieron rindiendo los controles.

- La no obligatoriedad. El alumno no tenía obligación de rendir los controles. Se ofreció esta opción como una forma de reforzar los aprendizajes, pero era optativo hacerlos.

Tabla 4. Promedio de puntuación

PROMEDIO ALCANZADO EN CADA CONTROL POR CARRERA							
	Control 1	Control 2	Control 3	Control 4	Control 5	Control 6	Control 7
CPN	7,21	7,57	6,08	5,85	6,66	4,71	6,98
LA	6,83	7,46	6,01	5,98	6,84	4,21	6,95
LE	7,03	7,55	6,91	5,44	6,53	4,22	6,4

- Se observa que los promedios son similares en las tres carreras. Sin embargo, puede destacarse que:

En los controles 1, 2, 6 y 7 los mayores promedios son los correspondientes a alumnos de CPN. En el control 3 el mayor promedio se da en el grupo de LE. En los controles 4 y 5 los mayores promedios se observan en LA. Los mejores promedios se encuentran en los dos primeros controles. Esto puede ser indicador de que los alumnos empezaron con entusiasmo, estudiando a diario e incentivados por rendir el primer examen parcial (que incluyó temas de los tres primeros controles y algunos del cuarto). En el Control 6, que involucra los siguientes temas: *Análisis de la derivada primera y segunda. Concavidad y convexidad. Crecimiento de la derivada primera. Punto de inflexión. Relación con la recta tangente. Signo de la derivada segunda*, se observa el promedio más bajo y también una de las más bajas participaciones en cantidad de alumnos. Esto puede deberse a que la complejidad de los temas que abarca implica tener un importante manejo de los temas anteriores. En el control 7 se observa una importante mejora de los resultados obteniéndose un alto promedio general. Podría inferirse que en aquellos controles cuyos temas involucran el concepto de derivada los resultados son más bajos que en otros, como por ejemplo el que incluye integrales.

Tabla 5. Porcentajes de aprobación de los alumnos de las tres carreras.

COMPARATIVA DEL PORCENTAJE DE APROBADOS EN CADA CONTROL							
	Control 1	Control 2	Control 3	Control 4	Control 5	Control 6	Control 7
CPN	79%	79%	58%	51%	73%	49%	76%
LA	70%	79%	58%	57%	81%	41%	73%
LE	80%	75%	70%	55%	78%	39%	68%

No hay grandes diferencias en cuanto a la proporción de alumnos que aprueba según la carrera. Sin embargo, el mayor porcentaje de aprobados en el Control 1 lo registró el grupo de LE. En el control 2 los alumnos de CPN y LA alcanzan el mismo porcentaje de aprobación, un poco mayor que el de LE; en el control 3 el mayor porcentaje de aprobación lo registra el grupo de LE; en el control 5 el mayor porcentaje de aprobación es el que registró LA; en el control 6 es el que menor porcentaje de aprobación hubo en la tres carreras, pero en el grupo de LE es en el que menor porcentaje se observa.

2. Vinculación del resultado de los controles con la regularidad de los alumnos

Los controles se encuadran en la evaluación formativa y continua, ya que tienen por objetivo que el alumno visibilice sus logros y capte sus falencias, refuerza sus aprendizajes, alcanza otros nuevos, incorpora hábitos de estudio, incita al repaso cotidiano y a la ejercitación diaria, invitando a cuestionar y a profundizar nuevos conceptos como así también estimulando las consultas de las dudas a los profesores. Pero estos controles también cumplen la función de evaluación sumativa, ya que como incentivo para que los resuelvan se propuso un sistema de compensación en el puntaje obtenido en los parciales para lograr la regularidad.

A continuación, se detalla el número de alumnos de primer año de 2017 que obtuvo la regularidad de la asignatura Cálculo y Cálculo I y la influencia que tuvieron los controles en este número, se observa que de los 853 inscriptos, 138 no asistieron al primer parcial y 230 no asistieron al segundo parcial. Hay 116 alumnos sumaron 0% entre los dos parciales; 419 alumnos obtuvieron la regularidad y de los 419 alumnos regulares, 140 alumnos la obtuvieron por el beneficio adicional de aprobar los controles, se observa que 5 alumnos que no quedaron regulares hubieran podido obtener la regularidad si hubiesen aprobado los controles por Moodle.

En el siguiente gráfico se muestran los porcentajes de alumnos regulares y libres. En el caso de los regulares se diferencia la manera en que han alcanzado la regularidad.

Figura 10. Condición de los alumnos al final del cuatrimestre.

3. Encuestas

Se realizaron dos encuestas, una a los alumnos y otra a los profesores.

3.1- Resultado de las encuestas de los alumnos respecto de los controles de cálculo.

La encuesta se llevó a cabo durante el segundo semestre, cuando muchos de los alumnos ya han acreditado la asignatura. Estuvo dirigida a todos los alumnos a través de un formulario de Google para que pudieran acceder aquellos alumnos matriculados en Cálculo. No se tomó una muestra aleatoria, sino que se consideran las respuestas de todos los que la contestaron.

De las respuestas obtenidas en la encuesta se tiene que:

> Un alto porcentaje aprovechó la instancia de evaluación por controles y los que no lo hicieron declaran que fue por olvido. La mayoría considera que las preguntas a veces le fueron útiles para estudiar la materia y que los ayudaron a generar hábitos de estudio. A veces tuvieron dificultad para interpretar las consignas. En general consideran que el número de controles fue adecuado, pero algunos sugirieron agregar controles de los últimos temas del programa, y de ejercicios similares a los que se toman en el final. No hubo en general problemas para conectarse a la plataforma Moodle. Algunos alumnos lograron la regularidad por el porcentaje obtenido en los parciales y por rendir bien los controles. Consideran ágil la evaluación y sugieren que se considere el puntaje aún si no aprobaron el primer parcial, o para el final, incluso sugieren implementarlo en todas las materias.

3.2- Resultado de las encuestas realizadas a los profesores respecto de los controles de cálculo.

A los docentes se les solicitó que completaran la encuesta por formulario de Google. La respondieron la totalidad de los profesores que estuvieron involucrados en la asignatura durante el dictado 2017. De las respuestas a esta encuesta se tiene que, para la mayoría fue muy buena experiencia y manifiestan que volverían a implementar los controles; por unanimidad observaron mayor concurrencia de los alumnos a los horarios de consulta, que estudiaron más para rendir los controles; muchos consideran que las preguntas se asemejaban a la de los trabajos prácticos y que el número de controles fue adecuado y que la relevancia de los controles es que los alumnos se autoevalúan y comprenden que tienen que estudiar.

4. Conclusiones

Nos encontramos con un importante número de alumnos que abordan los controles. Hay un porcentaje aceptable que los aprueban. Muchos de los alumnos que aprobaron los controles accedieron a la regularidad beneficiados por esta forma de evaluación.

Si analizamos las fortalezas del proyecto resultan:

La base de datos de las calificaciones en Moodle es muy detallada e indica en cada ejercicio cuál fue el resultado del grupo de alumnos ejercicio por ejercicio. El alumno adquirió mayores hábitos de estudio y asistieron más a horarios de consulta. Los docentes de la cátedra elaboraron un excelente material de estudio durante un semestre, diseñando evaluaciones donde las preguntas de eligen a azar cada vez que se activa un cuestionario y que se corrige automáticamente, brindando estadísticas inmediatas de los resultados. Los controles por Moodle no insumen tiempo de corrección por parte del docente, ya que se autocorrigen.

Si observamos las debilidades obtenemos que:

Algunos alumnos se matricularon en carreras que no correspondían. Dificultad en el acceso de los alumnos a internet en la facultad. Algunos alumnos se olvidaron de rendir los controles. Algunos docentes no conocen el funcionamiento de la plataforma y sus ventajas. Los controles llevan mucho tiempo de elaboración y revisión por parte de los docentes.

Si nos planteamos oportunidades de cambios nos comprometemos a:

Insistir en clase a los alumnos que se inscriban correctamente. Concientizar a los alumnos de la importancia de esta autoevaluación. Armar un cronograma estimativo de las evaluaciones. Elevar una nota al área de Moodle para gestionar la disposición de un aula digital que esté permanentemente disponible para estos exámenes, según cronograma brindado. Capacitar a los docentes de otras cátedras respecto a la implementación de controles. Hacer más controles con los últimos temas del programa. Capacitarnos en evaluación por competencias. Revisar minuciosamente los controles y actualizarlos.

La experiencia es valorada como positiva, pero hay que mejorar aspectos como la forma de incentivar a los alumnos para que rindan los controles y proponer también controles con los últimos temas del programa, por lo que la cátedra decidió continuar con esta forma de autoevaluación.

Referencias

- Anijovich, R. (2017). *La evaluación formativa en la enseñanza superior*. Voces de la educación Año 2 Volumen 1 pp. 31-38. ISSN 2448-6248 (electrónico). Buenos Aires: Universidad de San Andrés.
- Anijovich, R & González, C.(2011). *Evaluar para aprender*. Buenos Aires: Aique.
- Conde Vides, J. & García Luna, D. & García Rodríguez, J. & Hermiz Ramirez, A. & Moreno López, J., Muñoz Solís, P. & Osorio Navarro, Ana (2017). *Moodle 3.1 para el profesor*. Gabinete de Tele-Educación, Universidad Politécnica de Madrid, España. http://serviciosgate.upm.es/docs/moodle/manual_moodle_3.1.pdf Consultado 01/05/2018
- Condemarín, M & Medina, A. (2000). *La evaluación auténtica de los aprendizajes*. Santiago: Andrés Bello.
- López-Pastor, V. M. (2009). *La Evaluación formativa y compartida en docencia universitaria: Propuestas, técnicas, instrumentos y experiencias.* Madrid: Narcea.
- Moreno Olivos, T. (abr./jun. 2009). *La evaluación del aprendizaje en la universidad: tensiones, contradicciones y desafíos*. Revista mexicana de investigación educativa. Versión impresa ISSN 1405-6666 / RMIE vol.14 no.41.
- Sadler, D.R. (2009). *Grade Integrity and Representation of Academic Achievement*. Studies in Higher Education, 34: 7,807-826. DOI: 10.1080/03075070802706553. http://dx.doi.org/10.1080/03075070802706553. Consultado 01/05/2018
- Scriven, M. (1967). *The methodology of evaluation*, en R. Stake (Ed.). AERA Monograph Series on Curriculum Evaluation, núm.1, Chicago: McNally.
- Wiliam, D. (2009). *Una síntesis integradora de la investigación e implicancias para una nueva teoría de la evaluación formativa*. http://www.fuentesmemoria.fahce.unlp.edu.ar/art_revistas/pr.4880/pr.4080.pdf. Consultado 01/05/2018

El método de casos como una herramienta innovadora de integración para la enseñanza de Matemática en las Ciencias Económicas

Cámara, Viviana

Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional del Litoral

vcamara@fce.unl.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Método de casos, Integración e Interdisciplinariedad, Matemática.

Resumen

Este trabajo presenta la evaluación de la aplicación del método de casos como metodología integradora de asignaturas de primer año de las carreras de grado de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Litoral.

Varios autores enfatizan que algunos de los rasgos principales de los modelos educativos hacia el cual nos dirigimos se centran, principalmente, en el aprendizaje autónomo del estudiante, exigiendo una nueva organización de las actividades de enseñanza, de aprendizaje, y de evaluación. Tal es así que la universidad, en general, busca proponer innovaciones que van desde la forma de entender el conocimiento, su selección y organización. Frente a este desafío resulta muy oportuno proponer modalidades diferentes a las establecidas tradicionalmente, especialmente cuando se trata de matemática, como lo es el método de casos.

En el ciclo básico común de las carreras de grado de la Facultad de Ciencias Económicas se propuso una experiencia innovadora interdisciplinar que fue aplicada en el año 2017 a un grupo ad-hoc de estudiantes. En la primera parte de la presente ponencia se presenta las características del método de casos, su aplicabilidad en la enseñanza universitaria y su particular forma de ser evaluado. En una segunda instancia se describe la experiencia propiamente dicha. Finalmente, se explicitan las demandas formativas que se detectaron para que los docentes puedan aplicar la metodología de casos y por otro lado, la mirada de los estudiantes referida a ésta experiencia compartida.

1 Introducción

Teniendo en cuenta el cambio que proponen diferentes investigadores en los modelos de enseñanza y de aprendizaje otorgando un papel más activo a los estudiantes para que logren convertirse en verdaderos protagonistas de su aprendizaje (Perkins, 1999, Biggs, 2010) se aborda un proyecto CAI+D denominado: La redacción de casos como recurso didáctico, potenciado por las Tic, para la enseñanza de la Matemática. El objetivo general del proyecto se planteó como la formulación de propuestas educativas con la redacción de casos como metodología didáctica potenciada por la tecnología, para contribuir a integrar matemática con otras disciplinas del primer año universitario.

Al plantearnos el desafío de desarrollar propuestas educativas basadas en la redacción de casos se intenta: a) analizar beneficios en cuanto al desarrollo de capacidades que puede propiciar tanto a docentes como a estudiantes b) detallar las características y técnicas de esta metodología c) incorporar las herramientas tecnológicas para enriquecer las propuestas didácticas y poner en discusión aquellos temas que ofrecen mayor dificultad.

Desde los últimos veinte años se han desarrollado investigaciones que rectifican la manera en que los estudiantes aprenden. Hay dos importantes teorías sobre la enseñanza y el aprendizaje que se centran en la actividad del estudiante, la *fenomenografía* y el *constructivismo* (Biggs, 2010) que debemos tener en cuenta. El aspecto común entre estas teorías consiste en que "el significado no se impone ni se transmite mediante la enseñanza directa, sino que se crea mediante las actividades de aprendizaje de los estudiantes; es decir, sus enfoques de aprendizaje" (Biggs, 2010, pp.31). En relación a los enfoques de aprendizaje se ha diferenciado la actitud entre los estudiantes que asumen un enfoque *profundo* en su aprendizaje cuando se evidencian niveles de pensamiento más complejos (Perkins, 1999, Camillioni, 2009; Biggs, 2010) y otros que adoptan un enfoque *superficial* cuando solo buscan memorización y aplicación de procedimientos de rutina que llevan a apropiarse de la información de manera restringida (Camillioni y otros ,2009).

El enfoque profundo se deriva de la necesidad sentida de abordar la tarea de forma adecuada y significativa, de manera que el estudiante trate de utilizar las actividades cognitivas más apropiadas para desarrollarla. Los términos profundo y superficial se utilizan para describir formas de aprender una determinada tarea y no características de los alumnos. Desde la perspectiva de estas teorías una de las modalidades que responde a ellas y provoca en los alumnos el interés por indagar y construir por sí mismos aprendizajes significativos es la denominada método de casos.

2 Método de casos

El estudio de casos se introdujo en la Universidad de Harvard en el siglo XIX y su utilización se ha ido expandiendo a lo largo de los años y consolidando como una estrategia de enseñanza participativa apropiada para determinados objetivos docentes en diversos campos disciplinares. Se enmarca en un modelo educativo innovador centrado en el aprendizaje del estudiante.

Selma Wasserman, una de las principales pioneras de este método en la educación, define este método como "instrumentos educativos complejos que aparecen en forma de narrativas…. Son por naturaleza interdisciplinarios" (1994, pp. 19). Se caracterizan porque parten de la definición de un caso concreto de modo que el alumno sea capaz de comprender, de conocer y de analizar todo el contexto, favoreciendo la integración de contenidos en un todo.

Para el desarrollo de casos se puede considerar puntos importantes del programa de una asignatura que ameritan un análisis más profundo o bien puntos que puedan ser interconectados o integrados entendiendo que "los buenos casos se construyen en torno de problemas o de grandes ideas" Wasserman (1994).

Un caso debe tener en cuenta:

- Su relato, el cual debe tener la cualidad de ser creíble y atrapar al lector, debe basarse en la descripción de una situación real. La narración nos da la posibilidad de integrar lo cognitivo con lo afectivo, aplicar su capacidad explicativa y de atribución de un sentido lo cual nos permite favorecer una aptitud general de la experiencia, puesto que, según Egan "ningún suceso ni ningún comportamiento tiene significado por sí; se vuelve comprensible cuando se ve en una totalidad" (1992, pp. 45).
- La descripción de la situación debe permitir al lector formar una imagen mental de las personas, los lugares y los acontecimientos a los que refiere. El desarrollo de esta capacidad es considerada de gran valor educativo (Egan, 1992, pp.42). Se puede alentar a los estudiantes a formar imágenes mentales, a través de la narrativa, que se concentren en la situación, las elaboren y se dediquen después a escribir. En matemáticas, no suele ser una capacidad sobre la que se trabaje y sin embargo es utilizada permanentemente. De allí entonces la importancia de incluirla en el diseño de metodologías de enseñanza.
- El desarrollo del caso debe intensificar la tensión entre puntos de vista conflictivos. Esto ayudará a plantear nuevas preguntas, por ende se puede buscar otros enfoques y nuevas estrategias para la resolución del caso.
- Su narrativa debe progresar hacia una acentuación del dilema, quedando abierta a múltiples interpretaciones.

3 Casos Desarrollados

Caso Golden Retriever: Este caso está dirigido a estudiantes que cursan Análisis Matemático, dado que aborda contenidos disciplinares propios del análisis. Esta materia está ubicada en el segundo semestre del primer año de las carreras de grado de la Facultad y consta de 70 hs.

La idea básica del caso surge involucrando ONGs que se dedican a la crianza de perros para terapia de personas, en especial, los de raza Golden Retriever. El caso tiene su origen en la vivencia de una pequeña niña y su mascota, un perro de dicha raza. El tema logra articular, las asignaturas Administración General y Análisis Matemático. Los contenidos disciplinares involucran el análisis administrativo, composición y normativa de organizaciones no gubernamentales (ONGs) que se dedican a la crianza de perros para terapia de personas por un lado, y por otro, el comportamiento del crecimiento de esta raza canina, tanto en peso como en estatura.

En Administración General se pretendió diferenciar las Organizaciones con fines de lucro y las ONG, reconocer las funciones administrativas de planificación, organización, dirección y control, así como analizar las distintas habilidades y roles que deben cumplir los administradores - fundamentalmente - de las ONG.Cabe destacar que no se incluyen el análisis de las ONG en el programa de la materia.

En Análisis Matemático, se tuvo como finalidad revisar los distintos tipos de funciones matemáticas e indagar acerca de la diferencia entre función lineal y no lineal, tasa de cambio promedio, tasa de cambio instantánea, crecimiento de funciones y estabilización del crecimiento.

Caso Zapatería Priamo: Este caso está dirigido a estudiantes que cursan Matemática Financiera. Asignatura ubicada en el cuarto año del Plan de estudios de la carrera de Contador Público Nacional y de la Licenciatura en Administración de Empresas. La situación que se está viviendo en nuestro país ofreció una oportunidad para trabajar contenidos de Matemática Financiera plausibles de ser protagonizados por cualquier ciudadano. Se trabajaron los conceptos como la inversión, los intereses, los préstamos, las empresas familiares, el efecto de los gastos en los préstamos, los flujos de capitales, valuación de proyectos de inversión.

El tema se eligió teniendo en cuenta que esta materia es de carácter interdisciplinaria, ligada a la resolución de problemas y donde el uso de las hojas de cálculo y otras tecnologías son facilitadoras de operaciones matemáticas y de la búsqueda de información.

El caso es totalmente ficticio, si bien el nombre existe como tal y puede enmarcarse entre los casos del tipo "resolución de problemas y toma de decisiones". Los objetivos principales que se espera lograr son, que los estudiantes puedan aplicar los contenidos teóricos desarrollados demostrando ser profesionales capaces de encontrar soluciones expertas, preparados para dar fundamentaciones profesionales y crear contextos de aprendizajes propicios para la construcción social del conocimiento.

4 Aplicación y resultados

Con la finalidad de evaluar la metodología "in-situ" se organizaron las Jornadas de evaluación del método de casos. Se formaron dos grupos "ad-hoc" de estudiantes. Dicha jornada estuvo diseñada en tres encuentros que corresponden a cuatro fases diferentes : a) De presentación: metodología y el caso a los estudiantes b) De estudio: Lectura a fondo del caso y búsqueda de información c) de interacción: entre los grupos y entre docente y estudiantes d) de evaluación: debatir y confrontar las resoluciones.

Para el caso del Golden Retriever, el grupo estuvo conformado por ocho estudiantes que estaban cursando la asignatura Análisis Matemático. Ellos habían visto los temas de límite, continuidad y derivada. Al momento de participar de las jornadas, la situación académica de los alumnos es la siguiente: tres alumnos no habían rendido análisis matemático, dos alumnos habían rendido una vez mal, un alumno tenía tres insuficientes y dos alumnos cuatro insuficientes. En el turno de examen inmediato siguiente, cinco alumnos aprobaron la materia, en especial los que tenían mayor cantidad de aplazos.

De estos ocho estudiantes, cuatro tenían aprobada Administración General.

Se les solicitó a los estudiantes la presentación de un informe final, en forma de narrativa, respondiendo básicamente las cuestiones presentadas en el caso y responder una encuesta on-line.

De los informes se destacan algunas consideraciones generales que se detallan a continuación:

a) Informe escrito

En general, la presentación del informe se realizó en tiempo y forma, estuvo bien diagramada, sin embargo, algunos grupos, no detallaron las referencias bibliográficas ni documentaciones anexas utilizadas en la búsqueda de información.

b) Contenidos disciplinares

Los estudiantes pudieron responder correctamente a las cuestiones planteadas en el caso para el área de Administración. Luego de una indagación de la región, pudieron conformar una base de datos incorporando las características propias de cada institución: organización de la administración, habilidades de sus administradores, capacidades de sus miembros, titulaciones del personal, etc.

No ocurrió lo mismo en el área de Matemática, ya que si bien todos los grupos lograron medianamente analizar conceptos matemáticos no lograron relacionarlas con las preguntas del caso. Es decir, no lograron determinar qué elementos o qué información le brindan los conceptos trabajados (razón de cambio, razón de cambio instantánea, función derivada primera y segunda, punto de inflexión, etc.), respecto al contexto estudiado. Por tanto, las respuestas a las preguntas planteadas o las conclusiones a las cuales arribaron respecto al caso se plantean con una perspectiva intuitiva, no analítica.

Los siguientes párrafos transcritos constituyen un ejemplo de lo que afirmamos:

“El aumento de peso no es constante, ya que como podemos ver en el gráfico, tienden a tener un gran incremento los primeros meses y luego a estabilizarse, a su vez mes a mes van ganando cada vez menor peso”.(Grupo 1)

“Como observamos en el gráfico obtenido, el aumento de peso es variable, con mayor incremento en los primeros meses de vida y luego tiende a estabilizarse” (Grupo 3)

Para hallar la expresión algebraica de la función modeladora de la situación los alumnos seleccionaron dos estrategias: dos grupos utilizaron la opción “agregar línea de tendencia” de un gráfico de línea (planilla excell) obteniendo el polinomio:

$$f(x) = -0.0015x^5 + 0.0512x^4 - 0.6281x^3 + 3.1947x^2 - 2.9078x + 9.1894 \tag{1}$$

Los demás grupos optaron por la función logística calculando los parámetros correspondientes mediante un sistema de ecuaciones no lineal, obteniendo:

$$f(x) = \frac{53.5}{1 + 2.37(1.76)^{-x}} \quad (2)$$

El debate grupal resultó interesante puesto que se plantearon las siguientes preguntas por parte de los alumnos: ¿Qué métodos existen para aproximar un conjunto de datos discreto? ¿Cómo se evalúa el error cometido en la aproximación? ¿Qué ventajas ofrecen las funciones algebraicas, si las hubiera, de las trascendentes, en cuanto a la representación de los datos y al contexto estudiado? ¿Cuál es el origen de la función logística? ¿Por qué se plantea la función logística como modeladora de fenómenos de crecimiento?

c) Con respecto al cuestionario aplicado a los estudiantes, la mayoría de ellos opinaron que el caso les resultó muy interesante, de clara redacción, las preguntas incluidas fueron pertinentes y los guiaron en la resolución.

Los estudiantes otorgaron una valoración alta a los siguientes aspectos:

- Transferencia de las asignaturas al caso,
- La planificación y presentación de un informe escrito,
- El fortalecimiento del compromiso en el aprender y en el aprendizaje autónomo;

Y una valoración media a la "actitud para afrontar el aprendizaje sin el control del profesor".

Algunas de sus opiniones se transcriben a continuación:

- "me interesó mucho esta forma de completar el estudio de la materia"
- "me llamó la atención de involucrar diversas materias en un caso"
- "me pareció interesante la libertad de disponer tanto de formatos como de contenidos, sin embargo, me dio la sensación de no estar bien delimitado porque se hacía difícil elegir hasta donde profundizar con cada uno"
- "Me resultó impactante la aplicación de la matemática a algo tan simple como el crecimiento del perro".

Se destaca que un grupo de alumnos desarrolló el caso, por modus propio, para el crecimiento de los caballos, dado que este animal también es utilizado como los caninos en la Zooterapia. Este mismo grupo manifestó que en la resolución del caso lograron "utilizar dos herramientas matemáticas básicas: Razón de cambio promedio y derivadas, para poder estudiar el crecimiento a lo largo del tiempo, cuando es más rápido" (Grupo 5)

Para el caso de Zapatería Priamo, el grupo se formó con seis estudiantes voluntarios. Es oportuno aclarar que en el primer cuatrimestre en el que se aplicó el caso, la materia tiene su “cuatrimestre pasivo”, por lo tanto estos estudiantes la cursaron en el segundo cuatrimestre del 2016. En este grupo cuatro son de la carrera de contador, uno de la licenciatura en administración y uno de la licenciatura en economía. Cinco de ellos han cursado la materia y dos la rindieron y aprobaron. El estudiante de la licenciatura en economía que participó en la actividad no cursó la materia porque no está en el plan de su carrera como materia obligatoria.

Revisando el historial académico de estos alumnos puede verse que dos de ellos han rendido más de una vez las materias relacionadas con el área de matemática y el resto solo una vez. Los promedios generales varían entre 4.46 y 7.27, lo cual pone en evidencia que es una población muy variada respecto a sus rendimientos académicos. En el proceso evaluativo, se pudo observar que los alumnos pudieron hacer la transferencia de los contenidos propios de Matemática Financiera, pero en cierta forma, aún no demuestran tener la autonomía que se espera para un estudiante ya avanzado en la carrera. Si se destaca la destreza que demostraron para utilizar las redes sociales tan comunes en la actualidad, a través de sus celulares.

5. Conclusiones y trabajos futuros

La aplicación de la metodología de casos para la transferencia e interdisciplinariedad de los estudiantes de la Facultad de Ciencias Económicas resultó para el equipo docente una experiencia innovadora y positiva teniendo en cuenta que se “logro” la redacción de dos casos, se diseñó una nueva estrategia de evaluación que nos brindó información más detallada sobre lo que han aprendido los estudiantes y también de sus dificultades. No obstante, esta información será útil en la medida en que los docentes puedan re utilizarla ya sea para re planificar sus actividades o bien planificar nuevas actividades orientadas a solventar los déficits/dificultades de los alumnos.

El equipo de trabajo concibe la tarea docente como una actividad profesional, lo cual implica tomar decisiones, justificarlas y conocer y tener disponibles una gran variedad de herramientas metodológicas para adecuarlas a los diferentes contextos actuales. De modo que, abordar el estudio de esta metodología y aplicarla en un grupo de alumnos reducido nos aportó conocimiento metodológico para abordar en forma integral el proceso de enseñanza, aprendizaje y evaluación. Esta integralidad posibilita recuperar el sentido del quehacer universitario y la construcción de espacios de reflexión crítica, en nuestro caso, vinculado a los contenidos disciplinares de las asignaturas involucradas.

Como lo expresa Wasserman, la enseñanza con casos insiste en la formación de hábitos de pensamiento, por ello, los instrumentos de evaluación deben determinar en qué medida los estudiantes son capaces de aplicar los principios y conceptos aprendidos a la resolución de problemas (1994, pp. 223).

En cuanto a los estudiantes, éstos se mostraron entusiasmados con esta metodología donde el trabajo colaborativo fue esencial.

En prospectiva, se propone formular las modificaciones surgidas del análisis de la aplicación al grupo testigo y aplicarlo nuevamente a un grupo más numeroso de estudiantes de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNL.

Referencias

- Biggs, John. (2010) *Calidad del aprendizaje Universitario*. Madrid: Editorial Narcea.
- Camillioni, Alicia y otros (2009).Los formatos de evaluación de los aprendizajes y sus relaciones con las modalidades de estudio de los alumnos universitarios. Perspectivas de investigación y marcos de análisis. www.ungs.edu.ar/cienciaydiscurso/.../Camilloni-Basabe-Feeney-2009.pdf, consultado 12/11/ 2015.
- Egan, Kieran.(1992). *La imaginación en la enseñanza y el aprendizaje*. Buenos Aires. Amorrortu editores.
- Perkins, David (1999). *La escuela inteligente*. Buenos Aires. Gedisa
- Wasserman, Selma. (1994). *El estudio de casos como método de enseñanza*. Nueva York, UEA: Amorrortu editores.

Utilización del Cálculo para Analizar una Función de Producción

Beneyto, Claudia V.[1y2] - Balbi, Milena M.[1].- Oliveira, Miguel O.[1y2]
Facultad de Ingeniería UNNE[1]; Facultad de Ciencias Económicas UNNE[2]
claubeneyto06@yahoo.com.ar; milenabalbi@gmail.com; miguel_o_o@hotmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras clave: Función producción, Derivadas parciales, Integrales paramétricas, EDO exacta ,Interpolación

Resumen

Los conceptos que encierran las derivadas parciales, las integrales paramétricas, las dobles y las sucesivas y las ecuaciones diferenciales se relacionan; muy pocas veces logramos que los estudiantes las expliciten a dichas relaciones. Los docentes que enseñamos éstos temas naturalizamos el proceso de pasar de un saber al otro, olvidándonos de la complejidad que internamente contienen. Es necesario la presentación de situaciones problemáticas matemáticas integradoras e innovadoras, que promuevan el análisis y la interpelación de los saberes, que podrían generar en los estudiantes, nuevas técnicas y tecnologías, mediante las cuales combinen sus conocimientos previos, reglas, algoritmos y conceptos para relacionarlos con la nueva situación planteada, y así no sólo la resolvería, sino que con la guía del docente, podría ser el responsable de la producción del nuevo conocimiento. Estamos convencidos que lo esencial de la actividad matemática, no es el enunciado de propiedades, ni la demostración de teoremas ni siquiera la introducción de un sinnúmero de nociones conceptuales y técnicas que es posible que nunca se ocupen, sino el planteo, la investigación y la solución de problemas donde el conocimiento que se estudia es develado y luego institucionalizado, especialmente en las carreras de ciencias económicas y afines donde el saber matemático se aplica.

1. Introducción

En la asignatura Matemática II se desarrollan los contenidos del cálculo diferencial e integral, desde funciones de una variable hasta "n" variables, especialmente analizamos las funciones reales de dos variables reales. Desarrollando los temas desde dominio e imagen, hasta el cálculo de integrales triples, ecuaciones diferenciales y series.

Los conceptos que encierran las derivadas parciales, las integrales paramétricas, las dobles y las sucesivas y las ecuaciones diferenciales se relacionan; muy pocas veces logramos que los estudiantes las expliciten a dichas relaciones. Los docentes que enseñamos éstos temas naturalizamos el proceso de pasar de un saber al otro, olvidándonos de la complejidad que internamente contienen. Es necesario la presentación de situaciones problemáticas matemáticas integradoras e innovadoras, que promuevan el análisis y la interpelación de los saberes, que podrían generar en los estudiantes, nuevas técnicas y tecnologías, mediante las cuales combinen sus conocimientos previos, reglas, algoritmos y conceptos para relacionarlos con la nueva situación planteada, y así no sólo la resolvería, sino que con la guía del docente, podría ser el responsable de la producción del nuevo conocimiento.

En el caso del concepto de integral, que es uno de los más antiguos en la historia de la matemática, se lo suele estudiar para una función de una variable real como una antiderivada, procedimiento por el cual se obtiene la función primitiva, luego se pasa al concepto de las integrales definidas, al cálculo del área y a situaciones aplicadas a la economía.

Pero cuando se comienza el estudio de una función de dos variables reales, las relaciones, nociones y propiedades se ven modificadas por condiciones diferentes a las que se establecen en las funciones de una variable real, algunos conceptos son invariantes y otros no. Por eso se propone este enfoque para la construcción del concepto de integral para una función de dos variables reales, relacionando con las derivadas parciales y las ecuaciones diferenciales exactas, mediante el planteo de una situación problemática aplicada a la economía.

Analizando además que los tiempos actuales se caracterizan por permanentes cambios tanto a nivel socio-económico como cultural. La ideología que marca el nuevo modelo de organización y desarrollo es la globalización, que enaltece la libertad de comercio, el libre flujo de diferentes factores de producción, promoviendo el uso de las nuevas tecnologías y la dinámica de nuevos estilos de trabajo.

Por eso creemos que para insertarnos de manera activa en el mundo globalizado es necesario que el sistema educativo revise sus estructuras, sus contenidos curriculares, los métodos de trabajos con una actitud de innovación permanente, los docentes de Matemática II en conjunto con docentes de la facultad de Ingeniería lo realizamos constantemente, año a año, revisando nuestras prácticas y cuestionando los saberes y sus aplicaciones. Procurando superar las fronteras geográficas territoriales y nacionales, aprovechando los sistemas de intercomunicación que nos permiten insertarnos en el ámbito universal de la investigación científica y tecnológica, aportando al desarrollo productivo como sustento de la economía y del bienestar de la sociedad. Esto supone la necesidad de preparar recursos humanos con alta calidad, sin descuidar el aspecto axiológico en la formación. Los desafíos que la globalización impone a la educación

exigen una re-conceptualización de su función de producción en el mundo social, cultural y económico. Desde esta mirada se considera necesaria replantear la relación de la educación con el sector productivo.
El resquebrajamiento de las relaciones entre las instituciones educativas y las organizaciones del ámbito productivo se debe a la pérdida progresiva de la función de producción en educación, lo que trajo aparejado la pérdida de credibilidad del sistema educativo y su pertinencia social ante la ineficiencia de la formación de capital humano, que responda a las demandas del mundo laboral. A esto se debe agregar la capacitación de los docentes.

DESARROLLO

I. Función de Producción

Una función de producción permite un análisis de insumos y resultados, busca describir el nivel de producción más óptimo y se interesa, además, por el análisis de las mejores opciones para obtener un nivel máximo posible de productos utilizando determinados insumos; de esta forma la función de producción es un instrumento muy útil dado que permite describir los niveles de mayor eficiencia y observar impactos ante posibles cambios en los insumos o cambios tecnológicos.
Las empresas pueden elegir diferentes posibilidades de producción, de acuerdo a su capacidad técnica, disponibilidad de tecnología e insumos y, las combinaciones que se apliquen en el proceso obviamente determinará un resultado que será el más óptimo posible. La función de producción simplifica este problema al describir los máximos resultados posibles como una función de diferentes conjuntos de insumos.
La visión económica-teórica de la función de producción aplicada a la educación requiere modificaciones, porque en educación se actúa con seres humanos en contraste con la perspectiva económica, que utiliza otros insumos.
El proceso educativo puede asimilarse al proceso productivo de cualquier bien o servicio: existen factores e insumos que, combinados de diferentes maneras, dan lugar a diferentes cantidades y calidades de bien final o producto terminado. El proceso de aprendizaje como un proceso productivo tiene características particulares y limitaciones que son necesarias considerar: tanto la definición del producto terminado como el alcance y contribución de los insumos presentan dificultades de caracterización.
Una función de producción en educación consiste en la relación entre la cantidad de entradas, y, la cantidad y la calidad de salidas que arroja el proceso productivo. Entonces analizamos desde dos dimensiones, desde los saberes matemáticos a enseñar y aprender, como así también en la educación. En un próximo trabajo nos abocaremos a la producción en educación.

Insumos en el proceso de producción

Nos abocaremos a estudiar los conceptos matemáticos de la asignatura mencionada aplicados a la economía, para más adelante analizarlos en educación. Para definir la especificación funcional de los insumos, en educación la tarea resulta más compleja debido a la gran variedad de insumos que se deben considerar, pero si tuviéramos que definir como factores fijos de un modelo conceptual, en términos económicos consideraríamos al capital y al trabajo, que en el caso de la educación estos equivaldrían a: grupo de estudiantes por clase o aula y el grupo de docentes respectivamente.

Reduciremos nuestro estudio al análisis de situaciones problemáticas que describan la función de producción como la relación entre capital y trabajo, en unidades de tiempo, dinero y trabajadores.

2. Metodología

La metodología aplicada en la enseñanza de los contenidos se basó en la resolución de problemas y en talleres optativos que se les propuso a los estudiantes. A continuación se muestra uno de los problemas planteados para desarrollar los temas de la asignatura.

DIFERENTES MIRADAS A UNA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN

A) Las derivadas parciales y el análisis marginal de una producción

Para desarrollar los contenidos de la asignatura, nombrados anteriormente, se seleccionó el siguiente problema:

Se estima que la producción anual, en unidades, en cierta planta está dada por la función:

$$Q(x,y) = 1200.x + 500.y + x^2.y - x^3 - y^2$$

donde la variable ***x***= número de trabajadores calificados y la variable ***y***= número d trabajadores no calificados . En la actualidad, la fuerza laboral está conformada por 30 trabajadores calificados y 60 no calificados. Aplicar el análisis marginal para calcular:

a) el cambio resultante en la producción semanal al adicionar un trabajador calificado, si no varía el número de trabajadores no calificados.

b) el cambio resultante en la producción semanal al adicionar un trabajador no calificado, si no varía el número de trabajadores calificados. (Laurence D. Hoffmann, 1997, pág. 502)

Esta situación problemática se utilizó como punto de partida para reformular otras situaciones, modificándose datos, preguntas, agregándose otros datos y otras preguntas que indagan los conceptos que trataremos en la clase, y se detallan en los párrafos posteriores.

B) La Integral Doble y el volumen en la producción de una planta

Se estima que la producción anual, en unidades, en cierta planta está dada por la función:

$$Q(x,y) = 1200.x + 500.y + x^2.y - x^3 - y^2$$

donde la variable ***x***= número de trabajadores calificados y la variable ***y***= número d trabajadores no calificados . En la actualidad, la fuerza laboral está conformada por 50 trabajadores calificados y 120 no calificados.

Evaluar el volumen de la producción sabiendo que las cantidades de los trabajadores varían según el conjunto $R = [45; 65] \times [90; 125]$.

C) <u>Las integrales paramétricas de una producción marginal</u>

Evaluar la producción total semanal al adicionar 20 trabajadores **Calificados,** sabiendo que la producción marginal semanal:

$$Q_x = 1200 + 2xy - 3x^2$$

Evaluar la producción total semanal al adicionar 20 trabajadores **No Calificados,** sabiendo que la producción marginal semanal:

$$Q_y = 500 + x^2 - 2\mathrm{y}$$

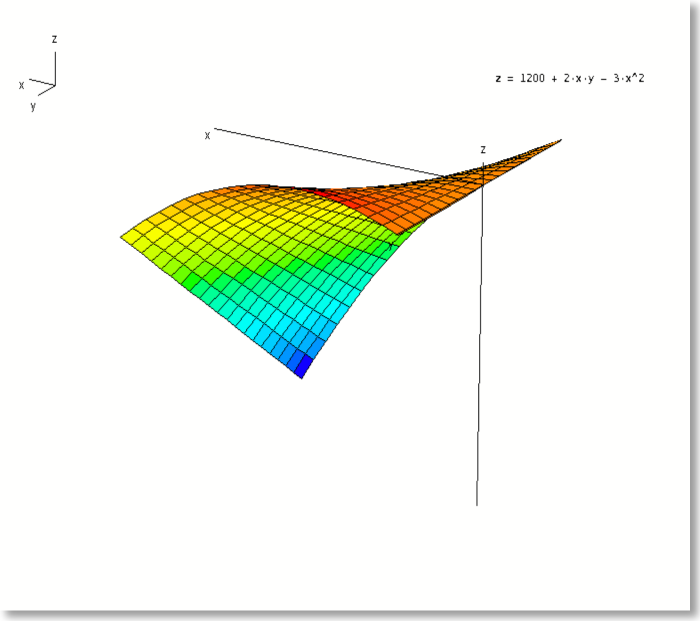
Solución:

Evaluar la producción total semanal al adicionar 20 trabajadores **Calificados,** sabiendo que la producción marginal semanal:

$$Q_x = 1200 + 2xy - 3x^2$$

Hacemos: $h(y){:}\ \int_0^{20} Q_x\,.\,dx = [1200x + x^2y - x^3]_0^{20} = 16000 + 400y$

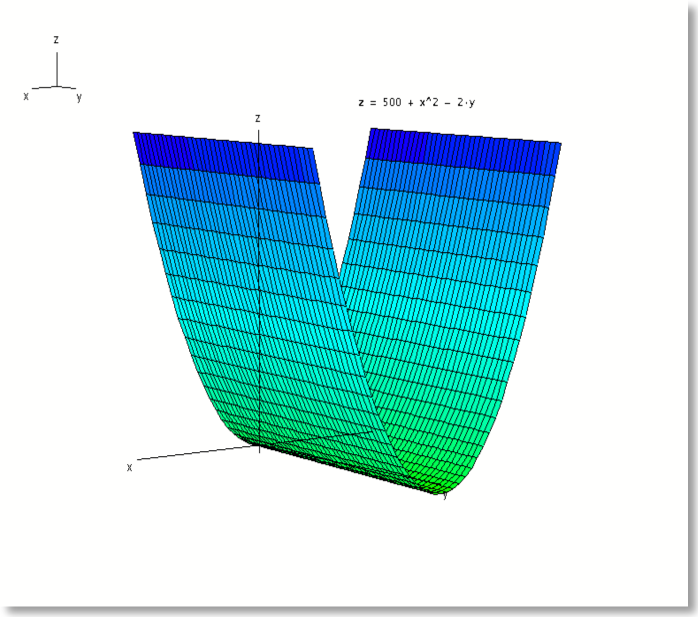
Si sabemos que $y = 10$ se tiene: $h(10) = 20000$



Evaluar la producción total semanal al adicionar 20 trabajadores **No Calificados,** sabiendo que la producción marginal semanal:$Q_y = 500 + x^2 - 2\mathrm{y}$

Hacemos: $g(x){:}\ \int_0^{20} Q_y\,.\,dy = [500y + x^2y - y^2]_0^{20} = 9600 + 20x^2$

Si sabemos que $x = 10$ entonces $g(10) = 11600$



3. Resultados

Durante los años 2010 al 2017 en el curso donde se realizó la metodología promocionaron la asignatura Matemática II aproximadamente un 30%. En las otras comisiones el porcentaje de promoción es del 12.5%.

4. Conclusiones

Estamos convencidos que lo esencial de la actividad matemática, no es el enunciado de propiedades, ni la demostración de teoremas ni siquiera la introducción de un sinnúmero de nociones conceptuales y técnicas que es posible que nunca se ocupen, sino el planteo, la investigación y la solución de problemas donde el conocimiento que se estudia es develado y luego institucionalizado, especialmente en las carreras de ciencias económicas y afines donde el saber matemático se aplica.

Tenemos definido como proyección de este trabajo el análisis de la función producción en la educación, particularmente el impacto de las acciones llevadas a cabo por un grupo de docentes en las cátedras de matemáticas dentro de las facultades de ciencias económicas e ingeniería de la UNNE.Como dijimos anteriormente una función de producción en educación consiste en la relación entre la cantidad de entradas, y, la cantidad y la calidad de salidas que arroja el proceso productivo. Entonces analizamos desde dos dimensiones, desde los saberes matemáticos a enseñar y aprender, como así también en la educación. En un próximo trabajo nos abocaremos a la producción en educación.Aunque el resultado de los exámenes estandarizados no distinga habilidades, ni intereses específicos de los estudiantes, lo que no debe descuidarse es la relación con los objetivos pedagógicos que se manejan en un determinado sistema educativo, es decir, que evalúen el logro de los objetivos planteados en cada unidad educativa para cada asignatura, curso o nivel.

5.- Referencias Bibliográficas

• Rey Pastor - Pi Calleja - C. Trejo – (1968) - *ANÁLISIS MATEMÁTICO II* - Ed. Kapelusz – Buenos Aires.

• Antonio B. Mahave – (1993) - *APUNTES DE ANÁLISIS MATEMÁTICO II* – UNNE - Chaco.

• Laurence Hoffmann, Gerald Bradley – (1998) – *CÁLCULO Para Administración, Economía y Ciencias Sociales* – Ejemplo 2.5, pág. 502, Capítulo 7, Funciones de dos variables - Sexta edición - Ed. Mc Graw Hill – Colombia.

• Hebe Rabuffetti – (1999) - *INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS MATEMÁTICO (Cálculo 2)* – Ed. Ateneo.

• Larson, Hostetler, Edwards – (2002) – *CÁLCULO II* – Ed. Pirámide – Madrid.

Uso de la aplicación Mathlab. Herramientas tecnológicas para uso en el aula

Santamaria Moschetta, Juan Pablo
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
jpsantamaria@hotmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Aplicaciones, Celular, Ejercicios, Aula, Álgebra

Resumen

MathLab es una herramienta gratuita de software matemático, disponible para celulares, que puede descargarse desde cualquier tienda Google o Play Store.
Es una calculadora gráfica que tiene infinidad de funciones, entre las cuales encontramos varias aplicables al Álgebra, como el cálculo de la norma de un vector, el producto escalar entre vectores, la suma de matrices, multiplicación por un escalar, multiplicación de matrices, matriz transpuesta, matriz inversa, determinantes, sistema de ecuaciones (analítica y gráfica). Como también muchas de Análisis Matemático.
La exposición tiene la intención de mostrar cómo se utiliza esta herramienta y así poder descubrir sus beneficios al usarla en el aula, con el fin de desarrollar la enseñanza y fomentar el aprendizaje, alineados a los avances de esta época.
Realizaremos ejercicios de simple y breve resolución, de los temas antedichos, donde no será protagonista el ejercicio en sí, sino el uso de la aplicación tecnológica.
Como beneficios remarco:

- Optimiza el tiempo en el aula.
- Mejora el trabajo del alumno, ya que a la hora de resolver ejercicios cuenta no solo el resultado y gráfico final, sino que también permite obtener resultados intermedios y así detectar el error.
- Podemos incluir ejercicios más complejos.
- Prácticamente todos los alumnos pueden tenerla al alcance de la mano,
- Pueden contar con un respaldo informático de los ejercicios.
- El alumno puede seguir la clase desde la aplicación.

La ponencia se refiere al uso de la tecnología como herramienta pedagógica.

1 Introducción

“Opciones educativas basadas en el uso de las tecnologías” así declara una parte del artículo 100 de la Ley 26.206 de Educación Nacional sancionada hace 12 años. Mathlab es una opción más, quizás aquella que nos ayude a resolver muchas de las necesidades que tenemos en el aula.

En este desarrollo expresaremos las virtudes de la aplicación pero sobre todo sus efectos y repercusiones en el aula, y con ello me refiero al desarrollo de la clase.

Profundizaremos en cada uno de los beneficios que se obtienen de su uso, nos permite resolver ciertos cálculos que necesitan mucho tiempo en el pizarrón, como por ejemplo, una matriz inversa de 3x3, que podríamos realizar simplemente con un click.

Mathlab es una calculadora gráfica que dentro de sus operaciones tiene diversas funciones que desarrollaremos en el punto 2.1

Luego de conocer la App, nos dedicaremos al su uso en el aula en el punto 2.2.

En lo sucesivo desarrollaremos los beneficios citados en el resumen, donde el aprovechamiento del tiempo (2.2.1), los cálculos intermedios (2.2.2), la complejidad de los ejercicios (2.2.3), la facilidad de acceso (2.2.4), el backup(2.2.5) y el seguimiento (2.2.6) pueden mejorar nuestra pedagogía dentro del aula.

Y en punto 2.2.7 veremos las complicaciones y ciertas herramientas para resolverlo.

2 Primeros acercamientos al MATHLAB y sus beneficios

2.1 Aplicación MATHLAB

2.1.1 Aplicación MATHLAB características

Es una calculadora gráfica que resuelve una enorme cantidad de operaciones del programa de la materia Álgebra, como así también de Análisis Matemático. Su menú principal cuenta con:

- Modo gráfico
- Modo tabla
- Modo Calcular
- Librería de constantes
- Librería de funciones
- Ayuda
- Configuración

Entre las operaciones que consideramos relevantes para nuestra materia en cuestión se encuentran:

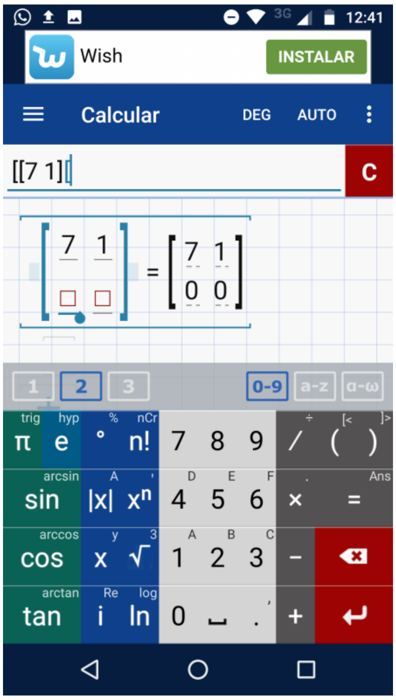
- Representaciones 2D de cualquier tipo de función
- Cálculo de la norma de un vector
- Producto escalar entre vectores
- Suma de matrices
- Multiplicación de matrices por un escalar
- Multiplicación de matrices

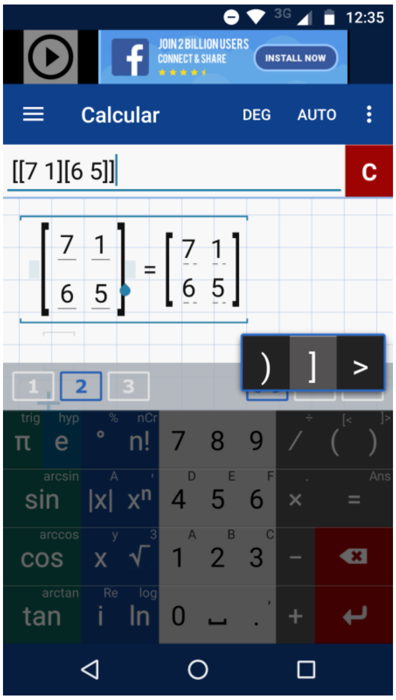
- Matriz transpuesta
- Matriz inversa
- Determinantes
- Sistema de ecuaciones (analítica y gráfica).
- Ecuaciones en una variable
- Inecuaciones en una variable
- Funciones algebraicas y sus gráficas
- Funciones trigonométricas y sus inversas

Y en relación a Análisis Matemático encontramos otras más que no son objeto de este trabajo, pero que pueden sernos de utilidad (resuelve ecuaciones, gráfica de funciones, realiza derivadas, integrales definidas, puntos críticos, máximos, mínimos, etc.).

2.1.2 Aplicación MATHLAB modo de funcionamiento - *knowhow*

Dentro del modo Calcular, la aplicación poseetres hojas de trabajo que se seleccionan en el borde inferior izquierdo de la pantalla y tres tipos de teclados diferentes para elegir que se ubican en el margen inferior derecho. Este teclado puede estar visible o no para una mejor visualización de la hoja donde estamos realizando los cálculos.





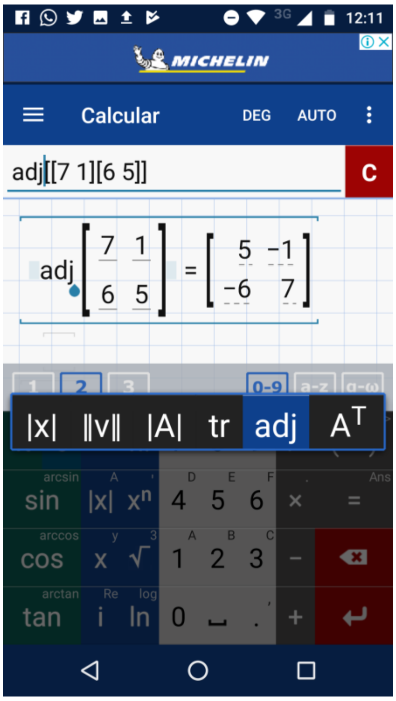


Figura 1. Carga de una matriz **Figura 2.**Matriz **Figura 3.** Operaciones presionando $|x|$

Para realizar las operaciones detalladas nos situamos en el primer teclado [0-9] y ahí tenemos las operaciones posibles, seguimos analizando la Figura 1 y vemos que las matrices se cargan entre corchetes cada fila y corchetes a toda la matriz, luego podemos ver las opciones de teclado y hojas de cálculo antedichas.

Para obtener más comandos, como por ejemplo el corchete necesario para cargar las matrices, hay que tener presionada la tecla o presionarla varias veces y de esa forma acceder al valor u operación que figura en la parte superior de la tecla, como vemos en la Figura 2.

Incluso si dejamos presionada una tecla nos da muchas más opciones de las que se ven a simple vista como en la Figura 3 en la cual tenemos presionado$|x|$ y se habilitan seis operaciones

- $|x|$ Valor absoluto
- $||v||$ Norma de un vector
- $|A|$ Determinante de una matriz
- Tr Traza de una matriz
- adj Adjunta de una matriz
- A^T Matriz Transpuesta

De esta forma nos da la posibilidad de resolver de manera muy simple y rápida cálculos del álgebra lineal. La matriz inversa, por ejemplo, solo tenemos que presionar x^n y luego -1, de esa forma nos devuelve la matriz inversa.

Por suerte la aplicación cuenta con un manual online muy claro, esquemático y completo donde se pueden encontrar más en detalle cada una de las operaciones que son posibles realizar con esta App.

2.2 Uso en el aula

2.2.1 Tiempo

En el aula el tiempo es uno de los elementos que más hace falta y nos la pasamos haciendo cálculos repetitivos que quizás no son el centro del tema.

Nos haría falta:

- Tiempo para que los alumnos copien
- Tiempo para hacer más ejercicios
- Tiempo para repetir explicaciones de otro modo
- Tiempo para que los alumnos hagan preguntas
- Tiempo para que los alumnos hagan ejercicios en clase
- Tiempo para que los alumnos interactúen realizando tareas grupales

Y sólo dedicamos el tiempo que tenemosa poder cubrir todos los temas y dar todas las explicaciones del programa, sin tener la oportunidad de detenernos.

Hace unos días escuchaba a los alumnos conversando sobre con quién inscribirse en análisis y una de las características que más sonaba para descartar docentes era “no te da tiempo para copiar”, “borra enseguida”.

Esa pausa no sólo es necesaria para plasmar en papel lo que está en el efímero pizarrón, sino también para afirmar, reflexionar e incorporar el conocimiento.

Esta aplicación nos permite ahorrar mucho tiempo en resoluciones que pertenecen a otras unidades que no son el centro del tema.

Por ejemplo, en el desarrollo de un ejercicio de Matriz Insumo Producto, si evitáramos resolver en el pizarrón la matriz inversa, probablemente el tiempo que nos sobre nos permita resolver dos ejercicios en lugar de uno o quizás resolverlo con mucho más detenimiento o capaz resolver uno más complejo.

Darle tiempo al alumno es una tarea que debemos no olvidar, especialmente en materias como las nuestras.

2.2.2 Los cálculos intermedios

A la hora de dar vuelta la hoja y verificar la respuesta en la guía de trabajos prácticos, el ejercicio no nos dio. La respuesta no coincide. ¿Cómo podemos saber dónde está el error? ¿Cómo verificar?

Esta aplicación nos permite acercarnos a los cálculos intermedios para saber si una inversa salió mal, si me equivoqué en un determinante para de esta manera ayudar a los alumnos en sus casas a tener los resueltos de los ejercicios intermedios.

La frustración es una de las causas del abandono de los alumnos en los primeros años de cursada, la impotencia de no poder “acertar” al resultado y no saber que se hizo mal, los lleva a ese desánimo. Si bien todos los docentes estamos predispuestos a las preguntas de los alumnos, bien sabemos que no todos participan o se acercan a resolver esas cuestiones.

Con el Mathlab estaríamos brindando una herramienta de desarrollo independiente de los alumnos donde pueden resolver tales dudas y evitar la frustración

2.2.3 Complejidad

“El profe enseña re fácil y los ejercicios son re difíciles” y sí, nadie puede enseñar a sumar empezando por los irracionales, hay que empezar por 2+2 y después ir avanzando en la complejidad. En todos los ámbitos es igual. Nos encantaría poder resolver ejercicios de operaciones matriciales de 5 x 4, pero llevaría demasiado tiempo que no aportaría nada más que hacer mil cuentas en el pizarrón. Esta aplicación nos permite realizar ejercicios más complejos y reducir la operatoria a un solo click, y de esta manera acercar a los alumnos a ejercicios más amplios.

Al acrecentar la dificultad de los ejercicios nos permite que las aplicaciones económicas se asemejen aún más a la realidad, porque la esta es mucho más compleja que los ejercicios que se enseñan.

2.2.4 Facilidad de acceso

Todos tienen el celular al alcance de la mano, sería lo primero que hay que decir en este apartado. Más allá de eso, todos los docentes hemos experimentado la complejidad de llevar una computadora a clase, pedir el cañón, que esté bien colgada la pantalla, que haya un alargue que llegue al enchufe y demás cuestiones que tienen que estar previstas a la hora de usar esta tecnología.

Otra cuestión que he experimentado en estos días, es que quizás no estaba en los planes usar el proyector y en el medio de la clase nos vendría muy bien poder graficar en una pantalla porque las líneas en el pizarrón son difíciles de trazar.

El smartphone nos da esa flexibilidad de que siempre estará la posibilidad de usar esta tecnología en cualquier momento.

2.2.5 El backup

En algún renglón cité al efímero pizarrón, donde lo que uno plasma tiene que borrarlo para poder seguir escribiendo. Esta aplicación permite guardar en la librería las operaciones realizadas y dentro de cada hoja de cálculo se pueden realizar muchas operaciones. De esta manera podemos entrar a la Librería y guardar los cálculos hechos en cada clase, o quizás los de un tema en particular o modelos de exámenes resueltos, etc.

2.2.6 El seguimiento

Muchas veces es difícil acompañar al profesor en clase, comprenderlo, escribir, agarrar la calculadora, volver a escribir. Esta aplicación, sumado al beneficio del backup, nos permite poder seguir el desarrollo de un ejercicio a través del Smartphone y poder guardarlo al finalizar la clase.

Por ejemplo, poder saber cuánto va a dar un determinante antes del que el profesor lo resuelva o verificar las operaciones del pizarrón, puede ayudar a los alumnos a estar un paso adelante y facilitarles la tarea.

2.2.7 Dificultades y soluciones

Una de las dificultades con las que me topé a la hora del uso de esta herramienta tecnológica en el aula, es que necesita dedicársele cierto tiempo a la formación de los alumnos respecto de cómo usarla

También hay que vencer una barrera, ya que más allá de que las nuevas generaciones aman la tecnología, ellos crecieron con el papel, la birome y el pizarrón y es difícil agregarles una herramienta más, aunque les ayude.

Sobre cómo usar la herramienta, realmente es bastante intuitiva y aquel que le dedique tiempo, sin duda lo aprende con facilidad. Más allá de eso, para solucionarlo, generé pequeños videos tutoriales de un minuto enseñando a cargar una matriz, realizar un determinante y ciertas operaciones fundamentales para poder acercarse al uso del Mathlab. Así de esta manera pueden aprender a manejar la App en sus casas y no utilizar el tiempo en el aula.

3 Conclusiones y trabajos futuros

Esta App nos permite superar muchas limitaciones que tenemos en el aula los docentes de matemática, en especial en ciencias económicas.

Muchas veces desarrollamos ejercicios con aplicaciones económicas y el desarrollo matemático se lleva el protagonismo. Con el Mathlab podemos ahorrar tiempo en operaciones que los alumnos ya saben resolver y dedicarnos más especialmente al sentido que tiene cada uno de los números con los que operamos.

Debemos dejarnos seducir por las nuevas tecnologías, porque ellas ya conquistaron a nuestros alumnos y en ellas tenemos herramientas insuperables para poder mejorar el desarrollo de la clase.

La interactividad en el aula universitaria siempre fue muy difícil de obtener, con el Mathlab el trabajo sobre el ejercicio es conjunto entre docentes y alumnos. Se evita así esa situación en la que el profesor escribe y el alumno copia, sin darse tiempo a entender, porque el docente en breves segundos borrará el pizarrón y escribirá una nueva fórmula.

Si con esta aplicación, podemos obtener más tiempo en el aula, podríamos darle mejor tiempo al proceso cognitivo protagonista, indiscutible del aprendizaje

Referencias

- Bianco M., García R., Zorzoli G. (2000). *Análisis Matemático I Notas de Teoría y Práctica.* Buenos Aires: Eudeba.
- Coll C. Obra coordinada por Carneiro R, Toscano J. y Díaz T. (2009). *Los desafíos de las TIC para el cambio educativo.* España. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura: Fundación Santillana.
- Font E., Lazzari L., Montero B., Thompson S., Fraqueli A., Loiacono T., Moulia P., Wartenberg R. (1999). *Álgebra con aplicaciones a las Ciencias Económicas.* Buenos Aires: Ediciones Macchi.
- Graphing Calculator by Mathlab: User Manual© 2011-2015, Mathlab Apps, LLC. Disponible en: http://help.mathlab.us/
- Ley N° 26.206. Ley de Educación Nacional; Ciudad Autónoma Buenos Aires, Argentina, 27 de Diciembre de 2006.

Seguimiento de la incidencia en los resultados de los alumnos de Matemática ante el Curso de Ingreso irrestricto – Facultad de Ciencias Económicas – UNICEN

Musante, Gabriela – De Vito, Florencia – Morando, Carina – Petraccaro, Mariana – Villarreal, M. Belén
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires
gabrielasmusante@gmail.com–mariaflordevito@gmail.com–carinamorando@yahoo.com.ar
marianapetraccaro@hotmail.com– mbelenvillarreal@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Curso de Ingreso, Aprendizaje, Seguimiento, Análisis

Resumen

En un país donde la educación secundaria no siempre satisface las necesidades de aprendizaje del área de Matemática, para los alumnos que deciden continuar su formación en una carrera universitaria, el curso de ingreso es una herramienta necesaria para la nivelación de los contenidos básicos esenciales para las materias de la carrera. Éste debería operar a modo de nexo entre ambos niveles, facilitando la adaptación del alumno a los contenidos, al volumen de bibliografía y al tipo de evaluaciones que deberán afrontar posteriormente, durante la carrera de grado.

Hace unos años, ante la modificación a la Ley de Educación Superior sancionada el 29/10/15 que aprobó el ingreso irrestricto a las universidades, surgió la inquietud de evaluar el impacto que tuvo esta decisión sobre el aprendizaje de los alumnos, ya que nos preocupa que no ingresen a la universidad con los conocimientos básicos necesarios en Matemática ante el ingreso irrestricto, siendo un problema no sólo de los jóvenes sino de todos aquellos que pertenecemos al sistema educativo.

En trabajos anteriores, nos propusimos realizar un análisis comparativo entre los resultados académicos de las cursadas 2015, 2016 y 2017 de Matemática I, de manera de poder determinar cuáles fueron los efectos sobre el desempeño de los alumnos del cambio en la normativa referida al curso de ingreso.

La propuesta para este año es continuar con este análisis para el año 2018, de manera de extraer conclusiones representativas y poder mostrar las herramientas que se han planteado en vistas de los resultados obtenidos.

1 Introducción

En un país donde la educación secundaria no siempre satisface las necesidades de aprendizaje del área de Matemática para los alumnos que deciden continuar su formación en una carrera de Ciencias Económicas, el curso de ingreso a la facultad es una herramienta útil y necesaria para la nivelación de los contenidos básicos esenciales para las materias de la carrera. El conocimiento adquirido por un alumno al egresar del nivel medio resulta en muchas ocasiones insuficiente para hacer frente a los estudios que demanda el nivel universitario, produciéndose un salto muy brusco entre los dos sistemas educativos. El curso de ingreso debería operar a modo de nexo entre ambos niveles, facilitando la adaptación del alumno a los contenidos, al volumen de bibliografía y al tipo de evaluaciones que afrontarán posteriormente, durante la carrera de grado.

El 29 de octubre de 2015 fue aprobada en el Senado de la Nación, una modificatoria a la Ley de Educación Superior (LES) Nº 24.521 impulsada por la Lic. Adriana Puiggrós, Diputada Nacional por la Provincia de Buenos Aires del Partido Frente Grande.

En su artículo 1 se indica que:“Están comprendidas dentro de la presente ley las universidades e institutos universitarios, estatales o privados autorizados y los institutos de educación superior de jurisdicción nacional, provincial o de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, de gestión estatal o privada, todos los cuales forman parte del Sistema Educativo Nacional”; y en su artículo 7 establece que: “Todas las personas que aprueben la Educación Secundaria pueden ingresar de manera libre e irrestricta a la enseñanza de grado en el Nivel de Educación Superior. Excepcionalmente, los mayores de 25 años que no reúnan esa condición, podrán ingresar siempre que demuestren, a través de las evaluaciones que las provincias, la Ciudad Autónoma de Buenos Aires o las universidades en su caso establezcan, que tienen preparación o experiencia laboral acorde con los estudios que se proponen iniciar, así como aptitudes y conocimientos suficientes para cursarlos satisfactoriamente. Este ingreso debe ser complementado mediante los procesos de nivelación y orientación profesional y vocacional que cada Institución de Educación Superior debe constituir pero que en ningún caso debe tener un carácter selectivo excluyente o discriminador."

Hasta este momento, el ingreso a la Facultad de Ciencias Económicas de la UNICEN estaba regulado por RCA 218/2013 y, a partir de esta determinación, el Consejo Académico en su Resolución N° 227/2015 modificó las pautas del ingreso en función de los cambios establecidos en la LES.

2 Fundamentación

Ante las modificacionesmencionadas, hace unos añossurgió la inquietud de estudiarcuál es el impacto de esta decisión sobre el proceso de aprendizaje de los alumnos. Por nuestra experiencia docente, sabemos que en el primer ciclo de formación, la mayoría de ellos responde ante la obligatoriedad delas actividades propuestas por los docentes y las distintas evaluaciones que condicionan la aprobación de las diferentes materias. Frente al ingreso irrestricto, nos preocupa que la no obligatoriedad de aprobación repercuta negativamente en la adquisición de los contenidos necesarios para los ingresantes a la Facultad de Ciencias Económicas de nuestra Universidad.

En años anteriores, estudiamos el rendimiento académico de los alumnos inscriptos a las carreras Contador Público, Licenciatura en Administración y Licenciatura en Economía Empresarial de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNICEN, que cursaron la materia Matemática I durante las cursadas delos1eros Cuatrimestres de los años 2015 a 2017, así como también el área de Matemática de los Cursos Introductorios de los mismos años. Del primer análisis realizado, surgió que el porcentaje de alumnos promocionados en 2016 en Matemática I no disminuyó con respecto al año 2015, tal como esperábamos. Pero, sobre el análisis realizado en el año siguiente, pudimos concluir que el régimen establecido para el Curso Introductorio ha resultado un factor que motivó la deserción de los alumnos para Matemática I, incrementándose dicho porcentaje, y desmotivando el estudio de los contenidos dictados, impactando en la disminución de la cantidad de alumnos promocionados. A su vez, y con respecto a los resultados en el Curso Introductorio de 2017, pudimos concluir que también tuvo efectos negativos más significativos aún con respecto a los resultados del año 2016, teniendo una disminución de un 39% en el porcentaje de alumnos aspirantes promocionados.

El objetivo de este trabajo esextender dicho análisis, incorporando el rendimiento académico de los alumnos del primer cuatrimestre de 2018, de manera tal de obtener conclusiones representativas sobre los efectos generados por el cambio en la normativa.

3 Desarrollo

Hasta la sanción de las modificaciones a la Ley de Educación Superior (LES) con fecha 29-10-2015, el Curso Introductorio a la Vida Universitaria de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNICEN, se regía por la Resolución 218/2013 del Consejo Académico de la FCE.

Su art. 2 establecía que "…el alumno ingresante a la Facultad de Ciencias Económicas seráconsiderado admitido cuando haya aprobado el Curso Introductorio de conformidad con los criterios de evaluación, aprobación y/o eximición determinados para cada área…"

Los requisitos para la aprobación del curso en el área Matemática, en cada una de las dos modalidades en las que se dictaba: Semi-presencial (entre Agosto y Noviembre) y Presencial (en Febrero), eran:

Requisitos de aprobación para el curso Semi Presencial (Ingreso 2015)

- El alumno debería obtener una calificación no inferior a 6 (seis) puntos y el 75% de la asistencia para aprobar el área.
- Evaluación: el curso era promocional, sin evaluación final, para aquellos alumnos que aprobaran las dos evaluaciones parciales con promedio de 6 (seis), en ninguna de las dos evaluacionespodían tener una calificación inferior a 4 (cuatro) puntos.
- Instancia de recuperación: el alumno que habiendo cumplido con la asistencia no cumpliera con el requisito anterior, tenía derecho a una evaluación final que se aprobaba con calificación de 6

(seis) o superior. El alumno que no aprobase esta evaluación, teníauna segunda y última oportunidad luego del receso de verano y con anterioridad al inicio del curso presencial.

Requisitos de aprobación para el curso Presencial (Cursada 2015):

- Los requisitos de aprobación del curso por promocióneran los mismos que los de la modalidad Semi-presencial.
- Instancias de recuperación: El alumno que no promocionaba el área, tenía derecho a una evaluación final integral, que se aprobaba con nota mayor o igual a 6 (seis) puntos. De no aprobar en esa instancia tenía una última oportunidad en el mes de mayo.

Aquellos alumnos que aprobaran ambas materias del Curso Introductorio a la Vida Universitaria pasaban a ser alumnos de la FCE.Dentro de las ventajas que encontramos en esta metodología de ingreso a la Facultad podemos decir que se garantizaba que los alumnos ingresantes contaran con los conocimientos básicos en el área Matemática como para afrontar la cursada de Matemática I y sus correlativas, materias que suelen ser llamadas “filtro” en los primeros años de las carreras. Además, el alumno podía experimentar por primera vez el régimen de evaluación de nuestra Facultad y saber de las exigencias a las que deberían responder una vez admitidos por la institución.Por otro lado, si quisiéramos citar alguna desventaja,podría ser el hecho que quedaran fuera del sistema alumnos que contaran con los conocimientos básicos necesarios y, por alguna circunstancia particular, no los hubieran podido demostrar en las distintas instancias evaluadoras.

Luego de la sanción de la Ley Nº 27.204 que modifica de manera sustancial el espíritu del artículo 7º de la Ley de Educación Superior Nº 24.521, se dictó la Resolución 227/2015 del Consejo Académico de la FCE que modifica la RCA N° 218/2013 Normas Académicas para la organización, inscripción, evaluación y aprobación del Curso Introductorio a la Vida Universitaria” en sus artículos 1º y 2º y las partes pertinentes del Anexo I de la mencionada normativa.

Esta modificación establece un nuevo formato de Curso Introductorio a la Vida Universitaria de la Facultad que tiene el carácter de Nivelatorio, Obligatorio y No Eliminatorio. Nivelatorio, ya que implica un proceso de homogeneización de contenidos básicos necesarios para el desarrollo de las carreras; Obligatorio, porque se debe cumplir con un porcentaje específico de asistencia;y No Eliminatorio, ya que la nota obtenida en el proceso evaluatorio no condiciona el ingreso a la institución.Por lo tanto:

Requisitos de aprobación para los cursos Semi-Presencial y Presencial (Cursadas 2016 - 2017):

- Contar con asistencia de un 75%.

En cuanto a las evaluaciones, se tomaban dos parciales que se consideraban como diagnóstico, no condicionando el ingreso a la Universidad.

Para el Curso de Ingreso 2018, y en vistas de los resultados obtenidos en años anteriores, se implementaron algunos cambios en las condiciones de ingreso y en la modalidad de cursada, siendo los requisitos de admisión, los siguientes:

Requisitos Curso de Ingreso virtual. Periodo Agosto-Noviembre:

- Presentar cuatro evaluaciones virtuales para poder rendir el examen integrador.

- Contar con un 75% de asistencia a los encuentros presenciales.
- Asistir al examen integrador.

Para aquellos alumnos que no cuenten con una nota mayor o igual a 4 (cuatro) puntos en el examen integrador, se les sugiere que realicen nuevamente el curso del mes de Febrero en una modalidad completamente virtual.

Requisitos Curso de Ingreso virtual. Periodo Febrero: con dos cursos en paralelo:

Curso 1: VIRTUAL, para aquellos alumnos que habiendo cursado en el periodo Agosto-Noviembre no alcanzaron un 40% en el examen integrador. Los requisitos para los alumnos inscriptos en este curso son:

- Participar al menos una vez en el foro de consultas de cada tema (ya sea para consultar dudas o si no tienen consultas, subir la resolución de un ejercicio del tema).
- Entregar las 4 evaluaciones de cada unidad, en forma virtual, en tiempo y forma.
- Asistir al examen integrador.

Curso 2: 8 encuentros presenciales y apoyo virtual. Los requisitos para los alumnos inscriptos en este curso son:

- Contar con un 75% de asistencia.
- Entregar las 4 evaluaciones de cada unidad en tiempo y forma.
- Asistir al examen integrador.

4 Resultados

Habiendo presentado en la sección anterior los requisitos de admisión de cada modalidad, en el presente apartado nos proponemos mostrar los resultados obtenidos de la comparación entre las calificaciones de los alumnos que cursaron la materia Matemática I, en los primeros cuatrimestres de los años 2015 a 2018. Previo a realizar el análisis de los resultados, debemos aclarar que el modo de evaluación de la materia ha cambiado en el ciclo lectivo 2018 según lo dispone la Resolución 080/2017 del Consejo Académico de la Facultad de Ciencias Económicas. Como cita su artículo N°19: *"Las asignaturas del Ciclo de Fundamento evaluarán sobre la base de dos (2)exámenes parciales, de los cuales sólo se podrá recuperar uno, y una evaluación integradora. En dichas evaluaciones el alumno deberá obtener como mínimo nota seis (6) para acceder a lainstancia integradora, tanto en el parcial o en la instancia de recuperación. Además, en los casos que corresponda, se deberá cumplimentar con la entrega y aprobación de los trabajos prácticos propuestos en la asignatura".*

Entonces los posibles resultados para el alumno que cursa la materia son:

Promoción: Si logra un puntaje de 6 (seis) o más en ambos parciales (o en la instancia de recuperación de uno de ellos logra más de 6) y en el integrador.

Aprobar la cursada: si logra más de 4 (cuatro) puntos y menos de 6 (seis) puntos en ambos parciales,(o en las instancias de recuperación de uno de ellos logra más de 4); o habiendo logrado acceder al integrador no logre 6 (seis) puntos o más en dicha instancia.

Desaprobado (Libre): no ha logrado aprobar con 4 (cuatro) o más en ambos o en alguno de los dos parciales (ni en la instancia de recuperación de uno de ellos), pero cuenta con la asistencia requerida del 70%.

Abandonó: No reúne la asistencia necesaria. Debe recursar la materia.

Para efectuar el análisis, se ha seleccionado el 1er. cuatrimestre de los años 2015, 2016, 2017 y 2018, con el propósito que sean comparables.

En el 2015 la matrícula de alumnos ingresó a la Facultad habiendo aprobado el Curso Introductorio a la Vida Universitaria (CIVU) ya que, como explicamos en la sección previa, hasta ese momento el ingreso era eliminatorio. Por el contrario, los alumnos matriculados en Matemática I en 2016, 2017 y 2018 ingresaron habiendo cumplimentado solamente con el requisito de asistencia al CIVU, aunque no hayan aprobado las instancias de evaluación, por la modificación mencionada de la LES y la RCA N° 227/2015 de nuestra FCE.

Los resultados se resumen en la siguiente tabla:

Tabla 1. Resultados matemática I 1er. cuatrimestre años 2015-2016-2017-2018

		2015	**2016**	**2017**	**2018**
Inscriptos	**Total**	103	143	218	247
	Abandonaron	30	47	72	98
	% deserción	29%	33%	33%	40%
	Neto de abandono	73	96	146	149
Resultados neto de abandonos	**Promoción**	12	17	21	30
	Cursada	34	43	93	62
	Desaprobados	27	36	32	57
Resultados %	**Promoción**	16%	18%	14%	20%
	Cursada	47%	45%	64%	42%
	Desaprobados	37%	37%	22%	38%

En el gráfico 1 se muestra el porcentaje de deserción en matemática I, en los años 2015 a 2018.

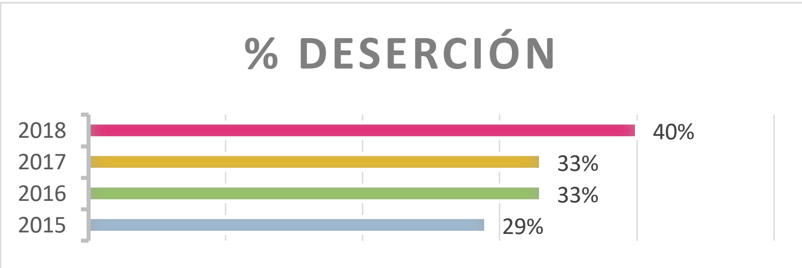


Gráfico 1. % de deserción en matemática I, años 2015-2016-2017-2018.

En el gráfico 2 se muestran de manera comparativa los resultados de la Tabla 1. Los porcentajes han sido tomados sobre el total de inscriptos, neto de abandonos.

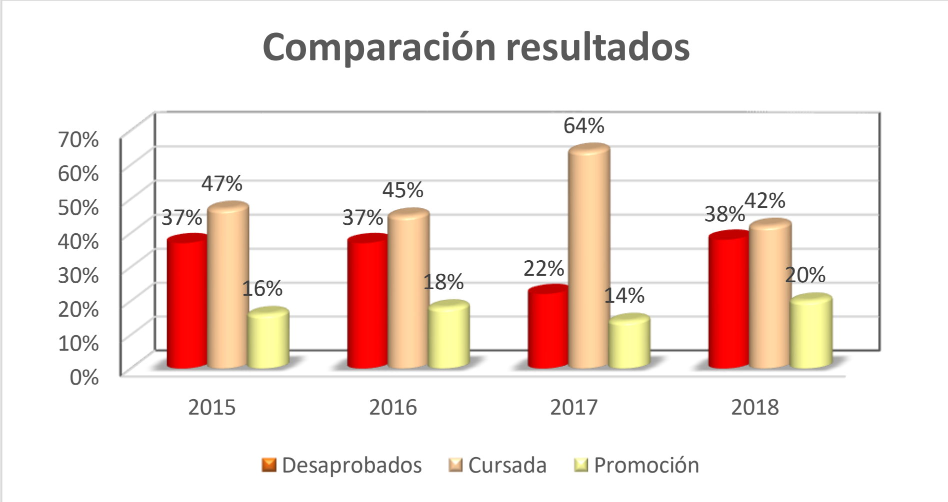


Gráfico 2. Comparación de los resultados de Matemática I 2015-2016-2017-2018.

Como se puede observar en la Tabla 1 la cantidad de inscriptos a la materia en 2016 es aproximadamente un 50% más que en el 2015, en 2017 es un 100% mayor y en 2018 es casi un 150% más con respecto a 2015, debido a una mayor cantidad de matriculados en la Facultad dado el ingreso irrestricto.

Podemos observar que el porcentaje de deserción,en matemática I, aumenta gradualmente año tras año, pasando de un 29% en 2015 a un 40% en 2018 (Gráfico 1).

En el gráfico 2 se observa que, el porcentaje de alumnos que desaprobaron (quedaron en condición de libre), se mantuvo constante en 2016, en 2017 disminuyó en un 15% y en 2018 volvió a aumentar quedando con un punto porcentual más que en 2015.

El porcentaje de alumnos que lograron aprobar la cursada se incrementó en 2017 un 17% con respecto a 2015, pero en 2018 volvió a caer un 7% respecto a 2015 y un 24% respecto a 2017.

Por último se puede observar que el porcentaje de alumnos que promocionaron la materia, siendo éste el resultado ideal, aumentó en un 1,5% de 2015 a 2016, disminuyó en un 3,3% de 2016 a 2017, y aumentó en un 8% de 2017 a 2018.

Cuando surgió la inquietud de evaluar el efecto en los resultados académicos ante la modificación del curso de ingreso, creíamos que el porcentaje de aprobados sería menor en los años 2016 y siguientes, pensando que el ingreso irrestricto haría que los alumnos no se preocuparan tanto por obtener o consolidar los conocimientos básicos que otorga el ingreso y que esto se vería reflejado en Matemática I. Pero contrario a lo que supusimos en un comienzo, los resultados porcentuales no variaron ante el cambio en la normativa referida al Ingreso a la Facultad en el año 2016; en 2017 si bien se observa una variación desfavorable en el porcentaje de promocionados, la suma de los que aprobaron la cursada más los promocionados es mayor que en los años anteriores, evidenciando un mayor porcentaje de alumnos que alcanzaron los conocimientos mínimos solicitados para la aprobación de la cursada de la materia.En 2018 los porcentajes fueron similares a los de 2015 con un 6% más de promocionados y un 7% menos de alumnos que aprobaron la cursada.

Ahora bien, si analizamos los resultados tomando la totalidad de los alumnos inscriptos, la suma de los aprobados más los promocionados pasa de un 45% en 2015 a un 37% en 2018, y es aquí donde vemos la incidencia del aumento de la deserción en la materia matemática 1 y su relación directa con el ingreso irrestricto. El problema que ha surgido es un aumento en la deserción de los alumnos, ya que al anotarse en matemática 1 sin haber afianzado los conocimientos previos necesarios, no logran asimilar los nuevos aprendizajes, lo que en nuestra opinión les genera una desmotivación y desvalorización, que deviene como daño colateral al ingreso irrestricto.

Por otro lado, y profundizando el análisis de trabajos anteriores, continuamos evaluando comparativamente los resultados en el mismo ingreso. Para ello tomamos los datos de los cursos de ingreso 2015, 2016, 2017 y 2018 en sus dos modalidades (Semi-presencial y Presencial).

El resultado de lo analizado se refleja en la siguiente tabla:

Tabla 2. Resultados Curso de Ingreso 2015-2016-2017-2018

		Ingreso 2015	Ingreso 2016	Ingreso 2017	Ingreso 2018
Inscriptos	Aprobados	189	144	65	112
	Desaprobados	107	117	195	193
	Eximidos	0	6	29	3
	Abandonaron	100	132	77	32
	Total	396	399	366	340
Neto de abandonos	% Deserción	25%	33%	21%	9%
y eximidos	Total Neto	296	261	260	305
Resultados %	Aprobados	64%	55%	25%	37%
	Desaprobados	36%	45%	75%	63%

En el gráfico 3 se muestran de manera comparativa los resultados de la Tabla 2. Los porcentajes han sido tomados sobre el total de inscriptos, neto de abandonos.

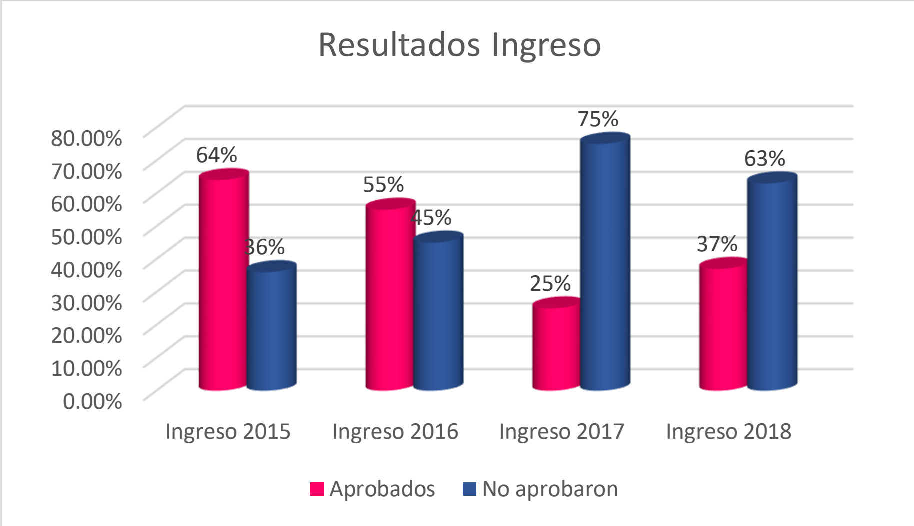


Gráfico 3.Comparación de los resultados del Curso de Ingreso 2015-2016-2017-2018.

En este caso, como se puede observar en la Tabla 2, la cantidad de inscriptos al curso de ingreso es prácticamente igual en 2015 y 2016, habiendo una disminución tanto en 2017 como en 2018, lo que muestra que no hubo mayor interés en la carrera por el hecho de que su ingreso fuera irrestricto.

En cuanto a la deserción, vemos que en el 2016 aumentó cerca de un 10% en comparación con el 2015, en 2017 observamos una disminución de un 12% respecto al año anterior, y en 2018 continuó disminuyendo en la misma proporción, situación que creemos se relaciona con la menor cantidad de requisitos exigidos para la admisión como alumnos, lo que lejos de ser positivo,termina siendo un factor de desmotivación, impactando posteriormente en la deserción en las materias de las carreras.

Se observa que, en cuanto al rendimiento de los alumnos aspirantes a ingresar a la Facultad, el porcentaje de aprobados disminuyó en casi un 10% de 2015 a 2016, y en un 30% de 2016 a 2017. En 2018 si bien aumentó el porcentaje de aprobación respecto al año anterior, en comparación con el 2015, disminuyó en un 27%. Aquí es donde advertimos que sí influyósignificativamente en los alumnos el hecho que no tuvieran que aprobar el examen para ingresar a las carreras, restándole importancia a la adquisición o fijación de los conocimientos necesarios para afrontar las materias matemáticas de la carrera, lo que seguidamente se ve reflejado en dichas materias.

5 Conclusión

Al iniciar nuestro trabajo de análisis sobre la Incidencia del Curso de Ingreso irrestricto en el rendimiento académico, dos años atrás, habiendo sido recientemente aprobadas las modificaciones a la Ley de Educación Superior y sin contar con historial suficiente para realizar afirmaciones en base a evidencia empírica, nos propusimos realizar la labor durante un período de tiempo representativo de manera que pudiésemos extraer conclusiones valederas.

En la actualidad, habiendo transcurrido tres experiencias de la nueva modalidad de Curso de Ingreso, y habiendo estudiado comparativamente el desempeño académico de los alumnos de Matemática I en el primer cuatrimestre de cuatro ciclos lectivos distintos y consecutivos, podemos arribar a la conclusión de que la principal consecuencia de la modificación de los criterios de ingreso a la Facultad es el incremento en la deserción de los estudiantes en la materia. Este indicador ha mostrado una tendencia creciente en forma sostenida desde el primer ciclo lectivo en el cual se aplicó el ingreso irrestricto.

Tal como hemos citado en trabajos anteriores, las modificaciones introducidas a la Ley de Educación Superior, establecen en su artículo 2 que la responsabilidad principal e indelegable del Estado Nacional, de las provincias y de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires sobre la Educación Superior, implica, entre otras:

a) Garantizar la igualdad de oportunidades y condiciones en el acceso, la permanencia, la graduación y el egreso en las distintas alternativas y trayectorias educativas del Nivel para todos quienes lo requieran y reúnan las condiciones legales establecidas en esta ley.

A partir del análisis cuantitativo efectuado podemos afirmar que, a través de la generación de un incremento sostenido en el porcentaje de deserción en la materia Matemática I, el Curso de Ingreso irrestricto atenta principalmente contra este inciso del artículo 2 de la LES, dado que vulnera la igualdad de oportunidades en la permanencia, la graduación y el egreso en las distintas carreras de grado de la Facultad. El hecho de cursar una materia sin haber adquirido los contenidos previos mínimos, constituye un factor de desmotivación para los estudiantes, quienes terminan abandonando la cursada en un alto porcentaje de casos.

La incorporación de los resultados académicos del primer cuatrimestre de 2018 en Matemática I permite vislumbrar una segunda conclusión que se condice con nuestra hipótesis inicial al comenzar con la investigación: el Curso Introductorio irrestricto y no eliminatorio, además de incrementar la deserción, generó bajas en el rendimiento de los alumnos que continuaron asistiendo a la materia. Por un lado, aumentó el porcentaje de desaprobados en un 16% y, por otro, disminuyó la aprobación de la cursada en un 22% en comparación con el año anterior.

Cabe hacer mención a una tercera conclusión que puede extraerse del estudio del ciclo lectivo 2018: se vio incrementado el porcentaje de alumnos que promocionaron la materia en relación a aquellos que sólo aprobaron la cursada. Este cambio relativo en la composición porcentual puede explicarse en un cambio en los criterios de evaluación de la materia Matemática I. En 2018 optamos por evaluar los contenidos en dos parciales más un examen integrador, a diferencia de los períodos anteriores que constaban de sólo una evaluación parcial y luego el integrador. Además, se incorporó la utilización del aula virtual en la materia, se desarrolló una actividad optativa para que estudiantes avanzados pudiesen constituirse como ayudantes alumnos, y se propuso la presentación optativa de la resolución individual de los trabajos prácticos de cada unidad con la correspondiente corrección y devolución del docente. Todos estos factores influyeron positivamente para incrementar el porcentaje de alumnos que promocionaron la materia.

Por último, haremos una breve referencia de los cursos de acción a seguir basándonos en los análisis cuantitativos que éste y los trabajos anteriores han implicado. Con respecto al ingreso irrestricto, hemos realizado distintas propuestas a las autoridades de la Facultad para lograr garantizar tanto la igualdad de oportunidades como el aprendizaje de los contenidos mínimos para comenzar a cursar Matemática I. Las propuestas han sido oportunamente discutidas en Consejo Académico y seguramente veamos modificaciones en los criterios de aprobación del Curso de Ingreso 2019. Mientras tanto en la materia Matemática I continuaremos en la búsqueda de nuevas estrategias con el objetivo de modificar la composición porcentual que tenemos hoy día, persiguiendo la baja en la deserción y el incremento del porcentaje de aprobados y promocionados.

Referencias

- Consejo Académico Facultad de Ciencias Económicas UNICEN, Año 2013, RCA 218/2013.
- Consejo Académico Facultad de Ciencias Económicas UNICEN, Año 2015, RCA 227/2015.
- Consejo Académico Facultad de Ciencias Económicas UNICEN, Año 2017, RCA 080/2017.
- Honorable Congreso de la Nación Argentina, 20/07/1995, Ley N° 24.521.
- Honorable Congreso de la Nación Argentina, 11/11/2015, Ley Nº 27.204.

Implementación de la plataforma Moodle en la asignatura Análisis Matemático II de la carrera de Licenciatura en Administración. Encuesta-Actividades propuestas

Olguín, Rita Karina – May, Gladys Carmen – Baracco, Marcela Natalia - Simunovich Roberto
Facultad de Ciencias Económicas Jurídicas y Sociales - Universidad Nacional de San Luis
olguinrk@gmail.com - gcmay@hotmail.com - mnbaracco@gmail.com - simunovichirj@unsl.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Plataforma virtual, Metodología, Encuesta

Resumen

El siguiente trabajo muestra la implementación y opinión de los alumnos sobre la plataforma Moodle 3 en la asignatura Análisis Matemático II de la carrera de Licenciatura en Administración de la FCEJyS de la UNSL. El empleo de éste recurso tecnológico se efectuó con la idea de complementar las actividades prácticas y teóricas trabajadas en la materia, con el fin de facilitar y mejorar la comprensión de los contenidos de la misma.
Enseñar en la actualidad y lograr que los alumnos lleguen a la compresión es un desafío diario, por lo tanto, con este recurso tecnológico se puede fortalecer cada aprendizaje y debido a su carácter dinámico posibilita enriquecer los temas dados en la asignatura.
La implementación de nuevas estrategias de aprendizajes usando los recursos actuales, conduce a preparar clases innovadoras y lograr de alguna manera un aprendizaje significativo para los alumnos. Usando la plataforma se pretende obtener una mirada diferente y así llegar a una mejor comprensión de los conceptos. De ésta manera los alumnos cuentan con una actividad áulica distinta a la enseñanza tradicional, logrando una participación más activa e innovadora.
Este trabajo es de tipo exploratorio, se analizan la implementación de la plataforma Moodle y los resultados de una encuesta realizada a los alumnos de la materia Análisis Matemático II, en la misma se realizan diferentes preguntas con el objeto de visualizar el alcance de éste complemento como apoyo didáctico para lograr un aprendizaje significativo.

1 Introducción

La incorporación de la plataforma Moodle en la UNSL ha abierto una gama de posibilidades a la hora de dar clases. Ésta herramienta es cada vez más indispensable en el ámbito universitario, ya que sirve de apoyo didáctico, permite intercambiar trabajos, ideas, información diversa, utilización de aplicaciones interactivas para el aprendizaje, visitas virtuales, etc. Además, las plataformas son aplicables tanto a la enseñanza presencial como a distancia, siendo un recurso didáctico que favorece el proceso de enseñanza aprendizaje, facilitando además la evaluación continua del estudiante.

Preparar las actividades en la plataforma Moodle implica un esfuerzo extra, porque además del tiempo invertido se requiere del rompimiento de estructuras mentales para adaptarse a una nueva forma de aprendizaje con la finalidad de lograr diseñar actividades dentro de un entorno interactivo de aprendizaje.

Algunas de las ventajas de usar éste recurso tecnológico como soporte didáctico son:

- Facilitar la comunicación a distancia de los docentes y estudiantes fuera del horario de clases, (a través de foros, chat, correos, etc.) mejorando el aprendizaje cooperativo.
- Se puede realizar una gran variedad de actividades interactivas con el objetivo de afianzar los conceptos.
- Permite llevar un registro de acceso de los estudiantes con un historial de las actividades, para observar el grado de participación de cada uno de ellos.

El uso de los recursos tecnológicos en las aulas es un desafío permanente, hay que implementarlo en las tareas áulicas. Cuando las clases son dadas de otra manera, no tradicional, como, por ejemplo, planificar la clase usando algún soporte tecnológico, los alumnos se "enganchan" o se entusiasman, por eso, el uso de la plataforma, brinda la posibilidad de enriquecer el tratamiento de los contenidos y abordar los mismos desde otra perspectiva, ya que la plataforma Moodle presenta un carácter dinámico.

2 Desarrollo

La plataforma Moodle en Análisis Matemático II se organizó semana a semana. Durante la primera semana se subió la información de la cátedra: horarios de consulta de los profesores a cargo de la asignatura, programas y fechas tentativas de parciales, condiciones de aprobación, bibliografía. (Véase figura1,2 y 3)

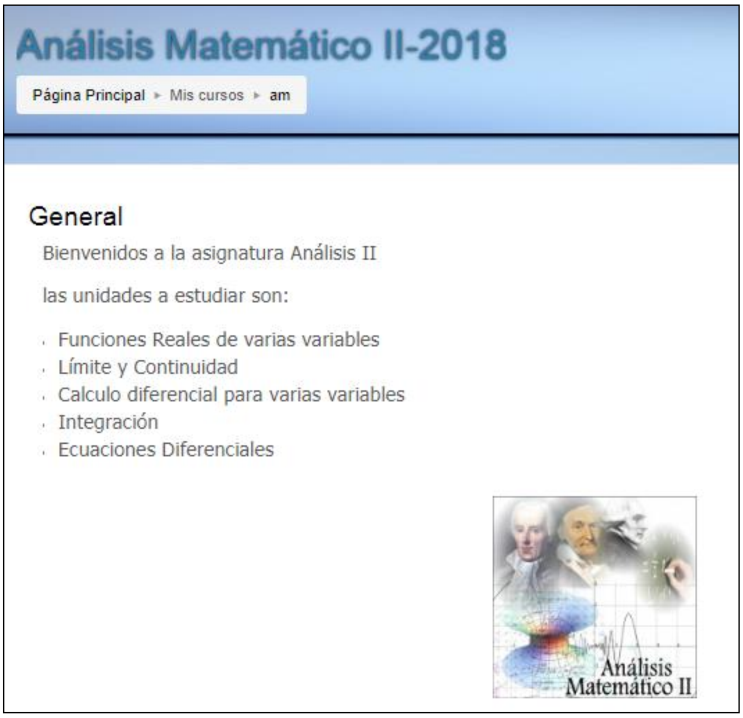


Figura 1. La portada de la plataforma

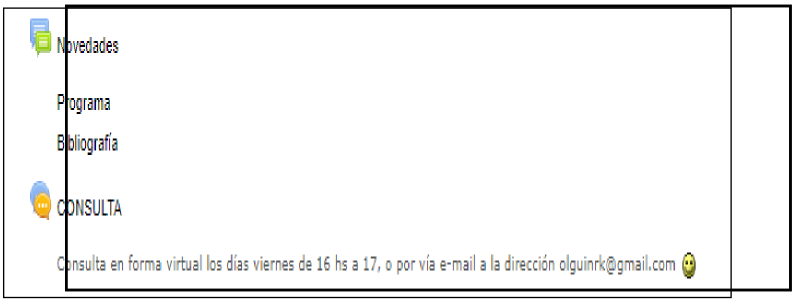


Figura 2. Representa las novedades y consulta de la materia

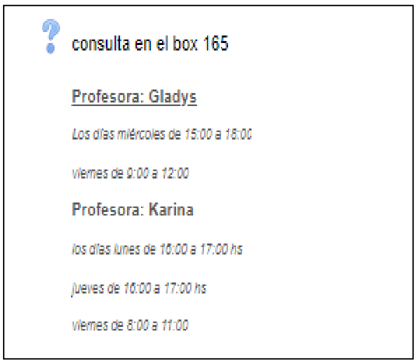


Figura 3. Representa los horarios de consulta de los profesores

En las semanas posteriores se adjuntaron tanto los archivos de los prácticos y teorías, como resultados de los parcialitos. Cabe aclarar que los parcialitos se comenzaron a evaluar en 2013, éstos son evaluaciones continuas que se realizan al comienzo o finalización de cada clase teórica y cuentan con tres ejercicios sencillos o conceptos teóricos que hacen que el estudiante esté en un contacto permanente con la teoría y la práctica de la asignatura. (véase Figura 4-5)

Figura 4: Muestra la organización semanal

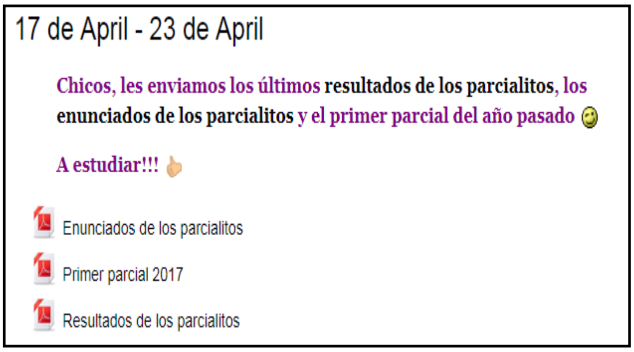


Figura 5: Muestra los archivos con información

Antes de la evaluación parcial se genera por plataforma una serie de cuestionarios separados en 8 a 10 temas; éste cuestionario contiene 10 preguntas con opciones de verdadero o falso, y de opciones múltiples. Si bien ésta actividad es obligatoria, su resultado no se tiene en cuenta en el parcial, sólo es un aporte de la cátedra para reforzar contenidos (a modo de repaso). (Véase Figura 6-7)

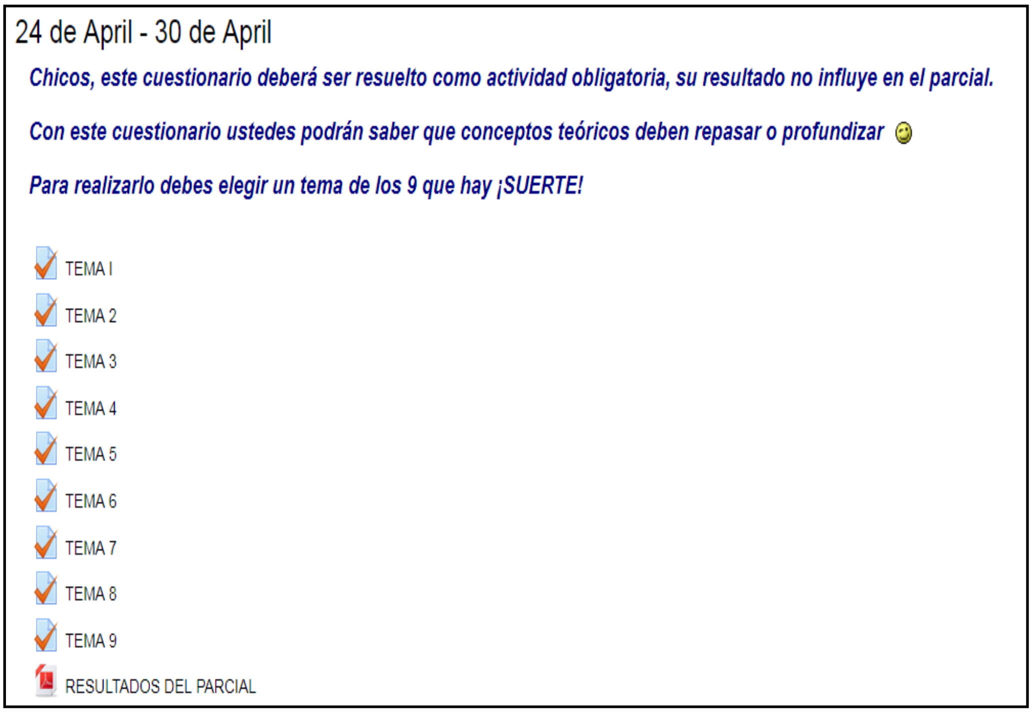


Figura 6: el Cuestionario previo al parcial

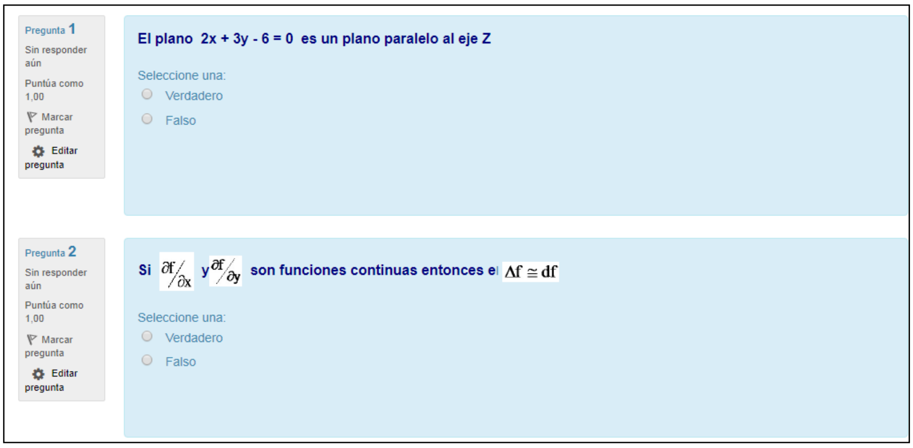


Figura 7: Muestra algunas preguntas de los temas del cuestionario

El objetivo que se pretende con estas actividades es que los alumnos practiquen, reafirmen o afiancen los contenidos previos al examen parcial. Compartiendo Sánchez, O (2014) "*se busca que los estudiantes se apropien del uso de los recursos tecnológicos y las hagan parte de su vida cotidiana, beneficiándose no solo en el ámbito educativo, sino también en el cultural, social y económico; sin dejar de exaltar el papel de la universidad, considerado como uno de los más relevantes, para el aprovechamiento del potencial que ofrecen las TIC, tanto a docentes, como estudiantes y a la sociedad en general*".

3 **Metodología**

El trabajo de análisis se realizo a través a partir de diferentes resultados obtenidos en la encuesta realizada por los alumnos de Análisis Matemático II de la carrera de Licenciatura en Administración; a principio de la cursada estaban inscripto 30 alumnos pero terminaron de cursar la materia 25 alumnos. La encuesta la respondieron 20 alumnos y los cinco no estuvieron presentes ese día. (Véase Tabla 1) y se trato sobre el impacto que tuvo la plataforma como recurso tecnológico en la asignatura.

Tabla1: Respuesta de la encuesta

Referencias: M:malo-R:regular-B:bueno-MB: muy bueno-E:excelente	M	R	B	M B	E
1- ¿Cómo evaluaría el aporte del uso de la plataforma en su proceso de estudio?			3	10	7
2- En qué nivel de satisfacción crees que las actividades propuestas previas al parcial, te ayudaron a comprender los diferentes temas?			5	12	3
3- En qué medida cree que la devolución de las respuestas proporcionadas en la actividad previa al parcial, reafirmaron lo conceptos?			1	18	1
4- ¿En qué nivel se relacionaron el parcial con el cuestionario?				20	
5- ¿En qué rango las actividades dadas en la plataforma se relacionan con las teorías dadas en clases presenciales?			2	16	2
6- ¿En qué categoría cree Ud. que la cátedra a través de la plataforma generó una comunicación fluida?		2	1	15	2
7- ¿En qué medida le favoreció contar con las guías prácticas en la plataforma?				20	
8- ¿En qué rango, considera Ud. que ha favorecido la información de la asignatura subida a la plataforma?		1	2	15	2

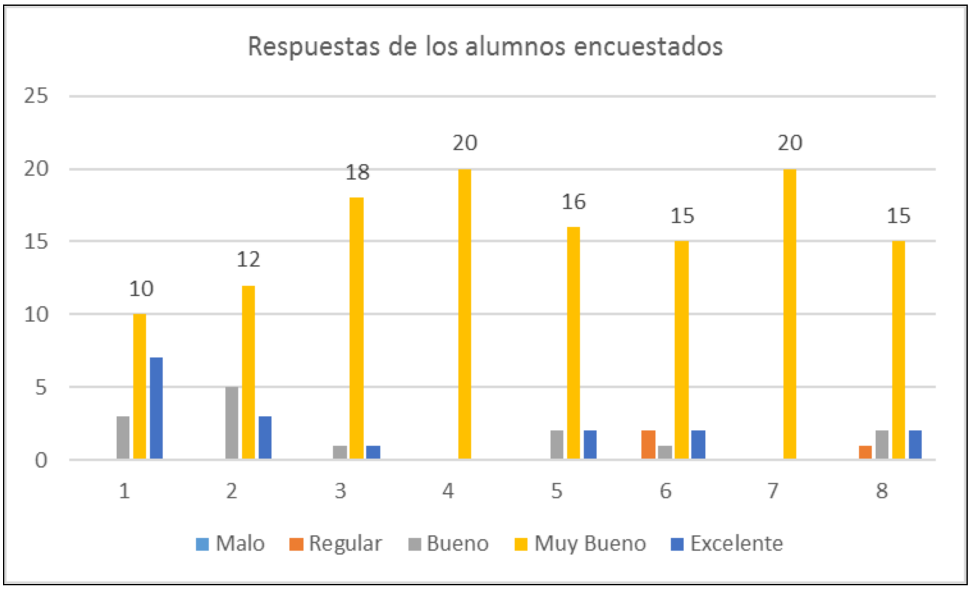


Figura 8: Análisis de la encuesta

En esta encuesta nos interesó profundizar cuestiones referentes al proceso de estudio y uso de la plataforma: actividades, evaluación, acceso, tratando de analizar la importancia que tuvo en los alumnos, el uso de la misma y analizar el grado de fluidez en la comunicación entre docentes y alumnos.

Cabe destacar en estas respuestas, que ninguno de los alumnos encuestados consideró a ésta herramienta como un recurso negativo.En lo positivo se puede destacar que el uso de la plataforma como complemento a la asignatura ha sido aceptado, tambien el 100% esta de acuerdo de tener las guias en la plataforma, ya que ellos pueden tener acceso a las misma desde cualquier dispositivo electrónico, a parte de tenerlas en formato papel. Otro informacion positiva es que la mayoria esta de acuerdo con la comunicación que tuvieron con el docente por medio de la plataforma, ellos tenian un chat con dia y horario para comunicarse con el docente y otro lo hacian a través de correo electrónico. El 90% estan conforme con la devolución de las respuestas proporcionadas en la actividad previa al parcial, ya que en esta actividad ellos pudieron reafirmar los conceptos

En general hubo una muy buena aceptación con el uso de la plataforma. La mayoría de los alumnos piensa que les ayudó para el proceso de aprendizaje. La mitad de los alumnos encuestados respondieron considerando como muy bueno el aporte de la plataforma para el proceso de estudio. La mayoría estuvo conforme con la información subida a la plataforma.

Es interesante explotar este recurso, porque permite que los alumnos se acerquen la “cultura tecnológica”, compartiendo con (Leliwa, 2008), donde afirma que “*…poner a los alumnos en contacto con determinadas técnicas, procedimientos, recursos, materiales procesos, etc. Es enseñar a conocer, a pensar, a saber, a utilizar, a manejar, a hacer, a crear, a organizar, a producir, a reflexionar y a tomar decisiones, entre otras capacidades*”.

4 Conclusiones

No es nada novedoso hoy por hoy hablar de recursos tecnológicos en educación. De hecho, junto con toda esta revolución de nuevas tecnologías, también se ha ampliado el discurso, lo cual hace mucho más peligrosa su interacción en nuestras clases. La razón principal es que no se trata de modernizar las clases sino de hacer uso de un recurso "temido" durante años y que hoy comenzamos darle una función o rol en la clase a través de la computadora, celulares u otro recurso tecnológico, replanificando objetivos, contenidos, actividades y formas de evaluación de acuerdo al nivel y formación de nuestros alumnos.

A lo largo del desarrollo de la asignatura se ha buscado y seleccionado actividades y/o ejercicios que permitan alcanzar los objetivos de aprendizajes planteados. La integración de recursos tecnológicos en nuestras clases implica no solamente conocer las herramientas, sino también reacomodar nuestras prácticas, revisar y resignificar los conocimientos pedagógicos y disciplinares cuando incluimos tecnologías. Las clases no deben planificarse como tecnocéntricas sino centrarse en el alumno para que este sea protagonista activo de su propio saber, siendo la elección de las tecnologías a utilizar la tercera decisión a tomar, luego de las curriculares y las pedagógicas. Se debe ser consciente de que las tecnologías por sí solas no garantizan cambios en la enseñanza ni aprendizajes significativos, la utilización de tecnología en la clase ayuda a generar nuevas estrategias de enseñanza y aprendizaje, se logra planificar actividades novedosas y gratificantes.

La implementación de nuevas estrategias de aprendizajes usando los recursos actuales, conlleva a preparar otras clases innovadoras y lograr de alguna manera un aprendizaje significativo en los alumnos. El uso de la plataforma en la asignatura ha tenido un impacto positivo, tanto en las actividades planteadas, como el uso frecuente del correo electrónico, foro, chat, en donde la mayoría de las veces, las consultas han sido de forma conceptual y administrativas.Si bien es la primera vez que se usa este recurso tecnológico en la materia, la idea es mejorarla optimizando así el uso de la plataforma educativa Moodle .La misma se implementó en la asignatura como complemento a las actividades diarias de la materia.

Consideramos una ventaja implementar actividades de cuestionarios en la plataforma, porque además de posibilitar un ahorro importante de papel, y también un ahorro significativo de tiempo de corrección para los docentes.

Sin duda no se debe desperdiciar esta herramienta, sino poner a funcionar la imaginación para optimizar los recursos que brinda esta plataforma y seguir mejorando su aplicación ¡El desafío queda planteado!

5 Referencias

- Andreone A-Bollo D (2006).Plataformas educativas en Internet -Condicionantes tecnológicos culturales. Recuperado: http://www.cepi.us/posgrado/recursos/archivos/ebooks/06_3_Andreoni_Adriana_y_otros.pdf
- Leliwa,S (2008).*Enseñar educación tecnológica en los escenarios actuales*. Argentina. ComunicarArte

- May, G; Alaniz S; Morano D; Olguín K; Simunovich R.(2018). *Que aportan los "parcialitos" al aprendizaje de Análisis Matemático II.* Presentado en REPEM 2018
- Olguín, R (2017).*TIC para hacer arte en la escuela Secuencia didáctica.* Trabajo final de la Especialización Docente de nivel Superior en Educación y TIC-Ministerio de Educación de la Nación.
- Sánchez O (2014). La plataforma virtual como herramienta didáctica dinamiza la lectura y la escritura.
  Vol. 11, Núm.
  1.Recuperado:http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/vinculos/article/view/8025/9897.

Los cuestionarios online como herramientas para la autoevaluación

Mercau, Susana B. - Holgado, Lisa V.- Marcilla, Marta I.
Fac. de Ec. y Administración, UNSTA- Fac. Bca, Qca y Fcia, UNT - Fac. de Ec. y Administración, UNSTA
s_mercau@yahoo.com.ar, lvholgado@yahoo.com, mmarcill@yahoo.com.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Claves: Autoevaluación, Plataforma Moodle, Cuestionario

Resumen

La aparición de las tecnologías digitales ha modificado las competencias que ahora requieren nuestros profesionales; las instituciones educativas y en particular en el nivel superior buscan integrar en los procesos de enseñanza aprendizaje el uso de tecnologías digitales.
Moodle es una aplicación web de distribución libre para la creación, gestión y seguimiento de cursos, que ayuda a los educadores a crear comunidades de aprendizaje en línea. Esta plataforma se caracteriza porque crea un entorno de aula virtual que facilita la comunicación de los alumnos entre sí y entre los alumnos y el docente, el cual asume el rol de tutor-facilitador de aprendizajes.
En el año 2017 se llevó a cabo una experiencia didáctica en un aula virtual de matemática, asignatura de primer año de una facultad de ciencias. El aula virtual se diseñó en la plataforma Moodle en su versión 3.0 del Campus Virtual de la Universidad Nacional de Tucumán.
Siendo la evaluación una de las cuestiones centrales de todo proceso educativo, se utilizaron en esta experiencia los *cuestionarios online* como una herramienta para la autoevaluación y la autorregulación del aprendizaje, pues se considera que son competencias fundamentales para que nuestros futuros profesionales sean capaces de regular su propio proceso de aprendizaje. Se trabajó con dos tipos de cuestionarios, uno que indagaba sobre contenidos teóricos y conceptuales y otro sobre contenidos prácticos.
En este trabajo se presentan algunas de las actividades diseñadas para la parte teórica del tema Estudio de funciones y ciertos resultados obtenidos de esta experiencia.

1 Introducción

El impacto de las nuevas tecnologías ha producido un gran cambio en la vida moderna por la digitalización de los datos y por el acceso a una enorme cantidad de información. Este cambio implica la adquisición de habilidades para localizar, organizar, entender, evaluar y analizar esa información, dando origen a la denominada *alfabetización digital*. Este término se refiere a las habilidades que tiene una persona para realizar tareas en forma efectiva en un ambiente digital. Incluye también, la habilidad para leer e interpretar medios (textos, sonidos e imágenes), para reproducir datos e imágenes en un ambiente digital y para aplicar el conocimiento obtenido de estos ambientes (García y Benítez, 2011).

Este avance digital ha modificado las competencias que ahora requieren nuestros profesionales; por ende las instituciones educativas, en particular las del nivel superior, buscan integrar en los procesos de enseñanza- aprendizaje el uso de tecnologías digitales incorporando diferentes plataformas. Siendo la evaluación uno de los aspectos centrales de todo proceso educativo, pues implica una valoración del aprendizaje, una de las competencias fundamentales que se busca desarrollar en los alumnos es que sean capaces de regular su propio proceso de aprendizaje, detectando dificultades y falencias a fin de poder superarlas (Gibelli, 2015).

Con el propósito de promover esta competencia a través de un ambiente virtual de aprendizaje, este trabajo presenta una propuesta implementada en un curso de primer año de una facultad de Ciencias que utiliza una herramienta práctica de la plataforma MOODLE: *los cuestionarios*. El módulo de cuestionarios de esta plataforma ofrece a los alumnos una forma flexible y sencilla de controlar parte de su aprendizaje de manera que resulte formativo y a los docentes, la posibilidad de monitorear dicho aprendizaje. También se presenta en este trabajo el análisis de algunos de los datos obtenidos en esta experiencia didáctica.

2 Fundamentación teórica

Un aspecto fundamental en la actividad cognoscitiva de los alumnos es el contenido de los materiales didácticos (impresos o digitales), la forma de introducción de los distintos temas y las conexiones entre ellos. Se considera fundamental la influencia que la estructura de estos materiales ejerce sobre la motivación y la formación de interés en la enseñanza.

En el diseño de los materiales educativos debe concederse particular importancia a *aspectos metacognitivos* (Bixio, 2005). Se considera que los estudiantes deben acrecentar el control que ejercen sobre su aprendizaje y ello requiere del desarrollo de habilidades metacognitivas para la autorregulación, objetivo que no es común en las prácticas de evaluación tradicionales basadas en evaluaciones sumativas (Gibelli, 2015).

Campanario y Moya (1999) afirman que la metacognición puede y debe constituir un objetivo legítimo de la enseñanza. Para tal fin, el docente debe diseñar actividades que permitan al alumno autoevaluarse y autorregular su aprendizaje. En relación a la autoevaluación del alumno, se considera que consiste en un examen activo y permanente de los procesos que facilitan o impiden la construcción, organización y apropiación de los contenidos. Resulta de vital importancia la autoevaluación como vía para acrecentar la valoración propia y la independencia.

La autoevaluación favorece la metacognición, es por ello que el docente debe llevar a cabo una serie de instancias para favorecer los procesos de autoevaluación, tales como: instar al estudiante que fundamente sus afirmaciones; promover una actitud de autointerrogación permanente; intercambiar con sus alumnos los procesos internos de autoevaluación y permitirles que verbalicen las estrategias puestas en juego para aprender y valorar los resultados.

A su vez, Padilla y Gil (2008) sostienen que la participación de los estudiantes en la evaluación favorece el aprendizaje, pues la reflexión sobre su propio trabajo contribuye no sólo a tomar conciencia sobre las propias posibilidades y limitaciones, sino también permite asumir los déficits de aprendizaje para así desarrollar una actitud positiva para superarlos. Una autoevaluación acertada es aquella "que le permite al aprendiz saber y decir en cada momento del proceso cómo va, qué dificultad se le está presentando y cómo resolverla, y si es el caso retroceder o cambiar de estrategia" (Florez Ochoa, 2000).

Por otra parte, las nuevas tecnologías de la información y de las telecomunicaciones posibilitan la creación de un nuevo espacio social para las interrelaciones humanas que Javier Echeverría (1999) denomina tercer entorno, para distinguirlo de los entornos naturales y urbanos. La incorporación de estas nuevas tecnologías en diferentes ámbitos de nuestra sociedad es una realidad consolidada en nuestros días. La educación no ha sido marginada de esta nueva realidad y, en la actualidad son múltiples las modalidades y el grado de incorporación de estas herramientas (Meneses Benítez, 2006). Esto lleva a una transformación del proceso y a la forma de acceder al conocimiento, cambiando el rol docente de trasmisor al de facilitador. Se establece una relación de comunicación entre los agentes educativos que resulta de incuestionable importancia, la que adquiere su mayor valor en situaciones en las que no hay coincidencia de tiempo y/o espacio. (Holgado, L. y Villalonga, 2015).

Por otra parte, Mercau de Sancho (2012) señala algunas virtudes que surgen de la aplicación de NTIC en nuevos sistemas de enseñanza: "estimulan la comunicación interpersonal, facilitan el trabajo cooperativo, permiten el seguimiento del proceso de aprendizaje de los alumnos, posibilitan el acceso a información variada y a los contenidos de aprendizaje, facilitan la gestión y administración de los alumnos y permiten la evaluación continua y la autoevaluación".

Una plataforma educativa tiene por finalidad contribuir a la evolución de los procesos de aprendizaje y enseñanza, y complementa o presenta alternativas en los procesos de la educación tradicional. Moodle es una aplicación web de distribución libre para la creación, gestión y seguimiento de cursos, que ayuda a los educadores a crear comunidades de aprendizaje en línea. Una de las ventajas que se evidencian al diseñar un curso en Moodle es que fomenta el estudio personalizado, respetando el ritmo de cada alumno y proporcionando actividades que favorecen la autoevaluación y regulación del aprendizaje, el desarrollo del pensamiento crítico y la creatividad. En definitiva, potencia el autoaprendizaje. En esta plataforma el estudiante accede a una rápida comunicación con sus compañeros y con el profesor-tutor, quien podrá dar un trato más personalizado a cada estudiante.

3 Metodología

El Aula virtual es un concepto que se ha desarrollado desde los años ochenta y se define como “el empleo de comunicaciones mediadas por computadores para crear un ambiente electrónico semejante a las formas de comunicación que normalmente se producen en el aula convencional” (Cabañas Valdiviezo y Ojeda Fernández, 2003:15). En este entorno el estudiante puede, sin que medie la interacción física entre docentes y alumnos, realizar una serie de actividades propias de un proceso de enseñanza presencial como ser: leer documentos, realizar ejercicios, formular preguntas al docente, conversar, trabajar en equipo, etc.

El dictado de una asignatura con contenidos de Cálculo, mediante un aula virtual diseñada para tal fin permitiría:

-Explorar y experimentar con conceptos y procedimientos matemáticos pudiendo observar patrones de regularidad y variabilidad.

-Adquirir flexibilidad para expresar los conceptos en distintos lenguajes matemáticos: verbal, analítico y gráfico.

-Desarrollar habilidades para hacer cálculos, gráficos, analizar datos, hacer estimaciones y formular hipótesis.

-Dar relevancia en la resolución de problemas al análisis y a conjeturar la situación, en vez de centrar el esfuerzo en los cálculos asociados al problema.

-Verificar los resultados.

-Mejorar su motivación para estudiar la asignatura.

En este sentido y considerando los problemas generados por aulas multitudinarias, los docentes de primer año de una Facultad de Ciencias, trabajan desde el año 2013 en diferentes proyectos que incluyen las NTIC. En el marco de estos proyectos se diseñó e implementó un aula virtual para la asignatura Matemática I, elaborada desde una óptica constructivista, utilizando la plataforma educativa Moodle en su versión más actual (3.0) del Campus Virtual de la U.N.T. La propuesta tenía como objetivo no sólo que los estudiantes logren afianzar ciertos contenidos específicos de la asignatura aprendidos en las clases presenciales, sino también, puedan perfeccionar sus habilidades en el uso de tecnologías y desarrollar la capacidad de autorregulación del aprendizaje.

La propuesta educativa se llevó a cabo para la asignatura Matemática I, correspondiente al primer año del Ciclo Básico Común de la Facultad de Bioquímica, Química y Farmacia de la UNT. En los inicios de esta investigación se trabajó en el aula virtual con el tema Integrales Indefinidas, utilizando un conjunto de variadas actividades diseñadas para favorecer la construcción del conocimiento. Cada alumno trabajó desde su computadora personal o desde el centro de cómputos de la facultad, de manera asincrónica a las clases presenciales.

Al diseñar los ejercicios se presentó una de las dificultades a las que se enfrentan, en general, aquellos que investigan en la enseñanza- aprendizaje de la Matemática con nuevas tecnologías: el escaso, o casi nulo manejo, por parte de los alumnos de un *Editor de ecuaciones*. Esta dificultad limitó el tipo de ejercicios y obligó a reflexionar cómo implementarlos para lograr el objetivo propuesto. Por ello, para desarrollar los ejercicios propuestos en las distintas actividades, el alumno debía trabajar en papel, para luego contestar y comprobar su respuesta en la plataforma. Los ejercicios y tareas tenían diferentes grados de complejidad y los métodos de resolución de Integrales que debían utilizar los alumnos en cada caso eran diferentes.

Los resultados favorables en cuanto al rendimiento académico y la buena acogida por parte de los alumnos sobre esta nueva forma de trabajo, alentaron a extenderla a nuevos contenidos de la asignatura.

Matemática I se desarrolla en unidades temáticas que responden a tres núcleos conceptuales que forman parte del currículo: Funciones, Cálculo Diferencial y Cálculo Integral, en torno a los cuales se organiza el aprendizaje.

Luego, para llevar a cabo la experiencia didáctica, se incluyeron actividades de aprendizaje y de evaluación acordes a los objetivos propuestos en cada unidad temática.

La siguiente tabla presenta una breve descripción de los recursos presenciales y virtuales:

Tabla 1. Recursos presenciales y virtuales utilizados en cada unidad temática

Recursos	Descripción	
Presenciales	Clases teóricas	Desarrollo de temas teóricos por parte del docente con la participación activa de los alumnos que completan un material diseñado ad hoc
	Clases Prácticas	Resolución de ejercicios prácticos y conceptuales de repetición, reproducción y creación. Se trabaja en forma grupal e individual.
	Clases de consulta	Espacios opcionales en el que los alumnos se sacan dudas acerca de distintos temas de cada unidad.
Virtuales	Actividades variadas de carácter teórico y práctica	Se refuerza el aprendizaje presencial a través de la resolución de ejercicios teóricos, conceptuales prácticos y de repetición, reproducción y creación.
	Foros de consultas y novedades	Comunicación virtual docente- alumno y alumnos entre sí, de carácter asincrónico
	Cuestionarios de autoevaluación	Los cuestionarios de MOODLE, proporcionan al alumno una forma fácil de controlar su progreso en el proceso aprendizaje, ya que poseen corrección automática. Luego, según la calificación que obtenga, el estudiante sabe inmediatamente lo que le falta por afianzar. Se trata de una evaluación formativa.

4 Cuestionarios de autoevaluación del aula virtual de Matemática I

Dentro de las actividades que se realizaron en el aula virtual, se destacan los *cuestionarios de autoevaluación*.

Se trabajó con dos tipos de cuestionarios, uno que indagaba sobre contenidos teóricos y conceptuales y otro sobre contenidos prácticos. En este trabajo se presentan algunas de las actividades propuestas para la parte teórica del tema Estudio de funciones y ciertos resultados obtenidos.

Los cuestionarios en la plataforma Moodle están conformados por un listado de preguntas o ejercicios propuestos por el docente. Pueden diseñarse de tal forma que se le permita al alumno responderlo una o varias veces y si se mostrarán o no las respuestas correctas y los comentarios para la retroalimentación.

Cuando estos cuestionarios se diseñan para más de un intento, las preguntas y las respuestas pueden presentarse mezcladas en forma aleatoria de tal manera que se evite la copia entre los estudiantes en cada nuevo intento o bien que el estudiante señale las respuestas correctas por la memorización de los resultados obtenidos en los intentos anteriores.

En el tema Estudio de funciones, las actividades se presentaron como ejercicios de opción Verdadero o Falso, múltiple choise (opción múltiple) de respuesta única o de respuesta variada, emparejamiento, arrastrar y soltar sobre una imagen, entre otros. A continuación se presentan algunas de estas actividades.

4.1 Tipo de ejercicio: Opción múltiple de respuesta única

En la fig. 1, que se muestra a continuación, se presenta una de las actividades del tipo teórico incluidas en la autoevaluación para el tema Estudio de funciones. Como se aclaró anteriormente, para cada alumno el cuestionario devuelve un determinado orden en las preguntas y un determinado orden en las opciones, por lo tanto para una mejor lectura e interpretación de los resultados que se presentan en el ítem 5 de este trabajo, se agregaron cuadros de llamada con los números de orden a la izquierda en las figuras 1, 2 y 3.

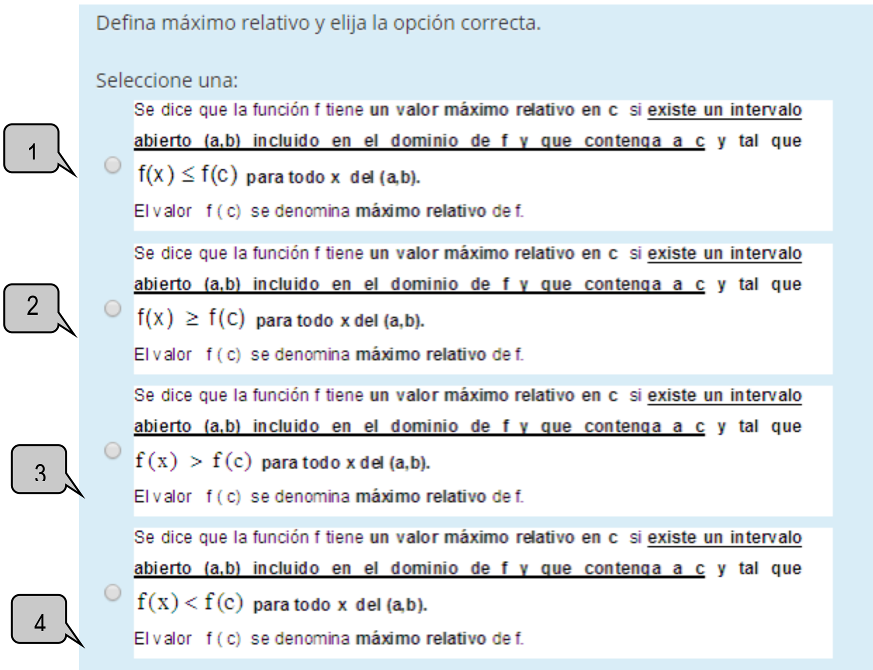


Figura 1. Ejercicio de opción múltiple de respuesta única

Con el propósito de que el alumno consolide la definición de máximo relativo de una función, se escogió un ejercicio con opción múltiple de respuesta única. Al diseñarlo se consideró importante que las proposiciones iniciales se mantuvieran idénticas en todas las opciones y que la diferencia radicara sólo en la desigualdad. Esto tuvo como finalidad de que el alumno preste atención a estas condiciones, que forman parte de la definición, y que en general, de acuerdo a la experiencia docente e investigaciones anteriores, el estudiante suele obviarlas, limitándose a fijar la parte simbólica.

4.2 Tipo de ejercicio: Emparejamiento

El ejercicio de emparejamiento presenta al *Criterio para funciones crecientes y decrecientes* con espacios en blanco en cada una de las tres proposiciones (llamadas *premisas*) que lo componen. El alumno debía completar esos espacios eligiendo entre las diferentes opciones (llamadas *respuestas*) que se despliegan del menú que aparece a la derecha de cada proposición.

En el diseño de un ejercicio de emparejamiento, al momento de decidir qué se va a medir se deben tener en cuenta tres aspectos: 1- El contenido de las premisas y las respuestas; 2- El tipo de relación que existe entre ellas y 3- El nivel de aprendizaje requerido para dar las respuestas (Tenbrink, 2006).

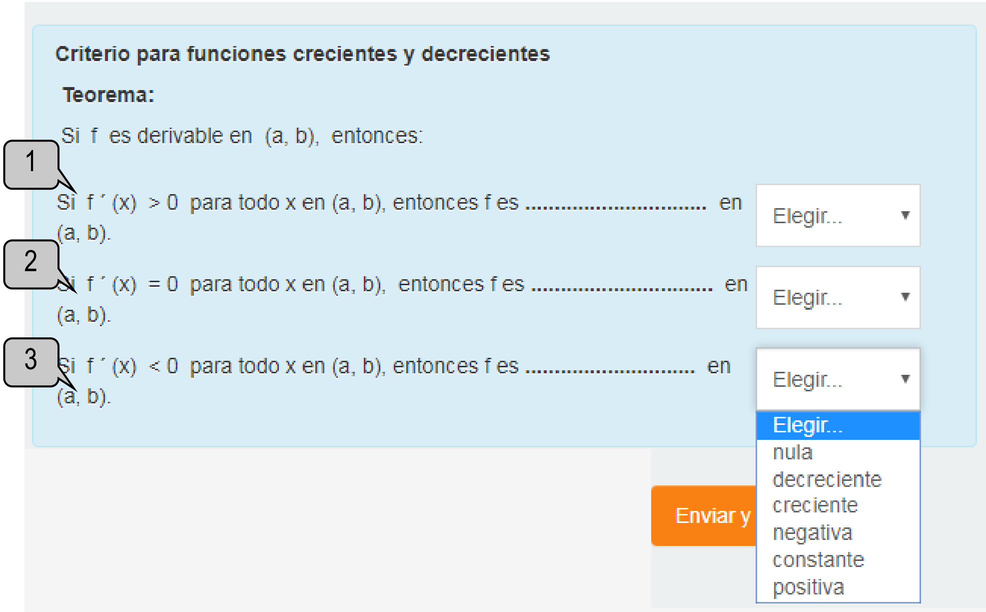
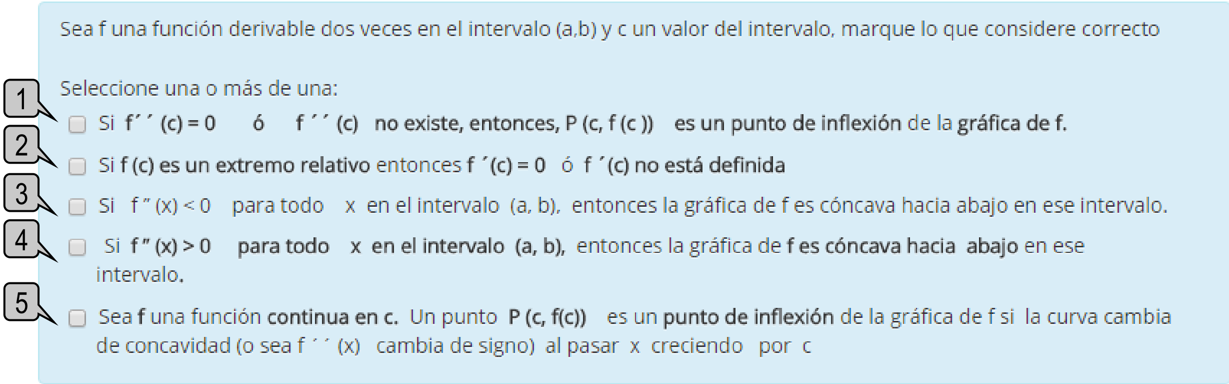


Figura 2. Ejercicio de emparejamiento.

Con el propósito de que alumno logre un aprendizaje significativo, otro aspecto que se tuvo en cuenta al diseñar este ejercicio de emparejamiento fue el de incorporar respuestas distractoras, de tal modo que el número de respuestas supere a las premisas en un porcentaje no menor al 50%. De este modo, se evita lograr respuestas correctas simplemente por un proceso de eliminación.

4.3 Tipo de ejercicio: Opción múltiple de respuesta variada

Otra de las actividades incluidas en el aula virtual para afianzar el tema Estudio de funciones se muestra en la figura 3, diseñada con el formato de ejercicio de opción múltiple con respuesta variada. Se trata de un ejercicio que muestra una serie de proposiciones para evaluar contenidos conceptuales, en el que los alumnos debían seleccionar todas las opciones que considere correctas.


Sea f una función derivable dos veces en el intervalo (a,b) y c un valor del intervalo, marque lo que considere correcto

Seleccione una o más de una:

1. Si $f''(c) = 0$ ó $f''(c)$ no existe, entonces, P (c, f (c)) es un punto de inflexión de la gráfica de f.
2. Si f (c) es un extremo relativo entonces $f'(c) = 0$ ó $f'(c)$ no está definida
3. Si $f''(x) < 0$ para todo x en el intervalo (a, b), entonces la gráfica de f es cóncava hacia abajo en ese intervalo.
4. Si $f''(x) > 0$ para todo x en el intervalo (a, b), entonces la gráfica de f es cóncava hacia abajo en ese intervalo.
5. Sea f una función continua en c. Un punto P (c, f(c)) es un punto de inflexión de la gráfica de f si la curva cambia de concavidad (o sea $f''(x)$ cambia de signo) al pasar x creciendo por c

Figura 3: Ejercicio de opción múltiple de respuesta variada

Este tipo de pruebas puede utilizarse para medir resultados de aprendizaje tanto simples (conocimiento) como complejos (comprensión, aplicación, interpretación, etc.).

Las proposiciones distractoras se diseñaron en base a la experiencia docente, teniendo en cuenta los errores conceptuales que ocurren con frecuencia. por ejemplo, la falsedad del recíproco de algún teorema. El alumno que se encuentra en una fase de aprendizaje primaria eventualmente no distingue entre antecedente y consecuente y los valores de verdad entre ellos.

Todas las actividades del aula virtual de Matemática I fueron diseñadas de tal forma que cuando el estudiante envía su respuesta, el programa le devuelve la evaluación con sus aciertos y errores y la retroalimentación. De esta manera se intenta que el alumno reflexione sobre su aprendizaje, desarrollando habilidades metacognitivas para su autorregulación.

5 Resultados y conclusiones

La experiencia en el aula virtual, como complemento al sistema presencial establecido por la currícula de la asignatura, fue llevada a cabo en el año 2017, participando la totalidad de los alumnos de primer año. Los cuestionarios implementados en esta experiencia didáctica tuvieron por finalidad representar una instancia más de aprendizaje y para ello se permitieron múltiples intentos dentro de un plazo previsto. Los alumnos podían acceder a la devolución en forma inmediata lo que les facilitó conocer sus errores. Para evitar los intentos al azar, se impuso un tiempo obligatorio de 30 minutos entre cada uno, de forma tal que el alumno realice una verdadera revisión antes de un nuevo intento. A continuación se presentan los resultados obtenidos de los ejercicios expuestos en el ítem 4 y corresponden al *primer intento*:

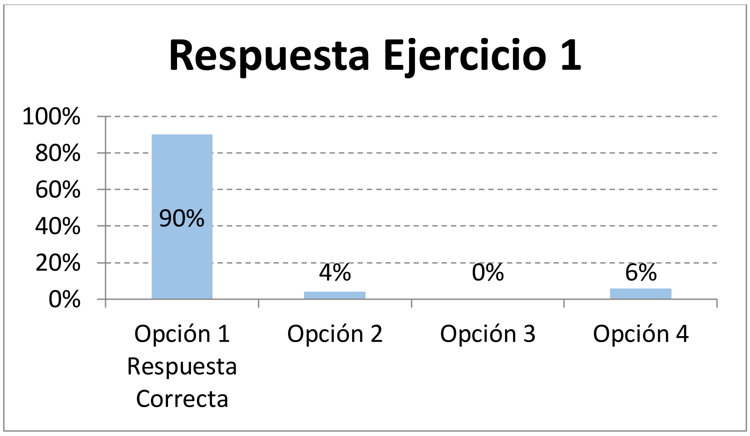


Gráfico 1. Datos obtenidos del ejercicio de opción múltiple de respuesta única

Recordando lo expuesto anteriormente, las opciones en cada ejercicio fueron diseñadas para aparecer en forma aleatoria. En este caso la opción correcta de este ejercicio resulta ser la opción 1 *"Se dice que la función f tiene un valor máximo relativo en c si existe un intervalo abierto (a,b) incluido en el dominio de f y que contenga a c y tal que* $f(x) \leq f(c)$ *para todo x del (a,b)".* Tal como se observa en este gráfico la mayoría de los alumnos seleccionó la opción correcta, mientras que un 6 % seleccionó la opción 4, que presentaba como distractor la desigualdad estricta. Se observa que el 4 % eligió la desigualdad $f(x) \geq f(c)$, esto podría interpretarse como que el alumno no maneja los símbolos de desigualdad o bien no logró consolidar el concepto de máximo relativo.

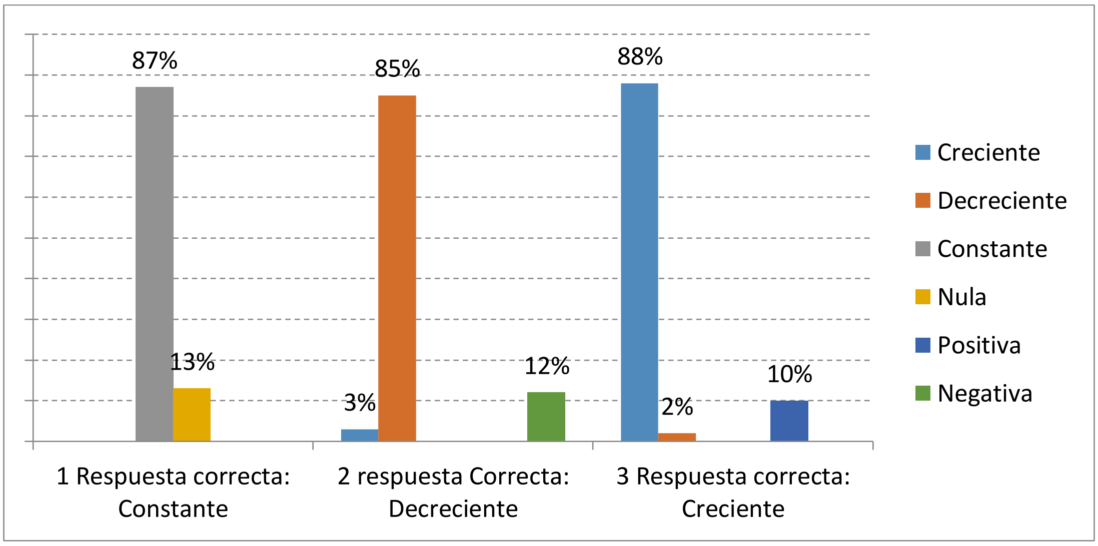


Gráfico 2. Datos obtenidos del ejercicio de emparejamiento

Del análisis de este grafico, se puede observar que en este ejercicio de emparejamiento los errores se debieron principalmente a los elementos distractores. Los estudiantes no confundieron función creciente con decreciente, (salvo en un escaso porcentaje), pero sí hubo en promedio un 11 % de alumnos que confundió función creciente

con positiva, función decreciente con negativa y función constante con función nula, en las tres proposiciones del *Criterio de crecimiento y decrecimiento*.

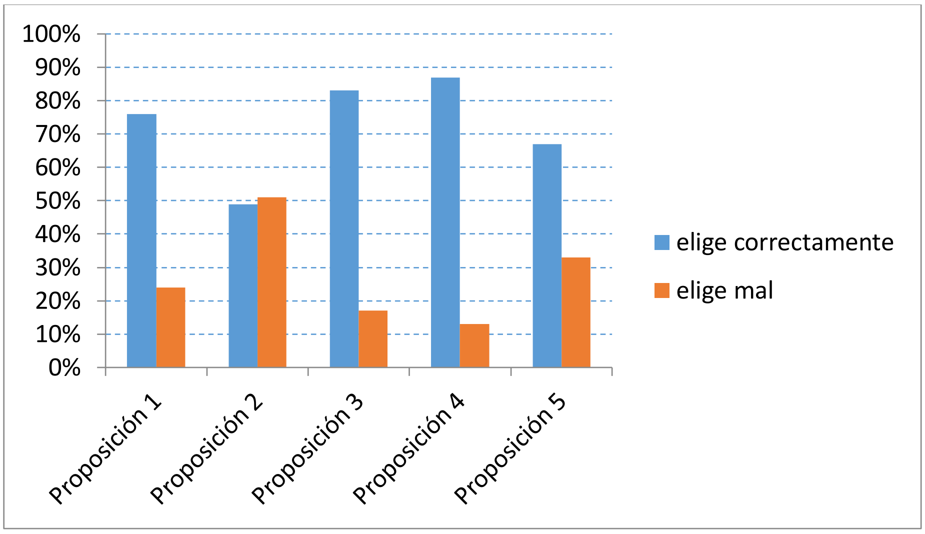


Gráfico 3. Datos obtenidos del ejercicio de opción múltiple de respuesta variada.

El ejercicio 3 de opción múltiple y respuesta variada presentaba una serie de proposiciones de carácter teórico conceptual. De la lectura del gráfico puede observarse que en todas las proposiciones, a excepción de la segunda, la mayoría de los alumnos elige correctamente. El resultado negativo, un 51% de alumnos no reconoció el valor de verdad del concepto, estaría marcando los puntos a reforzar en la enseñanza del tema en cuestión e impulsa a implementar distintas actividades para subsanarlos.

Como se mencionó anteriormente las gráficas que se presentan corresponden al *primer intento* realizado por los alumnos. Sin embargo, es importante aclarar que en los intentos sucesivos y a través de la retroalimentación que ofrecían los cuestionarios diseñados, los porcentajes de respuestas correctas aumentaron considerablemente. Esto permitiría concluir que la estrategia llevada a cabo con el aula virtual fomentó la autorregulación de aprendizaje aportando a la metacognición.

6 Reflexiones finales

La experiencia realizada permitiría concluir que los cuestionarios online representan un recurso adecuado para fomentar la autoevaluación en los alumnos. A través de una consulta realizada a los estudiantes, se observó los mismos valoraron la actividad como útil y, a pesar de que su participación en el aula virtual no impactaba en la acreditación de la materia, los alumnos manifestaron gran interés en los cuestionarios de repaso.

Por otra parte, la preparación de los cuestionarios implica para el docente-investigador un trabajo y tiempo importante ya que requiere un diseño y análisis previo y la carga de de los mismos en la plataforma. Sin embargo los resultados justifican el esfuerzo, no sólo por el beneficio que implica para el estudiante, sino también porque ofrece al docente información sumamente útil.

Los buenos resultados obtenidos en esta experiencia y que se presentaron en este trabajo y otros, alientan a continuar en la misma línea de investigación con un nuevo proyecto *"El modelo b-learning aplicado a la enseñanza del cálculo en primer año de la universidad"*. El modelo b-learning posibilita la participación activa del estudiante ya que combina las mejores prácticas docentes del aprendizaje presencial con funcionalidades del aprendizaje electrónico (E-learning) para potenciar las fortalezas y disminuir las debilidades de ambas modalidades.

7 Referencias

- Bixio, C. (2005). *Enseñar a aprender: construir un espacio colectivo de enseñanza-aprendizaje*. Rosario-Argentina: Homo Sapiens Ediciones.
- Campanario, J. M. y Moya, A. (1999). ¿Cómo enseñar ciencias? Principales tendencias y propuestas. *Revista Enseñanza de las Ciencias*, 17 (2), 179-192.
- Cabañas Valdiviezo, J. y Ojeda Fernández, Y.(2003). **Aulas virtuales como herramienta de apoyo en la educación de la UNSMM. Tesis, Perú. Recuperado de http://cybertesis.unmsm.edu.pe/handle/cybertesis/2534**
- Echeverría, J. (1999). *Los señores del aire. Telépolis y el tercer entorno*. Ed. Destino
- Florez Ochoa, R. (2000) *Autorregulación, Metacognición y Evaluación*. Acción Pedagógica, Vol. 9, Nos. 1 y 2).
- García M. y Benítez, A. (2011) Competencias Matemáticas Desarrolladas en Ambientes Virtuales de Aprendizaje: el Caso de MOODLE *Revista Formación Universitaria.* 4 (3). Recuperado de https://scielo.conicyt.cl/pdf/formuniv/v4n3/art05.pdf
- Gibelli, T. (2015). *Uso de cuestionarios online para autoevaluación en una propuesta en modalidad b-learning.* http://www.eduqa.net/eduqa2015/images/ponencias/eje3/3_am_Gibelli_Tatiana_Uso_de_cuestionarios_online_para_autoevaluacion_en_una_propuesta_en_modalidad_blended_learning.pdf
- Holgado. I y Villalonga, P. (2015). Las nuevas tecnologías en un curso de matemática universitario y una nueva forma de comunicación docente- alumno*. Actas del IV Encuentro Nacional y I Latinoamericano de Prácticas de Asesorías Pedagógicas Universitarias (APU),* Tucumán.
- Meneses Benítez, G. (2006) Universidad: NTIC, interacción y aprendizaje. *Edutec. Revista Electrónica de Tecnología Educativa,* Núm. 20. www.edutec.es/revista/index.php/edutec-e/article/download/518/251
- Mercau de Sancho, S. (2012). *Una propuesta de guía didáctica para favorecer el trabajo independiente a través de actividades prácticas del Cálculo Diferencial en carreras a distancia del área de Ciencias Económicas*. Tesis no publicada. Biblioteca de la Facultad de Arquitectura y Urbanismo de la U.N.T .
- Padilla, M.T.y Gil, J. (2008). La evaluación orientada al aprendizaje en la Educación Superior. Condiciones y estrategias para su aplicación en la enseñanza universitaria. *Revista Española de Pedagogía*, 241, 467-486.

- Tenbrink (2006). *Evaluation a practical guide for teachers*. Libro digital. Recuperado de http://library.um.ac.id/free-contents/index.php/buku/detail/evaluation-a-practical-guide-for-teachers-terry-d-tenbrink-30965.html

La Virtualización en el Proceso de Aprender a Aprender

Sonia P. Ross; María Angélica Pérez y Margarita del V. Veliz

Facultad de Ciencias Económicas. Universidad Nacional de Tucumán. Argentina.

soniagepner@hotmail.com; mperez200@hotmail.com; margaveliz@yahoo.com.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras clave: Virtualidad, Cálculo, TIC

Resumen

La virtualidad (simulación), ofrece la posibilidad de crear entornos nuevos de relación y como tales, deben ser tratados de forma distinta para extraer de ellos el máximo de su potencial. La relación que se establece entre educación y virtualidad es una relación de creatividad. Ayuda por tanto, a pensar de forma creativa la educación, así como los mecanismos y dinámicas que le son propios, a partir de la tecnología como excusa.

Como avance del proyecto de investigación titulado "El entorno virtual. Propuestas de enseñanza y aprendizaje del Cálculo mediada por las Tecnologías de la Información y la Comunicación", se muestra en este trabajo los resultados logrados en el segundo cuatrimestre de 2017, en la implementación de un Sistema Experto, elaborado con el fin de complementar las clases presenciales con el trabajo permanente en la virtualidad. La metodología utilizada se basó en estrategias propias de una enseñanza mixta, con el objetivo de favorecer el aprendizaje autónomo, apuntando al "aprender a aprender" en la asignatura Matemática II (Cálculo). Se utilizaron las TIC a través del Aula Virtual en la plataforma Moodle con que cuenta la Facultad. Se analizaron los comportamientos de los estudiantes frente los diferentes elementos que se facilitaron para su estudio y trabajo como autoevaluativos teóricos y prácticos, chats, foros de discusión, videos teóricos, consultas *on line*. Se aplicó finalmente una encuesta tipo Lickert, validada según el método de expertos, a los alumnos que terminaron el cursado de la asignatura (411 cuatrocientos once), cuyos resultados se muestran.

Introducción

En las últimas décadas, la evolución tecnológica está dotando tanto a profesores como a estudiantes, de nuevas herramientas que enriquecen los procesos pedagógicos con su uso sistemático y adecuado. Es en este sentido, donde el uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) cobra un lugar preponderante, hacia la búsqueda de ambientes de aprendizaje heurísticos donde el estudiante explore, conjeture y construya su propio conocimiento.

La educación virtual, transformó por completo la manera en que hasta el momento se venían educando los jóvenes, y es que cambió totalmente la educación, así como el papel de los docentes dentro del campo de formación académica.

No es ajeno a la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática, buscar soluciones que permitan a los alumnos aprender de una forma más interactiva, como complemento de la educación tradicional.

"La metodología más eficaz para poder desarrollar correctamente este modelo de educación, es tener mucha disciplina y autonomía". (Fernández M., 2017).

Las TIC están otorgando a profesores y estudiantes nuevas oportunidades, donde el proceso educativo, respetando la diversidad, permite la adquisición de competencias que han sido difíciles de alcanzar en la educación tradicional, tales como aprendizaje autodirigido, gestión del propio conocimiento y automotivación.

Esta investigación pretende ser un aporte a los nuevos procesos pedagógicos, bajo una metodología virtual, semipresencial, con el propósito de aprovechar las herramientas tecnológicas de apoyo, que estimulen habilidades, en beneficio de la construcción de los conocimientos.

La plataforma educativa utilizada (Moodle) es un soporte tecnológico que posee módulos y uno de ellos es de gestión docente, de modo que permite comunicarse por web mail, chat, usar foros en línea para discutir temas, publicar avisos, crear un diario mural, subir archivos de contenidos, publicar actividades, usar ayudantías en línea, ingresar calificaciones, definir ponderaciones, publicar notas finales, ver datos del curso, crear evaluaciones en línea, ver calificaciones en línea.

Se procuró estimular el aprendizaje a través de esta plataforma, ofreciéndose a los estudiantes herramientas de contenido (material de estudio y trabajo), de comunicación (correo electrónico, foro, chat, anuncios y sugerencias) y de evaluación (cuestionarios evaluativos y auto evaluativos).

Los principales objetivos consistieron en estudiar en qué medida y de qué manera se está utilizando el aula virtual de la cátedra, a partir del análisis particular del uso de los diferentes tipos de Actividades y Recursos que los docentes planifican para sus alumnos en el aula virtual (Foros, Chat, Cuestionarios, Encuestas, Tareas, etc.); estudiar la valoración que realizan los docentes capacitados acerca de la plataforma Moodle como recurso innovador de la práctica docente y estudiar la percepción de los estudiantes acerca del uso de la plataforma Moodle como complemento a las clases presenciales. La filosofía de la plataforma Moodle y el importante rol del profesor que se deriva tanto desde el paradigma del constructivismo como de los últimos aportes del conectivismo, brindan pautas para la elaboración de instrumentos que permiten analizar las características de la implementación de la plataforma educativa virtual como apoyo a las clases presenciales.

Marco teórico

En los últimos años y especialmente a partir de la segunda mitad del siglo XX, se han presentado variaciones sustanciales en las concepciones, enfoques y metodologías sobre educación y aprendizaje, pero a pesar de estas variaciones el estudiante siempre ha dependido del profesor.

En los últimos años, este rápido avance de las Tecnologías de la Información y la Comunicación han permeado los múltiples escenarios y formas de abordar los procesos de enseñanza aprendizaje en educación superior, según Serrano y Narváez (2010).

> Independiente de las épocas, sucesos y personajes que puedan servir de referencia para situar los inicios de la educación virtual, se encuentra indiscutiblemente el crecimiento y desarrollo de esta modalidad de educación. Y como cualquier proyecto pedagógico, la modalidad de educación virtual es innovadora e implica cambios en diferentes órdenes que son complementarios. (Sierra Varón, 2013, p. 77)

Con la educación virtual y el apoyo de las herramientas tecnológicas, se pone a disposición de los estudiantes una gran gama de recursos que hacen que el aprendizaje se convierta en algo dinámico e interactivo, llegando a ser más significativo, según opinan Imbernón, Silva y Guzmán (2011).

Según Fernández, M. (2017), para poder desarrollar correctamente este modelo de educación, es imprescindible tener mucha disciplina y autonomía. Es por eso que él considera que los estudiantes en la modalidad virtual para afrontar su proceso educativo, deben no sólo involucrarse, sino también, *comprometerse* con él mismo, además de tener un buen grado de motivación, de interés y de disciplina.

La riqueza de estos nuevos entornos es enorme y su poder reside en la capacidad de saber usarlos al máximo de sus posibilidades. Ante la rapidez de la evolución tecnológica, ahora más que nunca, la educación debe manifestarse claramente y situar la tecnología como un medio eficaz para garantizar la comunicación, la interacción, la información y, también el aprendizaje.

En esta estrategia metodológica se privilegia el aprendizaje autónomo, asumiendo que "Autonomía significa que uno puede fijar, y en realidad fija, sus propias normas y que puede elegir por sí mismo las normas que va a respetar. En otras palabras, la autonomía se refiere a la capacidad de una persona para elegir lo que es valioso para ella, es decir, para realizar elecciones en sintonía con su autorrealización".

Cuando se habla de aprendizaje autónomo, se está haciendo referencia al grado de participación e intervención del estudiante en el establecimiento y desarrollo de sus propios objetivos, procedimientos, recursos, evaluación y momentos de aprendizaje. Lo anterior indica, que cuando el estudiante participa en forma más directa en las decisiones que afectan su propio aprendizaje, la motivación y efectividad en su proceso de aprendizaje se hacen más fáciles y asimilables.

Una forma para entender el aprendizaje autónomo es comprenderlo como "el proceso mediante el cual una persona adquiere destrezas o habilidades prácticas (motoras o intelectuales), incorpora contenidos informativos o adopta nuevas estrategias de conocimientos y/o acción".

Para lograr las competencias de ser un profesional de alta calidad y competitividad, el estudiante debe amar su estudio, entregarse y acoger las estrategias más apropiadas para llegar a donde desea llegar.

Teniendo en cuenta los planteamientos anteriores, el aprendizaje autónomo se podría definir, como la capacidad de las personas para aprender a aprender, aprender a compartir, aprender a evaluar y valorar, aprender a cambiar y aprender a mejorar; en otras palabras, cumplir con los pilares de la educación propuesta por la comisión internacional sobre la educación para el siglo XXI de la UNESCO.

Las actividades de aprendizaje autónomo promueven la capacidad de aprender de manera continua fuera de un contexto escolar tradicional.

Mediante un diseño apropiado de las actividades, se propicia en los participantes la reflexión respecto de sus propios procesos de aprendizaje, lo que contribuye a desarrollar la capacidad de aprender por cuenta propia mediante la construcción de: Hábitos de estudio tales como: concentración, disciplina, búsqueda de información, Habilidades de comprensión de lectura, La habilidad de buscar información necesaria cuando sea un tema que se desconozca o se desee profundizar en él, La selección de la información importante y significativa para los propósitos que se propone alcanzar, El análisis de la información con espíritu interpretativo, propositivo, crítico, analítico y argumentativo.

El sistema experto

Un sistema experto (SE) es un sistema informático que simula el proceso de aprendizaje, memorización, razonamiento, comunicación y acción de un experto humano en una determinada rama de la ciencia, suministrando de esta forma, un consultor que puede sustituirle con cierta garantía de éxito.

Un SE modela el proceso de razonamiento de un experto humano en un campo o dominio específico de conocimiento. Se puede definir como un sistema informático (hardware y software) que simula a los expertos humanos en un área de especialización dada. Es generalmente el resultado de la colaboración de uno o varios expertos humanos especialistas en el tema de estudio y los ingenieros del conocimiento, con los usuarios en mente. Los expertos humanos suministran el conocimiento básico en el tema de interés, y los ingenieros del conocimiento trasladan este conocimiento a un lenguaje, que el SE pueda entender.

> Para orientar la formación de un SE en el contexto de la enseñanza de la Matemática, se lo puede definir como una clase de programas que son capaces de aconsejar, categorizar, analizar, comunicar, consultar, diseñar, diagnosticar, explicar, explorar, formar conceptos, interpretar, justificar, planificar; son en suma, programas capaces de manejar problemas que normalmente requieren para su resolución la intervención humana especializada. (Martínez y Tey, 2008).

Surge así la pregunta de qué herramientas tecnológicas son las más convenientes para el aprendizaje de los alumnos, cuáles contribuyen en mayor medida a la comprensión de los conceptos, a la resolución de actividades, a la auto evaluación, la auto corrección. Además, qué tipo de representaciones se favorecen con su utilización.

La integración de la tecnología a los procesos de enseñanza y aprendizaje, requiere que en la propuesta pedagógica se tengan en cuenta, entre otros, los siguientes aspectos:

- Actividades que promuevan y favorezcan el estudio independiente.
- El acompañamiento y seguimiento por parte de los docentes, a través de las tutorías, con el propósito de apoyar y promover el aprendizaje de los alumnos.
- Actividades grupales.
- Actividades de autoevaluación que permitan al estudiante conocer el nivel de aprendizaje logrado.
- Sistema de evaluación.
- Estrategias para promover la reflexión por parte de los alumnos y el desarrollo de sus procesos metacognitivos.

El propósito de este tipo de propuesta educativa es "servir como puente en un entorno virtual diverso, donde se enlazan currículum, propósitos, objetivos, materiales didácticos, actividades, herramientas de comunicación sincrónica y asincrónica mediados en una atmósfera artificial situada en la red" (Navarro del Ángel, 2009, p. 179). En otras palabras, se propicia el intercambio de información entre docentes y alumnos a través de la Red, originándose así nuevos ambientes de aprendizaje donde el conocimiento se difunde a través de Internet.

Un concepto de gran importancia corresponde a la evaluación, que permite mantener la información y su retroalimentación para la mejora contínua de los aprendizajes en los alumnos y de esta manera potenciar su crecimiento intelectual.

En toda la actividad docente queda de manifiesto el tipo de práctica evaluativa, la concepción de enseñanza y de aprendizaje que el docente posee y realiza. En el proceso evaluativo no solamente se evalúan los conocimientos que el alumno ha adquirido, sino también de qué forma lo hace, la efectividad del diagnóstico continuo realizado para seleccionar los contenidos en función del grupo presente, y también es de gran importancia la autoevaluación de los alumnos, a fin de lograr una retroalimentación permanente a lo largo del proceso.

> La autoevaluación le sirve al estudiante para reconocer su progreso, sus fortalezas y debilidades, los logros y las dificultades. Es útil, además, para analizar sus ejecutorias individuales y grupales, y así desarrollar una actitud crítica y reflexiva. Por otro lado, le sirve al profesor para tener los elementos de juicio que le permitan facilitar y reorientar el aprendizaje, valorar lo que hacen sus estudiantes, conocerlos mejor, valorar su propia efectividad como educador, o incluso modificar, si es preciso, los métodos y técnicas que emplea. Ortiz Hernández (2007, p. 111).

Ortiz Hernández (2007), propone objetivos a desarrollar mediante la autoevaluación del alumno, entre otros: propiciar un aprendizaje autónomo, conseguir una mayor implicación en su propio aprendizaje, elaborar juicios y criterios personales, que el alumno asuma responsabilidades sobre su proceso educativo, que tome decisiones de acuerdo con las necesidades adoptadas, asumir conciencia de las posibilidades reales, fomentar la autoestima y responsabilidad en la actividad realizada.

Desarrollo. Metodología utilizada

Los objetivos que se persiguieron durante la experiencia fueron:

- Fortalecer el estudio independiente y autoevaluación de los contenidos enseñados.

- Favorecer la calidad de la enseñanza utilizando un programa académico con un entorno virtual de aprendizaje.

- Utilizar el Aula Virtual de la Cátedra que, sin sustituir la enseñanza presencial, sirviera como soporte para la modalidad no presencial en sus diferentes manifestaciones.

- Valorar la opinión de los alumnos a efectos de realizar un monitoreo del proceso de enseñanza aprendizaje que aporte a la calidad del SE.

Población: se trabajó con los alumnos que cursaron la asignatura en el 2º cuatrimestre del año 2017, fijándose como opcional el trabajo en el Aula Virtual que se ofrece desde la cátedra, en la plataforma institucional con que cuenta la Facultad. Participaron de la investigación el total de 411 (cuatrocientos once) alumnos que asistieron a clases la última semana de clases, previa al 3º parcial de la asignatura.

Se habilitó en el Aula Virtual una encuesta que pudieron responder vía *on line* todos los alumnos, elaborada en escala tipo Lickert de cinco puntos (5. Totalmente de Acuerdo; 4. De Acuerdo; 3. En desacuerdo; 2. Totalmente en desacuerdo; 1. No lo usé o no sé), validada según el método de expertos.

Para el análisis de la confiabilidad de este instrumento se consideró el coeficiente alfa de Cronbach, el que resultó ser de 0,712 (paquete estadístico SPSS v.15.0).

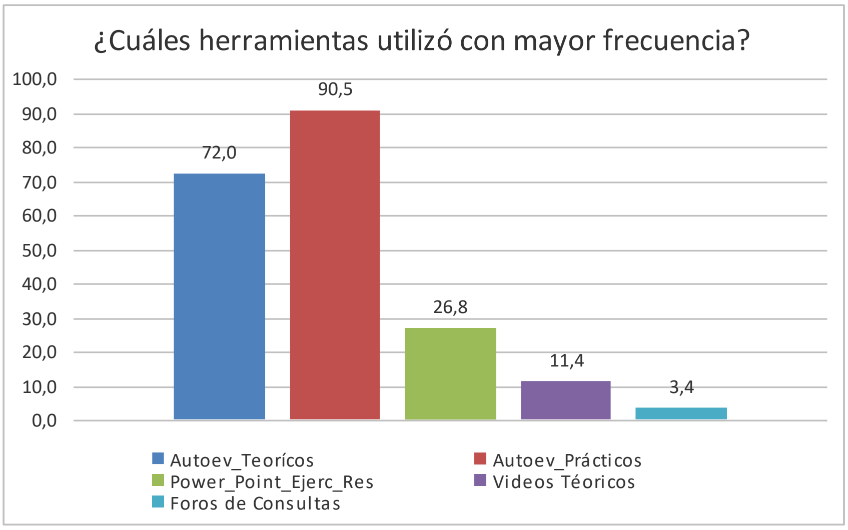
Variables: Las variables asociadas a esta investigación contienen la finalidad de relacionarse en un conjunto de datos, para dar respuesta a los objetivos de este trabajo. Están representadas por la utilidad y aportes que las herramientas dispuestas en el Aula Virtual, entre ellas, los autoevaluativos, hacen al proceso de enseñanza aprendizaje del Cálculo, desde la opinión de los alumnos.

Resultados

Se realizó un análisis estadístico descriptivo de los datos obtenidos de la encuesta, cuyos resultados se detallan a continuación.

Gráfico Nº 1: Uso de las herramientas propuestas en el Aula Virtual de Matemática II.

FACE-UNT. 2º Cuatrimestre de 2017.



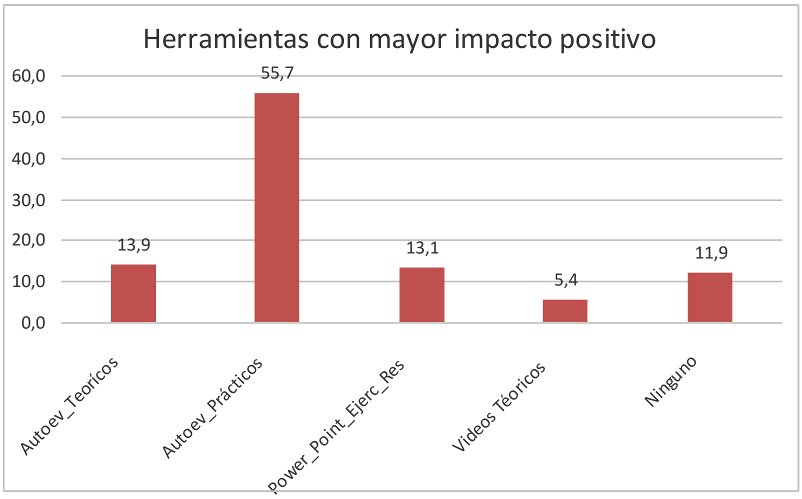
Las herramientas de mayor práctica, en orden decreciente de uso según declaran los alumnos, son: Autoevaluativos Prácticos, Autoevaluativos teóricos, PowerPoint con ejercicios resueltos y Videos de límite, continuidad e interpretación geométrica de la derivada, pues un gran porcentaje de los estudiantes expresa haber trabajado con todos o algunos de los componentes de cada una de estos materiales. Esto tiene concordancia con el objetivo que persigue el alumno, que es aprobar la asignatura, y las herramientas de mayor utilización, desde la mirada de estos actores, son las que le permiten lograr su objetivo.

Estas respuestas tienen que ver con los aportes que estas herramientas hacen al desarrollo de habilidades metacognitivas dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje, lo que apunta al camino de “aprender a aprender”.

Gráfico Nº 2: Herramientas utilizadas con impacto positivo en el Aula Virtual de Matemática II. FACE-

UNT.

2º Cuatrimestre de 2017.



Es importante para esta investigación, destacar los beneficios que dijeron obtener los alumnos, desde el impacto que tuvieron estas herramientas en el proceso de enseñanza y aprendizaje del Cálculo.

Es notoria la diferencia que manifiestan respecto al impacto positivo de las herramientas utilizadas en el Aula Virtual. Evidentemente los Autoevaluativos Prácticos son los que reconocen como de mayor impacto positivo.

Tabla Nº 1: Distribución porcentual del uso de los Autoevaluativos Prácticos del Aula Virtual. Cátedra Matemática II. FACE-UNT. 2ºCuatrimestre. Año 2017.

Opinión sobre Autoevaluativos Prácticos	Totalmente en Desacuerdo (%)	En desacuerdo (%)	De acuerdo (%)	Totalmente de Acuerdo (%)	No lo usé (%)	Total (%)
Los Autoevaluativos Prácticos me sirvieron para reforzar los conocimientos y evaluar el avance de mi estudio	10,1	7,8	**44,8**	**36,3**	1,0	100,0(411)
Las dificultades en los Autoevaluativos Prácticos fueron similares a las presentadas en el examen parcial	10,2	30,7	46,7	9,7	2,7	100,0(411)
Los Autoevaluativos Prácticos me sirvieron para conocer el nivel de mi preparación para el examen parcial	7,8	12,9	**52,6**	**24,8**	1,9	100,0(411)

El período de tiempo en que los Autoevaluativos Prácticos estuvieron disponibles para participar, fue adecuado	10,4	17,8	48,7	22,1	1,0	100,0(411)

Es de destacar las respuestas referidas a los motivos por los que utilizaron los Autoevaluativos Prácticos: “para reforzar los conocimientos y evaluar el avance de mi estudio” (más del 80%), “me sirvieron para conocer el nivel de mi preparación para el examen parcial” (77,4%).

Tabla Nº 2: Distribución porcentual de la opinión de los alumnos sobre los Autoevaluativos Teóricos del Aula Virtual. Cátedra Matemática II. FACE-UNT. 2ºCuatrimestre. Año 2017.

Opinión sobre los Autoevaluativos Teóricos	Totalmente en Desacuerdo (%)	En desacuerdo (%)	De acuerdo (%)	Totalmente de Acuerdo (%)	No lo usé (%)	Total (%)
Los Autoevaluativos Teóricos me sirvieron para reforzar los conocimientos y evaluar el avance de mi estudio	8,3	13,4	**48,4**	**26,0**	3,9	100,0(411)
Los Autoevaluativos Teóricos me sirvieron para conocer el nivel de preparación para el examen parcial	9,2	13,1	**54,3**	**19,2**	4,1	100,0(411)
Los Autoevaluativos Teóricos me aclararon los conceptos que se explicaban en clase	9,2	24,1	**44,8**	**15,3**	6,6	100,0(411)
Participar de los Autoevaluativos Teóricos me permitieron responder las consignas teóricas del examen parcial	10,0	32,1	38,0	12,4	7,5	100,0(411)
Los Autoevaluativos Teóricos me sirvieron para repensar los contenidos teóricos desde un punto de vista diferente	8,3	12,7	**58,2**	**16,5**	4,4	100,0(411)
Participar de los Autoevaluativos Teóricos me ayudó a comprender el lenguaje matemático	6,8	14,8	**56,7**	**17,8**	3,9	100,0(411)
Los Autoevaluativos Teóricos me permitieron hacerme preguntas sobre los temas tratados, a las que intenté responder	6,3	19,2	**52,8**	**17,3**	4,4	100,0(411)
Participar de los Autoevaluativos Teóricos, me orientó a la comprensión de los contenidos a estudiar	9,0	16,5	**51,3**	**19,5**	3,6	100,0(411)

En todos los items referidos a los autoevaluativos teóricos se puede observar la gran repercusión que tuvieron , según la opinión de los alumnos, en cuanto a favorecerles en su estudio independiente.

Tabla Nº 3: Distribución porcentual de la opinión de los alumnos sobre Guías de Trabajos Prácticos en el Aula Virtual. Cátedra Matemática II. FACE-UNT. 2ºCuatrimestre. Año 2017.

Opinión sobre Guías de Trabajos Prácticos en Power Point	Totalmente en Desacuerdo (%)	En desacuerdo (%)	De acuerdo (%)	Totalmente de Acuerdo (%)	No lo usé (%)	Total (%)
Descargar las Guías de Trabajos Prácticos en Power Point enfatizaron mi estudio independiente	6,3	11,9	**25,3**	**13,4**	43,1	100,0(411)
Las Guías de Trabajos Prácticos en Power Point me ayudaron a resolver los problemas o dificultades de mi aprendizaje	6,3	11,9	**27,0**	**11,7**	43,1	100,0(411)

Esta herramienta no fue muy utilizada por los estudiantes, por cuanto las mismas guías fueron explicadas en las clases presenciales.

Tabla Nº 4: Distribución porcentual de la opinión de los alumnos sobre el Aula Virtual. Cátedra Matemática II. FACE-UNT. 2ºCuatrimestre. Año 2017.

Opinión General sobre el Aula Virtual	Totalmente en Desacuerdo (%)	En desacuerdo (%)	De acuerdo (%)	Totalmente de Acuerdo (%)	No lo usé (%)	Total (%)
Participar de las actividades del Aula Virtual, me permitió prepararme mentalmente para responder las consignas en el parcial	9,5	15,6	**47,4**	**22,6**	4,9	100,0(411)
Frente un problema o dificultad considero, en primer lugar, las propuestas de enseñanza dispuestas en el Aula Virtual	10,2	29,2	**36,3**	**9,7**	14,6	100,0(411)
Los docentes involucrados en las actividades del Aula Virtual me incentivaron a participar de ellas	9,0	15,6	**40,6**	**17,3**	17,5	100,0(411)
Las respuestas de los docentes en las clases	8,0	7,3	**27,7**	**30,2**	26,8	100,0(411)

de consulta, me orientaron en la compresión de los contenidos a estudiar						

En todos los casos, más del 50% de los alumnos manifiestan opinión favorable a los items propuestos.

Conclusiones

- En la actualidad los sistemas informáticos son considerados un recurso fundamental para la enseñanza y el aprendizaje, en el sentido de que no sólo pueden ayudar a que los estudiantes accedan al conocimiento, sino que constituyen un valioso apoyo a la tarea docente.

- El desempeño docente es central en esta modalidad, pues es el profesor el responsable del ofrecimiento de los contenidos del curso y las propuestas de actividades, lo que hará que los alumnos se acerquen a los contenidos y a las autoevaluaciones que permiten conocer la adquisición del conocimiento.

- A partir de la opinión de los alumnos, podría decirse que se cumplió el objetivo principal de los Autoevaluativos Prácticos, que fue servir a los alumnos como herramienta para retroalimentar su aprendizaje. Aún más, la mayoría de ellos se mostró conforme con el sistema implementado para los Autoevaluativos.

- La autoevaluación es importante y beneficiosa dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje. Es evidente que el estudiante que logra autoevaluarse es más efectivo porque cobra conciencia de sus propios logros, y advierte que la causa de los mismos está en su capacidad, en su reflexión, acción y el esfuerzo, lo queyuda al “aprender a aprender”.

- El uso del Aula Virtual se constituyó en un medio óptimo de comunicación para llevar a cabo esta fase en el proceso de evaluación, que es la Autoevaluación.

Bibliografía consultada

- Álvarez Méndez, J. M. (2012). *Didáctica, currículo y evaluación. Ensayos sobre cuestiones didácticas*. (3ra Ed.). Buenos Aires: Miño y Dávila.

- Calderone, M. y González, H. (2016). Materiales didácticos. Una metodología para su producción en la era de las TIC. *Virtualidad, Educación y Ciencia*, 13 (7), pp. 24-35.

- Carlino, O. (2007). *Escribir, leer y aprender en la universidad. Una introducción a la alfabetización académica.* (1ª Ed. 3º Reimp.). Buenos Aires, Argentina: Fondo de Cultura Económica.

- Fernández, M. (2017). Educación Virtual, nuevo modelo de aprendizaje. *Revista Educación virtual.* http://revistaeducacion virtual.com/archives/3055 del 27 de marzo de 2017.

- Imbernón, F., Silva, P. & Guzmán, C. (2011). Competencias en los procesos de enseñanza– aprendizaje virtual y semipresencial. *Revista Científica de Educomunicación*, 36 (XVIII), 107–114.

- Martínez, M y Tey, A. 2008. Aprendizaje ético en contextos virtuales en el EEES. *Revista Electrónica Teoría de la Educación. Educación y Cultura en la Sociedad de la Información*. 9(1). Universidad de Salamanca, Salamanca. pp. 25-40.

- Meza, L. (2000). *Consideraciones sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática.* Memorias del Segundo Festival de Matemáticas, 1(1), 129-136.

- Meza, L. (2001). *Elementos para Enseñar Matemática*. Costa Rica: Editorial del Instituto Tecnológico de Costa Rica.

- Navarro del Ángel, D. (2009). Modelos Educativos y Entornos Virtuales de Enseñanza. *Revista Interdisciplinar – Entelequia - Especial Educación Superior*, (10), 177 – 187.

Obtenido de www.eumed.net/entelequia/pdf/2009/e10a11.pdf

- Ortiz Hernández, E. (2007). La autoevaluación estudiantil. Una práctica olvidada. *Cuaderno de Investigación en la Educación. Centro de Investigaciones Educativas*, Nº 22, 107-119. Universidad de Puerto Rico.

- Rodríguez, M. (2012). *Resolución de Problemas.* En Pochulu, M.; Rodríguez, M. (Comps). *Educación Matemática. Aportes a la Formación Docente desde distintos enfoque teóricos*. Buenos Aires, Argentina: Editorial UNGS – EDUVIM.

- Serrano, J. y Narváez, P. (2010). Uso de Software libre para el desarrollo de contenidos educativos. *Formación Universitaria*, 6 (3).

- Sierra Varón, S.A. (2013). La educación virtual como favorecedora del aprendizaje autónomo. En *Revista Panorama,* Vol 5, Nº 9*,* pp.75-87.

Estilos de Aprendizaje de los estudiantes de una facultad de Economía

Fernández, Aída - Rodriguez Areal, Elsa

Facultad de Ciencias Económicas – Universidad Nacional de Tucumán

aidaevangelina@gmail.com - erareal@hotmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras clave: Estilos de Aprendizaje, Matemática

Resumen

Los docentes sabemos que cada alumno es un mundo, que las necesidades de cada estudiante son diferentes, y que cada situación requiere de un enfoque distinto a la hora de plasmar los conocimientos.

En los '70, el concepto de aprendizaje como tal cambia radicalmente, surge la idea de Estilos de Aprendizaje de la mano de las denominadas estrategias de aprendizaje, como modelos a seguir para una correcta y mejor opción a la hora de transmitir y captar conocimientos. Y los profesores son quienes deben ayudar en este proceso, creando técnicas e indicando tareas para favorecer Estilos de Aprendizajes correctos, para una asimilación de contenidos mucho más significativa y eficaz.

Resulta de interés entonces identificar cuáles son los estilos que poseen nuestros estudiantes, para así poder direccionar y seleccionar las estrategias de enseñanza de acuerdo a ellos.

El objetivo es conocer los Estilos de Aprendizaje preponderantes en los alumnos de Matemática II (Cálculo Diferencial e Integral) y analizar si existe alguna relación con la carrera elegida. De esta manera se puede pensar en reorganizar el trabajo con los estudiantes, separándolos en comisiones, seleccionando convenientemente las estrategias de enseñanza y adaptando los materiales didácticos disponibles, según este criterio.

Se trabajó con los estudiantes que cursaron la asignatura en el primer cuatrimestre 2018, se aplicó una encuesta (adaptación del cuestionario Honey-Alonso) y se realizó un análisis descriptivo.

Los resultados muestran una preferencia moderada por cada uno de los Estilos de Aprendizaje, con tendencia al estilo Reflexivo. No se encontraron diferencias de acuerdo a la carrera.

1 – Introducción

Cada persona aprende de diferente manera, a diferente velocidad, por distinta curiosidad e incluso distinto interés que otras. Hay personas que utilizan como vías de aprendizaje más importantes la audición, otros lo visual, otros ambas, y otros una mezcla de múltiples factores. El aprendizaje, es un conocimiento de cada situación, de cada persona y de cada entorno en el que podamos encontrarnos.

Uno de los desafíos más importantes que se presenta a los profesores sobreviene cuando se debe llevar a la práctica toda la parte teórica que se ha desarrollado. Coordinar la teoría y la práctica, mostrar cómo la primera se aplica en la segunda, se suelen convertir en los mayores enemigos que todo profesor conoce. Para llevar a cabo con éxito esta tarea es necesario recordar que cada estudiante es un mundo, y que cada situación requiere de un enfoque diferente a la hora de plasmar los conocimientos. Los alumnos cuando están aprendiendo, además de utilizar sus habilidades cognitivas y metacognitivas, deben de ser capaces también de saber jerarquizar, organizar y ordenar su aprendizaje. Los profesores deben de ayudar en este proceso, creando técnicas para favorecer Estilos de Aprendizaje correctos para una asimilación de contenidos mucho más eficaz.

Según Dunn, R.; Dunn, K. and Price, G. (1985), citado por Terrádez Gurrea (2007), "el Estilo de Aprendizaje se podría considerar como la manera en la que un aprendiz comienza a concentrarse sobre una información nueva y difícil, la trata y la retiene".

Gran parte de los autores que han abordado esta temática considera que el estilo es relativamente fijo y no fácilmente cambiable, aunque hay quien piensa que sí se puede entrenar en un determinado Estilo de Aprendizaje.

Es por ello que resulta interesante definir cuáles son los diferentes tipos o modalidades de aprendizaje que podemos encontrar, para así poder crear una buena diferenciación de cada una de ellas y actuar en consecuencia.

Esta investigación se realiza en el marco del proyecto "La virtualización de la Matemática en carreras de Ciencias Económicas" y tiene por objetivo conocer los Estilos de Aprendizaje preponderantes en los alumnos de Matemática II (Cálculo Diferencial e Integral) y analizar si existe alguna relación entre dichos estilos y la carrera elegida. De esta manera se puede pensar en reorganizar el trabajo de los estudiantes en el Aula Virtual, seleccionando, adaptando y clasificando convenientemente el material didáctico disponible.

Además, esta investigación pretende favorecer la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática aportando una serie de sugerencias pedagógicas para la elaboración de material didáctico que, basándose en los diferentes Estilos de Aprendizaje, fomente una enseñanza para la comprensión y la creatividad.

Como instrumento base de este análisis se ha utilizado el Cuestionario CHAEA de Honey y Alonso, experimentado, validado y contrastado en diversos ámbitos, entre otros y como punto de referencia obligada, la investigación realizada por Catalina M. Alonso con una amplia muestra de estudiantes universitarios de Madrid (Alonso, 1992).

Se trabajó aquí con los estudiantes que cursaron la asignatura en el primer cuatrimestre 2018, se aplicó una encuesta (adaptación del cuestionario Honey-Alonso) y se realizó un análisis descriptivo. Los resultados señalan una preferencia moderada por los diferentes Estilos de Aprendizaje, con tendencia al estilo Reflexivo, cuyo indicador muestra el mayor valor entre los promedios de los estilos, en términos proporcionales. No se encontraron diferencias en las particulares preferencias de Estilos de Aprendizaje de acuerdo a la carrera.

2 – Marco teórico

El estudio de los Estilos de Aprendizaje nos lleva a buscar una definición de lo que es el aprendizaje. Según Pérez (2000) la significación de este término varía de acuerdo a las distintas escuelas psicológicas. Para este autor "el aprendizaje es toda modificación del organismo que origina una nueva pauta de pensamiento y/o conducta". Por su parte, Bernardo (2004) sostiene que el aprendizaje supone tres objetivos básicos: adquirir información, adquirir habilidades y destrezas y conocer las propias capacidades y el modo de utilizarlas adecuadamente.

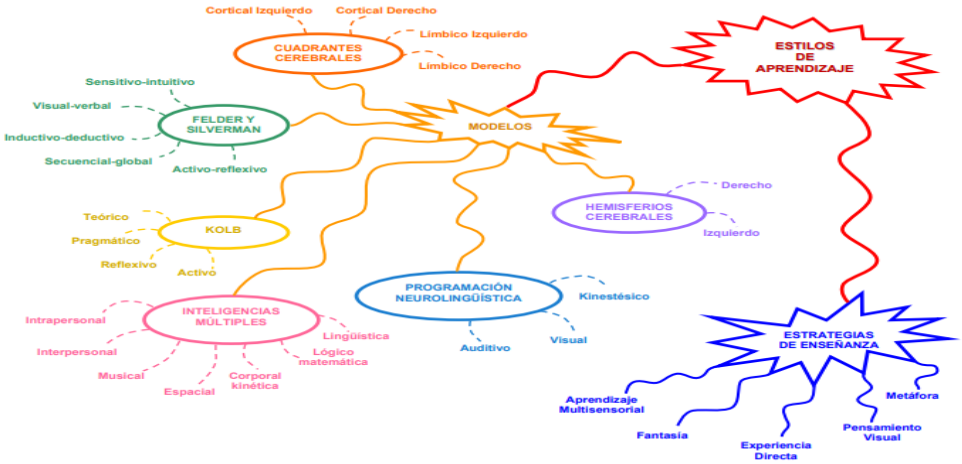
El concepto de Estilo de Aprendizaje proviene de la Psicología, y se refiere a la manera característica como las personas se orientan hacia la solución de problemas, como así también al comportamiento afectivo, cognitivo y fisiológico característico de una persona, que sirve como un indicador estable de cómo los aprendices perciben, interaccionan con y responden al entorno de aprendizaje (Terrádez Gurrea, 2007).

Cada persona aprende de manera distinta a las demás y para ello utiliza diferentes estrategias, aprende con diferentes velocidades, con mayor o menor eficacia, aunque tengan las mismas motivaciones, el mismo nivel de instrucción, la misma edad o estén estudiando el mismo tema.

Muchas son las definiciones que existen sobre los Estilos de Aprendizaje. Terrádez Gurrea (2007) cita, entre otros, a Kolb (1984) quien incluye el concepto dentro de su modelo de aprendizaje por experiencia y lo describe como "algunas capacidades de aprender que se destacan por encima de otras como resultado del aparato hereditario, de las experiencias vitales propias, y de las exigencias del medio actual", a Keefe (1988) quien propone asumir los Estilos de Aprendizaje en términos de "aquellos rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos, que sirven como indicadores relativamente estables de cómo los discentes perciben, interaccionan y responden a sus ambientes de aprendizaje" y a Sternberg (1997) quien sostiene que los estilos tratan del modo en que las personas prefieren enfocar las tareas.

Por lo expuesto, puede observarse que existen distintas maneras de entender el concepto de Estilo de Aprendizaje. En la figura siguiente se muestran, en un mapa mental, algunos de los diferentes modelos de Estilos de Aprendizaje y las estrategias de enseñanza que existen al respecto.

Figura Nº 1: diferentes modelos de Estilos de Aprendizaje y las estrategias de enseñanza. Fuente: Manual de Estilos de Aprendizaje. Año: 2004



Sin embargo más allá de esto, es importante no utilizar los Estilos de Aprendizaje como una herramienta para clasificar a los alumnos en categorías cerradas, ya que la manera de aprender evoluciona y cambia constantemente.

Tampoco se deben interpretar las diferentes técnicas que usa cada persona a la hora de aprender, como Estilos de Aprendizaje. Esas técnicas o estrategias de aprendizaje que siguen los individuos a la hora de aprender, suelen ser estrategias que han ido adquiriendo (en ocasiones hasta por ellos mismos) a veces con menor o mayor eficacia. Los Estilos de Aprendizaje serían los modelos teóricos a los que es preferible llegar dependiendo de cada alumno y, como se dijo, no se deben entender como modelos fijos sino muy moldeables y cambiables.

Según Hornos Calderó, Lema López y Mosquera Gende (2017), dos son las clasificaciones de Estilos de Aprendizaje más estudiadas: la sensorial (Programación Neurolingüística de Bandler y Grinder) y la de Kolb.

La clasificación sensorial, también denominada VAK, destaca que todos tenemos una sentido favorito y que podemos mejorar el aprendizaje si contemplamos estas preferencias sensoriales. Principalmente, se distinguen tres grandes sistemas o estilos para asimilar la información recibida:

- ✓ Visual: es un estilo relacionado con ver y leer. Los alumnos visuales son aquellos que prefieren leer a escuchar, captan grandes cantidades de información solo mirando, piensan en imágenes, y visualizan en detalle, tienen más facilidad para recordar grandes cantidades de información con rapidez, entre otras características.

Para aquellos alumnos en el que sobresale este estilo es recomendable entonces emplear diagramas, esquemas, imágenes, películas, enciclopedias, mapas, folletos, revistas, internet, diccionarios, dibujos, fotografías, cartas, *emails*, documentales, crucigramas, obras de arte, diapositivas, *power points* o mensajería instantánea, entre otros.

- ✓ Auditivo: este estilo está relacionado con hablar y escuchar. Sirve para unir ideas o elaborar conceptos abstractos con la misma destreza y rapidez que el sistema visual. Los alumnos auditivos prefieren escuchar a leer. Si tienen que leer, les gusta hacerlo en voz alta, aprenden mediante explicaciones orales, tienen más destreza para aprender idiomas y música, entre otras características.

En este caso, los recursos útiles para este tipo de estudiantes son: canciones, dispositivos móviles, vídeos, grabaciones propias y ajenas, documentales, películas, vídeo, charlas, conferencias, radio en *streaming* o mensajería instantánea, entre otros.

- ✓ Kinestésico: este estilo está relacionado con tocar y hacer. El aprendizaje suele ser más lento que cualquiera de los otros dos y se necesita más tiempo. Los alumnos táctiles captan información a través de sensaciones y movimientos, hacen dibujos o esquemas en vez de copiar al pie de la letra los apuntes, estudian moviéndose y haciendo pausas frecuentes, les gusta estudiar en grupo, entre otras características.

Para este tipo de estudiantes, los recursos útiles son: barro, plastilina, piezas de construcción, crucigramas, juegos de mesa, mapas, instrucciones, recetas, diccionarios, enciclopedias, excursiones o visitas, entre otros.

Casi todas las personas emplean los tres estilos de manera desigual. Potencian uno más que otro y cada estilo se desarrolla proporcionalmente al uso que de él se haga. Por lo general absorben con mayor facilidad aquella información que viene por la vía que más emplean y a la que están acostumbrados. Pero, de acuerdo a lo que sostienen Hornos Calderó, Lema López y Mosquera Gende (2017), el uso de un estilo u otro de forma preponderante no excluye el empleo del resto, es por ello que por ejemplo, un mapa, puede resultar tan útil para un alumno visual como para otro kinestético, todo dependerá de cómo se les indique la actividad a realizar con él. Se sigue entonces que resulta importante plantearse si todos los alumnos deben hacer la misma actividad, si deben tener el mismo material o si deben hacer lo mismo con él.

La clasificación de Kolb, quien sostenía que el aprendizaje se desarrollaba a partir de tres factores causales: genética, experiencias de la vida y experiencias del entorno, considera cuatro tipos de aprendizajes:

- ✓ Activo o convergente: las habilidades predominantes de personas convergentes hacen referencia a la experimentación activa. Estos alumnos son prácticos, buscan solucionar problemas y suelen mostrar intereses tecnológicos.

Para este estilo de alumno es recomendable realizar y emplear recursos tales como: manuales, gráficos y mapas, orientación, experimentos o demostraciones prácticas.

Siguiendo lo sostenido por Cisneros Verdeja (2004), los estudiantes Activos aprenden mejor cuando se lanzan a una actividad que les presente un desafío. Cuando realizan actividades cortas e de resultado inmediato. Cuando hay emoción, drama y crisis. Les cuesta más trabajo aprender cuando tienen que adoptar un papel pasivo. Cuando tienen que asimilar, analizar e interpretar datos. Cuando tienen que trabajar solos.

- ✓ Reflexivo o divergente: las habilidades más frecuentes en personas divergentes hacen referencia a las áreas de la experiencia concreta y la observación reflexiva. Estos alumnos quieren conocer y sopesar diferentes puntos de vista, tienen una mente abierta, reflexionan antes de tomar decisiones, siempre están dispuestos a recibir retroalimentación.

Para ellos es recomendable realizar actividades y emplear recursos tales como: lluvia de ideas, crucigramas, predicción de resultados, realización de experimentos, acertijos o rompecabezas.

- ✓ Teórico o asimilador: las habilidades predominantes en personas asimiladoras están relacionadas con la abstracción y los estudios teóricos. Los alumnos prefieren leer y estudiar, trabajar de forma individual, se muestran más interesados en las ideas abstractas que en las personas y los sentimientos, no son especialmente sociables, no se preocupan por la aplicación práctica de la teoría.

Para este tipo de estudiantes, las actividades y recursos más apropiados son: lectura de textos, informes escritos, dictados, diccionarios, apuntes o conferencias.

Los alumnos Teóricos aprenden mejor a partir de modelos, teorías, sistemas con ideas y conceptos que presenten un desafío. Cuando tienen oportunidad de preguntar e indagar. Les cuesta más trabajo aprender con actividades que impliquen ambigüedad e incertidumbre. En situaciones que enfaticen las emociones y los sentimientos. Cuando tienen que actuar sin un fundamento teórico, de acuerdo a lo sostenido por Cisneros Verdeja (2004).

- ✓ Pragmático o acomodador: las personas acomodadoras muestran habilidades de carácter experimental. Los alumnos se fían de su intuición, actúan y deciden sin demasiada reflexión previa, son activos e impacientes, muestran interés por el trabajo en grupo.

Las actividades a realizar y los recursos a emplear para este tipo de estudiante son: trabajos grupales, gráficos ilustrativos, expresión artística, estudios de campo o experimentos científicos.

Los alumnos Pragmáticos aprenden mejor, de acuerdo a lo sostenido por Cisneros Verdeja (2004), con actividades que relacionen la teoría y la práctica. Cuando ven a los demás hacer algo. Cuando tienen la posibilidad de poner en práctica inmediatamente lo que han aprendido. Les cuesta más trabajo aprender cuando lo que aprenden no se relaciona con sus necesidades inmediatas. Con aquellas actividades que no tienen una finalidad aparente. Cuando lo que hacen no está relacionado con la realidad.

Ahora bien, para llevar a la práctica la teoría de los Estilos de Aprendizaje es indispensable realizar un diagnóstico adecuado. Por eso la mayoría de los autores que han construido teorías sobre Estilos de Aprendizaje ofrecen instrumentos y herramientas que posibilitan este diagnóstico.

Gallego Gil (2015) sostiene que si se analizan los distintos estudios comparativos publicados sobre este tema, es posible afirmar que son pocos los investigadores que han llevado a cabo un estudio profundo de las distintas formas de enfocar los Estilos de Aprendizaje, calibrando validez y fiabilidad. Para este autor, el más importante es el realizado por Curry (1987), quien clasificaba las distintas herramientas y modelos de Estilos de Aprendizaje con “la analogía de la cebolla”, “*onion*” diferenciando “tres capas” o tres niveles de modelos.

Otro importante aporte lo realizan Peter Honey y Alan Mumford quienes, en 1988, partieron de las bases de David Kolb para crear un cuestionario de Estilos de Aprendizaje enfocado al mundo empresarial. Llamaron a este cuestionario, LSQ (*Learning Styles Questionaire*) y con él, pretendían averiguar por qué en una situación en que dos personas comparten texto y contexto, una aprende y la otra no. Honey y Mumford llegaron a la conclusión de que existen cuatro Estilos de Aprendizaje, que a su vez responden a las cuatro fases de un proceso cíclico de aprendizaje que son, como ya se dijo, Activo, Reflexivo, Teórico y Pragmático (Alonso y otros, 1994). Las aportaciones y experiencias de Honey y Mumford fueron recogidas en España por Catalina Alonso en 1992, quien adaptó el cuestionario LSQ de Estilos de Aprendizaje al ámbito académico y al idioma Español. Catalina Alonso llamó al cuestionario adaptado CHAEA (Cuestionario Honey-Alonso sobre Estilos de Aprendizaje). La fiabilidad de este cuestionario ha sido demostrada en una investigación realizada con una muestra de 1371 alumnos de 25 Facultades de las Universidades Autónomas Y Politécnica de Madrid (Alonso, Gallego, Honey, 1994). Los resultados obtenidos por Catalina Alonso fueron fundamentales ya que sentaron precedentes en la investigación pedagógica y han servido como base para otras investigaciones en países iberoamericanos.

El CHAEA cuenta con 80 ítems, cada ítem se responde con un signo (+), si se está de acuerdo, y con un (-) si se está en desacuerdo. Los resultados del cuestionario se plasman en una hoja que sirve para determinar las preferencias en cuanto a los Estilos de Aprendizaje: Activo, Reflexivo, Teórico y Pragmático.

Los Estilos de Aprendizaje se refieren a las características que definen diferentes maneras para significar la experiencia o la información que se transforma en conocimiento, es decir al cómo aprender, más que al qué aprender. Es por ello que todos los individuos pueden aprender cualquier cosa, siempre y cuando se les presente la información en los términos, modalidades y organización en que resulta más accesible, cognitiva y afectivamente hablando. En este sentido la versatilidad cognitiva es posible si cada persona descubre y desarrolla cómo hacer uso de los diferentes medios o canales sensoriales que permiten procesar desde diferentes vías y niveles, aquellos contenidos en los que se tiene interés en aprender, de acuerdo a lo sostenido por Cisneros Verdeja (2004).

El modelo educativo centrado en el aprendizaje pretende una nueva forma de concebir, abordar y trabajar el aprendizaje, a partir de la diversificación de estrategias de enseñanza, en concordancia con la gama de Estilos de Aprendizaje que los estudiantes poseen. La mediación, guía e instrucción por parte del profesor pueden ser vistas como la creación intencional de condiciones en el entorno de aprendizaje, que facilitan el logro de objetivos educacionales propiciando un conjunto de actividades de aprendizaje, las cuales normalmente se articulan mediante estrategias dirigidas a una determinada modalidad o técnica didáctica.

3 – La experiencia

Para identificar los Estilos de Aprendizaje se utilizó una adaptación del cuestionario de Honey-Alonso (Alonso, Gallego y Honey, 1994) que consta de 80 ítems divididos en cuatro secciones de 20 ítems correspondientes a los cuatro estilos de aprendizaje (Activo, Reflexivo, Teórico y Pragmático). Este instrumento, con puntuación dicotómica descrita de la siguiente manera: de acuerdo (A) o en desacuerdo (D), mide el grado de preferencia en un Estilo de Aprendizaje. Éste se obtiene de la puntuación absoluta que el estudiante obtiene en cada sección. Se confeccionó una base de datos en el programa Excel. El análisis estadístico se realizó con el programa SPSS 15.0.

Con la finalidad de interpretar correctamente los resultados, el análisis realizado tiene como base el Baremo General Abreviado de Preferencias en Estilos de Aprendizaje.

3.1 - Baremo general abreviado de preferencias en Estilos de Aprendizaje

Alonso, Gallego y Honey (1994) explican que el primer criterio para la interpretación de la información obtenida en el cuestionario es la relatividad de las puntuaciones obtenidas en cada Estilo de Aprendizaje. Además sostienen que no significa lo mismo obtener una puntuación en un estilo que en otro. También han trazado un esquema de interpretación denominado baremo (basado en la experiencia de los test de inteligencia) para facilitar el significado de cada una de las puntuaciones y agruparon los resultados obtenidos siguiendo las sugerencias de P. Honey y A. Mumford (1986):

- Preferencia muy alta: El 10% de las personas que han puntuado más alto.
- Preferencia alta: El 20% de las personas que han puntuado alto.
- Preferencia moderada: El 40% de las personas que han puntuado con nivel medio.
- Preferencia baja: El 20% de las personas que han puntuado bajo.
- Preferencia muy baja: El 10% de las personas que han puntuado más bajo.

Tabla Nº 1: Baremo general abreviado de preferencias de Estilos de Aprendizaje. Fuente: Matemática II. Año: 2018

	Preferencia				
	Muy baja (10%)	Baja (20%)	Moderada (40%)	Alta (20%)	Muy alta (10%)
Activo	0 - 8	9 - 10	11 - 14	15 - 16	17 - 20
Reflexivo	0 - 12	13 - 14	15 - 17	18	19 - 20
Teórico	0 - 12	13	14 - 16	17 - 18	19 - 20
Pragmático	0 - 11	12	13 - 15	16 - 17	18 - 20

4 – Resultados

A los 88 alumnos a los que se les realizó el test se les pidió además que brindaran información sobre la carrera que cursan: Contador Público Nacional (CPN), Licenciatura en Administración de Empresa (LAE) o Licenciatura en Economía (LE) de la Facultad de Ciencias Económicas, esta información se resume en la siguiente tabla:

Tabla Nº 2: Cantidad de alumnos por carrera. Fuente: Cátedra Matemática II. Año 2018.

Carrera	Cantidad	%
CPN	61	69
CPN Y LAE	2	2
LAE	17	19
LE	8	9
Total	88	100

La mayoría de los alumnos están inscriptos en la carrera de CPN. Para el análisis posterior consideraremos a los alumnos que están inscriptos en las carreras de CPN y LAE, como alumnos de la carrera de CPN, por no resultar relevante en el cálculo.

Tabla Nº 3: Preferencia y Estilo de Aprendizaje. Fuente: Cátedra Matemática II. Año: 2018.

Estilo de aprendizaje	Promedio	Desvío	Preferencia
Activo	11,8295	3,2063	moderada
Práctico	13,5568	2,5364	moderada
Reflexivo	15,5454	2,6734	moderada
Teórico	14,4204	2,5448	moderada

Según los resultados del cuestionario, los estudiantes tienen una preferencia moderada por cada uno de los estilos de aprendizaje, de acuerdo al baremo expresado anteriormente.

En promedio los alumnos hicieron uso del estilo Reflexivo (15,5454 puntos); la dispersión de los datos respecto a su valor promedio fue de 2,6734, lo cual indica que los estudiantes traen un buen proceso formativo y observan las experiencias desde diferentes perspectivas, analizando información antes de llegar a alguna conclusión.

En contraste con lo anterior, se observa que el estilo Activo (11,8295) es el menos utilizado, es decir, los estudiantes muestran poco interés por la experiencia directa, y por la realización de las nuevas tareas. Este estilo manifiesta una alta dispersión (3,2063) de los datos. También es importante resaltar que los cuatro Estilos de Aprendizaje no son excluyentes.

Tabla Nº 4: Porcentajes en Estilo de Aprendizaje según carrera Fuente: Cátedra Matemática II. Año: 2018.

Carrera	Estilo de aprendizaje			
	Activo	Práctico	Reflexivo	Teórico
CPN	10 (16%)	11 (17%)	38 (60%)	19 (30%)

LAE	3 (18%)	2 (12%)	12 (71%)	6 (35%)
LE	1 (13%)	1 (13%)	7 (88%)	4 (50%)

En la Tabla Nº 4 se observa que, para los alumnos de este grupo de las diferentes carreras dictadas en la Facultad, hay predominio por el estilo Reflexivo, seguido del estilo Teórico.

Se aplicó la prueba ANOVA para determinar si existía diferencia ($p<0,05$) entre los Estilos de Aprendizaje, de acuerdo a la carrera elegida. Esta prueba determinó que no existe tal diferencia. Esto indica que se puede continuar trabajando con la metodología, con las estrategias de enseñanza y con los materiales didácticos que se emplean actualmente y que no resulta importante separar comisiones de estudiantes y utilizar estrategias de enseñanza y materiales didácticos diferenciados según este criterio.

5 – Conclusiones

- La enseñanza centrada en el aprendizaje obliga a diseñar, incorporar y difundir acciones que favorezcan el autoaprendizaje y la responsabilidad compartida y a adquirir una visión del proceso de enseñanza-aprendizaje, en la que se considera que cada persona aprende de manera diferente y posee un potencial, conocimientos y experiencias distintas, es decir, que existen diversos Estilos de Aprendizaje, a partir de los cuales se procesa la información recibida del medio y se la transforma en conocimiento.
- El cuestionario de Estilos de Aprendizaje constituye una herramienta eficiente para conocer las características relacionadas al modo en el que los estudiantes aprenden. Esta información es muy útil a la hora de diagnosticar y gestionar los recursos necesarios para hacer significativo su aprendizaje.
- Se piensa que, en la medida en que los docentes tengan en cuenta las preferencias individuales y grupales de los estudiantes a la hora de aprender, se fortalecerán sus capacidades y rendimiento académico. Desde esta visión, el logro de mayores alcances y mejores resultados en la formación académica estará influenciado por la posibilidad de diversificar los recursos y las técnicas que se emplean en el aula y en la organización de las distintas actividades curriculares.
- El cuestionario mostró que la preferencia por los Estilos de Aprendizaje, del grupo de estudiantes analizado, es moderada para cada una de las cuatro escalas, con una tendencia marcada por el estilo Reflexivo. Además, el mayor número de educandos con preferencia moderada se concentra en los estilos Reflexivo, Teórico, Activo y Pragmático, en ese orden. Esta información será tenida en cuenta a la hora de seleccionar las estrategias de enseñanza más convenientes y de elaborar y/o adaptar el material didáctico disponible con el que cuenta la Cátedra.

6 – Bibliografía

- Alonso, C. (1992). *Análisis y Diagnóstico de los Estilos de Aprendizaje en Estudiantes Universitarios*. Tomo II. Madrid: Colección Tesis Doctorales. Editorial de la Universidad Complutense.
- Alonso, C.; Gallego D.; Honey, P. (1994). *Los Estilos de Aprendizaje: Procedimientos de diagnóstico y mejora*. Bilbao: Ediciones Mensajero.
- Bahamón Muñetón, M.; Vianchá Pinzón, M.; Alarcón Alarcón, L. y Bohórquez Olaya, C. (2012). Estilos y estrategias de aprendizaje: una revisión empírica y conceptual de los últimos diez años. Pensamiento psicológico, ISSN 1657-8961, Vol. 10, Nº1. págs. 129-144. Dialnet. Universidad de La Rioja. España. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3971208 / Consultado 12/06/2018.
- Bernardo, J. (2004). *Estrategias de Aprendizaje. Para aprender más y mejor*. Madrid: Rialp S.A.
- Cazau, P. (2014). Estilos de Aprendizaje Honey - Alonso. https://antoniortega2000.files.wordpress.com/2014/10/cuestionario-de-estilos-de-aprendizaje-y-explicacion-de-estilos.pdf / Consultado 13/06/2018.
- Cisneros Verdeja, A. (2004). Manual de Estilos de Aprendizaje. Material autounstruccional para docentes y orientadores educativos. Secretaría de Educación Pública. Subsecretaría de Educación Media Superior. Ministerio de Educación de Chile. Biblioteca digital de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. Chile. http://biblioteca.ucv.cl/site/colecciones/manuales_u/Manual_Estilos_de_Aprendizaje_2004.pdf / Consultado 12/06/2018.
- Estilosdeaprendizaje.org. Portal didáctico sobre los Estilos de Aprendizaje. Sapiencia, aprendiendo. https://www.estilosdeaprendizaje.org/ / Consultado 16/06/2018.
- Gallego Gil, D. (2015). Diagnosticar los Estilos de Aprendizaje. https://www.researchgate.net/publication/254686103_DIAGNOSTICAR_LOS_ESTILOS_DE_APRENDIZAJE / Consultado 19/06/2018.
- Gallego Gil, D. y Nevot Luna, A. (2008). Los Estilos de Aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Dialnet. Revista complutense de educación. ISSN 1130-2496, Vol. 19, Nº 1, 2008, págs. 95-114. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2555680 / Consultado 16/06/2018.
- Hornos Calderó, J.; Lema López, B. y Mosquera Gende, I. (2017). Estilos de Aprendizaje: clasificación sensorial y propuesta de Kolb. Unir revista. Fundación Unir. Universidad Internacional de La Rioja. España. ISSN: 2444 – 1244. https://www.unir.net/educacion/revista/noticias/estilos-de-aprendizaje-clasificacion-sensorial-y-propuesta-de-kolb/549201749973/ Consultado 18/06/2018.
- Pérez, P. (2000). *Psicología Educativa*. Lima: Industrial Gráfica.
- Terrádez Gurrea, M. (2007). Los Estilos de Aprendizaje aplicados a la enseñanza del español como lengua extranjera. Foro de profesores de E/LE, ISSN-e 1886-337X, ISSN-e 1886-337X, Nº 3, págs. 227-230. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4904031 / Consultado 22/06/2018.

- Villalobos, L.; González, M.; Muñoz, J.; Ostoic, C. y Veliz, N. (2015). Estilos de Aprendizajes de Honey – Alonso en estudiantes de Ingreso Universidad Antofagasta 2012-2013-2014-2015. Quinta Conferencia Latinoamericana sobre abandono en el Educación Superior. V CLABES. Talca Universidad. Chile. http://www.alfaguia.org/www-alfa/images/ponencias/clabesv/L3-Ponencias/5_CLABES_paper_126.pdf / Consultado 25/06/2018.
- Zapata Estevez, M. y Flores Correa, L. (2008). Identificación de los Estilos de Aprendizaje en estudiantes universitarios. Revista Estilos de Aprendizaje, Nº2, Vol 1, Octubre de 2008. Utah Valley University. ISSN: 2332 – 8533. http://learningstyles.uvu.edu/index.php/jls/article/view/148/106 / Consultado 29/06/2018.

Actitud de los Alumnos hacia la utilización del Aula Virtual como Apoyo a la Enseñanza Presencial

Mena, Analía; Golbach, Marta; Nuñez María Eugenia

Facultad de Ciencias Económicas. Universidad Nacional de Tucumán

menaanalia@gmail.com ; mgolbach@tucbbs.com.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Actitud, Aula Virtual, Alumnos, Aprendizaje

Resumen

El uso de las tecnologías de la información y comunicación (TIC) integradas a un entorno virtual de aprendizaje (EVA) ha provocado cambios en la organización del proceso de enseñanza aprendizaje, por cuanto propician la implementación de estrategias educativas innovadoras, de herramientas, recursos y actividades didácticas, con el fin de promover en los alumnos el desarrollo de nuevos aprendizajes, competencias y relaciones con el conocimiento. Algunos estudios comparten criterios señalando que los entornos virtuales de enseñanza-aprendizaje facilitan la divulgación de contenidos formativos, favoreciendo la comunicación entre los participantes del proceso y el desarrollo de habilidades, motivación y la construcción compartida de significados. Son una herramienta eficaz para apoyar el desarrollo de nuevos modelos como el presencial ó el modelo semipresencial.

A fin de mejorar la calidad del aprendizaje de los alumnos, de favorecer el desarrollo de un proceso de aprendizaje autónomo y de desarrollar las competencias necesarias para el manejo de contenidos matemáticos, se implementaron diferentes actividades a ser realizadas en el Aula Virtual de la asignatura Matemática I de la FACE, como apoyo de las clases presenciales.

El objetivo de este trabajo es presentar los resultados obtenidos del estudio realizado a fin de conocer la actitud de los alumnos ante la implementación del Aula Virtual en esta asignatura. Se llevó a cabo un estudio descriptivo, de corte transversal y se aplicó una encuesta online tipo Likert de 16 ítems, adaptada al contexto. La información recogida reveló que los estudiantes presentaron una actitud favorable hacia el Aula Virtual.

1 Introducción

En la actualidad la incorporación e integración de las TIC (Tecnologías de la Información y Comunicación) al proceso de enseñanza y aprendizaje se ha convertido en una necesidad en todos los niveles de la educación. Las posibilidades de las TIC como instrumento de formación (*e-learning*, enseñanza *on-line*, *b-learning*, entornos virtuales de formación, entre otros) vienen promovidas por los avances de las tecnologías de la información y por las transformaciones que se producen en los distintos contextos formativos.

Al respecto Rodríguez Andino y Barragán Sanchez (2017) consideran que con la integración de las tecnologías en los procesos de enseñanza aprendizaje, la educación tiende a desarrollarse como un sistema abierto y permanente que exige la innovación de enfoques pedagógicos modernos para favorecer el estudio autónomo e independiente, el trabajo en equipo, el desenvolvimiento de procesos interactivos de comunicación y apropiación del conocimiento, mediados por la acción dialógica entre profesores y estudiantes, así como por el uso de modernas tecnologías de la información y las comunicaciones.

Algunos estudios realizados entre otros por Pérez, Braojos (2010) y Salinas (2012) comparten criterios señalando que los entornos virtuales de enseñanza-aprendizaje facilitan la divulgación de contenidos formativos, favoreciendo la comunicación entre los participantes del proceso y el desarrollo de habilidades, motivación, intereses, actitudes y la construcción compartida de significados. Son una herramienta eficaz para apoyar el desarrollo de nuevos modelos como el presencial ó el modelo semipresencial.

El presente trabajo forma parte de las actividades del Proyecto de investigación "Modelo de enseñanza *B-Learning*. Diseño y experimentación de estrategias metodológicas con materiales didácticos para el aprendizaje autorregulado. El mismo propone diseñar e implementar un modelo de enseñanza *b-learning* para la asignatura Matemática I de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Tucumán (FACE – UNT). Por ello y con el propósito de mejorar la calidad del aprendizaje de los alumnos y de favorecer el desarrollo de un proceso de aprendizaje autónomo y autorregulado y de desarrollar las competencias necesarias para el manejo de contenidos matemáticos, mediante el empleo de recursos de aprendizaje virtual, se implementaron diferentes actividades a ser realizadas en el Aula Virtual como apoyo de las clases presenciales de esta asignatura.

A fin de conocer y analizar la actitud de los alumnos acerca de la implementación del Aula Virtual se efectuó una encuesta online tipo Likert de 16 ítems, adaptada al contexto. El objetivo de este trabajo es presentar los resultados obtenidos del estudio exploratorio realizado en el contexto de esta asignatura.

2 Desarrollo-Marco teórico

En la actualidad son evidente las ventajas que ofrecen las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en el ámbito del trabajo y de la formación. En lo que respecta a la enseñanza Superior, estas tecnologías se van incorporando cada vez más, tanto como recursos de apoyo a la docencia presencial como para la formación virtual. De acuerdo a Rosser Limiñana y Martínez (2015) de la mano de la incorporación de las nuevas tecnologías en el ámbito universitario se vino consolidando progresivamente la aplicación de la metodología *B-Leraning*, con la creación de plataformas que han favorecido los llamados entornos virtuales de aprendizaje, mediante herramientas relativas a la comunicación e interacción con y entre los alumnos (chats, debates, tutorías virtuales, etc.), el acceso a contenidos (materiales, sesiones, bibliografías, repositorios, glosarios, enlaces, etc) y la evaluación (controles, pruebas objetivas, etc.). Sin embargo consideran que su eficacia va a depender también de que se produzcan cambios en las estrategias y usos de los estudiantes y en que el docente interiorice un cambio de rol, asumiendo su papel de tutor virtual y facilitador de esta interacción online entre docentes-discentes y entre los propios discentes, y del acceso a diferentes fuentes de información para el trabajo autónomo. De acuerdo a Pulido, J. (2017) es innegable que el uso de la tecnología educativa como herramienta de apoyo para la educación está generando un cambio extraordinario. Al respecto Ortega, et al. (2012) consideran que, con la progresiva inclusión de las TIC en los procesos de enseñanza-aprendizaje, cada vez es más fehaciente el cambio de actitud de los alumnos por cuanto participa, se implica y muestra su afinidad, en especial en aquellos casos en los que se emplean tecnologías habituales a su día a día y hay docentes comprometidos. Sin embargo todos estos cambios que se han venido incorporando al proceso de enseñanza aprendizaje, según Rodríguez- Gijón (2011), no pueden integrarse bien, si no gozan de una buena aceptación por parte de los usuarios directos como de los profesores y los alumnos Por tanto, es necesario considerar como un punto interesante la “actitud”.

Entre las diversas definiciones encontradas se consideró que la actitud es una predisposición psicológica para comportarse de manera favorable o desfavorable frente a una entidad particular Dicha entidad puede ser un objeto, un suceso o cualquier evento capaz de ser valorado (Eagly y Chaiken, 1998). Si una persona hace una evaluación positiva hacia un determinado objeto (una tarea encomendada, una asignatura, etc.), entonces su actitud hacia ese objeto es positiva o favorable, esperándose también que sus manifestaciones de conducta (respuestas) hacia dicho objeto sean en general favorables o positivas; mientras que si la evaluación es negativa o en contra del objeto, las actitudes serán negativas o desfavorables (Gómez-Chacón, 2005).

Las actitudes constan de tres componentes que Noor y Basir (2009) los definen como: Un componente cognitivo o perceptivo, que se manifiesta en las creencias y el pensamiento hacia un objeto o situaciones, otro afectivo o emocional, que se manifiesta en los sentimientos positivos o negativos hacia el objeto y es el más característico de la actitud, y un componente conductual o de acción que consiste en una predisposición a comportarse hacia el objeto de actitud.

3 El Aula Virtual de Matemática I empleada como apoyo de las clases presenciales

Matemática I es una asignatura de primer año de la Facultad de Ciencias Económicas de la U.N.T., que se imparte en el primer cuatrimestre. En los últimos años el número de alumnos inscriptos se mantuvo muy elevado, llegando al año 2018 con una matrícula de 1400 alumnos.

La Cátedra viene implementando desde el año 2013 diferentes actividades a ser desarrolladas en el Aula Virtual de esta asignatura, como complemento de las clases presenciales, a los fines de potenciar la activa participación del alumno en su propio aprendizaje. En el año 2017 se decidió migrar la misma a la nueva plataforma Moodle, conservando las mismas características de su diseño, teniendo en cuenta los componentes didácticos y su estructura de acuerdo a los recursos y posibilidades técnicas que permite la nueva Plataforma Moodle, versión 3.0. (http://campusvirtualunt.net/course/view.php?id=4&section=0).

La misma se encuentra delineada en base a una estructura por temas y bloques, contando con un bloque de Inicio, el cual contiene unas palabras de bienvenida y los objetivos de esta asignatura. En esta oportunidad se agregaron otras actividades a ser realizadas por el alumno durante el desarrollo de la asignatura además del Foro de Presentación.

En los restantes bloques correspondientes a las distintas Unidades Temáticas del programa con sus respectivos Trabajos Prácticos en archivo pdf, se incluyeron Foros de Consultas, motivándolos a participar de los mismos a través del foro de novedades, para que los alumnos pudieran manifestar sus dudas e identifiquen insuficiencias en la comprensión de conceptos y en la metodología de trabajo y se los invita a asistir a las clases de consulta presenciales. En alguna unidades se incluyeron algunos videos y en otras mapas conceptuales (realizado con la herramienta Cmaptools), por cuanto su uso presenta ventajas como la de potenciar habilidades tales como la concentración, la asociación de ideas y la memoria, entre otras (Oré, 2007). En la unidad de funciones se agregaron tareas que el alumno debía realizar como ser: visualizar un video sobre función compuesta y luego subir un ejercicio para su corrección y devolución, un crucigrama de funciones que se le presentaba en forma aleatoria y también ejercicios interactivos sobre gráficas de funciones donde el alumno seleccionaba la respuesta arrastrando las mismas con su devolución de las respuestas correctas de forma inmediata para su retroalimentación. Como se observa en las figuras N° 1 y N° 2

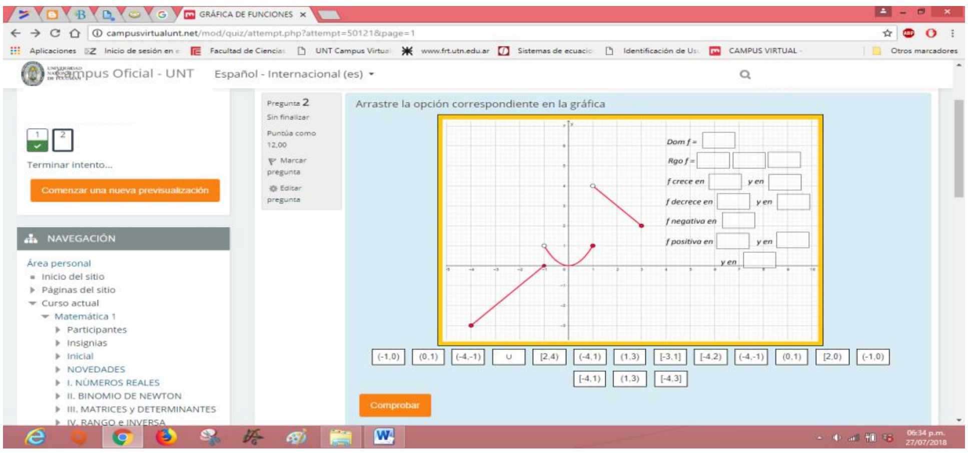


Figura 1. Ejercicio de funciones para arrastrar respuestas. Aula Virtual Matemática I 2018.

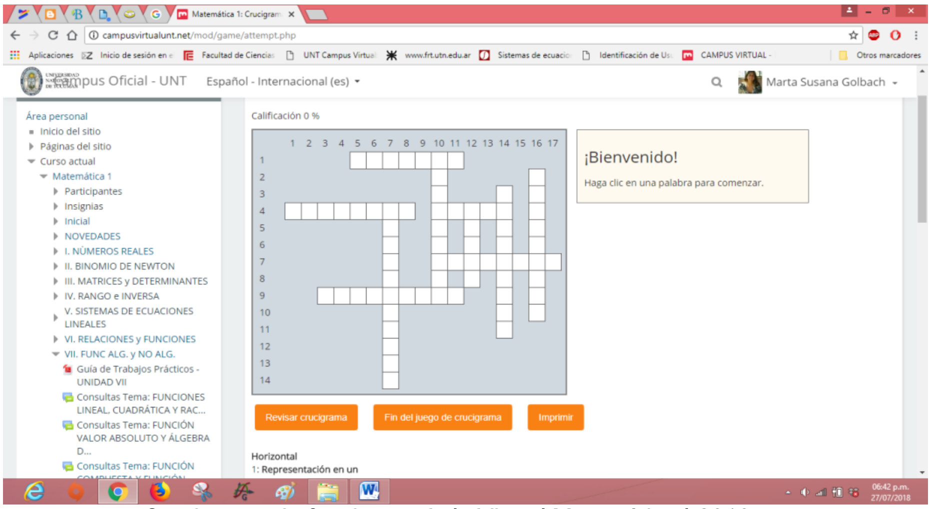


Figura 2. Crucigrama de funciones. Aula Virtual Matemática I 2018.

Todas estas tareas fueron especialmente diseñadas para que el estudiante emplee las herramientas informáticas mencionadas. Se continúa con la implementación de seis Autoevaluaciones Electrónicas, tres antes del primer parcial y las otras tres antes del segundo parcial correspondiente, abarcando las dos primeras los temas desarrollados previamente en clases presenciales y la tercera integradora. Es importante destacar, de acuerdo a Ortiz Hernández (2007) que el proceso de autoevaluación de las capacidades y el progreso en la adquisición de habilidades, es crucial para lograr un aprendizaje autorregulado. Lo que se pretendió con las mismas era favorecer el control del nivel de aprendizaje logrado, promover el aprendizaje autónomo y continuo del alumno para que pueda reflexionar sobre su propio trabajo.

Estas son desarrolladas por los alumnos en forma simultánea con el cursado, en fechas previamente establecidas, buscando que los estudiantes reflexionen y sean conscientes sobre el conocimiento alcanzado antes de ser evaluados en los exámenes parciales previstos por la cátedra. Una vez que el alumno cerraba y enviaba el cuestionario, se le ofrecía la posibilidad de ver la nota obtenida y la respuesta correcta a las preguntas. De este modo se les proporciona una retroalimentación automática, además de la puntuación final resultante del cálculo del promedio de notas obtenido en cada intento realizado.

A los fines de analizar la actitud de los alumnos acerca de lo desarrollado a través del Aula Virtual se implementó una encuesta online tipo Likert de 16 ítems, adaptada al contexto evaluando los componentes conductual o de acción y componente afectivo o emocional.

4 Material y Métod

La población bajo estudio estuvo compuesta por los alumnos de primer año que cursaban la asignatura Matemática I en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Tucumán, en el periodo lectivo 2018.
La información se recolectó a través de un cuestionario tipo Likert realizado en el Aula Virtual de Matemática I, aplicado después del segundo y último parcial, previa validación con la ejecución de una prueba piloto. Se trabajó con 573 alumnos sobre un total de 885 que rindieron el segundo parcial.

Las variables bajo estudio las siguientes:
1.- Edad:

2.- Sexo: Femenino o Masculino

3.- Carrera: Contador Público Nacional (CPN), Licenciatura en Administración de Empresas (LA), Licenciatura en Economía (LE)

4.- Actitud de los estudiantes ante la implementación del Aula Virtual de Matemática I en su aprendizaje: a través de las Subdimensiones:

- Componte Conductual
- Componente Afectiva

Estos aspectos fueron evaluados a través de 16 (dieciséis) ítems que intentaron capturar la información requerida. Se construyó de este modo la variable, mediante la suma de los puntajes obtenidos en dichos ítems. A las respuestas consideradas como totalmente desfavorables se les asignó el valor 1 (uno), aumentando dicho puntaje hasta el valor 5 (cinco), que fue el asignado a las respuestas totalmente favorables. Mientras que a las afirmaciones que califican desfavorablemente el objeto de actitud son puntuadas de manera inversa a las anteriores. Por lo tanto, los valores que toma esta variable van de 16, valor mínimo, denotando la falta de Actitud a 80, valor máximo de la escala, denotando una Actitud completamente favorable.

Para efectuar el cálculo de la confiabilidad de la escala de actitud, se utilizó el método de consistencia interna el cual se basa en el análisis relativo de la varianza de la puntuación total del instrumento y las varianzas de los ítems particulares y el coeficiente que lo mide es el Alpha de Cronbach, el cual se obtuvo un puntaje α =0.76 Esto nos indica que los ítems estuvieron direccionados hacia el mismo objetivo

4.1 Resultados

Para el procesamiento se utilizó planilla de Excel y software estadísticos SPSS. Se estudiaron 573 alumnos, 244 varones y 329 mujeres, con edad promedio de 19 años. El 66% cursaba la carrera de

Contador Público Nacional, el 26% la Licenciatura en Administración de Empresas y el 8% la Licenciatura en Economía.

Los indicadores que se tuvieron en cuenta para medir la Componente Conductual y Afectiva se la Variable Actitud de los estudiantes ante la implementación del Aula Virtual de Matemática I, se detallan en la Tabla N°1 y en el Gráfico N°1 con sus correspondientes resultados.

Tabla Nº 1: Distribución porcentual de 573 alumnos según el grado de la Componente Conductual de la variable Actitud de los estudiantes ante la implementación del Aula Virtual en Matemática I. Año 2018

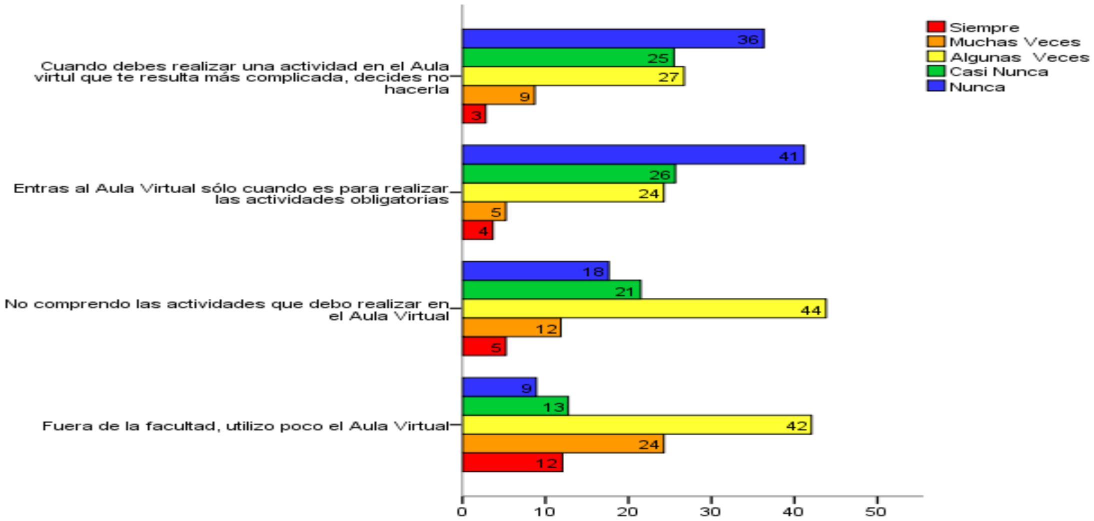
Actitud de los estudiantes ante la implementación del Aula Virtual en Matemática I – ítms favorables de la Componente Conductual	Nunca	Casi Nunca	Algunas Veces	Muchas Veces	Siempre
Comprendes fácilmente las diferentes actividades propuestas en el Aula Virtual	5%	11%	28%	43%	13%
La modalidad mixta (tradicional y virtual) para el aprendizaje de Matemática I te ayuda a profundizar ciertos temas que no comprenderías si sólo tuvieras la modalidad presencial	85	14%	20%	43	13
Estudias antes de realizar las actividades del Aula Virtual	7	9	27	30	27
El Aula Virtual es una herramienta útil para el aprendizaje de Matemática I	4	7	25	28	36
Sueles explicar a tus compañeros por chat o foros, conceptos o ejercicios que no se comprendieron en la clase presencial	44	17	20	13	5

Fuente: Cátedra de Matemática I. Elaboración propia.

Se observa en la Tabla N°1, que más del 50% de los alumnos encuestados comprenden las actividades propuestas en el Aula Virtual, estudian antes de realizarlas y consideran que les resulta útil en el aprendizaje de la asignatura. Frente a la pregunta a los alumnos si suelen explicar a los compañeros por chat o foros, conceptos o ejercicios que no se comprendieron en la clase presencial, el 81% respondieron que algunas veces, casi nunca o nunca pudieron hacerlo.

Con respecto a los ítems desfavorables de ésta variable, se observa en el Gráfico N°1 que sólo el 12% decide no realizar una actividad en el Aula cuando le resulta complicada, siendo muy bajo también (9%) el porcentaje de alumnos encuestados que sólo ingresa al Aula para realizar tareas obligatorias. Se observa además que el 36% de los alumnos afirma que utiliza poco el Aula Virtual, fuera de la facultad.

Gráfico Nº 1: Distribución porcentual de 573 alumnos según el grado de la Componente Conductual de la variable Actitud de los estudiantes ante la implementación del Aula Virtual en Matemática I. Ïtms



desfavorables. Año 2018

Fuente: Cátedra de Matemática I. Elaboración propia.

En cuanto a los ítems favorables que consideramos para medir la componente afectiva de la variable Actitud de los estudiantes ante la implementación del Aula Virtual en Matemática I, la Tabla N°2 nos muestra que alrededor del 60% de los alumnos encuestados manifiestan una actitud favorable en la componente afectiva de esta variable.

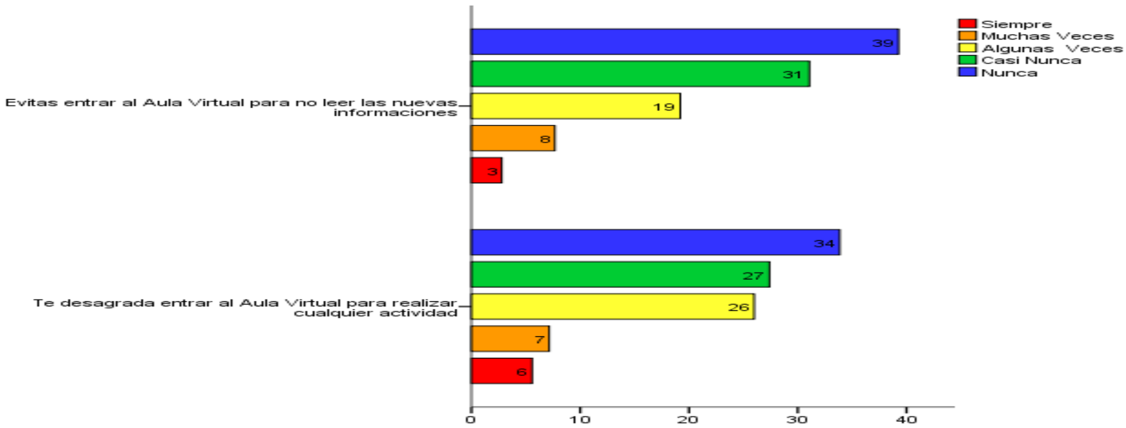
Tabla 2. Distribución porcentual de 573 alumnos según el grado de la Componente Afectiva de la variable Actitud de los estudiantes ante la implementación del Aula Virtual de Matemática I. Año 2018

Actitud de los estudiantes ante la implementación del Aula Virtual en Matemática I – Items favorables de la Componente Afectiva	Nunca	Casi Nunca	Algunas Veces	Mucha s Veces	Siempre
Te agradaría que haya asignaturas que combinen la modalidad Presencial y Virtual para lograr tu aprendizaje	9	10	20	37	23
Te gustaría aprender Matemática I con modalidad (mixta tradicional y virtual)	12	11	19	35	24
Encuentras interesante el estudio cuando utilizas herramientas tecnológicas en tu aprendizaje	8	12	19	35	26
Te agrada realizar las Autoevaluaciones Virtuales porque facilitan tu aprendizaje	7	9	22	29	32
Estar en contacto con un Entorno Virtual te ayuda a comprender las ventajas de las Tecnologías	7	10	25	26	32

Fuente: Cátedra de Matemática I. Elaboración propia.

En cuanto los ítems desfavorables que se consideraron para medir la componente afectiva de la variable actitud se observa en el Gráfico N°2, que es muy bajo el porcentaje de alumnos muestreados que evitan entrar y les desagrada realizar las actividades propuestas en la misma.

Gráfico 2. Distribución porcentual de 573 alumnos según el grado de la Componente Afectivo de la variable Actitud de los estudiantes ante la implementación del Aula Virtual de matemática I. Año 2018



Fuente: Cátedra de Matemática I. Elaboración propia.

Actitud de los estudiantes ante la implementación del Aula Virtual de Matemática I en su aprendizaje

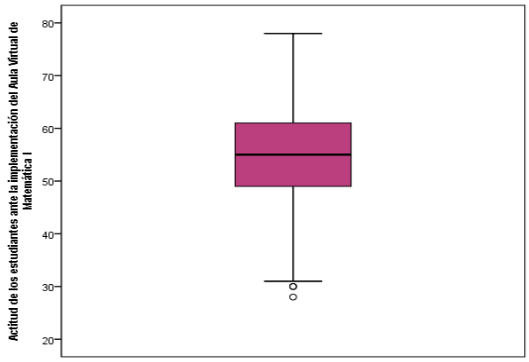
La puntuación total de la variable Actitud de los estudiantes ante la implementación del Aula Virtual de Matemática I en su aprendizaje, se obtuvo de la suma de las puntuaciones totales de los 16 ítems del cuestionario. La amplitud de las puntuaciones posibles va desde los 16 a 80 puntos, donde cada encuestado puede sacar un puntaje entre 16 (actitud completamente negativa) y 80 (actitud completamente positiva). La Actitud neutral o indiferente, se puede considerar a una puntuación de 48 puntos. Cabe aclarar, que se considera una Actitud más favorable, cuanto más elevada sea esta puntuación.

Se calcularon también las medidas de tendencia central, obteniéndose una media de 54,69, una mediana de 55, un desvío estándar de 8,40 siendo la puntuación más baja observada de 28 y la más alta de 78 y el rango resultante de 50. Por ello, al evaluar esta variable, se obtuvo como valor mínimo de 28, un máximo de 78 y que alrededor del 50% de los estudiantes presenta puntajes por arriba de la media (54, 69***).***

Estos resultados indicarían que alrededor del 50% de los alumnos muestreados parecen poseer una actitud favorable ante la implementación del Aula Virtual de Matemática I en su aprendizaje.

En el Gráfico N°3 se observa el comportamiento de esta variable.

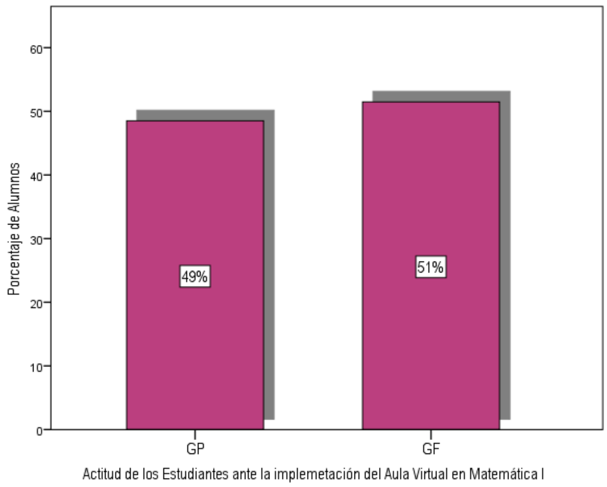
Gráfico Nº3: Box – Plot de las puntuaciones totales registradas en la variable Actitud de los estudiantes ante la implementación del Aula Virtual de Matemática I. Facultad de Ciencias Económicas. U.N.T.



Fuente: Cátedra de Matemática I. Elaboración propia. Año

Se consideró la media (54, 69) como criterio para separar a los alumnos en dos grupos: GP (Grupo de alumnos que con Actitud poco favorable ante la utilización del Aula Virtual en Matemática I) y GF (Grupo de alumnos con Actitud favorable). Se observa, en el Gráfico N° 4, que el 49 % de los alumnos presenta puntajes por debajo de la media y, por lo tanto, pertenecen al grupo GP. El resto, 51%, presenta una Actitud favorable.

Gráfico N° 4: Distribución porcentual de frecuencias de la variable Actitud de los estudiantes ante la implementación del Aula Virtual en Matemática I según los intervalos de puntajes: GP: [28; 54,69) y GF: [54,69; 78].



Fuente: Cátedra de Matemática I. Elaboración propia. Año 2018

5 Conclusiones

De los resultados obtenidos sobre actitud hacia la implementación del Aula Virtual, como apoyo a las clases presenciales, se pudo observar que la utilización de la misma tuvo una buena aceptación, por cuanto un poco más de la mitad de los alumnos encuestados presentaron una actitud favorable. Sin embargo es importante considerar, que la labor del profesor no consiste únicamente en poner a funcionar Aulas Virtuales y dar por hecho que los alumnos la utilizaran, resulta fundamental que los docentes incentiven a sus estudiantes para que hagan uso de ella, supervisando y participando en las actividades que ahí se realicen. Y por supuesto, que diseñe situaciones de enseñanza que permitan al estudiante el acceso a los saberes específicos de la asignatura como al desarrollo de estrategias que les posibilite la construcción de los saberes de forma autónoma. Por cuanto es evidente que la actividad del estudiante es uno de los aspectos más importantes, su protagonismo, sus habilidades, su motivación, sus actitudes y estrategias para aprender, entre otros. Por ello se debe continuar en esta línea de investigación, en la búsqueda de un modelo de enseñanza semipresencial o *b-learning* que promueva la optimización de la calidad del proceso educativo.

6 Referencias

- Eagly y Chaiken. (1998). *Attitude structure and function*. En D. T. Gilbert, S. T. Fiske y G. Lindzey (Eds.), the handbook of social psychology (4ªed., pp. 269-322). Nueva York: McGraw-Hill.
- Gómez-Chacón, I. (2005). Investigar las influencias afectivas en el conocimiento de la matemática. Enfoques e instrumentos. En R. Luengo (Ed.). *Líneas de investigación en Educación Matemática* (Vol. 1, pp. 165-201). Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM). Badajoz, España: Editor.
- Noor, M. y Basir, M. (2009). An Attitude Approach to the Prediction of Entrepreneurship on Students at Institution of Higher Learning in Malaysia. *International Journal of and Management*, 4(4), 129-135.
- Oré Fantappie, L. (2007). *Mapas Mentales*. Recuperado de https://www. http://www.mapasmentales.org/. Consultado 16/07/2018
- Ortega el al (2012). Tendencias emergentes en Educación con TIC. (1a. ed.). Asociación Espiral, Educación y Tecnología. Barcelona España: espiral. Recuperado de https://ciberespiral.org/tendencias/Tendencias_emergentes_en_educacin_con_TI C.pdf/ Consultado 10/07/2018
- Ortiz Hernández, E. (2007). La autoevaluación estudiantil. Una práctica olvidada. *Cuaderno de Investigación en la Educación. Centro de Investigaciones Educativas*, Nº 22, 107-119. Universidad de Puerto Rico.
- Pérez, H.; Braojos, C. (2010). Metodologías que optimizan la comunicación en Entornos de aprendizaje virtual. *Comunicar: Revista científica iberoamericana de comunicación y educación* (34), 163–171

- Pulido, J. (2017). Actitud hacia la educación virtual de los alumnos de postgrado de la UPEL. *Revista electrónica Razón y Palabra volumen* 21 N° 98, septiembre 2017. Universidad de los Hemisferios. Ecuador. Recuperado de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=199553113030/ Consultado 11/07/2018
- Rosser Limiñana, A.; Martínez, R. (2015). Actitud de los estudiantes ante la implantación del B-Learning en la docencia Universitaria. Versión electrónica OPCIÓN. *Revista electrónica volumen* 31, N° 4, octubre 2015. Universidad del Zulia. Venezuela. Recuperado de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=31045569048/ Consultado 20/06/2018
- Rodríguez Andino, M.; Barragán Sánchez, H. (2017). Entornos virtuales de aprendizaje como apoyo a la enseñanza presencial para potenciar el proceso educativo. *Revista Killkana Sociales*. *Vol*. 01, No. 02, pp. 7-14.
- Rodríguez Gijón, M. (2011). La actitud del alumnado ante la virtualización en la docencia presencial universitaria: un ejemplo en la enseñanza del alemán como lengua extranjera. *Revista Docencia e Investigación* N° 21. Recuperado de https://www.uclm.es/varios/revistas/docenciaeinvestigacion/pdf/numero11/14.pdf/ Consultado 11/07/2018
- Salinas, J. (2012). Reseña del libro diseño y moderación de entornos virtuales de aprendizaje (eva). *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento (RUSC)*. *Vol*. 9, n° 1, UOC.

Competencias Básicas en el Manejo de TIC en un Entorno B-learning

Juárez, María de los Ángeles -Mena, Analía –Rodríguez Areal, Elsa- Delgado, Melina

Facultad de Ciencias Económicas -Universidad Nacional de Tucumán

36angelita@gmail.com -menaanalia@gmail.com – erareal@hotmail.com – melinadelgado@face.unt.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Claves: Competencias, Aula Virtual, TIC, Matemática

Resumen

La incorporación de las nuevas tecnologías demanda cambios en la forma en que actualmente profesores e instituciones abordan el proceso de enseñanza-aprendizaje. En este marco al introducir las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) a las prácticas educativas surge con destaca importancia la formación digital de competencias básicas de los alumnos para hacer frente a las expectativas y retos que plantea el nuevo paradigma educativo.

Esta investigación se realizó en el marco del proyecto PIUNT: "Propuesta Innovadora en el Empleo de un Entorno Virtual para la Enseñanza del Álgebra en las Carreras de Ciencias Económicas", que emplea la plataforma *Moodle* como soporte, produciendo materiales educativos, y que entre sus objetivos busca favorecer en los alumnos el desarrollo de competencias digitales mediante el empleo de recursos de aprendizaje en la modalidad *b-learning*.

El objetivo de esta investigación es describir el diseño metodológico de un entorno *b-learning* que experimentaron los alumnos que cursaron la asignatura Matemática I en el año 2016, y analizar luego del cursado las fortalezas y debilidades de las competencias básicas de manejo de TIC adquiridas con el uso de la plataforma *Moodle* y su rendimiento académico en el Aula virtual.

La metodología utilizada es la propia de un diseño exploratorio descriptivo. Para la recolección de datos se utilizó: el rendimiento académico en el Aula Virtual y un cuestionario tipo Likert con un análisis cualitativo y cuantitativo. Los resultados indican que los estudiantes poseen como las competencias mínimas y necesarias para el manejo de TIC, sin embargo, su experiencia como participantes en cursos virtuales es poca.

Esta información ayudará a rediseñar estrategias metodológicas adecuadas para el aprendizaje virtual de la asignatura, que además impulsarán a los alumnos a mejorar su desempeño académico en aulas virtuales.

1 Introducción

En la realidad educativa universitaria, se ha generado la necesidad de una profunda transformación curricular, donde un enfoque basado en competencias constituye uno de sus rasgos más importantes en la actualidad. Según el Instituto Nacional para la Evaluación Educativa (INEE) (2005):

"El concepto de competencia se refiere a un sistema de acción complejo que abarca las habilidades intelectuales, las actitudes y otros elementos no cognitivos, como motivación, valores y emociones, que son adquiridos y desarrollados por los individuos a lo largo de su vida y son indispensables para participar eficazmente en diferentes contextos sociales. La competencia es la capacidad para poner en práctica de manera integrada habilidades, conocimientos y actitudes para enfrentar y resolver situaciones". (p. 16)

La actual sociedad de la información, determinada por el uso generalizado de las TIC en todas las actividades humanas y por una fuerte tendencia a la globalización, supone nuevas formas de ver y entender el mundo que nos rodea, el uso de nuevos instrumentos y la implantación de nuevos valores y normas de comportamiento. Según Marquès (2009), la competencia digital es la combinación de conocimientos, habilidades y capacidades, en conjunción con valores y actitudes, para alcanzar objetivos con eficacia y eficiencia en contextos y con herramientas digitales.

Siguiendo esta tendencia, en la FACE de la UNT, hay muchas Cátedras que emplean las Aulas Virtuales para potenciar el desarrollo de habilidades que favorezcan el autoaprendizaje, es decir, para propiciar aquéllas prácticas que permiten acceder a la información y construir el conocimiento, en vistas a mejorar el rendimiento académico. Para lograrlo, el estudiante debe poseer ciertas competencias básicas en manejo de TIC que lo faculten a "aprender a aprender".

El objetivo de esta investigación es describir la metodología *b-learning* utilizada y analizar si los estudiantes que cursaron la asignatura Matemática I en el período lectivo 2016, poseen estas competencias digitales necesarias para llevar a cabo un aprendizaje significativo. Los resultados obtenidos, luego de realizar un análisis descriptivo, indican que los estudiantes poseen las competencias mínimas y necesarias para el manejo de TIC, sin embargo, su experiencia como participantes en cursos virtuales es poca.

2 Marco Teórico

Cuando parecía finalmente que la alfabetización básica había dejado de ser un problema, el sistema educativo vuelve a enfrentarse a otro desafío en la sociedad actual, alfabetizar en la Sociedad de la Información. Los educadores debemos ahora realizar nuestra tarea inmersa en la cultura digital, en el mundo mediado a través de las TIC. El nuevo concepto de alfabetización digital focaliza su atención en la adquisición y dominio de destrezas centradas en el uso de la información y la comunicación, y no tanto en las habilidades de utilización de la tecnología. Por ello, podemos afirmar que los mayores retos y dificultades en la alfabetización en la cultura digital no se encuentran en la adquisición de las habilidades de manipulación del hardware o del software informático, sino en las competencias y habilidades intelectuales para el uso de las mismas, en este caso con fines académicos.

Entre las competencias digitales básicas necesarias que los alumnos deben poseer se pueden citar: *conocimiento digital* (capacidad para desenvolverse en el mundo digital), *gestión de la información* (capacidad para buscar, obtener, evaluar, organizar y compartir información en contextos digitales), *comunicación digital* (capacidad para comunicarse, relacionarse y colaborar de forma eficiente con herramientas y en entornos digitales), *trabajo en red* (capacidad para trabajar, colaborar y cooperar en entornos digitales), *aprendizaje continuo* (capacidad para gestionar el aprendizaje de manera autónoma, conocer y utilizar recursos digitales, mantener y participar de comunidades de aprendizaje).

Al decir de Aguerrondo (1999), una competencia es un "saber hacer", con "saber" y con "conciencia". La palabra competencia hace referencia a un conjunto de propiedades de cada uno de nosotros que se están modificando permanentemente y que tienen que someterse a la prueba de la resolución de problemas concretos en situaciones de que encierran cierta incertidumbre y cierta complejidad técnica. La gran diferencia es que la competencia no proviene solamente de la aprobación de un plan de estudios, sino de la aplicación de conocimientos en circunstancias prácticas.

Según Area Moreira, Gutiérrez y Fernández (2012), el tratamiento de la información y la competencia digital implican ser una persona autónoma, eficaz, responsable, crítica y reflexiva al seleccionar, tratar y utilizar la información y sus fuentes, así como las distintas herramientas tecnológicas, también tener una actitud crítica y reflexiva en la valoración de la información disponible, contrastándola cuando es necesario, y respetar las normas de conducta acordadas socialmente para regular el uso de la información y sus fuentes en los distintos soportes.

La sociedad digital marca nuevos perfiles al proceso de alfabetización y plantea nuevos retos al sistema educativo todo y a la universidad en particular. Los docentes y los alumnos tampoco permanecen ajenos a estas nuevas formas de impartir y recibir el conocimiento, ya que el dominio de las competencias técnicas y tecnológicas es condición necesaria, pero no suficiente, para la formación de verdaderos ciudadanos en el mundo digital en el que cada vez más se desarrolla nuestra vida. En la realidad educativa universitaria, se ha generado la necesidad de una profunda transformación curricular, donde un enfoque basado en competencias constituye uno de sus rasgos más importantes en la actualidad. Según el Instituto Nacional para la Evaluación Educativa (INEE) (2005):

> "El concepto de competencia se refiere a un sistema de acción complejo que abarca las habilidades intelectuales, las actitudes y otros elementos, como motivación, valores y emociones, que son adquiridos y desarrollados por los individuos a lo largo de su vida y son indispensables para participar eficazmente en diferentes contextos sociales. La competencia apunta a la capacidad para poner en práctica de manera integrada habilidades, conocimientos y actitudes para enfrentar y resolver situaciones". (p. 16)

La actual sociedad de la información, determinada por el uso generalizado de las TIC en todas las actividades humanas y por una fuerte tendencia a la globalización, sobrelleva una nueva cultura que supone nuevas formas de ver y entender el mundo que nos rodea, el uso de nuevos instrumentos y la implantación de nuevos valores y normas de comportamiento. Según Marquès (2009), la competencia digital es la combinación de conocimientos, habilidades y capacidades, en conjunción con valores y actitudes, para alcanzar objetivos con eficacia y eficiencia en contextos y con herramientas digitales.

Siguiendo esta tendencia, en la Facultad de Ciencias Económicas de la UNT, hay muchas Cátedras que emplean las Aulas Virtuales para potenciar el desarrollo de habilidades que favorezcan el autoaprendizaje, es decir, para propiciar aquéllas prácticas que permiten acceder a la información y construir el conocimiento, en vistas a mejorar el rendimiento académico. Para lograrlo, el estudiante debe poseer ciertas competencias básicas en manejo de TIC que lo faculten a “aprender a aprender”.

3 Desarrollo: Matemática I es una asignatura de primer año de la FACE - UNT, que se dicta en el primer cuatrimestre. En los últimos años el número de alumnos inscriptos es muy elevado, por este motivo, y ante la necesidad de potenciar la participación activa de los estudiantes en su propio aprendizaje, la Cátedra viene implementando desde el año 2013 diferentes actividades a ser desarrolladas en el Aula Virtual en la plataforma *Moodle*. La metodología *B-Learning* diseñada para nuestra asignatura les brinda a los estudiantes la oportunidad de experimentar con nuevas herramientas y que las puedan adaptar a sus necesidades; convirtiéndose en sujetos activos e independientes que participan en foros y comunidades con los que interactúan y afrontan de este modo los permanentes desafíos intelectuales que se le presentan a diario. El desarrollo de la materia se planifica en siete unidades temáticas, como se observa en la Tabla N°1, y que responden a núcleos conceptuales que forman parte del currículo de la asignatura.

Tabla N°1: Unidades Temáticas. Cátedra de Matemática I. Año 2016

Unidad 1	Unidad 2	Unidad 3	Unidad 4	Unidad 5	Unidad 6	Unidad 7
Número Reales	Binomio de Newton	Matrices y Determinantes	Rango e Inversa de una Matriz	Sistemas de Ecuaciones Lineales	Relaciones y Funciones	Funciones Algebraicas y No Algebraicas

La estrategia implementada se basó en la complementación de actividades presenciales y virtuales en dos etapas consideraras de acuerdo al dictado de la asignatura hasta el primer y segundo parcial.
Primera etapa: Considera antes del primer parcial y que abarca las unidades 1 a la unidad 3.
Segunda etapa: Considera antes del segundo parcial y que abarca desde la unidad 3 a la unidad 7.

Se dictan clases presenciales de teoría y clases prácticas dictadas de manera tradicional guiando al alumno en las acciones que debe realizar de manera presencial y en el aula virtual. Como complemento de las clases el alumno debía participar de una actividad al finalizar cada unidad temática, luego realizar dos autoevaluaciones y para finalizar la etapa una autoevaluación integral.
En cada etapa se dispuso de los *foros de discusión* o consulta, a través de ellos, el docente orientaba al estudiante en la revisión de la bibliografía, en la comprensión de la terminología, conceptos, algoritmos,

ejercicios, problemas y en las actividades a realizar. Los participantes debían revisar todas las semanas el foro de novedades y el correo electrónico, para cualquier cambio o información relacionada con el curso. Para cada foro, se diseñó una introducción indicando, de manera concreta, la utilidad del foro y el tema a tratar. A través del foro de novedades se los motivaba a participar en los foros de consulta, para que manifestaran sus dudas e identifiquen sus insuficiencias en la comprensión de conceptos, en la metodología de trabajo, bajo la guía de un tutor.

Dentro de las actividades que debe realizar se encuentran cuestionarios múltiple chorice, crucigramas, juegos como del ahorcado, analizar mapas conceptuales y realizar actividades, participar de los foros. En la unidad de Sistemas de Ecuaciones Lineales se ofrecieron recursos como: videos tutoriales de la teoría y de resolución de ecuaciones, resumen de conceptos teóricos realizados en *Power Point*, Mapa Conceptual interactivo del Tema. Cabe mencionar que en la elaboración de los materiales didácticos se realizaron teniendo en cuenta pautas didácticas de manera que el alumno pudiera realizar la construcción de su propio conocimiento y con el fin de facilitar un aprendizaje significativo.

También en cada etapa el alumno debía realizar las *Autoevaluaciones Virtuales (AEV)* obligatorias diseñadas de lo simple a lo complejo para que el alumno pueda conocer su nivel de entendimiento empleando las herramientas informáticas. Las mismas contemplan ejercicios de tipo selección de respuestas múltiples, verdadero/falso, de respuestas cortas, numéricas, de lectura de gráficas y para relacionar o emparejar. La realización de las mismas es individual. Cada estudiante tiene la posibilidad de realizar dos intentos en la ejecución de cada AEV. Una vez que el alumno cierra y envía el cuestionario, se le brinda la posibilidad de ver la calificación obtenida y las respuestas correctas de los ejercicios presentados. En esta experiencia se proporcionó una retroalimentación inmediata, además de la puntuación final resultante del promedio de notas obtenidas en cada intento realizado

Son en total seis AEV, tres antes del primer Parcial y las otras tres antes del segundo parcial. Las dos primeras abarcaban los temas desarrollados previamente y la tercera consistía en una autoevaluación integradora. Se consideró que el alumno que obtuviese en las autoevaluaciones virtuales una nota promedio igual o superior a 7 (siete), tendría la posibilidad de que la misma sea ponderada con la nota del parcial correspondiente, sumando cincuenta centésimos a la nota obtenida en el parcial. Se consideraron las evaluaciones de manera:

Evaluación Formativa: las AEV que proporcionaron información y valoración acerca del aprendizaje logrado, constituyendo un instrumento de autocorrección, detección de debilidades y necesidades de los estudiantes. La evaluación formativa va de la mano con las mejoras en el aprendizaje de los diferentes temas, pues permite intervenir a tiempo para asegurar que las estrategias y medios respondan a los objetivos planteados.

Evaluación Sumativa: Se llevó a cabo a partir de la aplicación de dos Pruebas Parciales presenciales, que contenían ejercicios prácticos y preguntas teóricas.

4 Materiales y Métodos: La población bajo estudio estuvo compuesta por los alumnos de primer año que cursaban la asignatura Matemática I en la FACE de la UNT en el periodo lectivo 2016. Se trabajó con una muestra de 557 alumnos que fueron seleccionados según contestaron la encuesta sobre un total de 1125.

El estudio realizado fue descriptivo de la información que se recolectó a través de una encuesta realizada a través del Aula Virtual y de un Sistema de 6 (seis) AEV en la plataforma *Moodle*. La encuesta aplicada después del segundo y último parcial, constó de 4 (cuatro) partes entre las cuales se requerían los datos personales de los estudiantes: documento nacional de identidad y una serie de ítems que permitieron evaluar las Competencias Básicas adquiridas con el uso de la plataforma *Moodle* en el proceso enseñanza y aprendizaje. Se indagó sobre los conocimientos referidos al manejo de Instrumentos Básicos, Tratamiento de la Información y la Comunicación. Las variables bajo estudio fueron:

Rendimiento Académico Autoevaluación 1: Calificación que varía de 0 (cero) a 10 (diez) y registra el promedio de las notas obtenidas en las 3 (tres) Autoevaluaciones realizadas en el Aula Virtual en fechas previas al Primer Parcial de la asignatura.

Rendimiento Académico Autoevaluación 2: Calificación que varía de 0 (cero) a 10 (diez) y registra el promedio de las notas obtenidas en las 3 (tres) Autoevaluaciones realizadas en el Aula Virtual en fechas previas al Segundo Parcial de la asignatura.

Competencias Básicas en el Manejo de las TIC se consideró una variable aditiva relacionada con las Competencias Básicas en el Manejo de las TIC (variable latente) que se la construyó mediante la suma de los puntajes obtenidos en los 35 (treinta y cinco) ítems de las variables:

Manejo de Instrumentos Básicos: consta de las subdimensiones: i) Manejo de Sistemas Informáticos, y ii) Manejo del Sistema Operativo. *Tratamiento de la Información y la Comunicación*, que consta de las subdimensiones: i) Búsqueda y Selección de la Información a través de Internet, ii) Comunicación Interpersonal y Trabajo Colaborativo en redes, internet, móviles, iii) Procesamiento de Textos.

Usos Específicos de las TIC: consta de las subdimensiones: i) Entretenimiento, ii) Aprendizaje con TIC

Se registró la frecuencia (muy de acuerdo; de acuerdo; ni de acuerdo, ni en desacuerdo; en desacuerdo; muy en desacuerdo) en cada ítems. A las respuestas consideradas como totalmente desfavorables se les asignó el valor 1 (uno), aumentando el puntaje hasta 5 (cinco) asignado a las respuestas totalmente favorables. Los valores que toma esta variable aditiva van de 35, valor mínimo, denotando una actitud desfavorable en todos los ítems evaluados, a 175 valor máximo de la escala, denotando una actitud favorable en todos los ítems evaluados. Para el análisis estadístico de la variable Competencias Básicas en el Manejo de las TIC se recurrió a una escala de Likert aditiva como indicadora de cada variable latente, evaluando la consistencia interna o confiabilidad de los ítems considerados con el coeficiente Alpha de Crombach, encontrándose una muy buena consistencia entre los mismos. (Alpha de Crombach = 0,913.)

5 Resultados: se muestran los resultados obtenidos al analizar cada una de las variables y sus subdimensiones.

Competencias Básicas en el Manejo de las TIC: se definen las siguientes subdimensiones:

Manejo de Instrumentos Básicos y del Sistema Operativo: en líneas generales los estudiantes encuestados conocen los aspectos más elementales del manejo de una computadora en cuanto a hardware y programas de uso corriente, como ser Word y Excel como se observa en las Figuras N°1 y N°2 .

Figura N° 1: Distribución porcentual de 557 alumnos según la variable Manejo de Instrumentos Básicos.

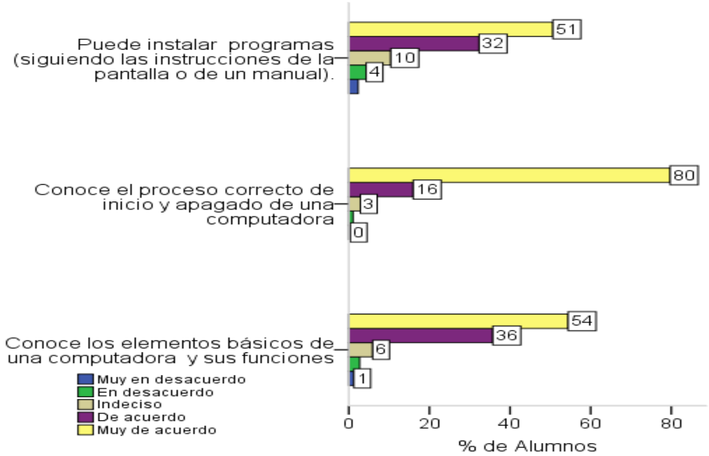
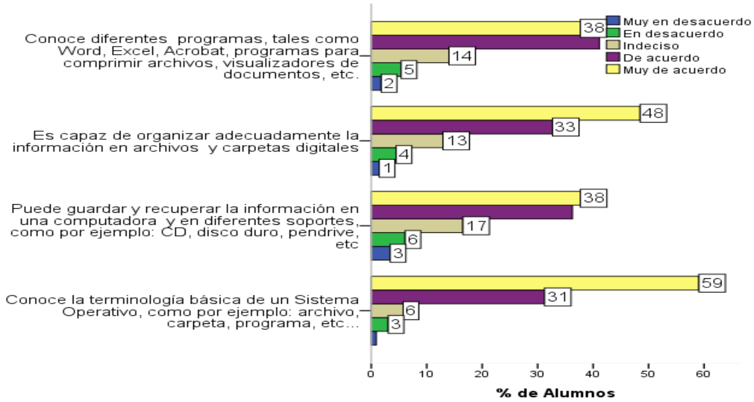
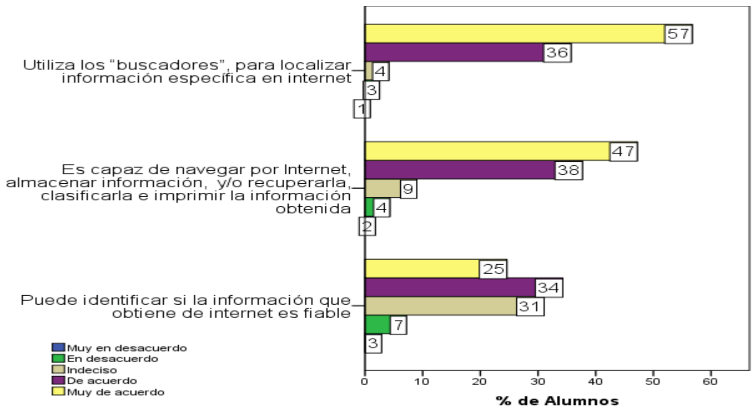


Figura N°2: Distribución porcentual de 557 alumnos según la variable Manejo del Sistema Operativo



Tratamiento de la Información y la Comunicación: En cuanto a la búsqueda y selección de la información a través de Internet, se observa en la Figura N°3 que los alumnos encuestados saben manejarse muy bien. Sin embargo se destaca que el mayor peso relativo (31%) de la categoría indeciso se encuentra en la pregunta relativa a la identificación de la información confiable.

Figura N°3: Distribución porcentual de 557 alumnos según la vble Búsqueda y selección de la inf. a través de internet

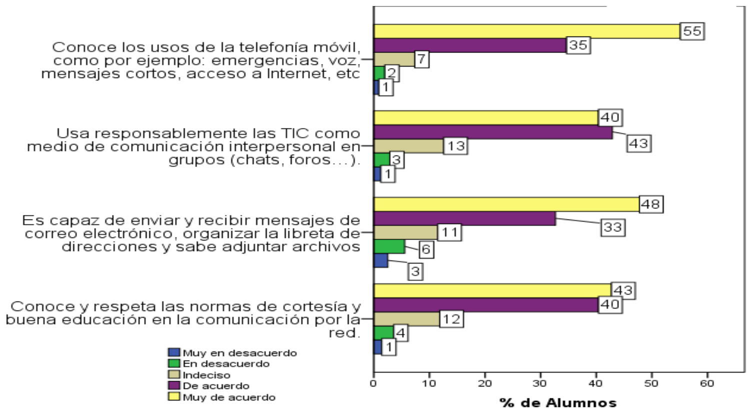


En cuanto a la variable Comunicación Interpersonal y Trabajo Colaborativo en Redes, Internet, Móviles se observa en la Figura N°4 más del 80% de los alumnos encuestados declara conocer los usos de la telefonía móvil, las normas de cortesía para navegar en la red y hace uso responsable de las mismas.

Los análisis realizados para conocer todo lo relacionado con el procesamiento de textos, revelaron que en general, los alumnos encuestados manejan las cuestiones básicas relacionadas con su manejo de los mismos. En cuanto al *uso de las TIC* según la tabla 2 para entretenimiento se observa que alrededor del 70% de los alumnos encuestados. Utiliza las TIC como medio de entretenimiento, y sólo un 40% controla el tiempo que dedica al juego.Más de la mitad de los alumnos encuestados conoce las fuentes de formación e información que proporciona Internet como ser bibliotecas, materiales formativos, etc.

En cuanto a la buena disposición frente a la enseñanza a través de las TIC, alrededor de un 50% de los estudiantes se mostró con una actitud favorable a esta modalidad, sin embargo se debe tomar en cuenta que un 53% no conoce el manejo de un curso a distancia por medio de la plataforma Moodle. Y es elevado el porcentaje de alumnos que frente a las dificultades, no recurre a los foros, puesto que el 84% de los encuestados declaró que no utiliza este recurso. En cuanto al uso del aula virtual más de la mitad de los estudiantes dispone de tiempo para realizar actividades en la misma, Y además sólo un 38% ingresa frecuentemente al aula virtual de la asignatura.

Figura N°4: Distribución porcentual de 557 alumnos según la variable Comunicación Interpersonal y Trabajo Colaborativo en redes, internet, móviles



Sin embargo un 68% declara que las autoevaluaciones implementadas en el aula virtual sirven como una herramienta para controlar y afirmar los conocimientos adquiridos en el cursado de la asignatura. Un 70%

de los encuestados hace lo posible por corregir los errores cometidos en las autoevaluaciones, ante un rendimiento académico bajo.

Competencias Básicas en el Manejo de las TIC: es una variable aditiva construida mediante la suma de los puntajes obtenidos en los ítems o reactivos de las escalas consideradas en su definición. Se obtuvo como puntaje mínimo 50 puntos y como máximo 171 puntos. (Tabla N°3). Esta escala aditiva intenta reflejar si los alumnos cuentan con las Competencias básicas y necesarias para el manejo de las TIC, y se considera que un valor de 35 reflejaría la falta de Competencias básicas y que un valor 175 la presencia de las mismas.

En promedio las puntuaciones se ubican en 138 y se obtuvo que un 53% de las puntuaciones presenten valores por arriba de la media, lo que indicaría que más de la mitad de los alumnos encuestados cuenta con las competencias básicas para el manejo de las TIC. Luego se hizo un análisis de las respuestas y se establecieron 5 (cinco) niveles de Competencias básicas en el manejo de las TIC. Nivel muy bajo entre 35 y 63 puntos. Nivel bajo: entre 64 y 92 puntos. Nivel medio: entre 93 y 121 puntos. Nivel alto: entre 122 y 150 puntos. Nivel muy alto: entre 151 y 175 puntos. En el gráfico Nº 5 se describen los resultados de los 35 reactivos que se tuvieron en cuenta para el estudio de la variable Competencias Básicas en el manejo de las TIC.
En el Gráfico N°5 se observa que la mayor frecuencia se registró en los niveles Alto y Medio de Competencias, lo que indica que la mayoría de los alumnos encuestados lograron adquirir las Competencias Básicas necesarias en el Manejo de las TIC lo que beneficia al alumno para su desempeño académico en otras asignaturas. Se observa también que ninguno de los alumnos se encuentra en la categoría Muy Bajo. Se analizó el comportamiento de los alumnos ubicados en los distintos niveles de Competencias Básicas adquiridas y su comportamiento con respecto del Rendimiento Académico en las Autoevaluaciones Virtuales realizadas como complemento de las actividades de las clases presenciales y previas a los dos parciales de la asignatura. Los resultados muestran que la mayor cantidad de alumnos se concentra en las categorías Alto y Muy Alto de Competencias Básicas, siendo mayores los porcentajes de aquellos alumnos que aprobaron las Autoevaluaciones Virtuales previas al 1er Parcial. Además, es notable la concentración de alumnos que desaprobaron las Autoevaluaciones, en el Nivel Medio de Competencias Básicas. Estos resultados son similares para el Segundo parcial.

	Muy en desacuerdo	**En desacuerdo**	**Indeciso**	**De acuerdo**	**Muy de acuerdo**
Conoce fuentes de formación e información que proporciona internet,	4	11	20	37	28

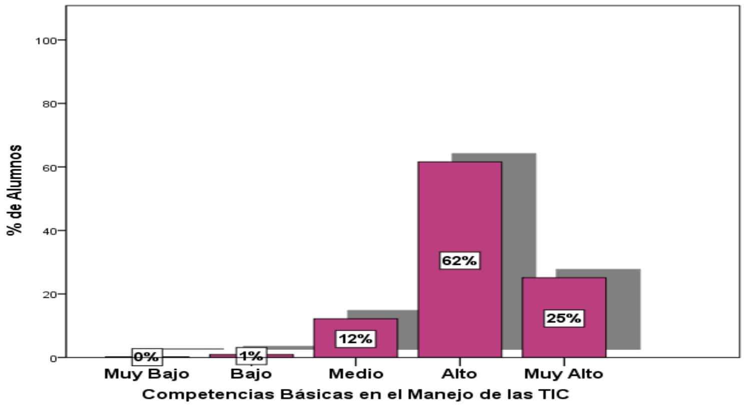
Conoce el funcionamiento general de un curso dictado a través de la plataforma *Moodle*	26	27	27	10	10
Posee buena disposición para la enseñanza de la matemática utilizando las TIC	6	11	25	36	23
Está predispuesto al aprendizaje continuo y a la actualización permanente utilizando TIC	3	6	18	44	30
Dispones de tiempo para realizar actividades en el Aula Virtual de Matemática I	8	13	26	29	23
Ingresas frecuentemente al Aula Virtual de Matemática I	7	17	39	30	8
Planificas el tiempo de estudio para realizar con éxito las Autoevaluaciones Virtuales	7	15	29	32	17
Frente a dificultades y/o dudas recurres a los foros en el Aula Virtual de Matemática I	44	21	16	17	2
Las Autoevaluaciones Virtuales te permiten evaluar tus conocimientos	4	5	20	36	35
Ante una mala calificación haces lo posible por descubrir tus errores y mejorar	4	7	21	35	33
Cuándo realizas las autoevaluaciones virtuales, verificas ó compruebas si los resultados obtenidos, son correctos	4	6	20	30	40
Las autoevaluaciones virtuales te permitieron evaluar y controlar los conocimientos.	5	7	20	36	32

Tabla N°2: Distribución porcentual de 557 alumnos según las opiniones respecto del Aprendizaje con Nuevas Tecnologías

Tabla N°3: Estadísticos descriptivos de la Vble Competencias Básicas en el Manejo de las TIC

Estadísticos Descriptivos	Valor
Media	138
Mediana	140
Moda	150
Mínimo	50
Máximo	171
Rango	121
Desviación estándar	16,6

Figura Nº 5: Distribución Porcentual de 557 alumnos con los diferentes niveles de Competencias Básicas en el Manejo de TIC.



5 Conclusiones: Del análisis realizado acerca de las competencias en el Manejo de las TIC:

Se destaca que un gran número de alumnos reconoce haber desarrollado competencias en el manejo de los Instrumentos básicos, como Manejo de Sistemas Informáticos, y Manejo del Sistema Operativo. También que no tienen problemas en el manejo de la información y la comunicación a través de internet.

En cuanto al aprendizaje utilizando las TIC, en términos generales los alumnos señalan tener muy buena disposición, sin embargo carecen de la experiencia en el aprendizaje a través de Aulas Virtuales sobre la plataforma *Moodle* y es poca la participación en los foros. Los estudiantes poseen las competencias mínimas y necesarias para el manejo de TIC y su experiencia como participantes en cursos virtuales es poca.

Se confirma la necesidad de generar estrategias metodológicas para la enseñanza virtual, que no sólo ayuden a los alumnos en la adquisición de los conocimientos, sino que logren desarrollar diferentes competencias tales como trabajo en equipo, responsabilidad, cooperación, entre otras y la plataforma *Moodle* posee las herramientas necesarias para lograrlo.

6 Referencias Bibliográficas

- Aguerrondo, I. (1999). El Nuevo Paradigma de la Educación para el siglo. Desarrollo escolar y Administración Educativa. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI). Buenos Aires, Argentina. Recuperado de: http://campus-oei.org/administracion/aguerrondo.htm
- Ferraro, R. (1995). *Educados para competir*. Buenos Aires, Argentina: Editorial Sudamericana.
- Instituto Nacional para la Evaluación Educativa (INEE). (2005). PISA para Docentes: la evaluación como oportunidad de aprendizaje. Primera edición. ISBN 969-5924-07-4. México. Recuperado de:

http://www.inee.edu.mx/images/stories/Publicaciones/Textos_divulgacion/Materiales_docentes/PISA_docentes/Completo/pisaparadocentesc.pdf

- Marquès, P. (2009). Aportaciones sobre el docto puente: Competencia digital (propuesta de Boris Mir en <*https://competenciadigital.wikispaces.com/*>) Recuperado de: *http://peremarques.net/docs/docpuentecompetenciadigitalpere.doc*

Análisis de la Autorregulación del Aprendizaje de la Matemática en un Entorno Virtual

Delgado Melina; Fernández. Alejandra; López Ávila, Eduardo; Mena, Analía; Golbach, Marta
Facultad de Ciencias Económicas. Universidad Nacional de Tucumán
melinadelgado@face.unt.edu.ar; alematica@hotmail.com; elopeavila@face.unt.edu.ar;
mgolbach@tucbbs.com.ar; menaanalia@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Claves: entorno virtual, autorregulación, alumnos, aprendizaje

Resumen

Los entornos virtuales de aprendizaje resultan un escenario óptimo para expandir los límites espacio-temporales del aulapresencial y propiciar que los procesos de enseñanza y aprendizaje puedan ampliarse más allá del horario previsto. Este hecho trajo aparejada la propuesta de relevar en los estudiantes, ciertas habilidades cognitivas,apoyados en un uso efectivo de las TIC, en especial de la capacidad de autorregulación de los aprendizajes.
Este trabajo, forma parte de las actividades de investigación del proyecto “Modelo de enseñanza *b-learning*. Diseño y experimentación de estrategias metodológicas con materiales didácticos para el aprendizaje autorregulado”, y tiene como propósito mostrar los resultados obtenidos en un estudio realizado a alumnos que cursaron laasignatura Matemática I de la Facultad de Ciencias Económicas de la U.N.T. en el periodo lectivo 2018. El objetivo de la investigación fue conocer en qué medida los alumnos dirigen su aprendizaje a través de la puesta en práctica de una serie de estrategias cognitivas, metacognitivas, y de autocontrol para construir sus conocimientos de forma significativa y autorregulada, utilizando los recursos presentes en el Aula Virtual de la asignatura.Se trabajó con una muestra de alumnos a la que se le aplicó un cuestionario autoinforme tipo likert, basado en el modelo de Pintrich, adaptado al contexto, para evaluar los diferentes componentes y procesos implicados en la autorregulación del aprendizaje. Los resultados muestran que los estudiantes utilizan frecuentemente los recursos del Aula Virtual, logrando un nivel en las autoevaluaciones virtuales acorde a sus expectativas deregulación personal.

1 Introducción

Los entornos virtuales de aprendizaje resultan un escenario óptimo para expandir los límites espacio-temporales del aula presencial y propiciar que los procesos de enseñanza y aprendizaje puedan ampliarse más allá del horario previsto.

El aula virtual no sólo es un recurso de apoyo a la enseñanza presencial, sino también un espacio en el que el docente genera y desarrolla acciones diversas para que sus alumnos aprendan: formula preguntas, abre debates, plantea trabajos, entre otros. En este modelo se produce una innovación notoria de las formas de trabajo, comunicación, tutorización y procesos de interacción entre profesor y alumnos.

Esta potencialidad de extender la clase tradicional, motivó la propuesta de relevar en los estudiantes, ciertas habilidades cognitivas apoyados en un uso efectivo de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), en especial de la capacidad de autorregulación de los aprendizajes, entendiendo que las mismas podrían resultar en mejoras sustanciales en los procesos de aprendizaje en los alumnos. En este sentido algunas investigacionesseñalan que las TIC aplicadas a la educación, muestran un gran potencial para el desarrollo de estrategias autorregulatorias del aprendizaje de los estudiantes, por cuanto el empleo de los entornos virtuales se convierten en escenarios propicios para desarrollar y enseñar la autonomía en el aprendizaje de los estudiantes. En estos ambientes el estudiante es exigido a regular sus tiempos de estudio, potenciarlas habilidades cognitivas necesarias para llevar a cabo la tarea, en términos del control activo de los recursos con los que cuenta.

Este estudio forma parte de las actividades de investigación del proyecto "Modelo de enseñanza *b-learning*. Diseño y experimentación de estrategias metodológicas con materiales didácticos para el aprendizaje autorregulado", y tiene como propósito mostrar los resultados obtenidos en un estudio realizado a alumnos de primer año que cursaron la asignatura Matemática I de la Facultad de Ciencias Económicas de la U.N.T. en el periodo lectivo 2018.

El objetivo de la investigación fue conocer en qué medida los alumnos de primer año, viabilizan su aprendizaje a través de la puesta en práctica de una serie de estrategias cognitivas, metacognitivas, y de autocontrol para construir sus conocimientos de forma significativa y autorregulada, utilizando los recursos presentes en el Aula Virtual y mostrar los resultados obtenidos al analizar su relación con el rendimiento académico en las Autoevaluaciones Virtuales de la asignatura.

2 Marco teórico

El modelo *B-Learning* se caracteriza por la combinación o mezcla entre procesos de enseñanza-aprendizaje presenciales con otros que se desarrollan a distancia mediante el uso de medios digitales.

La enseñanza semipresencial o *b-learning* requiere que el docente planifique y desarrolle procesos educativos en los que se superponen tiempo y tareas que acontecen en el aula física y en el aula virtual. Asimismo el profesor debe elaborar materiales y actividades para que el estudiante las desarrolle autónomamente fuera del contexto de la clase tradicional. En particular y basados en las herramientas del aula virtual, se enfatiza especialmente en el aprendizaje autónomo del alumno como vía necesaria para mejorar el desarrollo de competencias que se entienden como útiles para el desarrollo de su carrera profesional. Esta situación exige repensar a su vez la pedagogía universitaria subyacente que sirva de soporte a este modelo educativo. Una pedagogía que impulse esa "nueva cultura del aprendizaje" y que contribuya a propiciar un sistema de formación en el que el alumno, con el acompañamiento de docentes tutores e interacciones con compañeros, sea el protagonista consciente y regulador de su propio proceso formativo (García Martin, 2012).

Este desarrollo personal del alumnoserá aquel que se deriva de un aprendizaje significativo vinculado a la teoría socio-constructivista de la enseñanza y el aprendizaje según la cual el ser humano aprende siempre que construya significado (Coll, 2005; Fernández March, 2002). Este significado no es algo que se pueda imponer mediante la enseñanza directa, sino que es algo que se construye mediante las actividades de aprendizaje que los alumnos realizan y llegan a regular (Pozo y Monereo, 2000).

Diversas investigaciones, citadas por García Martín (2012), señalan que los alumnos que aprenden bajo los parámetros socio-constructivistas muestran, entre otras características, un buen nivel de autorregulación académica y, en consecuencia, mejor capacidad para aprender a aprender (De la Fuente, Pichardo, Justicia y García Berbén, 2008; Heikkilä y Lonka, 2006; Zusho, Pintrichy Coppola, 2003). Además, también se ha demostrado que los alumnos más autorregulados obtienen mayor éxito académico, a la vez que muestran mayor autoeficacia y mayor motivación intrínseca (Núñez, Solano, González-Pienda y Rosário, 2006; Zimmerman, 1989, 2002).

Han surgido varias explicaciones acerca del proceso que tiene lugar en el aprendizaje autorregulado y las variables que intervienen, las cuales se han planeado mediante modelos teóricos. Entre ellos se destaca el propuesto por Pintrich (2000, 2004), que busca explicar de forma exhaustiva los procesos que están implicados en el aprendizaje autorregulado, basado en una perspectiva socio cognitiva. A fin de evaluar en qué medida los alumnos autorregulan sus aprendizajes universitarios se tomó como base este modelo en el cual se considera que el estudiante es un procesador activo de la información, cuyas creencias y cogniciones son mediadores importantes de su desempeño.

En dicho modelo Pintrich asume una taxonomía de cuatro dimensiones o áreas que el estudiante puede intentar dirigir, controlar y regular:

- *Autorregulación del comportamiento – Control de los recursos:* Este tipo de autorregulación supone un control activo de los recursos (la planificación del tiempo y regulación del esfuerzo que se va a emplear en las tareas, manejo del entorno de aprendizaje, aprendizaje con otros, búsqueda de ayuda etc.).
- *Autorregulación de estrategias cognitivas y metacognitivas para el aprendizaje*: requiere conocer las habilidades cognitivas que son efectivas para las distintas actividades dirigidas hacia el aprendizaje y su puesta en marcha, así como estrategias de aprendizaje profundo de elaboración, de organización y las metacognitivas como reflexión, planificación, y autocontrol de sus metas, etc.
- *Autorregulación de la motivación y el afecto*: implica evaluar, controlar y modificar las motivaciones y reacciones emocionales para adaptarse al curso de las demandas requeridas, a fin de maximizar el aprendizaje.
- *Autorregulación del contexto:* Se refieren al control y regulación de las condiciones físicas y materiales, e incluyen los intentos del estudiante por monitorizar, controlar y regular el contexto de la tarea como un aspecto importante de toda actividad autorregulada.

En este trabajo se consideró las dos primeras dimensiones y sus correspondientes subdimensiones.

3 La experiencia

Con la intención de favorecer la autorregulación del aprendizaje, se desarrollaron mediante el aula virtual(basada en la plataforma Moodle en su versión 3.0), una serie de actividades complementarias a las clases. Dicho espacio contiene toda la información referida a la materia organizada por las unidades del programa, además de contar en cada una de ellas con un foro para consultas, se encontraban disponibles también algunos materiales (como videos, powerpoint, mapas conceptuales, etc) elaborados por la cátedra. Adicionalmente fue implementado un conjunto de seis autoevaluaciones virtuales, tres de las cuales se evalúan antes del primer parcial y las otras tres antes del segundo, con la particularidad de que la tercera en cada caso (previa al examen parcial) es integradora de todos los temas vistos hasta el momento.Se elaboraron ejercicios con el objetivo de que el alumno pueda ir ejercitando los contenidos previstos en cada unidad. El propósito también fue que contaran con un instrumento que les permitiera determinar de forma sencilla el grado de aprendizaje alcanzado.Dichos ejercicios eran del tipo selección de respuestas múltiples, verdadero / falso, de lectura de gráfica, para relacionar, entre otros. Cada estudiante tenía la posibilidad de realizar dos intentos en la ejecución de cada autoevaluación. Una vez que el alumno finalizaba y remitíael cuestionario, se le ofrecía la nota obtenida y las respuestas correctas.

Al finalizar el segundo parcial de la asignatura, se implementó un cuestionario autoinformea los fines de evaluar en qué medida los alumnos de primer año, viabilizan su aprendizaje a través de la puesta en práctica de una serie de estrategias cognitivas, metacognitivas, y de autocontrol para construir sus conocimientos de forma significativa y autorregulada, y analizar posteriormente su relación con el rendimiento académico obtenido por los alumnos en las Autoevaluaciones Virtuales.

4 La investigación

Para el análisis se utilizó un cuestionario tipo Likert basado en el modelo de Pintrich (2000), para evaluar de los diferentes componentes y procesos implicados en la autorregulación del aprendizaje considerando, los dos primeros. Además de ello, se utilizaron las notas correspondientes a las autoevaluaciones virtuales. Se trabajó sobre los datos de 573 alumnos sobre un total de 1431, que cursaron la materia Matemática I en el período lectivo 2018 y realizaron el cuestionario virtual. Se realizó un análisis descriptivo de corte transversal.

Las variables bajo estudio fueron*: 1.- Edad 2.- Sexo3.- Autorregulación del Aprendizaje*junto con las subdimensiones consideradas: a) Autorregulación del Comportamiento – Control de Recursos: i) Planificación y autorregulación del tiempo de estudio ii) Regulación del esfuerzo. b) Autorregulación de Estrategias Cognitivas y Metacognitivas: i) Estrategias Cognitivas ii) Estrategias Metacognitivas iii) Autocontrol.

Cada uno de estos aspectos fue evaluado a través de 35 (treinta y cinco) ítems para capturar la información requerida. Se asignó a cada respuesta una puntuación desde 1 (un) punto, a las totalmente desfavorables, hasta 5 (cinco) puntos a las totalmente favorables. Así, el puntaje mínimo que se podía obtener fue de 35 (treinta y cinco) puntos y el máximo de 175 (ciento setenta y cinco). Denotando, el valor mínimo, la ausencia de la Autorregulación del Aprendizaje y el valor máximo, la presencia de la misma.Para el análisis estadístico se recurrió a una escala Likert aditiva como indicadora de cada variable latente.

5 Resultados

5.1 Autorregulación del Comportamiento – Control de los Recursos

5.1.1. Planificación y autorregulación del tiempo de estudio

La edad de los alumnos encuestados oscila entre los 17 y 41 años, y aproximadamente el 79% de los alumnos tiene menos de 20 años de edad siendo el 57% mujeres.

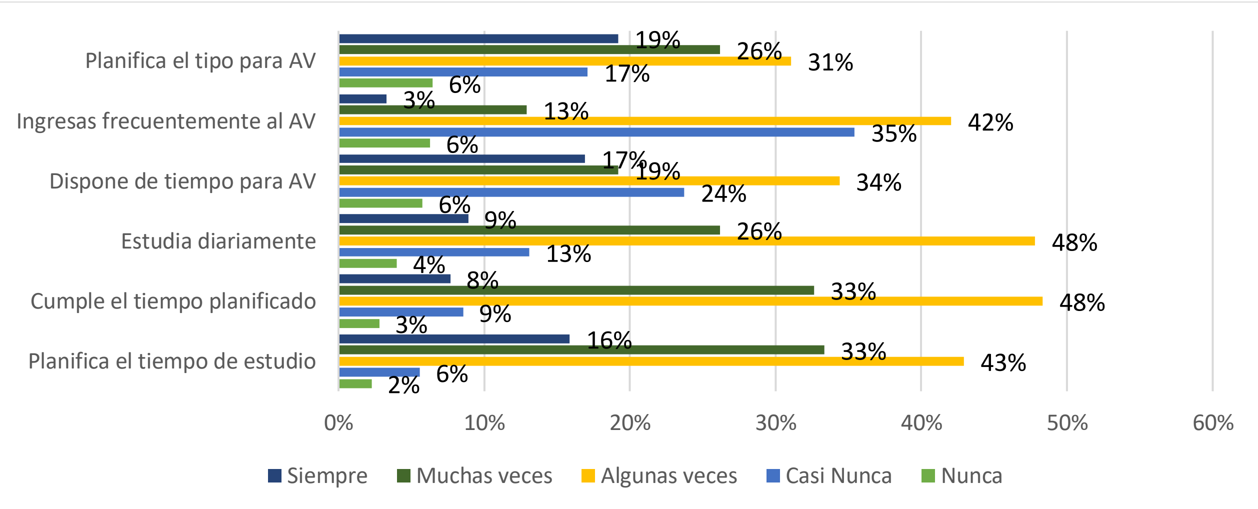


Grafico nº1: Planificación y autorregulación del tiempo de estudio

Casi el 50 % de los alumnos planifican el tiempo de estudio a lo largo del cursado siempre o muchas veces y un porcentaje similar lo hace también para realizar con éxito las autoevaluaciones.

La mayoría de los alumnos expresa que solo algunas veces estudia diariamente los temas de la asignatura.

5.1.2 Recursos Personales - Regulación del esfuerzo

A partir de las respuestas correspondientes a las variables *Recursos personales – regulación del esfuerzo,* correspondientes a la misma subdimensión se desprende que más del 60% de los estudiantes recurre al material antes de comenzar a estudiar y cerca de un 40% siempre se esfuerza por realizar las tareas de manera independiente y un 35% muchas veces. Esto mostraría la presencia de iniciativa personal del alumno frente al estudio, lo cual resulta muy importante para la autorregulación del aprendizaje. Además de ello, cerca del 70% de los alumnos siempre o muchas veces persiste frente a dificultades para la realización de la tarea.

5.1.3 Autorregulación de Estrategias Cognitivas para el aprendizaje

Más de la mitad de los alumnos expresa que siempre acostumbra a subrayar las ideas y conceptos principales, pero por otro lado, solo el 16% siempre acostumbra a realizar una síntesis del tema para afianzarlo y el 19% muchas veces

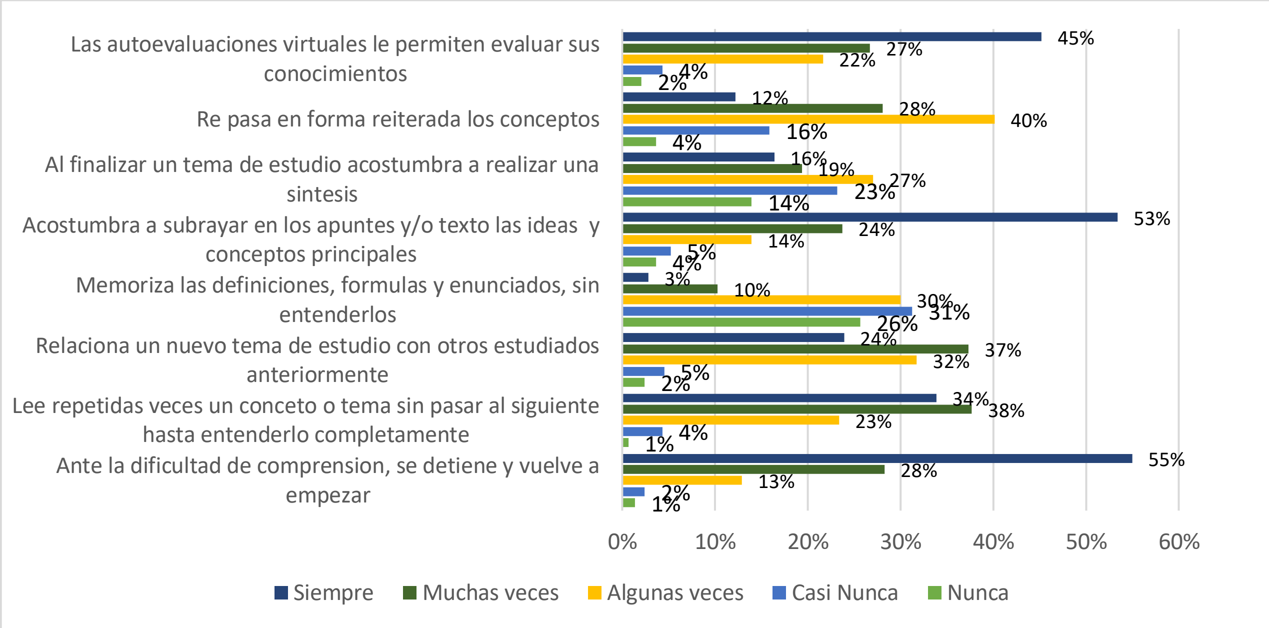


Grafico nº2: Autorregulación de estrategias cognitivas

La mayoría de los estudiantes ante la dificultad de comprensión se detiene y vuelve a empezar. En cuanto a las autoevaluaciones vemos que solo el 45% expresa que siempre le permite evaluar sus conocimientos, quedando un importante grupo (22%) expresando que algunas veces estos instrumentos sirven a su objetivo de autoevaluar.

En general puede observarse a partir del gráfico que es bajo el nivel de uso de las estrategias cognitivas consultadas por esta encuesta.

5.1.4 Autorregulación de Estrategias Metacognitivas para el Aprendizaje

En términos generales las respuestas de esta subdimensión no son alentadoras en el sentido que reflejan la poca utilización de estas estrategias por parte de los alumnos. Así, por ejemplo solo un 13% siempre reflexiona si el procedimiento o método para resolver los ejercicios prácticos o virtuales fue el adecuado, en tanto que el mismo porcentaje de alumnos intenta seguir distintas vías para obtener una solución.

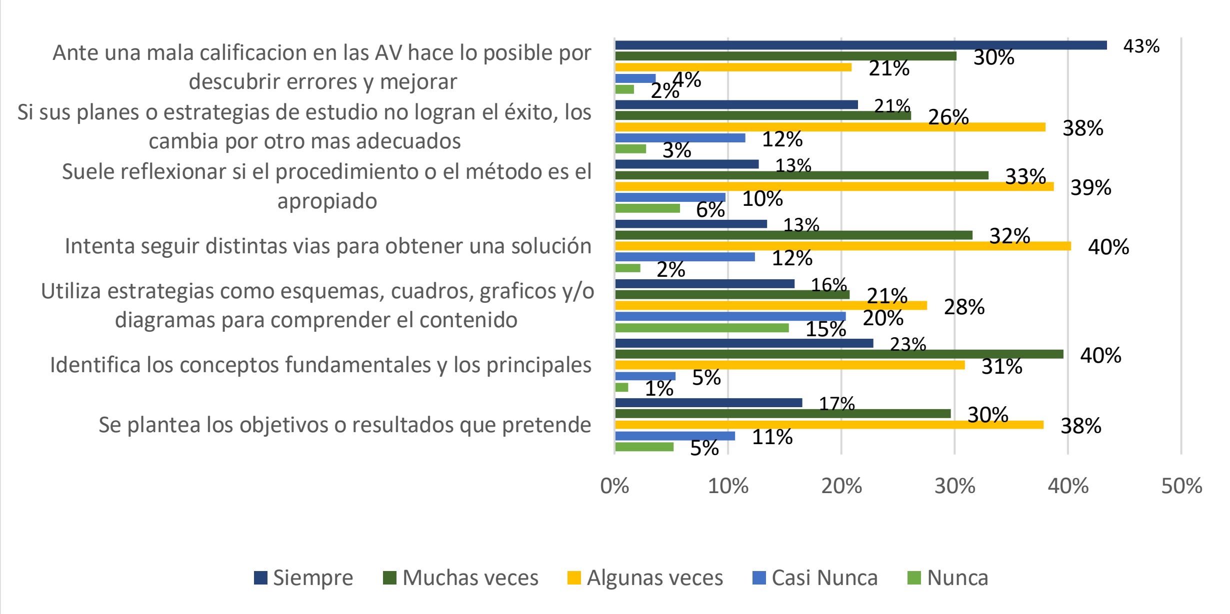


Grafico nº3: Autorregulación de estrategias metacognitivas

Por otro lado, es bueno recalcar que un 43% de los estudiantes expresa que siempre una mala calificación en las autoevaluaciones y/o parciales hacen lo posible por descubrir los errores y mejorar, seguido de un 30% que lo hace muchas veces.

En ese sentido es importante mencionar que el hecho de que el alumno pueda revisar su prueba virtual inmediatamente luego de cerrado el cuestionario es una herramienta muy útil, siendo una instancia de aprendizaje previo al parcial.

5.2 Autorregulación del aprendizaje y rendimiento en las Autoevaluaciones virtuales

Se construyó una variable aditiva, que denominamos "Autorregulación del Aprendizaje", relacionada con las actividades de autorregulación (variable latente) mediante la suma de los puntajes obtenidos en los ítems o reactivos de las escalas consideradas en su definición. Del procesamiento se obtuvo como puntaje mínimo 65 puntos y como máximo 175 puntos.

Esta escala aditiva intenta reflejar si los alumnos Autorregulan o no su aprendizaje, y se considera que un valor de 35 reflejaría la falta de Autorregulación del aprendizaje y que un valor 175 la presencia de la misma. En promedio las puntuaciones se ubican en 125 y se obtuvo que un 50% de las puntuaciones presentan valores por arriba de la media, lo que permite decir que la mitad de los alumnos encuestados autorregula su aprendizaje.

Para analizar la variable se establecieron 5 niveles de autorregulación, separando la variable latente en 5 intervalos de la siguiente manera: nivel *muy bajo* entre 35 y 63 puntos; nivel *bajo*: entre 64 y 92 puntos; nivel *medio*: entre 93 y 121 puntos;nivel *alto*: entre 122 y 150 puntos;nivel *muy alto*: entre 151 y 175 puntos.

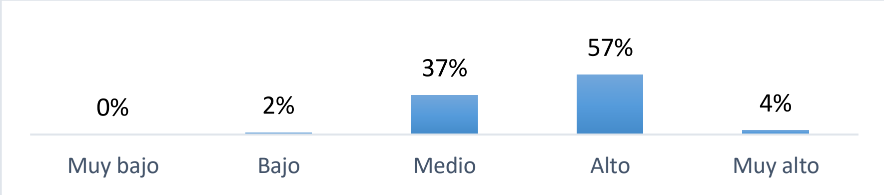


Gráfico nº4: Distribución porcentual de los alumnos según los diferentes niveles de autorregulación

En base al gráfico n°4 vemos que más de la mitad de los alumnos se encuentra en el nivel alto de autorregulación.

A partir del resultado de la variable, se realizó el cruce con los resultados obtenidos de las autoevaluaciones virtuales correspondientes a ambos parciales. Para ello se utilizó el promedio de las autoevaluaciones correspondientes a cada parcial y se consideraron tres intervalos. Se muestran a continuación los resultados.

Tabla nº2: Niveles de Autorregulación del aprendizaje y el rendimiento en las Autoevaluaciones virtuales correspondientes al 1º parcial de los 573 alumnos

	muy bajo	%	bajo	%	Medio	%	alto	%	muy alto	%
[0,4)	0	0%	4	36%	63	29%	78	24%	5	22%
[4,7)	0	0%	5	45%	69	32%	107	33%	10	43%
[7,10]	0	0%	2	18%	82	38%	140	43%	8	35%
Total	0	0%	11	100%	214	100%	325	100%	23	100%

En base las tablas n°2 y n° 3 podemos ver que tanto para el primer como para el segundo parcial, que gran parte de los alumnos que se ubican en el intervalo de nivel de autorregulación alto, obtuvieron notas mayores a 7 en las autoevaluaciones virtuales. En cambio en el caso del nivel de autorregulación media la distribución según los intervalos de rendimientos en las autoevaluaciones virtuales tiene una distribución más uniforme (sobre todo para el caso del 1° parcial).Para el caso de los intervalos deniveles de autorregulación baja o muy alta, el grupo de alumnos es reducido, y por lo tanto no es posible apreciar con claridad resultados, pero a pesar de ello podemos decir que dados niveles de autorregulación bajos, una parte importante de los estudiantes obtendrían notas bajas, y dado niveles de autorregulación muy alta los estudiantes obtendrían notas más altas.

Tabla nº3: Niveles de Autorregulación del aprendizaje y rendimiento en las Autoevaluaciones virtuales correspondientes al 2º parcial de los 573 alumnos

	Muy bajo	%	Bajo	%	Medio	%	Alto	%	Muy alta	%
[0,4)	0	0%	7	64%	86	40%	116	36%	8	35%
[4,7)	0	0%	1	9%	41	19%	70	22%	6	26%
[7,10]	0	0%	3	27%	87	41%	139	43%	9	39%

Total	0	0%	11	100%	214	100%	325	100%	23	100 %

6 Conclusiones

La capacidad de autorregulación no es un esfuerzo aislado por parte del estudiante, sino que implica ayuda social y el uso activo de diferentes recursos (dimensión conductual), que le posibiliten el logro académico esperado y ser participe activo de su propio proceso de aprendizaje.

De los resultados obtenidos de la investigación surge que la mayoría de los alumnos se encuentran en un nivel medio y alto de autorregulación, cuentan con mecanismos para regular recursos personales y la planificación del tiempo. Además al analizar su relación con el rendimiento académico en las Autoevaluaciones Virtuales de la asignatura, surge que los alumnos más autorregulados (niveles medio y alto) obtienen mejores resultados en las mismas, lo cual redundarían en resultados positivos acorde a sus expectativas de regulación personal.Sin embargo hay que seguir trabajando en este sentido de innovar la tarea docente para introducir nuevos recursos e impulsar el desarrollo de estrategias cognitivas y metacognitivas que promuevan el desarrollo personal de todos los alumnos y la autorregulación del aprendizaje de los mismos.

7. Bibliografía

- CABERO, J. Y LLORENTE, C. (2008): Del eLearning al BlendedLearning: nuevas acciones educativas. Disponible en http://tecnologiaedu.us.es/cuestionario/bibliovir/jca19.pd. Consultado 1/09/2008
- Coll, C. (2005). Constructivismo y educación: la concepción constructivista de la enseñanza y del aprendizaje. En: Coll, C., Palacios, J. y Marchesi, A. (Comp.) Desarrollo psicológico y educación. 2. Psicología de la educación escolar. Madrid: Alianza. Psicología y Educación.
- De la Fuente, J., Pichardo, M.C., Justicia, F. y García Berbén A. (2008). Enfoques de aprendizaje, autorregulación y rendimiento en tres universidades europeas. Psicothema, 20 (4), 705-711.
- Fernández March, A. (2002). Nuevas metodologías docentes. Disponible en: http://www.upm.es/innovacion/cd/02_formacion/talleres/nuevas_meto_docent/nuevas_metodologias_docentes_2.pdf
- Garcia Martin M. (2012) La Autorregulación Académica como Variable Explicativa de los Procesos de Aprendizaje Univerasitario. Revista de Curriculum y formación de profesorado. Vol 16, nº1 pp 203-221. ISSN 1989-639X.
- Heikkilä, A. y Lonka, K. (2006). Studying in higher education: students' approaches to learning, selfregulation, and cognitive strategies. Studies in Higher Education, 31, 99-117
- Núñez, J.C., Solano, P., González-Pienda, J.A. y Rosário, P. (2006a). El aprendizaje autorregulado como medio y meta de la educación. Infocop, 3 (21).

- Pintrich, P. R. (2000). *The role of goal orientation in self–regulated learning*. En M. Boekaerts, P.R. Pintrich y M. ZeidnerEds Handbook of self–regulation. Academic Press
- Pintrich, P. R. (2004). A conceptual framework for assessing motivation and self-regulated learning in college students. *Educational Psychology Review, 16*(4), 385-407.
- Pozo, J.I. y Monereo, C. (2000). Introducción: Un currículo para aprender. Profesores, alumnos y contenidos ante el aprendizaje estratégico. En: Pozo, J.I. y Monereo, C. (Coord.) El aprendizajeestratégico. Madrid: Aula XXI. Santillana
- Zimmerman, B. J. (1989). A social cognitive view of self-regulated learning. Journal of Educational Psychology, 81, 329-339.
- Zimmerman, B.J. (2002). Becoming a self-regulated learner: an overview. Theory Into Practice, 41 (2), 64-70.
- Zusho, A., Pintrich, P.R. y Coppola, B. (2003). Skill and Will: The Role of Motivation and Cognition in the Learning of College Chemistry. International Journal of Science Education, 25 (9), 1081-1094

Prueba de Hipótesis o Valoración de Hipótesis para la Diferencia de Medias

Fernández Loureiro, Emma
Universidad de Buenos Aires – Facultad de Ciencias Económicas
Sección de Investigaciones en Métodos Cuantitativos para la Gestión. Prof. Dr. Fausto I. Toranzos
iemmafl@econ.uba.ar

Especialidad: Estadística

Palabras clave: Pruebas de hipótesis, Teoría de Neyman –Pearson, Inferencia en el modelo bayesiano, Valoración de una hipótesis, Factor bayes.

Resumen

La realidad nos indica que la metodología bayesiana se aplica con asiduidad tanto en investigación como aplicaciones empíricas.
Seguimos abocados a incursionar en el modelo bayesiano de modo simple y especialmente accesible para quienes se inician en el tema, especialmente, para los alumnos de grado de Facultades de Ciencias Económicas.
En un trabajo anterior (Diferencia de medias muestrales en los modelos clásico y bayesiano) hemos incursionado en los intervalos de confianza para la diferencia de medias en ambos modelos.
En esta ponencia nos proponemos presentar la misma comparación *para la prueba de hipótesis de diferencia de medias*en el modelo clásico *y, su equivalente, valoración de hipótesis,* en elmodelo bayesiano.
Asumiremos que el lector conoce la teoría de Neyman-Pearson.
Del mismo modo que en trabajos anteriores presentaremos el tema propuesto mediante un ejemplo. Los cálculos para el modelo bayesiano los realizaremos utilizando Epidat 4.2 que, reemplazó recientemente a los anteriores y puede ser bajado de Internet.
Recordemos que Epidat es un proyecto no lucrativo que se inició a principios de los años 90, en la Dirección Xeral de Saúde Pública de la Xunta de Galicia. Consiste en el desarrollo y difusión de un programa de libre distribución para el análisis estadístico y epidemiológico de datos.

1 Introducción

La realidad nos indica que la metodología bayesiana se aplica con asiduidad tanto en investigación como aplicaciones empíricas.

Seguimos abocados a incursionar en el modelo bayesiano de modo simple y especialmente accesible para quienes se inician en el tema, especialmente, para los alumnos de grado de Facultades de Ciencias Económicas.

Diversos autores coinciden que el método bayesiano, no obstante, su antigüedad (más de doscientos años), se viene utilizando con más asiduidad a partir del desarrollo de los métodos computacionales. Ioannis Ntzoufras (2009) atribuye el avance y aplicaciones a principios de los 90 cuando dos grupos de estadísticos (Gelfand and Smith, 1990; Gelfand et al., 1990) re-descubrieron las cadenas de Markov Monte Carlo (Markovchain Monte Carlo –MCMC) Gelfand and Smith, 1990; Gelfand et al., 1990).

2 Fundamentación

En un trabajo anterior (Diferencia de medias muestrales en los modelos clásico y bayesiano) hemos incursionado en los intervalos de confianza para la diferencia de medias en ambos modelos.

En esta ponencia nos proponemos presentar la misma comparaciónpara la *prueba de hipótesis de diferencia de mediasen* el modelo clásico y, su equivalente*, valoración de hipótesis,* en el modelo bayesiano.

Asumimos que el lector conoce la teoría de Neyman Pearson y, por ende, sólo presentamos las conclusiones.

3 Desarrollo

Presentaremos el tema propuesto mediante el mismo ejemplo del trabajo anterior:

En la Escuela de Posgrado se dictan dos cursos para la misma asignatura con el mismo programa y el mismo sistema de evaluación. En los últimos años se observan diferencias en las calificaciones finales en ambos cursos. En mérito a ello se decide realizar algunas pruebas estadísticas para ver, objetivamente, si las diferencias son reales o debidas al azar.

Relevadas las calificaciones (en escala de 0 a 10) de los dos últimos cuatrimestres los parámetros resultaron:

Tabla 1. Calificaciones relevadas para los cursos uno y dos durante el primero y segundo cuatrimestre

	Curso 1	Curso 2
Primer cuatrimestre		
Datos muestrales		
Media muestral	7.5	6.9
Desvío estándar muestral	2.42	1.9
Tamaño de la muestra	15	18
Segundo cuatrimestre		
Datos muestrales		
Media muestral	8.4	6.8
Desvío estándar muestral	2.8	1.1
Tamaño de la muestra	19	17

Comenzamos por la *prueba de hipótesis clásica para la diferencia de medias*. Tomaremos la hipótesis nula de igualdad en ambas medias (H_0: $\mu_1=\mu_2$; H_1:$\mu_1\neq\mu_2$) con la alternativa a dos extremos.

Asumimos que el lector conoce la estadística clásica y, por ende, presentamos los resultados a continuación:

a. Para el *primer cuatrimestre* la zona crítica es ± 1.04. Dado que la diferencia entre las mediasmuestrales es 0.6 (7.5 - 6.9), concluimos, con nivel de significación 005, que *no tenemos elementos de juicio para rechazar la hipótesis nula de igualdad entre las medias. La diferencia en las calificaciones ente los cursos 1 y 2 son debidas al azar.*

b. Para el *segundo cuatrimestre* la zona crítica es ± 1.38. Como la diferencia entre las medias muestrales es 1.6 (8.4 – 6.8), concluimos, con nivel de significación 0.05, que *rechazamos la hipótesis nula de igualdad entre las medias.La diferencia en las calificaciones ente los cursos 1 y 2 no son debidas al azar, existe diferencia.*

La prueba equivalente en el modelo bayesiano para las pruebas de hipótesis es la *valoración de hipótesis*:se trata de identificar en qué medida una hipótesis es más razonable que otra utilizando el factor Bayes. Esto lo diferencia del modelo clásico donde la conclusión es rechazar o no una hipótesis nula.
El factor Bayes se define como el cociente entre dos modelos posibles, por ejemplo, M_1y M_2.

$$B = \frac{P_{(x/M_1)}}{P_{(x/M_2)}}$$

Diversos autores asignan al matemático británico Harold Jeffreys (1891-1989) la escala para de interpretación del factor Bayes:

Tabla 2. Escalas para la interpretación del factor bayes

Factor Bayes	Fuerza de la evidencia a favor de M_1
< 1	Negativa (apoya a M_2
1 a 3	Muy escasa
3 a 10	Sustancial
10 a 30	Fuerte
30 a 100	Muy fuerte
>100	Decisiva

Del mismo modo que en trabajos anteriores utilizaremos el Epidat 4.2 que, desde 2016 reemplaza a los anteriores. Puede ser bajado de Internet [6]
La hipótesis a considerar es que las *diferencia entre las medias (D) está comprendida dentro de un intervalo* $(d_1;d_2)$ *frente a que* $D< d_1$ *o* $D>d_2$. El soft parte de distribución a priori uniforme. Al respecto el instructivo indica, en esta prueba haber “optado por operar con simulaciones siguiendo la sugerencia de Jim Albert, según quien los resultados son más precisos”
La conclusiónestá dada por el factor bayes.
Además de los resultados de las muestras Epidat pide la probabilidad a priori de la validez de la hipótesis, el intervalo dentro de validez quetomaremos 0.95 y el número de simulaciones que tomaremos 10000 que vienen por de fault.
Veamos el *primer cuatrimestre en el intervalo ±1.*

[6](http://www.sergas.es/MostrarContidos_N3_T01.aspx%3FIdPaxina%3D62713%26idioma%3Des)

Resultados relevantesque se pueden ver en el cuadro siguiente:

Factor Bayes a favor: 71.993; probabilidad a posteriori de la veracidad d la hipótesis prácticamente la unidad.

Tabla 3. Valoración de hipótesis sobre una diferencia de medias, primer cuatrimestre

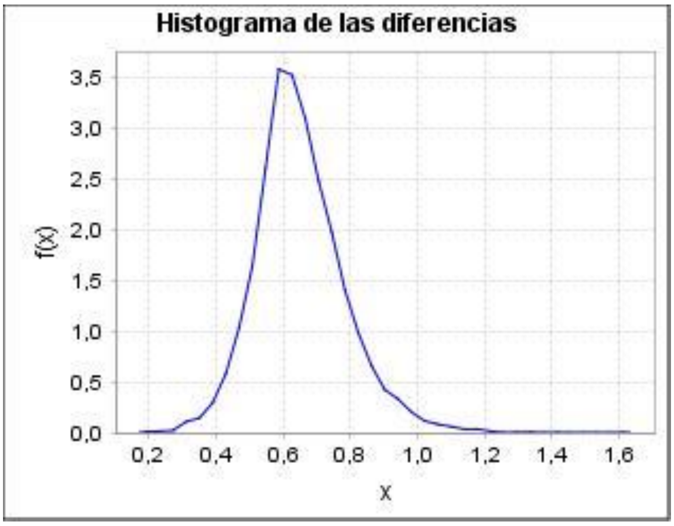
Valoración de hipótesis sobre una diferencia de medias:
Primer cuatrimestre

Datos:
Hipótesis: Diferencia de medias en un intervalo [-1; 1]
Probabilidad a priori de la validez de H: 0,95

Datos muestrales	Curso 1	Curso 2
Media	7,5	6,9
Desviación estándar	2,42	1,9
Tamaño de muestra	15	18

Resultados:
Factor de Bayes a favor de H: 71,993
Factor de Bayes en contra de H: 0,014
Probabilidad a posteriori de la veracidad de H: 0,999

Gráficos:
Distribución empírica a posteriori de las diferencias
Número de simulaciones: 10.000



Veamos el *segundo cuatrimestre en el intervalo ±2*

Tabla 4. Valoración de hipótesis sobre una diferencia de medias, segundo cuatrimestre

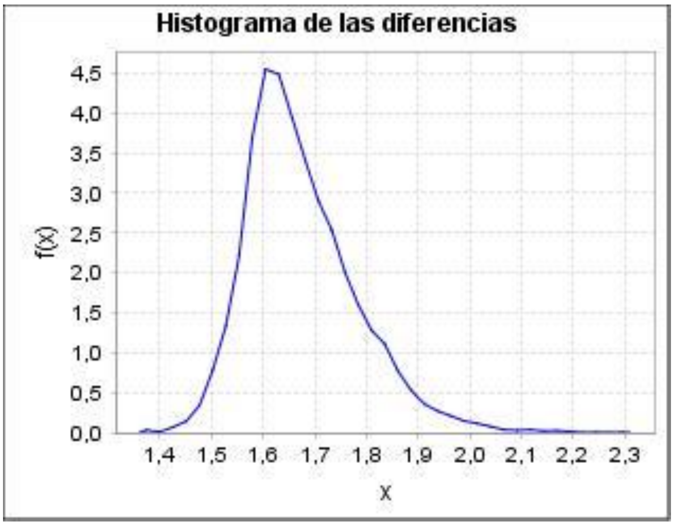
Valoración de hipótesis sobre una diferencia de medias:
Segundo cuatrimestre

Datos:
Hipótesis: Diferencia de medias en un intervalo [-2; 2]
Probabilidad a priori de la validez de H: 0,95

Datos muestrales	Curso 1	Curso 2
Media	8,4	6,8
Desviación estándar	2,8	1,1
Tamaño de muestra	19	18

Resultados:
Factor de Bayes a favor de H: 106,527
Factor de Bayes en contra de H: 0,009
Probabilidad a posteriori de la veracidad de H: 1,000

Gráficos:
Distribución empírica a posteriori de las diferencias
Número de simulaciones: 10.000



Los resultados relevantes de la tabla anterior son:

- factor bayes: 106.527 y

- probabilidad a posteriori de la veracidad de la hipótesis, la unidad

4 Resultados

La tabla siguiente presenta el resumen de los resultados obtenidos mediante la aplicación de las metodologías clásica y bayesiana para diferencia de medias para lascalificaciones (en escala 0-10) para los cursos uno y dos durante el primero y segundo cuatrimestre.

Tabla 5. Resumen de los resultados obtenidos en el desarrollo

	Clásico: Prueba de hipótesis H_0: $\mu_1=\mu_2$; H_1:$\mu_1\neq\mu_2$		Bayesiano: Valoración de una hipótesis Con prob. A priori de validez 0.95	
	Zona critica	Decisión α=0.05	Factor bayes a favor	Decisión s/ Harold Jeffreys
Primer cuatrimestre	±1.04	aceptar	En el Intervalo ±1: 71.993	Muy fuerte
Segundo cuatrimestre	±1.38	rechazar	En el Intervalo±2: 106.527	Decisiva

5 Conclusiones

En esta ponencia nos propusimospresentar la comparaciónpara la *prueba de hipótesis de diferencia de medias* en el modelo clásico y, su equivalente*, valoración de hipótesis,* en el modelo bayesiano.

El modelo clásico (Neymann-Pearson) nos permite concluir, para nivel de significación prefijado si *rechazamos o no la hipótesis* de igualdad entre las medias (respuesta dicotómica)

En la prueba equivalente del modelo bayesiano,*valoración de hipótesis sobre la diferencia de medias, es* necesario suponer la probabilidad a priori de la validez de la hipótesis.Recordemos que el modelo bayesiano supone siempre información a priori.La hipótesis a considerar es que las *diferencia entre las medias está comprendida dentro de un intervalo. La conclusión está dada por el factor* bayes *y la probabilidad a posteriori de la veracidad* de la misma

En síntesis, las respuestas de ambos métodos, aun con los mismos objetivos, son diferentes:

- rechazar o no la hipótesis en el modelo frecuencial
- intervalo para la diferencia según los resultados del factor bayes y probabilidad a posteriori de la validez de la hipótesis en el modelo bayesiano.

La respuesta al título de la ponencia no puede ser única, es conceptual.

Sintéticamente podemos decir que el modelo clásico requiere conocer la distribución probabilística de la población madre y la distribución en el muestreo del estadístico de prueba.

La estimación bayesiana se diferencia de la frecuencial en el sentido que usa conocimientos previos. Aquí una diferencia importante por cuanto será opción del investigador aportar, o no, conocimientos previos.

6 Referencias bibliográficas

- Fernández Loureiro, E. (2017).Diferencia de medias muestrales en los modelos clásico y bayesiano. XXXII Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y afines. Universidad Nacional de Entre Ríos, Facultad de Ciencias Económicas. ISBN 978-950-698-409-0.
- Fernández Loureiro, E. (2017). *Inferencia y Decisión en el modelo bayesiano. A modo de introducción*. Buenos Aires: Ediciones Cooperativas.
- Fernández Loureiro, E. (2016). Variables nominales: una aplicación. XXXI Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y afines. Universidad Nacional de San Luis, Facultad de Ciencias Económicas y Sociales. Setiembre de 2016. ISBN 978-950-698-409-0. Capítulo Estadística Aplicada
- Fernández Loureiro, E. (2015). ¿Valoración de una hipótesis o prueba de hipótesis? XXX Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y afines. Facultad de Ciencias de la Administración. Universidad Nacional de Entre Ríos. ISBN 978-987-33-8658-9. Capítulo Estadística.
- Fernández Loureiro, E. (2014). ¿Intervalo de máxima densidad o intervalo de confianza?"; XXIX Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y afines. Universidad Nacional de La Pampa. ISBN 978-950-863-217-8. Pag. 345
- Fernández Loureiro, E. (2013). Tecnología aplicada al método bayesiano: el caso binomial. Presentado en las XIII Jornadas de Tecnología aplicada a la Educación Matemática Universitaria. Facultad de Ciencias Económicas (UBA).
- Fernández Loureiro, E. (2013). Reflexiones en torno a la inferencia bayesiana: estimación de la media poblacional con apoyo informático. XXVIII Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y afines. Universidad Nacional del Nordeste. ISBN 978-987-29529-0-7.
- Fernández Loureiro, E. (2000). *Decisión Estadística Bayesiana. A modo de Introducción*. Buenos Aires:
- Ediciones Cooperativas.
- López Cachero, M. (1996). *Fundamentos y métodos de Estadística*. Madrid: Ediciones Pirámide.
- Morgan, B.W.: (1971) *Introducción a los procesos Bayesianos de decisión estadística*. Madrid: Paraninfo.
- Ntzoufras, I. (2009). *Bayesian Modeling Using WinBUGAS.* New Jersey (EEUU): Wiley.
- Salsburg, D. (2001). *The Lady Tasting Tea*. New York: Henry Halt and Company LLC.
- Serrano Angulo, J. (2003). *Iniciación a la Estadística Bayesiana*. Madrid: La Muralla S.A.

- Urbisaia, H., Brufman, J. Z. (2009). Frecuencistas versus Bayesianos. Implicancias sobre los estudios en Economía. Presentado en las XV Jornadas de Epistemología de las Ciencias Económicas. Facultad de Ciencias Económicas (UBA).

  Urbisaia, H., Brufman, J. Z. (2009). Frecuencistas versus Bayesianos. Implicancias sobre los estudios en Administración. Presentado en las XIV Jornadas Nacionales de docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y afines. Universidad Nacional de San Juan.

Multiplicadores Fiscales e Inestabilidad Financiera Pública en Argentina

Brufman, Juana Z. - Miliá, Daniel Alberto
Facultad de Ciencias Económicas - Universidad de Buenos Aires
Juana.Brufman@fce.uba.ar - daniel@economicas.uba.ar

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: LST SVAR, Switching, Multiplicadores

Resumen

La aplicación de políticas de estímulo del gasto público en países con inestabilidad financiera obliga a considerar las asimetrías que pueden surgir en su implementación. Desde la aparición de políticas macroprudenciales, se sugiere una serie de prácticas para optimizar el efecto expansivo de las erogaciones públicas en la economía. Sin embargo, el resultado de estas políticas es disímil según la salud financiera del país en cuestión.

En el trabajo propuesto, se realizará una modelización del comportamiento del PIB frente a impulsos fiscales para Argentina durante el período 2009-2017. Se analizará la existencia de no linealidades en su comportamiento, lo que justifica la utilización de un modelo de transición.

Se indaga acerca del impacto y perdurabilidad de shocks fiscales en el crecimiento con el objetivo de identificar la efectividad de la política económica en contextos financieros adversos, utilizando modelos estructurales de vectores autorregresivos con transición logística. Para ello, se utiliza como variable de *switch* la curva de rendimientos representada como el *gap* entre bonos de largo y corto plazo, en donde el signo positivo de la misma implica cierta pax financiera, en tanto su signo contrario implica un contexto de incertidumbre. Los resultados evidencian que el multiplicador del gasto tiene mayor incidencia y duración en periodos en donde la curva de rendimientos tiene pendiente positiva, mientras que se torna poco relevante para los casos en que sea negativa.

1 Introducción

La proliferación literaria respecto a la incidencia de la política fiscal en la actividad económica es abundante, aunque no se halló demasiada evidencia respecto a las asimetrías en su aplicación.

En épocas de resentimiento de la actividad económica, se utilizaron distintos tipos de medidas con el objetivo de reanimar la demanda agregada .Por el lado de la política fiscal, se verificó impulsos al gasto público, recorte de impuestos o beneficios fiscales y transferencias de ingresos a los hogares en pos de mejorar la distribución secundaria del ingreso, o bien, una combinación de las anteriores. Desde la política monetaria, se expandió el grado de monetización en la economía, esto último se evidencia más fuertemente en la Argentina, con el objetivo de contribuir a bajar las tasas de interés, fomentar el consumo, la inversión y mejorar los canales del crédito en ciertos periodos.

En función de lo descripto, resulta relevante dar a conocer la dinámica fiscal como así también su cuantificación y simetría. En pos de evaluar ésta última, será necesario el empleo de un modelo estructural de vectores autorregresivos, en virtud del adelanto metodológico que proveen, a diferencia de los modelos irrestrictos (VAR), ya que contienen restricciones basadas en la propia teoría económica. A partir de aquí, se podrá verificar la magnitud del shock fiscal pero con la levedad de que no importará el signo positivo o negativo del shock ni mucho menos su tamaño.

Sin embargo, dada la naturaleza de los ciclos, se hará necesario contar con mecanismos que provean el herramental necesario a la política económica para testear no linealidades. En este sentido, el empleo de modelos con umbrales (Threshold VAR) o similares, permitirán dotar a la literatura existente del efecto en la aplicación de medidas fiscales en periodos donde la curva de rendimientos tiene pendiente positiva (el país tiene tasas de fondeo de largo plazo mayor a las de corto) o negativa (las tasas de corto son mayores a las de largo). Su efectividad según el tipo de pendiente permitirá conocer si el PIB reacciona más a estímulos del gasto en contextos de estabilidad o inestabilidad financiera.

La literatura económica llama multiplicador fiscal a la acción de cuantificar el impacto de los distintos shocks fiscales en la economía. La variabilidad de este multiplicador ha sido analizada individualmente para distintos países y, aunque escasean las metodologías no lineales y el análisis comparado, todos distinguen ciertos factores que afectan su tamaño y las predicciones sobre éste. En un primer lugar, tal como sugieren López y Vallés (2008), las expansiones fiscales promueven un aumento del PIB de corto plazo, pero dependerá de la reacción de la oferta y del ajuste en el nivel de precios. En una segunda acepción, se evidencia el aporte de Mankiw (2000) en donde cuestiona el efecto del shock fiscal en contextos de restricciones de liquidez. En tercer y último lugar, el impacto estará vinculado a las condiciones financieras y monetarias imperantes en la economía en virtud, por un lado, deldesplazamiento de la actividad privada que se puede originar a partir de las políticas de gasto público y, por otro, del papel que adopte la autoridad monetaria de cada país respecto al manejo de tasa de interés del sistema.

2 Modelos de transición suave

Los modelos de transición son utilizados para modelar el comportamiento de variables que dependen del estado o régimen. Los estados, a su vez dependen de un conjunto de variables que se denominan variables de transición.

La representación estándar de los modelos autorregresivos de transición suave es:

$$y_t = \left(1 - F(TV,\gamma,\delta)\right)\sum_{i=0}^{p} \emptyset_{1i} y_{it-i} + F(TV,\gamma,\delta)\sum_{i=0}^{p} \emptyset_{2i} y_{it-i} \qquad (1)$$

La extensión de este modelo al contexto multivariado se denomina LSTVAR (logistic smooth transition vector autoregression)

$$Y_t = \Phi_0 + \left(1 - F(TV,\gamma,\delta)\right)\sum_{i=0}^{p} \Phi_{1i} Y_{it-i} + F(TV,\gamma,\delta)\sum_{i=0}^{p} \Phi_{2i} Y_{it-i} + \varepsilon_{it} \qquad (2)$$

Los modelos de transición, asumen que el régimen se puede determinar en función de un conjunto de variables observables. Asimismo, el comportamiento en cada uno de los regímenes es lineal. Las matrices de polinomios: Φ_{1i} y Φ_{2i} describen la dinámica del sistema. La variable TV, también se denomina switching, mientras que γ y δson los parámetros que describen el comportamiento de la función de transición.

La función $F(TV, \gamma, \delta)$ es denominada función de transición, y la misma puede ser una función del tipo logístico (que da lugar al modelo LSTVAR) o exponencial (ESTVAR). Los modelos LSTVAR y ESTVAR son sumamente flexibles, ya que permiten que los parámetros vayan tomando sucesivamente diferentes valores, según sea el valor de la variable de estado. En este sentido, los modelos son superiores desde la plasticidad que presentan para la modelización a los modelos de transición abrupta. De hecho, es fácilmente demostrable que un modelo de transición abrupta es un caso particular, donde la variable de estado toma el valor 0 o 1.

En el caso de que la variable de estado sea una variable binaria, la función de transición solo puede tomar dos valores: $F(1, \gamma, \delta) = c_1$ y $F(0, \gamma, \delta) = c_2$, entonces el modelo resultante es:

$$Y_t(TV = 1) = \Phi_0 + (1 - c_1) \sum_{i=0}^{p} \Phi_{1i} Y_{it-i} + c_1 \sum_{i=0}^{p} \Phi_{2i} Y_{it-i} + \varepsilon_{it} \quad \text{(3a)}$$

$$Y_t\ (TV = 0) = \Phi_0 + (1 - c_2) \sum_{i=0}^{p} \Phi_{1i} Y_{it-i} + c_2 \sum_{i=0}^{p} \Phi_{2i} Y_{it-i} + \varepsilon_{it} \quad \text{(3b)}$$

3 Función de transición

La función de transición logística toma la forma: $f(TV, \gamma, \delta) = \frac{e^{\gamma + \delta TV}}{1 + e^{\gamma + \delta TV}}$. Los parámetros γ, δ describen la sensibilidad del cambio en los parámetros ante la variable de estado. Considerar, por ejemplo, el caso en que $\delta \to -\infty$. Entonces $f(TV, \gamma, \delta) \to 0$, y el modelo se transforma de un modelo con transición suave, a un modelo de lineal. Lo mismo sucede si $\delta \to \infty$; entonces $f(TV, \gamma, \delta) \to 1$ sin importar el valor que tome la variable de estado.

La función de transición exponencial toma la forma: $f(TV, \gamma, \delta) = 1 - e\hat{}(\gamma + \delta TV)^2$.La elección entre una u otra función se decide en función de criterios de la bondad del ajuste del modelo. Usualmente, el coeficiente c se denomina coeficiente de transición, y el coeficiente γ, coeficiente de suavizamiento.

4 Modelo propuesto

En el trabajo propuesto, se realizará una modelización del comportamiento del PIB frente a impulsos fiscales para Argentina durante el período 2009-2017. Se analizará la existencia de no linealidades en su comportamiento, lo que justifica la utilización de un modelo de transición.

Las series utilizadas para la estimación de modelo VAR estructural (SVAR) son: PBI (en tasa de crecimiento), M1 (agregado monetario, en millones de \$), R(Recaudación tributaria en millones de \$, como proxy de la masa impositiva) y G (gasto público en millones de \$). Todas las series son consideradas con base 2014=100 y resultaron estacionarias en primeras diferencias, a la vez que el modelo tiene raíces dentro del círculo unitario. El test de rezagos óptimos arrojo un valor de 2 lags.

Orden de Rezagos

Lags	LR	FPE	AIC	HQIC	SBIC
1	74.28	4.2e-07	-18.61	-15.66	-15.34
2	66.54	1.8e-07*	-16.54	-14.97*	-14.42
3	64.61	1.8e-07	-12.85*	-12.56	-12.69*

LagrangeMultiplier Test

Lag	Chi2	Prob>chi2
2	23.612	0.09329

Ho: No existe autocorrelación de ningún orden

El modelo SVAR queda entonces:

$$AY_t = \Pi_o + \sum_{i=0}^{p} \Pi_i L^i(Y_t) + \sum_{i=0}^{k} \Pi_i L^k(M_t) + B\xi_t \qquad (4)$$

Donde $Y_t = \begin{bmatrix} PBI_t \\ R_t \\ G_t \end{bmatrix}$; Π_o: vector de constantes de orden k.; Π_i : matriz de k x k coeficientes de rezagos de Y_t., $L^i(*)$ polinomios de rezagos. A: matriz de coeficientes contemporáneos entre las variables Y_t.B : Matriz diagonal, en donde los elementos de la diagonal principal son las varianzas de los errores estructurales, que se suponen unitarias en este caso.ξ_t: vector de errores estocásticos estructurales no observable en el momento t. Asimismo, se asume que la variable emisión monetaria es una variable exógena.

Premultiplicando por la inversa de la matriz A, se obtiene el VAR irrestricto:

$$Y_t = A^{-1}\Pi_o + \sum_{i=0}^{p} A^{-1}\Pi_i L^i(Y_t) + \sum_{i=0}^{k} \Pi_i L^k(M_t) + \epsilon_t \quad (5)$$

donde$\epsilon_{t=} A^{-1}B\xi_t$

Estimado el modelo VAR irrestricto, se estiman los residuos $A^{-1}B\xi_t$ a partir de los residuos observados $\hat{\epsilon}_t$. Siguiendo a Amisano y Giannini (1997), se parte de la siguiente expresión:

$$A\epsilon_{t=} B\xi_t$$

Donde ξ y ε , son respectivamente, los vectores de errores estructurales del SVAR y del VAR irrestricto, ambos de dimensión k. En definitiva, la propuesta metodológica, consiste en estimar los errores de la forma reducida del sistema de VAR. Finalmente, se deben imponer restricciones sobre las matrices A y B en base a la teoría económica a los efectos de la correcta identificación del modelo SVAR y lograr las respuestas de corto plazo de las variables de interés frente a diferentes shocks estructurales.

Para un modelo con k variables, las propiedades de simetría indican que deben imponerse k(3k-1)/2 restricciones adicionales sobre las matrices A y B. Al tener tres variables, la cantidad total para la correcta identificación del modelo asciende a 12. Siendo B una matriz diagonal con 6 restricciones de cero, existen 6 restricciones adicionales sobre la matriz A. Esto último se cumple imponiendo 3 restricciones iguales a la unidad y 3 restricciones de cero.

Establecidos los supuestos del modelo, en base a la ecuación precedente, y asumiendo a la matriz B como la matriz identidad, el modelo a identificar recibe el nombre de SVAR-A y la ecuación precedente se transforma en $A\varepsilon_t = \xi_t$ La principal ventaja de esta estructura de identificación es que describe la construcción de los shocks y corresponde a prácticamente a un modelo de ecuaciones simultáneas. De aquí, la descomposición propuesta tiene la siguiente forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & 1 & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \varepsilon_t^{PBI} \\ \varepsilon_t^{R} \\ \varepsilon_t^{G} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_t^{PBI} \\ \xi_t^{R} \\ \xi_t^{G} \end{bmatrix}$$

Las restricciones de cero se logran bajo los supuestos que el gasto público no tiene efectos contemporáneos sobre la recaudación tributaria y viceversa (a_{32}=a_{23}=0), ya que la política de gasto es en base al presupuesto sancionado al año previo. Además se establece que la masa de impuestos no tiene efectos contemporáneos sobre el PIB(a_{21}=0), atento que en todo el período la recaudación en términos nominales subió mientras el PIB experimentó altibajos, sumado al hecho que independientemente de lo recaudado el PEN recurrió a la emisión como forma de seguir financiando la actividad económica via gasto público.

5 Proceso de Estimación

El proceso de estimación de un modelo LSTVAR puede resumirse en los siguientes pasos:

1. Estimación del modelo VAR irrestricto
2. Proponer variables de transición
3. Pruebas de linealidad
4. Selección de la función de transición (LSTVAR o ESTVAR)
5. Evaluación del Modelo de transición

El punto de partida para la estimación es un modelo VAR sobre el cual se realizan las pruebas de linealidad. Si se rechaza la hipótesis nula de linealidad, entonces se pasa ala siguiente etapa: la elección del modelo de transición.

5.1 VAR Irresticto

Tabla 1: Modelo VAR estructural

	PBI	RECAUDACION	G
PBI(t-1)	2.75528	0.008777	0.000775
	(0.27280)	(0.00527)	(0.00097)
PBI(t-2)	-0.258205	0.099885	-0.000985
	(0.50957)	(0.09959)	(0.00022)
RECAUDACION(t-1)	-2.077.290	0.725922	-0.092202
	(5.29095)	(0.99555)	(0.00222)

RECAUDACION(t-2)	-9.527.299	-0.777222	-0.009909
	(90.0792)	(0.22592)	(0.00859)
G(t-1)	-8.252.277	-5.229.529	-9.279.759
	(755.077)	(97.5725)	(0.25970)
G(t-2)	2299.228	92.97825	0.708792
	(992.989)	(22.7952)	(0.88527)
C	-892580.5	-8.275.885	-2.257.759
	(925525.)	(2557.27)	(57.2252)
M1	9979.255	5.079572	0.957255
	(9055.05)	(28.7555)	(0.85709)

5.2 Elección de la Variable de Transición

Se escoge como variable de transición la curva de rendimientos que estará representada por la diferencia entre la TIR de un bono de largo plazo y otro de corto. Para ello, se utilizó el rendimiento de dos títulos públicos de gran liquidez y representatividad en el mercado como es el DYCA y AY24 respectivamente. En una situación de estabilidad financiera, lo normal es que un país tenga a corto plazo tasas más bajas que a largo, lo que induce la pendiente positiva en la curva de rendimientos. Por el contrario, cuando un Estado tenga un costo de fondeo más alto en el corto plazo, será sinónimo de inestabilidad en sus finanzas, lo que obliga a replantear la efectividad de la política económica.

5.3 Prueba de No Linealidad

Un procedimiento para probarla no linealidad (Torres & Castro, 2002) surge de realizar el siguiente procedimiento:

1. Estimar el modelo VAR como si fuera independiente del estado (no existen no linealidades) y computar la suma de cuadrados residuales: (SSE1)
2. Generar una variable de estado binaria Z que describe el régimen en el cual se encuentra la variable objetivo. En nuestro caso se tratará de definir si la variable tasa de crecimiento del producto se encuentra por encima o por debajo de la tasa de crecimiento promedio. Luego estimar el modelo irrestricto:

$$Y_t = \Pi_o + \sum_{i=0}^{p} \Pi_i L^i(Y_t) + \sum_{i=0}^{k} \Pi_i L^k(M_t) + \sum_{i=0}^{p} Z_t \Pi_i L^k(Y_t)$$

3. Realizar un test de cociente F para ambos modelos:

$$F = \frac{(SSE2 - SSE1)/pk}{SSE2\ /\ n - (2pk + 1)} \sim F(pk, n - (2pk + 1))$$

Donde p es el número de variables del modelo irrestricto y k el número de ecuaciones del modelo restringido.Los resultados de la prueba de no linealidad indican un valor F= 6.4 con Prob = 0.0048

El test rechaza la hipótesis de linealidad, por lo cual se avanza a estimar un modelo LSTVAR.

5.4 Selección de la Función de Transición

La estimación de los parámetros de la función de transición, se realiza con el método de malla de la siguiente manera: Se clasifican las observaciones en tres rangos de regímenes: alto, medio y bajo, y se realiza una prueba simultánea para analizar cual combinación de parámetros tiene la mejor performance de clasificación.

Para la viabilidad de la estimación en la prueba de malla es deseable que el parámetro c tome valores ubicados al centro del rango de búsqueda para que los regímenes extremos (gap positivo y negativo) posean un número razonable de observaciones. Si el parámetro *c* se encontrase en alguno de los límites del rango de búsqueda, el número de observaciones contenidas en los regímenes extremos se torna insuficiente, lo que complica cualquier estimación que parta de dicha especificación. Una elección inadecuada de la variable de transición implica que no fue posible obtener suficientes observaciones en alguno de los dos regímenes extremos. En otras palabras, el hecho de que pocas observaciones se ubiquen en un extremo, indica que en el período estudiado no hay suficientes observaciones que expliquen la no linealidad.

La realización de la prueba de malla permitió identificar al gap de tasas de largo y corto plazo como la variable de transición que presenta la mejor distribución de observaciones alrededor del valor de c estimado.

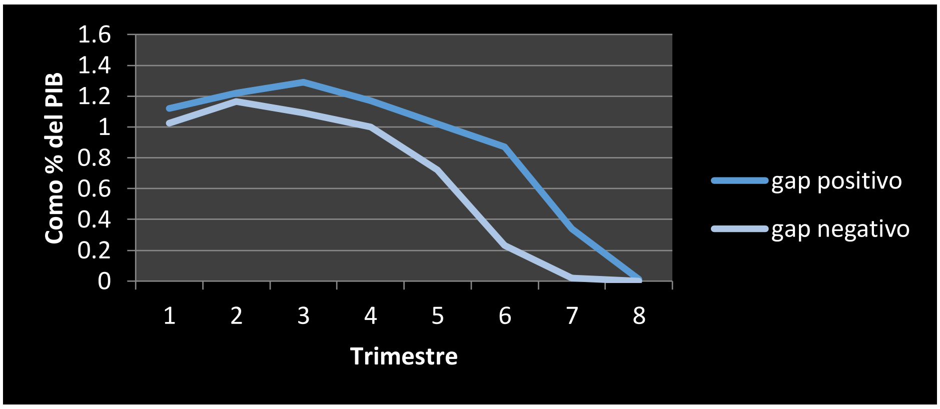
Los modelos Logit y Exponenciales, estiman una probabilidad de encontrarse en un régimen. El modelo se utiliza para clasificar analizando las probabilidades de cada uno de los registros. Se pueden realizar también diversas pruebas para elegir cual es la variable fuente de no linealidad. Una vez que se estiman los valores de la función de transición, se vuelven a estimar los parámetros del modelo lineal por MCO para obtener el modelo lineal.

Realizadas las pruebas, se optó por utilizar una función de transición logística, puesto que ante la especificación exponencial, la variable respuesta tiene un comportamiento similar ante lo que sucede en situaciones extremas de las variables explicativas, y con independencia de la variable de transición, cuestión que no resulta permeable en la economía local.

5.5 Evaluación del Modelo de Transición: Funciones de Impulso Respuesta acumuladas[7]

[7] Se opta por exhibir las FIR acumuladas para recuperar su nivel. Luego, se las expresa como % de contribución a la tasa de variación del PIB para que el lector tenga en cuenta las implicancias en sus magnitudes.

Particularmente, se opta por perfilar la política fiscal expansiva a través de un aumento del gasto público. Como se observa en el gráfico, existen notorias diferencias que debe considerar el policymaker al estimular la demanda agregada en contextos de inestabilidad financiera (donde el gap de tasas de largo y corto plazo es negativo)



Un estímulo positivo del gasto genera una mayor reacción del PBI en aquellos periodos donde la curva de rendimientos exhibió una pendiente positiva, es decir, cuando el país obtuvo financiamiento de corto plazo a tasas más bajas que a largo plazo. Si bien el resultado es coherente con la evidencia empírica, resulta relevante denotar que el efecto máximo se alcanza en el tercer trimestre de aplicación del shock con una contribución al PIB en el orden del 1,3%, para luego ir extinguiéndose al octavo trimestre. Ahora bien, idéntica política aplicada en periodos en donde la curva de rendimientos tuvo pendiente negativa (las tasas de corto son mayores que las de largo) refleja incrementos en el PIB con cotas máximas cercanas al 1,2% ocurridas en el segundo trimestre de aplicación, aunque con un efecto temporal que se extingue a los siete trimestres desde el shock inicial y a tasas más rápidas que en periodos donde el gap de tasas exhibió una brecha positiva. Como corolario de ello, también se verifica que la discrepancia en la contribución al PIB es en promedio del 0,22% pero con un desvío de igual magnitud, el cual se profundiza conforme se aleja del periodo de aplicación de la política.

6 Conclusiones

Las implicancias de política fiscal en nuestro país obligan a la consideración de asimetrías en función de la inestabilidad financiera. Políticas expansivas agresivas resultan inviables, en tanto el uso y abuso del gasto público como herramienta para estimular la actividad económica encuentra su tope en el acceso al financiamiento para financiar el déficit público.

En virtud del análisis realizado, se exhibe que las políticas fiscales de expansión del gasto público resultan más efectivas en periodos donde la curva de rendimientos posee una pendiente positiva, dando cuenta de un bajo costo para la emisión de deuda a corto plazo. Asimismo, la contribución máxima al PIB resulta ser del 1,3% ante cada variación porcentual del gasto, frente al 1,2% para el caso que el fondeo a corto plazo sea elevado. Ambas políticas tienen un efecto transitorio de 8 y 7 trimestres respectivamente, evidenciando una mayor discrepancia mientras más se aleja del periodo inicial de aplicación del shock.

En síntesis, la inestabilidad financiera pública no resulta ajena al debate en torno a la implementación de los instrumentos de política económica. En este sentido, una correcta programación económica exige ante todo evaluar el costo de fondeo público, puesto que de nada servirá la identificación del instrumento óptimo si su potencia y efectividad no resulta sustentable y capaz de suavizar el ciclo económico en el tiempo.

Bibiografía

- Amisano,G. & Giannini, C. (1997). *Topics in Structural VAR Econometrics*. 2nd. Edition.Springer, Berlin.
- Castro, J. & Torres, J. (2002): *Análisis de los efectos asimétricos de shocks monetarios y cambiarios.*Consorcio de Investigación Económica y Social (CIES).
- Franses, P.H. & Van Dijk, D. (2000). *Non-linear time series models in empirical finance.*Cambridge UniversityPress, Cambridge.
- López & Vallés, R. (2008):*Métodos Estadísticos Aplicados a la Economía.* Ed. Ariel Economía. Barcelona.
- Luukkonen, R., Saikkonen, P. & Teräsvirta, T. (1988). Testing linearity against smooth transition autoregressive models. *Biometrika.* Vol75; Septiembre, pág.491-499.
- Mankiw,G. (2000):The savers-spender theory of Fiscal Policy. *American Economic Review*, Vol. 90.N° 2, Mayo, págs.120-125.
- McLeod, A.I. & Li, W.K. (1983):Diagnostic checking ARMA time series models using squared-residual autocorrelations. *Journal of Time Series Analysis*.Vol.4, Julio, págs.269-273.

Aplicación de un Modelo de Regresión entre Rasgos Latentes en presencia de Múltiples Grupos

Jiménez González, Ricardo - Capilla, María Esther - Quiroga, Dante Gustavo
Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales. Universidad Nacional de Salta
rjimenez1954@gmail.com; mecapilla@gmail.com; cpndantequiroga@yahoo.com.ar

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Claves: Rasgos latentes, Teoría de respuesta al ítem, Modelos estructurales.

Resumen

Los modelos de rasgos latentes se aplican para describir el proceso de generación de variables continuas que no son directamente observables, utilizando variables manifiestas medidas en escala ordinal y/o nominal. En este trabajo se analiza la aplicación de un modelo de rasgos latentes para evaluar la satisfacción de los clientes de una compañía de servicios, respecto a la calidad de la atención recibida. Se consideran dos variables latentes continuas, satisfacción del cliente y competencia percibida respecto al operador que lo atiende. Ambas variables latentes están medidas utilizando variables manifiestas categóricas, es decir, registradas en escala ordinal. Se especifica la relación entre las variables latentes a través de un modelo de regresión cuyos coeficientes dependen de los valores que toma una covariable nominal, en presencia de interacción entre las variables explicativas. La variable dependiente es la

satisfacción del cliente y las variables explicativas son la variable latente competencia del operador y la covariable, grupo de edad al que pertenece el cliente. Se analizan dos especificaciones equivalentes para el modelo, especificación de covariables y especificación multigrupo, comparándose los resultados hallados. El objetivo fue optimizar el modelo de medida, describir la relación entre las variables latentes y poner de manifiesto la influencia de la covariable considerada.

1. Introducción

Una de las aplicaciones de las variables latentes es la de representar constructos hipotéticos. A raíz de su estatus ontológico, estos constructos no pueden ser medidos directamente, tal lo expresado por Skrondal y Rabe-Hesketh (2004): "Como los constructos hipotéticos no corresponden a fenómenos reales, se sigue que no pueden ser medidos directamente (…) En cambio, el constructo es operacionalmente definido en términos de un número de ítems o indicadores indirectos tales como las respuestas en un test de inteligencia". Surge frecuentemente en las ciencias sociales la necesidad de analizar los procesos de generación de estos constructos hipotéticos, por ejemplo, la "autoestima" en psicología, la "satisfacción" en administración, las "competencias" en recursos humanos, la "eficacia" en políticas públicas, las "expectativas" en economía.

Los modelos de variables latentes permiten describir el proceso de generación de tales constructos hipotéticos a partir de mediciones realizadas sobre ítems o indicadores indirectos que se denominan variables manifiestas. Cuando las variables latentes son continuas y las manifiestas están medidas en escala ordinal o nominal, siguiendo a Bartholomew, Knott y Moustaki (2011), se denomina a los modelos con el nombre de *modelos de rasgos latentes*. También es frecuente referenciarlos como *modelos de teoría de respuesta al ítem*.

Dadas q variables latentes $\boldsymbol{\eta} = (\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_q)'$ medidas empleando p variables manifiestas $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \ldots, y_p)'$ en presencia de k covariables $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_k)'$, el modelo de variables latentes puede expresarse por la siguiente relación entre distribuciones multivariadas condicionales:

$$p(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta}/\mathbf{x}) = p(\mathbf{y}/\boldsymbol{\eta}, \mathbf{x})\, p(\boldsymbol{\eta}/\mathbf{x}) \qquad (1)$$

En (1), $p(\mathbf{y}/\boldsymbol{\eta}, \mathbf{x})$ representa el modelo de medida y $p(\boldsymbol{\eta}/\mathbf{x})$ el modelo estructural. Los modelos de medida estudian las relaciones entre las variables manifiestas e identifican las variables latentes que explican dichas relaciones. Los modelos estructurales estudian las relaciones de las variables latentes entre sí y con las covariables.

El caso más simple se presenta cuando cada variable manifiesta mide solamente una variable latente de tal manera que $y_{i_1}, y_{i_2}, \ldots, y_{i_{ri}}$ miden solamente la variable latente η_i , para $i = 1, 2, \ldots, q$ con $\sum_{1=1}^{q} i_{ri} = p$. Considerando a las variables manifiestas condicionalmente independientes dadas las variables latentes y las covariables, el modelo en (1) puede escribirse como

$$p(\mathbf{y}, \boldsymbol{\eta}/\mathbf{x}) = \left[\prod_{i=1}^{q} \prod_{j=1}^{i_{ri}} p(y_{ij}/\eta_i, \mathbf{x}) \right] p(\boldsymbol{\eta}/\mathbf{x}) \qquad (2)$$

El modelo de medida para la variable manifiesta y_{ij} se supone logístico multinomial cuando la variable manifiesta es nominal y logístico ordinal de chances proporcionales si es ordinal. En situaciones más complejas cada variable manifiesta contribuye al modelo de medida de más de una variable latente. En este último caso, el modelo debe incluir por lo menos una variable manifiesta que mida exclusivamente solo una de las variables latentes consideradas para que sea identificable.

En cuanto al modelo estructural, la relación entre las variables latentes puede plantearse a través de la covarianza entre ellas o a través de un modelo de regresión en el que algunas variables latentes explican los valores de las otras. Por ejemplo, dadas dos variables latentes, es decir que $\boldsymbol{\eta} = (\eta_1, \eta_2)'$, la definición del modelo que analiza la asociación entre ellas establece que $\eta_1 \sim N(\kappa_1, \phi_{11})$, $\eta_2 \sim N(\kappa_2, \phi_{22})$ y $\operatorname{cov}(\eta_1, \eta_2) = \phi_{12}$, con la restricción $(\kappa_1, \phi_{11}) = (\kappa_2, \phi_{22}) = (0,1)$ necesaria para la identificación del modelo. La definición del modelo de regresión, siendo η_1 la variable explicativa, plantea que $\eta_1 \sim N(\kappa_1, \phi_{11})$ y $\eta_2 = \gamma_0 + \gamma_1 \eta_1 + \varsigma$, con $\varsigma \sim N(0, \varphi)$, sujeto a la restricción $(\kappa_1, \phi_{11}) = (\gamma_0, \varphi) = (0,1)$ para resolver el problema de identificación del modelo.

2. Modelos de dos rasgos latentes para múltiples grupos

Para considerar la influencia de una covariable nominal con G categorías, siguiendo a Kuha (2013), se plantean dos formas equivalentes de especificar el modelo: especificación de covariables y especificación multigrupo.

2.1. Especificación de covariables

La especificación de covariables consiste en introducir en el modelo indicado en (2) un vector de variables indicadoras $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_{G-1})'$ tales que $x_g = 1$ si la observación proviene del grupo g y $x_g = 0$ si la observación proviene de otro grupo. Se obtiene así un modelo de rasgos latentes para múltiples grupos donde el modelo estructural $p(\boldsymbol{\eta}/\mathbf{x})$ refleja cómo varía la distribución de la variable latente entre los grupos. Debe notarse que la dependencia del modelo de medida $p(\mathbf{y}/\boldsymbol{\eta}, \mathbf{x})$ respecto a la covariable indicaría falta de equivalencia en las mediciones de los grupos, constituyendo una perturbación no deseada.

En el caso de dos variables latentes, η_1 y η_2, la definición del modelo estructural para múltiples grupos que toma en cuenta la asociación de las variables resulta ser:

$$\eta_1^g \sim N\left(\kappa_1 + \kappa_1^1 x_1 + \cdots + \kappa_1^g x_g + \cdots + \kappa_1^{G-1} x_{G-1}, \phi_{11}^g\right) \qquad (3)$$

$$\eta_2^g \sim N\left(\kappa_2 + \kappa_2^1 x_1 + \cdots + \kappa_2^g x_g + \cdots + \kappa_2^{G-1} x_{G-1}, \phi_{22}^g\right) \qquad (4)$$

$$\operatorname{cov}\left(\eta_1^g, \eta_2^g\right) = \phi_{12}^g \qquad (5)$$

Alternativamente, el modelo estructural para múltiples grupos que considera la regresión una variable latente en la otra, es el siguiente:

$$\eta_1^g \sim N\left(\kappa_1 + \kappa_1^1 x_1 + \cdots + \kappa_1^g x_g + \cdots + \kappa_1^{G-1} x_{G-1}, \phi_{11}^g\right) \qquad (5)$$

$$\eta_2^g = \gamma_0^g + \gamma_1^g \eta_1^g + \varsigma^g \quad \text{con} \quad \varsigma^g \sim N\left(0, \varphi^g\right) \qquad (6)$$

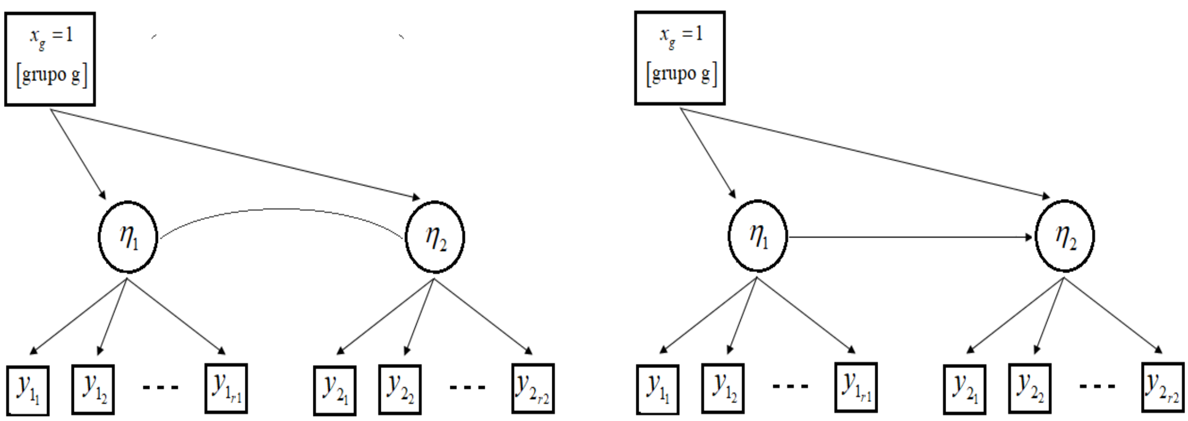
El modelo de medida para una variable manifiesta nominal y_{ij}, que toma valores en C_{ij} categorías, utilizando el modelo logístico multinomial, se expresa de la siguiente manera

$$\pi_{ijl}^g = P\left(y_{ij}^g = l / \eta_i^g, \mathrm{x}\right)$$
$$= \frac{\exp\left(\left[\alpha_{ijl} + \alpha_{ijl}^1 x_1 + \cdots + \alpha_{ijl}^{G-1} x_{G-1}\right] + \left[\beta_{ijl} + \beta_{ijl}^1 x_1 + \cdots + \beta_{ijl}^{G-1} x_{G-1}\right]\eta_i^g\right)}{\sum_{h=1}^{C_{ij}} \exp\left(\left[\alpha_{ijh} + \alpha_{ijh}^1 x_1 + \cdots + \alpha_{ijh}^{G-1} x_{G-1}\right] + \left[\beta_{ijh} + \beta_{ijh}^1 x_1 + \cdots + \beta_{ijh}^{G-1} x_{G-1}\right]\eta_i^g\right)} \qquad (7)$$

En cambio, si la variable manifiesta y_{ij} es ordinal, el modelo de medida que resulta de aplicar el modelo logístico ordinal de chances proporcionales es:

$$\Pi_{ijl}^g = P\left(y_{ij}^g \leq l / \eta_i^g, \mathrm{x}\right)$$
$$= \frac{\exp\left(\left[\alpha_{ijl} + \alpha_{ijl}^1 x_1 + \cdots + \alpha_{ijl}^{G-1} x_{G-1}\right] - \left[\beta_{ij} + \beta_{ij}^1 x_1 + \cdots + \beta_{ij}^{G-1} x_{G-1}\right]\eta_i^g\right)}{1 + \exp\left(\left[\alpha_{ijl} + \alpha_{ijl}^1 x_1 + \cdots + \alpha_{ijl}^{G-1} x_{G-1}\right] - \left[\beta_{ij} + \beta_{ij}^1 x_1 + \cdots + \beta_{ij}^{G-1} x_{G-1}\right]\eta_i^g\right)} \qquad (8)$$

En el diagrama de la Figura 1 se esquematizan los modelos descriptos.



a) Asociación entre η_1 y η_2 b) Regresión de η_2 en η_1

Figura 1. Modelos de dos rasgos latentes considerando una covariable nominal. a) Caso de asociación entre las variables latentes. b) Caso de regresión en el que una variable latente es explicativa de la otra.

2.2 Especificación multigrupo

Equivalentemente, puede adoptarse una *especificación multigrupo* del modelo indicado en (2) de la siguiente manera:

$$p^g(\mathbf{y},\boldsymbol{\eta})=\left[\prod_{i=1}^{q}\prod_{j=1}^{i_r}p^g\left(y_{ij}/\eta_i\right)\right]p^g(\boldsymbol{\eta}),\quad g=1,2,\ldots,G \qquad (9)$$

En presencia de dos variables latentes, η_1 y η_2, la definición del modelo estructural para múltiples grupos que considera la asociación entre las variables latentes resulta ser:

$$\eta_1^g \sim N\left(\kappa_1^g,\phi_{11}^g\right) \text{ con } \left(\kappa_1^G,\phi_{11}^G\right)=(0,1) \quad (10)$$

$$\eta_2^g \sim N\left(\kappa_2^g,\phi_{11}^g\right) \text{ con } \left(\kappa_2^G,\phi_{22}^G\right)=(0,1) \quad (11)$$

$$\operatorname{cov}\left(\eta_1^g,\eta_2^g\right)=\phi_{12}^g \qquad (12)$$

Y la definición del modelo estructural que incluye la regresión de una variable latente en la otra, para el caso planteado es:

$$\eta_1^g \sim N\left(\kappa_1^g,\phi_{11}^g\right) \text{ con } \left(\kappa_1^G,\phi_{11}^G\right)=(0,1) \quad (13)$$

$$\eta_2^g=\gamma_0^g+\gamma_1^g\eta_1^g+\varsigma^g \quad \text{con} \quad \varsigma^g \sim N\left(0,\varphi^g\right) \qquad (14)$$

Al comparar la especificación de covariables con la especificación multigrupo, teniendo en cuenta que en la primera $x_g=1$ si la observación proviene del grupo g y $x_g=0$ si la observación proviene de otro grupo y considerando que κ_1 y $\kappa_1+\kappa_1^g$ en (3) y (5) son respectivamente iguales a κ_1^G y κ_1^g en la especificación multigrupo de (10) y (13), se concluye que lo descripción de la variable latente η_1 de (3) y (5) es equivalente a la de (10) y (13). Empleando un razonamiento análogo resultan equivalentes las especificaciones de la variable latente η_2 de (4) y (11).

Los modelos de medida de la variable manifiesta y_{ij}, logístico multinomial y logístico ordinal de chances proporcionales, aplicables según sea su escala de medida nominal u ordinal respectivamente, resultan iguales a:

$$\pi_{ijl}^g=P\left(y_{ij}^g=l/\eta_i^g\right)=\frac{\exp\left(\alpha_{ijl}^g+\beta_{ijl}^g\eta^g\right)}{\sum_{h=1}^{C_{ij}}\exp\left(\alpha_{ijh}^g+\beta_{ijh}^g\eta_i^g\right)} \qquad (15)$$

$$\Pi_{ijl}^g=P\left(y_{ij}^g\le l/\eta_i^g\right)=\frac{\exp\left(\alpha_{ijl}^g-\beta_{ij}^g\eta_i^g\right)}{1+\exp\left(\alpha_{ijl}^g-\beta_{ij}^g\eta_i^g\right)} \qquad (16)$$

Las expresiones (7) y (15) son equivalentes cuando igualamos α_{ijl}, β_{ijl}, $\alpha_{ijl}+\alpha_{ijl}^{g}$ y $\beta_{ijl}+\beta_{ijl}^{g}$ de (7) con α_{ijl}^{G} β_{ijl}^{G}, α_{ijl}^{g} y β_{ijl}^{g} en (15) respectivamente. Con razonamiento análogo también resultan equivalentes las expresiones (11) y (16).

3. Aplicación

En este trabajo se analizan datos relevados en los meses de mayo y junio de 2017 en la Casa Central de una Compañía de Seguros de Personas (Vida, Sepelio y Salud) que cuenta con más de 800.000 asegurados. El objetivo de la encuesta fue medir la percepción que tienen los clientes que realizan trámites personalmente, respecto a la calidad en la atención que reciben. La población objetivo se definió como el conjunto de clientes de la Compañía que concurren a la casa matriz para realizar trámites personales en las condiciones de atención actuales. Se empleó un muestreo sistemático en la selección de los clientes para ser encuestados luego de ser atendidos. Entre los 2000 casos relevados se obtuvieron 1751 respuestas y la ocurrencia de la no respuesta, que fue el 12,45% de los casos, se considera completamente aleatoria.

Para medir la calidad de la atención, se relevó la percepción del cliente respecto a los siguientes seis indicadores: 1) *Amabilidad*: grado de cordialidad con el que el colaborador lo atiende; 2) *Comprensión*: grado en que el colaborador interpreta adecuadamente la naturaleza del problema que el cliente expone; 3) *Solución*: grado de eficacia en la resolución del problema planteado; *4) Regresar*: frecuencia con que se le solicita regresar para completar el trámite; *5) Tiempo*: razonabilidad del tiempo que debe esperar para ser atendido; *6) Comunicación*: facilidad para comunicarse con la Compañía en diferentes formas: telefónica, en Agencias, en Casa Central, por intermedio de Asesores visitado en su lugar de trabajo o por medio de su empleador. Se solicitó a los encuestados que asignaran un puntaje comprendido entre 1 y 5 a los indicadores descriptos, de tal manera que valores más altos representaban percepción de mayor calidad en la atención recibida. Entre las covariables incluidas se registró el sexo del encuestado, su grupo de edad, su lugar de residencia y si es trabajador activo del sector público o del sector privado o jubilado.

Jiménez González, Capilla y Quiroga (2017) habían analizado anteriormente estos datos considerando a los indicadores descriptos como variables manifiestas que miden una sola variable latente denominada *Satisfacción* del Cliente. En esa oportunidad se observó que los ítems *Tiempo* y *Comunicación*, según los criterios de información de Akaike (AIC) y bayesiano (BIC), no contribuían a mejorar el ajuste del modelo y se los excluyó. Al analizar la influencia de la edad, se encontró evidencia significativa respecto a que la satisfacción promedio del grupo de clientes activos laboralmente, con edades entre 55 y 65 años, era inferior a la del resto de los clientes en actividad, corroborándose además la equivalencia del modelo de medida entre los dos grupos.

4. Análisis de los datos relevados

El modelo propuesto incluye dos variables latentes. La primera se denomina *Competencia* y representa la percepción que tiene el cliente respecto a la idoneidad del operador que lo atiende para llevar adelante exitosamente el trámite que motiva su visita; se mide a través de las variables manifiestas *Comprensión*, *Solución* y *Regresar*. La segunda variable latente refleja la percepción del cliente respecto a la calidad de la atención y se denomina *Satisfacción*; su modelo de medida incluye las variables manifiestas restantes, comunes a cualquier tipo de trámite, *Amabilidad*, *Tiempo* y *Comunicación*. Además, esta última variable latente está relacionada linealmente con la *Competencia* y con el grupo de edad. Por último, en el modelo planteado se supone que las varianzas de las variables latentes y el modelo de medida no dependen del grupo de edad. En cambio, sí son dependientes del grupo de edad las medias de las variables latentes y los coeficientes de regresión.

Para realizar el análisis, las observaciones sobre las variables manifiestas se consolidaron en tres categorías, excepto las de la variable *Solución* para la que se emplearon cuatro. En cuanto a los grupos de edad, Los clientes del primer grupo son menores de 36 años, los del segundo tienen entre 36 y 45 años, los del tercero tienen entre 46 y 55 años, los del cuarto tienen entre 56 y 65 años y el quinto grupo comprende a los mayores de 65 años.

Se obtuvieron los parámetros empleando las dos especificaciones equivalentes puntualizadas en el apartado 2 considerando que las variables manifiestas son ordinales: especificación de covariables detallada en (5), (6) y (8) y la especificación multigrupo que se describe en (13), (14) y (16).

En las Tablas 1 y 2 se muestran las estimaciones de los parámetros proporcionadas por el software MPlus. El ordenamiento de los resultados busca facilitar la comparación de las estimaciones obtenidas con la especificación de covariables y con la especificación multigrupo. Se observa que ambas especificaciones proporcionan los mismos resultados excepto por pequeñas diferencias derivadas de los métodos de estimación iterativos empleados.

La Tabla 1 contiene las estimaciones de los parámetros del modelo de medida. Se observan diferencias entre los umbrales de las categorías de cada variable manifiesta, la mayor en *Regresar* y la menor en *Comunicación*. Tal como se puntualiza en Capilla, Jiménez y Quiroga (2016), en oportunidad de analizar los resultados de una encuesta similar de menor envergadura, la alta dispersión entre los umbrales de las categorías de una variable manifiesta indica que la misma es adecuada para diferenciar entre individuos distantes en la escala de la variable latente. Los parámetros de discriminación (o cargas) de las variables manifiestas son todos significativamente diferentes de cero. Resultan ser más elevados, y en consecuencia presentan mayor poder de discriminación entre sujetos con distintos valores de la variable latente, los de las tres variables que miden *Competencia* y el de *Amabilidad* en la medición de *Satisfacción*.

En la Tabla 2 se presentan las estimaciones de las medias (interceptos) y de los coeficientes de regresión de las variables latentes *Satisfacción* en *Competencia*, por grupo de edad. Los coeficientes de regresión correspondientes la variable latente explicativa *Competencia* son significativamente diferentes de cero en todos los grupos de edad, lo que lleva a inferir que la *Satisfacción* depende linealmente de la *Competencia.* Debe notarse que los coeficientes de regresión para cada grupo de edad hallados con la especificación multigrupo coinciden con los de la especificación de covariables, salvo diferencias debidas a aproximaciones, adicionando al coeficiente de *Competencia* el correspondiente a la interacción *Competencia x Edad.* De estos últimos coeficientes son significativamente diferentes de cero, a niveles inferiores al 10%, los correspondientes a los grupos de edad 1 y 3.

La Tabla 2 también contiene las estimaciones de los promedios de las variables latentes analizadas por grupo de edad. Resultan significativamente diferentes de cero, a niveles inferiores al 10%, los promedios de *Competencia* y de *Satisfacción* del grupo de edad 4.

5. Conclusiones

Del análisis realizado se infiere que el modelo de medida resulta adecuado. El nivel de *Satisfacción* respecto a la calidad de la atención percibida por el cliente depende de la *Competencia* demostrada por el operador que los atiende, para resolver el trámite que motiva su visita. Esta relación, que se verifica en todos los grupos de edad, difiere según la edad del cliente. Además, la percepción promedio de la *Competencia* del operador y el nivel promedio de *Satisfacción* resultan significativamente diferentes de la media de la escala propuesta, que es cero, en el caso de los clientes con edades entre 56 y 65 años. Este grupo de edad es en promedio más exigente para calificar al operador y la atención recibida.

Referencias

- Bartholomew, D., Knott, M., Moustaki, I. (2011). *Latent Variable Models and Factor Analysis.* 3ra. Ed. United Kingdom. John Wiley & Sons Ltd.
- Capilla, M. E., Jiménez González, R. Quiroga, D. G. (2016). Análisis de un Modelo de Medida para la Satisfacción del Cliente. *XXXI Jornadas Nacionales de Docentes de Matemáticas de Facultades de Ciencias Económicas y Afines*. San Luis. Argentina.
- Jiménez González, R., Capilla, M.E, Quiroga, D. G. (2017). Aplicación de un Modelo de Rasgos Latentes. *XXXII Jornadas Nacionales de Docentes de Matemáticas de Facultades de Ciencias Económicas y Afines*. Paraná. Argentina.
- Kuha, J. (2013). *Multigroup Latent Variable Modelling with Mplus Software (V6)*. LCAT, Latent Variable Modeling of Categorical Data, Proyecto de investigación de los departamentos de Estadística y Metodología de la London School of Economics and Political Science (LSE). Recuperado el 14 de marzo de 2016. http://stats.lse.ac.uk/lcat/
- Muthén, L. K., Muthén, B. O. (2018). Mplus (Versión 8.0) [Programa de Computador]. Los Ángeles, Estados Unidos. Muthen & Muthen.
- Skrondal, A., Rabe-Hesketh, S. (2004). *Generalized Latent Variable Modeling. Multilevel, Longitudinal, and Structural Equation Models*. United States. Chapman & Hall / CRC.

6. Apéndice

Tabla1. Estimación de Parámetros Comunes a los Grupos de Edad. Extraído de la Salida de Mplus.

	Especificación de Covariables				Especificación Multigrupo			
Modelo de Medida	Estimador	EE	Estim/EE	Valor p	Estimador	EE	Estim/EE	Valor p
COMPETEN BY								
COMPRE	3,844	0,537	7,164	0,000	3,848	0,538	7,151	0,000
SOLU	3,467	0,403	8,599	0,000	3,466	0,403	8,603	0,000
REGRE	1,529	0,137	11,119	0,000	1,530	0,138	11,119	0,000
SATISFAC BY								
AMABI	1,496	0,423	3,537	0,000	1,507	0,423	3,562	0,000
TIEMPO	0,531	0,123	4,306	0,000	0,534	0,123	4,351	0,000
COMUNI	0,846	0,175	4,846	0,000	0,850	0,173	4,899	0,000
Thresholds								
AMABI$1	-8,113	1,116	-7,269	0,000	-8,123	1,121	-7,244	0,000
AMABI$2	-6,321	0,938	-6,742	0,000	-6,327	0,941	-6,721	0,000
COMPRE$1	-8,193	0,955	-8,578	0,000	-8,199	0,958	-8,563	0,000
COMPRE$2	-6,714	0,811	-8,284	0,000	-6,719	0,813	-8,270	0,000
SOLU$1	-8,541	0,806	-10,597	0,000	-8,538	0,805	-10,603	0,000
SOLU$2	-6,646	0,655	-10,142	0,000	-6,644	0,655	-10,148	0,000
SOLU$3	-5,244	0,542	-9,671	0,000	-5,243	0,542	-9,677	0,000
REGRE$1	-4,053	0,215	-18,894	0,000	-4,054	0,215	-18,886	0,000
REGRE$2	-0,862	0,115	-7,504	0,000	-0,863	0,115	-7,503	0,000
TIEMPO$1	-5,127	0,322	-15,935	0,000	-5,124	0,321	-15,944	0,000
TIEMPO$2	-3,513	0,254	-13,831	0,000	-3,510	0,254	-13,844	0,000
COMUNI$1	-5,996	0,507	-11,815	0,000	-5,990	0,507	-11,821	0,000
COMUNI$2	-5,210	0,470	-11,078	0,000	-5,204	0,469	-11,086	0,000
Varianzas de las Variables Latentes	Estimador	EE	Estim/EE	Valor p	Estimador	EE	Estim/EE	Valor p
Variances								
SATISFAC	1,000	0,000	999,000	999,000	1,000	0,000	999,000	999,000
Residual Variances								
COMPETEN	1,000	0,000	999,000	999,000	1,000	0,000	999,000	999,000

Tabla 2. Estimación de Medias de las Variables Latentes y Coeficientes de Regresión por Grupo de Edad.

Extraído de la Salida de MPlus

Especificación de Covariables					Especificación Multigrupo				
	Estimador	EE	Estim/ EE	Valor p		Estimador	Estim/ EE	z	Valor p
SATISFAC ON					SATISFAC ON COMPETEN				
COMPETEN	2,180	0,476	4,581	0,000					
COMP_ED1	-1,024	0,485	-2,112	0,035	Gr. Edad 1	1,145	0,409	2,804	0,005
COMP_ED2	-0,493	0,424	-1,163	0,245	Gr. Edad 2	1,678	0,451	3,721	0,000
COMP_ED3	-0,714	0,412	-1,734	0,083	Gr. Edad 3	1,459	0,419	3,481	0,000
COMP_ED4	-0,510	0,358	-1,426	0,154	Gr. Edad 4	1,661	0,407	4,084	0,000
					Gr. Edad 5	2,163	0,467	4,635	0,000
COMPETEN ON					Means COMPETEN				
EDAD1	-0,112	0,134	-0,838	0,402	Gr. Edad 1	-0,112	0,134	-0,837	0,403
EDAD2	0,063	0,121	0,525	0,600	Gr. Edad 2	0,063	0,121	0,524	0,601
EDAD3	-0,023	0,103	-0,220	0,826	Gr. Edad 3	-0,023	0,103	-0,222	0,824
EDAD4	-0,193	0,090	-2,146	0,032	Gr. Edad 4	-0,193	0,090	-2,148	0,032
					Gr. Edad 5	0,000	0,000	999	999
SATISFAC ON					Intercepts SATISFAC				
EDAD1	-0,967	0,616	-1,569	0,117	Gr. Edad 21	-0,958	0,610	-1,572	0,116
EDAD2	-0,643	0,573	-1,122	0,262	Gr. Edad 2	-0,630	0,568	-1,109	0,268
EDAD3	-0,858	0,525	-1,634	0,102	Gr. Edad 3	-0,843	0,520	-1,620	0,105
EDAD4	-0,863	0,493	-1,752	0,080	Gr. Edad 4	-0,849	0,488	-1,741	0,082
					Gr. Edad 5	0,000	0,000	999	999

Sistema Criptográfico

Ghersi, Liliana
Facultad Ciencias Económicas, Universidad Buenos Aires
lbghersi@gmail.com

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Conjunto, Funciones, Inversas, Encriptar, Desencriptar

Resumen

Como bien se sabe, la criptografía moderna nace durante la Segunda Guerra Mundial con el objetivo de descifrar los mensajes emitidos por el ejército alemán, basándose en el cifrado Lorenz y la máquina Enigma. Pero se puede afirmar que la criptografía se desarrolla recién a partir de los trabajos de Claude Shannon en lo atinente a la Teoría Matemática de la Información y de la Comunicación, quien establecido las bases para la implementación de los algoritmos actuales. La irrupción de las operaciones comerciales en el procesamiento electrónico de datos y la creciente digitalización e intercambio de actividades, demandan la generación de nuevos métodos criptográficos fin de preservar la invulnerabilidad de la información.

Un sistema criptográfico, tiene como objetivo establecer comunicación segura entre un emisor y un receptor por medio de un canal inseguro, o sea imposibilitar la comprensión por parte de un tercero, de un mensaje que es enviado a través de un canal no confiable por un emisor a un receptor; dicho de otra manera, la finalidad del sistema criptográfico es resguardar el secreto que soporta el mensaje y que solamente desean compartir el emisor y el receptor. Por lo tanto, si se tiene en cuenta que la información es un bien preciado y que sufre amenazas de diversas índole, la única solución para protegerla de los ilícitos es mediante el uso de técnicas criptográficas, las que permitirán asegurar la *confidencialidad* o *secreto* de la información, la *integridad* del mensaje, ambas cuestiones consideradas básicas en la *Seguridad Informática*, y además controlar la *autenticidad* del emisor. Como se citara en la criptografía como el arte de escribir con clave secreta o de un modo enigmático, pero como se podrá ver, es necesario considerar diversos componentes en el tratamiento criptográfico del mensaje a los efectos de minimizar la probabilidad de descifrado del contenido del mismo por parte de terceros.

1. Introducción:

La seguridad informática, de acuerdo a expresiones del Dr. Hugo Scolnik en su libro Qué es la Seguridad Informática (1), editado por Paidós en octubre de 2014, puede definirse como “el conjunto de procesos destinados a proteger la disponibilidad, la privacidad y la integridad de los datos, sea de personas o instituciones. Para lograr estos objetivos es imprescindible utilizar técnicas varias, pero entendiendo que no existen sistemas infalibles que garanticen la seguridad total. Más adelante, el mismo autor manifiesta que ¨La seguridad informática es una especie de batalla continua entre atacantes y defensores que les exige a los profesionales del área estar permanentemente informados, dado que aparecen novedades en forma cotidiana” (Pag. 19) y continúa En su origen la seguridad informática se restringía fundamentalmente a la seguridad sobre todo física, de los equipos……Lo más complejo de entender e internalizar se refiere a la seguridad ¨no física¨ (Pag.20). En esta dirección, el 3/9/2014, Ariel Torres en su artículo (2) Intimidad en jaque: cómo evitar quedar "al desnudo" en Internet para el diario La Nación, escribía: ¨Una de las ideas más difíciles de desterrar es que los documentos no se multiplican. Cuando estaban en papel o acetato no lo hacían. Pero hoy el smartphone, la tableta y la computadora, por medio de iCloud, Google Drive, Dropbox y otros, hará copias de respaldo en la nube (es decir, en Internet) de forma silenciosa y automática,… No queremos (a los datos) perderlos, pero tampoco que sus copias se reproduzcan sin control.

Es pertinente asimismo, recordar, que desde la óptica de la administración empresarial el objetivo del sistema de control interno, es “evitar la comisión de errores y fraudes y ganar seguridad y confiabilidad en la operatoria de la organización, sin que ello signifique pérdida de eficiencia administrativa” (J. L. Pungitore, Sistemas Administrativos y Control Interno, 2013)[(3)].

2. Sistema Criptográfico:

Un sistema criptográfico, tiene como objetivo establecer comunicación segura entre un emisor y un receptor por medio de un canal inseguro, o sea imposibilitar la comprensión por parte de un tercero, de un mensaje que es enviado a través de un canal no confiable por un emisor a un receptor; dicho de otra manera, la finalidad del sistema criptográfico es resguardar el secreto que soporta el mensaje y que solamente desean compartir el emisor y el receptor. Por lo tanto, si se tiene en cuenta que la información es un bien preciado y que sufre amenazas de diversas índole, la única solución para protegerla de los ilícitos es mediante el uso de técnicas criptográficas, las que permitirán asegurar la *confidencialidad* o *secreto* de la información, la *integridad* del mensaje, ambas cuestiones consideradas básicas en la *Seguridad Informática*, y además controlar la *autenticidad* del emisor.

Se define criptografía como el arte de escribir con clave secreta o de un modo enigmático, pero como se podrá ver, es necesario considerar diversos componentes en el tratamiento criptográfico del mensaje a los efectos de minimizar la probabilidad de descifrado del contenido del mismo por parte de terceros.

En primer lugar, hay que considerar el mensaje como una secuencia de signos que van uno a continuación de otros, dicho de otra manera, un mensaje es una concatenación de signos. Son signos por ejemplo, las letras en sus modalidades mayúsculas o minúsculas, los signos de puntuación como ser el punto, la coma, el punto y coma y los números; todos los signos conforman el *alfabeto*. Ahora bien, para transmitir el mensaje puede definirse no usar algunos signos de puntuación como así también obviar alguna modalidad de las letras, lo que requiere entonces una tarea de definición del alfabeto en que escribirá de manera inteligible el mensaje. Al conjunto de signos definidos para escribir el mensaje se lo conoce como *alfabeto en claro o llano* y los textos resultantes de escribir con el citado alfabeto se conocen como *texto en claro o llano*.

A partir del texto en claro, se genera el *texto cifrado o criptograma* que oculta el texto en claro, y que también resulta ser una concatenación de signos; surge entonces el *alfabeto de cifrado* que puede o no coincidir con el del texto en claro. Puede decidirse por ejemplo, que el alfabeto para soportar el texto cifrado sea el de los dígitos numéricos y el blanco.

(1) Scolnik, H.;(2014), Pag. 19-20; *Qué es la Seguridad Informática*, Paidós,
(2) Torres, A.; (2014);*Intimidad en Jaque,* La Nación
(3) Pungitore,J. L.;(2013) Pag. 57*Sistemas Administrativos y Control Interno*, Ed. Buyatti

Por último y lo es desde la perspectiva de la inviolabilidad del criptosistema, se define la clave que debe ser un elemento de un conjunto numeroso y de sencilla modificación, en la cual descansa el algoritmo de cifrado y/o descifrado y la seguridad del proceso. Por otro lado, el algoritmo tanto de cifrado como de descifrado debe quedar perfectamente definido de manera tal, que no queden situaciones no contempladas. La incertidumbre pertenece al espacio de la clave y por lo tanto la probabilidad se asocia a dicho espacio. Volviendo sobre la clave, debe quedar claro que es el pilar de la confidencialidad del criptograma; un sistema criptográfico que cada vez que se aplica utiliza una clave nueva, es un sistema inviolable, lo que en la práctica resulta improbable; ante esta realidad, lo que conviene es modificar periódicamente la clave y dicho período debe estar correlacionado en forma directa con el tráfico de mensajes. En la medida que se repita la clave en los mensajes enviados, la confiabilidad decae ya que la repetición del proceso de transformación genera pistas sobre el propio proceso.

A continuación y a modo ejemplificador, se presenta el siguiente sistema criptográfico que ha sido extraído del texto electrónico “Una Introducción a la Criptografía” [(4)]:

El alfabeto en claro es el conjunto de las veintisiete letras mayúsculas y el punto (.) que estará reservado para separar palabras.

El alfabeto cifrado es el conjunto de los dígitos del 0 al 9 junto con el espacio en blanco.

La clave será una palabra de 8 letras del alfabeto de veintisiete letras, que puede carecer de sentido gramatical; por lo tanto el cardinal del conjunto de claves asciende a 27^8 que implica un valor que supera los mil millones.

Suponiendo que la clave elegida es IMAGINAR, se procede a ubicar a los signos del alfabeto en claro en una matriz de 3 filas por 10 columnas como a continuación se detalla:

Tabla 1: Disposición de los Signos del Alfabeto en Matriz 3x10

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
			I	M	A	G	N	R	.	B
1	C	D	E	F	H	J	K	L	Ñ	O
2	P	Q	S	T	U	V	W	X	Y	Z

Cada signo del alfabeto en claro se corresponde biunívocamente con un número de acuerdo a la ubicación del mismo. Por ejemplo, a la letra A le corresponde el número 5, a la letra D le corresponde el número 12 puesto que está en la fila 1 columna 2, a la letra V le corresponde el numero 26 pues su ubicación es en la segunda fila sexta columna.

Supóngase que se desea enviar el siguiente mensaje de manera cifrada:

Tabla 2: Texto Plano

P0	Entrada	texto plano	S	E	.	A	P	L	A	Z	A	.	L	A	.	R	E	U	N	I	O	N	.	D	E	L	.	L	U	N	E	S

[(4)] García, E.; López, M. A.; Ortega, J. (2005) *Una Introducción a la Criptografía*. Universidad de Castilla-La Mancha

La cadena de signos que resulta ser del texto en claro es:

Tabla 3: Texto Plano Codificado

P1	Salida/Entrada	texto plano codificado	2	3	1	3	9	5	2	1	1	8	5	2	0	5	9	1	8	5	9	8	1	3	2	5	7	3	1	0	7	9	1	2	1	3	1	8	9	1	8	2	5	7	1	3	2	3

Recorriendo la misma de izquierda a derecha se puede recuperar el texto en claro: cuando se encuentra un uno o un dos, debe tenerse presente que el signo está ubicado en la fila uno o dos ya que no hay ningún signo con dichos números. Es primordial que el receptor pueda recuperar el texto en claro sin ambigüedades, en el proceso de desencripción. La cadena generada, no es

el texto cifrado, puesto que aún no se consideró en el proceso la intervención de la clave, que en este caso es la palabra IMAGINAR; y si se tiene en cuenta que a cada letra de la clave se le asignará un número del uno al ocho en orden ascendente de acuerdo a la ubicación del alfabeto en claro y asimismo a la ubicación en la palabra elegida, se tendrá la siguiente cadena:

Tabla 4: Clave Codificada

clave	I	M	A	G	I	N	A	R
clave codificada	4	6	1	3	5	7	2	8

Repitiendo esta cadena tantas veces como sea necesario, se logrará una cadena de la misma longitud que la cadena del texto en claro. Se escriben ambas cadenas, una debajo de la otra, y se genera una tercera cadena que resulta ser para cada posición la unidad simple de la suma entre los dígitos que corresponden a dicha posición en cada una de las cadenas entrantes.

Tabla 5: Proceso de Encriptación

P1	Salida/Entrada	texto plano codificado	2	3	1	3	9	5	2	1	1	8	5	2	0	5	9	1	8	5	9	8	1	3	2	5	7	3	1	0	7	9	1	2	1	3	1	8	9	1	8	2	5	7	1	3	2	3
P2	Proceso E	concatenacion clave	4	6	1	3	5	7	2	8	4	6	1	3	5	7	2	8	4	6	1	3	5	7	2	8	4	6	1	3	5	7	2	8	4	6	1	3	5	7	2	8	4	6	1	3	5	7
P3	Salida/Entrada	serie de dìgitos	6	9	2	6	4	2	4	9	5	4	6	5	5	2	1	9	2	1	0	1	6	0	4	3	1	9	2	3	2	6	3	0	5	9	2	1	4	8	0	0	9	3	2	6	7	0

El texto cifrado será una cadena formada por bloques de cinco dígitos y un espacio en blanco, repitiendo el proceso las veces que sea necesario.

Tabla 6: Texto Cifrado

Texto Cifrado									
69264	24954	65521	92101	60431	92326	30592	14800	93267	0

Para recuperar el mensaje, se deben deshacer los pasos descriptos; o sea el texto cifrado debe convertirse en la secuencia de dígitos del P3, ubicar debajo de dicha secuencia la secuencia del P2 que surge de la concatenación de la clave codificada, y realizar la resta sin llevarse unidades; finalmente decodificar la secuencia a partir de la matriz de tres filas y diez columnas utilizada al inicio.

Tabla 7: Proceso de Desencriptación

P3	Salida/Entrada	serie de dìgitos	6	9	2	6	4	2	4	9	5	4	6	5	5	2	1	9	2	1	0	1	6	0	4	3	1	9	2	3	2	6	3	0	5	9	2	1	4	8	0	0	9	3	2	6	7	0
P4	Proceso D	concatenacion clave	4	6	1	3	5	7	2	8	4	6	1	3	5	7	2	8	4	6	1	3	5	7	2	8	4	6	1	3	5	7	2	8	4	6	1	3	5	7	2	8	4	6	1	3	5	7
P5	Salida/Entrada	texto desencriptado	2	3	1	3	9	5	2	1	1	8	5	2	0	5	9	1	8	5	9	8	1	3	2	5	7	3	1	0	7	9	1	2	1	3	1	8	9	1	8	2	5	7	1	3	2	3

Obteniéndose:

Tabla 8: Texto Descifrado/Desencriptado

P6	Salida	texto plano	S	E	.	A	P	L	A	Z	A	.	L	A	.	R	E	U	N	I	O	N	.	D	E	L	.	L	U	N	E	S

Se propondrán ahora otras palabras para la clave y se analizarán las situaciones resultantes para cada caso, lo que permitirá visualizar fácilmente temas relacionados con los sistemas criptográficos y sobre los cuales se volverá a trabajar en los acápites posteriores.

Suponiendo ahora, que la clave elegida es AMANECER, se procede a ubicar a los signos del alfabeto en claro en la matriz de 3 filas por 10 columnas:

Tabla 9: Ubicación de los Signos del Alfabeto en Matriz 3x10

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
0			A	M	N	E	C	R	.	B
1	D	F	G	H	I	J	K	L	Ñ	O
2	P	Q	S	T	U	V	W	X	Y	Z

Por ejemplo, a la letra A le corresponde el número 3 mientras que en el ejemplo anterior le correspondía el 5, a la letra D le corresponde el número 11 y con anterioridad le correspondía el 12, a la letra V le corresponde el número 26 en ambas situaciones.

Supóngase que se desea enviar el mismo mensaje de manera cifrada:

Tabla 10: Texto Plano a Cifrar

P0	Entrada	texto plano	S	E	.	A	P	L	A	Z	A	.	L	A	.	R	E	U	N	I	O	N	.	D	E	L	.	L	U	N	E	S

La clave codificada será:

Tabla 11: Clave Codificada

clave	A	M	A	N	E	C	E	R
clave codificada	1	6	2	7	4	3	5	8

El texto encriptado será:

Tabla 12: Proceso de Encriptación

P1	Salida/Entrada	texto plano codificado	2	3	6	9	3	2	1	1	8	3	2	0	3	9	1	8	3	9	8	6	2	5	5	1	5	1	0	5	9	1	1	6	1	8	9	1	8	2	5	5	6	2	3
P2	Proceso E	concatenacion clave	1	6	2	7	4	3	5	8	1	6	2	7	4	3	5	8	1	6	2	7	4	3	5	8	1	6	2	7	4	3	5	8	1	6	2	7	4	3	5	8	1	6	2
P3	Salida/Entrada	serie de dìgitos	3	9	8	6	7	5	6	9	9	9	4	7	7	2	6	6	4	5	0	3	6	8	0	9	6	7	2	2	3	4	6	4	2	4	1	8	2	5	0	3	7	8	5

El texto cifrado también será una cadena formada por bloques de cinco dígitos y un espacio en blanco, repitiendo el proceso las veces que sea necesario.

Tabla 13: Texto Cifrado

Texto Cifrado								
39867	56999	47726	64503	68096	72234	64241	82503	785

Es interesante analizar que no coinciden las series de dígitos obtenidos en el P3 respectivo ni la cantidad de bloques de cinco dígitos.

Si se busca el texto plano, realizando las operaciones definidas oportunamente:

Tabla 14: Proceso de Desencriptación

P3	Salida/Entrada	serie de dìgitos	3	9	8	6	7	5	6	9	9	9	4	7	7	2	6	6	4	5	0	3	6	8	0	9	6	7	2	2	3	4	6	4	2	4	1	8	2	5	0	3	7	8	5
P4	Proceso D	concatenacion clave	1	6	2	7	4	3	5	8	1	6	2	7	4	3	5	8	1	6	2	7	4	3	5	8	1	6	2	7	4	3	5	8	1	6	2	7	4	3	5	8	1	6	2
P5	Salida/Entrada	texto desencriptado	2	3	6	9	3	2	1	1	8	3	2	0	3	9	1	2	3	9	8	6	2	5	5	1	5	1	0	5	9	1	1	6	1	8	9	1	8	2	5	5	1	2	3
P6	Salida	texto plano	S	E	.	A	P	L	A	Z	A	.	L	A	.	R	E	U	N	I	O	N	.	D	E	L	.	L	U	N	E	S													

Y se observa que se ha recuperado el texto plano.

A continuación se presenta otro ejemplo asignando a la clave la siguiente concatenación AAAAAAAA

Tabla 15: Proceso General de Encriptación y Desencriptación

				1	2	3	4	5	6	7	8	9	0																																	
			0			A	.	B	C	D	E	F	G																																	
			1	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	O	P																																	
			2	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z																																	
P0	Entrada	texto plano	S	E	.	A	P	L	A	Z	A	.	L	A	.	R	E	U	N	I	O	N	.	D	E	L	.	L	U	N	E	S														
P1	Salida/Entrada	texto plano codificado	2	3	8	4	3	1	0	1	5	3	2	0	3	4	1	5	3	4	2	1	8	2	5	1	7	1	0	1	7	4	7	8	1	5	4	1	5	2	5	1	7	8	2	3
P2	Proceso E	concatenacion clave	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4
P3	Salida/Entrada	serie de dìgitos	3	5	1	8	8	7	7	9	6	5	5	4	8	0	8	3	4	6	5	5	3	8	2	9	8	3	3	5	2	0	4	6	2	7	7	5	0	8	2	9	8	0	5	7
P4	Proceso D	concatenacion clave	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4
P5	Salida/Entrada	texto desencriptado	2	3	8	4	3	1	0	1	5	3	2	0	3	4	1	5	3	4	2	1	8	2	5	1	7	1	0	1	7	4	7	8	1	5	4	1	5	2	5	1	7	8	2	3
P6	Salida	texto plano	S	E	.	A	P	L	A	Z	A	.	L	A	.	R	E	U	N	I	O	N	.	D	E	L	.	L	U	N	E	S														
		clave	A	A	A	A	A	A	A	A																																				
		clave codificada	1	2	3	4	5	6	7	8																																				

El texto así encriptado resulta ser:

Tabla 16: Texto Cifrado

Texto Cifrado								
35188	77965	54808	34655	38298	33520	46277	50829	8057

Se comprueba, si se comparan los tres ejemplos, que los bloques no coinciden en contenido ni en cantidad.

Si se considera la palabra PELICANO para clave, la matriz para codificar el texto en claro, sería:

Tabla 17: Ubicación de los Signos del Alfabeto en Matriz 3x10

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
0			P	E	L	I	C	A	N	O
1	.	B	D	F	G	H	J	K	M	Ñ
2	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z

Y la clave codificada sería.

Tabla 18: Texto Cifrado

clave	P	E	L	I	C	A	N	O
clave codificada	7	3	8	4	2	1	5	6

Con lo cual, se aprecia que el sistema así descripto sirve, para palabras de longitud 8 caracteres que no se repite ninguno, o bien que se repite al menos uno y a lo sumo las ocho veces; en ésta situación distintas palabras claves arrojarían la misma clave codificada.

Definición de Sistema Criptográfico (SC):

Sistema criptográfico o criptosistema o sistema de cifrado, es un conjunto formado por cinco elementos

SC= {M, C, K, E, D}, donde

- **M**: denota al conjunto de todos los textos plano, o sea es el conjunto de todos los textos que se desean encriptar
- **C**: denota al conjunto de todos los textos encriptados (criptogramas), por lo tanto C es el conjunto de los textos planos que han sido transformados por una técnica de encriptación perfectamente determinada. Estos textos resultan *ininteligibles* si no se conoce la*clave* utilizada en el *proceso de encriptación*.
- **K**: es el espacio de claves que se pueden utilizar en un sistema criptográfico y en el cual se deposita la seguridad del mismo. Aquellas claves que generan un texto encriptado igual o semejante al texto plano o que aplicada varias veces devuelve el texto son conocidas como "claves débiles" y son desaconsejadas para cualquier sistema criptográfico, de existir las mismas deben ser pocas en relación a la cantidad de claves posibles, de manera tal que la probabilidad de elegir una de ellas sea nula.
- **E**: es el conjunto de reglas de encripción o de transformaciones de cifrado o bien de familia de funciones, que se aplican a elementos de M para obtener un elemento de C. Para k_i perteneciente a K existe una transformación única. En la mayoría de los casos será improbable que k_j, con j distinto a i, arroje una misma transformación. Por lo tanto cada método de cifrado E, está definido mediante un algoritmo y una clave k perteneciente a K que es la responsable que el algoritmo defina una cantidad innumerable de transformaciones E_k .

- **D**: es el conjunto de transformaciones de descifrado análogo a E. Vale también, que cada método de descifrado D, está definido mediante un algoritmo y una clave k perteneciente a K que es la responsable que el algoritmo defina una cantidad innumerable de transformaciones D_k .Para una clave k D_k resulta ser la inversa de E*k*, y viceversa.

- ALFABETOS: son símbolos (letras, números, signos de puntuación) que se utilizan en cadenas, tanto para los textos planos como para los encriptados. Los símbolos de ambos alfabetos no tienen por qué ser congruentes.

- PROCESO DE ENCRIPTACIÓN: Dada la quíntupla {M, C, K, E, D} el proceso, desde el punto de vista matemático será una función de E, tal que:

$$E: (M; K) \to (C; K); e_{k_j}(m_i) = c_i \forall m_i \in M; k_j \in K; c_i \in C \quad (1)$$

- PROCESO DE DESENCRIPTACIÓN: Dada la quíntupla {M, C, K, E, D} el proceso, desde el punto de vista matemático será una función de D, tal que:

$$D:(C;K) \rightarrow (M;K); d_{k_j}(c_i) = m_i \forall c_i \in C; k_j \in K; m_i \in M \quad (2)$$

- Las funciones utilizadas son biunívocas de manera tal que:

$$d_{k_j}(c_i) = d_{k_j}\left(e_{k_j}(m_i)\right) = m_i; d_{k_j} = e_{k_j}{}^{-1} \forall c_i \in C; k_j \in K; m_i \in M \quad (3)$$

Debe tenerse en cuenta, que la seguridad de un criptosistema depende de dos de los cinco elementos componentes, uno de ellos es la clave en cuanto a su longitud a los efectos de minimizar la posibilidad de probar con todas las llaves pertenecientes al espacio correspondientes, y el otro es la regla de inscripción, en cuanto a la robustez matemática de la misma.

A continuación a los efectos de profundizar en el peso de los componentes del sistema criptográfico, se transcribe un párrafo del Manual de Criptografía Aplicada de los autores Menezes, van Oorschot y Vanstone "Surge la pregunta de por qué las claves son necesarias. (¿Por qué no simplemente elegir una función de cifrado y su función de descifrado correspondiente?) Tener transformaciones muy similares pero caracterizadas por claves significa que si se revela alguna transformación particular de cifrado / descifrado, entonces no es necesario rediseñar todo el esquema sino simplemente cambiar la clave. Es práctica pseudocriptográfica cambiar la clave (transformación de cifrado / descifrado) con frecuencia. Como un análogo físico, considere un bloqueo de combinación reiniciable común. La estructura de la cerradura está disponible para cualquier persona que desee comprar una, pero la combinación la elige y establece el propietario. Si el propietario sospecha que la combinación ha sido revelada, puede restablecerla fácilmente sin reemplazar el mecanismo físico"(5). En el ejemplo presentado, se descarta que las palabras utilizadas para la clave quedan inhabilitadas para procesos posteriores y el conjunto por ellas formado quedará regido por pautas de confidencialidad.

3. Criptoanálisis:

"Si quien elabora un criptosistema nunca ha roto ninguno, desconocerá las bases del criptoanálisis y no pondrá especial cuidado en tapar aquellas grietas que pueda tener su criptosistema, las cuales acaban siendo agujeros con el trabajo del criptoanalista. Incluso creerá que sus cifras son irrompibles, como pensaba Felipe II." (06)

El criptoanálisis (del griego *kryptós*, "escondido" y *analýein*, "desatar"), consiste en buscar las debilidades del Sistema Criptográfico a los efectos de reducir o eliminar su seguridad; en otras palabras, por medio del criptoanálisis se busca acceder sin la autorización pertinente a la

información contenida en el mensaje encriptado. Los sujetos que se dedican al criptoanálisis son llamados criptoanalistas. Cualquier acción criptoanalítica aplicada a un sistema de cifrado se le conoce como *ataque* y en el caso de que ante el ataque la seguridad sucumba se dice que el sistema se ha *roto* o que ha sido *quebrado*. Sin temor a la repetición, se podría decir que el objetivo del criptoanálisis es opuesto al objetivo del criptosistema; mientras que este último busca la fortaleza en la seguridad del método de encriptación, que no es otra cosa que imposibilitar que el mensaje encriptado sea develado por quien no está autorizado a hacerlo, aquél trata de detectar la debilidad en la seguridad del método a los efectos de asirse de la información contenida en el mensaje. Y ya se pueden asociar indisolublemente, tanto el objetivo del criptosistema como el de criptoanálisis, con la probabilidad puesto que ésta es la medida de presentación de eventos de una colección exhaustiva de un espacio muestral que en general estará asociado a la clave criptográfica.

Para obtener los textos en claro, generalmente el criptoanalista trata de descubrir el criptosistema empleado y a posteriori intenta develar la clave que se utiliza para el descifrado del criptograma. Si logra el cometido a partir

del análisis de los diversos textos cifrados capturados durante la transmisión de los mismos, el método empleado queda dentro de lo que se ha dado en llamar *criptoanálisis con texto cifrado*. Otra alternativa de critpoanálisis surge de la posibilidad que el criptoanalista logre conocer textos en claro de los que se originan algunos criptogramas y que a partir de tal eventualidad logre conocer todos los textos llanos de los criptogramas, el método empleado para el quiebre se encuadra dentro del *criptoanálisis con texto claro y cifrado*. En el caso de que un sistema criptográfico resista a todos los ataques a textos en claros, a partir de conocer la regla de encriptación y un conjunto numeroso de pares de textos llanos y cifrados, se dice que el sistema es seguro, o sea que los mensajes en claro resisten a un *criptoanálisistotal*.

[5] Menezes, A.; van Oorschot, P.; Vanstone, S.; (1996) *Handbook of Applied Cryptography,* CRC Press,

[6] García, E.; López, M. A.; Ortega, J.; (2005); *Una Introducción a la Criptografía*. Universidad de Castilla-La Mancha

4. Conclusiones y Trabajos Futuros:

El tema abordado, se considera de importancia, puesto que en el ámbito de la administración es necesario:

Reemplazar la documentación en papel por su equivalente en formato digital, e instalar el valor de la información, más allá del soporte en el cual radique.

Afianzar y robustecer la sociedad de la información, en particular en lo atinente a la administración de empresas y /o de organizaciones gubernamentales o de la sociedad civil.

Fortalecer el sistema de gestión de seguridad de la información de la organización

Preservar la confidencialidad, integridad y disponibilidad de la información del sistema integral de información de las diversas Organizaciones.

Los trabajos futuros, se orientarán hacia la firma digital.

5. Referencias:

- García, E.; López, M. A.; Ortega, J., (2005); *Una Introducción a la Criptografía*; España; Universidad de Castilla- La Mancha; España
- Menezes, A.; Van Oorschot, P.; Vanstone, S., (1996); *Handbook of Applied Cryptography;* CRC Press

- Pungitore, J. L., (2013); *Sistemas Administrativos y Control Interno*; Buyatti; Argentina
- Scolnik, H.,(2014); *Qué es la Seguridad Informática*; Argentina, Paidós; Argentina
- Torres, A., (2014); *Intimidad en Jaque*, La Nación, 3/9/2014

Asociación Parcial en Tablas Estratificadas: Paradoja de Simpson

Vietri, Silvia - Del Duca, Silvina

Facultad de Ciencias Económicas. Universidad de Buenos Aires. Programa de Educación a Distancia de la Universidad de Buenos Aires (UBA XXI).

silvia.vietri@gmail.com- silvinadelduca@gmail.com

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Datos Categóricos, Tablas de Contingencia, Paradoja de Simpson

Resumen

En las ciencias sociales y de la salud, es frecuente analizar variables categóricas, cuyos datos se organizan en tablas de doble entrada, donde cada entrada representa un criterio de clasificación. Lastablasde contingenciamuestran relaciones entrevariables categóricas,a partir del cálculo deparámetros que resumen su asociación.Estos parámetros se usan para comparar grupos,a partir de la proporción de respuestas en cada categoría. En tablas de 2x2, las odds ratio (OR), definidas como razón de probabilidades, tienen especial importanciacomo medidas de tamaño de efecto.

Cuando se analizala relación entre una variable independiente (o exposición) y una variable dependiente (o respuesta), el análisis estratificado sirve para detectar el efecto ejercido por una tercera variable (modificadora de efecto),cuando se dispone de información referida a los estratos. En estas situaciones, utilizar el estadístico Chi-Cuadrado de Pearson, puede arrojar resultados equívocos (sesgo de confusión) y analizar separadamente cada estrato, no proporcionará una idea global del efecto. Por eso, para contrastar la hipótesis de independencia entre las variables exposición y respuesta, una vez controlado el efecto de los estratos, usamos el estadístico de Mantel-Haenszel, siendo la medida de asociación global, la OR de Mantel-Haenszel. Cuandoel efecto global es contrario al efecto en cada estrato, estamos en presencia de lo que se denomina confusión que invierte el efecto o Paradoja de Simpson.

En el presente trabajo utilizamos el software *InfoStat* para ilustrar estos conceptos, analizando la preferencia entre dos marcas de un mismo producto, teniendo en cuenta el sexo del consumidor y estratificando por zona geográfica.

1. Introducción

En el análisis de datos categóricos, a partir de tablas de contingencia de 2x2,la relación entre una variable independiente (exposición)y unavariable dependiente (respuesta), está en ocasiones modificada por la presencia de una terceravariable, denominada modificadora de efecto, que está relacionada con la variable en estudio y condiciona la respuesta. Esta variable modificadora de efecto, o variable de control, puede enmascarar el efecto objeto de estudio, generando un fenómeno denominado *confusión*. El análisis estratificado puede servir para detectarlo.

Supongamos que disponemos detablas de contingencia de 2x2 para estudiar el efecto de la variable exposición (X) en la variable de respuesta (Y), cada una de ellas obtenida en diversos estratos de la población. Dada la característica cualitativa que sirve para estratificar (Z), su número de clases determinará los k estratos disponibles. Es claro que cada tabla dará lugar a una evidencia de asociación diferente, siendo la cuestión cómo combinar las evidencias de asociación, a fin de dar una respuesta global al problema.

Si Z no estuviera asociada a X o a Y, uno podría globalizar las tablas por el simple colapso de las mismas, es decir, combinando las k tablas en una sola mediante la suma de sus frecuencias. De no tener en cuenta los estratos, la asociación global puede no reflejar la realidad, por la presencia de sesgo de confusión. Por eso, es preciso efectuar primero un análisis individualizado de ellas y luego, si la fuerza de la asociación en todas es la misma, globalizar esa fuerza de un modo diferente al simple colapso.

El método de Mantel-Haenszel(M-H)es el más utilizado para valorar la asociación global en un análisis estratificado. Es un método estadístico de combinación de razones de odds (OR) de estudios individuales, que se describió para combinar estratos de un mismo estudio. Para aplicarlo, es necesario conocer la distribución cruda de los datos, para cada estrato i ($1 \leq i \leq k$):

Tabla 1. Tabla de contingencia para el Estrato i

Estrato i		Variable de Respuesta		
		Presente	Ausente	
Efecto	Presente	a_i	b_i	m_{1i}
	Ausente	c_i	d_i	m_{2i}
	Totales	n_{1i}	n_{2i}	N_i

El *cociente de odds de Mantel-Haenszel (OR_M-H)* es una medida de la magnitud de asociación a lo largo de los k diferentes estratosy se calcula mediante el siguiente cociente, donde la división por N_i sirve para ponderar por los tamaños de los diferentes estratos:

$$OR_{M-H} = \frac{\sum_{i=1}^{k} \frac{a_i \cdot d_i}{N_i}}{\sum_{i=1}^{k} \frac{b_i \cdot c_i}{N_i}} = \frac{\frac{a_1 \cdot d_1}{N_1} + \frac{a_2 \cdot d_2}{N_2} + \cdots + \frac{a_k \cdot d_k}{N_k}}{\frac{b_1 \cdot c_1}{N_1} + \frac{b_2 \cdot c_2}{N_2} + \cdots + \frac{b_k \cdot c_k}{N_k}} \quad (1)$$

A partir de esta definición, las medidas de asociación que vamos a considerar son: la medida de asociación "bruta"(OR_{Bruta}) de la tabla sin estratificar; la medida de asociación en cada estratodefinido por la variable confundente (*OR_i*) y la medida de asociación final ajustada(OR global o ponderada de M-H: $OR_{M\text{-}H}$).

La hipótesis nula que queremos contrastar es, como habitualmente, que la OR global sea igual a 1:

$$H_0)\ OR_{M\text{-}H} = 1 \quad \text{vs} \quad H_1)\ OR_{M\text{-}H} \neq 1$$

Para concluir calculamos el estadístico de Mantel-Haenszel, que es una generalización directa del análisis sencillo de la prueba Chi-Cuadrado y se basa en una distribución hipergeométrica.El diseño general (para variables dicotómicas) es una prueba para grandes muestras que utiliza el estadístico χ^2 con 1 grado de libertad, cuya estructura básica es:

$$\chi^2_{M-H} = \frac{(a-E_a)^2}{Var(E_a)} \quad (2)$$

donde:

a: número de casos expuestos,

E_a: número de casos esperados,

$Var(E_a)$: varianza del total de casos esperados.

Reemplanzando en (2) los valores

$$E_a = \sum_{i=1}^{k} \frac{n_{1i} \cdot m_{1i}}{N_i} \quad (3)$$

$$Var(E_a) = \sum_{i=1}^{k} \frac{n_{1i} \cdot n_{2i} \cdot m_{1i} \cdot m_{2i}}{(N_i-1) \cdot N_i^2} \quad (4)$$

obtenemos la expresión del estadístico de Mantel-Haenszel

$$\chi^2_{M-H} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} a_i - \sum_{i=1}^{k} \frac{n_{1i} \cdot m_{1i}}{N_i}\right)^2}{\sum_{i=1}^{k} \frac{n_{1i} \cdot n_{2i} \cdot m_{1i} \cdot m_{2i}}{(N_i-1) \cdot N_i^2}} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} \frac{a_i \cdot d_i - b_i \cdot c_i}{N_i}\right)^2}{\sum_{i=1}^{k} \frac{n_{1i} \cdot n_{2i} \cdot m_{1i} \cdot m_{2i}}{(N_i-1) \cdot N_i^2}} \quad (5)$$

Si el test no da significativo, entonces no hay evidencia de asociación. Si el test da significativo, entonces hay asociación y su fuerza global $OR_{M\text{-}H}$ habrá que estimarla con la fórmula (1).

Puede darse el siguiente caso: OR_{Bruta}>1 mientras que el $OR_{M\text{-}H}$ = 1. Si no se hubiese realizado el ajuste, habríamos dado una *medida de asociación* sesgada, llegando a la falsa conclusión de quehay una asociación positivaentre las variables X e Y, cuando en realidad no están ni siquiera asociadas.La *medida de asociación* que debe darse cuando hay confusión, es el valor ajustado o ponderado, ya que el valor "bruto" está sesgado (confundido). Existe confusión cuando las $OR_{Estratos}$ son similares entre sí, pero diferentes de la OR_{Bruta}.

Cuando las $OR_{Estratos}$ son similares entre sí y diferentes de la OR_{Bruta}, puede suceder:

- que laOR_{Bruta} detecte asociación y las$OR_{Estratos}$ no la detecten: relación espuria entre X e Y.
- que laOR_{Bruta}no detecte asociación y las $OR_{Estratos}$ detecten una asociación: confusión enmascarando el efecto.
- que laOR_{Bruta}detecte asociación ylas $OR_{Estratos}$detecten una relación invertida: confusión invirtiendo el efecto (*Paradoja de Simpson*).

2. Trabajo de campo

2.1. Materiales y métodos

Para ilustrar una situación donde se da la*Paradoja de Simpson*, partimos de una experiencia que consistió en consultar a un grupo de 1220 personas (610 mujeres y 610 hombres), sobre su preferencia entre dos marcas distintas (A y B) de un mismo producto. También se registró la zona geografica, que se clasificó en rural y urbana. Se realizó un análisis estadístico para investigar si la preferencia entre las dos marcas (Y) depende del sexo (X).

Se utilizó para el análisis la versión 2015 del software estadístico InfoStat, desarrollado por la UNC (Universidad Nacional de Córdoba), específicamente el procedimiento *Tablas de contingencia* del módulo*Datos categorizados*.

2.2. Análisis exploratorio

Comencemos por observar la tabla de contingencia donde se cruza la preferencia por las marcas, en función del sexo (Tabla 2). La tabla muestra la misma cantidad de preferencias para ambas marcas (610), pero la distribución de frecuencias revela que la marca A es preferida mayoritariamente por los hombres (410), mientras que la marca B es preferida mayoritariamente por las mujeres (también 410). De las 610 mujeres, sólo 200 prefieren la marca A. En el género masculino, las preferencias se invierten: de los 610 hombres, sólo 200 prefieren la marca B. Los porcentajes de preferencia de la marca A son 32,79% para el sexo femenino y el 67,21% para el sexo masculino.

La OR_{Bruta} para esta tabla, es igual a 0.24 (IC95%: 0.19-0.30), indicando que la chance de que el sexo femenino prefiera la marca A por sobre la marca B, es 0.24 veces la chance de que el sexo masculino prefiera la marca A por sobre la marca B (un 76% menos):

$Odds_{Marca}$(fem) = P(preferencia A en mujeres) / P(preferencia B en mujeres)= (200/1220) / (410/1220)= 200 / 410

$Odds_{Marca}$(masc)=P(preferencia A en hombres) / P(preferencia B en hombres)=(410/1220) / (200/1220)=410 / 200

OR_{Bruta} = $Odds_{Marca}$(fem) / $Odds_{Marca}$(masc)= (200/410) / (410/200) = $200^2 / 410^2$ = 0.24.

La Tabla 2, además de los cocientes de chance (odds ratio), muestra el estadístico Chi Cuadrado de Pearson, que es igual a 144.59 y es significativo, con un p_valor<0.0001. Esto indica asociación entre las variables Marca y Sexo.

Tabla 2. Tabla de contingencia Marca por Sexo

Frecuencias absolutas
En columnas:Marca

Sexo	A	B	Total
Femenino	200	410	610
Masculino	410	200	610
Total	610	610	1220

Frecuencias relativas por filas(expresadas como porcentajes)
En columnas:Marca

Sexo	A	B	Total
Femenino	32,79	67,21	100,00
Masculino	67,21	32,79	100,00
Total	50,00	50,00	100,00

Estadísticos para la tabla marginal

Estadístico	Valor	gl	p
Chi Cuadrado Pearson	144,59	1	<0,0001
Chi Cuadrado MV-G2	147,59	1	<0,0001
Irwin-Fisher bilateral	-0,34		<0,0001
Coef.Conting.Cramer	0,24		
Coef.Conting.Pearson	0,33		
Coeficiente Phi	-0,34		

Cocientes de chance (odds ratio)

Estadístico	Estim	LI 95%	LS 95%
Odds Ratio 1/2	0,24	0,19	0,30
Odds Ratio 2/1	4,20	3,31	5,34

Para detectar la posibilidad de que haya sesgo de confusión, vamos a ampliar el estudio con un análisis estratificado, considerando el dato disponible de la zona geográfica. Esto servirá para detectar el posible efecto ejercido por una tercera variable, en este caso la Zona. Si se diera esta situación, utilizar el estadístico Chi-Cuadrado de Pearson, puede arrojar resultados equívocos (sesgo de confusión).

3. Desarrollo

Cuando se estratifica por Zona (rural-urbana), las tablas de contingencia son las que aparecen, respectivamente en las Tablas 3 y 4. En la Tabla 3, correspondiente a la zona rural, observamos que se consultó a 500 mujeres y 110 varones. Los porcentajes de preferencia de la marca A son 20% para el sexo femenino y 9.09% para el sexo masculino.

Acá vemos que se invierte la medida de asociación: la OR_{Rural} es igual a 2.50 (IC 95%: 1.28 – 4.90), lo que indica que en la zona rural, las mujeres tienen 2.5 veces la chance de preferir la marca A por sobre la marca B, que los hombres:

$Odds_{Marca}$(fem) = P(preferencia A en mujeres) / P(preferencia B en mujeres)= (100/610) / (400/610)= 100 / 400

$Odds_{Marca}$(masc)= P(preferencia A en hombres) / P(preferencia B en hombres)= (10/610) / (100/610)= 10 / 100

OR_{Bruta} = $Odds_{Marca}$(fem) / $Odds_{Marca}$(masc)= (100/400) / (10/100) = 100^2 / 4000 = 2.5

Tabla 3. Tabla de contingencia para el estrato Zona Rural

Tablas para el estrato:Rural

Frecuencias absolutas

En columnas:Marca

Sexo	A	B	Total
Femenino	100	400	500
Masculino	10	100	110
Total	110	500	610

Frecuencias relativas por filas(expresadas como porcentajes)

En columnas:Marca

Sexo	A	B	Total
Femenino	20,00	80,00	100,00
Masculino	9,09	90,91	100,00
Total	18,03	81,97	100,00

Estadisticos para el estrato: Rural

Estadístico	Valor	gl	p
Chi Cuadrado Pearson	7,26	1	0,0071
Chi Cuadrado MV-G2	8,28	1	0,0040
Irwin-Fisher bilateral	0,11		0,0088
Coef.Conting.Cramer	0,08		
Coef.Conting.Pearson	0,11		
Coeficiente Phi	0,11		

Cocientes de chance (odds ratio)

Estadístico	Estim	LI 95%	LS 95%
Odds Ratio 1/2	2,50	1,28	4,90
Odds Ratio 2/1	0,40	0,20	0,78

En la Tabla 4, correspondiente a la zona urbana, observamos que se consultó a 110 mujeres y 500 varones. Los porcentajes de preferencia de la marca A son 90,91% para el sexo femenino y 80% para el sexo masculino.

Vemos que la OR_{Urbana} también es igual a 2.50 (IC 95%: 1.28 – 4.90), indicando que también en la zona urbana, las mujeres tienen 2.5 veces la chance de preferir la marca A por sobre la marca B, que los hombres.

Tabla 4. Tabla de contingencia para el estrato Zona Urbana

Tablas para el estrato:Urbana

Frecuencias absolutas
En columnas:Marca

Sexo	A	B	Total
Femenino	100	10	110
Masculino	400	100	500
Total	500	110	610

Frecuencias relativas por filas(expresadas como porcentajes)
En columnas:Marca

Sexo	A	B	Total
Femenino	90,91	9,09	100,00
Masculino	80,00	20,00	100,00
Total	81,97	18,03	100,00

Estadisticos para el estrato: Urbana

Estadístico	Valor	gl	p
Chi Cuadrado Pearson	7,26	1	0,0071
Chi Cuadrado MV-G2	8,28	1	0,0040
Irwin-Fisher bilateral	0,11		0,0088
Coef.Conting.Cramer	0,08		
Coef.Conting.Pearson	0,11		
Coeficiente Phi	0,11		

Cocientes de chance (odds ratio)

Estadístico	Estim	LI 95%	LS 95%
Odds Ratio 1/2	2,50	1,28	4,90
Odds Ratio 2/1	0,40	0,20	0,78

4. Resultados

En la Tabla 5, podemos ver los estadísticos corregidos por efecto del estrato. La prueba de Mantel-Haenszel testea si la medida de asociación (OR_{M-H}) puede considerarse distinta de 1. En este caso, el estadístico, calculado a partir de la fórmula (5), es igual a 14.5, que en una distribución Chi-Cuadrado con 1 grado de libertad, deja un p_valor igual a 0.0001. La decisión es rechazar Ho, por lo que la medida de asociación puede considerarse significativamente distinta de 1. La medida ajustada, que es la OR de Mantel_Haenszel (OR_{M-H}), calculada a partir de la fórmula (1), vale 2.50 (IC95%: 1.93 - 3.24), igual que la OR de cada estrato.

Tabla 5. Corrección de Mantel-Haenszel

Estadísticos corregidos por efecto de estrato
Prueba de Cochran-Mantel-Haenszel

Estadístico	gl	p
14,50	1	0,0001

Cocientes de chance (odds ratio) de Mantel-Haenszel

Estadístico	Estim	LI 95%	LS 95%
MH Odds Ratio(1/2)	2,50	1,93	3,24
MH Odds Ratio(2/1)	0,40	0,31	0,52

5. Discusión

Para ilustrar el el sesgo de confusión analizamos la tabla de contingencia donde cruzamos Marca y Sexo, estratificando por Zona, con k=2 (pues hay dos estratos: zona rural y urbana). En cada estrato ocurre que $OR_{Rural}=OR_{Urbana}=2,50 > 1$, mostrando que las mujeres tienen 2.5 veces la chance de preferir la marca A por sobre la marca B, que los hombres, tanto en la zona rural como en la zona urbana. Sin embargo, el colapso de los datos (Tabla 2) mostraba una $OR_{Bruta}=0,24<1$, indicando que la chance de preferir la marca A por sobre la marca B, es un 76% menor en el sexo femenino.

A pesar de que las asociaciones en cada estrato son homogéneas, la asociación global es de distinto signo. Lo que sucede es que la zona está asociada tanto a la marca y como al sexo, produciendo una asociación irreal entre las dos últimas características, reflejada en la OR_{Bruta}. Como la variable Zona está confundiendo la verdadera asociación entre Marca y Sexo, es precisa la estratificación para observar la verdad (que las mujeres tienen más del doble de veces la chance de preferir la marca A por sobre la marca B,que los hombres).

Este es un ejemplo del efecto confusión denominado*Paradoja de Simpson*, donde se muestra el efecto que la omisión de una variable explicativa categórica puede tener sobre la medida de asociación bruta.

Una razón para esta aparente paradoja se debe a la desigual problación entre la ciudad y el campo. En el área rural, la mayoría de los sujetos consultados fueron mujeres, mientras en la ciudad, la mayoría de los consultados fueron varones. Como conclusión podemos decir que el *Sexo* es un factor confusor, que invierte el sentido de las preferencias.

6. Referencias

- Agresti, Alan (2002). *Categorical Data Analysis*. Second Edition. John Wiley & Sons, Inc., Publication
- Hair J, Anderson R y otros (1999).*Análisis Multivariante*.Prentice Hall. Madrid 5ta edition.
- Fleiss, J.L.(1981). *Statistical Methods for Rates and Proportions*. Second Edition. Wiley Series in Probability and Statistics.
- Simpson's Paradox. https://www3.nd.edu/~busiforc/handouts/Other%20Articles/simponsparadox.html
- *InfoStat.* Universidad Nacional de CórdobaUNC. Versión 2015.
- Balzarini, M.G., Gonzalez L. y otros. (2008). *InfoStat: Manual del Usuario*, Editorial Brujas, Córdoba, Argentina.

Implementación del software R Commander en las carreras de Contador Público y Licenciatura en Administración de la Facultad de Ciencias Económicas y Estadística de la Universidad Nacional de Rosario

Álvarez, E. [1] – Cámpora, J.J.[1] – Cuesta, C.[1] – Meroi, N.[1]
[1]Facultad de Ciencias Económicas y Estadística, Universidad Nacional de Rosario
alvarezevange@gmail.com–juanjosecampora@gmail.com–ccuesta@fcecon.unr.edu.ar–normameroi@outlook.com

Especialidad: Estadística Aplicada
Palabras Clave: Propuesta didáctica, R-Commander, Contador Público, Licenciatura en Administración, Nuevas tecnologías

Resumen

Las nuevas tecnologías de la información y de la comunicación están produciendo un gran impacto y transformación en la sociedad, en la cultura y, por extensión, en la educación. Estas tecnologías abren nuevas concepciones para la enseñanza, favorecen el cambio y la mejora en nuestras aulas, especialmente en campos específicos de la educación.En particular, un administrador y/o contador debe comprender los conceptos estadísticos y sus aplicaciones, lograr apreciar el poder de las herramientas estadísticas y, especialmente, reconocer situaciones en las cuales puede hacer uso efectivo de las mismas.
Hoy en día los cursos de estadística para administradores y contadores efectuaron un cambio de paradigma, desplazando el cálculo hacia la atenta selección de métodos y la interpretación crítica de los resultados. Debido a esto, en nuestra asignatura, los docentes estamos replanteando nuestro quehacer en el aula y evaluando la factibilidad de implementar el uso de nuevas tecnologías mediante el programa R Commander en el dictado de clases. Este programa fue elegido por ser un software de libre acceso,al que todo estudiante podrá tener alcance, además de ser de fácil manejo para el trabajo con bases de datos.
En el presente trabajo se muestra la implementación del software R-Commander mediante una experiencia preliminar realizada en sólo dos comisiones de la cátedra Métodos Estadísticos y Estadística para Administradores con el fin de extenderlo a todas las comisiones y a las distintas unidades del programa, intentando de esta formamejorar la enseñanza y el aprendizaje en nuestras aulas.

6 Introducción

La sociedad actual,llamada de la información, demanda cambios en los sistemas educativos de forma que éstos se tornen más flexibles,accesibles, menos costosos y en los que los ciudadanos puedan incorporarse en cualquier momento de su vida.Estas tecnologías abren nuevas concepciones para la enseñanza, favorecen el cambio y la mejora en nuestras aulas, especialmente en campos específicos de la educación.
Nuestras instituciones de formación superior, para responder a estos desafíos, deben revisar sus referentes actuales y promover experiencias innovadoras en los procesos de enseñanza-aprendizaje apoyados en las nuevas tecnologías de la Información y la Comunicación. Y, contra lo que estamos acostumbrados, el énfasis debe hacerse en la docencia, en los cambios de estrategias didácticas de los profesores, en los sistemas de comunicación y distribución de los materiales de aprendizaje, en lugar de enfatizar la disponibilidad y las potencialidades de las tecnologías. La universidad y el profesor dejan de ser fuentes de todo conocimiento y el profesor pasa a actuar de guía de alumnos para facilitarles el uso de recursos y herramientas que necesitan para explorar y elaborar nuevos conocimientos y destrezas, es decir, el profesor pasa a actuar como gestor de éstos recursos de aprendizaje y acentúa su papel de orientador.

Las nuevas tecnologías son medios que facilitan el acercamiento al conocimiento, facilitan mejores formas de presentar y aprender los contenidos de las distintas disciplinas y aumentan las posibilidades de acceso a los procesos formativos. Además, muchos contenidos e informaciones, debido a su naturaleza especial, no pueden conocerse y aprenderse si no es con didácticas específicas, y a esto ayuda de forma singular la utilización de la informática.

Los cambios tecnológicos, sobre todo los asociados a los medios de comunicación y a la informática, suponen también un importante cambio en la visión del mundo, en la cultura, en las formas de acceso al conocimiento, en la interpretación de la realidad, y, por todo ello, por lo tanto, en la concepción que se tiene de aprendizaje y de educación. La relevancia de las nuevas tecnologías en el procesamiento de la información no puede ser ignorada, ya que, de hacerlo, se aumentaría la brecha entre la visión del mundo que tienen los alumnos con respecto a la de los educadores. Ante esta situación, lo más perjudicial que puede suceder es que un profesor adopte una postura pasiva, o sea coexista en forma inconsciente con las nuevas tecnologías, ignorando el beneficio que puede acarrear su uso en la enseñanza, lo cual haría de los centros educativos un mundo aparte cada vez más alejado de la realidad del educando, y, por lo tanto, cada vez con menos sentido para éste, ya que se encuentra en constante contacto con los medios de comunicación y las nuevas tecnologías fuera de la escuela. Por otra parte, algunos profesores adoptan una postura hipercrítica, éstos ven en las nuevas tecnologías una seria amenaza para nuestra cultura y tratan de advertir y proteger a sus alumnos, pero son muy pocos los estudiantes que comparten la visión que estos profesores adoptan.

Hay otras posturas a las antes citadas: una de ellas, la pragmática, que es la que adoptan los profesores que tratan de sacar el mayor provecho posible de las nuevas tecnologías pero que no asumen que entre sus funciones está la de plantearse críticamente si el uso de estas está contribuyendo o no a formar personas autónomas, o sea, el alumno se sirve de ella para alcanzar los objetivos del aprendizaje. Los medios didácticos y/o documentos tendrán cabida en la enseñanza en la medida en que sean compatibles con las teorías de aprendizaje que sustentan la práctica docente. Por otro lado, la postura de quienes, además de beneficiarse de las posibles ventajas de las nuevas tecnologías en el aprendizaje, las plantean como agentes educativos en nuestra sociedad y procuran que sus alumnos estudien la presencia de nuevos medios de comunicación en la llamada sociedad de la información en que les ha tocado vivir. El objetivo principal de esta postura que denominamos crítica será maximizar las ventajas de los medios y minimizar sus posibles influencias negativas.

La importancia de las nuevas tecnologías en la vida de los alumnos exige al profesor responsable algo más que su adecuada utilización en la enseñanza ya sea como medios o como contenidos. La incorporación de las nuevas tecnologías en el currículo exige un planteamiento que supere los límites de la escuela para reflexionar sobre las implicaciones sociales de los nuevos medios.

En la actualidad, es de vital importancia que las personas que buscan hacer carrera en los negocios y en la administración pública o en la economía tengan conocimientos de estadística. El uso creciente de la estadística en esta área es parte de la tendencia a basar las decisiones en fundamentos objetivos y científicos. Los datos estadísticos son concisos, específicos, capaces de ser analizados objetivamente mediante procedimientos formales, o sea, son de suma utilidad en muchas funciones tanto administrativas como contables: establecer metas, evaluar el rendimiento, medir el progreso y localizar puntos débiles.

Las organizaciones recopilan datos sobre sus operaciones internas a través de sistemas contables y otros sistemas de reportes de datos. Estas masas de datos, por sí solas, tienen poco significado, por lo cual resulta necesario procesarlos y resumirlos con aplicación de métodos estadísticos.

En estos tiempos los estudiantes tienen fácil acceso a softwares estadísticos, ya sea en la propia facultad, a través de sus computadoras personales o incluso de sus teléfonos celulares, todos elementos que son capaces de realizar todos los cálculos y las representaciones gráficas necesarias para dar sentido a los datos con los que se cuenta.

No hace mucho tiempo atrás estaba justificado que los cursos tuviesen como punto central la repetición interminable de cálculos hechos a mano; hoy en día los cómputos rutinarios representan una distracción. Los problemas importantes: cómo se deben recopilar los datos, qué método de análisis se debe utilizar, qué hipótesis asumir y cómo verificarlas y cuál es el significado de los resultados, deben ser los temas centrales de los cursos de estadística.Para lograr ello, los docentes de la cátedra consideramos oportuno incorporar las nuevas tecnologías en las asignaturas que tenemos a cargo, la herramienta elegida para hacerlo es implementar el uso de las nuevas tecnologías mediante el programa R Commander en el dictado de clases. Este programa fue elegido por ser un software gratuito y de libre acceso,al que todo estudiante podrá tener alcance, además de ser de fácil manejo para el trabajo con bases de datos.

7 Objetivos

La experiencia llevada a cabo tiene como objetivos la aplicación del software y la evaluación de la propuesta, así como la deducción, por parte de los estudiantes, del ahorro de tiempo en la resolución de ejercicios, propiciando mejoras para la interpretación de resultados. Otra de las finalidades fue la valoración por parte de los alumnos del material brindado con el fin de poder incorporar las mejoras que se consideren necesarias. También se buscó evaluar el aprendizaje que tuvieron los alumnos a raíz del proyecto llevado a cabo.

Mediante este proyecto,además, se intenta actualizar la forma de dictado de la materia. También, se procura lograr que las clases fomenten la importancia de la estadística en futuros contadores y/o administradores, de modo tal que les sea útil para la toma de decisiones. La aplicación de nuevas tecnologías es de suma importancia porque no sólo acorta la distancia entre alumnos multimedia y docentes, sino que también lo hace entre los propios docentes que integran la materia, que por diferencias generacionales tienen distintos grados de conocimiento respecto a las nuevas tecnologías. Incorporar los nuevos medios al proceso enseñanza-aprendizaje es una forma también de incluir y nivelar a todos los integrantes de la cátedra.

Toda la información obtenida de esta experiencia servirá como base para evaluar la factibilidad de una futura implementación del software no sólo en las demás unidades de la materia, sino también en todas las comisiones de la cátedra.

8 Metodología

Las asignaturas “Métodos Estadísticos” de la carrera de Contador Público y “Estadística para Administradores” de la Licenciatura en Administración de la Facultad de Ciencias Económicas y Estadística de la Universidad Nacional de Rosario figura como materia del segundo cuatrimestre del segundo año del Plan de Estudios de dicha Facultad que

corresponde al Plan 2003, actualmente vigente. Si bien dicha materia se corresponde al segundo cuatrimestre, la misma se dicta en ambos cuatrimestres para una cantidad aproximada de mil alumnos distribuidos en 11 comisiones a cargo de doce profesores. El dictado de la materia cuenta con una carga horaria de 6 horas de reloj semanales.
En el presente trabajo se muestran los resultados de la implementación del software en las primeras unidades de las materias anteriormente mencionadas, que conciernen los temas relacionados a estadística descriptiva. Para llevar adelante la propuesta se entregó un material elaborado por los docentes a cargo de la investigación, en dos de las once comisiones de la cátedra. En el mismo, además de presentar y describir las bondades del software utilizado, se detallaron los pasos a seguir para su instalación y su uso en la resolución de un ejercicio de la práctica de análisis descriptivo. Dicho ejercicio debió ser entregado en tiempo y forma para la posterior evaluación del desempeño de los alumnos por parte de los docentes. Por otra parte, los alumnos expresaron en una encuesta de opinión las dificultades que encontraron en la lectura del material y en la aplicación del programa. Por último, al finalizar el desarrollo de las primeras unidades, se evaluó a los alumnos a partir de un ejercicio con una salida de este software, en el cual debían interpretar los resultados con los correspondientes fundamentos teóricos.

9 Resultados

9.1 Ejercicio realizado en grupos utilizando por primera vez el software R- Commander

A continuación, se presenta la consigna del ejercicio que los alumnos debieron entregar una vez entregado el material de cómo aplicar el software**.**
Ejercicio: "Se reunieron datos sobre los gastos semanales en telefonía fija de una muestra de familias urbanas. Los datos obtenidos están agrupados de acuerdo con el número de miembros de cada familia. Los gastos fueron los siguientes (en $):
Familias de 1 miembro: 67 62 168 128 131 118 80 53 99 68 76 55 84 77 70 140 84 65 67 183
Familias de 2 miembros: 129 116 122 70 141 102 120 75 114 81 106 95 94 98 85 81 67 69 119 105 94 94 92
Familias de 3 miembros: 79 99 171 145 86 100 116 125 82 142 82 94 85 191 100 116
a) Complete la siguiente tabla:
b) Interprete todas las medidas que figuran en la tabla
c) Construya un diagrama de tallo y hojas para los datos correspondientes a las familias de 3 miembros.
d) Construya el diagrama de caja para los tres tipos de familias, calculando las medidas que sean necesarias.Compare los diagramas de caja y saque conclusiones."
Los resultados de la resolución de dicho ejercicio fueron los siguientes:

Tabla 1. Resultados de la ejercitación propuesta a los alumnos según inciso.

Resultado	Inciso			
	a	b	c	d
Muy Bueno	19	22	14	3
Bueno	8	5	12	0

Malo	0	0	1	23
No responde	3	3	3	4

Los resultados de los incisos a, b y c se consideraron muy satisfactorios. Sin embargo, puede observarse en la tabla, que no fue así con los resultados obtenidos para el inciso d, ya que la mayoría de los alumnos no lo pudo responder. Debido a esto se evaluó el material brindado y se pudo observar que había una falencia en cuanto a la explicación de la resolución de dicho apartado, por lo cual esta situación incorporó la necesidad de mejorar la guía que se debe otorgar a los alumnos.

9.2 Encuesta de opinión realizada a los alumnos

A los alumnos que participaron del proyecto se les realizó una encuesta de opinión respecto a la implementación del software, una vez que los mismos habían completado su experiencia, la misma tuvo carácter de anónima. A continuación, se presentan los resultados obtenidos:

- En cuanto a la instalación: el 77% logró instalar de manera exitosa el programa.
- En cuanto al material: el 43% opinó que era claro, el resto lo consideró incompleto.
- Clase explicativa: el 50% solicitó una clase previa para poder utilizar mejor la herramienta.
- Conformidad con el software: el 89% expresó estar conforme.
- Continuidad: el 25% sugirió la implementación del programa en todas las unidades de la materia.

9.3 Ejercicio evaluativo de la aplicación del software R- Commander

Se evaluó el aprendizaje en un total de 56 alumnos de las comisiones 6 y 11 de Contador Público y Licenciatura en Administración a través de un ejercicio que contenía, mediante una salida del software, las medidas descriptivas, el gráfico de frecuencias y el diagrama de caja y bigotes de una cierta distribución. Los incisos del ejercicio eran los siguientes:

“a) Indique a partir de qué gráfico usted puede comentar respecto de la forma de la distribución. Comente sobre la misma.

b) Indicar cuáles son las medidas, de posición y de dispersión, más representativas para estos datos. Interpretarlas.”

Los resultados que se obtuvieron teniendo en cuenta los fundamentos teóricos asociados a estadística descriptiva fueron los siguientes:

- En el inciso a: la totalidad de los alumnos contestó correctamente.
- En el inciso b: el 64% eligió e interpretó las medidas correctas. Respecto del 36% restante: el 50% eligió las medidas correctamente pero no las interpretó, el 20% eligió correctamente, pero las interpretó en forma incorrecta y el 30% restante no respondió.

10 Conclusiones y trabajos futuros

Dada la importancia y necesidad de implementar las nuevas tecnologías en el dictado de las clases de Métodos Estadísticos y Estadística para Administradores se opta por elegir R Commander por ser un software libre y con interfaz gráfica, lo cual lo hace de fácil manejo.

En esta experiencia realizada en el aula los alumnos manifestaron conformidad y predisposición con la utilización del software, hecho que alienta a los docentes a incorporar el uso del programa en todas las unidades e incluso en las instancias evaluativas.

Se cree que el uso de este software permitirá hacer más hincapié en los conceptos que en los cálculos, y de esta forma poder despertar un mayor espíritu crítico respecto a los datos estadísticos que los alumnos reciben de manera permanente.

La realización de este trabajo provocó un ida y vuelta en la relación docente-alumno y mostró un especial interés y compromiso por parte del alumnado para responder con las tareas que le fueron asignadas, hecho que fue de mucha gratitud para los docentes que llevamos a cabo la experiencia.

A partir de la devolución hecha por los alumnos se hace necesario mejorar y ampliar el material brindado, así como también, dictar una clase introductoria.

Los resultados de esta investigación se utilizarán en el proceso de mejora de los cursos de Estadística para Contador Público y Licenciatura en Administración, tarea que ya se ha iniciado hace varios años, y se podrá aplicar también para el diseño de nuevos cursos de Estadística tanto de grado como de posgrado.

Las propuestas didácticas diseñadas, aplicadas y evaluadas en el marco del proyecto, así como los materiales que surjan, se pondrán a disposición de la comunidad en formato digital. Todos estos recursos podrán ser utilizados para la enseñanza de la estadística.

Referencias

- Anderson, S. (1999). “Estadística para Administración y Economía”, 7ª. Edición, Editorial Thomson Editores.
- Berenson, M.; Levine, D; Krehbiel, T (2006). “Estadística para Administración”. 2ª Edición, Editorial Pearson.
- Driscoll, M.; Vergara, A. (1997). “Nuevas tecnologías y su impacto en la educación del futuro” Pensamiento Educativo.Vol. 21.
- Gutiérrez Martín, A. (1997). “Educación Multimedia y Nuevas Tecnologías”. Ediciones de la Torre.
- Kohler, H. (1998). “Estadística para negocios y economía”, 9ª Edición en español, Compañía Editorial Continental.
- Salinas, J., de Benito, B. y Pérez, A. (1999): "Tecnologías de la Información y la Comunicación en la Enseñanza universitaria: el caso de la UIB". Comunicación. I Simposium Iberoamericano de Didáctica universitaria: La Calidad de la docencia universitaria. Universidad de Santiago de Compostela.
- The R Project for Statistical Computing. https://www.r-project.org/ Consultado 14/11/2016
- Tutorial de R.http://www.tutorialr.es/es/descripcion.html7/Consultado 05/11/2016

- Webster, A. (2000). "Estadística aplicada a los negocios y la economía" 3ªEdición Irwin McGraw-Hill.

Gestión del Riesgo de Crédito con Cadenas de Márkov en Python y R

Casparri, María Teresa–Tarullo, Eduardo– Bosano, Joaquín – Temoli, Gabriela – Biondi Grané, Josefina

Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires- Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires - Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires - Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires - Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
casparri@hotmail.com – eatarullo@yahoo.com.ar – joaquinbosano@economicas.uba.ar[8] – gabriela.temoli@hotmail.com –josefinabg@hotmail.com

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Riesgo de Crédito, Cadenas de Markov, Migracion Crediticia, Python, R

Resumen

Se proponen dos implementaciones del cálculo de una matriz de migración de créditos con probabilidades de transición constantes y un número discreto y finito de estados posibles (calificación crediticia). Así como su correspondiente tendencia de largo expresada como una distribución discreta. Estas implementaciones se dan en dos idiomas de programación distintos, Python y R. El objetivo principal de esta comunicación breve es proponer una herramienta pedagógica para incorporar programación como apoyo a los contenidos teóricos de una materia de matemática aprovechando una aplicación que sea a la vez, simple de entender, y de utilidad verosímil en la industria financiera. Un objetivo secundario es aprovechar la implementación en parte o en su totalidad para su uso por una institución que se enfrente a riesgo de crédito de algún tipo.
El trabajo esta divido en 5 partes. La primera parte expone el problema de aplicación, así como los últimos avances en el campo de la estimación y aplicación de matrices de migración crediticia. La segunda parte expone la base teórica necesaria para comprender la metodología de estimación y el cálculo de la distribución estacionaria de la matriz de migración crediticia, o matriz de transición. La tercera y cuarta parte exponen las implementaciones en Python y R respectivamente. La quinta parte expone una breve conclusión.

11 Introducción

Se busca resolver el problema de una institución poseedora de una cartera de préstamos con riesgo de crédito. El riesgo de crédito de un préstamo dado es observable de manera imperfecta a partir de su calificación crediticia que toma un valor de un conjunto discreto y finito de estados. A medida que pasa el tiempo, un préstamo puede migrar de calificación crediticia. Este enfoque fue propuesto primeramente por (Morgan, 1997), en el marco de los acuerdos de Basilea I (Crouhy, Galai, & Mark, 2000). La dificultad consiste en modelar la distribución de los cambios en la calificación crediticia condicional a la información disponible Fei, Fuertes, & Kalotychou, (2012). Los aspectos metodológicos de estos enfoques son ampliamente estudiados por Jafry & Schuermann, (2004) y por Barnard, (2017).

[8]Autor de contacto.

Los cambios en la calificación de los préstamos a través del tiempo se pueden representar en una matriz de migraciones (Grzybowska, Karwański, & Orłowski, 2012), que bajo ciertos supuestos, toma la forma de una cadena de Markov. Esta cadena puede tener componentes fijos o dinámicos, y es posible condicionar la cadena sobre variables exógenas, explorado por Jones (2005) con el propósito de mejorar su precisión.

Si la cadena representa correctamente la distribución condicional del riesgo crediticio de los préstamos, entonces puede usarse con propósitos de fijación de tasa para préstamos con características similares, y para el pronóstico de pérdidas por mora. Este tipo de desarrollo puede usarse, además como componente intermedio para modelos más complejos de riesgo de crédito (Hurd & Kuznetsov, 2007), para la valuación de derivados de crédito (Hurd & Kuznetsov, 2006), y para el desarrollo de pruebas de tensión para carteras de préstamos (Bangia, Diebold, Kronimus, Schagen, & Schuermann, 2002).

Otras perspectivas exploran la adecuación de estos métodos a las normativas de Basilea II, (Yavin, Wang, Zhang, & Clayton, 2014) explora. La administración del riesgo de crédito soberano (Perilioglu & Tuysuz, 2015), y municipal (Baena-Mirabete & Puig, 2018). En este trabajo se ofrece una implementación y testeo de algunos de estos enfoques en los idiomas de programación Python y R. En particular, se propone la estimación de una matriz de transición de riesgo crediticio a partir de una base de datos sintética cuando es posible observar la migración crediticia a nivel de cada contrato y cuando se tiene información incompleta al estilo de (Jones, 2005).

12 Marco teórico

Un espacio de probabilidad es una 3-upla $(\Omega, F(\Omega), P)$ donde:

1. Ω es el espacio muestral, un conjunto no vacío compuesto por todos los resultados elementales posibles que surgen de la repetición de un experimento aleatorio.
2. $F(\Omega)$ es la estructura de información generada por Ω. Podemos decir que $F(\Omega)$ puede representar los eventos que pueden ser observados a partir del espacio muestral. Matemáticamente, definimos a $F(\Omega)$ como cualquier conjunto de subconjuntos de Ω tal que se cumplan tres propiedades:
   a. Notando a θ como el conjunto vacío, tenemos que $\theta \epsilon\ \mathrm{F}(\Omega)\ \wedge\ \Omega \epsilon\ \mathrm{F}(\Omega)$.
   b. Si $F_0, F_1, \ldots, F_i \epsilon\ \mathrm{F}(\Omega)$, entonces $\bigcup_{i=0}^{\infty} F_i \epsilon \mathrm{F}(\Omega)$, y $\bigcap_{i=0}^{\infty} F_i\ \epsilon \mathrm{F}(\Omega)$.
   c. El complemento de un conjunto $F \in \mathrm{F}(\Omega)$ relativo a Ω, también pertenece a $\mathrm{F}(\Omega)$.
3. P es una medida de probabilidad que le asigna un número entre cero y un inclusive a los eventos en $\mathrm{F}(\Omega)$. Para que esta medida este bien definida, también debe cumplir con dos propiedades:
   a. $P(\theta) = 0\ \wedge\ P(\Omega) = 1\ \wedge\ P(F) \epsilon [0,1]\ \forall\, F\ \epsilon\ F(\Omega)$.
   b. Para dos conjuntos disjuntos $F_1, F_2\ \epsilon\ F(\Omega) \vee F_1 \cap F_2 = \ \theta$, entonces $P(F_1 \cup F_2) = P(F_1) + P(F_2)$.

Un proceso estocástico discreto es una sucesión de variables aleatorias$\{X_0; X_1; \ldots; X_n; \ldots\}$, con $n \in \mathbb{N}$, y $X_i : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$ funciones reales con dominio en el espacio muestral definidas sobre un espacio de probabilidad. Una cadena de

Markov (finita) es proceso estocástico que consiste en una sucesión de pruebas cuyos resultados $X_0, X_1, \ldots$ satisfacen las siguientes dos propiedades:

Existe una probabilidad fija P_{ij} independiente del tiempo, tal que:

$$P_{ij} = P(X_{n+1} = i | \mathrm{X_n} = j,\ \mathrm{X}_{n-1} = i_{n-1}, \ldots, \mathrm{X_0} = i_0), \quad n \geq 0.\textbf{(1)}$$

Con $i, j, i_0, \ldots, i_{n-1} \in \Omega$, entonces dicho proceso se denomina Cadena de Markov.La anterior expresión se lee como: la probabilidad de pasar del estado j al estado i es igual al probabilidad de que la variable aleatoria en el momento $n + 1$ sea igual a i condicionada a que la variable en el momento anterior (n) tome valor j, y que la variable en los momentos anteriores tomen cualquier valor, digamos $(i_{n-1}, \ldots i_0)$ respectivamente.

Esto significa que la distribución de cualquier estado un momento en el futuro , X_{n+1}, queda determinada únicamente por el estado presente ,X_n y es independiente de todos los estados anteriores.Claramente como P_{ij} es una probabilidad debe satisfacer condiciones de no-negatividad y cierre.

$$P_{ij} \geq 0,\ \sum_{i=1}^{\infty} P_{ij} = 1\ \forall\ j = 0,1, \ldots\textbf{(2)}$$

Llamamos a P_{ij}, probabilidades de transición (de j a i en un solo paso).Cada resultado pertenece a un conjunto finito de estados $\{S_1, S_2, S_3, \ldots, S_N\}$ llamado espacio de estados del proceso[9]. Esta información se puede resumir en una matriz de transición:

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \ldots & P_{1m} \\ P_{21} & P_{22} & \ldots & P_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ P_{m1} & P_{m2} & \ldots & P_{mm} \end{bmatrix}\textbf{(3)}$$

El vector fila $[P_{i1}, P_{i2}, \ldots, P_{im}]$ representa lala distribución de probabilidad del proceso condicionado a que el mismo se encuentre en el estado i en el momento anterior.Para cada cadena finita de Markov la matriz de transición es estocástica y, recíprocamente, cada matriz estocástica se corresponde con la matriz de transición de alguna cadena o proceso de Markov. La distribución de X_n queda definida de manera recursiva por $X_n = PX_{n-1}$.

Interesa desde el punto de la aplicación conocer, si existe, la tendencia de largo plazo del proceso. Definiendo a la misma como:

$$\lim_{n\to\infty} X^{(n)} = \pi\textbf{(4)}$$

Podemos escribir:

$$\pi = \lim_{n\to\infty} X^{(n)} = \lim_{n\to\infty} PX^{(n-1)} = P\pi\textbf{(5)}$$

Por lo tanto, un vector $\pi = (\pi_0, \pi_1, \ldots, \pi_{k-1})^T$ se dice que tiene una distribución estacionaria hacia una cadena de Markov finita si satisface la siguiente ecuación:

[9]Equivalente a Ω.

$$\pi_i \geq 0 \; and \sum_{i=0}^{k-1} \pi_i = 1 \quad (6)$$

$$P\pi = \pi, \;\; ej \sum_{j=0}^{k-1} P_{ij}\pi_j = \pi_j \quad (7)$$

$$\lim_{n\to\infty} \left\| X^{(n)} - \pi \right\| = \lim_{n\to\infty} \left\| P^n X^{(0)} - \pi \right\| = 0 \quad (8)$$

Entonces π es también llamado el punto fijo de probabilidad y $\|.\|$ es la norma del vector. Las siguientes dos secciones muestran la implementación del cálculo de πy la construcción de la cadena de Márkov tomando datos históricos de migración de calificación crediticia de una cartera de préstamos.

13 Implementación en Python

La implementación en Python viene bajo la forma de una clase[10], la misma requiere como insumo la cantidad de estados del sistema, las probabilidades de transición, o alternativamente, datos históricos de migración crediticia bajo la forma de una tabla con las observaciones en las filas y los estados en las columnas. El resultado es un objeto en Python que puede ser usado internamente o exportado a una hoja de cálculo.

```
classMarkov_Chain:
    """Implementacion de una cadena de Markov
     finita con probabilidades constantes"""
importnumpy as np
import pandas as pd

    def __init__(self, estados, transition_probs = None, Base = None):

        if type(estados) is not type(5):
print ("El numero de estados debe ser un entero")
else:
self.estados = estados
        if transition_probs is not None:
self.transition_probs = transition_probs
elif Base is not None:
self.Base = Base
self.transition_probs = generarProbabilidades(self, self.Base)
```

[10] https://docs.python.org/3/tutorial/classes.html

```
else:

print ("Debe especificar las probabilidades de transicion o una base
datos con formato valido")

defgenerarProbabilidades(self, Base, estados):

if type(self.Base) == type("string")

Tabla = pd.read_csv(self.Base)

Tabla = Tabla.dropna(axis =1, how = "any")

observaciones = Tabla.shape[0]

freq = []

        for col in Tabla:

freq = freq.append(Sum(Tabla[col])/observaciones)

        return freq

    def generarMatriz(self, transition_probs):

        for elem in self.transition_probs:

matriz = np.ones(self.estados*self.estados)

if type(elem) is type([1,1]):

matriz = np.asarray(self.transition_probs).reshape(self.estados,
self.estados)

return matriz

elif type (elem) is type(0.5):

                for number in range(self.estados), cantidad in
range(self.estados):

matriz =
np.ones(self.estados*self.estados).reshape(self.estados,self.estados)

matriz[number, cantidad] = transition_probs[elem]

                return matriz


    def state_distribution(self, vector = None, some_dim = None):

        if some_dim is not 0.5:

P = generarMatriz(self.transition_probs)

            vector = np.dot(P[:,some_dim] , P )

            return vector

elif vector is not None:
```

```
            vector = np.dot(self.vector, P)
return vector
else:
print("Debe especificar una condicion inicial valida, bajo la forma de
un vector o de un estado")


def next_matrix(self, transition_probs):
P = generarMatriz(self.transition_probs)
        next = np.dot(P, P)
        return next


    def matrizTransicionOrden (self, orde,  matriz= None,
transition_probs= None):
        if orden is int:
            if orden> 0:
                if self.matriz is not None:
P = self.matriz
iterador = 0
whileiterador< orden:
P = np.dot(P,self.matriz)
                    return P
eliftransition_probs is not None:
V = generarMatriz(self.transition_probs)
                    P = generarMatriz(self.transition_probs)
iterador = 0
while iterador < orden:
                        P = np.dot(P,V)
                    return P
else:
print ("Debe especificar la matriz de transicion o las probabilidades
de transicion")
else:
print ("Orden debe ser positivo")
```

```
else:
print ("Orden debe ser un numero entero")

defencontrarposicion(lista, valor):
        i = 0
while i<len(self.lista):
            if self.lista[i] == self.valor:
                return i
i+= 1
def distribucion_estacionaria(self, transition_probs):
P = generarMatriz(self.transition_probs)
w,v =np.linalg.eig(P.T)
        pi = v[:,encontrarposicion(w,1)].reshape(self.estados,1)
for elem in pi:
            pi[elem] = elem/Sum(pi)
        return pi
```

14 Implementacion en R

La implementación en R requiere de una base de datos históricos de migraciones crediticias bajo el mismo que el expuesto anteriormente y requiere la creación de variables para cada estado y la especificación de la cantidad de observaciones. El resultado es una hoja de cálculo para uso externo. Cabe destacar que esta implementación esta pensada para la cartera crediticia de un banco con prestamos crediticios, hipotecarios y de consumo.

```
#install.packages("readxl")
#install.packages("dplyr")
#install.packages("data.table")

library(readxl)
library(dplyr)
library(data.table)

# Ruta de la carpeta donde esta guardado el archivo de pruebas de
estrés desde donde se cargaran las PD y las matrices mensuales.
```

Recordarmodificar las "\" por "/", y siempre poner la ruta entre '' y con una barra (/) final.

```
CARPETA_INPUT <- 'C:/…/INPUT/'

CARPETA_OUTPUT <- 'C:/…//OUTPUT/'

ARCHIVO_OUTPUT <- 'Matriz_Transicion.csv'


##Levantamos los archivos anuales


Primeraño<- 2014

Ultimoaño<- 2017


BASE_FINAL <- vector()


for (t in Primeraño:Ultimoaño){


AÑO <- paste0(t)

Nombre_archivo<- paste0("cartera_", AÑO,".csv")


if (file.exists(paste0(CARPETA_INPUT, Nombre_archivo)) == T){


  BASE_AÑO <- read.csv(file = paste0(CARPETA_INPUT, Nombre_archivo),
sep = ",", colClasses = "character") %>% select(1, 2, 10, 8, 4, 6, 7)


BASE_FINAL <- rbind(BASE_FINAL, BASE_AÑO)

}

print(AÑO)

}


###Comenzamos a armar el proceso de matrices de transición.


BASE_FINAL$Year<- as.numeric(substr(BASE_FINAL$CORTE,1,4))
```

```
BASE_FINAL$Month<- as.numeric(substr(BASE_FINAL$CORTE,6,7))

BASE_FINAL$Month<- ifelse(BASE_FINAL$Month> 9,
paste0(BASE_FINAL$Month), paste0(0, BASE_FINAL$Month))


BASE_FINAL$YearMonth<- paste0(BASE_FINAL$Year, BASE_FINAL$Month)


BASE_FINAL$CORTE <- NULL


### Creamos Columna con el Periodo y Periodo Siguiente


BASE_FINAL$Month<- as.numeric(BASE_FINAL$Month)


BASE_FINAL$Periodo <- ((BASE_FINAL$Year)-
Primeraño)*12+(BASE_FINAL$Month)


BASE_FINAL$PeriodoSig<- BASE_FINAL$Periodo +1


CantidadPer <- max(BASE_FINAL$PeriodoSig)


### Definimos la variable "CAPITAL", comonumerico e indicamos que si
hay vaciosen CAPITAL Y VALOR_GARANTIA les ponga cero


BASE_FINAL$CAPITAL<- as.numeric(BASE_FINAL$CAPITAL)

BASE_FINAL$CAPITAL[is.na(BASE_FINAL$CAPITAL)]<-0


BASE_FINAL$VALOR_GARANTIA <- as.numeric(BASE_FINAL$VALOR_GARANTIA)

BASE_FINAL$VALOR_GARANTIA[is.na(BASE_FINAL$VALOR_GARANTIA)] <- 0


BASE_FINAL <- BASE_FINAL[BASE_FINAL$CLASIFICACION_SIB != "",]


### Creamosnuevastablassegun la CARTERA


Comercial <- BASE_FINAL[BASE_FINAL$CARTERA =="COMERCIAL",]
```

```
Hipotecario <- BASE_FINAL[BASE_FINAL$CARTERA =="HIPOTECARIO",]
Consumo <- BASE_FINAL[BASE_FINAL$CARTERA=="CONSUMO",]

Tarjetas <- Consumo[Consumo$TIPO_CREDITO=="TC",]
Consumo <- Consumo[Consumo$TIPO_CREDITO=="PR",]

##Filtro las tarjetas desde el 2014 en adelante.

Tarjetas = as.data.frame(Tarjetas[Tarjetas$Year > 2013,])

### Creamos nuevas tablas para identificar con (1) y sin (0) garantia

Comercial$GARANTIA <- ifelse(Comercial$VALOR_GARANTIA > 0, "1", "0")
Comercial_Con <- Comercial[Comercial$GARANTIA == "1",]
Comercial_Sin <- Comercial[Comercial$GARANTIA == "0",]

Consumo$GARANTIA <- ifelse(Consumo$VALOR_GARANTIA > 0, "1", "0")
Consumo_Con <- Consumo[Consumo$VALOR_GARANTIA != 0,]
Consumo_Sin <- Consumo[Consumo$VALOR_GARANTIA == 0,]

### Duplicamos las tablas para realizar la union

Comercial_Con2 <- Comercial_Con
Comercial_Sin2 <- Comercial_Sin
Consumo_Con2 <- Consumo_Con
Consumo_Sin2 <- Consumo_Sin
Tarjetas2 <- Tarjetas
Hipotecario2 <- Hipotecario

### Cambiamos el nombre de la columna Capital y Clasificacionen las
tablas duplicadas
```

```
names(Comercial_Con)[c(4,5)] <- c("CLASIFICACIONINICIAL",
"CAPITALINICIAL")

names(Comercial_Con2)[c(4,5)] <- c("CLASIFICACIONFINAL",
"CAPITALFINAL")


names(Comercial_Sin)[c(4,5)] <- c("CLASIFICACIONINICIAL",
"CAPITALINICIAL")

names(Comercial_Sin2)[c(4,5)] <- c("CLASIFICACIONFINAL",
"CAPITALFINAL")


names(Consumo_Con)[c(4,5)] <- c("CLASIFICACIONINICIAL",
"CAPITALINICIAL")

names(Consumo_Con2)[c(4,5)] <- c("CLASIFICACIONFINAL", "CAPITALFINAL")


names(Consumo_Sin)[c(4,5)] <- c("CLASIFICACIONINICIAL",
"CAPITALINICIAL")

names(Consumo_Sin2)[c(4,5)] <- c("CLASIFICACIONFINAL", "CAPITALFINAL")


names(Tarjetas)[c(4,5)] <- c("CLASIFICACIONINICIAL", "CAPITALINICIAL")

names(Tarjetas2)[c(4,5)] <- c("CLASIFICACIONFINAL", "CAPITALFINAL")


names(Hipotecario)[c(4,5)] <- c("CLASIFICACIONINICIAL",
"CAPITALINICIAL")

names(Hipotecario2)[c(4,5)] <- c("CLASIFICACIONFINAL", "CAPITALFINAL")


### Eliminamos de las primeras tablas los registros con CAPITAL igual
a 0


Comercial_Con <- Comercial_Con[Comercial_Con$CAPITALINICIAL!=0,]

Comercial_Sin <- Comercial_Sin[Comercial_Sin$CAPITALINICIAL!=0,]

Consumo_Con <- Consumo_Con[Consumo_Con$CAPITALINICIAL!=0,]

Consumo_Sin <- Consumo_Sin[Consumo_Sin$CAPITALINICIAL!=0,]

Tarjetas <- Tarjetas[Tarjetas$CAPITALINICIAL!=0,]

Consumo_Sin <- Consumo_Sin[Consumo_Sin$CAPITALINICIAL!=0,]
```

```
#Unimossegun "IDCREDITO", y que el periodoSig de la primera tabla es
el Periodo de la primera

HipotecarioT <- as.data.frame(left_join(Hipotecario[,c("YearMonth",
"IDCREDITO", "CLASIFICACIONINICIAL", "CAPITALINICIAL",
"PeriodoSig")], Hipotecario2[, c("IDCREDITO", "CLASIFICACIONFINAL",
"CAPITALFINAL", "Periodo")],by= c("IDCREDITO",
"PeriodoSig"="Periodo")))

TarjetasT <- as.data.frame(left_join(Tarjetas[,c("YearMonth",
"IDCREDITO", "CLASIFICACIONINICIAL", "CAPITALINICIAL",
"PeriodoSig")], Tarjetas2[, c("IDCREDITO", "CLASIFICACIONFINAL",
"CAPITALFINAL", "Periodo")],by= c("IDCREDITO",
"PeriodoSig"="Periodo")))

Consumo_ConT <- as.data.frame(left_join(Consumo_Con[,c("YearMonth",
"IDCREDITO", "CLASIFICACIONINICIAL", "CAPITALINICIAL",
"PeriodoSig")], Consumo_Con2[, c("IDCREDITO", "CLASIFICACIONFINAL",
"CAPITALFINAL", "Periodo")],by= c("IDCREDITO",
"PeriodoSig"="Periodo")))

Consumo_SinT <- as.data.frame(left_join(Consumo_Sin[,c("YearMonth",
"IDCREDITO", "CLASIFICACIONINICIAL", "CAPITALINICIAL",
"PeriodoSig")], Consumo_Sin2[, c("IDCREDITO", "CLASIFICACIONFINAL",
"CAPITALFINAL", "Periodo")],by= c("IDCREDITO",
"PeriodoSig"="Periodo")))

Comercial_ConT <-
as.data.frame(left_join(Comercial_Con[,c("YearMonth", "IDCREDITO",
"CLASIFICACIONINICIAL", "CAPITALINICIAL",  "PeriodoSig")],
Comercial_Con2[, c("IDCREDITO", "CLASIFICACIONFINAL", "CAPITALFINAL",
"Periodo")],by= c("IDCREDITO", "PeriodoSig"="Periodo")))

Comercial_SinT <-
as.data.frame(left_join(Comercial_Sin[,c("YearMonth", "IDCREDITO",
"CLASIFICACIONINICIAL", "CAPITALINICIAL",  "PeriodoSig")],
Comercial_Sin2[, c("IDCREDITO", "CLASIFICACIONFINAL", "CAPITALFINAL",
"Periodo")],by= c("IDCREDITO", "PeriodoSig"="Periodo")))
```

```
#rm(Comercial_Con,Comercial_Con2, Comercial_Sin, Comercial_Sin2,
Consumo_Con, Consumo_Con2, Consumo_Sin, Consumo_Sin2, Hipotecario,
Hipotecario2, Tarjetas, Tarjetas2)


### Eliminamos registros del ultimo mes, ya que el mismo no tiene un
mes siguiente con el que machear


HipotecarioT <- HipotecarioT[HipotecarioT$PeriodoSig!=CantidadPer,]

TarjetasT <- TarjetasT[TarjetasT$PeriodoSig!=CantidadPer,]

Comercial_ConT <-
Comercial_ConT[Comercial_ConT$PeriodoSig!=CantidadPer,]

Comercial_SinT <-
Comercial_SinT[Comercial_SinT$PeriodoSig!=CantidadPer,]

Consumo_ConT <- Consumo_ConT[Consumo_ConT$PeriodoSig!=CantidadPer,]

Consumo_SinT <- Consumo_SinT[Consumo_SinT$PeriodoSig!=CantidadPer,]


### Agrupar


HipotecarioT <- as.data.frame(HipotecarioT %>%
group_by(CLASIFICACIONINICIAL,CLASIFICACIONFINAL,YearMonth) %>%

  summarise(SaldoInicial=sum(CAPITALINICIAL),
SaldoFinal=sum(CAPITALFINAL),Cantidad=n()))


TarjetasT <- as.data.frame(TarjetasT %>%
group_by(CLASIFICACIONINICIAL,CLASIFICACIONFINAL,YearMonth) %>%

  summarise(SaldoInicial=sum(CAPITALINICIAL),
SaldoFinal=sum(CAPITALFINAL),Cantidad=n()))


Comercial_ConT <- as.data.frame(Comercial_ConT %>%
group_by(CLASIFICACIONINICIAL,CLASIFICACIONFINAL,YearMonth) %>%

summarise(SaldoInicial=sum(CAPITALINICIAL),
SaldoFinal=sum(CAPITALFINAL),Cantidad=n()))


Comercial_SinT <- as.data.frame(Comercial_SinT %>%
group_by(CLASIFICACIONINICIAL,CLASIFICACIONFINAL,YearMonth) %>%

  summarise(SaldoInicial=sum(CAPITALINICIAL),
SaldoFinal=sum(CAPITALFINAL),Cantidad=n()))
```

```
Consumo_SinT <- as.data.frame(Consumo_SinT %>%
group_by(CLASIFICACIONINICIAL,CLASIFICACIONFINAL,YearMonth) %>%
  summarise(SaldoInicial=sum(CAPITALINICIAL),
SaldoFinal=sum(CAPITALFINAL),Cantidad=n()))

Consumo_ConT <- as.data.frame(Consumo_ConT %>%
group_by(CLASIFICACIONINICIAL,CLASIFICACIONFINAL,YearMonth) %>%
  summarise(SaldoInicial=sum(CAPITALINICIAL),
SaldoFinal=sum(CAPITALFINAL),Cantidad=n()))

HipotecarioT$Cartera<- "Hipotecario"
Comercial_SinT$Cartera<- "Comercial_Sin"
Comercial_ConT$Cartera<- "Comercial_Con"
Consumo_ConT$Cartera<- "Consumo_Con"
Consumo_SinT$Cartera<- "Consumo_Sin"
TarjetasT$Cartera<- "Tarjetas"

CARTERA_TOTAL <-
as.data.frame(rbind(Comercial_ConT,Comercial_SinT,Consumo_ConT,
Consumo_SinT, HipotecarioT, TarjetasT))

CARTERA_TOTAL$SaldoFinal[is.na(CARTERA_TOTAL$SaldoFinal)] <- 0

CARTERA_TOTAL$Reemplazo <-
ifelse(is.na(CARTERA_TOTAL$CLASIFICACIONFINAL),ifelse(
CARTERA_TOTAL$CLASIFICACIONINICIAL == "A" |
CARTERA_TOTAL$CLASIFICACIONINICIAL == "B" |
CARTERA_TOTAL$CLASIFICACIONINICIAL == "C","A", "CASTIGO"
),CARTERA_TOTAL$CLASIFICACIONFINAL)

CARTERA_TOTAL$Migracion<- paste0(CARTERA_TOTAL$CLASIFICACIONINICIAL,
CARTERA_TOTAL$Reemplazo)

CARTERA_TOTAL$Concatenado <-
paste0(CARTERA_TOTAL$CLASIFICACIONINICIAL,CARTERA_TOTAL$CLASIFICACIONF
INAL)
```

```
CARTERA_TOTAL <- CARTERA_TOTAL[,c("Cartera", "YearMonth",
"CLASIFICACIONINICIAL", "CLASIFICACIONFINAL",
"Concatenado","Migracion","SaldoInicial", "SaldoFinal", "Cantidad")]


write.csv(x=CARTERA_TOTAL, file=paste0(CARPETA_OUTPUT,ARCHIVO_OUTPUT))
```

15 Conclusiones y trabajos futuros

Se proponen dos implementaciones en los idiomas de Python y R para resolver el problema de la estimación de una matriz de migración de calificación crediticia de una cartera de crédito de una institución financiera. Ambas implementaciones tienen un fin primario de tipo pedagógico, en el contexto de la Catedra de Honor, María Teresa Casparri, de la materia número 288 (Matemática para Economistas) de las carreras de Lic. En Economía, Actuario en Administración, y Actuario en Economía de la Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires. Como tal, se prevé la adición de los elementos expuestos al curso bajo la forma de un taller de programación aprovechando oportunamente las clases teóricas referentes a cadenas de Markov. Alternativamente, es posible aprovechar el código original o modificado en un contexto de aplicación para instituciones que enfrenten riesgo de crédito.

Referencias

Baena-Mirabete, S., & Puig, P. (2018). Parsimonious higher order Markov models for rating transitions. Journal of the Royal Statistical Society: Series A (Statistics in Society), 181(1), 107–131.

Bangia, A., Diebold, F. X., Kronimus, A., Schagen, C., & Schuermann, T. (2002). Ratings migration and the business cycle, with application to credit portfolio stress testing. Journal of banking & finance, 26(2–3), 445–474.

Barnard, B. (2017). Rating migration and bond valuation: decomposing rating migration matrices from market data via default probability term structures.

Crouhy, M., Galai, D., & Mark, R. (2000). A comparative analysis of current credit risk models. Journal of Banking & Finance, 24(1–2), 59–117.

Fei, F., Fuertes, A., & Kalotychou, E. (2012). Credit rating migration risk and business cycles. Journal of Business Finance & Accounting, 39(1-2), 229–263.

Grzybowska, U., Karwański, M., & Orłowski, A. (2012). Examples of Migration Matrices Models and their Performance in Credit Risk Analysis. Acta Physica Polonica A, 121(2B), B-40-B-46. https://doi.org/10.12693/APhysPolA.121.B-40

Hurd, T., & Kuznetsov, A. (2006). Fast CDO computations in the affine Markov chain model.

Hurd, T., & Kuznetsov, A. (2007). Affine Markov chain models of multifirm credit migration. Journal of Credit Risk, 3(1), 3–29.

Jafry, Y., & Schuermann, T. (2004). Measurement, estimation and comparison of credit migration matrices. Journal of Banking & Finance, 28(11), 2603–2639.

Jones, M. T. (2005). Estimating Markov Transition Matrices Using Proportions Data: An Application to Credit Risk. IMF Working Papers, 05(219), 1. https://doi.org/10.5089/9781451862386.001

Morgan, J. (1997). Creditmetrics-technical document. JP Morgan, New York.

Perilioglu, A., & Tuysuz, S. (2015). Conditional sovereign transition probability matrices. Procedia Economics and Finance, 30, 643–655.

Yavin, T., Wang, E., Zhang, H., & Clayton, M. A. (2014). Transition probability matrix methodology for incremental risk charge. Journal of Financial Engineering, 1(01), 1450010.

Aplicación de Herramientas Matemáticas y Computacionales para el Dimensionamiento del Stock en el Hospital de Neumonología Dr. Gumersindo Sayago

Suarez, Maria Marta - Murattore, Francisco Jose – Lescano, Carlos Omar - Ceballos Ana Maria

Universidad Nacional de Santiago del Estero FHCSyS

muratore@unse.edu.ar, omarlescano50@gmail.com, anamariaceb@gmail.com

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Stock, Dimensionamiento, Toma de decisiones, Modelo Matemático, Stata

Resumen

Este documento se inscribe en el marco del proyecto *"Las Competencias matemáticas utilizadas en las carreras de Licenciatura en Administración en Santiago del Estero"* y un trabajo final de Licenciado en Administración, que en una de las fases de indagación propone realizar una investigación aplicada entre los integrantes del proyecto y una egresada que trabaja en el Hospital de Neumonología de la provincia de Sgo del Estero. A partir de la falta y el exceso de insumos en diferentes rubros en ese nosocomio, se plantea el problema del dimensionamiento el stock y poder determinar claramente las cantidades que se necesitan en un periodo determinado de tiempo, las cantidades a reaprovisionar, considerando un stock de seguridad, y finalmente cuando va a ser el momento adecuado para hacer un nuevo pedido en otros casos.

Para tal fin se ha propuesto un análisis del caso, que incluye una propuesta metodológica de predecir los ritmos de salidas para dimensionar el stock, con la implicancia del conocimiento de los índices de rotación y de cobertura. Para ello se han estudiado algunas herramientas matemáticas predictivas a aplicar como ser la interpolación, la regresión

lineal, el método de la media móvil y el Método del alisado exponencial, como así también se aplican algunas de las herramientas computacionales como planilla de cálculo Excel y el aplicativo estadístico-econométrico Stata (8.0), basadas en las técnicas matemáticas que permiten a los administradores llegar a obtener las proyecciones de manera más rápida y sencilla, para finalmente poder indagar las competencias matemáticas puestas en juego la resolución de esa problemática.

1. Introducción

El Hospital de Neumonología, dependiente del Ministerio de Salud de Santiago del Estero, recibe mensualmente un fondo fijo y mensual de asistencia hospitalaria con un límite de compra restringido, para afrontar necesidades de insumos médicos, materiales de trabajo, mantenimiento edilicio, reparaciones de equipos, entre otros. Este fondo es administrado por el departamento contable y los gastos deben rendirse mensualmente; y en ese sentido la gestión de stock es un factor de relevante interés para los administradores, ya que según Bernal Jorge[11] surge siempre el eterno dilema de ¿Cuántas unidades de cada artículo se debe guardar?, ¿Cuándo es necesario solicitar al proveedor más unidades? El desafío por lo tanto no consiste en reducir al máximo el stock para abatir los costos, ni tener en exceso inventario con el fin de satisfacer toda la demanda, sino que debe lograr tener la cantidad adecuada para que la empresa consiga sus prioridades competitivas con mayor eficiencia. Para tal fin se ha propuesto una investigación que incluya herramientas matemáticas e informáticas para resolver estas cuestiones e indagar el grado de competencia matemática desarrollada en la carrera por la egresada en el marco del proyecto.

2. Marco Teórico

2.1 Sobre el Stock y su composición

El termino stock, según el Ing. Pincolini (2015), hace referencia tanto a los productos o artículos almacenados en una empresa a la espera de ser utilizados posteriormente.

Como indica Ayuque Araujo (2.003), los productos son muy diversos de acuerdo a sus características y funciones en el proceso productivo, siendo estos:

a- Materia prima: son aquellas que se utilizan para la fabricación y están en el almacén esperando ser empleados en el proceso de producción, b- Productos semiterminados: son los productos en curso que se encuentran a la espera de ser reintegrados en la siguiente fase de fabricación, o los fabricados que hasta que no se complete su fabricación no se destinan a la venta,

c- Productos terminados o mercadería: se encuentran en el almacén esperando ser vendidos,

d- Bienes de equipo y recambio: es la maquinaria o los equipos empleados por la empresa para desarrollar su actividad, como también las piezas destinadas a la sustitución de las que se van deteriorando en las máquinas,

e- Materiales diversos: se utilizan para mantener las maquinas a punto,

f- Productos defectuosos u obsoletos: son los que salieron con defectos de fabricación o por permanecer mucho tiempo sin venderse,

g- Envases y embalajes: los envases so los recipientes reservados para la venta para comercializar su contenido, y los embalajes protegen el producto envasado durante la manipulación, el almacenamiento y el transporte,

h- Residuos: durante el proceso productivo se generan desechos o sobrantes de los que no se pueden sacar provecho.

En el caso de la Institución de Salud que se mencionó, interesó analizar los siguientes productos, cuya importancia y stock eran fundamentales en la consideración:

- Boquillas para espirometría, producto comprado por el hospital a la empresa Rocimex SRL (Pcia de Buenos Aires), ya que en el medio local no se las consiguió por sus especificaciones. Por lo tanto se debió considerar los plazos de entrega y la demora del control bancario que exige la empresa y del transporte de carga.
- Papel para electrocardiógrafo, producto adquirido a proveedores locales, con un control de requerimiento de las características del equipo para su correcto funcionamiento.
- Agujas Terumo, productos no entregados por el laboratorio central, pero de suma utilidad ya que son agujas necesarias para la extracción de sangre en niños o adultos mayores.
- Papel para ecografía, es un insumo cuya especificación técnica es importante por el tipo y tamaño del papel fotográfico, adquirido a proveedores locales.
- Tubos cónicos con tapa a rosca, elemento indispensable para la realización de los estudio del servicio de bacteriología del nosocomio, que no fue suministrado por el servicio de lucha antituberculosa del ministerio de salud, por lo que su compra se realizó a proveedores locales.

2.2- Dimensionamiento del stock

2.2.1- Definición

Según Urzelai Inza (2.006), dimensionar el stock significa determinar las variables que regularan dicho stock. Llevar a cabo un correcto dimensionamiento implica planificar adecuadamente la cantidad de stock que debe mantenerse a lo largo de la cadena de suministro para garantizar una calidad de servicio buena a costos mínimos.

Entre las variables que se consideran de acuerdo a Pau i Cos (2001) están la cantidad a reaprovisionar, el stock de seguridad y el punto de pedido.

1- La cantidad de reaprovisionar son dos las opciones por las que se puede decidir un administrador, la de aprovisionar poca cantidad pero a mayor frecuencia. Y la otra de aprovisionar mayores cantidades a menor frecuencia.
2- Con el stock de seguridad sirve para atender situaciones no previstas, ya sea por el consumo o por los plazos de aprovisionamiento.
3- El punto de pedido determinado por el ritmo de consumo que marca el momento de realizar un nuevo pedido. Esto sucede cuando la cantidad de stock llego al nivel denominado punto de pedido.

2.3. Los métodos y modelos usados

Considerando los 5 productos elegidos, la egresada, después de indagar entre diferentes formas alternativas, para obtener una aproximación al "punto de pedido optimo" como denominan algunos autores, tomo nota de los datos que disponía en cada rubro y aplico el siguiente método:

i- Tabular los datos utilizando en una planilla Excel considerando t períodos (cuatrimestres) a partir del 2011.

ii- Representar utilizando un diagrama de dispersión y observación de los puntos dados.

iii- Aplicar el método de regresión lineal, si el caso es necesario.

iv- Cargar estas tablas en el programa Stata

v- Realizar los ajustes de datos de salida, considerando los datos de salida estaciónales y los índices de rotación

Por ejemplo:

Para el **Dimensionamiento del stock de las agujas terumo** *para el último periodo del 2.016 y los dos primeros cuatrimestres del 2.017,* se determinó un valor t de 15 periodos divididos en cuatrimestres a partir del 2011:

Agujas terumo			
t	**año**	**cuatrimestre**	**salidas**
1	2011	1	1300
2	2011	2	1100

3	2011	3	1200
4	2012	1	1350
5	2012	2	1200
6	2012	3	1300
7	2013	1	1300
8	2013	2	1250
9	2013	3	1350
10	2014	1	1500
11	2014	2	1450
12	2014	3	1350
13	2015	1	1500
14	2015	2	1500
15	2015	3	1400

Al representarlos en forma gráfica, utilizando diagrama de dispersión, se observó que se pudo aplicar el concepto matemático de regresión lineal, ya que los puntos de dicho diagramas se agrupaban sobre una línea recta de ecuación: y = ax+b.

Con el programa Stata (version 8.0), se procesó y se pudo predecir sus salidas a partir de esa regresión lineal prevista. Una vez que los datos fueron incorporados al programa a través del data editor, se utilizaron una serie de comandos los cuales permitieron obtener los valores de nuestra recta de regresión lineal.

El primer comando aplicado fue “***.tab cuatrimestre, gen (dcuatrimestre)***” y el segundo fue “**.reg salidas t dcuatrimestre*, noconstant**”, obteniéndose los resultados para el primer comando como se muestra en la Figura n° 2 y para el segundo comando los de la Figura n° 3.

```
. tab cuatrimestre, gen (dcuatrimestre)
```

cuatrimestre	Freq.	Percent	Cum.
1	5	33.33	33.33
2	5	33.33	66.67
3	5	33.33	100.00
Total	15	100.00	

Fig. 2

```
. reg salidas t dcuatrimestre*, noconstant
```

Source	SS	df	MS
Model	26962583.3	4	6740645.83
Residual	39916.6667	11	3628.78788
Total	27002500	15	1800166.67

Number of obs	= 15
F(4, 11)	= 1857.55
Prob > F	= 0.0000
R-squared	= 0.9985
Adj R-squared	= 0.9980
Root MSE	= 60.239

salidas	Coef.	Std. Err.	t	P>|t|	[95% Conf.	Interval]
t	22.77778	3.666054	6.21	0.000	14.70885	30.84671
dcuatrimestre1	1230.556	37.20639	33.07	0.000	1148.665	1312.446
dcuatrimestre2	1117.778	39.82354	28.07	0.000	1030.127	1205.429
dcuatrimestre3	1115	42.5957	26.18	0.000	1021.247	1208.753

Fig. 3

A partir de los datos arrojados por el programa (Fig. 3), se determinó los valores de los coeficientes a y b de la recta y= ax + b, de la siguiente forma:

- El coeficiente para t equivale al valor de **a = 22,77778** (pendiente de la recta).
- El promedio de los coeficientes de los tres cuatrimestres equivale al valor de **b=** (1230,556 + 1117,778 + 1115) / 3= **1154, 4446** (ordenada al origen).

  Es decir y = 22,77 x + 1154,44

A partir de la recta de regresión lineal se pudo predecir los valores de salidas de los próximos cuatrimestres, como ser del último cuatrimestre del 2.016 y los dos primeros del año 2.017. Al realizar dicho cálculo se obtuvieron los valores:

- Para el <u>periodo **18**</u> , y= 22,77 * **18** + 1154,44

Periodo 18 (3° cuatrimestre 2.016)= **1564**

- Para el <u>periodo **19**</u> , y= 22,77 * **19** + 1154,44

Periodo 19 (1° cuatrimestre 2.017)= **1587**

- Para el <u>periodo **20**</u> , y= 22,77 * **20** + 1154,44

Periodo 20 (2° cuatrimestre 2.017)**= 1609**

Sin embargo los valores obtenidos de a y b al proyectar para un futuro no consideraron las fluctuaciones estacionales a las que se vio afectado cada cuatrimestre en estudio. Por lo tanto, para que los resultados buscados fuesen lo más cercano a la realidad, se calculó el índice de estacionalidad para cada cuatrimestre, dividiéndose el valor del cuatrimestre por el valor de b. Obteniéndose resultados según se muestra en la Fig. 4:

Figura 4: Cuadro de Fluctuaciones estacionales

3° Cuatrimestre 2.016 (periodo 18)	1230,556	1,065929019
1° Cuatrimestre 2.017 (periodo 19)	1117,778	0,968238753
2° Cuatrimestre 2.017 (periodo 20)	1115	0,965832401

Fuente: Captura de pantalla Excel.

Al analizar **la estacionalidad** de las salidas, se observó que en el tercer cuatrimestre estuvo un 6,59% por encima de la media, en el primer cuatrimestre del 2.017 se mantuvo un poco por debajo de la media en un 3,18% y en el segundo cuatrimestre un 3,48% por debajo de la media.

El pronóstico para los periodos 18, 19 y 20 fue el valor estimado, teniendo en cuenta el índice de estacionalidad para cada uno de los cuatrimestres de acuerdo a los datos resultantes según la Figura 5:

Figura 5- Cuadro de Salidas según el índice de estacionalidad.

Y=22,77 * x + 1154,44	1564	1587	1609
SALIDAS s/IE= y * Índice Estacional del cuatrimestre	1667	1536	1554

Fuente: Captura de pantalla Excel.

Además, con el índice de rotación se puedo pronosticar cuál iba a ser la cantidad de stock necesaria.

En el caso del índice de rotación, para el insumo hospitalario (veces que pasa dicho bien por el proceso de salida o uso), en un periodo de tiempo, según el índice, fueron las salidas sobre el stock. De donde se determinó cuál iba a ser el stock necesario de acuerdo a las veces en que se quiso rotar dicho stock.

En el caso de las agujas terumo, las rotaciones se establecieron en dos, ya que es un bien que no ocupó un gran espacio de almacenamiento. El cálculo del stock fue determinado según:

$$Stock = \frac{Salidas}{indice\ \ de\ \ rotación}$$

En el caso del periodo 19 (1º cuatrimestre del 2017) de la Fig.5 **, Stock = 1536 / 2 = 768**

Por lo tanto se requirió para la primera reposición del primer cuatrimestre del 2.017, tener un stock de 768 de agujas terumo, cuya compra se debió realizar dos veces en el cuatrimestre de acuerdo al pronóstico de las salidas realizadas.

Con el mismo método se analizaron el resto de los insumos y se llegaron a los siguientes resultados de salida por cada dos compras en un período:

Insumos	Periodo 18	Periodo 19	Periodo 20
STOCK DE AGUJAS TERUMO	1667	1536	1554
STOCK DE PAPEL PARA ELECTROCARDIOGRAFO	191	174	160
STOCK DE PAPEL PARA ECOGRAFIA	146	140	155
STOCK DE TUBOS CÓNICOS	277	336	267
STOCK DE BOQUILLAS PARA ESPIROMETRIA	1085	1122	1060

Consideraciones finales

Los resultados obtenidos, permitieron mejorar los niveles de stock de insumos, acercándose al ”punto de pedido optimo”, sobre todo en aquellos de suma necesidad para la atención médica, a partir del análisis y estudio del dimensionamiento del stock aplicando herramientas matemáticas y computacionales. Faltaría continuar con el cálculo de stock de seguridad de los insumos. Una vez más, este trabajo permitió revalidar la importancia del desarrollo de las competencias matemáticas en la carrera de Licenciatura en Administración. Competencias como: Resolución de problemas, Modelización de problemas reales, interpretación, manipulación y descodificación de datos, símbolos, formulaciones matemáticas y representaciones, que asociados a herramientas computacionales, fueron de gran utilidad, sobre todo en la aplicación de la actividad de gestión, como fue en este caso del Hospital de Neumonología.

Se recomienda sostener y potenciar esta experiencia y este tipo de prácticas en las carreras de Administración y Contador Publico, bajo una adecuada distribución de los tiempos dentro de la planificación curricular académica.

Bibliografía

- Ayuque Araujo A. y otros (2.003) Modelos de Gestión de stocks, Recuperado de http://es.slideshare.net/adisonayuquearaujo/modelo-de-gestion-del-stock
- Bernal, Jorge Jimeno (2.013) Gestión de stocks: Como controlar el inventario de un producto para evitar roturas de stock y minimizar los gastos, Recuperado de http://www.pdcahome.com/5613/gestion-de-stocks-como-calcular-el-nivel-de-stock-de-un-producto-para-minimizar-los-gastos/
- Betancourt Diego (2.016), Como usar la suavización exponencial simple para pronosticar la demanda, Ingenio Empresa para la gestión del negocio.
- Calvo Salvador Fernández (2.001), Interpolación, Recuperado de http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Interpolacion/interpolacion_1.htm
- Díaz Melissa (2.010), Función de la informática en una empresa, Recuperado de https://es.scribd.com/doc/40354864/Funcion-de-informatica-en-La-Empresa.
- GEO Tutoriales (Gestión de Operaciones) (2.015), Método de suavizamiento exponencial ajustado a la tendencia (suavización exponencial doble), Recuperado de http://www.gestiondeoperaciones.net/proyeccion-de-demanda/metodo-de-suavizamiento-exponencial-ajustado-a-la-tendencia-suavizacion-exponencial-doble/
- Hitt M., Black S., Porter M. (2.006 9° Edición), Administración, Editorial Pearson Educación.
- Hospital de Neumonología, Recuperado de http://neumonologico.gov.ar/
- Ing. Pincolini Eduardo (2015) Concepto de stock y su importancia, Recuperado de http://cietconsultora.com.ar/pdf/stock_importancia.pdf
- Ing. Salazar Lopez Bryan (2.016), Promedio móvil ponderado, Recuperado de http://www.ingenieriaindustrialonline.com/herramientas-para-el-ingeniero-industrial/pron%C3%B3stico-de-ventas/promedio-m%C3%B3vil-ponderado/
- Justo Francisco (2.012), Gestión de Stock capitulo 3, Recuperado de http://es.slideshare.net/JustoFrancisco/gestion-stock
- Microsoft Office (2.016), Excel 2.016, Recuperado de https://products.office.com/es-mx/excel.
- Ortegón Carroso William German (2.009), Métodos probabilísticos, Recuperado de http://datateca.unad.edu.co/contenidos/104561/Metodos_Probabilisticos_2013/MODULO_2013_ACTAUALIZADO/leccin_4_suavizacin_exponencial.html
- Pau i Cos J. de Navascués y Gasca R. (2001) , Manual de Logística Integral, Ediciones Díaz de Santos.
- Prezi Inc (2.013), Stata “paquete de software estadístico”, Recuperado de https://prezi.com/ttsrgefgdh52/stata-paquete-de-software-estadistico/
- Prieto Germán, Interpolación, Recuperado de http://wwwprof.uniandes.edu.co/~gprieto/classes/compufis/interpolacion.pdf.

- Prof. Baquero Nancy de Universidad Simón Bolivar, Estimación de la Demanda: pronostico, Recuperado de http://prof.usb.ve/nbaquero/Pronosticos.pdf
- Quispe Llanos Renán, Técnicas de suavización, Recuperado de http://renanquispellanos.com/recursos/aporte%20intelectual/tecnicas%20prediccion/12.unidad9.pdf
- Revista Hospital de Enfermedades Infecciosas y Transmisibles Monseñor Jorge Gottau (2.006), Editorial Magenta.
- Software shop (2.016), Información general de Stata 14, Recuperado de www.software-shop.com/in.php?prdID=392&mod=ver_producto
- Universidad Centroamericana José Simeón Cañas, Regresión y Correlación: Formulas Básicas en la regresión lineal simple, Recuperado de http://www.uca.edu.sv/matematica/upload_w/file/REGRESION%20SIMPLE%20Y%20MULTIPLE.pdf
- Urzelai Inza, Aitor (2.006) Manual Básico de Logística Integral, Ediciones Diaz de Santos.-
- Valencia, Carlos Felipe (2.013), Gestión Básica de Stocks II, Recuperado de http://www.eafit.edu.co/social/proyectos/PublishingImages/Gesti%C3%B3n%20b%C3%A1sica%20de%20Stocks%20II.pdf
- Vasquez Javiera (2.010), Introducción a series de tiempo univariadas utilizando stata, Recuperado de https://es.scribd.com/doc/132366426/Series-de-Tiempo-Univariadas-en-STATA-2010-pdf

Vectores autorregresivos bayesianos (BVAR) para pronóstico de series macroeconómicas

Fabris, Julio Eduardo

Facultad de Ciencias Económicas – Universidad de Buenos Aires
Jfabris88@yahoo.com.ar

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Vectores autorregresivos – Estimación bayesiana – Pronósticos económicos

Resumen

En los modelos de Vectores Autorregresivos (VAR), el número de parámetros a estimar crece rápidamente con el número de series relacionadas y el número de rezagos explicativos seleccionados. Dada la generalmente escasa cantidad de períodos para los que se pueden obtener datos, la estimación pierde eficiencia al disminuir los grados de libertad.

Una forma de resolver este problema es lograr una reducción de los parámetros a estimar mediante la imposición de restricciones. El método de VAR Bayesianos es uno de los métodos utilizados para lograr dicha compresión, debido a que los a priori Bayesianos proveen un método consistente y lógico de imponer las restricciones necesarias.

En el análisis Bayesiano, todo lo incierto, incluido el verdadero valor de un parámetro, puede ser pensado como si fuera una variable estocástica, a la que es preciso asignar una distribución de probabilidad.

La distribución de partida (a priori) se basa en las creencias del investigador y es por lo tanto subjetiva. La verosimilitud (likelihood) viene dada por la información contenida en la muestra disponible. Combinar la distribución a priori con los resultados empíricos de la verosimilitud vía el teorema de Bayes permite obtener la distribución estimada (a posteriori).

En esta ponencia se muestra el procedimiento de estimación utilizando un ejemplo concreto con datos macroeconómicos empíricos y se realizan pronósticos alternativos con diferentes modelos, a fin de evaluar comparativamente las metodologías utilizadas.

1 Introducción

En esta ponencia haremos foco en uno de los modelos más difundidos y utilizados en la actualidad en la macroeconometría: Los modelos de vectores autorregresivos (VAR).

Se trata de una generalización de los modelos univariados AR al análisis multivariado

En un VAR cada variable se explica a partir de sus valores rezagados y de los valores rezagados de las otras variables que lo integran.

$$\begin{aligned} y_t &= a_{10} + a_{11}\, y_{t-1} + a_{12}\, x_{t-1} + b_{11}\, y_{t-2} + b_{12}\, x_{t-2} + \varepsilon_{1t} \\ x_t &= a_{20} + a_{21}\, y_{t-1} + a_{22}\, x_{t-1} + b_{21}\, y_{t-2} + b_{22}\, x_{t-2} + \varepsilon_{2t} \end{aligned} \qquad (1)$$

Si llamamos **p** a la cantidad de rezagos incluidos en el modelo y **n** a la cantidad de series que lo integran, vemos que la cantidad de parámetros a estimar es: **n * (n * p + 1)**.

Por ejemplo, para un VAR de n = 4 variables, con datos trimestrales y cantidad de rezagos p = 4, la cantidad de parámetros a estimar es 68. Supongamos tener datos de las variables durante 5 años, o sea 20 observaciones por variable sumando 100 observaciones en total. Es evidente que los grados de libertad para la estimación son insuficientes para una estimación adecuada. A este fenómeno se lo denomina “sobreparametrízación”.

Un VAR sobreparametrizado explica los datos “demasiado bien”, es decir que captura no solamente características importantes que son útiles para el pronóstico sino también características que reflejan relaciones accidentales o aleatorias. Esto se debe a que los datos sólo reflejan el comportamiento de las variables en un período muy acotado, impidiendo que las relaciones no sistemáticas se diluyan al promediarse con datos de un período más largo.

Desde el punto de vista estadístico la sobreparametrización generalmente causa multicolinealidad y pérdida de grados de libertad que conducen a una estimación ineficiente y a grandes errores en los pronósticos fuera de la muestra.

La literatura especializada ofrece dos métodos para solucionar este problema que afortunadamente están programados en el software EViews

El primero es reducir los parámetros libres incluyendo restricciones lineales. El segundo, que es el que se desarrolla aquí consiste en la estimación bayesiana del modelo.

En el análisis bayesiano todos los parámetros desconocidos se consideran variables aleatorias a las que debe asignarse una distribución de probabilidad. La distribución a priori es externa y se basa en las creencias del investigador sobre el parámetro de interés. La verosimilitud surge de la información contenida en la muestra.

Combinando la distribución a priori con la verosimilitud de la muestra por medio del teorema de Bayes se consigue la distribución a posteriori.

En particular si designamos a los parámetros de interés del modelo como: $\theta = \left(\beta, \Sigma_{\varepsilon}\right)$ y a los datos como y , la función de distribución a priori será $\Pi(\theta)$ y la verosimilitud $l(\theta|y)$. Entonces la distribución a posteriori puede encontrarse como:

$$\Pi(\theta|y) = \frac{\Pi(\theta)\; l(y|\theta)}{\int \Pi(\theta)\; l(y|\theta)\, d\theta} \qquad (2)$$

Como el denominador es una constante de normalización que no tiene aleatoriedad, la distribución a posteriori resulta ser proporcional al producto de la distribución a priori y la verosimilitud de los datos, calculada esta última bajo el supuesto de la validez de dicha distribución a priori.

$$\Pi(\theta|y) \propto \Pi(\theta)\, l(y|\theta) \qquad (3)$$

El objetivo principal de la estimación bayesiana es encontrar los momentos posteriores de los parámetros de interés, esencialmente la posición y la dispersión.

La posición y la dispersión son las estimaciones que son comparables a aquellas obtenidas en la estimación clásica (estimación puntual del parámetro y error estándar de la misma) y pueden ser fácilmente derivadas de la distribución a posteriori.

2 Distribuciones a priori

Una característica fundamental de la econometría bayesiana es la formulación de la distribución a priori de los parámetros, basada en información que refleja las creencias del investigador.

Un análisis bayesiano apropiado debe incorporar información a priori para fortalecer la inferencia acerca del verdadero valor de los parámetros. Una obvia objeción a esta es que dicha información es subjetiva, y por lo tanto ofrece un espacio para la manipulación.

En nuestra ponencia utilizamos el programa econométrico EViews para conseguir estimaciones y pronósticos de series macroeconómicas con metodología bayesiana, y también con la metodología frecuencista habitual, comparando luego la bondad de los pronósticos obtenidos.

EViews ofrece 4 diferentes distribuciones a priori que son muy populares en la literatura de los VAR bayesianos, a saber:

1) Distribución a priori de Litterman/Minnesota: A priori normal para θ con Σ_ε fija.

2) A priori Normal-Wishart: A priori normal para θ y a priori Wishart para Σ_ε.

3) A priori normal-Wishart de Sims-Zha.

4) A priori normal-Flat de Sims-Zha. A priori normal para θ y a priori no informativa para Σ_ε.

Es necesario destacar que EViews sólo ofrece distribuciones a priori conjugadas (para las cuales la distribución a posteriori pertenece a la misma familia) . Esta restricción permite el cálculo analítico del VAR bayesiano, sin tener que recurrir a las estimaciones que utilizan simulaciones, por ejemplo, métodos de Montecarlo basados en Cadenas de Markov (MCMC). La adecuación de las distribuciones a priori seleccionadas pueden ser resuelta mediante comparaciones de bondad del pronóstico.

2.1 Distribución a priori de Litterman/Minnesota

Los primeros trabajos sobre VAR bayesianos fueron realizados por investigadores de la Universidad de Minnesota y la Reserva Federal de Minneapolis y por eso surgió esta denominación para la espeficación.

Como ya se dijo, esta especificación indica una distribución a priori normal para los coeficientes del VAR y una Σ_{ε} fija (estimada por la metodología tradicional del VAR). Por otra parte, para la estimación de Σ_{ε} se ofrecen tres opciones:

- **AR univariado:** Σ_{ε} será una matriz diagonal cuyos elementos σ_{ii} surgen de una estimación univariada de la varianza del error en la ecuación de la variable i.
- **VAR completo:** Fijación de Σ_{ε} mediante la estimación estándar del VAR completo. Esta opción no está siempre disponible, por ejemplo en los casos en los que no hay suficientes observaciones para estimar el VAR completo.
- **VAR diagonal:** Se restringe a Σ_{ε} a ser una matriz diagonal, aunque sus elementos en la diagonal principal son los estimados en la estimación del VAR completo.

Por tanto, dado que Σ_{ε} se reemplaza por su estimación, sólo se requiere especificar la distribución a priori de los coeficientes del VAR.

Para definir su distribución a priori, Litterman divide las variables explicativas en cada ecuación como "rezagos propios", "rezagos de las otras variables" y "variables exógenas" incluyendo en esta última categoría a la constante. Litterman propone fijar la distribución a priori de θ como $\theta \sim N(\theta_0, V_0)$

Para la definición de θ_0 , o sea el valor de la media de los coeficientes, Litterman se basa en el supuesto de que todas las series macroeconómicas tienen un comportamiento de "random walk", por lo tanto, los valores serán: 1 (uno) para el primer rezago propio de la ecuación y 0 (cero) para el resto.

Es de hacer notar que en su trabajo Litterman sostiene que los modelos VAR deben incorporar las series en niveles, aunque no sean estacionarias en media. El razonamiento es que, si el objetivo es el pronóstico, el hecho de que las series se incorporen en niveles permite considerar tanto las relaciones de corto como las de largo plazo, sin entrar a considerar si las series cointegran o no.

Por otra parte, para el caso de las varianzas de los parámetros, en las variables exógenas se predeterminan como infinitas (o sea que en la distribución a priori no se incluye información sobre ellas), mientras que, en el caso de los restantes coeficientes, se postula una matriz V_0 de varianzas y covarianzas diagonal, con los valores indicados en la ecuación (4).

$$v_{ij}^{l} \quad con \;\; l = 1, \ldots, p \qquad\qquad v_{ij}^{l} = \begin{cases} \left(\dfrac{\lambda_1}{l^{\lambda_3}}\right)^2 & para \;\; i = j \\ \left(\dfrac{\lambda_1 \lambda_2 \sigma_i}{l^{\lambda_3} \sigma_j}\right)^2 & para \;\; i \neq j \end{cases} \tag{4}$$

- λ_1: Es la concentración de la varianza del coeficiente del primer rezago y controla la importancia relativa de la información a priori y la de la muestra.. Si λ_1 es pequeña, la información a priori domina la información de la muestra.
- λ_2: Representa la dispersión relativa de la varianza de las otras variables respecto de la variable "propia" de la ecuación. Si $\lambda_2 = 0$ el VAR colapsa a un vector de modelos univariados.
- $\lambda_3 > 0$: Representa la dispersión relativa de la varianza de los rezagos. En general se fija en 1 (uno) o 2 (dos). A medida que los rezagos son mayores, la varianza colapsa a 0 (cero).

En la Figura 1 se muestran las opciones a seleccionar tanto para la estimación de la matriz de varianzas y covarianzas como para los parámetros de la distribución a priori.

Una ventaja de la especificación Minnesota / Litterman es que implica a una inferencia a posteriori sencilla. Sin embargo, desde un criterio bayesiano estricto, la fijación de los elementos de la matriz de varianzas y covarianzas ignora la incertidumbre en dichos parámetros.

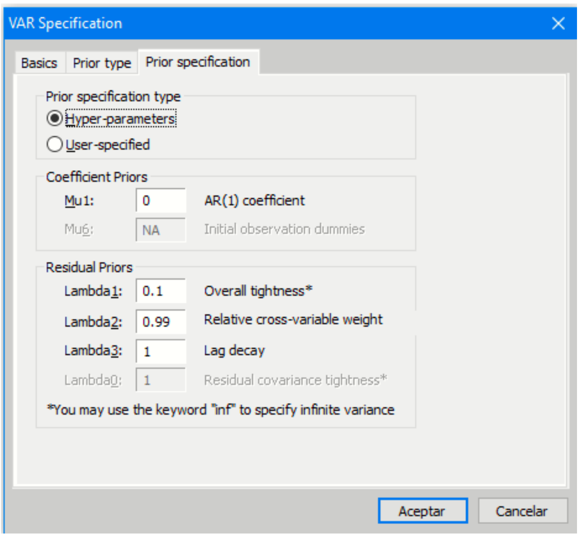


Figura 1. Ventanas de selección de opciones para la distribución a priori de Litterman/Minnesota

2.2 Otras distribuciones a priori

Otra posibilidad es postular una distribución a priori normal-Wishart. El programa EViews permite especificar en este caso dos parámetros μ_1 y λ_1 que son respectivamente los valores a priori de los elementos (iguales) del vector de medias $\mu_1 i_n$ y de la matriz de varianzas y covarianzas $\lambda_1 I_n$. Como se ve, la especificación a priori de la matriz de varianzas y covarianzas es diagonal para asegurar la validez de la conjugación, lo que implica una restricción de igualdad de las varianzas a priori en cada ecuación. En la Figura 2 se muestra la ventana de opciones a seleccionar para los parámetros de la distribución a priori.

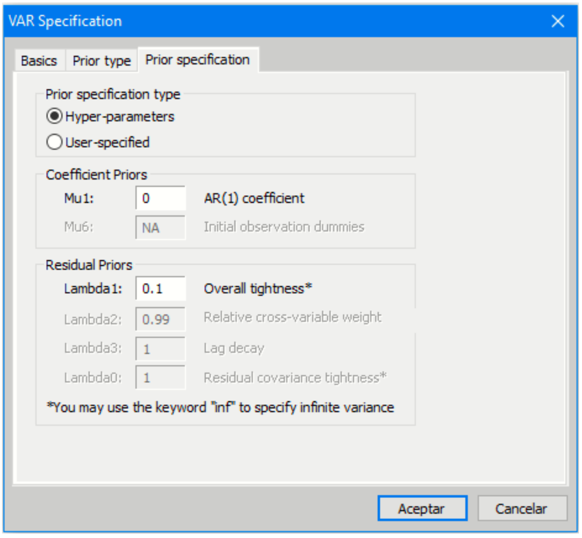


Figura 2. Ventanas de selección de opciones para la distribución a priori normal - Wishart

Otras dos alternativas de distribuciones a priori están disponibles en el programa EViews, ambas propuestas por Sims y Zha, la distribuciones Normal-Wishart y Normal-Flat.

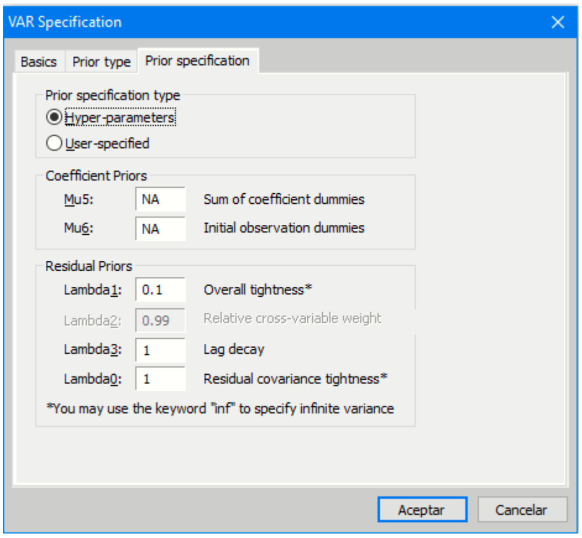


Figura 3. Ventanas de selección de opciones para las distribuciones Sims – Zha

En ambos casos se trata de superar las limitaciones de las especificaciones anteriores mediante cambios en las distribuciones a priori. En ambos casos los parámetros a estimar son 5 (μ_5 , μ_6 , λ_1 , λ_3 y λ_0), los dos primeros referidos al vector de medias y los tres últimos a la matriz de varianzas y covarianzas.

En la Figura 3 se muestra la ventana de opciones a seleccionar para los parámetros de la distribución a priori.

3 Análisis comparativo de bondad del pronóstico

El ejercicio que se propone es la estimación de un VAR con la restricción (artificialmente generada) de que se dispone de pocas observaciones para realizarla.

Los datos utilizados son los del ingreso, el consumo y la inversión de EEUU, que coinciden con los utilizados en el libro de Lutkepohl (2007) y que también se usan para ejemplificar las metodologías en el software EViews. Los datos son trimestrales y se los restringirá al periodo: 1960 – 1964 (20 por variable, 60 en total). El modelo estará diseñado con 4 rezagos, lo que es usual para datos trimestrales a fines de capturar las correlaciones estacionales. Además, dicha longitud de rezagos es la indicada por los criterios de bondad del ajuste habituales (Akaike, Schwarz, etc.). Los parámetros por estimar son 39, por lo que una estimación tradicional del VAR será claramente ineficiente dada la cantidad de observaciones disponibles (60).

3.1 Diseño del ejercicio

Se realizarán estimaciones tanto con la metodología VAR tradicional como con la metodología bayesiana, con varias especificaciones a priori. Con los modelos estimados se realizará luego un ejercicio de pronóstico para los trimestres de 1965 a 1966 (8 períodos) y sobre los valores pronosticados se calcularán varios estadísticos de bondad del pronóstico.

Se utilizarán tanto series en niveles como en diferencias y adicionalmente se tomarán los logaritmos de los valores y sus diferencias a fin de trabajar con series con menor heterocedasticidad, de acuerdo con los procedimientos usuales en econometría.

Como se dijo, el modelo se estimará alternativamente con la metodología tradicional, utilizando Minimos Cuadrados (**ls**), y con la metodología bayesiana, utilizando en este caso todas las variantes de distribuciones a priori permitidas por el software, a saber:

- Distribución a priori de Litterman/Minnesota con Matriz Σ_ε estimada mediante AR univariado (**m1**).
- Distribución a priori de Litterman/Minnesota con Matriz Σ_ε estimada mediante VAR tradicional (**m2**).

- Distribución a priori de Litterman/Minnesota con Matriz Σ_{ε} estimada mediante VAR tradicional pero restringida a matriz diagonal (**m3**).
- A priori Normal-Wishart (**nw**).
- A priori normal-Wishart de Sims-Zha con Matriz Σ_{ε} estimada mediante AR univariado (**s1**)
- A priori normal-Wishart de Sims-Zha con Matriz Σ_{ε} estimada estimada mediante VAR tradicional pero restringida a matriz diagonal (**s2**).
- A priori normal-flat de Sims-Zha. con Matriz Σ_{ε} estimada mediante AR univariado (**s3**)
- A priori normal-flat de Sims-Zha con Matriz Σ_{ε} estimada estimada mediante VAR tradicional pero restringida a matriz diagonal (**s4**).

También se trabajará con las series en niveles (**ls**) y en diferencias (**d_ls**), así como también se ensayarán las estimaciones utilizando los logaritmos de los valores empíricos y las diferencias logarítmicas de los mismos (**l_ls** y **dl_ls**). Las siglas entre paréntesis corresponden en este caso a las utilizadas para el método de mínimos cuadrados.

Para cada una de estas especificaciones (cuatro especificaciones para las series y nueve métodos de estimación para cada una, haciendo un total de 36 estimaciones) se han calculado los siguientes estadísticos de bondad del pronóstico: Raiz del error cuadrático medio (**RMSE**), Error absoluto medio (**MAE**), Error porcentual absoluto medio (**MAPE**) y estadístico de Theil (**Theil**).

3.2 Resultados

En los cuadros 1 a 4 se presentan los resultados obtenidos para una de las variables pronostícadas, la inversión, en sus versiones de niveles, diferencias, logaritmos y diferencias logarítmicas.

Cuadro 1. Pronóstico de la serie de inversión en niveles

Método	Variable	RMSE	MAE	MAPE	Theil
ls	INV	64.0660	52.1879	13.5914	0.0964
m1	INV	26.4426	21.5021	6.3758	0.0418
m2	INV	26.2295	21.3715	6.3433	0.0415
m3	INV	21.9450	17.5615	5.2922	0.0349
nw	INV	81.5513	65.6598	16.2584	0.1200
s1	INV	25.6808	20.8831	6.2100	0.0407
s2	INV	25.6808	20.8831	6.2100	0.0407
s3	INV	9.7950	7.2679	2.3121	0.0160
s4	INV	9.7950	7.2679	2.3121	0.0160

Como puede verse en el Cuadro 1, para el caso de las series en niveles, los mejores pronósticos, para todos los estadísticos de bondad del pronóstico, corresponden a la estimación bayesiana con las especificaciones de Sims y Zha con a priori normal-flat.

En el Cuadro 2 se observa que, para el caso de las series en diferencia, ahora los mejores pronósticos corresponden a las especificaciones de Sims y Zha con a priori normal-Wishart para los estadísticos RMSE y MAE. Para el estadístico MAPE el mejor pronóstico es el de la especificación Litterman/Minnesota con matriz Σ_{ε} diagonal. Para el caso del estadístico de Theil el mejor pronóstico corresponde a la estimación por Mínimos Cuadrados.

Cuadro 2. Pronóstico de la serie de inversión en diferencias

Método	Variable	RMSE	MAE	MAPE	Theil
d_ls	D_INV	14.4693	13.0759	240.9669	0.7843
d_m1	D_INV	8.9479	8.1068	132.2265	0.6429
d_m2	D_INV	8.9583	8.1164	132.3918	0.6436
d_m3	D_INV	9.1506	8.2658	130.1845	0.6496
d_nw	D_INV	14.1248	12.9159	221.2330	0.8118
d_s1	D_INV	8.7287	7.8249	132.1661	0.6195
d_s2	D_INV	8.7287	7.8249	132.1661	0.6195
d_s3	D_INV	8.9578	8.1159	132.4550	0.6437
d_s4	D_INV	8.9578	8.1159	132.4550	0.6437

Cuadro 3. Pronóstico de la serie de inversión en logaritmos

Método	Variable	RMSE	MAE	MAPE	Theil
l_ls	L_INV	0.1931	0.1610	2.7022	0.0166
l_m1	L_INV	0.0747	0.0608	1.0456	0.0065
l_m2	L_INV	0.0741	0.0605	1.0417	0.0064
l_m3	L_INV	0.0632	0.0506	0.8735	0.0055
l_nw	L_INV	0.0498	0.0358	0.6183	0.0043
l_s1	L_INV	0.0589	0.0469	0.8088	0.0051
l_s2	L_INV	0.0589	0.0469	0.8088	0.0051
l_s3	L_INV	0.0980	0.0933	1.6586	0.0086
l_s4	L_INV	0.0862	0.0731	1.3155	0.0078

En el caso del Cuadro 3, con las series en logaritmos, los mejores pronósticos corresponden a la estimación bayesiana con la especificación a priori normal-Wishart.

Cuadro 4. Pronóstico de la serie de inversión en diferencias logaritmicas

Método	Variable	RMSE	MAE	MAPE	Theil
dl_ls	DL_INV	0.0389	0.0292	236.2915	0.6160
dl_m1	DL_INV	0.0329	0.0297	114.8011	0.6358
dl_m2	DL_INV	0.0329	0.0297	115.0267	0.6360
dl_m3	DL_INV	0.0338	0.0303	113.9432	0.6453
dl_nw	DL_INV	0.0329	0.0296	114.0835	0.6349
dl_s1	DL_INV	0.0280	0.0246	146.1534	0.6251
dl_s2	DL_INV	0.0280	0.0246	146.1534	0.6251
dl_s3	DL_INV	0.0329	0.0297	115.0691	0.6360
dl_s4	DL_INV	0.0329	0.0297	115.0691	0.6360

Para el caso del Cuadro 4, con las series especificadas en diferencias logarítmicas, el mejor pronóstico según los estadísticos RMSE y MAE es el logrado con la estimación bayesiana, utilizando las especificaciones a priori normal-Wishart propuestas por Sims y Zha, Sin embargo para la evaluación con el estadístico MAPE, el mejor pronóstico se logra con la especificación de Litterman/Minnesota con matriz Σ_{ε} diagonal. Para el caso del estadístico de Theil el mejor pronóstico corresponde a la estimación por Mínimos Cuadrados.

4 Conclusiones

A partir del ejercicio realizado puede afirmarse una clara ventaja de la estimación bayesiana si se la evalúa mediante la bondad del pronóstico. Es de hacer notar que se ha elegido para el ejercicio un caso en que la estimación por Mínimos Cuadrados es reconocidamente ineficiente, pero un caso que suele presentarse en la realidad, ya que la escasez de datos es uno de los problemas crónicos de la econometría, sobre todo en nuestros países donde las direcciones de estadística son poco desarrolladas o no confiables.

Quedan por desarrollar ejercicios más específicos con datos de nuestra economía y un análisis de las ventajas y desventajas de cada una de las especificaciones utilizadas en las estimaciones bayesianas. Así también el análisis podría ampliarse con la utilización de estimaciones mediante simulaciones, por ejemplo, métodos de Montecarlo basados en Cadenas de Markov (MCMC).

Bibliografía

- DOAN, T., LITTERMAN, R. y SIMS, Ch. (1984). Forecasting and conditional projection using realistic prior distributions. Econometric reviews, vol. 3, no 1, p. 1-100.
- EViews 10 (2017). User's Guide II IHS Global Inc.
- LITTERMAN, R. (1986). Forecasting with Bayesian vector autoregressions—five years of experience. Journal of Business & Economic Statistics, vol. 4, no 1, p. 25-38.

- LÜTKEPOHL, H. (2007). New Introduction to Multiple Time Series Analysis, New York: Springer-Verlag.
- MARTINEZ, C., MILIA, D., BRUFMAN, J. y JACK, P. (2017). Análisis de políticas monetarias de control de la inflación con modelos BVAR: el caso chileno, LII Conferencia de la Asociación Argentina de Economía Política
- SIMS, Ch. y ZHA, T. (1998). Bayesian methods for dynamic multivariate models. International Economic Review, p. 949-968.

Relaciones Funcionales entre Autoconcepto y Rendimiento Académico

Closas, Humberto – Franchini, Noelia – Kuc, Luciana – Dusicka, Ma. Alicia – Hisgen, Matías – Torres, Adolfo – Rohde, Gricela

Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional del Nordeste

hclosas@hotmail.com – noeliabfranchini@yahoo.com – lucianakuc@hotmail.com – mad2607@yahoo.com
mhisgen@gmail.com – adolfotorres@gmail.com - grohde@eco.unne.edu.ar

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Autoconcepto, Rendimiento, Estudiantes universitarios, Regresión logística, Curva ROC.

Resumen

El objetivo principal de nuestro estudio fue desarrollar un modelo de regresión logística que permita explicar de qué manera distintas áreas del constructo autoconcepto se relacionan con los resultados académicos. La muestra, formada por alumnos de primer año de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Nordeste, resultó elegida de manera estratificada, por conglomerados y de forma aleatoria; la misma está compuesta por 164 jóvenes, con una media de 19.80 años. La investigación responde a un diseño explicativo, de estilo descriptivo mediante encuesta (se utilizó el test Autoconcepto Forma 5: *Académica*, *Social*, *Emocional*, *Familiar* y *Física*), de línea cuantitativa y de corte transversal. En la etapa empírica, los análisis estadísticos descriptivos, psicométricos e inferenciales, permitieron conocer ciertas características de las dimensiones de la prueba, los índices de consistencia interna de las diferentes áreas y del instrumento en su conjunto, así como determinar el modelo logístico que mejor se ajusta a los datos muestrales. El concepto de la curva ROC ha sido empleado con el fin de mostrar la capacidad global que el modelo posee para explicar los resultados del rendimiento académico. En definitiva, se puede sostener que el cuestionario aplicado es una prueba confiable, que posee validez predictiva para describir la variabilidad de los resultados académicos a partir de distintos tipos de autoconcepto analizados.

1 Introducción

El rendimiento académico de los estudiantes universitarios es una preocupación de sumo interés en el ámbito de países que poseen un sistema público de educación superior, como lo es Argentina. Esto se debe a que el objetivo final de la provisión gratuita de este nivel educativo es la igualación de oportunidades y el ascenso social de los ciudadanos, lo cual depende directamente del éxito que tengan los alumnos universitarios en términos del aprovechamiento y finalización de sus estudios.

Para la Universidad Nacional del Nordeste (UNNE), que forma parte del Sistema Universitario Argentino y en cuyo ámbito se lleva a cabo el presente estudio, el tema del bajo rendimiento académico es aún de mayor relevancia social. Esto es así en razón de que su zona de influencia incluye una de las áreas con mayor nivel de subdesarrollo educativo y económico, como lo es la región nordeste.

El insuficiente rendimiento académico, que se puede explicar por inconvenientes de distinta índole y origen, arrastra a muchos alumnos al abandono de sus estudios –lo que implica un costo social considerable–, siendo una de las causas más frecuente la imposibilidad de aprobar algunas de las asignaturas de primer año.

Si bien existen múltiples factores que inciden en el rendimiento académico, sólo nos enfocamos aquí en el *autoconcepto* de los estudiantes, como aquella variable motivacional en la que, de acuerdo con algunos autores (Núñez et al., 1998), se pone de manifiesto que la implicación activa del sujeto en su proceso de aprendizaje se incrementa cuando se percibe autoeficiente.

Diversos autores se han ocupado del vocablo y de la problemática objeto de este trabajo. Así por ejemplo, Burns (1982) define el autoconcepto como la percepción que el sujeto tiene de sí mismo; está basado en las experiencias individuales y sociales y en las atribuciones que se otorgan a la propia conducta; incluye actitudes, sentimientos, apariencias, aceptación social y capacidades cognitivas. Es considerada como una de las variables personales que mayor influencia tendría, tanto directa como indirectamente, en el rendimiento académico.

El interés por el autoconcepto, ha estado presente desde hace tiempo en el psicoanálisis, el conductismo, las teorías del aprendizaje social, la psicología cognitiva y la psicología humanística; también en el campo de la psicología aplicada: clínica, educativa y social (Harter, 1986)

Los estudios sobre autoconcepto han demostrado que este constructo constituye uno de los más importantes y significativos reguladores de la conducta humana (Suls, 1982; Suls y Greenwald, 1983). No obstante, hay dificultades para establecer la naturaleza de la relación y para identificarla. De acuerdo con Markus y Wurf (1987) el inconveniente con el que nos encontramos en el momento de identificar la influencia del factor en la conducta del individuo radica también, en estimar qué otros aspectos influyen en la conducta, además del autoconcepto.

En la década del sesenta, los modelos del autoconcepto eran típicamente de naturaleza unidimensional, es decir, consideraba que el autoconcepto era un constructo unitario que podía ser evaluado presentando a niños o adolescentes ítems que reflejaran su autoconcepto global a través de múltiples contextos. Hacia los años ochenta, en cambio, las investigaciones abandonaron este enfoque unidimensional y desarrollaron un modelo multidimensional propuesto por Shavelson, Hubner y Stanton (1976).

En este modelo se distinguen un autoconcepto general que se subdivide en académico (Inglés, Historia, Matemáticas y Ciencias) y no académico (estados emocionales particulares) y físico (habilidad y apariencia física). Este modelo propone que el autoconcepto pueda ser evaluado utilizando instrumentos que midan cada una de las áreas por separado (Escurra, 2005).

En el presente trabajo se analizó el autoconcepto de los alumnos a partir del test Autoconcepto Forma 5 (AF5), elaborado por García y Musitu (2001), el que se encuentra conformado por treinta (30) preguntas, organizadas en seis (6) ítems para cada una de las cinco (5) áreas consideradas: *académica*, *social*, *emocional*, *familiar* y *física*, las cuales brevemente pasamos a describir.

Académica: se refiere a la percepción que el sujeto tiene de la calidad del desempeño de su rol como estudiante. *Social*: es la opinión que tiene el individuo de su desempeño en las relaciones sociales. *Emocional*: hace referencia a la apreciación que una persona realiza respecto de su estado emocional y de sus respuestas a situaciones específicas, con cierto grado de compromiso e implicación en su vida cotidiana. *Familiar*: está asociado a la consideración que tiene el sujeto de su implicación, participación e integración en el medio familiar. *Físico*: este factor se vincula con la creencia que tiene el individuo de su aspecto físico y de su condición física.

En cuanto a la relación causal entre el autoconcepto y el rendimiento académico, los resultados de investigaciones realizadas no aportan evidencia definitiva sobre la naturaleza exacta de la dirección del vínculo que une a estas dos variables. En efecto, Núñez y González (1994) distinguen cuatro patrones o modelos de causalidad entre ambos constructos. En primer lugar, el rendimiento académico como determinante del autoconcepto; en segundo término, los niveles del autoconcepto como determinantes del grado de logro académico; en tercer orden, autoconcepto y rendimiento académico se influyen y determinan mutuamente; por último, terceras variables pueden ser la causa tanto del autoconcepto como del rendimiento académico.

Con el fin de explicar de la mejor forma posible –tanto conceptual como técnica– de qué manera el constructo psicológico objeto de interés influye en los resultados académicos, nos hemos planteado como *objetivo* en este estudio desarrollar un modelo de regresión logística múltiple. En la fase empírica de esta investigación, la variable explicada de la ecuación de regresión será, ciertamente, el *rendimiento académico* (medido a través de las calificaciones parciales obtenidas en la asignatura de primer año, Contabilidad Básica (CB), la cual es común para las distintas carreras que se imparten en la Facultad de Ciencias Económicas (FCE) de la UNNE), mientras que las variables explicativas serán las diferentes dimensiones del factor autoconcepto (evaluadas mediantes la prueba AF5) propuestas por García y Musitu (2001).

2 Método

2.1 Participantes

Debido a que nuestro interés radica en trabajar con una muestra en la cual su unidad se encuentre formada por la totalidad de los estudiantes que componen una entidad con definida personalidad como es el grupo-clase, hemos considerado adecuado optar por las distintas modalidades de cursado: presencial, semipresencial y común, que se ofrecen en la asignatura CB de la FCE-UNNE. Cabe señalar que en los dos primeros modos de cursado el régimen de promoción de la materia es a través de Prueba Parciales Acumulativas (PPA). En razón de lo señalado, se puede sostener que la muestra ha sido seleccionada utilizando los métodos *estratificado* (las opciones de cursado representaban los estratos) y por *conglomerados* (los grupos-clase o comisiones de estudio integraban los cluster), los cuales fueron seleccionados de manera aleatoria.

Concretamente, la muestra estuvo compuesta por 6 grupos-clase (2 por cada modalidad de cursado), los que totalizaban 164 jóvenes, 91 mujeres (55.49%) y 73 hombres (44.51%), con una media de 19.81 años (*DE* = 1.72).

2.2 Diseño y Procedimiento

Esta investigación es de naturaleza *no experimental* y *explicativa*, en razón del objetivo que se ha planteado. Si consideramos como criterio el tipo de información que se proveerá y el modo de reunirla, el diseño de este trabajo es de estilo *descriptivo mediante encuesta*. En este estudio empleamos la técnica del *cuestionario*; además se trata de una investigación de *campo*, de línea *cuantitativa,* de corte *transversal* y de perfil *correlacional*.

Ahora bien, una vez elegida la muestra, la recolección de los datos se realizó, en cada uno de los grupos-clase, en una única instancia. En primer lugar se les informó a los alumnos participantes que la aplicación del instrumento en cuestión respondía a un trabajo de investigación relacionado con temas de rendimiento académico, que tiene la intención –a partir de la lectura e interpretación de sus resultados– de aportar propuestas de intervención que posibiliten mejorar el fenómeno objeto de estudio**.** También se les indicó sobre la importancia de responder sinceramente a los distintos ítems planteados, que sus respuestas tendrían un carácter estrictamente confidencial, sólo de uso científico y que la participación en el estudio era una decisión totalmente voluntaria.

El momento temporal de este proceso fueron los meses de septiembre y octubre de 2016. La aplicación del cuestionario la efectuaron los propios profesores, al comienzo de clase y con el margen de tiempo adecuado en virtud de las consultas formuladas en la prueba (20 minutos en promedio). Concluido el trabajo de campo propiamente dicho y el ordenamiento de la información obtenida, se procedió a la construcción de la matriz de datos en formato electrónico, así como a su posterior control general.

2.3 Instrumentos

Para cumplir con el objetivo propuesto y recoger los datos relativos al tema bajo estudio se utilizó, según fuera anticipado, el test AF5 cuya autoría pertenece a García y Musitu (2001). Esta prueba se encuentra compuesta por 30 preguntas agrupadas en 5 dimensiones (6 ítem en cada área): *académica* (p. ej., *Soy un buen estudiante*), *social* (p. ej., *Hago fácilmente amigos*), *emocional* (p. ej., *Muchas cosas me ponen nervioso*), *familiar* (p. ej., *Mis padres me dan confianza*) y *física* (p. ej., *Soy bueno haciendo deportes*), acerca de las que nos hemos referido brevemente en el apartado introductorio.

Para responder a cada una de las afirmaciones planteadas en el instrumento utilizado los estudiantes disponían de una escala con alternativas que iban de 1 a 99. La aplicación del test podía realizarse en forma individual o colectiva, en nuestro caso evidentemente se realizó en forma colectiva. En virtud de lo que antecede, se trabajó con fuentes de información primaria; esto es, se aplicó la prueba mencionada y se recogieron los datos. Para esta acción, evidentemente, el investigador asumió el rol de observador y los alumnos el carácter de informantes.

A su vez, con la finalidad de obtener el modelo logístico que mejor permita explicar o predecir la varianza de los *resultados académicos*, así como contrastar la validez predictiva del instrumento, hemos empleado como variable respuesta las calificaciones (promedio de evaluaciones parciales) alcanzadas por los alumnos encuestados en la asignatura CB, las que fueron obtenidas a partir de las actas académicas (fuentes de datos secundarios), disponibles en el Sistema de Gestión Universitaria SIU-Guaraní. Se han seleccionado las calificaciones, puesto que son el criterio social y legal del rendimiento en el ámbito de los centros educativos, además de ser el indicador más utilizado en las investigaciones sobre esta temática. La variable dependiente (calificaciones) del modelo es de tipo continua, sus valores enteros varían entre 1 y 10; en cambio, las variables independientes (dimensiones de la AF5), si bien son continuas, sus valoraciones oscilan entre 0.10 y 9.90.

2.4 Análisis de datos

A partir de la base de datos en formato electrónico, se realizaron diversos análisis estadísticos. Los estudios implementados pertenecientes al dominio de la psicometría (correlación dimensión-total corregida y consistencia interna), también de la estadística descriptiva (algunos estadísticos centrales y de dispersión) e inferencial (análisis correlaciónales bivariados, análisis de regresión logística y curva ROC; para las pruebas de hipótesis, como es habitual, utilizamos la medida *p-valor*).

Los diferentes tratamientos estadísticos indicados en el párrafo anterior permitieron, por un lado, conocer las características y el comportamiento de cada una de las áreas de la prueba utilizada, así como el grado de confiabilidad del instrumento; por otra parte, dieron lugar a determinar la ecuación de predicción que mejor describía la relación entre los cinco tipos de *autoconcepto* considerados y el *rendimiento académico*. En todos los casos, el procesamiento de los datos fue realizado con ayuda del programa IBM SPSS Statistics 22.

3 Resultados

3.1 Estudios de las dimensiones del test aplicado

En la Tabla 1 pueden apreciarse las valoraciones, la *media*, la *desviación estándar*, la *correlación dimensión-total corregida* y el *coeficiente alfa de Cronbach*. Los dos primeros estadísticos son de mucha utilidad, puesto que cuando se analiza un conjunto de datos numéricos, el conocimiento de ambas medidas ayuda a comprender, entre otras cosas, la distribución de los datos de la muestra. El tercer de los cuatro estadísticos mencionados (*correlación dimensión-total corregida*), recoge el grado de relación que cada una de las áreas posee con el total de la prueba, lo que puede considerarse un indicador de su grado de discriminación. La fiabilidad es una de las características fundamentales de un test, una de las formas de evaluarla es a través del cuarto estadístico (*coeficiente alfa de Cronbach*) el cual indica la precisión o estabilidad de los resultados; señala la cuantía en que las medidas de la prueba están libres de errores casuales o aleatorios.

Tabla 1. Estadísticos descriptivos, de correlación y de fiabilidad de las dimensiones de la AF5

Dimensión	**Número de ítems**	**Valoración**	***Media***	***DE***	***Correlación dimensión-total corregida***	***α de Cronbach sin la dimensión***

Académica	6	Mín. = 1.20 Máx. = 9.25	5.92	1.61	.42	.68
Social	6	Mín. = 1.92 Máx. = 9.90	6.53	1.89	.59	.59
Emocional	6	Mín. = 0.10 Máx. = 9.77	5.21	2.14	.41	.69
Familiar	6	Mín. = 2.67 Máx. = 9.90	8.26	1.65	.35	.71
Física	6	Mín. = 0.38 Máx. = 9.57	5.91	1.91	.59	.59
AF5 (5 Dimensiones): Val. Mín. = 13.59 Val. Máx. = 44.86 *Media* = 31.83 *DE* = 5.78 *α* = .71						

Se destacan a continuación algunos aspectos que surgen de la lectura de los valores que se encuentran en la Tabla 1, obtenidos a partir de los análisis efectuados sobre los datos muestrales.

Comenzamos por señalar que los valores hallados para cada una de las dimensiones, así como para el conjunto de las mismas, en cuanto a valoración, *media* y *desviación típica*, resultaron razonables y se encuentran dentro del rango de medidas que se esperaban obtener, en virtud de los antecedentes bibliográficos que fueron consultados sobre el tema (consideramos conveniente mencionar que no se realizaron modificaciones de ningún tipo en el texto de las preguntas, ni en la estructura de la escala original).

En general, las valoraciones en cada una de las áreas muestran *correlaciones corregidas* aceptables con las valoraciones totales en la prueba (sumatoria de los ítems que componen las dimensiones, excluidos aquellos que integran la dimensión cuya asociación se evalúa), puesto que en todos los casos superan el valor de referencia .20 (Kline, 2000), observándose la más altas en la categorías denominadas *Social* (.59) y *Física* (.59).

Respecto de los indicadores *α de Cronbach cuando se excluye la dimensión*, podemos señalar que los valores destacados corresponden a las áreas *Social* (.59) y *Física* (.59), citadas anteriormente (en este caso, coeficientes bajos ponen en evidencia el aporte relevante que la dimensión que no participa realiza respecto de la fiabilidad de la prueba). Los valores de *α de Cronbach* hallados son todos correctos, ya que verifican siempre el criterio de algunos autores de estar en estudios exploratorios al menos entre .50 y .60 (Huth, Delorme y Reid, 2006).

Los indicadores de las dos últimas columnas de la Tabla 1 pertenecen a conceptos estrechamente vinculados, en términos generales, con la confiabilidad del instrumento, que en nuestro estudio resultaron muy coherentes y sencillos de interpretar (valores altos de *correlaciones corregidas* se relacionan con cuantificaciones bajas de *α de Cronbach*, que esta ocasión casualmente resultaron idénticos, cuando se consideran sólo dos dígitos decimales).

Para finalizar con este apartado, debemos señalar que la fiabilidad calculada para el conjunto de las cinco dimensiones es aceptable puesto que el *coeficiente alfa* encontrado (.71) supera el criterio de .70 recomendado (Nunnaly y Bernstein, 1994). Se recuerda que la fiabilidad, es una característica fundamental en cualquier test, ya que indica la precisión o estabilidad de los resultados; señala la cuantía en que las medidas de la prueba están libres de errores casuales o aleatorios. Asimismo, se considera conveniente mencionar que calcular el coeficiente de fiabilidad en cada nueva muestra, y no apoyarse en la obtenida en otros estudios como aval de la fiabilidad del instrumento, es una de las recomendaciones de la American Psychological Association (2001).

3.2 Análisis correlaciónales bivariados

En este apartado llevaremos a cabo análisis relacionales entre las cinco dimensiones que integran la prueba AF5 y la variable rendimiento académico (los datos de esta variable, originalmente oscilaban entre 1 y 10, fueron recodificados: a las calificaciones entre 1 y 5 se les asignó el valor 1, mientras que a las notas entre 6 y 10 les correspondió el valor 0).

La primera razón por la que se realizan estos estudios radica en el hecho de que los estadísticos que se obtengan permitirán reconocer la presencia o no de asociaciones entre las categorías del instrumento y los resultados académicos, lo que proporcionará un indicio acerca de la validez predictiva del test objeto de interés.

El segundo motivo de los actuales estudios reside en que, en atención al objetivo principal de esta investigación, está previsto obtener un modelo de regresión logística explicativo de las relaciones entre el rendimiento académico y las dimensiones de la prueba AF5, y es siempre de utilidad examinar previamente las asociaciones que presentan, en esta ocasión, las variables independientes con la variable dependiente.

Respecto de los valores del estadístico *t* (permite contrastar la hipótesis nula de que el rendimiento es independiente del autoconcepto) entre las dimensiones de la prueba AF5 y el rendimiento académico, según puede verse en la Tabla 2, de los cinco posibles, sólo uno resultó estadísticamente significativo (α = .01), tal es el caso del correspondiente al autoconcepto *Académico* (t = –4.86).

Tabla 2. Relaciones entre las dimensiones de la prueba AF5 y el rendimiento académico

	Académica	**Social**	**Emocional**	**Familiar**	**Física**
Rendimiento académico	–4.86**	.10	.86	.27	.22

**p < .01 N = 164

Nota: Para determinar si las distintas áreas del test (variables continuas) se hallaban relacionadas con el rendimiento académico (variable dicotómica), se realizaron contrastes de hipótesis a través de la prueba *T de Sudent*.

Lo destacable de los indicadores obtenidos en esta parte del estudio es que la presunción que teníamos al respecto; esto es, la presencia de asociación entre ambos constructos (autoconcepto y rendimiento), pudo ser empíricamente comprobada. Más precisamente podemos afirmar que en este contexto de análisis estadísticos, se encontraron evidencias suficientes para rechazar la hipótesis nula de que el rendimiento académico no depende del autoconcepto *Académico*; de manera que es posible señalar por ahora, que al menos la dimensión mencionada se encuentra efectivamente relacionada con la variable respuesta.

Esta apreciación nos lleva a sostener, a priori, que las distintas categorías del test AF5, principalmente la *Académica*, por evidentes razones, sería de utilidad para configurar un modelo que permita clasificar en el futuro los resultados académicos; aunque de ninguna manera se deben descartar las demás dimensiones como posibles variables independientes de la ecuación final de regresión.

3.3 Regresión logística binaria

En vista del objetivo planteado en este estudio, ha sido ingresada como variable respuesta el *Rendimiento académico* (0 = Aprobado y 1 = Desaprobado), y como variables explicativas o covariables las cinco dimensiones del test AF5: *Académica*, *Social*, *Emocional*, *Familiar* y *Física*.

Los resultados de la regresión logística binaria (en SPSS optamos por el método Atrás: Condicional) indican, en virtud de la aplicación de los tests de ajuste global, que las variables *Académica*, *Social*, *Emocional* y *Física*, en su conjunto, serían relevantes a la hora de explicar o predecir el comportamiento de los resultados académicos.

Se considera conveniente señalar que a la hora de seleccionar el modelo que razonablemente se ajusta a los datos de la muestra se han priorizado en general los resultados de los tests de ajuste global, por encima de criterios particulares respecto de cada una de las dimensiones de la prueba AF5 (ver Tabla 3), como pueden ser los estadísticos de *Wald* y sus *p-valores* asociados.

Tabla 3. Coeficientes del modelo y estadísticos de *Wald*

	B	*Wald*	*Valor p*
Académica	–.57	19.40	.00
Social	.09	.69	.40
Emocional	–.06	.45	.50

Respecto al contraste global del modelo (véase Tabla 4), podemos indicar que el *p-valor* correspondiente a la prueba *Chi-cuadrado* (24.95) ha resultado .00; por lo que, para un nivel de significación $\alpha = .05$, se rechaza la hipótesis nula de que los coeficientes incluidos en el modelo sean estadísticamente iguales a cero.

La prueba de Hosmer-Lemeshow (la hipótesis nula indica que el modelo se ajusta a la realidad), otra forma de evaluar la bondad de ajuste de un modelo de regresión logística, ha proporcionado un *p-valor* de .59, para el estadístico *Chi-cuadrado* cuya medida resultó 6.48 (Tabla 4); de manera que en sintonía con lo expresado en el párrafo anterior, podemos sostener que el modelo que se propone refleja adecuadamente los datos empíricos (no se encontraron evidencias suficientes para rechazar la hipótesis nula).

Tabla 4. Indicadores globales del modelo

Test	χ^2	***Valor p***
Bondad de ajuste	24.95	.00
Hosmer-Lemeshow	6.48	.59

En virtud de lo que antecede se procedió a plantear un *modelo de regresión logística* conformado por cuatro de las cinco dimensiones posibles (la única área de la prueba que ha sido excluida del modelo –en razón de que sus indicadores lo sugerían de manera categórica, y los estadísticos de bondad de ajuste del modelo se veían favorecidos–, fue el autoconcepto *Familiar*) como variables independientes de la ecuación, el resultado obtenido pueden apreciarse a continuación:

$$p(\textit{Rendimiento matemático} = \text{Desaprobado}) = \frac{1}{1+e^{-2.52+0.57\times \textit{Académica} -0.09\times \textit{Social} +0.06\times \textit{Emocional} -0.12\times \textit{Física}}}$$

Si bien en este apartado hemos sostenido que el modelo propuesto se ajusta a los datos de la muestra, utilizaremos a continuación el concepto de la curva ROC (*Receiver Operating Characteristic*), con el objeto de mostrar la capacidad que el modelo posee para explicar los resultados del rendimiento académico, así como de elegir el punto de corte más apropiado para una sensibilidad o una especificidad determinada. La *sensibilidad* indica la capacidad del estimador para identificar correctamente los casos positivos (en nuestro estudio, alumnos que se encuentran en el grupo de *desaprobados*; es decir, estudiantes que presentan problemas de rendimiento). Por el contrario, la *especificidad* es la probabilidad de detectar correctamente la presencia de casos negativos (en nuestro estudio, alumnos que se encuentran en el grupo de *aprobados*, o que carecen de dificultades académicas).

3.4 Curva ROC

En la Tabla 5 se presentan diferentes valores del área bajo la curva ROC. En efecto, pueden apreciarse la *estimación puntual* (.72), el error estándar de esta estimación (.04), también el límite inferior (.64) y superior (.79) de un intervalo de confianza del 95%. Como este intervalo no contiene al valor .50, podemos rechazar la hipótesis nula (AUC [*Area Under the Curve*] = .50) y concluir que la estimación puntual del área bajo la curva ROC (.72, $p < .05$) estaría indicando que el modelo que se propone posee calidad diagnóstica para clasificar el *Rendimiento matemático* de los estudiantes de la muestra.

De la observación de la *lista de coordenadas* de la curva ROC (información obtenida a partir de las alternativas seleccionadas y las opciones que por defecto brinda SPSS 22), surge que para el caso de una sensibilidad del 76% tendríamos una especificidad del 64%, lo que se consigue en el punto de corte 0.48. El punto de corte lo hemos elegido teniendo en cuenta que la sensibilidad fuera la más alta y el número de falsos positivos (1 – especificidad) fuera el más bajo, dentro de los valores posibles, puesto que de esta manera, además de maximizar el índice de Yuoden, el modelo proporcionará estimaciones que estarían equilibradas y ajustadas a la realidad objeto de estudio.

Tabla 5. Área bajo la curva ROC

Área	*Error estándar*	*Valor p*	*Interv. de confianza*	
			Lím. inf.	*Lím. sup.*
.72	.04	.00	.64	.79

En la Figura 1, puede apreciarse la *representación gráfica* de la curva ROC ajustada a los datos muestrales. Se observa que la curva se encuentra razonablemente por encima de la recta $y = x$, por lo que podemos considerar que el método de diagnóstico es aceptable para discriminar los resultados educativos de los alumnos. La flecha indica el punto de corte óptimo (0.48) que determina la *sensibilidad* (0.76) y *especificidad* (1 – 0.36 = 0.64) conjuntas más altas (Mayor índice de Youden = 0.40).

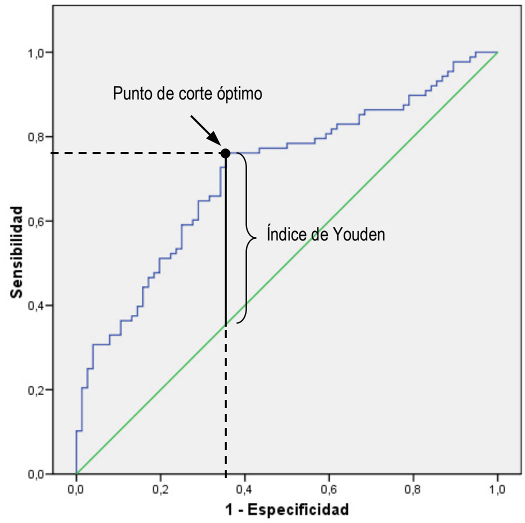


Figura 1. Gráfico de la curva

4 Conclusiones

En el presente estudio nos habíamos propuesto principalmente concretar, en un dominio estadístico de tipo descriptivo, psicométrico e inferencial, el desarrollo de un modelo de predicción logística que permita explicar las relaciones existentes entre distintas áreas del *autoconcepto* y el *rendimiento académico*, empleando una muestra conformada por estudiantes de primer año de la FCE–UNNE. Pues bien, en vista de los resultados obtenidos en el marco de esta investigación, podemos afirmar que el objetivo planteado ha sido logrado.

En efecto, a partir de los estudios iniciales (estadísticos descriptivos, correlación dimensión-total corregida y alfa de Cronbach) realizados sobre las dimensiones del test utilizado, así como de los análisis implementados posteriormente (correlacionales y de regresión), fue posible comprobar que la prueba aplicada constituye un instrumento confiable y válido para medir la percepción que los estudiantes tienen acerca de ellos mismos en distintos aspectos, como también de qué manera se vinculan los tipos de autoconcepto estudiados con el rendimiento académico en la asignatura CB.

Así pues, en relación con la fiabilidad de la escala, los resultados indican que puede considerarse un instrumento aceptable, dado que el coeficiente de consistencia interna encontrado para el conjunto de las cinco dimensiones (α = .71) supera el valor mínimo requerido (α = .70). A su vez, como complemento de la información dada, podemos decir que las correlaciones entre cada categoría y la AF5 (denominado índice de homogeneidad corregido) fueron siempre muy razonables, en todos los casos superan el valor de referencia .20 (van de $r_{d\text{-}t}$ = .35 a $r_{d\text{-}t}$ = .59).

En razón de los resultados conseguidos en el estudio de validez predictiva, nuestra apreciación respecto de los niveles de discriminación –mediante las categorías de la prueba– de los resultados educativos es lógicamente favorable; esto es, pensamos que la AF5 es un instrumento que clasifica adecuadamente a los estudiantes con diferentes grados de logro académico. Así por ejemplo, utilizando el modelo obtenido en el apartado de regresión logística, se podría predecir que los alumnos que posean valoraciones altas en las dimensiones *Académica* y *Emocional* (sin que también lo sean en las dos dimensiones restantes, *Social* y *Física*), tendrían mejores resultados cognitivos en la asignatura objeto de interés. Por el contrario, en aquellos estudiantes con valoraciones bajas en las áreas *Académica* y *Emocional* (y quizás altas en las otras dos dimensiones), se observaría un menor rendimiento en el campo de conocimiento bajo análisis.

Aunque en su generalidad, los resultados muestran evidencia que el test aplicado presenta suficientes bondades para ser utilizado en la evaluación de las formas de autoconcepto, así como en la explicación del rendimiento académico en una asignatura del área Contable, creemos necesario considerar algunas limitaciones.

En efecto, en primer lugar, los participantes de la presente investigación fueron alumnos de primer año de una unidad académica específica, lo que no permitiría hacer inferencias demasiado generales sobre otros estudiantes universitarios o extender los resultados obtenidos sobre poblaciones no representadas en la muestra.

En segundo orden, no se puso a prueba el instrumento AF5 en función de variables demográficas como la edad y el género de los participantes, o la modalidad de cursado en la que están inscriptos los estudiantes encuestados, por lo que sería interesante en próximos trabajos, analizar en el ámbito de aplicación del test cómo se manifiestan los tipos de autoconcepto al considerar estos aspectos.

Sin embargo, a pesar de las limitaciones expuestas, por lo que los resultados logrados deberían aceptarse con cierta cautela, pensamos que el trabajo realizado debe ser reconocido como un paso adelante en el abordaje del tema objeto de interés y, consecuentemente, un aporte a la comunidad académica y científica del área de conocimiento, con posibles proyecciones en política, planificación y gestión educativa, de allí que el presente estudio conlleva implícitamente verdaderas perspectivas de transferencia.

Como última reflexión se indica que el hecho de haber validado empíricamente el AF5 (a efectos de explicar los resultados educativos) en un determinado contexto académico y sociocultural, da origen a contar con un nuevo marco de referencia, lo cual permite ampliar la aplicación de la prueba objeto de análisis; en esta oportunidad, utilizando una muestra conformada por estudiantes de Ciencias Económicas con residencia en la zona noreste de Argentina. Por lo que antecede, se considera que tanto la temática desarrollada como el tratamiento realizado constituyen un aporte científico genuino en razón de la producción de saberes que fue posible generar a partir de datos correspondientes a nuestro lugar de pertenencia, que no habían sido relevados en trabajos anteriores.

Desde nuestro punto de vista, el autoconcepto en sus distintas formas representa una cuestión relevante por su implicancia en el rendimiento académico, por lo que deberían incrementarse sus líneas de investigación a efectos de lograr un mayor desarrollo sobre su conocimiento y utilidad en nuestro contexto sociocultural. Este hecho, evidentemente, sería una importante contribución al proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura bajo estudio, y de otras que se encuentran en la misma área de conocimiento, puesto que daría lugar a sugerir medidas de intervención con el propósito principal de alcanzar un mejor desempeño cognitivo de los estudiantes.

Referencias

- American Psychological Association (2001). *Publication Manual of the American Psychological Association.* Washington DC: Author.
- Burns, R. (1982). *Self-concept development and education.* London: Holt, Rinehart & Winston.

- Escurra, L., Delgado, A., Guevara, G., Torres, M., Quezada, R., Morocho, J., Rivas, G. y Santos, J. (2005). Relación entre el autoconcepto de las competencias, las metas académicas y el rendimiento en alumnos universitarios de la ciudad de Lima. *Revista de Investigación en Psicología*, *8*(1), 87-106.
- García, F. y Musitu, G. (2001). *AF5. Autoconcepto Forma 5.* Madrid: TEA.
- Harter, S. (1986). *Psychological perspective on the self.* Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Huth, J., Delorme, D. y Reid, L. (2006). Perceived third-person effects and consumer attitudes on preventing and banning DTC advertising. *Journal of Consumer Affairs*, *40*(1), 90-116.
- Kline, P. (2000). *The handbook of psychological testing* (2a. ed.). London: Routledge.
- Markus, H. y Wurf, E. (1987). The dynamic self-concept: social psychological perspective. *Annual review of psychology*, *38*, 299-337.
- Nunnaly, J. y Bernstein, I. (1994): *Psychometric theory* (3a. ed.). New York: McGraw-Hill.
- Núñez, J. y González, J. (1994). *Determinantes del rendimiento académico. Variables cognitivo-motivacionales, atribucionales, uso de estrategias y autoconcepto.* Oviedo: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Oviedo.
- Núñez, J., González, J., García, M., González, S., Roces, C., Álvarez, L. y González, M. (1998). *Estrategias de aprendizaje, autoconcepto y rendimiento académico*. *Psicothema*, *10*(1), 97-109.
- Shavelson, R., Hubner, J. y Stanton, G. (1976). Validation of construct interpretations. *Review of Educational Research*, *46*, 407-441.
- Suls, J. (1982). *Psychological perspectives on the self* (Vol. 1). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Suls, J. y Greenwald, A. (1983). *Psychological perspectives on the self* (Vol. 2). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Liderazgo y formación académica en la FACE. Un sondeo de opinión a estudiantes y graduados. UNT - 2018

Augier, Rolando Matías – Juliano, Víctor Eduardo – Huerta de Labastida, Mónica

Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Tucumán

raugier@outlook.com – ejuliano@herrera.unt.edu.ar– mlabastida@herrera.unt.edu.ar

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Liderazgo, Formación, Competencias

Resumen

Existen diferentes indicadores socios económicos como inflación, desocupación, evolución de salarios, niveles de producción, devaluación de la moneda, pobreza etc. que dan muestra de la compleja situación que atraviesa el país. Dado este cuadro de situación, resulta clave la formación de líderes y dirigentes que en la crisis sepan encontrar nuevas alternativas para superarla y conduzcan en ese sentido a los grupos sociales.

Los diferentes grupos en los que se satisfacen intereses y necesidades, requieren orientación y conducción para el logro de sus objetivos. Credibilidad, facilidad en la comunicación, motivación y empatía son algunas de las condiciones que un buen líder debe poseer para ser reconocido por un grupo y lograr adhesión a sus propuestas.

Estetrabajo presenta las opiniones sobre aspectos de liderazgo y la clase dirigente, vertidas poralumnos de la Facultad de Ciencias Económicas de la U.N.T. y egresados de dicha unidad académica que se desempeñan en cargos de dirigencia, en 2018. Se analizan cuáles son las competencias que consideran necesarias, cuáles los aspectos negativos más sobresalientes de un dirigente actual y qué conceptos debieran ser contemplados y desarrollados en los planes de estudios.
Con este propósito se realizaron 206 encuestas a alumnos de la FACE- UNT y seis entrevistas a graduados que ocupan cargos dirigenciales. Por tratarse de una muestra propositiva, las conclusiones son descriptivas del grupo.

1 Introducción

Este trabajo presenta las opiniones de alumnos de la Facultad de Ciencias Económicas de la U.N.T.(FACE) y de graduados en 2018, sobre aspectos de liderazgo y la clase dirigente. Se realizó en el marco del Proyecto CIUNT(CE F608): "Factores que consolidan el Capital Humano y Social para el desarrollo de Tucumán y el NOA" que se ejecuta en la Cátedra de Estadística de la FACE.

Existen diferentes indicadores socios económicos como inflación, desocupación, evolución de salarios, niveles de producción, devaluación de la moneda, pobreza etc. que dan muestra de la difícil situación que el país está atravesando. Si bien es cierto que son múltiples las causas que se pueden señalar como desencadenantes de la situación actual, nos referiremos a una de ellas que consideramos muy importante para el desarrollo de una sociedad como son los líderes y dirigentes que deciden las diferentes políticas socio económicas de la misma.

2 Marco Teórico

En esta sección presentaremos losconceptos teóricos relacionados con la temática abordada en este trabajo.

Liderazgo: Entendemos por líder o dirigente aquella persona que reúne ciertas características o carismas personales aceptados por un grupo, al cual conduce u orienta hacia algún objetivo aceptado por ese grupo. Se puede distinguir entre el "liderazgo instrumental que se ejerce tomando en consideración el cumplimiento de unos objetivos previamente planteados" (Macionis- Plummer, pág. 181), es el caso en que el grupo espera que ese líder organice todo lo necesario a los fines que se logre ese objetivo. En cambio, el liderazgo expresivo se ejerce tomando en consideración el bienestar del colectivo. Este tipo de líder se preocupa más por el bienestar del grupo y la solución de los problemas internos de relaciones inter personales que puedan afectarlo.

Otra de las clasificaciones clásicas de los estilos de liderazgo establece las diferencias entre el autoritario, el democrático y el estilo laissez-faire.

Cualquiera sea la característica del líder su presencia es importante en la organización y planificación de las actividades de los diferentes grupos sociales en los que las personas interactúan en su proceso de socialización, para lograr la satisfacción de sus intereses y necesidades.

Liderazgo Político: Según Delgado Fernández (2004), el liderazgo político se desarrolla mediante la interacción entre líderes y seguidores dentro de las circunstancias históricas que rodean a ambos.

Esta interacción (comunicación) conforma un entramado de significados, normas y relaciones de poder que vinculan a líderes y seguidores, dicha interacción implica un proceso de construcción social, en función del cual el líder y sus seguidores se socializan, legitiman e institucionalizan sus prácticas sociopolíticas, por tanto se puede entender el liderazgo como un proceso de construcción social en el que los actores implicados se socializan, legitiman e institucionalizan.

3 Material y método

Para cumplir con los objetivos de la investigación, se decidió que el método de recolección de la información elegido fuera: la encuesta a través de un formulario prediseñado para el caso de los estudiantes y la entrevista para el caso de los graduados.

La unidad de observación, o sea el objeto o individuo sobre el cual se realizó la encuesta y la entrevista, fuerespectivamente el estudiante de la FACE y el egresado que se desempeña en cargos directivos o de autoridad en 2018. Se procuró armar un grupo que incluya alumnos que se encuentran con la mitad de la carrera realizada y otros que se encuentran finalizándola.

Se realizaron 206 encuestas utilizando un diseño no probabilístico de conveniencia, observacional, el trabajo de campo se realizó en los meses de Mayo y Junio de 2018.

Para llevar a cabo esa tarea se definió el marco muestral y las etapas del esquema de trabajo, en el que se utilizaron distintas técnicas y métodos estadísticos, siendo ellos:

- Establecer claramente los objetivos de la encuesta
- Determinar el diseño y la metodología de muestreo
- Definir el modo de recolección de los datos
- Elaborar y probar el cuestionario
- Trabajo de campo o recolección de la información
- Codificación, carga y control de los cuestionarios
- Resumen de la Información y Análisis de los datos.

Los datos fueron recolectados por docentes de la Cátedra.

Siguiendo esa línea teórica, frecuente en las ciencias sociales y de la conducta, con una muestra no probabilística, de conveniencia o dirigida, la elección de las personas entrevistadas dependió de causas relacionadas con las necesidades de la investigación. Se puede hablar también de una muestra de sujetos voluntarios, dentro del tipo de muestras dirigidas, por considerarse la más viable desde el punto de vista espacial, económico y de seguridad para concretar este trabajo, donde el investigador elabora sus conclusiones en función de los casos que llegan a sus manos, incluso de manera casual.

El formulario utilizado para la encuesta es estructurado y anónimo, consta de 10 preguntas, con enfoque combinado dado que se relevaron aspectos cuantitativos y cualitativos.

Las preguntas y respuestas están estandarizadas, tienen un orden predeterminado y se pueden elegir las respuestas como una opción entre varias alternativas para algunas preguntas, mientras que para otras, es abierta o de opinión para describir alguna situación. (Ver modelo de formulario en el Anexo).

El formulario fue sometido a pruebas de control entre alumnos y otros especialistas para realizar los ajustes necesarios en función de las sugerencias y dudas planteadas en ese momento.

En todos los casos se encuestó, buscando la interacción entre encuestador y encuestado, facilitando la comprensión de las preguntas formuladas. Este método también fue escogido por su bajo costo y la facilidad de recolección de datos.

Por tratarse de una muestra acotada, estas primeras conclusiones son descriptivas de la misma, una ampliación permitiría inferir algunos de los objetivos planteados para toda la población objetivo.

Una vez codificadas las respuestas obtenidas de las encuestas, se procedió a la carga de datos con lo que se generó una base de datos que sirvió para elaborar los cuadros, gráficos y conclusiones que se presentan a continuación.

Respecto a los graduados, se entrevistaron en forma personal seis profesionales de entre 30 y 60 años de edad, empleando para ello una guía predeterminada de preguntas.

4 Resultados

4.1 Encuestas a estudiantes

Algunas características de la muestra bajo estudio son:

- El 55% de las encuestas fue contestada por mujeres. Un 57% cursan la carrera de CPN, 19% Licenciatura en Administración y 21% la Licenciatura en Economía.
- Del grupo sólo el 40% trabaja y de ellos el 42% lo hace en el Sector Privado, el 31% trabaja por cuenta propia y el 22% en el Sector Público.

Al consultar a los estudiantes sobre el concepto de líder, el 86% de los encuestados seleccionó:

“Persona carismática reconocida como guía, capaz de ejercer influencia sobre un grupo de personas a fin de que trabajen de manera colaborativa por un objetivo específico”.

Solo un 9% eligió:

“Persona que se destaca en algún campo del conocimiento o actividad, despertando admiración en los demás”.

Esta última también fue seleccionada como complementaria del 86% mencionado, ya que en esta pregunta se le pedía que señale una definición principal y otra complementaria.Las competencias que los encuestados consideran necesarias para desempeñarse como un buen líder y/o dirigente se presentan en el siguiente gráfico:

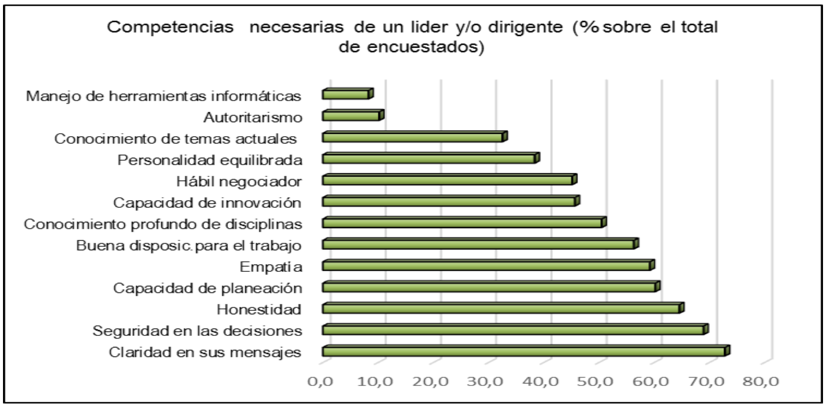


Gráfico 1. Datos obtenidos de las encuestas relevadas en la FACE mayo-junio 2018

Puede observarse que el 50% de encuestados considera que el conocimiento profundo de las disciplinas es habilidad necesaria para desarrollar un buen liderazgo. Las habilidades más requeridas son disposición para el trabajo, la empatía, capacidad de planeación, honestidad, seguridad en las decisiones y comunicación, en orden creciente. Las habilidades más relevantes para el grupo son que el líder debe tener claridad en sus mensajes (73%), seguridad en las decisiones (69%) y la honestidad (65%).

Del grupo total, un 67% de encuestados considera que la Facultad sí les brinda herramientas para formarse como líderes. Aunque el 57% manifiesta que no tiene interés en ejercer funciones de liderazgo, en estos momentos.

Del grupo que sí tiene interés en participar en funciones de liderazgo sólo 7 encuestados desean hacerlo en la función pública el resto prefiere ámbitos privados.

La falta de interés en el liderazgo, posiblemente esté relacionada con los aspectos negativos que identifican actualmente en los líderes y dirigentes. En la encuesta debían mencionar al menos tres. En las mencionadas en primer término hay más coincidencia, mientras que en segundo y tercer lugar van perdiendo homogeneidad, ello puede observarse a continuación:

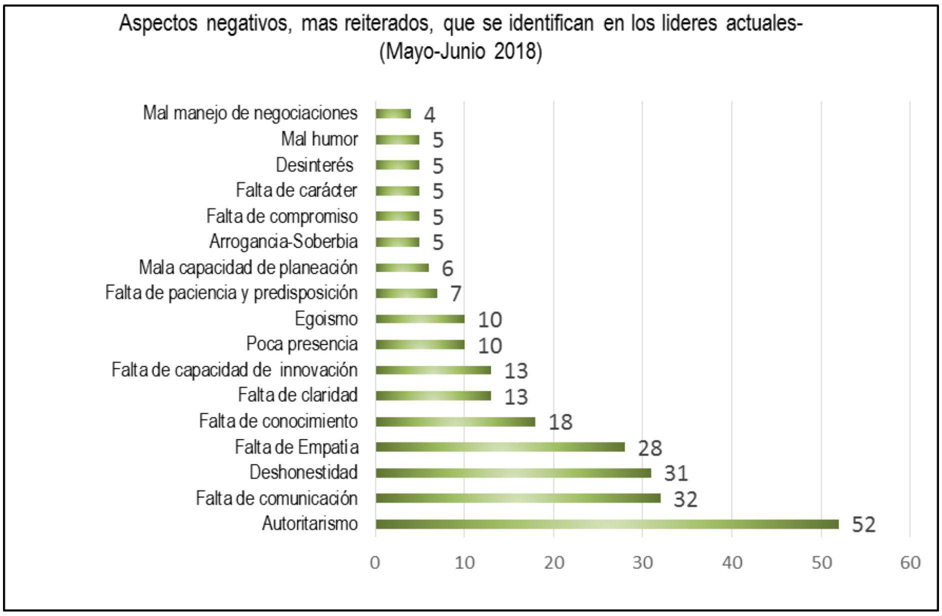


Gráfico 2. Encuestas relevadas en la FACE mayo-junio 2018

Autoritarismo, falta o deficiente comunicación y deshonestidad, fueron los defectos más repetidos entre los encuestados. O sea que lo primero que identifican son las actitudes personales del líder, relacionadas con la manera en que ellos guían a sus colaboradores del grupo, es un sello personal sobre cómo dirigen o ejercen autoridad. Posiblemente un estilo personalista, con poca participación del resto del grupo y comunicación unilateral sean las principales características de un estilo autoritario, esto se ve reforzado con la selección de la falta de comunicación que ocupa el 2° lugar en el ranking y falta de claridad el 6° lugar. Recién después de Falta de empatía se ubica la Falta de conocimiento, aparece en el 5° lugar de menciones en el grupo. A este punto lo refuerzan con: Falta de conocimiento de las disciplinas, del entorno de la organización y del grupo. Falta de conocimiento de temas actuales. También con la inexperiencia o falta de disciplina de trabajo.

A continuación se abren los niveles de análisis, desde dos puntos de vistas: las habilidades profesionales que se notan con falencias y las habilidades personales que también lo presentan.

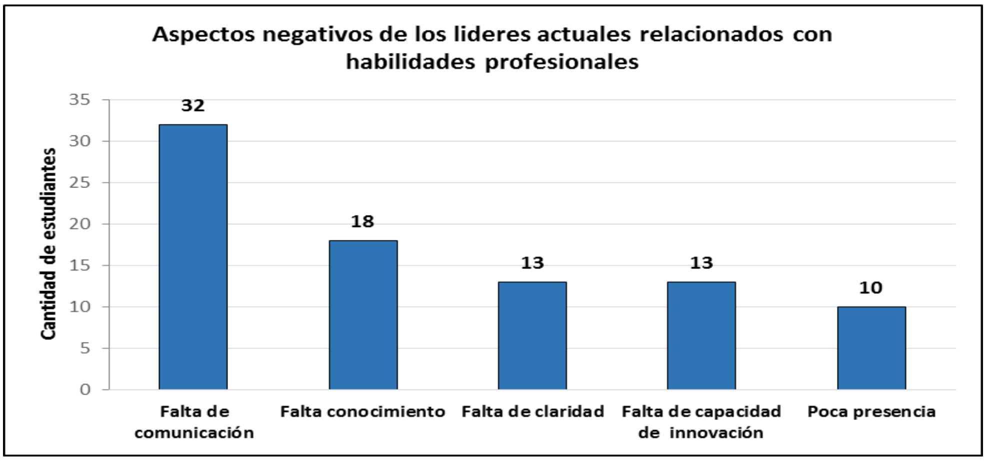


Gráfico 3. Encuestas relevadas en la FACE mayo-junio 2018

La capacidad de planificar, comunicar, innovar, negociar, disciplina figuran en la bibliografía como inherentes a una actitud de líder y se encontró coincidencia con lo que opinan los alumnos de la FACE como las falencias que más perciben entre líderes y dirigentes actuales. En el grafico anterior observamos que la falta de comunicación, de conocimientos, poca presencia y compromiso, mala capacidad de planeación y mal manejo de las negociaciones son las más señaladas, en el mismo también pueden verse otras opiniones, menos repetidas que se relacionan con cada una de las temáticas antes detalladas.

Errores en la planificación, obviamente que van en detrimento del cumplimiento de los objetivos que se persiguen, pero también con la desorganización, la irresponsabilidad, poca delegación de tareas y no resolución de dudas. Son argumentos de los encuestados para este ítem.

Como las habilidades profesionales también dependen de las habilidades y capacidades personales y sociales del individuo, a continuación se presentan las más elegidas de este último grupo.

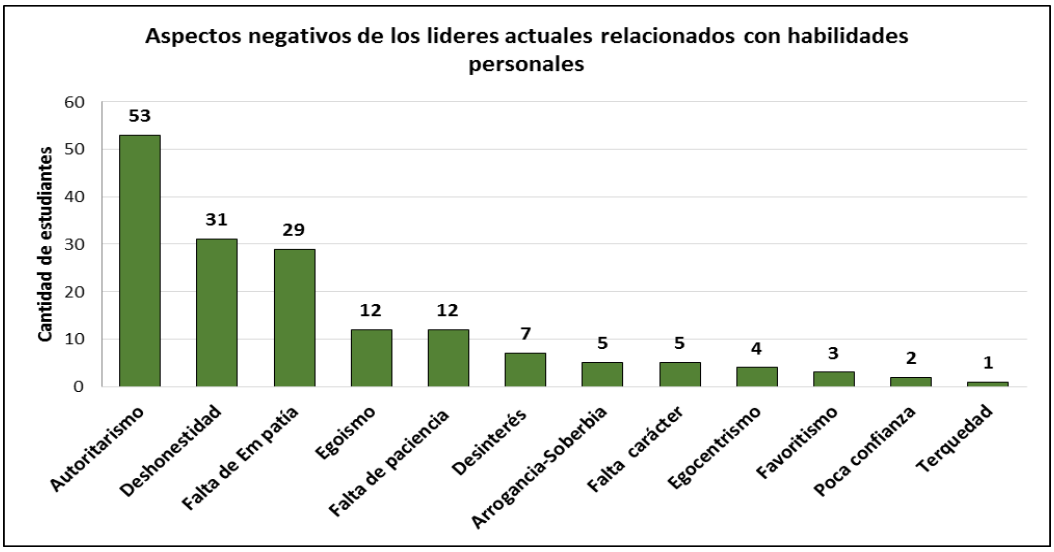


Gráfico 4. Encuestas relevadas en la FACE mayo-junio 2018

Cuando se expresan sobre el autoritarismo, algunos encuestados refuerzan la idea con expresiones como: dirección de mano fuerte, autoridad Excesiva ymuy estricto.

En lo que respecta al carácter o la forma de ser del líder notan:falta de cercanía, poca o mala predisposición ynegatividad.También puede percibirse algunos aspectos de desigualdad, cuando manifiestan que tienen: tendencia a favorecer a los más cercanos otrato especial con algunos integrantes del grupo.

4.2 Entrevistas a graduados dirigentes

Las opiniones y sugerencias de los entrevistados se resumen en los siguientes puntos:

A.-Estos profesionales manifestaron que para desarrollar una actitud y actividades que implican liderazgo o tareas de dirigencia hace falta formación académica, pero también experiencia laboral, carácter y personalidad para convencer al grupo. La formación ayuda a argumentar lo que se plantea o los objetivos que se persiguen.

B.- Todos coinciden en que la FACE si les brinda algunas herramientas. Durante el desarrollo laboral sirvió la formación académica, pero muchas otras competencias se desarrollan haciéndolas.

C.-Uno tuvo formación de posgrado en Tributación, otro en Administración y el tercero se formó con investigación individual y opiniones de colegas para resolver distintas cuestiones relacionadas con el liderazgo de un grupo.

D.- Los aspectos que se deberían considerar en los planes de estudio para desarrollar adecuadamente funciones de liderazgo, según ellos serían:

1.- Más prácticas en la calle, en el trato con la gente de cualquier estrato. Por ejemplo para hacer un trámite como manejarse con la gente

2.- Incluir prácticas de oratoria en la currícula.

3.- Uso de nuevas tecnologías

4.- Responsabilidad Social Empresaria

5.- Aprender a interrelacionarse con profesionales de otras disciplinas o multidisciplinario- Trabajo en grupo.

E.-Los aspectos negativos que observaron en los líderes o dirigentes actuales son:

1.- Egoísmo. Solo piensan en su beneficio personal, manifestaron los 3 entrevistados

2.- A cierto nivel dirigencial dejan de contactarse con las bases, por lo tanto entran a desconocer sus problemas, lo mismo pasa con las autoridades gubernamentales

3.- Cambian su forma y costumbres de vida con las que se iniciaron

F.-Tres entrevistados coincidieron en que el dirigente o líder debe interiorizarse exhaustivamente de información de la organización en la que trabajara o de los objetivos que busca alcanzar, para poder manejarla correctamente. Esto le sugiere a cualquier profesional que busque empleo.

G.- El líder tiene que buscar la vuelta al trabajo o al servicio que preste, para eso también hace falta una buena cultura general

H.- Los egresados más grandes tenían una cierta practica de conversación en la casa o en el trabajo, los jóvenes hoy en día conversan con el celular, por eso les cuesta más expresarse verbal y por escrito

J.- La Universidad le suelta la mano al alumno que rinde su última materia o sea al joven profesional, actualmente van al CGCE para que se los oriente. Quizás hace falta implementar algo para que ese paso no sea tan traumático.

K.- Se debe articular la FCE con la realidad, implementar más prácticas rentadas.

5 Conclusiones

La FACE contribuye con el conocimiento de algunas de estas herramientas, además de las incluidas en la formación profesional, para que los alumnos puedan desarrollar habilidades de organización y conducción de los grupos donde les toque desempeñarse laboralmente. En especial las relacionadas con las habilidades sociales y comunicacionales. Trabajo en equipo, buena dicción y escritura, empatía con el grupo, saber escuchar y comunicar objetivos, metas y sobre todo motivar, entusiasmar, son características imprescindibles en un dirigente. La confiabilidad, la responsabilidad y el autodominio también son valores que pueden cultivarse con el trabajo grupal.

Formación, actitud y honestidad se destacan entre esas condiciones como imprescindibles, a la hora de pensar en quienes planifiquen y decidan políticas socio económicas para mejorar la situación de un país o de estrategias eficientes para una organización.

Los nuevos retos de un mundo cambiante a nivel global y de incertidumbre económica requiere en cualquier tipo de organización el desempeño de líderes con una adecuada formación académica y también de habilidades personales y emocionales que permitan potenciar el rendimiento del grupo y tomar decisiones adecuadas para el logro de los objetivos planteados, aun en tiempos de crisis.

Referencias

— Delgado Fernández, Santiago (2004):”Sobre el concepto y el estudio del liderazgo político” en la Revista Sicología Política N° 29- pág. 7 a 29- Universidad de Granada

— El liderazgo en las organizaciones y las características del líder (2014) https://www.gestiopolis.com/ Consultado 4/05/2018

— Habilidades imprescindibles en un buen líder (2016) http://www.palmadeweb.com/Consultado 22/05/2018

— Las 10 características de un líder (2018) https://www.foromarketing.com/ Consultado 25/04/2018

— Macionis, John y Plummer, Ken (1999):" Sociología", Prentice Hall, Madrid, pág. 181

Anexo

Formulario de la encuesta dirigida estudiantes de la FACE

1- Edad:………….. Sexo: F……M….. Carrera/s en la/s que se encuentra inscripta/o:……………………….

2- ¿Trabaja? Si…… No…….Si respondió afirmativamente indique su ocupación:

Sector Público Sector Privado Trabajador por cuenta propia Otro indique:……………………

3- ¿Cuál de las siguientes definiciones de líder le parece más adecuada? Marque (1 def. principal y 2 def. complementaria), según su opinión.

Persona que se destaca en algún campo del conocimiento o actividad, despertando admiración en los demás. ❑	Persona que ocupa un cargo de tal jerarquía que sus subordinados acatan sus mandatos al pie de la letra ❑
Persona carismática reconocida como guía, capaz de ejercer influencia sobre un grupo de personas a fin de que trabajen de manera colaborativa por un objetivo específico ❑.	

4- Marque con una cruz las opciones que a su criterio definen las competencias de un líder o dirigente(Marque 6):

□Claridad en sus mensajes	□Conocimiento profundo de las disciplinas vinculadas a su campo de acción
□Buena disposición para el trabajo	□Empatía
□Personalidad equilibrada emocionalmente	□Autoritarismo
□Seguridad en las decisiones	□Capacidad de planeación
□Honestidad	□Buen manejo de herramientas informáticas y redes
□Hábil negociador	□Capacidad de innovación

	□Conocimiento de temas actuales del entorno

5- ¿Considera que la FACE le brinda alguna de las herramientas mencionadas en el punto anterior?

6- Si respondió NO a la pregunta anterior, especifique que conocimientos o competencias incorporaría a la curricula de su carrera que contribuyan a su formación como líder o dirigente:……

7- Entre los dirigentes que ud. conoce señale al menos 3 aspectos negativos que identifique, en relación con su desempeño:

……

8- Le interesaría ejercer alguna función/rol dirigencial o de liderazgo? En qué ámbito Fundamente su respuesta

SI❑NO ❑…………………………………………………………………………………………

Preguntas incluidas en la entrevista dirigida a egresados que ejercen cargos de dirigencia

1- Edad:………….. Sexo: F……M….. Carrera:……………………….

2- Sector en el que trabaja: Sector Público Sector Privado Trabajador por cuenta propia. Otro indique:……………………

3- ¿Recibió formación complementaria en liderazgo en otra institución? ¿Qué tipo de formación?

4- Según su experiencia, qué otros aspectos deberían los planes de estudio de las carreras de la FACE para mejorar la formación de líderes o dirigentes en Tucumán?

Una Muestra para la Selección de las Llamadas Recibidas en un Sistema de Emergencia

García, Raúl-Pérez María Angélica-Tarifa, Emilia

Facultad de Ciencias Económicas-UNT- Facultad de Ciencias Económicas-UNT

argarcia2001@yahoo.com.ar; mperez200@hotmail.com; emilia_tarifa@hotmail.com

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Llamadas de emergencia- Selección de muestra

Resumen

Este trabajo tiene por objetivo mostrar el proceso seguido en la selección de una muestra de llamadas en un sistema de emergencia, para medir el nivel de satisfacción de los usuarios. Para ello se realiza un análisis descriptivo que tiene por finalidad detallar la situación de las llamadas recibidas, a los efectos de determinar el diseño de selección

del tamaño muestral más conveniente. De esta manera se trata de cumplir con los requerimientos de la Norma ISO 9001/2015, en la cual la entidad que visualiza y monitorea este sistema se encuentra en proceso de certificación a través del instituto IRAM. De la información mensual recibida se tiene diferentes categorías de llamadas, las perdidas y las atendidas; a su vez estas últimas se distinguen en: improcedentes, falsas, consultas, reiteradas y con intervención policial. Las consideradas para medir la calidad del servicio, son las con intervención recibidas en el periodo octubre 2013 a noviembre de 2017 de las que se excluyen las que fueran catalogadas como hechos de Violencia (Homicidio, Abuso Sexual, Violencia Familiar, etc.), las Alarmas Bancarias, y Botón de Pánico de Transporte Público.

Para un análisis más profundo de la información, se solicitaron las llamadas diarias del servicio, obteniéndose las ocurridas en el mes de noviembre de 2017, las que permitieron realizar un muestreo en dos etapas. De esta selección se plantean interrogantes, abriendo brechas de investigación, que pueden ser respondidos de acuerdo a la información disponible.

16 Introducción

Esta investigación se inicia con la formulación del problema a resolver, se quiere saber ¿cuál sería el Valor de una *Muestra Representativa* de las 15.500 llamadas de emergencia mensuales que son aptas para determinar el nivel de satisfacción de los usuarios de un sistema de emergencia? A partir de esta pregunta se inicia la búsqueda de información con el objeto de poder conocer el contexto que originan estas llamadas, qué, cómo, cuándo y quiénes las realizan y quiénes las registran. De esta manera, poder diseñar la selección de una muestra para estimar la proporción de usuarios satisfechos con el sistema.

En este trabajo se pretende mostrar el proceso seguido en la selección de esta manera, para cumplir con los requerimientos de la Norma ISO 9001/2015, en la cual la Institución se encuentra en proceso de certificación a través del instituto IRAM.

Para ello se desarrolla un breve marco teórico donde se exponen el significado de la NORMA ISO 9001/2015 y algunos criterios a seguir en la selección de una muestra. Luego se presenta un análisis descriptivo de las llamadas mensuales y diarias recibidas en el sistema, que serán consideradas en el diseño de selección de la muestra, su tamaño y la selección de las unidades muestrales. Para concluir, se enuncian futuras investigaciones según la información que se disponga.

Cabe destacar que a los efectos de mantener la privacidad de la información, no se detalla el origen de la misma, pues con este trabajo se persigue mostrar el proceso seguido en el diseño de selección de la muestra. Los autores de este trabajo dan fe de la autenticidad de los datos, poniendo de manifiesto la confiabilidad que le compete su hacer profesional.

17 Marco teórico

Existe un conjunto de normas sobre calidad y gestión de calidad que fueron establecidas por la Organización Internacional de Normalización, las normas **ISO serie 9001,** cuya última actualización se realizó en 2015. Mediante estas normas, las empresas, organizaciones e instituciones, cualquiera sea su tamaño, nacionales e internacionales, para proporcionar productos y servicios que responden a los requerimientos y necesidades de los usuarios, deben verificar su capacidad operativa para lograrlo. Como así también las exigencias legales y las normativas aplicables, para incrementar la satisfacción del cliente a través de avances en los procesos y evaluación de la conformidad.

Esta organización es una federación de alcance mundial conformada por cuerpos de estandarización nacionales de 153 países, que determina los requerimientos para un "Sistema de Gestión de Calidad" que pueden utilizarse para su aplicación interna por las organizaciones, sin importar si el producto y/o servicio lo brinda una organización pública o empresa privada, cualquiera que sea su rama, para su certificación o con fines contractuales. Luna (2018)

La institución que tiene por objetivo la protección ciudadana y combina tecnología informática, enlace radiofónico y posicionamiento satelital, dispone de un sistema de llamadas de emergencias que posibilita que los ciudadanos de un determinado lugar tengan respuestas rápidas ante una situación delictiva, las 24 horas del día. Esta institución que trata de cumplir con los requerimientos de la Norma ISO 9001/2015, pues se encuentra en proceso de certificación a través del instituto IRAM, necesita entre otras exigencias, evaluar la calidad del servicio de atención de llamadas, mediante la satisfacción o conformidad de los usuarios. Para acceder a los usuarios del servicio, se pretende diseñar una muestra que represente "la realidad" en la que el servicio se brinda, por lo que se necesita disponer de la información necesaria para que ello sea posible.

Surge la pregunta ¿Cuál es la información necesaria?, ésta es respondida a medida que se analizan y se describen las llamadas y el contexto en que éstas son recibidas. Es así qué, observadores de la realidad o estudios realizados muestran que los acontecimientos delictivos están relacionados con el clima de una región, con el calendario anual, o con momentos de impacto económico de un país como la suba del dólar entre otros sucesos.
El diario El Tiempo en su edición del 18/11/2015 dice:

> *". El clima influye tanto en nuestro día a día que hasta los delitos que se cometen tienen que ver con el tiempo que hace. Existen tantos estudios que han mostrado esta correlación que los policías deberían estar atentos a los partes meteorológicos antes de salir a patrullar. Es sabido que el tiempo es capaz de influir en nuestro estado anímico y en nuestro comportamiento. El calor nos irrita y despierta nuestra agresividad, por eso aumentan los delitos con violencia y también la tasa de suicidios. La razón es lógica: la mayor parte de los delitos exige una cierta pasionalidad y violencia, que puede activarse cuando aumenta el estrés ambiental, lo que sucede cuando se incrementa la temperatura. Sin embargo, no sucede lo mismo con los robos, que requieren más racionalidad y preparación. Por eso disminuyen en días de lluvias y aumentan en periodos de tiempo estable*".

El economista Munyo, en el diario El País de Montevideo dice: "aunque parezca mentira", el tipo de cambio monetario incide en la violencia doméstica y muestra cifras estadísticas relacionando la devaluación y revaloración del peso uruguayo con el aumento o disminución de este patrón de comportamiento en el cual la pareja o ex –pareja utiliza la fuerza física y/o sexual, la coacción, las amenazas, la intimidación, el aislamiento, el abuso emocional o económico para controlar a su pareja.

Por lo que a la hora de seleccionar una muestra es muy importante tener en cuenta los diferentes aspectos que acontecen o caracterizan el contexto de la población a muestrear. Los interesados en disponer de una muestra para algún estudio o análisis de su entorno laboral o social, que carecen de conocimientos estadísticos, piensan que con tener la cantidad de unidades de una población basta para seleccionarla. Es por ello, que este trabajo pretende mostrar el proceso seguido en la selección de una muestra para esta situación particular, y dejar en claro que cada caso debe ser analizado en profundidad hasta decidir cuál es la selección apropiada con la información disponible.

3.- Análisis descriptivo de las llamadas recibidas en un sistema de emergencia.

Para medir la calidad del servicio de este sistema de emergencia se dispone de llamadas telefónicas recibidas en forma continuada las 24 horas todos los días del año, y se quiere consultar a los usuarios del servicio la opinión que se merece la atención recibida, en términos de satisfacción. De la información recibida para la selección y diseño de la muestra, se tiene las siguientes categorías de llamadas:

Llamadas Perdidas: éstas no son consideradas en este análisis, por cuanto no resultan de utilidad a los efectos de la selección de la muestra, objeto de este análisis descriptivo. (Se recomienda realizar un análisis descriptivo de las mismas para implementar campañas de concientización a la sociedad sobre las llamadas que este sistema está dispuesto a dar respuesta).

Llamadas Atendidas: éstas a su vez se distinguen en: Improcedentes –Falsas, Consultas, Reiteradas y Con Intervención Policial.

A los efectos de medir la calidad del servicio, son de interés las llamadas "**Con Intervención**". Presentamos a continuación una descripción en tablas y gráficos con la información mensual disponible desde **octubre 2013 a noviembre 2017.**

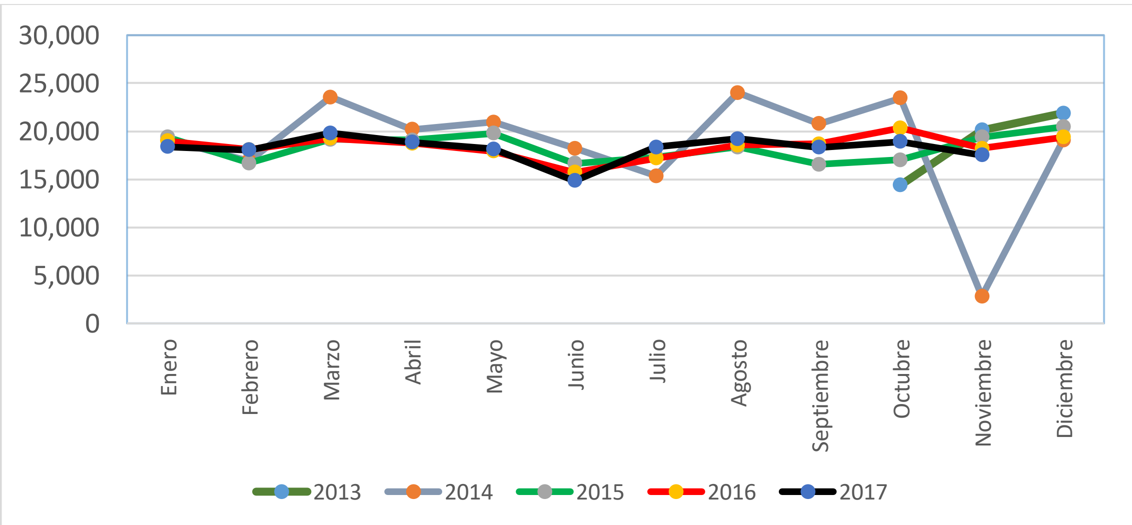
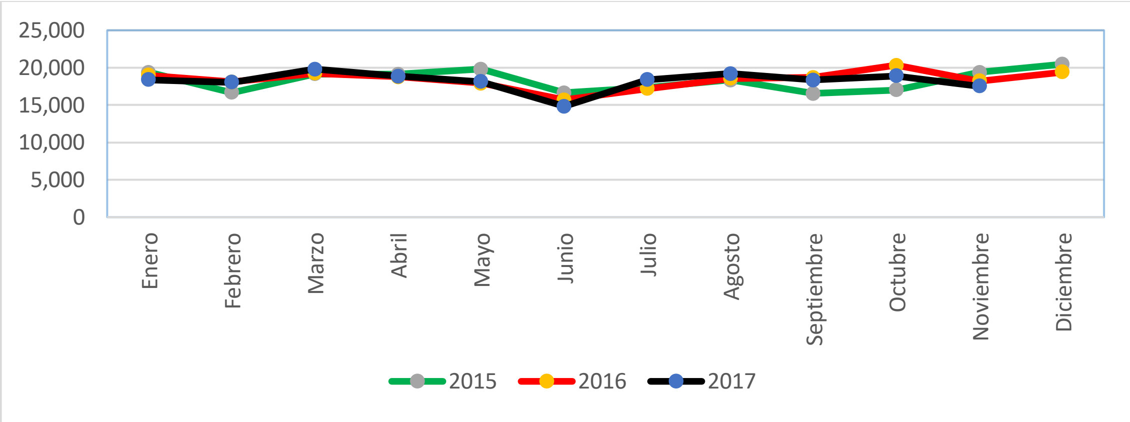


Gráfico 1: Llamadas con intervención policial, recibidas mensualmente en un sistema de emergencia. Octubre 2013 a noviembre de 2017

Al observar el gráfico 1, se desprende que las llamadas con intervención policial recibidas a partir de enero de 2015 poseen un comportamiento anual estable y con similitudes en algunos meses, sin cambios brusco. Para visualizar esa conducta se presenta el gráfico 2. Las llamadas recibidas anteriores al año 2015 con variaciones significativas entre ellas, es de suponer que fueron el resultado del período de puesta a punto del servicio.



.

Gráfico 2: Llamadas con intervención policial, recibidas mensualmente en un sistema de emergencia. Enero 2015 a noviembre de 2017

En el gráfico 2 se observa el comportamiento de las llamadas mensuales en los años 2015 a 2017. Los meses de febrero y junio reportan menor cantidad de llamadas con intervención, mientras que en los meses de enero, marzo, mayo, octubre y diciembre de cada año considerado, se destaca mayor cantidad de llamadas.

En las tablas 1 y 2 se muestran las variaciones de las llamadas con intervención policial recibidas, respecto al mes anterior y del mismo mes del año anterior.

Tabla 1: Variación porcentual, respecto del mes anterior, de las llamadas mensuales con intervención policial recibidas en un sistema de emergencia. Octubre 2013 a noviembre de 2017.

Mes	2013	2014	2015	2016	2017
Enero		-14,64	1,60	-7,20	-5,14
Febrero		-12,79	-16,29	-4,77	-1,96
Marzo		28,12	12,90	6,41	9,83
Abril		-16,65	-0,23	-2,51	-4,76
Mayo		3,58	3,48	-4,49	-3,81

Junio		-14,86	-18,88	-12,33	-18,25
Julio		-18,84	3,93	9,43	23,80
Agosto		36,11	5,63	7,96	4,55
Septiembre		-15,57	-10,81	0,67	-4,58
Octubre		11,36	2,72	8,84	3,18
Noviembre	39,73	-731,98	12,19	-10,37	-7,38
Diciembre	8,15	85,23	5,25	6,43	

Tabla 2: Variación porcentual, respecto al mismo mes del año anterior, de las llamadas mensuales con intervención policial recibidas en un sistema de emergencia. Enero 2015 a noviembre de 2017.

Mes	**2013**	**2014**	**2015**	**2016**	**2017**
Enero			1,62	-2,05	-3,11
Febrero			-14,01	8,48	-0,26
Marzo			14,80	0,55	2,95
Abril			-0,23	**-1,75**	**0,58**
Mayo			3,61	-9,43	1,29
Junio			-15,88	**-5,61**	**-5,54**
Julio			4,09	-0,76	6,86
Agosto			5,96	1,11	3,48
Septiembre			-9,76	12,79	-1,91
Octubre		62,88	2,80	19,42	-7,02
Noviembre		-85,99	13,88	**-6,01**	**-3,92**
Diciembre		-12,85	5,54	-5,22	

Lo reflejado en los gráficos 1 y 2 se confirma al observar las Tablas 1 y 2, se recomienda considerar las observaciones de los años 2015 a 2017, por cuanto, como se dijo anteriormente, son las que muestran un comportamiento más "regular o estable", propios de haber obtenido el ajuste y puesta en marcha del funcionamiento del sistema de emergencia. Otro detalle de interés que resulta, es considerar la selección muestral según los meses del año, pues se observa un comportamiento estacional, por lo que se solicita los registros de llamadas diarias mensuales para su análisis.

3.1 Análisis descriptivo de las llamadas diarias con Intervención Policial consideradas en la selección de la muestra. Noviembre 2017.

Sería de interés disponer de la información recibida por día para otros meses del año y poder hacer conclusiones más generales del comportamiento diario de las llamadas recibidas por el sistema de emergencia. El análisis que se muestra a continuación, se circunscribe a las llamadas diarias del mes de noviembre de 2017.

Se presenta el siguiente análisis descriptivo, teniendo en cuenta que para medir “el nivel de satisfacción de los usuarios”, en las llamadas con intervención policial se excluyen las que fueran catalogadas como hechos de Violencia (Homicidio, Abuso Sexual, Violencia Familiar, etc.), las Alarmas Bancarias, y Botón de Pánico de Transporte Público.

Tabla 3: Análisis desagregado de las llamadas diarias recibidas en el sistema de emergencia, pertinentes en la selección de la muestra y tiempo de duración media de cada una de ellas, según día de la semana. Noviembre de 2017.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo	Total
			487	438	485	353	724	
	520	400	408	400	468	652	775	
	499	374	495	456	442	559	724	
	607	385	401	456	431	484	721	
	526	407	518	418				
Total de llamadas	**2.152**	**1.566**	**2.309**	**2.168**	**1.826**	**2.048**	**2.944**	**15.013**
Llamadas Promedio por día de la semana	**538**	**391,5**	**461,8**	**433,6**	**456,5**	**512**	**736**	
Duración promedio por llamada	**6,43m**	**6,87m**	**6,63m**	**6,90m**	**6,71m**	**5,19m**	**5,93m**	**6,34m**

.

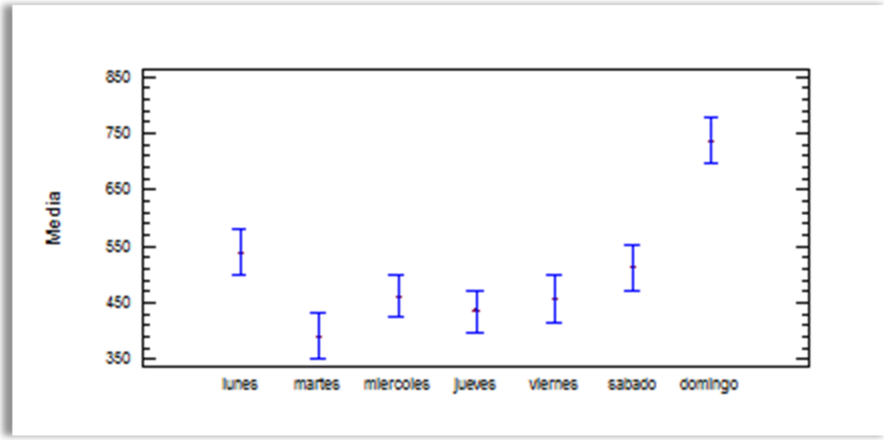


Gráfico 3: Promedios de la cantidad de llamadas ($\overline{x} \pm s$), según día de la semana recibidas en el sistema de emergencia. Noviembre 2017

Se observa en la tabla 3 y el gráfico 3, que los promedios de llamadas por día de la semana, en el mes de noviembre de 2017, presentan algunas diferencias. Para establecer cómo se manifiestan esas diferencias, se aplica una prueba o test estadístico no paramétrico pertinente, Siegel y Castellan (1995), del que se concluye existen diferencias estadísticas significativas y se pueden formar tres grupos o estratos homogéneos entre sí. Estos estratos están constituidos por Grupo 1: llamadas recibidas el día domingo; Grupo 2: llamadas recibidas los lunes y sábados y Grupo 3: llamadas recibidas los restantes días de la semana (martes, miércoles, jueves y viernes). Además, en Tabla 3 se observa la duración promedio en minutos de las llamadas recibidas por día de la semana, del mes de noviembre de 2017, del que se concluye que a menor cantidad de llamadas promedio por día de la semana, la duración media en promedio es mayor, excepto el día sábado.

4.- Selección del tamaño de muestra.

Después de examinar el análisis anterior para las llamadas diarias del mes de noviembre de 2017, se considera realizar un muestreo en dos etapas. En una primera etapa estratificar con tres estratos o grupos homogéneos de llamadas con intervención y pertinentes para la información recibida en cada estrato., y en una segunda etapa realizar una selección de muestra sistemática por estrato. Scheaffer(1987).

En tabla 4 se presentan diferentes alternativas de tamaño muestral según el error porcentual de estimación, para los estratos sugeridos.

Con el propósito de evaluar la calidad del servicio se sugiere, cada día evaluar las llamadas del día anterior, tomando una muestra de tamaño de 1.450 llamadas mensuales, incurriendo en un error de estimación del 2,5%. Esto implica hacer 70 llamadas para los domingos; para lunes y sábados 50 y 40 llamadas para el resto de los días de la semana (martes, miércoles, jueves y viernes).

Tabla 4: Alternativas de tamaño de muestra (cantidad de llamadas aptas en la muestra) por día de la semana, según el error porcentual de estimación. Noviembre 2017.

Error % de estimación	Cantidad de llamadas mensuales en la muestra	Cantidad de llamadas diarias los DOMINGOS	Cantidad de llamadas diarias los LUNES Y SÁBADOS	Cantidad de llamadas MARTES-MIÉRCOLES-JUEVES Y VIERNES
10,0%	99	5	3	3
5,5%	323	16	11	9
5,0%	390	19	14	11
4,5%	478	24	17	14
4,0%	600	30	21	17
3,5%	774	39	27	22
3,0%	1035	52	36	30
2,5%	1446	72	51	42
2,0%	2143	107	75	62
1,5%	3429	171	120	99
1%	6002	300	210	173

4.1.- Selección aleatoria de las unidades muestrales

Teniendo en cuenta que la selección de las unidades muestrales, en cada uno de los estratos, se llevan a cabo mediante un muestreo aleatorio sistemático., se describen los pasos a seguir en la elección de las unidades que integrarán la muestra:

i. Generar un listado de llamadas diarias aptas para la encuesta, ordenadas según la hora de ocurrencia y, a su vez, asignándole un número de orden del 1 en adelante a cada llamada.
ii. Dado que para un error de estimación del 2,5% la cantidad de llamadas diarias a realizar es: 70 llamadas para los domingos; para lunes y sábados 50 y 40 llamadas para el resto de los días de la semana (martes, miércoles, jueves y viernes). Entonces: Para los domingos seleccionar al azar la primera llamada entre las primeras 700/70 = 10 primeras llamadas ordenadas del listado. Para lunes y sábados seleccionar al azar la primera llamada de

las 500/50 =10 primeras llamadas. Para el resto de los días, martes, miércoles, jueves y viernes, seleccionar al azar la primera entre las 40/40=10 primeras llamadas.

iii. A partir de esta primera unidad elegida al azar, se selecciona cada 10 llamadas hasta que el tamaño de muestra sea completado, domingo 70, lunes y sábados 50.el resto de los días 40 llamadas.

iv. Por ejemplo: supongamos que se elige al azar una entre las 10 primeras y resulta elegida la llamada Nº 7, entonces las llamadas que integrarán la muestra serán las ubicadas en los números, como se detalla en el siguiente cuadro.

Tabla 5: Llamadas que integran la muestra según el orden que se encuentran en el listado de llamadas realizado. Para el ejemplo presentado en una muestra de tamaño 70.

Llamada Nº	Orden de listado	Llamada Nº	Orden de listado	Llamada Nº	Orden de listado	Llamada Nº	Orden de listado
1	7	**19**	187	**37**	367	**55**	547
2	17	**20**	197	**38**	377	**56**	557
3	27	**21**	207	**39**	387	**57**	567
4	37	**22**	217	**40**	397	**58**	577
5	47	**23**	227	**41**	407	**59**	587
6	57	**24**	237	**42**	417	**60**	597
7	67	**25**	247	**43**	427	**61**	607
8	77	**26**	257	**44**	437	**62**	617
9	87	**27**	267	**45**	447	**63**	627
10	97	**28**	277	**46**	457	**64**	637
11	107	**29**	287	**47**	467	**65**	647
12	117	**30**	297	**48**	477	**66**	657
13	127	**31**	307	**49**	487	**67**	667
14	137	**32**	317	**50**	497	**68**	677
15	147	**33**	327	**51**	507	**69**	687
16	157	**34**	337	**52**	517	**70**	697
17	167	**35**	347	**53**	527		
18	177	**36**	357	**54**	537		

5 Conclusiones y trabajos futuros.

Sería de interés disponer de la información diaria para cada uno de los meses del año, como la recibida para el mes de noviembre de 2017, para constatar si el comportamiento registrado en este mes se mantiene durante los meses restantes.

Se sugiere analizar si existe alguna relación entre el número de llamadas recibidas y las estaciones del año en que se realizaron las llamadas. Para ello sería de interés, entre otros indicadores, disponer de información de las temperaturas medias máximas y mínimas diarias para la región donde se recibieron las llamadas.

Se recomienda también analizar los comportamientos sociales en temas de inseguridad cuando surge algún impacto que altere la economía del país incidiendo en los ingresos de la familia.

Referencias bibliográficas

-Cadena Urzúa, P. A. (2016). Factores Determinantes de los Delitos de Mayor Connotación Social en la Región Metropolitana. Análisis en Base a un Modelo Logístico. Tesis para optar al grado de magister en gestión y políticas públicas. http://repositorio.uchile.cl/bitstream/handle/2250/142807/Factores-determinantes-de-los-delitos-de-mayor-connotaci%C3%B3n-social-en-la-Regi%C3%B3n-Metropolitana-An%C3%A1lisis-en-base.pdf?sequence=1 Consultado 31/07/2018

-¿Cómo influye el tiempo en la delincuencia? - El Tiempo Hoy. 18 nov. 2015

https://www.eltiempohoy.es/elcielo/.../ladrones-gusta-lluvia_0_2085300234.html Consultado 31/07/2018

- Gobernado C.J.L. (2012) Incidencia de las leyes térmicas de Quételeten en los delitos cometidos en Suecia en el período 2009-2010. *https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/3898211.pdf* Consultado 31/07/2018

-Los ciclos económicos deben considerarse en políticas hacia las mujeres. El país. Montevideo, 9 de abril de 2015.

https://www.elpais.com.uy/informacion/informe-demuestra-dolar-incide-violencia-domestica.html, Consultado27/07/2018

-Luna, N (2018).Qué es la norma ISO 9001 versión 2015 y para qué sirve. Entrepeneur.

https://www.entrepreneur.com/article/307391 Consultado 27/07/201

-Scheaffer, R. L. (1987). Elementos de muestreo. Iberoamericana México

-Siegel, S y Castellan, N (1995). *Estadística No Paramétrica. Aplicada a la ciencias de la conducta.* Editorial Trillas. México.

Crecimiento Poblacional Exponencial y Logístico: Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden

García Fronti, Verónica[1]- Parma, Andrea[2] y Fernandez, María José[3]
[1]vgarciafronti@economicas.uba.ar, [2]andreaparma38@gmail.com, [3]mariaj.fernan@gmail.com
[1]Universidad de Buenos Aires. Facultad de Ciencias Económicas. CMA - IADCOM
[2]Universidad de Buenos Aires. Facultad de Ciencias Económicas. CIMBAGE - IADCOM
[3]Universidad de Buenos Aires. Facultad de Ciencias Económicas. CONICET - Universidad de Buenos Aires. Instituto Interdisciplinario de Economía Política de Buenos Aires (IIEP- BAIRES)

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras clave: Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, Recursos naturales renovables

Resumen

La tasa de crecimiento de los recursos naturales renovables es el punto de partida para determinar cualquier política sustentable de explotación del recurso. Una forma de modelizar estas trayectorias es a través de ecuaciones diferenciales.
De esta forma el objetivo de este trabajo es presentar a los alumnos de Análisis Matemático II de la Facultad de Ciencias Económicas de la UBA dos modelos dinámicos que representan el crecimiento poblacional de un recurso natural renovable mediante el uso de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.
Para lograr este objetivo, en la primer parte del trabajo desarrollamos las ecuaciones diferenciales que representan el crecimiento de dos tipos de poblaciones: crecimiento logístico y crecimiento exponencial y, analizamos sus características biológicas más relevantes. Luego, resolvemos ambos modelos en forma analítica para explicar al alumno la metodología empleada y utilizamos dos paneles interactivos en formato de documento computable (CDF) para que el alumno pueda ir modificando parámetros en la ecuación diferencial y que visibilice el tipo de crecimiento del recurso natural renovable.

1. Introducción

Desde la perspectiva de la economía ambiental se analiza la gestión de los recursos naturales aplicando herramientas del análisis económico. Uno de los problemas ambientales visibilizados desde esta perspectiva es la contaminación de los mares y la sobreexplotación de los recursos pesqueros.

Para el caso de Argentina se observa que desde mediados de los 90 las pesquerías comerciales han ido modificándose hasta hacerse cada vez más intensivas debido a la demanda de los mercados europeos y asiáticos, esto determinó un aumento en la captura. A este incremento de captura, se le suman los cambios ambientales que afectaron al Mar Argentino: el aumento de temperatura, cambios en la productividad fitoplanctónica y en la calidad del agua costera, pauperización de la oferta alimenticia para las especies costeras, etc.) (Tombari, Fuchs, Kunert, & Callicó, 2009)

Como muchas de las especies comerciales son vulnerables a estos cambios es necesario monitorear el stock pesquero para asegurar un manejo sustentable de las pesquerías. Para esto deben incorporarse herramientas que mejoren el conocimiento del recurso (por ejemplo identificación de stocks pesqueros), la captura y el producto final obtenido.

Resumidamente, lo que se observa es una sobreexplotación pesquera que afecta a las zonas costeras que ven disminuidas sus tasas de crecimiento ya que se sobrepasa el punto de rendimiento máximo.

Ante esta problemática ambiental consideramos que un punto de partida importante es conocer cómo se plantea mediante ecuaciones diferenciales diversos tipos de crecimiento de los recursos pesqueros. Y analizar en las trayectorias de crecimiento los conceptos de rendimiento máximo y sobreexplotación.

El objetivo de este trabajo es presentar a los alumnos de Análisis Matemático II de la Facultad de Ciencias Económicas dos modelos dinámicos que representan el crecimiento poblacional de un recurso natural renovable mediante el uso de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden. Para lograr este objetivo hemos estructurado el trabajo en tres partes. En la primer parte planteamos las ecuaciones diferenciales que representan el crecimiento de dos tipos de poblaciones: crecimiento exponencial y crecimiento logístico. Luego analizamos sus características biológicas más relevantes. Por último, resolvemos ambos modelos en forma analítica para explicar al alumno la metodología empleada y utilizamos dos paneles interactivos en formato de documento computable (CDF) para que el alumno pueda ir modificando parámetros en la ecuación diferencial y que visibilice el tipo de crecimiento del recurso natural renovable.

2. Crecimiento poblacional

Los ecólogos de poblaciones usan varios métodos matemáticos para modelar la dinámica de poblaciones. Algunos de estos modelos representan el crecimiento sin restricciones ambientales, mientras que otros incluyen topes determinados por los recursos limitados. Los modelos matemáticos de las poblaciones pueden utilizarse para describir con precisión los cambios en una población y, aún más importante, predecir los cambios futuros.

El crecimiento poblacional puede ser explicado por medio de ecuaciones diferenciales, donde el crecimiento puede ser de personas, especies animales o bacterias. A pesar que el crecimiento poblacional es discontinuo, si la población es muy grande, las adiciones a su tamaño serán muy pequeñas, entonces puede ser considerado como que cambia en forma continua. Entonces, asumimos que el tamaño de la población, que denominamos con la variable p cambia en forma continua a lo largo del tiempo y que $p(t)$ es diferenciable.

Para entender los diferentes modelos que se usan para representar las dinámicas poblacionales, empezaremos por el más sencillo que es el crecimiento exponencial y luego abordaremos el modelo logístico.

3.1. Modelo de crecimiento de población exponencial

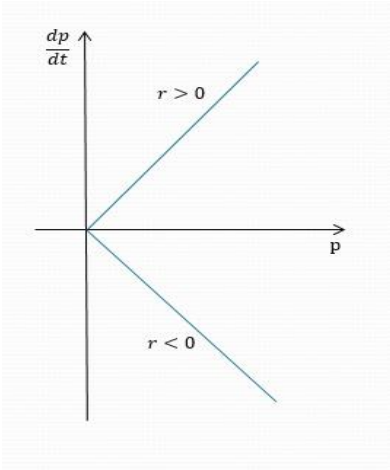
El concepto fundamental del crecimiento exponencial es que la tasa de crecimiento poblacional aumenta o decrece en forma proporcional al tamaño de la población.

Asumiendo que el tamaño de la población cambia en forma continua a lo largo del tiempo y que p(t) es diferenciable, se puede representar mediante la siguiente ecuación diferencial de primer orden.

$$\frac{dp}{dt} = rp \tag{2}$$

Cuando r es positivo la población crece y cuando r es negativo decrece. La condición inicial del problema planteado es que para el momento t_0 la población es $p(t_0) = p_0$ Si se representa en el plano $\frac{dp}{dt}$ vs p la gráfica es la siguiente:

Figura 1. Derivada del tamaño de la población respecto al tiempo. Modelo exponencial.



Si se resuelve esta ecuación diferencial ordinaria, mediante el método de variables separables:

$$\frac{dp}{dt} = rp \Longrightarrow \int \frac{dp}{p} = \int r\,dt \Longrightarrow \ln p = rt + c,$$ donde *c* es la constante de integración.

$p = e^{rt+c} \Longrightarrow p = e^{rt}e^{c}$ Si $e^{c} = c_1 \Longrightarrow p(t) = c_1 e^{rt}$

Aplicando la condición inicial $p(t = 0) = p_0$, se obtiene: $p_0 = c_1$

Por lo tanto, la solución particular de la ecuación diferencial dada es: $p(t) = p_0 e^{rt}$.

Es decir, la población en este modelo crece exponencialmente, y es conocido como el modelo Malthusiano de crecimiento poblacional. Para este modelo, si $r > 0$, se muestra que a medida que aumenta la población esta crece en forma más rápida. La trayectoria de crecimiento de la población puede ser graficada mediante la siguiente curva: Lo que se observa en el gráfico es que la población que siga este patrón de crecimiento crecerá indefinidamente y la velocidad a la que crezca va a depender del valor de *r*. A mayor valor de *r*, mayor velocidad de crecimiento. A continuación veremos con un ejemplo concreto como se modifica la curva de crecimiento cuando se aumenta o disminuye el valor de r.

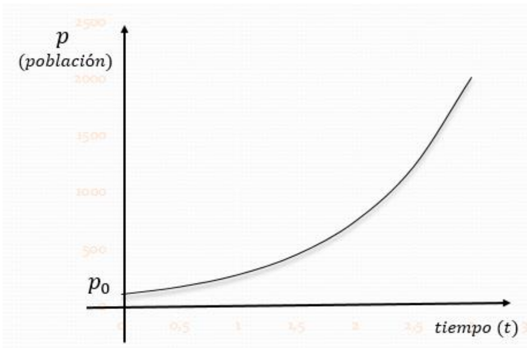


Figura 2. Trayectoria de crecimiento de la población

3.1.1 Panel interactivo en formato de documento computable

Con el objetivo de analizar la trayectoria de crecimiento poblacional con diferentes parámetros y condiciones iniciales, se utilizó un panel interactivo CDF de utilización libre y gratuita, desarrollado a partir del programa *Mathematica.* Con el mismo, se podrán variar el parámetro *r* y la condición inicial p_0. Se podrá recorrer la trayectoria temporal, a partir de mover un deslizador de *t*. Se podrá visualizar en simultáneo, el valor de *P* para cualquier momento del tiempo, además de observar su correspondiente diagrama de fases.

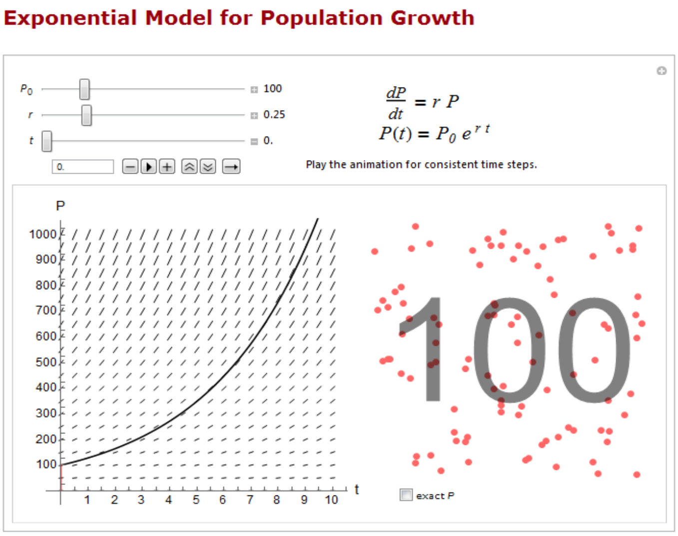


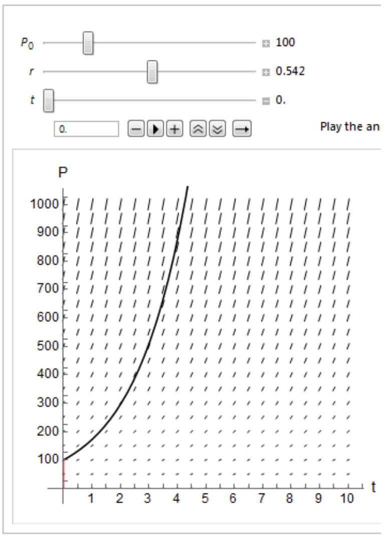
Figura 3. Panel interactivo para el modelo de crecimiento exponencial.
Fuente: *Wolfram Demonstration Project*.

3.1.1.2. Ejemplo

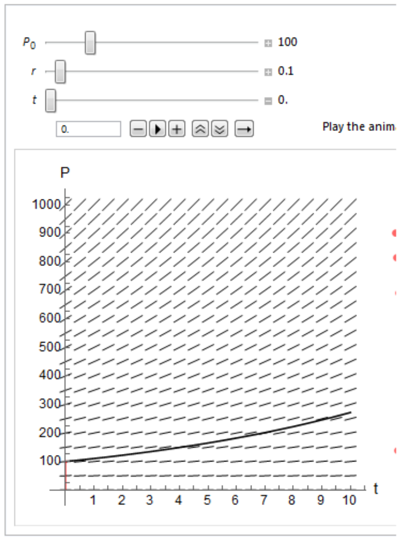
A continuación plantemos un ejemplo que se puede seguir con el panel interactivo. Supongamos que el crecimiento de una población determinada es considerado exponencial y es representado por la siguiente ecuación diferencial: $\frac{dp}{dt} = 0.542p$.

Al resolver la ecuación diferencial mediante el método de variables separables, obtenemos la siguiente trayectoria de crecimiento de la población en función del tiempo: $p(t) = p_0 e^{0.542t}$.

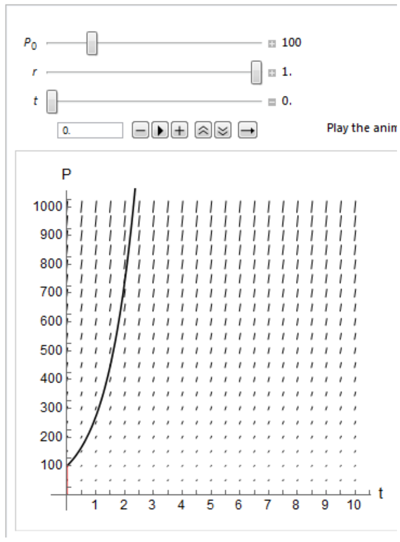
Si la población del recurso pesquero en el momento inicial $(t = 0)$ es igual a 100 unidades: $p(t) = 100e^{0.542t}$. En cambio, si lo comparamos con un valor de $r = 0{,}1$ es decir es menor al r inicial, observaremos una trayectoria de crecimiento de la población más lento. Mientras que si consideramos un $r = 1$, mayor al r considerado inicialmente, se obtendrá un crecimiento de la población a mayor velocidad.



Ejemplo r=*0.542* y p_0=*100*



Ejemplo r=*0.1* y p_0=*100*



Ejemplo r=1 y p_0=*100*

Figura 4. Crecimiento exponencial con r=0.542, r=0.1 y r=1.
Fuente: *Wolfram Demonstration Project*.

Se observa que al comparar tres modelos de crecimiento exponencial en donde ambos tienen igual población inicial, lo que determina que el crecimiento sea más rápido o más lento es el valor de *r*.

Como hemos mencionada, este tipo de crecimiento poblacional considera que la población crece indefinidamente pero esto no es lo que sucede en los diferentes ecosistemas. Se observa que existe un limitante al crecimiento de la población debido a que se cuenta con recursos limitados, tanto de espacio como de nutrientes para la especie. Para representar este tipo de crecimiento que considere esta limitación al crecimiento poblacional se utiliza el modelo logístico que analizaremos a continuación.

3.2. Modelo logístico

Como hemos mencionado, el crecimiento exponencial depende de cantidades infinitas de recursos (las cuales no suelen existir en el mundo real). El crecimiento exponencial puede ocurrir durante un tiempo, si hay pocos individuos y muchos recursos, pero cuando el número de individuos es lo suficientemente grande, los recursos empiezan a agotarse, lo que desacelera la tasa de crecimiento.

Un enfoque alternativo es suponer que no solo la población crece con el tamaño de la población sino que a medida que crece sus miembros entran en competencia con los otros por los recursos limitados (espacio y alimentos).

Podemos modelar matemáticamente esta situación mediante el denominado modelo logístico al modificar nuestra ecuación del crecimiento exponencial usando una tasa de crecimiento per cápita dependiente del tamaño poblacional y de su cercanía a la capacidad de carga *k*.

La capacidad de carga *k* es el tamaño poblacional máximo que puede soportar un medio ambiente en particular. Existen varios factores que definen la capacidad de carga. Cualquier tipo de recurso que sea importante para la supervivencia de una especie puede actuar como límite. Para las plantas el agua, la luz solar, los nutrientes y el espacio para crecer son algunos recursos fundamentales. En el caso de los animales, algunos de los recursos importantes son el alimento, el agua, el refugio y el espacio de anidación. Las cantidades limitadas de estos recursos resultan en una competencia entre los miembros de la misma población.

La competencia por recursos puede que no afecte a las poblaciones que se encuentran muy por debajo de su capacidad de carga, ya que los recursos son abundantes y todos los individuos obtienen lo que necesitan. Sin embargo, la competencia se intensifica al tiempo que el tamaño de la población aumenta. Adicionalmente, la acumulación de desechos puede reducir la capacidad de carga del medio ambiente.

3.2.1. Modelo logístico de Graham (1939)

Bajo ciertas condiciones de equilibrio, la tasa instantánea de incremento de la población es directamente proporcional al tamaño de la misma población y a lo que le falta a la población para llegar a ocupar plenamente el espacio o ambiente disponible, lo cual se expresa por la ecuación diferencial:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{r\,P\,(K-P)}{K} = r\,P\left(1-\frac{P}{K}\right) \qquad (3)$$

Donde:

$\frac{K-P}{K}$= fracción de carga que aún no se ha agotado

P = tamaño de la población en peso

K = población máx. que el ambiente puede soportar

r = constante, que representa la tasa neta de incremento específico de la población

t = tiempo

Si *P* es pequeña en comparación con *K*, entonces $\frac{P}{K}$ será cercano a cero, por lo tanto $\frac{dP}{dt} \cong r\,P$.

Si *P* esta entre 0 y *K*, entonces $\frac{dP}{dt} > 0$ y la población crece. En cambio, si *P* >*K*, entonces $\frac{dP}{dt} < 0$, de modo la población decrece.

Si $P \to K$ (es decir, la población se aproxima a su capacidad de carga), entonces $\frac{dP}{dt} \to 0$.

En efecto, si se analiza los valores de P para los cuales $\frac{dP}{dt}$ se anula, es decir, $r\,P\left(1-\frac{P}{K}\right)$ =0, se obtienen dos puntos críticos, $P = 0$ y P =K. Descartamos $P = 0$, porque interesa estudiar valores de población positiva. Por lo tanto, para $P = K$, se obtiene la población máxima o el nivel de saturación.

Por otro lado, la tasa de crecimiento máximo de la población se obtiene cuando se anula la derivada segunda:

$$P'' = r - \frac{2rP}{K} = 0 \tag{4}$$

Por lo tanto, para $P = \frac{K}{2}$ se obtiene la tasa de crecimiento máximo que es justamente donde se encuentra el punto de inflexión de la curva de crecimiento poblacional.

Si graficamos en el plano $\frac{dP}{dt}$ en función de *P* obtenemos la siguiente curva, con los puntos característicos que describimos a anteriormente:

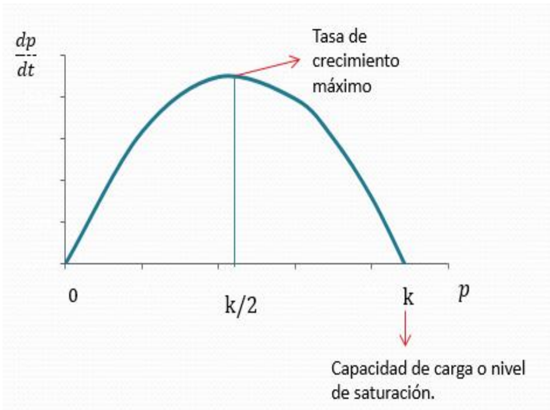


Figura 5. Derivada del tamaño de la población respecto al tiempo. Modelo logístico.

Para resolver la ecuación diferencial de primer orden ordinaria dada: $\frac{dP}{dt} = r\,P\,\left(1-\frac{P}{K}\right)$

Lo resolvemos mediante el método de variables separables. Reacomodando las expresiones: $\frac{kdP}{P(k-P)} = rdt$

Integrando a ambos lados: $\int \frac{kdP}{P(k-P)} = \int rdt$

Se deben resolver dos integrales, la integral del miembro izquierdo de la ecuación se resuelve mediante el método de fracciones simples:

$$\int \frac{kdP}{P(k-P)} = \int \frac{1}{k-P} dP + \int \frac{1}{P} dP$$

$$\int \frac{kdP}{P(k-P)} = -ln|k-P| + ln|P| + C$$

Por lo tanto, al resolver ambas integrales:

$-ln|k-P| + ln|P| + C = rt$ o: $ln\left|\frac{P}{k-P}\right| = rt + C$

Donde C es cualquier constante.

$$\left|\frac{P}{k-P}\right| = C_1 e^{rt}$$

Donde $C_1 = e^C$

Eliminando el signo de valor absoluto: $\frac{P}{k-P} = C_1 e^{rt}$

Al evaluar C_1 a partir de la condición inicial dada $y(0) = y_0$ (consideramos que y_0 es no negativo) se tiene que la trayectoria temporal de la población será:

$$P(t) = \frac{K}{A\,e^{-rt}+1} \quad \text{siendo} \quad A = \frac{K-P_0}{P_0} \tag{5}$$

Esta es la solución de la ecuación diferencial ordinaria logística.

3.2.2. Panel interactivo en formato de documento computable

Con el objetivo de analizar la trayectoria temporal en el modelo logístico, se desarrolló un panel interactivo CDF adaptado al modelo de Graham. Con el mismo, se podrán variar los parámetros *r* y *K* y la condición inicial p_0. Se podrá recorrer la trayectoria temporal, a partir de mover un deslizador de *t*. Se podrá visualizar en simultáneo, el valor de *P* para cualquier momento del tiempo, además de observar su correspondiente diagrama de fases.

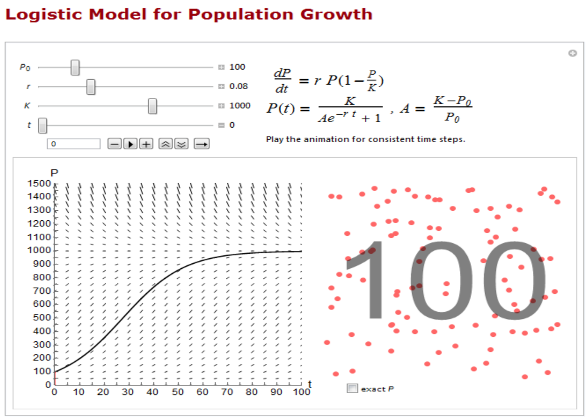


Figura 6. Panel interactivo para el modelo logístico de Graham.
Fuente: *Wolfram Demonstration Project*.

Se observa en el panel, que la función de población tiene una asíntota horizontal en *P*=*K*, es decir $\lim_{t\to+\infty} \frac{K}{A\,e^{-rt}+1} = K = 1000$ (nivel de saturación). Se visualiza el punto de inflexión en $P = \frac{K}{2} = 500$.

3.2.3. Problema de explotación pesquera

En el crecimiento de cualquier población intervienen diversos factores y el reclutamiento, el crecimiento somático, la mortalidad natural y la mortalidad por pesca están estrechamente relacionados entre sí con el tamaño y la estructura de la población y con el ambiente que les rodea.

Supongamos que el crecimiento de la población de peces se describe con un modelo logístico de Graham, donde, K = 1000 kg y r =0,08.

$$\frac{dP}{dt} = 0.08\, P\left(1 - \frac{P}{1000}\right) \Rightarrow P(t) = \frac{1000}{A\, e^{-0,08t}+1} \text{ y } A = \frac{1000-P_0}{P_0} \qquad (6)$$

Como ya hemos mencionado en el punto anterior, la saturación se encuentra en P=1000 kg, y el punto de inflexión (tasa de crecimiento máxima) se encuentra en P=500 kg.

Logistic Model for Population Growth

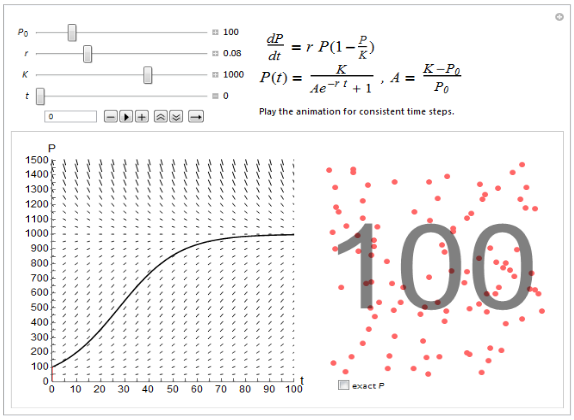
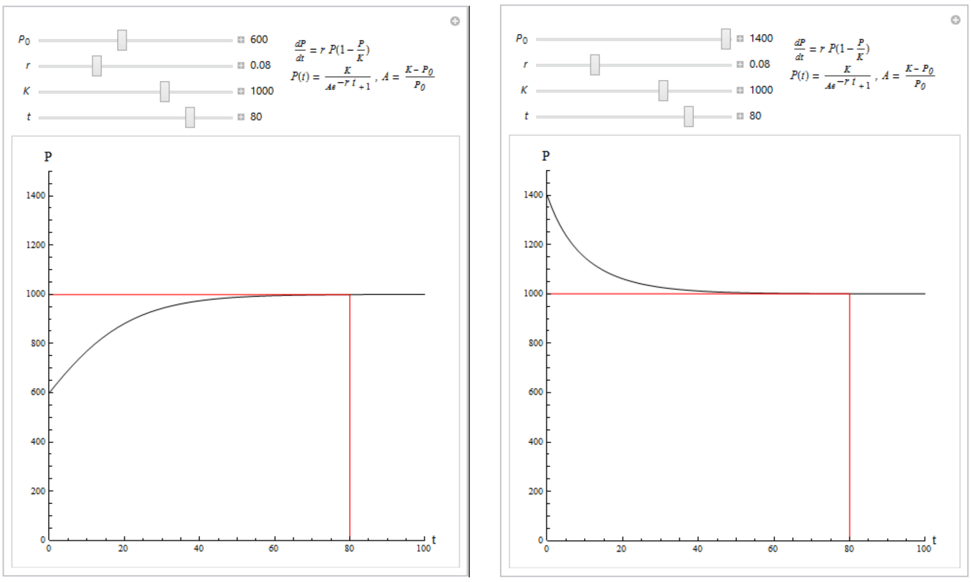


Figura 7. Problema de explotación pesquera para K = 1000 kg y r =0,08 y p_o=100.
Fuente: *Wolfram Demonstration Project*.

Si cambia la condición inicial P_0=600, manteniendo los parámetros r=0,08 y K=1000, la población crece hasta llegar al máximo en $t \cong 80$. En cambio, si P_0=1400, manteniendo los parámetros r=0,08 y K=1000, la población decrece hasta estabilizarse en $t \cong 80$



K = 1000 kg y r =0,08 y p_o=600. K = 1000 kg y r =0,08 y p_o=1400

Figura 8. Problema de explotación pesquera para

En términos generales, dada una población de peces en un ambiente o espacio con un coeficiente de saturación K: Si $P_o < K$ la población crece observando dos casos: a. $P_o < \frac{K}{2}$ la trayectoria temporal en una primera etapa es cóncava hacia arriba y luego cóncava hacia abajo (Figura 9) y b. $P_o > \frac{K}{2}$ la trayectoria temporal es siempre cóncava hacia abajo (Figura 10). En cambio, si $P_o > K$ la población decrece hasta alcanzar el nivel máximo soportado (Figura 11).

En este trabajo hemos analizado los dos crecimientos poblacionales más sencillos: el exponencial y el logístico. A partir de estos se puede complejizar el modelo considerando la captura del recurso y analizando como influye en la trayectoria de crecimiento de la población. Tal es el caso, por ejemplo, de una población de peces capturados en una proporción constante. Dicho modelo se representa por la ecuación diferencial:

$\frac{dP}{dt} = r\,P\left(1 - \frac{P}{K}\right) - c.$

Para otras especies, hay un nivel mínimo de población m debajo del cual la misma tiende a extinguirse. La causa, podría ser la dificultad de la adultos de la especie en encontrar parejas adecuadas. Esta clase de poblaciones se representa con la ecuación diferencial: $\frac{dP}{dt} == r\,P\left(1 - \frac{P}{K}\right)\left(1 - \frac{m}{P}\right).$

4. Conclusiones

Las ecuaciones diferenciales permiten explicar el crecimiento poblacional de recursos naturales renovables. Entender como es el crecimiento de un recurso permite tomar conciencia de que el consumo del mismo no puede realizarse en forma indiscriminada ya que de esta forma se agotaría el recurso.

Consideramos que explicar la resolución analítica y gráfica de estas ecuaciones diferenciales aplicadas a un caso concreto permite empezar a entender la problemática ambiental a la que se enfrentan aquellos recursos naturales que son sobreexplotados.

La visualización gráfica de las soluciones de las ecuaciones diferenciales permite comprender mejor las distintas etapas de crecimiento del recurso y ver como distintos hábitats y diferentes poblaciones iniciales determinan la trayectoria de crecimiento o decrecimiento poblacional.

Consideramos que explicar esta herramienta matemática con un ejemplo concreto permite no solo comprender mejor el procedimiento empleado sino concientizarse sobre la problemática ambiental asociada con la explotación de un recurso natural renovable.

Agradecimientos

Los autores agradecen al Proyecto PROIAT 2018: “Recomendaciones para la implementación de un Sistema de Gestión Ambiental Responsable. El caso de las instituciones educativas de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires", a la Facultad de Ciencias Económicas y al Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET).

Bibliografía

- CHIANG, A.C Y WAINWRIGHT, K.(2006) Métodos Fundamentales de Economía Matemática. McGraw-Hill Interamericana. México.
- CSIRKE, JORGE B. (1993). "Introducción a la dinámica de poblaciones de peces*". FAO, Documentos Técnicos de Pesca No 192.*
- BERNARDELLO, A. BIANCO, M.J., CASPARRI, M.T, GARCÍA FRONTI, J., OLIVERA DE MARZANA, S. (2004) Matemática para Economistas con Excel y Matlab. Omicron System. Argentina
- GANDOLFO, G. (1976) Métodos y modelos matemáticos en Dinámica Económica. Tecnos. España.
- TOMBARI, A. D., FUCHS, D., KUNERT, C., & CALLICÓ, R. (2009). Cambios en las pesquerías marinas Argentinas en las dos últimas décadas: perpectivas en el marco del Cambio Climático
- SHONE, R (2002) Economic Dynamics: Phase diagrams and their economic application. Cambridge University Press.

Utilización de Índices para Estudiar el Rendimiento Académico de Alumnos de la Facultad de Ciencias Económicas en Riesgo de Deserción

Devincenzi, Gustavo H.[1y2] - Rohde, Gricela A.[2] - Bonaffini, María L[2]. - Giraudo, Marta B.[1] - Piccini, Analía[3]
Facultad de Ingeniería UNNE[1]; Facultad de Ciencias Económicas UNNE[2]; Facultad de Arquitectura UNNE[3]
gdevin@ing.unne.edu.ar; grohde@eco.unne.edu.ar; mbonaffini@eco.unne.edu.ar; marta_giraudo@yahoo.com.ar; apapiccini@gmail.com

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Indicadores, Rendimiento académico, Abandono.

Resumen

Un elemento fundamental para lograr la competitividad de las estructuras sociales, económicas y productivas de una sociedad, está dado por el fortalecimiento de la educación universitaria. Es por ello que se hace necesario que las instituciones de nivel superior incorporen herramientas que les posibiliten evaluar la marcha de sus procesos educativos, con el fin de lograr una educación inclusiva y disminuir la deserción. El objetivo de este trabajo fue medir el rendimiento académico de los alumnos, a través de la determinación de un índice de Rendimiento Académico General (RAG), utilizando las calificaciones y la situación de cursada de los mismos, a fin de determinar una zona crítica que permita detectar alumnos con situaciones académicas vulnerables. Se ha tomado para ello el Ciclo Básico Común (CBC) de tres carreras universitarias de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Nordeste.

Este análisis posibilitó determinar un intervalo dentro del cual, el valor obtenido del RAG permitió identificar el grupo de alumnos en situación de riesgo, y que deberían recibir asistencia tutorial en la Unidad Académica, para disminuir la deserción.

1. Introducción

Según Cascón (2000), uno de los problemas sociales que ocupa la atención de los profesionales de la educación, de los responsables políticos y de la ciudadanía en general, es el logro de un sistema educativo que sea efectivo y eficaz, de manera tal que proporcione a los alumnos un marco idóneo en el que puedan desarrollar sus potencialidades. En ese sentido, el indicador del nivel educativo adquirido por los alumnos, siguen siendo las calificaciones de los estudiantes, las cuales, a su vez, son el reflejo de las evaluaciones y/o exámenes, donde el alumno demuestra sus conocimientos sobre las distintas materias, que el sistema considera necesarias y suficientes para su desarrollo como miembro activo de la sociedad.

El autor sostiene que el rendimiento académico es un fenómeno en el cual actúan variables subjetivas, históricas y sociales entre otras, y su expresión, en las calificaciones obtenidas por el alumno, lo identifica con objetividad y brinda, con los índices calculados y analizados, un criterio de fiabilidad y validez. (Cascón, 2000, pp.1-11).

Esta investigación fue realizada con el objeto de detectar, en forma temprana, situaciones de vulnerabilidad en los alumnos, que produzcan una posible deserción o significativo retraso en sus estudios, a través del cálculo de un índice de Rendimiento Académico General (RAG), buscando encontrar alguna zona crítica del mismo, la cual permitiría detectar alumnos con situaciones académicas de riesgo, en las tres carreras de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNNE.

Este índice se seleccionó de un modelo teórico de Luque y Sequi, (2002, pp.5-14), por su pertinencia para el análisis de nuestro objeto de estudio, realizando las modificaciones necesarias para su aplicación en la Unidad Académica mencionada. El mismo está constituido por una suma ponderada de otros tres índices, el Rendimiento Integral de Regularidad, el de Aprobación y el de Logro Cognitivo.

Para su cálculo se utilizó la base de datos que se encuentra en el Sistema de Información Universitaria (en adelante SIU Guaraní), de la Universidad Nacional del Nordeste, desde el año 2005 hasta el 2017.

2. Metodología

De las cohortes 2005-2010, se han analizado únicamente tres variables: calificación de examen final o de promoción, condición de fin de cursada, y aprobación; además se han considerado las fechas en que ocurrieron: inscripción a la carrera, condición de fin de cursada, evaluación final o promoción.

A partir de una metodología cuantitativa, se abordó el estudio de índices bajo el enfoque de investigación desarrollado desde la perspectiva teórica, utilizando para la medición procedimientos estadísticos.

La fecha de corte para el proceso de datos de cada alumno fue de siete años a partir del año académico de inscripción. Este es el valor medio con que se gradúan los alumnos[12].

La cantidad total de asignaturas de cada una de las tres carreras oscila entre treinta y tres (33), y treinta y cuatro (34) materias, más un Seminario con Tesina en dos de ellas, que generalmente insume seis o más meses.

Se seleccionó la información disponible para cada alumno, de las seis asignaturas que integran el ciclo común analizado en Ciencias Económicas – UNNE, así como la cantidad total de materias que aprobó en siete años de actividad académica. En el período seleccionado - cohortes 2005 a 2010 - se consideraron los alumnos que hayan rendido al menos cuatro de las seis materias del CBC utilizadas para la elaboración de los índices.

Las seis materias que integran el Ciclo Básico Común (CBC) son: Introducción a las Ciencias Económicas; Matemática I; Instituciones del Derecho Privado; Contabilidad Básica; Principios de Administración y Principios de Economía.

En este trabajo, se utilizaron índices que fueran elaborados por este mismo grupo de investigación para trabajos anteriores (2016), utilizando las calificaciones de cada alumno de la población en estudio. Los índices mencionados son:

2.1 Rendimiento Integral de Regularización

Para obtener este índice se comenzó con el cálculo de un primer rendimiento que relaciona la cantidad de veces que regularizó la materia con la cantidad de veces que la cursó para obtener la regularidad, de acuerdo con el Plan de Estudios de la Unidad Académica.

$$\text{Índice materia regularizada}=\frac{[\text{Cantidad de veces que regularizó la materia}]}{[\text{Cantidad de veces que cursó la materia}]} \quad (1)$$

Estos cálculos se realizaron para cada alumno, en cada una de las seis asignaturas consideradas, en el período de siete años ya mencionado.

La sumatoria de los índices de todas las materias, nos da la eficiencia total de regularización por alumno:

$$\text{Eficiencia total de regularización}=\sum_{j=1}^{n}\frac{NR_j}{NI_j} \quad (2)$$

Siendo:

j: asignatura

NRj: cantidad de veces que el alumno regularizó la asignatura j

NIj: cantidad de veces que el alumno se inscribió para cursar la asignatura j

A esta sumatoria la dividimos por la cantidad de materias que teóricamente debería haber cursado el alumno (MTR) para obtener el rendimiento de regularidad:

[12] Cantidad de años reales de duración de la carrera, número histórico brindado y validado por el personal de informática de la unidad académica-.

$$\text{Rendimiento de regularidad (RR)}=\frac{\sum_{j=1}^{n}\frac{NR_j}{NI_j}}{MTR} \quad (3)$$

No se debe considerar de la misma manera a un estudiante que regularizó las seis materias en los términos previstos por el Plan de Estudios, que a aquel que demoró más tiempo en hacerlo. Por este motivo se introdujo un coeficiente de ajuste (CA):

$$CA=\frac{\left[\begin{array}{c}\text{Cantidad de meses teóricos para regularizar las}\\ \text{materias del período considerado}\end{array}\right]}{\left[\begin{array}{c}\text{Cantidad de meses reales utilizados para regularizar}\\ \text{las materias del período considerado}\end{array}\right]} \quad (4)$$

El "Rendimiento Integral de Regularización (RIR)" se obtuvo de la siguiente manera:

$$RIR = RR\ .CA = \frac{\sum_{j=1}^{n}\frac{NR_j}{NI_j}}{MTR}\ .\ CA \quad (5)$$

RIR: Rendimiento integral de regularización

RR: Rendimiento de regularidad

CA: Coeficiente de ajuste por retraso en la carrera

Si un alumno aprueba una materia como libre, se considera que obtuvo también la regularización.

2.2 Rendimiento Integral de Aprobación (RIA)

De forma similar a la regularización, se procedió con la aprobación de asignaturas.

$$\text{Rendimiento Académico}=\frac{\left[\begin{array}{c}\text{Cantidad de materias aprobadas}\\ \text{durante el tiempo de permanencia}\end{array}\right]}{\left[\begin{array}{c}\text{Cantidad de materias que teóricamente debería}\\ \text{haber aprobado según su permanencia}\end{array}\right]} \quad (6)$$

$$\text{Índice de materias aprobadas} = \frac{1}{\left[\begin{array}{c}\text{Cantidad de veces que rindió la}\\ \text{materia hasta su aprobación}\end{array}\right]} \quad (7)$$

Estos cálculos se realizaron por cada año académico (marzo a febrero del año próximo)

$$\textit{Eficiencia total de Aprobación}=\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{NER_j} \quad (8)$$

j: asignatura

NER_j: cantidad de veces que el alumno rindió la asignatura *j* para aprobarla.

La relación entre este índice de eficiencia, con la cantidad de materias que teóricamente debería haber aprobado el alumno en función de sus *"a"* años de permanencia, resuelve la primera dimensión que denominamos: Rendimiento Integral de Aprobación (RIA), cuya expresión matemática se define como:

$$RIA_a=\frac{\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{NER_j}.CA}{MTPE_a} \quad (9)$$

Siendo:

a = años de permanencia en la carrera.

MTPE = materias que teóricamente debería el alumno haber aprobado en relación al Plan de Estudio en sus *"a"* años de permanencia.

CA: coeficiente de ajuste por retraso.

El Coeficiente de Ajuste por Retraso obtenido, a partir de la relación proporcional entre la duración teórica de la carrera y la permanencia real, matemáticamente puede ser expresado como sigue:

$$CA=\frac{\begin{bmatrix}\text{Cantidad de meses teóricos para aprobar las}\\ \text{materias del período considerado}\end{bmatrix}}{\begin{bmatrix}\text{Cantidad de meses reales utilizados para aprobar}\\ \text{las materias del período considerado}\end{bmatrix}} \quad (10)$$

- Los alumnos que promocionaron fueron considerados como aprobados en la materia.
- No se tuvieron en cuenta las aprobaciones por equivalencia en otras carreras.
- No se consideraron los ausentes de las actas de examen.

2.3 Índice de Logro Cognitivo (ILC)

Se define como la cantidad proporcional promedio de conocimientos, habilidades y destrezas logradas (aprehendidas) por el estudiante respecto del óptimo propuesto para cada materia aprobada, durante el período de permanencia en la carrera. Este valor de proporcionalidad, para cada materia en particular, está representado por la nota de calificación final de aprobación de dicha asignatura.

$$ILC = \frac{\sum_{j=1}^{n} \frac{CFA}{n}}{10} \quad (11)$$

Siendo:

ILC = Índice de Logro Cognitivo.

CFA = Calificación Final de cada materia Aprobada.

n = número total de materias aprobadas.

No fueron considerados los ausentes. La escala de calificaciones es de 0 a 10. Se aprueba a partir del 6.

2.4 Índice de Rendimiento Académico General

Se puede definir el *"Rendimiento Académico General", (RAG),* como el resultado de la suma ponderada de los índices parciales de Regularización, Aprobación y Logro Cognitivo. Para el mismo se consideró la siguiente ponderación:

$RAG = 0{,}2\ RIR + 0{,}5\ RIA + 0{,}3\ ILC$ (12)

Este índice tiene un valor que varía entre 0 y 1, siendo "1" el de mayor rendimiento.

Para el procesamiento de estos datos se utilizaron los aplicativos Visual Foxpro (VFP) y MS Excel.

2.5 Determinación de una zona o valor de RAG crítico

Se diseñó un conjunto de tablas a partir de los datos obtenido del SIU, para realizar el cálculo de los índices, efectuando una adecuación de los datos de la unidad académica con la que se trabajó, para luego ingresar a un proceso de generación de dichos índices, con un script desarrollado en VFP, volcados luego a una planilla Excel.

Se trabajó con las siguientes tablas / vistas de ese sistema: sga_actas_cursado (actas de cursada); sga_comisiones (actas de comisiones); sga_det_acta_curs (detalle de actas de cursada); sga_alumnos (datos de alumnos) y vw_hist_academica (historia académica de los alumnos).

Estos datos fueron proporcionados en formato CSV (comma-separated values). Para un mejor proceso se las pasó a formato de base de datos de VFP, mediante trabajos de conversión.

En este nuevo formato, se verificaron consistencias de las tablas, eliminaron duplicados (hubo casos que figuraban como promocionados y luego aprobados en un Examen final, etc.) y se adecuaron tipos de datos. Para esto se realizaron scripts específicos en VFP.

De este primer paso se obtuvieron las 4 tablas que se requieren en el proceso posterior de Generación de Indicadores y Análisis estadístico.

Se definieron como cohortes de trabajo, desde la correspondiente al año 2005, hasta la 2010 inclusive, y siete años como los necesarios para obtener el título o una cantidad de materias aprobadas equivalente (30 en este estudio).

Para obtener un valor o zona de RAG crítico, se dividió la población total estudiada, en dos grupos:

- Grupo (A): alumnos que aprobaron treinta materias o más en el lapso considerado. Estos alumnos completaron todo el plan de estudios o estaban a muy escasas materias de lograrlo.
- Grupo (B): alumnos que no alcanzaron a aprobar treinta materias en el período considerado.

El propósito de esta división fue obtener dos conjuntos de alumnos, los que lograron graduarse en el tiempo promedio, y los que no lo hicieron. A partir de allí, se analizaron los valores de RAG obtenidos en estos grupos, con el objeto de verificar la validez del indicador para evidenciar esta diferencia de rendimiento académico, y en particular, si se podían apreciar valores del mismo que pudieran servir para identificar alumnos en situación de abandono o de criticidad académica en el Grupo B.

3. Resultados

Los resultados obtenidos en el análisis de los datos permitieron confirmar la hipótesis de que, la media obtenida del Grupo A es superior a la alcanzada por el Grupo B.

Se realizó la comparación entre la media menos el desvío estándar del Grupo A, y la media más el desvío estándar del Grupo B; como estos valores resultaron significativamente coincidentes, se analizaron los percentiles correspondientes en cada caso.

Para el Grupo A, se obtuvo la mejor relación con el percentil 20, y para el Grupo B con el percentil 85. Estos valores obtenidos indican que, el 80% de los alumnos del Grupo A se encuentran con RAG mayores o iguales a la media menos el desvío estándar de ese grupo, y que el 85% de los alumnos del Grupo B, se hallan con RAG menores o iguales a la media más el desvío estándar de ese grupo.

A continuación se muestra una tabla con un resumen de los datos calculados de los grupos:

Tabla 1: Resumen del análisis estadístico de las cohortes 2005-2010

Cohorte	2005		2006		2007		2008		2009		2010	
Grupo	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B
μ_x-σ_x	0,44	0,34	0,43	0,31	0,45	0,33	0,46	0,30	0,45	0,31	0,50	0,33
μ_x+σ_x	0,66	0,55	0,65	0,52	0,65	0,52	0,68	0,52	0,66	0,46	0,69	0,51
P_{15}	0,44	0,35	0,43	0,32	0,43	0,34	0,44	0,32	0,43	0,32	0,50	0,34

P_{20}	0,44	0,36	0,44	0,33	0,46	0,35	0,48	0,33	0,46	0,33	0,51	0,36
P_{80}	0,70	0,53	0,69	0,49	0,69	0,50	0,70	0,48	0,68	0,44	0,69	0,49
P_{85}	0,72	0,55	0,71	0,52	0,71	0,52	0,71	0,52	0,69	0,46	0,69	0,51

Fuente: elaboración propia.

Siendo: μ_x-σ_x: la media poblacional menos el desvío.

μ_x+σ_x: la media poblacional más el desvío.

$P_{10}, P_{15}, P_{85}, P_{90}$: percentiles.

Los valores de la tabla anterior se encuentran representados gráficamente en los siguientes diagramas de líneas, primero para el Grupo A, luego para el B y por último para ambos grupos:

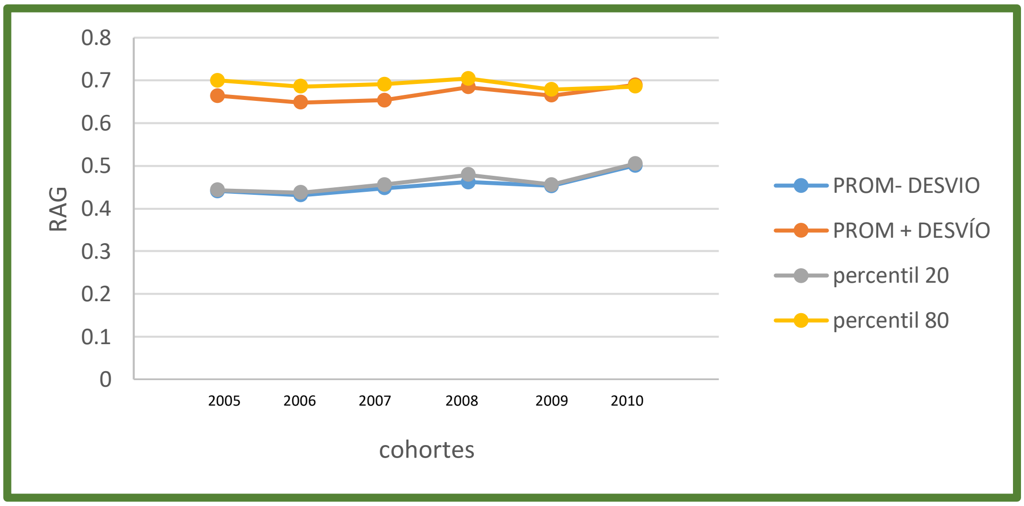


Gráfico 1: Valores estadísticos del GRUPO A

En el Grupo A, el menor y mayor valor de RAG obtenidos para la media menos el desvío estándar son de 0,43 y 0,50 respectivamente.

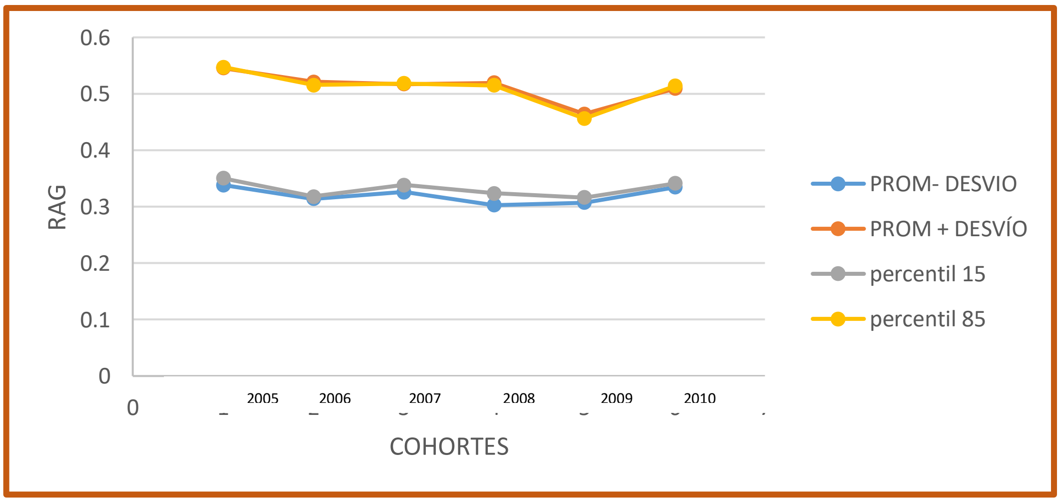


Gráfico 2: Valores estadísticos del GRUPO B.

En el Grupo B, el menor y mayor valor de RAG obtenidos para la media más el desvío estándar es de 0,46 y 0,55 respectivamente.

Trabajando de esta manera se obtuvo una intersección entre los dos grupos analizados, como puede observarse en el Gráfico 3.

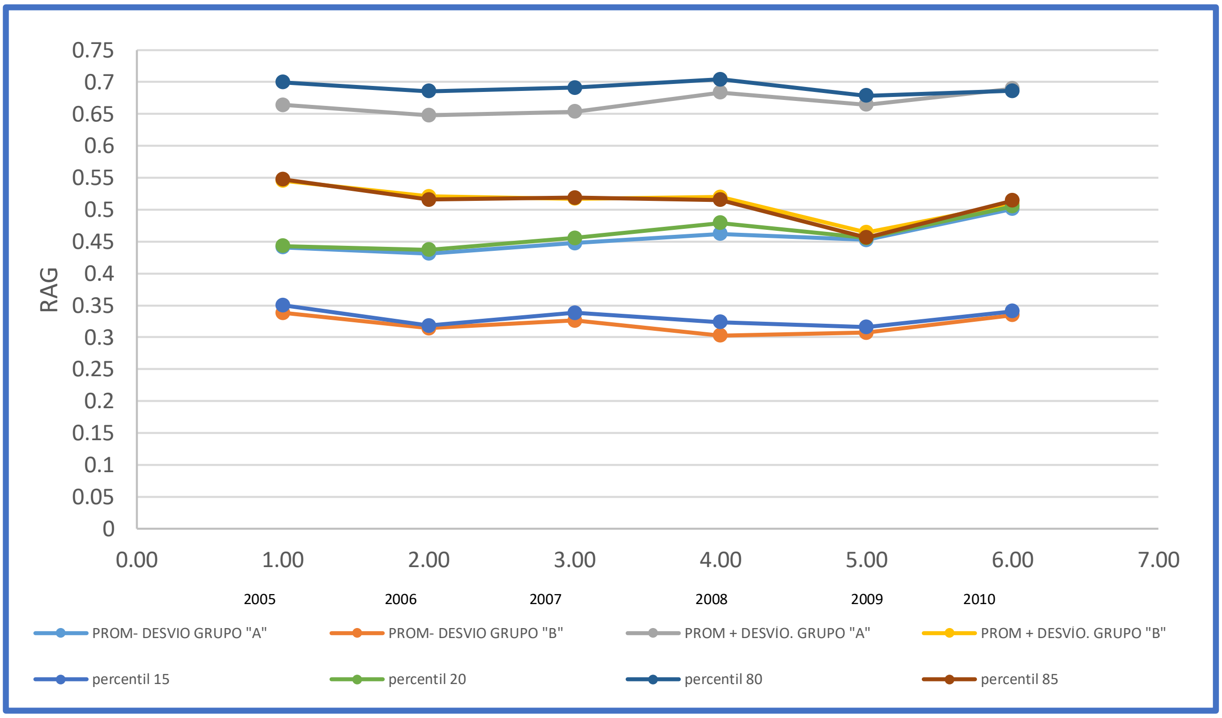


Gráfico 3: Variaciones del RAG en los dos grupos

Mediante la intersección que se observa en el gráfico, se halló una zona crítica para el Índice Académico General, que oscila entre 0,43 (media menos el desvío del Grupo A) y 0,55 (media más el desvío del Grupo B) en todas las cohortes analizadas. El grupo de alumnos que se encuentra sobre esta zona ha terminado o ya se encuentra muy próximo a finalizar su carrera, mientras que el grupo que se encuentra por debajo de la misma, requiere de apoyo para poder lograrlo.

En el gráfico 3 también puede observarse una línea correspondiente a la media menos el desvío del Grupo B. Por debajo de ella se encuentran aproximadamente 128 alumnos de la población estudiada, o sea un 5% de los alumnos considerados y son los que no registran ninguna actividad académica en los últimos dos años.

Si consideramos el Grupo B, entre el mayor valor del promedio más el desvío y el menor valor del promedio menos el desvío, se encontrarían los alumnos que, después de siete años, no están consiguiendo finalizar su carrera. El rango de ese grupo varía entre 0,30 y 0,55 siendo 1370 alumnos los que se encuentran en ese franja.

4. Conclusiones

Con este trabajo fue posible determinar la franja de alumnos que se encuentran con un significativo retraso en sus carreras o en riesgo de abandonar sus estudios, constituyendo un 56% de la población estudiada. Son aquellos cuyos valores de RAG se encuentran por debajo del promedio más el desvío del Grupo B y que no alcanzaron a aprobar treinta materias en el período considerado de siete años, que es la duración real de las carreras de la Facultad de Ciencias Económicas.

Esta investigación permite obtener información temprana (dentro del ciclo común) sobre el rendimiento académico de los estudiantes, para poder aplicar acciones remediales / tutoriales, que la Unidad Académica debería implementar para disminuir las deserciones, con el grupo de Tutorías existente en la misma.

5. Referencias Bibliográficas

- Cascón, I. (2000). *Análisis de las calificaciones escolares como criterio de rendimiento académico.* En: Colegio Público Juan García Pérez. Consultado el 28/05/2018 de: https://campus.usal.es/~inico/investigacion/jornadas/jornada2/comun/c17.html
- Devincenzi, G.; Rohde, G.; Bonaffini, M.; Bernaola, G.; Giraudo, M., (2016). *La medición de la eficiencia y el rendimiento académico de alumnos de los primeros años universitarios*. En: XXXI Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y Afines. Villa Mercedes. San Luis. Argentina.
- Luque, E. y Sequi, J. R. (2002).*Modelo teórico para la determinación del rendimiento académico general del alumno, en la Enseñanza Superior.* Congreso Regional de Ciencia y Tecnología. NOA 2002. Secretaría de Ciencia y Tecnología. Universidad Nacional de Catamarca. Argentina.

Simulación Basada en Agentes Utilizando Python

Gogni, Valeria - Garcia Fronti, Javier

Universidad de Buenos Aires (Facultad de Ciencias Económicas)– Universidad de Buenos Aires (Facultad de Ciencias Económicas)

valeria.gogni@gmail.com - javier.garciafronti@economicas.uba.ar

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras clave: Simulación, programación, Python

Resumen

El objetivo de este trabajo es exponer las ventajas que tiene el uso de la simulación basada en agentes en la enseñanza de una problemática relacionada a la teoría de juegos. Para ello se utiliza el lenguaje de programación Python, aplicado al ejemplo clásico del dilema del prisionero iterado, como motivador. Esta aplicación, que es familiar para los científicos sociales, es ilustrativa de las necesidades claves en la investigación relacionada a la simulación y nos permite destacar algunas virtudes de Python, permitiendo que estudiantes, profesores e investigadores inicien proyectos de simulación en un lenguaje de programación de propósito general.

El lenguaje de programación Python, ofrece un código que es simple, fácil de leer, pero flexible y fácilmente extensible, características que lo convierten en un lenguaje apropiado tanto para la investigación como para la enseñanza.

El modelado basado en agentes es un enfoque utilizado para modelar sistemas compuestos por agentes interactivos autónomos que permiten observar los efectos colectivos de los comportamientos e interacciones de los mismos. Estos agentes se consideran autónomos, ya que toman decisiones eligiendo alternativas de su conjunto factible, en función de su propio estado. Además, los agentes interactúan e influyen entre sí, aprenden de sus experiencias y adaptan sus comportamientos para que se ajusten mejor a su entorno.

En el presente trabajo se describe una experiencia con alumnos, identificando y programando los elementos necesarios para crear un modelo basado en agentes. Se simulan los comportamientos y la dinámica de las interacciones de los mismos para que el modelo se ejecute.

1. Introducción

Las simulaciones se consideran basadas en agentes cuando los resultados de interés surgen de la interacción repetida de actores autónomos, llamados "agentes". Estos agentes son autónomos en el sentido de que cada uno selecciona acciones de su propio conjunto factible en función de su propio estado. Los agentes pueden ser por ejemplo individuos, agentes económicos, consumidores, empresarios, conjuntos de individuos, etc.

Los agentes pueden ejecutar diversos comportamientos apropiados para el sistema que representan y pueden ser capaces de evolucionar, permitiendo que surjan conductas imprevistas. Al modelar los agentes, se pueden observar los efectos de la diversidad que existe entre ellos, en sus atributos y comportamientos. Al modelar aparecen patrones, estructuras y comportamientos que surgen a través de las interacciones. El énfasis en modelar la heterogeneidad de los agentes en una población es una de las características distintivas de la simulación basada en agentes en comparación con otras técnicas de simulación.

Por lo tanto, el modelado basado en agentes ofrece una manera de modelar sistemas sociales compuestos por agentes que interactúan e influyen entre sí (Bonabeau,2002), aprenden de sus experiencias y adaptan sus comportamientos para que se adecuen mejor a su entorno.

2. Dilema del prisionero iterado

El dilema del prisionero iterado (Axelrod, 1984) consiste en que los participantes deben escoger una y otra vez su estrategia mutua, y tienen memoria de sus encuentros previos. La clave es que ambos jugadores pueden jugar nuevamente, lo que les permite desarrollar estrategias de juego basados en interacciones de juegos previos (estrategias reactivas), es decir, el movimiento de un jugador puede influir en el comportamiento de su oponente en el futuro.

En el dilema del prisionero iterado, la cooperación se puede lograr como un resultado de equilibrio. Se juega reiteradamente, de manera que, cuando se repite el juego, se brinda a cada jugador la ocasión de castigar al otro jugador por la no cooperación en juegos anteriores. Así, el estímulo para defraudar puede ser superado por la amenaza del castigo, lo que conlleva a un resultado cooperativo.

Se creará un juego, con dos jugadores (agentes), donde a través de la simulación, cada uno evaluará su situación y tomará decisiones sobre la base de un conjunto de reglas.

El juego se conformará de la siguiente manera:

Los jugadores elegirán aleatoriamente sus movimientos y finalmente recibirán los pagos determinados por el juego. Cada jugador responderá teniendo en cuenta si el otro jugador ha cooperado (C) o no cooperado (D) previamente (en movimientos anteriores) excepto, por supuesto, cuando los jugadores están haciendo su movimiento inicial.

Se comienza el juego creando una matriz de pago para el juego. La asignación payoffmat = [[(3,3), (0,5)], [(5,0), (1,1)]] crea una lista que contiene dos listas, cada una de las cuales contiene los pagos basados en movimiento para dos jugadores. Por ejemplo, (3,3) otorga los pagos a los jugadores si ambos cooperan, es decir cada jugador obtiene una recompensa de 3.

A continuación, creamos dos instancias, que denominamos player1 y player2 y luego obtenemos movimientos de ambos jugadores al invocar el método de movimiento (move) para ambos. Usando estos movimientos y la matriz de pagos, calculamos el pago para cada uno. Finalmente, imprimimos los resultados de jugar este juego.

```
## GAME: SimpleGame with RandomPlayer
# create a payoff matrix and two players
PAYOFFMAT = [ [(3,3),(0,5)] , [(5,0),(1,1)] ]
player1 = RandomPlayer()
player2 = RandomPlayer()
# create and run the game
game = SimpleGame(player1, player2, PAYOFFMAT)
game.run()
# retrieve and print the payoffs
payoffs = game.payoff()
print "Player1 payoff: ", payoffs[player1]
print "Player2 payoff: ", payoffs[player2]
```

RandomPlayer tiene como responsabilidad, establecer el valor inicial del atributo p_defect del jugador, decimos que p_defect es un "atributo de instancia". Proporcionamos un valor predeterminado de 0,5, pero siempre se puede crear una instancia con un valor diferente

Pero nuestro objetivo es ejecutar estos juegos repetidamente para una variedad de estrategias de jugadores, es decir, consideraremos jugadores que usan estrategias "reactivas" (Nowak, Sigmund 1992). Una estrategia reactiva determina el comportamiento actual como una respuesta a eventos pasados. Los jugadores que usan tales estrategias tienen un tipo de jugador cd-i

Una estrategia para un tipo de jugador cd-i, se parametrizará mediante una 3-upla de probabilidades (p_cdi):

- probabilidad de desertar cuando el otro jugador cooperó en el movimiento anterior
- probabilidad de desertar cuando el otro jugador desertó
- probabilidad de desertar en el movimiento inicial.

Luego, consideramos la clase CDIGame, que construye las instancias de juego y tiene como datos: SimpleGame, los oponentes y el método get_last_move

```
class CDIGame(SimpleGame):
    def __init__(self, player1, player2, payoffmat):
        # begin initialization with `__init__` from `SimpleGame`
        SimpleGame.__init__(self, player1, player2, payoffmat)
        # initialize the new data attribute
        self.opponents = {player1:player2, player2:player1}
    def get_last_move(self, player):
        # if history not empty, return prior move of `player`
        if self.history:
            player_idx = self.players.index(player)
            last_move = self.history[-1][player_idx]
        else:
            last_move = None
        return last_move
```

Un CDIGame será jugado por un tipo de jugador: SimplePlayer, que tendrá ahora como datos: playertype, games_played y players_played y los métodos de movimiento (move) y registro (record) necesarios para los jugadores del juego utilizando la delegación para seleccionar un movimiento.

```
class SimplePlayer:
    def __init__(self, playertype):
        self.playertype = playertype
        self.reset()
    def reset(self):
        self.games_played = list()   #empty list
        self.players_played = list()  #empty list
    def move(self,game):
        # delegate move to playertype
        return self.playertype.move(self, game)
    def record(self, game):
        self.games_played.append(game)
        opponent = game.opponents[self]
        self.players_played.append(opponent)
```

Ahora examinamos la clase CDIPlayerType, que es esencialmente una estrategia reactiva. Para el movimiento inicial, la probabilidad de deserción está dada por el último elemento (indexado con -1). Luego de los movimientos iniciales, la probabilidad de deserción depende del movimiento anterior del otro jugador. Si el oponente coopera previamente, el movimiento anterior del oponente es falso y el primer elemento de p_cdi, es la probabilidad de deserción. Si el oponente desertó previamente, el último movimiento del oponente es verdadero y el segundo elemento de p_cdi es la probabilidad de deserción (El valor predeterminado de p_cdi es (0.5,0.5,0.5))

```
class CDIPlayerType:
    def __init__(self, p_cdi=(0.5,0.5,0.5)):
        self.p_cdi = p_cdi
    def move(self, player, game):
        # get opponent and learn her last move
        opponent = game.opponents[player]
        last_move = game.get_last_move(opponent)
        # respond to opponent's last move
        if last_move is None:
            p_defect = self.p_cdi[-1]

      else:
          p_defect = self.p_cdi[last_move]
      return random.uniform(0,1) < p_defect
```

Finalmente consideramos la clase CDIGame, que construye nuestras instancias de juego:

```
class CDIGame(SimpleGame):
    def __init__(self, player1, player2, payoffmat):
        # begin initialization with `__init__` from `SimpleGame`
        SimpleGame.__init__(self, player1, player2, payoffmat)
        # initialize the new data attribute
        self.opponents = {player1:player2, player2:player1}
    def get_last_move(self, player):
        # if history not empty, return prior move of `player`
        if self.history:
            player_idx = self.players.index(player)
            last_move = self.history[-1][player_idx]
        else:
            last_move = None
        return last_move
```

Cuando un jugador delega un movimiento, el tipo de jugador obtiene del juego el último movimiento del oponente (es decir, el movimiento con índice -1). El playertype logra esto invocando el método get_last_move del juego. Recordemos que la probabilidad de deserción generalmente está condicionada al último movimiento del otro jugador. Esto puede lograrse invocando al método **get_last move** que devuelve el elemento solicitado del historial de movimientos del juego (si existe, y de lo contrario devuelve None).

Podemos observar en la figura 1, las interdependencias entre los distintos objetos de la siguiente manera:

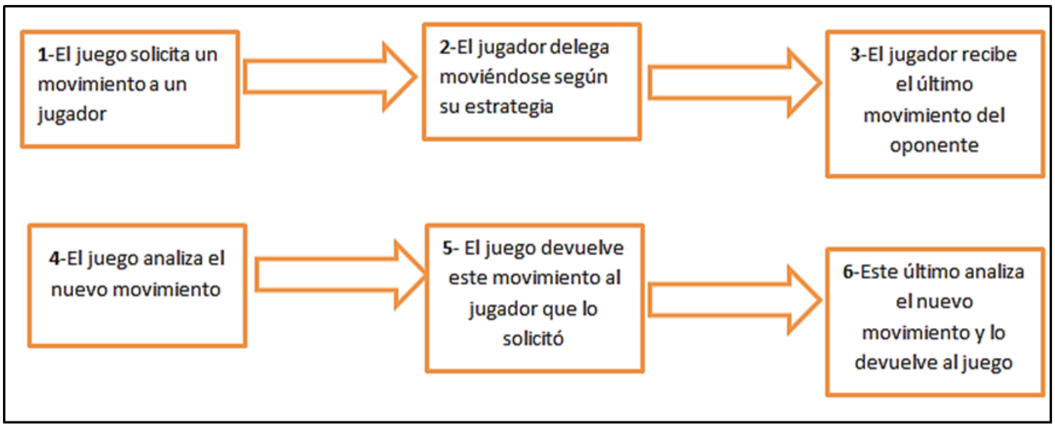


Figura 1: Interdependencias entre los distintos objetos del juego

Es natural preguntarnos ahora lo siguiente: ¿Cómo podemos analizar las diferentes estrategias de los jugadores unas contra otras?

Nos centraremos en analizar 3 estrategias: **CCC – DCC- CDC- DDC- CCD- DCD- CDD- DDD**, es decir tenemos 8 posibles tipos de jugadores y por lo tanto 36 juegos diferentes. (Hay 36 combinaciones únicas, ya que el orden del jugador es irrelevante). Podemos enfrentarlos en un torneo, que produce los resultados para todas estas posibles

combinaciones. Si se procede a ejecutar el juego para cada par de estrategias, obtenemos los resultados que se muestran en la figura 2 que resume los pagos al primer jugador (fila) en cada uno de estos 36 juegos.

	CCC	DCC	CDC	DDC	CCD	DCD	CDD	DDD
CCC	3.00	0.75	3.00	0.75	2.25	0.00	2.25	0.00
DCC	4.50	2.00	2.25	1.00	3.25	0.00	2.25	0.00
CDC	3.00	2.25	3.00	1.25	2.75	2.25	2.50	0.75
DDC	4.50	3.50	2.50	1.50	3.75	2.75	1.75	0.75
CCD	3.50	2.00	2.75	1.25	2.50	1.00	1.75	0.25
DCD	5.00	5.00	2.25	1.50	3.50	2.00	2.25	0.25
CDD	3.50	2.25	2.50	1.75	3.00	2.25	1.00	1.00
DDD	5.00	5.00	2.00	2.00	4.00	4.00	1.00	1.00

Figura 2: Pagos para ambos jugadores

En las filas de esta matriz observamos las jugadas del primer jugador y en la columna las del segundo, de acuerdo al orden **CCC DCC CDC DDC CCD DCD CDD DDD** para filas y columnas. Entonces podemos observar que si el primer jugador juega **CCC** y el segundo **DCC** los pagos para ambos serán 0,75 y 4,5. Por otra parte puede observarse en la tabla anterior que jugar **DDD** produce una ganancia máxima contra todas las estrategias excepto dos: **CDC y CDD**. **DDD** sería dominante entre las estrategias puras si las estrategias imitativas / recíprocas se eliminaran del espacio de estrategia (son imitativas porque siempre adoptan el movimiento anterior del oponente y son recíprocas porque siempre responden de la misma manera). Es de destacar que **CDD** se mantiene firme frente a **DDD,** mientras que **CDC** no lo hace.

Para crear el programa se ha utilizado un entorno de codificación en línea que permite editar, ejecutar, compilar el programa y además posibilita la generación de un enlace corto para estar embebido en un sitio web para que otros usuarios editen, compilen, ejecuten y verifiquen el programa.

El código completo en Python para obtener la figura 2 puede visualizarse en: http://tpcg.io/SW35JK

3. Conclusiones

La simulación basada en agentes permite tratar de manera sencilla la complejidad de muchos fenómenos sociales, construir modelos constituidos por agentes que interaccionan entre sí dentro de un entorno y explicar cómo emergen estructuras sociales a partir de las acciones individuales. Se ha elegido el dilema del prisionero ya que es un modelo de conflictos que ocurren frecuentemente en la sociedad, muestra el conflicto entre intereses individuales y colectivos de quienes toman decisiones, y también puede analizarse los beneficios de la colaboración.

Los estudiantes, profesores e investigadores, naturalmente, buscan puntos de entrada para la simulación basada en agentes y esta experiencia lo proporciona, utilizando el dilema del prisionero iterado como una plataforma hacia la simulación basada en agentes con el lenguaje de programación Python.

El dilema del prisionero iterado es un buen ejemplo para introducir la simulación basada en agentes y comprender el juego es primordial para ciertas teorías de cooperación, de manera que, el comportamiento cooperativo en poblaciones puede ser modelado por una versión para varios jugadores e iterada del juego.

Se ha explorado el uso de Python como un lenguaje para experimentos de simulación basada en agentes, evidenciando que es un lenguaje de programación de alto nivel, propósito general y adecuado para una gama de proyectos de simulación, apropiado tanto para la investigación como para la enseñanza.

4. Bibliografía

- Axelrod, R (1984*). The Evolution of Cooperation*. New York, NY: Basic Books
- Bonabeau, E (2002) *"Agent-based Modeling: Methods and Techniques for Simulating Human Systems".* Proceedings of the National Academy of Sciences 99, May 2002. pp. 7280—7287
- Nowak M, Sigmund K (1992) *"Tit for Tat in Heterogenous Populations".* Nature 355, January 1992. pp. 250--253.

Problema de Asignaciones – Una Aplicación del Algoritmo Húngaro

García Venturini, Alejandro

Facultad de Ciencias Económicas – UBA
aegv@hotmail.com –

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Matrices, Optimización, Algoritmo húngaro.

Resumen

La interdisciplinariedad ha cobrado en la educación superior un lugar de privilegio pues posibilita que los estudiantes profundicen la aplicación de la teoría a una práctica relacionada con varias asignaturas y a su futuro desempeño profesional. Los estudiantes de ciencias económicas necesitan alcanzar la competencia de resolver los problemas de la profesión, deberán interpretar, construir y usar representaciones de los hechos o modelos, cuyo estudio se inicia en los primeros años de la carrera.

En este caso se trata de un *problema de asignación* que consiste en encontrar la forma de asignar ciertos recursos disponibles (máquinas o personas) para la realización de determinadas tareas de tal manera de minimizar los costos.

En este ejemplo planteamos la situación en la cual una línea aérea dispone de tres tripulaciones para cubrir tres vuelos entre dos ciudades A y B entre las cuales hay tres horarios de vuelos con sus respectivos horarios de regreso. El costo es la cantidad de horas que la tripulación está fuera de su ciudad de origen. Se trata entonces de minimizar esas horas.

Para resolver este caso aplicamos el algoritmo húngaro que consiste en un procedimiento que permite resolver problemas de asignaciones.Una vez que se constituye una matriz con los datos del problema, aplicamos el algoritmo que nos conducirá a las posibles soluciones del mismo.

De esa manera podremos determinar de qué ciudad debe partir cada tripulación de tal forma que el tiempo que estén fuera de las mismas sea el menor posible y por lo tanto se minimice el costo.

1. Introducción

En esta presentación veremos una aplicación del algoritmo húngaro que es un algoritmo de optimización que permite resolverproblemas de asignación en tiempo. Es una variación del problema original de transporte. Este fue revisado por James Munkres en 1957, y ha sido conocido desde entonces como el algoritmo húngaro, el algoritmode la asignación de Munkres, o el algoritmo de Kuhn-Munkres[13].

[13]Veren R.E.Burkard, M.Del'Amico, S.Martello: *Assignment Problems*. SIAM, Philadelphia PA. 2009

El problema de asignación tiene que ver con la asignación de tareas a empleados, de territorios a vendedores, de asignación de bienes a distribuidores, de horarios a maestros, huéspedes a habitaciones, de trabajos a plantas, etc. En el modelo de asignación, la idea fundamental de resolución es *¿qué fuente satisface mejor el destino?*, y dado que hemos asociado el modelo a una gran diversidad de circunstancias esta pregunta puede plantearse en múltiples contextos, como ¿qué candidato es el idóneo para la vacante?, o ¿qué personal es el indicado para la línea productiva?, o ¿qué personal es el mejor para ejecutar determinada tarea?, o ¿qué tripulación debe hacerse cargo de un vuelo, como veremos en este trabajo.

Al aplicar el método de transporte y el método de asignación la gerencia está buscando una ruta de distribución o una asignación que optimizará algún objetivo; éste puede ser la minimización del costo total, la maximización de las utilidades o la minimización del tiempo total involucrado.

Se dispone de una determinada cantidad de equipos y de actividades a realizar. El problema consiste en decidir qué actividad se realiza con qué equipo minimizando los costos. Suponemos que cada equipo realiza una sola actividad.De esta manera se forma una matriz cuadrada. (E: equipo, A: actividad)

Tabla 1

E \ A	A	B	C
1			
2			
3			

Siguiendo este modelo planteamos el siguiente ejemplo.

2. Planteo del problema

Tenemos una línea aérea que realiza vuelos entre dos ciudades A y B. Hay 3 horarios de vuelos de la ciudad A a la ciudad B con sus respectivos horarios de regreso. La tripulación puede salir de A o de B. Vemos los horarios en la Tabla 2.

Tabla 2

Vuelo	A		B	B		A
1	8	→	12	14	→	18
2	14	→	18	19	→	23
3	18	→	22	7	→	11

Por ejemplo, el vuelo 1 sale de A a las 8 y llega a B a las 12. Regresa saliendo de B a las 14 y vuelve a Aalas 18.

Cada vuelo se puede cubrir con tripulación que sale de A o con una tripulación que sale de B.

El costo consiste en el tiempo que cada tripulación está fuera de la ciudad de origen.Hay que hallar los costos para los distintos vuelos entre las dos ciudades.Tenemos dos tablas, la Tabla 3 y la Tabla 4. En cada caso contemplamos que las tripulaciones salgan de A o de B. Los elementos de la tabla son la cantidad de horas que la tripulación está afuera.

Tabla 3-Vuelos salende A

S \ LL	1	2	3
1	10	15	27
2	28	9	21
3	24	29	17

Si el vuelo 1 se cubre con una tripulación que sale de A y vuelve a A en el mismo vuelo, está afuera 10 horas (sale a las 8 y vuelve a las 18).

Si el vuelo 1 se cubre con una tripulación que sale de A y vuelve a A en el vuelo 2, está afuera 15 horas (sale a las 8 y vuelve a las 23).

Si el vuelo 1 se cubre con una tripulación que sale de A y vuelve a A en el vuelo 3, está afuera 27 horas (sale a las 8 y vuelve a las 11 del día siguiente).

Si el vuelo 2 se cubre con una tripulación que sale de A y vuelve a A en el vuelo 1, está afuera 28 horas (sale a las 14 y vuelve a las 18 del día siguiente).

Si el vuelo 2 se cubre con una tripulación que sale de A y vuelve a A en el vuelo 2, está afuera 9 horas (sale a las 14 y vuelve a las 23).

Si el vuelo 2 se cubre con una tripulación que sale de A y vuelve a A en el vuelo 3, está afuera 21 horas (sale a las 14 y vuelve a las 11 del día siguiente).

Si el vuelo 3 se cubre con una tripulación que sale de A y vuelve a A en el vuelo 1, está afuera 24 horas (sale a las 18 y vuelve a las 18 del día siguiente).

Si el vuelo 3 se cubre con una tripulación que sale de A y vuelve a A en el vuelo 2, está afuera 29 horas (sale a las 18 y vuelve a las 23 del día siguiente).

Si el vuelo 3 se cubre con una tripulación que sale de A y vuelve a A en el vuelo 3, está afuera 17 horas (sale a las 18 y vuelve a las 11 del día siguiente).

Veamos qué ocurre si los vuelos salen de B.

Tabla 4-Vuelos salende B

S \ LL	1	2	3
1	22	28	8
2	17	23	27
3	29	11	15

Si el vuelo 1 se cubre con una tripulación que sale de B y vuelve a A en el vuelo 1, está afuera 22 horas (sale a las 14 y vuelve a las 12 del día siguiente).

Si el vuelo 1 se cubre con una tripulación que sale de B y vuelve a A en el vuelo 2, está afuera 28 horas (sale a las 14 y vuelve a las 18 del día siguiente).

Si el vuelo 1 se cubre con una tripulación que sale de B y vuelve a A en el vuelo 3, está afuera 8 horas (sale a las 14 y vuelve a las 22).

Si el vuelo 2 se cubre con una tripulación que sale de B y vuelve a A en el vuelo 1, está afuera 17 horas (sale a las 19 y vuelve a las 12 del día siguiente).

Si el vuelo 2 se cubre con una tripulación que sale de B y vuelve a A en el vuelo 2, está afuera 23 horas (sale a las 19 y vuelve a las 18 del día siguiente).

Si el vuelo 2 se cubre con una tripulación que sale de B y vuelve a A en el vuelo 3, está afuera 27 horas (sale a las 19 y vuelve a las 22 del día siguiente).

Si el vuelo 3 se cubre con una tripulación que sale de B y vuelve a A en el vuelo 1, está afuera 29 horas (sale a las 7 y vuelve a las 12 del día siguiente).

Si el vuelo 3 se cubre con una tripulación que sale de B y vuelve a A en el vuelo 2, está afuera 11 horas (sale a las 7 y vuelve a las 18).

Si el vuelo 3 se cubre con una tripulación que sale de B y vuelve a A en el vuelo 3, está afuera 15 horas (sale a las 7 y vuelve a las 22).

Formamos ahora una matriz única donde aparezcan los costos de la combinación de ambas matrices. Para eso elegimos de los dos costos el menor.

Por ejemplo, si el vuelo 1 se cubre con una tripulación que sale de A y vuelve a A en el vuelo 2, son 15 horas. Si se hace al revés, la tripulación sale de B en el vuelo 2 y vuelve a B en el vuelo 1, son 17 horas. Elegimos la opción de 15 horas.

Si el vuelo 3 se cubre con una tripulación que sale de A y vuelve a A en el vuelo 2, son 29 horas. Si se hace al revés, la tripulación sale de B en el vuelo 2 y vuelve a B en el vuelo 3, son 27 horas. Elegimos la opción de 27 horas, y así sucesivamente. Armamos la siguiente Tabla5 donde figuran los menores costos.

Tabla 5

$S_A \setminus S_B$	1	2	3
1	$_A$ 10	$_A$ 15	$_A$ 27
2	$_{AB}$ 28	$_A$ 9	$_B$ 11
3	$_B$ 8	$_B$ 27	$_B$ 15

Por ejemplo, si el vuelo 1 se cubre con una tripulación que sale de A y vuelve a A en el vuelo 2, son 15 horas. Si se hace al revés, la tripulación sale de B en el vuelo 2 y vuelve a B en el vuelo 1, son 17 horas. Elegimos la opción de 15 horas.

Si el vuelo 3 se cubre con una tripulación que sale de A y vuelve a A en el vuelo 2, son 29 horas. Si se hace al revés, la tripulación sale de B en el vuelo 2 y vuelve a B en el vuelo 3, son 27 horas. Elegimos la opción de 27 horas, y así sucesivamente.

3. Aplicación del algoritmo

Resolvemos por el algoritmo húngaro. Primero elegimos el valor mínimo de cada columna (Tabla 6).

Tabla 6

10	15	27
28	9	11
8	27	15
8	9	11

Luego restamos de cada elemento el valor mínimo de cada columna, obtenemos la Tabla 7.

Tabla 7

2	6	16
20	0	0
0	18	4

Ahora elegimosel valor mínimo de cada fila, obtenemos la Tabla 8.

Tabla 8

2	6	16	2
20	0	0	0
0	18	4	0

Luego restamos de cada elemento el valor mínimo de cada fila, obtenemos la Tabla 9.

Tabla 9

0	4	14
20	0	0
0	18	4

Esta tabla representa la *matriz de costos reducidos*.

Elegimos ahora la menor cantidad líneas (filas o columnas) de manera que abarquen todos los ceros de la matriz de costos reducidos. La fila o columna que tenga más ceros la elegimos primero. Obtenemos, por ejemplo, la Tabla 10.

Tabla 10

0	4	14
20	0	0
0	18	4

Vemos que el menor número de líneas para cubrir los ceros es 2. Se llega a la solución cuando se obtienen tantas líneas como el orden de la matriz, en este ejemplo 3. Como tenemos solo 2 líneas, debemos continuar.

Continuamos de la siguiente manera. Elegimos el menor elemento de los *no subrayados*. En este caso es el 4.

Este elemento se resta de los elementos no subrayados (es decir del 4, 14, 18 y 4) y se suma a los elementos ubicados en las intersecciones de las líneas (en este caso el 20). Obtenemos la Tabla 11.

Tabla 11

0	0	10
24	0	0
0	14	0

Ahora volvemos a trazar las líneas para cubrir los ceros. Queda la Tabla 12.

Tabla 12

0	0	10
24	0	0
0	14	0

4. Solución del problema

Como ahora es necesario trazar por lo menos tres filas,llegamos a la solución. Si no se hubiese llegado a la solución volvemos a repetir el procedimiento eligiendo el menor elemento de los no subrayados.

La solución está en los valores nulos. En cada fila o columna de la solución debe haber un solo 0. Se comienza por asignar las filas o columnas con la mayor cantidad de valores nulos.Se forman dos soluciones.

En la Tabla 13 tenemos una de las posibles soluciones y en la Tabla 14 la otra.

Tabla 13– Primera solución

S \ LL	1	2	3
1	A		
2		A	
3			B

La tripulación del vuelo 1 sale de A y vuelve a A en el vuelo 1.La tripulación del vuelo 2 sale de A y vuelve a A en el vuelo 2.La tripulación del vuelo 3 sale de B y vuelve a B en el vuelo 3.

Tabla 14– Segunda solución

S \ LL	1	2	3
1		A	
2			B
3	B		

La tripulación del vuelo 1 sale de A y vuelve a A en el vuelo 2.La tripulación del vuelo 2 sale de B y vuelve a B en el vuelo 3.La tripulación del vuelo 3 sale de B y vuelve a B en el vuelo 1.

5. Conclusiones y trabajos a futuro

La motivación de los estudiantes de Ciencias Económicas por el estudio de la Matemática está fundamentalmente en el hecho de poder modelizar situaciones reales y éstas se pueden resolver aplicando algoritmos como el que vimos.

La idea es seguir investigando y proponiendo situaciones en las cuales se puedan aplicar estos algoritmos.

6. Bibliografía general

- Taha, Hamdy A. (2004). *Investigación de operaciones*. México. Pearson Educación.
- Winston, Wayne L.(2005).*Investigación de operaciones y aplicación de algoritmos*, 4.ª ed. México, Ed Thomson.
- Burkard, Rainer E., Dell' Amico Mauro, Martello Silvano(2009). *Assignment Problems*. SIAM, Philadelphia PA.
- Kuhn, Harold W. (1955), *The Hungarian Method for the assignment problem*, *Naval Research Logistic Quarterly*, 2:83-97. Kuhn's original publication.

Matrices Aplicadas a Problemas Económicos

Altolaguirre, María Fernanda – Bejar, Graciela – Bernal, María Inés – Pino, Mario – Schmidt, Sonia Mirta.
Facultad de Ciencias Económicas y Jurídicas de la UNLPam
maria@cpenet.com.ar–gracielabbejar@gmail.com–mibernal@cpenet.com.ar–
marioepino@yahoo.com.ar–
soniamschmidt@hotmail.com.ar

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Matrices, Costos, Ingresos, Beneficio

Resumen

El mundo actual es complejo, con demandas competitivas y flujos de información que deben ser analizados para asignar recursos finitos de la mejor manera posible a fin de satisfacer las necesidades de sus habitantes.
Es necesario valerse de herramientas que faciliten y simplifiquen el análisis de la información disponible. En ese sentido, los modelos lineales son frecuentes en economía como aproximaciones simplificadoras o como resultado de la naturaleza del problema.
En un enfoque lineal, las matrices juegan un papel trascendente. Su abordaje en aplicaciones propias de las ciencias económicas a través de una secuencia didáctica, es muy enriquecedor: ofrece un marco de referencia que permite ordenar convenientemente la información disponible para resolver problemas económicos en pos de la toma de decisiones.
Por medio de operaciones entre matrices y el concepto de matriz inversa, es posible plantear la representación matricial de un sistema de ecuaciones lineales para dar respuesta a situaciones prácticas extraídas de la realidad.
En el presente trabajo se consideran las aplicaciones referidas a partir de sencillas explicaciones conceptuales tanto económicas como matemáticas para luego, en base a una serie de datos que se modelizan matemáticamente, se realizan operaciones entre matrices que permiten obtener información acerca de costos, ventas, ingresos y beneficio de una empresa.
Matrices aplicadas a problemas económicos se plasma en un caso práctico que contiene la información que es relevante y apropiada para el objetivo que se persigue y resume acabadamente tanto la riqueza de las aplicaciones como el aporte valioso del encuadre desde una secuencia didáctica. El caso a modelizar

parte de la información que brinda una pequeña empresa que hace foco en los resultados del ente económico y en el análisis de sensibilidad por intervención estatal.

1 Introducción

En el presente trabajo se pretende describir problemas económicos con herramientas o técnicas matemáticas.

Los modelos económicos trabajan sobre una serie de supuestos y, en un abordaje matemático, a la simplificación de la realidad por medio del modelo se le suma el modo de expresión a través de símbolos, variables y ecuaciones con las que se busca expresar el conjunto de hipótesis sobre las que se trabajará para obtener las conclusiones del caso (Alpha C. Chiang -1996).

Los modelos lineales de dos o más variables pueden ser abordados con distintas herramientas, una de ellas es el planteo del sistema o modelo mediante el uso de matrices.

- Conceptos económicos utilizados en la aplicación:

- *Ingreso total*: representa el valor monetario que se recauda como resultado del producto entre el precio unitario y el total de unidades vendidas de un bien o servicio.
- *Precio unitario:* es el precio al que se vende en el mercado una unidad de un bien o servicio.
- *Costo Fijo:* refiere a los costos de un proceso productivo independientes del nivel de producción.
- *Costo Variable*: refiere a los costos de un proceso productivo dependientes del nivel de producción.
- *Costo total:* suma de costos fijos y variables originado en el desarrollo de determinada actividad.
- *Costo unitario:* es el valor monetario que, para cierto nivel de actividad, cuesta producir y comercializar una unidad de un bien o servicio.
- *Beneficio total:* es el resultado positivo de la producción y venta de un determinado bien o servicio (ingresos totales menos costos totales).
- *Beneficio unitario:* es el resultado positivo de la producción y venta de una unidad de un bien o servicio.

- Conceptos matemáticos involucrados en la modelización del caso a desarrollar:

- *Matriz:* es una tabla de números, dispuestos en filas y columnas según la conveniencia de cada caso y el objetivo que se persigue. Se identifica con una letra imprenta mayúscula y se escribe de manera general como $A = [a_{ij}]$donde con igual letra minúscula se representa cada uno de los elementos que la forman. El subíndice ij indica fila y columna respectivamente en la ubicación de la matriz.
- *Orden de la matriz*: hace referencia a la cantidad de filas y columnas que posee. Una matriz "A" de orden $m_x n$ será una matriz que cuenta con m filas y n columnas. Si $m = n$, la matriz es cuadrada, si $m \neq n$, la matriz es rectangular. Será rectangular vertical si la cantidad de filas es mayor que la cantidad de columnas y rectangular horizontal si ocurre lo contrario.
- *Suma de matrices:* las matrices deben ser de igual orden. Cada elemento de la matriz resultado surge de sumar los elementos de las matrices sumando que ocupan igual posición.

- *Resta de matrices*: observa las mismas condiciones que la suma. Se suma a la matriz minuendo la opuesta de la matriz sustraendo, siendo la opuesta de una matriz la que surge de pre-multiplicarla por el escalar -1.
- M*ultiplicación de una matriz por un escalar*: el resultado es una matriz de igual orden que la original. Cada elemento surge de multiplicar a cada uno de los elementos de la matriz original por el escalar en cuestión.
- P*roducto entre matrices:* el producto debe ser conformable, requisito que consiste en la coincidencia entre la cantidad de columnas de la matriz multiplicando y la cantidad de filas de la matriz multiplicador. El orden de la matriz resultado será de tantas filas como la matriz multiplicando y tantas columnas como la matriz multiplicador. Cada elemento de la matriz resultado se obtiene de la sumatoria de productos parciales entre los elementos de la fila de la matriz multiplicando y los de la columna de la matriz multiplicador que definen la ubicación del elemento en la matriz resultado.
- *Cociente entre matrices*: no está definido como tal, no obstante, se utiliza una *matriz inversa* de otra lo que permite lograr neutralizar el producto.
- *Matriz inversa*: para que una matriz tenga inversa debe ser cuadrada y de determinante no nulo y puede hallarse por diversos métodos que exceden el presente trabajo.
- *Representación matricial de un sistema de ecuaciones lineales*

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_2 + \cdots + a_{3n}x_n = b_3 \\ \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases} \qquad (1)$$

En todas las relaciones, se observa que los x_j que intervienen tienen el mismo valor (por ser únicos), motivo por el que estas relaciones conforman un sistema den ecuaciones lineales. Esta información puede organizarse por medio de matrices,

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_n \end{bmatrix} \qquad (2)$$

Cada b_i es elemento de la matriz resultado del producto y surge de la siguiente operatoria:

Si los valores de x_j fueran incógnitas (de valor desconocido), ese sistema se puede representar matricialmente haciendo uso del producto entre matrices donde$A.X = B$; siendo “A**”** la matriz de coeficientes del sistema ya ordenado y completo, “X” la matriz de incógnitas de dicho sistema y “B” la matriz de los términos independientes del sistema dado.

Si se pretende despejar el vector columna “X”, en virtud de no poder realizar la división entre matrices, se debe pre-multiplicar a ambos miembros de la igualdad por una matriz adecuada para que su producto con la matriz de coeficientes arroje como resultado una matriz unidad (esas matrices deben ser inversas entre sí):

$$A^{-1}.A.X = A^{-1}.B \quad \rightarrow \quad I.X = A^{-1}.B \quad \rightarrow \quad X = A^{-1}.B \qquad (3)$$

En resumen, los sistemas a resolver en forma matricial, haciendo uso del concepto de matriz inversa, son los que tienen por matriz de coeficientes una matriz cuadrada de determinante no nulo. En consecuencia, el sistema debería ser cuadrado, habiendo independencia entre las ecuaciones del sistema como resultado de la inexistencia de combinación lineal entre las líneas del determinante de la matriz de coeficientes.

2 Caso Práctico

La empresa SABORES PAMPEANOS se dedica a la fabricación y comercialización de cerveza artesanal en la ciudad de Santa Rosa bajo la modalidad de "botella cerrada". Elabora cuatro tipos diferentes: negra, roja, rubia del tipo lager y especial. La comercialización se realiza en envases de ¾ de litro a través de los siguientes canales: Consumidor Final, Minorista y Mayorista.

Teniendo en cuenta el consumo per-cápita nacional de cerveza de 36 litros anuales y su capacidad de producción, se propuso como objetivo incrementar las ventas y alcanzar en una primera etapa el 0,1% del consumo de las tres ciudades con mayor población de la provincia de La Pampa, estimado este último en 7.924.140 litros anuales. Para alcanzar la meta trazada se implementó un plan de mejora de logística y distribución del producto y se decidió ampliar a tres los puntos de venta: Santa Rosa como casa matriz y Gral. Pico y Gral. Acha como sucursales.

El titular de la empresa necesita conocer los resultados alcanzados en el último año según el siguiente detalle:

- Cumplimiento del objetivo de ventas.
- El beneficio total obtenido por línea de producto (tipo de cerveza) y el beneficio total de la empresa.
- El beneficio total a obtener si el gobierno decide reducir la alícuota de otros impuestos a una tasa del 4% y no se modifica el precio de venta. Frente a esta alternativa, el precio neto de venta de cada botella es: Cerveza Negra $41,60; Cerveza Roja $46,80; Cerveza Lager $52,00 y Cerveza Especial $62,40.
- El nuevo precio de venta de la botella de cerveza negra para que el ingreso total de la empresa se incremente en $23.500, de manera que el precio de venta a consumidor final sea un 20% mayor al precio de venta minorista y un 30% mayor del precio mayorista. Para conservar el nivel de ventas de cerveza negra, los nuevos precios no deberán superar(cada uno de ellos) el precio de vena actual en un 30% (esta opción no contempla modificación de costos ni alícuotas impositivas).
- Analizar si la rentabilidad esperada ante la reducción impositiva solicitada, puede, alternativamente, lograrse con el incremento del precio de la cerveza negra en caso que no se lograra lo peticionado.

Tabla1. Información aportada por la Empresa.

Detalle de operaciones del último año de actividad - SABORES PAMPEANOS - Sta.Rosa –
El costo de producción (Materia Prima y Mano de Obra) por litro según tipo de cerveza es:
Negra $ 22,00, Roja $ 24,00 , Lager $ 26,00 , Especial $ 34,00

Cada botella tiene un costo de $14 y el costo unitario de envasado y etiquetado es de $1,50.

El costo de comercialización (distribución y otros) asciende a $1,50 por botella vendida.

El costo impositivo resulta de los siguientes conceptos: 21% de IVA y otros impuestos:9%. Ambas alícuotas se aplican sobre el precio neto de venta de cada botella.

Los productores de cerveza artesanal solicitamos al gobierno que la tasa por otros impuestos se reduzca al 4% para que la actividad resulte rentable.

El precio neto de venta de cada botella es: Cerveza Negra $40; Cerveza Roja $45; Cerveza Lager $50 y cerveza Especial $60.

Los precios de venta a Consumidor Final sufrieron un descuento según el canal de comercialización minorista y mayorista y resultaron ser los siguientes:

Cerveza Negra: Consumidor Final $ 52,00; Minorista $ 49,00; Mayorista $ 47,50

Cerveza Roja: Consumidor Final $ 58,50; Minorista $ 55,00; Mayorista $ 53,50

Cerveza Lager: Consumidor Final $ 65,00; Minorista $ 61,00; Mayorista $ 59,50

Cerveza Especial: Consumidor Final $ 78,00; Minorista $ 74,00; Mayorista $ 71,50

Botellas vendidas en el último año por tipo de cerveza:

	Santa Rosa				*General Pico*				*General Acha*			
	Negra	*Roja*	*Lager*	*Especial*	*Negra*	*Roja*	*Lager*	*Especial*	*Negra*	*Roja*	*Lager*	*Especial*
Consumidor final	*400*	*280*	*480*	*280*	*320*	*280*	*160*	*200*	*60*	*40*	*40*	*20*
Minorista	*540*	*720*	*680*	*240*	*400*	*400*	*400*	*100*	*40*	*68*	*88*	*24*
Mayorista	*680*	*800*	*760*	*400*	*480*	*360*	*240*	*200*	*100*	*100*	*100*	*88*

En el último año se vendió el total de la producción anual

. Mayo 2018

19.1 Solución propuesta al caso práctico

El beneficio de una empresa y/o su desagregación se puede obtener mediante la diferencia entre los ingresos y costos (totales y/o desagregados) o bien a partir de la determinación del beneficio unitario de cada producto que se produce y comercializa multiplicado por las unidades vendidas. Optamos aquí por la segunda de las opciones planteadas.

Tabla 2. Referencias.

Tipos de cerveza artesanal: *Cn: Cerveza negra; Cr: Cerveza roja; Cl: Cerveza Lager; Ce: Cerveza especial*
Canales de Comercialización: *Cf: Consumidor Final; Mi: Minorista; Ma: Mayorista.*
Los importes referidos a los canales de comercialización se exponen en el siguiente orden: Cf, Mi y Ma.

Los importes referidos a cada tipo de cerveza se exponen en el siguiente orden: Cn, Cr, Cl y Ce.

19.1.1 Verificación del cumplimiento del objetivo de ventas.

Tabla 3. Cálculos para la verificación del cumplimiento del objetivo de ventas

Se debe determinar si la cantidad de litros vendidos en el último año representa el 0,1% del consumo estimado: 7.924,14ls.	
19.1.1.1 Matriz de unidades totales vendidas "LL". Se obtiene sumando todas las botellas de cervezas vendidas en el último año $$\mathrm{LL} = [10.568]$$	19.1.1.2 Matriz de litros totales vendidas "L". Se obtiene de pre-multiplicar la Matriz de unidades totales vendidas "v" por el escalar 3/4. $$\mathrm{L} = \frac{3}{4}\,\mathrm{LL} \quad \rightarrow \quad \mathrm{L} = \frac{3}{4}[10568]$$ $\rightarrow$ L=[7.926]

En el último año se vendieron 7.926 litros. Se cumplió el objetivo de ventas con un excedente mínimo.

19.1.2 Determinación del beneficio unitario en cada canal de comercialización por tipo de cerveza.

Se obtiene a partir de la diferencia entre la Matriz de Precios unitarios de Venta en cada canal de comercialización por tipo de cerveza "P" y la Matriz de Costos totales unitarios en cada canal de comercialización por tipo de cerveza "C".

Tabla 4. Precios unitarios de las unidades vendidas.

19.1.2.1 Matriz de Precios unitarios de Venta en cada canal de comercialización por tipo de cerveza "P" . $$\mathrm{P} = \begin{bmatrix} 52{,}00 & 58{,}50 & 65{,}00 & 78{,}00 \\ 49{,}00 & 55{,}00 & 61{,}00 & 74{,}00 \\ 47{,}50 & 53{,}50 & 59{,}50 & 71{,}50 \end{bmatrix}$$

Tabla 5. Costos unitarios totales de las unidades vendidas.

Se obtienen a partir de los costos unitarios según la clasificación de los costos que conforman el costo unitario total de cada unidad vendida y se pueden exponer en vectores filas (matrices de orden 1xn).

19.1.2.2 Mat riz de Costos unitarios de producción de cada tipo de cerveza “U”.

Se obtiene de pre-multiplicar la Matriz de costos de producción del litro de cada tipo de cerveza “H” por el escalar 3/4 para expresarlo en la misma unidad de venta (botellas vendidas).

$$\mathrm{H} = [22{,}00 \quad 24{,}0026{,}00 \quad 34{,}00]$$

$$\mathrm{U} = \frac{3}{4}\,\mathrm{A}$$

$$\mathrm{U} = [16{,}50 \quad 18{,}0019{,}50 \quad 25{,}50]$$

19.1.2.3 Mat riz de Costos unitarios de envasado y etiquetado de cada tipo de cerveza “E”.

Cada elemento se obtiene de la suma de los costos de envasado y etiquetado.

$$\mathrm{E} = [15{,}50 \quad 15{,}5015{,}50 \quad 15{,}50]$$

19.1.2.4 Mat riz de Costos unitarios de distribución y otros (comercialización) de cada tipo de cerveza “D”.

19.1.2.5 Mat riz de Costos unitarios impositivos de cada tipo de cerveza “I”.

Se obtiene de pre-multiplicar la Matriz de Precios Netos de ventas de cada tipo de cerveza “N” por el escalar 0,30.

$$\mathrm{I} = 0{,}30\ \mathrm{N}$$

$$\mathrm{I} = 0{,}30\,[40{,}00 \quad 45{,}0050{,}00 \quad 60{,}00]$$

$$\mathrm{I} = [12{,}00 \quad 13{,}5015{,}00 \quad 18{,}00]$$

19.1.2.6 Mat riz de Costos totales unitarios de cada tipo de cerveza “T”.

Se obtiene de la suma de las matrices de costos unitarios según la clasificación de los costos que conforman el costo unitario total.

$$\mathrm{T} = \mathrm{U} + \mathrm{E} + \mathrm{D} + \mathrm{I}$$

$$\mathrm{T} = [45{,}50 \quad 48{,}5051{,}50 \quad 60{,}50]$$

19.1.2.7 Matriz de Costos totales unitarios en cada canal de comercialización por tipo de cerveza “C”.

$$\mathrm{C} = \begin{bmatrix} 45{,}50 & 48{,}50 & 51{,}50 & 60{,}50 \\ 45{,}50 & 48{,}50 & 51{,}50 & 60{,}50 \\ 45{,}50 & 48{,}50 & 51{,}50 & 60{,}50 \end{bmatrix}$$

Tabla 6. Beneficios unitarios en cada canal de comercialización por tipo de cerveza.

19.1.2.8 Matriz de Beneficios unitarios en cada canal de comercialización por tipo de cerveza “F” ..

$$\mathrm{F} = \mathrm{P} - \mathrm{C}$$

$$\mathrm{F} = \begin{bmatrix} 52{,}00 & 58{,}50 & 65{,}00 & 78{,}00 \\ 49{,}00 & 55{,}00 & 61{,}00 & 74{,}00 \\ 47{,}50 & 53{,}50 & 59{,}50 & 71{,}50 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 45{,}50 & 48{,}50 & 51{,}50 & 60{,}50 \\ 45{,}50 & 48{,}50 & 51{,}50 & 60{,}50 \\ 45{,}50 & 48{,}50 & 51{,}50 & 60{,}50 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} 6,50 & 10,00 & 13,50 & 17,50 \\ 3,50 & 6,50 & 9,50 & 13,50 \\ 2,00 & 5,00 & 8,00 & 11,00 \end{bmatrix}$$

19.1.3 Determinación de la cantidad de las unidades vendidas en el último año.

Tabla 7. Cálculos para la determinación de la cantidad de las unidades vendidas en el último año.

19.1.3.1 Mat riz de unidades vendidas por canal de comercialización y tipo de cerveza "O". Se obtiene a partir de la suma de la cantidad de unidades vendidas en cada punto de venta. $O = \begin{bmatrix} 780 & 600 & 680\ 500 \\ 980 & 1.188 & 1.168364 \\ 1.260 & 1.260 & 1.100688 \end{bmatrix}$	19.1.3.2 Mat riz de la cantidad de unidades vendidas por tipo de cerveza "M". Se obtiene a partir de la información aportada por la empresa referida a la cantidad de botellas vendidas en el último año. $M = [3.020 \quad 3.048 \quad 2.948 \quad 1.552]$

19.1.4 Determinación del beneficio empresarial.

Tabla 8. Cálculos para la determinación del Beneficio empresarial.

19.1.4.1 Mat riz de beneficio total obtenido por la venta de cerveza Negra. $[780 \quad 980 \quad 1.260] . \begin{bmatrix} 6,50 \\ 3,50 \\ 2,00 \end{bmatrix} = [11.020]$	19.1.4.2 Mat riz de beneficio total obtenido por la venta de cerveza Roja. $[600 \quad 1.188 \quad 1.260] . \begin{bmatrix} 10,00 \\ 6,50 \\ 5,00 \end{bmatrix} = [20.022]$
19.1.4.3 Mat riz de beneficio total obtenido por la venta de cerveza Lager. $[680 \quad 1.168 \quad 1.100] . \begin{bmatrix} 13,50 \\ 9,50 \\ 8,00 \end{bmatrix} = [29.076]$	19.1.4.4 Mat riz de beneficio total obtenido por la venta de cerveza Especial. $[500 \quad 364 \quad 688] . \begin{bmatrix} 17,50 \\ 13,50 \\ 11,00 \end{bmatrix} = [21.232]$
19.1.4.5 Matriz de beneficio total obtenido por línea de Producto "Ñ".	

$$Ñ = [11.020].\begin{bmatrix}1\\0\\0\\0\end{bmatrix} + [20.022].\begin{bmatrix}0\\1\\0\\0\end{bmatrix} + [29.076].\begin{bmatrix}0\\0\\1\\0\end{bmatrix} + [21.232].\begin{bmatrix}0\\0\\0\\1\end{bmatrix} \rightarrow Ñ = \begin{bmatrix}11.020\\20.022\\29.076\\21.232\end{bmatrix}$$
19.1.4.6 Matriz de beneficio total obtenido por la empresa "B" Se obtiene de multiplicar la traspuesta de la matriz "Ñ" por un vector columna unitario. $$Ñ^t = [11.020 \quad 20.022 \quad 29.076 \quad 21.232].\begin{bmatrix}1\\1\\1\\1\end{bmatrix} \rightarrow B = [81.350]$$

19.1.5 Determinación del beneficio total ante una reducción impositiva.

Tabla 9. Costos unitarios totales de las unidades vendidas anta una reducción impositiva.

19.1.5.1 Matriz de Costos unitarios impositivos de cada tipo de cerveza "Y". Se obtiene de pre-multiplicar la nueva Matriz de Precios Netos de ventas de cada tipo de cerveza "H" por el escalar 0,25 (suma de las alícuotas correspondientes al 21% de IVA y 4% de Impuestos Internos). $Y=0,25H$ $Y = 0,25\ [41,60 \quad 46,8052,00 \quad 62,40]$ $Y = [10,40 \quad 11,7013,00 \quad 15,60]$	19.1.5.2 Matriz de Costos unitarios totales ante una reducción impositiva por tipo de cerveza "K". $K = U + E + D + Y$ $K = [43,90 \quad 46,7049,50 \quad 58,10]$
19.1.5.4 Matriz de Costos totales unitarios en cada canal de comercialización por tipo de cerveza ante una reducción impositiva "J". $$J = \begin{bmatrix}43,90 & 46,70 & 49,50 & 58,10\\43,90 & 46,70 & 49,50 & 58,10\\43,90 & 46,70 & 49,50 & 58,10\end{bmatrix}$$	19.1.5.3 Matriz de costos totales ante una reducción impositiva "W". Se obtiene de multiplicar la matriz "M"(Tabla 7) por la traspuesta de "K". $W = M\ (K^t)$ $$W = [3020 \quad 30482948 \quad 1552]\begin{bmatrix}43,90\\46,70\\49,50\\58,10\end{bmatrix}$$ $W = [511.016,8]$

19.1.5.5 Matriz de Beneficios unitarios en cada canal de comercialización por tipo de cerveza ante una reducción impositiva "R".

$$R = P - J$$

$$R = \begin{bmatrix} 8{,}10 & 11{,}80 & 15{,}50 & 19{,}90 \\ 5{,}10 & 8{,}30 & 11{,}50 & 15{,}90 \\ 3{,}60 & 6{,}80 & 10{,}00 & 13{,}40 \end{bmatrix}$$

19.1.5.6 Matriz de beneficio total ante una reducción impositiva conservando los precios de venta "S".

Se obtiene mediante igual procedimiento que en Tabla 8.

$$S = [101.289{,}20]$$

Ante iguales precios de venta y una reducción impositiva de 5 puntos, el beneficio de la empresa se incrementaría en $19.939,20 (B-S) representando un beneficio adicional del 24.51%.

19.1.6 Determinación del precio de venta ante un incremento en el ingreso de $23.500.

Tabla 10.Cálculos para la determinación del precio de venta ante un incremento en el ingreso.

19.1.6.1 Matriz de ingreso total obtenido por la venta de cerveza Negra. $\begin{bmatrix} 780 & 980 & 1.260 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 52{,}00 \\ 49{,}00 \\ 47{,}50 \end{bmatrix} = [148.430]$	19.1.6.2 Matriz de ingreso total a obtener por la venta de cerveza Negra. Ingreso a obtener: $148.430 + 23.500$ $\begin{bmatrix} 780 & 980 & 1.260 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = [171.930]$
19.1.6.3 Sistema de ecuaciones lineales	19.1.6.4 Sistema de ecuaciones lineales expresado matricialmente. $AX = Z$

$\begin{cases} 780x + 980y + 1.260z = 171.930 \\ x = 1,20y \\ x = 1,30z \end{cases}$	$\begin{bmatrix} 780 & 980 & 1260 \\ 1 & -1,20 & 0 \\ 1 & 0 & -1,30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 171.930,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \end{bmatrix}$
19.1.6.5 Determinación de los nuevos precios de venta de la cerveza negra a través de la Inversa: $X = A^{-1}Z$ $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,56/4002,8 & 1.274/4002,8 & 1512/4002,8 \\ 1,30/4002,8 & -2.274/4002,8 & 1260/4002,8 \\ 1,20/4002,8 & 980/4002,8 & -1.916/4002,8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 171.930,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \end{bmatrix}$ $\rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 67,01 \\ 55,84 \\ 51,54 \end{bmatrix}$	

Los nuevos precios de venta de la botella cerveza negra para que el ingreso se incremente en $23.500 y se mantengan las relaciones planteadas entre los precios de venta a consumidor final, minorista y mayorista son:

- Precio de venta por botella consumidor final (x) es $67,01 con un incremento del 28,86%.
- Precio de venta por botella minorista (y) es $55,84con un incremento del 13,96%.
- Precio de venta por botella mayorista (z) es $ 51,54con un incremento del 8,51%.

19.1.7 Determinación del beneficio total ante nuevos precios de venta de la cerveza negra.

Tabla 11.Cálculos para la determinación del beneficio ante nuevos precios de venta de la cerveza negra.

19.1.7.1 Matriz de nuevos precios netos de venta de la cerveza negra por canal de comercialización "V".	19.1.7.2 Matriz de nuevos beneficios unitarios de la cerveza negra por canal de comercialización "G".
Se obtiene de detraer los impuestos a los nuevos precios de venta de cerveza negra (Tabla 10).	Se obtiene de restar a cada elemento de la Matriz "V" los costos unitarios de producción (16,50), de Envasado y Etiquetado (15,50) y de comercialización (1,50).

$V = (1{,}30)^{-1}\begin{bmatrix}67{,}01\\55{,}84\\51{,}54\end{bmatrix} \rightarrow V = \begin{bmatrix}51{,}54\\42{,}95\\39{,}65\end{bmatrix}$	$G = \begin{bmatrix}51{,}54-33{,}50\\42{,}95-33{,}50\\39{,}65-33{,}50\end{bmatrix} \rightarrow G = \begin{bmatrix}18{,}04\\9{,}45\\6{,}15\end{bmatrix}$

19.1.7.3 Matriz de beneficio total a obtener por la venta de cerveza negra ante un incremento en el precio de venta "Q".

$$Q = [780 \quad 980 \quad 1.260]\,.\,G$$

$$Q = [780 \quad 980 \quad 1.260]\,.\begin{bmatrix}18{,}04\\9{,}45\\6{,}15\end{bmatrix} \rightarrow Q = [31.081{,}20]$$

Con los nuevos precios de venta de la cerveza negra, el beneficio de la empresa se incrementaría en \$20.061,20(Q -11.020,00 del inciso 2.1.4.1 de Tabla 8) representando un beneficio adicional del 24,66%. Esta alternativa permitiría a la empresa lograr la rentabilidad esperada ante una reducción impositiva, si esta última no se llevara a cabo.

20 Conclusiones y trabajos futuros

El presente trabajo refleja la importancia de la transferencia de los conceptos de las ciencias básicas a situaciones reales íntimamente ligadas a las futuras incumbencias profesionales de los alumnos de ciencias económicas, mostrando claramente la aplicabilidad de la teoría y práctica abstracta a casos concretos.
Matrices aplicadas a problemas económicos refiere a una secuencia didáctica con sencillas explicaciones de conceptos económicos y matemáticos, modelización matemática de problemas económicos, organización de la información disponible, conclusiones con las limitaciones propias de primer año y un claro abordaje de los temas centrales enriquecido con la transferencia a una situación práctica extraída de la realidad.

21 Referencias

- Sobel, M. & Lerner, N. (1995). *Álgebra*. (4a ed.) México: Prentice -Hall Hispanoamericana S.A.
- Jagdish C. Arya & Robin W. Lardner.(1992). *Matemática Aplicada a la administración y a la economía*. (3a ed.). México: Prentice Hall Hispanoamericana S.A.
- Ernest F. Haeussler, jr. & Richard S. Paul. (1992). *Matemática para Administración y Economía*. (2a ed.) México: Grupo editorial iberoamericana.
- David B. Johnson & Thomas A. Moury. (2000). *Matemáticas finitas, aplicaciones prácticas*. (1a ed.) México: International Thomson Editores, S. A.
- S. T. Tan (1998). *Matemáticas para administración y economía*. (1ª.ed.) México: International Thomson

- Grossman, Stanley I. (2008).*Algebra Lineal* (6ª.ed).México: McGraw-Hill Interamericana Editores S.A.

Toma de Decisiones con Lógica Difusa. Una Aplicación Utilizando Herramientas Matemáticas y Computacionales para Determinar el Volumen de Crédito en una Pyme Local

Soriano, Lorena Soledad - Muratore, Francisco José – Lescano, Carlos Omar – Ceballos, Ana Maria

FHCSyS. Universidad Nacional de Santiago del Estero

muratore@unse.edu.ar , omarlescano50@gmail.com, anamariaceb@gmail.com

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Modelo, Lógica Difusa, Toma de decisiones.

Resumen

Se presentan los resultados de una experiencia de vinculación realizada por una estudiante y docentes de las asignaturas Informática, Matemática y Administración de las carreras Licenciatura en Administración y Contador Publico de la Universidad Nacional de Santiago del Estero, y una Pyme. Se sabe que el proceso de Toma de Decisiones constituye un punto neurálgico en la formación tanto del Licenciado en Administración como en los contadores, y algunas empresas familiares de ventas basan esa toma de decisiones en ciertas condiciones y/o experiencia subjetiva familiar para la financiación y el otorgamiento de un crédito. Este trabajo tiene por objeto aportar al conocimiento sobre proceso de Toma de Decisiones, haciendo uso de la Lógica Difusa y herramientas computacionales que aplica la misma, emulando la "subjetividad" de un experto decisor en el comercio de automotores del medio santiagueño (Acceso Norte automotores), utilizando una herramienta de software llamada Fuzzi -Tech, a partir de un modelo basado en la construcción de variables y relaciones entre las mismas según la Teoría de lógica difusa; del tipo "SI…ENTONCES…". A partir de ese modelo se hizo una validación con el software para emular en forma óptima y efectiva, el comportamiento del experto para ser utilizada ante la ausencia del mismo y servir como programa de gestión de recursos humanos, así como complemento de desarrollo de competencias tanto matemáticas como computacionales en los alumnos egresados.

1. Introducción

Cuando se habla de Pymes en Sgo. del Estero, una gran cantidad, se caracterizan por ser empresas de familias, creadas y administradas por miembros de un mismo grupo filial. Además se observa que en alguna de ellas suele existir la dependencia de un familiar, líder y experto tomador de decisiones. El problema ocurre ante la ausencia del experto y la persona que lo reemplaza desea tomar decisiones siguiendo el mismo criterio que el primero. La propuesta realizada por los autores de la Cátedra de Matemática de la carrera de Contador Publico de la Facultad de Humanidades, Cs Sociales y de la Salud de la UNSE, para responder a esos cuestionamientos y para que un empleado pueda decidir, fue recurrir al concepto de Lógica Difusa, utilizando para todo esto una herramienta de software, siguiendo los parámetros definidos por el Experto Decisor, la cual incorpora la subjetividad dentro del proceso de Toma de Decisiones, permitiendo solucionar de manera sencilla la necesidad de emular el criterio del ausente. Se entiende además que los seres humanos organizamos nuestro pensamiento en función a categorías o etiquetas lingüísticas (términos lingüísticos que expresan conceptos y conocimientos). Así se definió un modelo basado en la construcción de Variables y Reglas Difusas del tipo Si..ENTONCES…

Con la colaboración de una alumna tesista, se identificaron diferentes Pymes del medio local con rasgos de tipo familiar. Luego se seleccionó un caso de un negocio automotor de una empresa familiar que tiene una cultura muy arraigada en cuanto a respetar el modo de operar desde sus inicios por parte del fundador.

2. Cuestiones metodológicas, objetivos y breve marco teórico

2.1. Objetivos del Trabajo

Se planteo como objetivo presentar y aplicar una herramienta de software para implementar decisiones difusas en negocios acerca de la determinación de un Monto Financiable para clientes de un comercio automotor del medio santiagueño con el fin de mejorar su servicio al cliente e incrementar las ganancias.

2.2. Marco teórico: La lógica difusa o lógica borrosa

Este concepto fue acuñado a mediados de los años 60 en por el ingeniero Lotfi A. Zadeh . Quien llevaba adelante estudios sobre la lógica multivaluada aplicada a la teoría de conjuntos, posteriormente introdujo el concepto de conjunto difuso (Fuzzy Set) bajo la idea de que, el pensamiento humano esta organizado en la forma de etiquetas lingüísticas o categorías subjetivas. La idea sugerida por Zadeh es que una etiqueta lingüística tal como “mucho”, “algo”, “un poco”, etc. que son utilizadas de manera cotidiana son las formas personales en las que una persona entiende a una variable y sus posibles valores.

Cendón (2010) da a entender que la LD permite representar el pensar común de un decisión, que es mayoritariamente del tipo lingüístico cualitativo y no necesariamente cuantitativo, en un lenguaje de tipo matemático a través de la teoría de conjuntos difusos y funciones características asociadas a ellos.

Así pues se aborda una definición formal del conjunto difuso en término de pares ordenados de la forma siguiente:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) / x \in U \}$$

Donde $\mu_A(x)$ es la función de pertenecía de la variable x, o es el grado de pertenencia de x a U, y U es el universo en discurso.

Autores como Castiblanco (2013) o Lazzali (2013) ponen de manifiesto que algunos conocimientos pueden ser modelados representando a las variables mediante la utilización de conjuntos difusos y a las relaciones entre ellas usando la inferencia difusa, implementada con reglas.

Según Cendón (2010) las reglas difusas son conjunto de reglas SI-ENTONCES que pueden ser expresadas de la siguiente forma: $"Si\ u_1\ es\ A_1\ y\ \ u_2\ es\ A_2\ \ y\ \ u_3\ es\ A_3\ \ ENTONCES\ \ v\ es\ B"$

Donde además, la implicación de cada regla (el conectivo lógico ENTONCES) es un conjunto difuso cuya función

característica es: $\mu_{A\to B}(x, y)$ donde: $x = (x_1, x_2, \ldots\ldots, x_p)$

Sin embargo en el presente trabajo no se ahondara en el proceso de inferencia difusa puesto que la misma se realizará utilizando un software a tal efecto. Tampoco se profundizara acerca de los operadores difusos, solamente se pondrá de manifiesto que los mismos se utilizan según Armario (1982) quien para una conjunción entre dos valores de una variable selecciona el menor y para una disyunción selecciona el menor.

Asi, también Armario (1982), se refiere a las uniones e intersecciones de conjuntos difusos en términos similares a estos:

- Condición de intersección: La función de pertenencia o membresía del conjunto resultante de la intersección entre A y B, viene dada por el mínimo de las funciones de membresía correspondientes a A y B respectivamente.
- Condición de unión: La función de pertenencia o membresía del conjunto resultante de la unión entre A y B, viene dada por el máximo de las funciones de membresía correspondientes a A y B respectivamente.

En relación a las herramientas informáticas para implementar decisiones difusas, resulta importante manifestar que existen en el mercado varias aplicaciones con funcionalidad similar. Presentan entornos amigables para dar de alta las variables en términos de conjuntos difusos y sus relaciones en términos de reglas. Poseen también módulos de simulación para ingresar valores medidos y calcular las salidas mediante inferencias difusas.

Para el presente trabajo se utiliza un demo del software FuzzyTech desarrollado por la empresa Inform Software Corporation.

2.3. Descripción del método

Se construye un modelo de basado en funciones de membresía y reglas de inferencia difusa a partir de entrevistas con el experto. Luego se dan de alta las funciones y las reglas en un programa de aplicación y posteriormente se ejecutan las simulaciones que son contrastadas con el experto.

2.4. Etapa de Planificación

El negocio, aceptó la realización de diferentes entrevistas a la persona de la sección ventas que pertenece a la familia y es quien conoce bien cuáles son los objetivos que se persiguen en ese aspecto. Y a partir del análisis de éstas, se destacaron, por ejemplo: la experiencia para decidir cerrar una venta, los créditos que se otorgaban eran en dólares y según sea el caso, en particular se encontraban en condiciones de financiar una venta en pesos, el equivalente de U$S 8.000. Se programaron visitas y entrevistas con el dueño del comercio y experto decisor para recebar información que permita construir el modelo matemático difuso en cuestión.

2.5. Metodología:

Se propuso el modelo de otorgamiento de crédito con el que, el propietario de un comercio podría transferir el criterio a otras personas para la atención del potencial cliente en el salón de ventas, y poder usarlo para tomar decisiones. Con ese objetivo, se elaboro la siguiente secuencia:

1º- Realización de diferentes entrevistas a la persona de la sección ventas que pertenece a la familia y es quien tenía la experiencia.

2º- Se propusieron algunos criterios, a partir de la experiencia del decisor. Como por ejemplo: la decisión de cerrar una venta, el otorgamiento de créditos en dólares hasta U$ 8.000 y según sea el caso, la financiación de la venta en pesos, bajo ciertas condiciones. Si bien, también ofrecían otras líneas de crédito, su mayor interés era que los clientes pudiesen acceder al sistema de crédito personal que ellos ofrecían.

3º- Se propuso un posible modelo basado en el de Mamdani (Lógica difusa aplicada al campo de control) con el que se podría trabajar en una empresa familiar, que consistieron en identificar dos variables de entrada y las reglas (que representa el criterio) a partir de las entrevistas y al modo de pensar del experto tomador de decisiones (dueño del comercio), y se calculó un valor para la variable de salida (su decisión).

4º- Se identificaron diferentes variables con el que el propietario de comercio podría transferir el criterio a otras personas, de acuerdo al modo de pensar y a la experiencia del experto tomador de decisiones, para la atención al potencial cliente, decidiéndose que la primera sea el Otorgamiento de crédito, la segunda sea el Nivel de Endeudamiento y la tercera sea el Monto a financiar, para usarlo en la toma de decisiones.

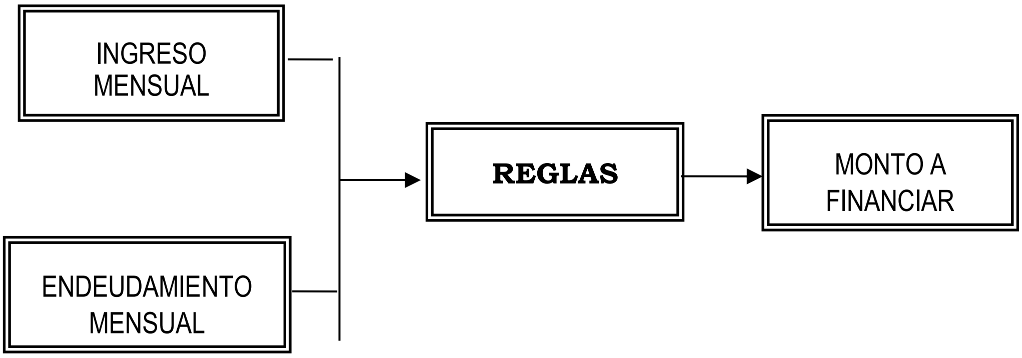


Figura 1 - Esquema de ilustración del modelo propuesto

Variables definidas según el criterio del experto fueron tres y se presentaron como funciones de membresía:

1. Variable Ingreso Mensual (IM)
2. Variable Endeudamiento Mensual (EM)
3. Variable Monto a financiar (MF)

Para la primera variable Ingreso mensuales (IM), se obtuvo información mediante la presentación de recibo de sueldo del cliente o bien una declaración jurada certificada por un profesional en ciencias económicas debidamente habilitado para emitir el mismo. Con estos datos, se pudieron definir 4 conjuntos difusos: A, B C y D, asociándoles las siguientes etiquetas: A: Bajo, B: medio bajo, C: medio alto y D: alto, con un rango que va de los 0U$ a los U$ 3000.

Así por ejemplo para la primera (IM), quedó formalmente definido de la siguiente forma:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & para \quad x \le 500 \quad bajo \\ \dfrac{-x+1000}{500} & para \;\; 500 < x \le 1000 \;\; bajo \end{cases}$$

$$\mu_B(x) = \begin{cases} \dfrac{x-500}{875} & para \;\; 500 < x \le 1375 \;\; medio\,bajo \\ \dfrac{-x+2200}{825} & para \;\; 1375 < x \le 2200 \;\; mediobajo \end{cases}$$

$$\mu_C(x)=\begin{cases}\dfrac{x-1750}{750} & para\,1750 < x \leq 2500 \;\; medio\,alto\\ \dfrac{-x+3250}{750} & para\;\; 2500 < x \leq 3250 \;\; medio\,alto\end{cases}$$

$$\mu_C(x)=\begin{cases}\dfrac{x-2700}{400} & para\;\; 2700 < x < 3100 \;\; alto\\ 1 & para\quad x \geq 3100 \quad alto\end{cases}$$

Para esa variable de entrada, resulto la siguiente gráfica (Figura 2) con funciones trapezoidales y triangulares:

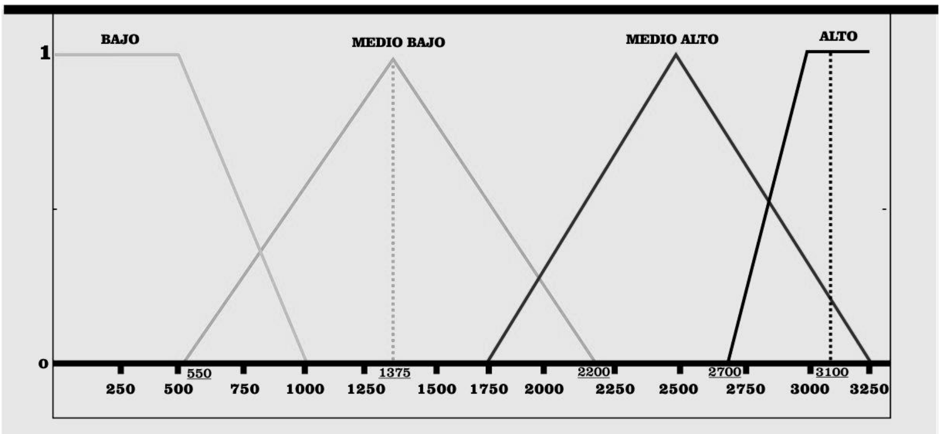


Figura 2. Función de membresía par la variable

Y así sucesivamente se definieron las demás funciones y se graficaron las mismas.

2.6. Resultados:

A continuación, se muestra el resultado de la confección (conjuntamente con el experto), de un bloque de reglas del tipo "*Si el ingreso es ….y el endeudamiento es…..entonces el monto a financiar es….*" , que establecerán las relaciones entre las variables de entrada (las dos primeras columnas) y la de salida (utilizando

el método de centroide), las cuales representan el criterio del experto:

Tabla 1. Aplicación de reglas de inferencia

INGRESO MENSUAL	ENDEUDAMIENTO MENSUAL	MONTO A FINANCIAR
Bajo	Poco	Intermedio Inferior
Bajo	Algo	Bajo
Bajo	Mucho	Bajo
Medio Bajo	Poco	Intermedio Inferior
Medio Bajo	Algo	Bajo
Medio Bajo	Mucho	Bajo
Medio Alto	Poco	Intermedio Superior
Medio Alto	Algo	Intermedio Inferior
Medio Alto	Mucho	Bajo
Alto	Poco	Alto
Alto	Algo	Intermedio Superior
Alto	Mucho	Intermedio Inferior

2.7. Carga de Variables

Definidas las variables, se procedió a cagarlas en la herramienta computacional Fuzzy-Tech, que es un entorno de software donde pueden cargarse las variables difusas, las reglas y luego puede simularse el comportamiento del modelo. Para la salida se Utilizó el Método de Defuzzificacion (función de membresía) que es el indicado para las funciones que se necesitan en el caso de investigación con sus correspondientes etiquetas lingüísticas.

Para demostrar o verificar que el modelo efectivamente emulaba al experto, se diseñaron casos de prueba. Cada par de valores fue cargado en el módulo *Interactive Debugin* del software; el cual, simuló el valor de salida. Cada salida, se confrontó con el experto y es él que luego validó o no el funcionamiento del sistema según los valores de salida. En este caso las validaciones fueron consideradas todas SATISFACTORIAS. Podemos decir que el sistema emula al experto. La tabla siguiente (Tabla 2) es un ejemplo de prueba:

Tabla 2. Ingresos, y Monto a

Promedio de Endeudamiento financiar

Ingreso Mensual	Endeudamiento	Monto a Financiar
300	75	2699.87
825	1275	633.50
1000	375	1353.00
2925	525	3552.12

Consideraciones finales

Fue altamente valiosa la aplicación de esta herramienta tecnológica (Fuzzi Tech) para facilitar la tarea en un caso real de toma de decisiones, pues permitió modelar en forma satisfactoria un caso práctico emulando la forma de pensar de un decisor, bajo los conceptos de la lógica difusa, en la gestión de un negocio del automotor. Si bien la Lógica Difusa es un concepto vigente en la matemática desde 1965, sin embargo las aplicaciones dentro de las ciencias económicas se vieron limitados por la complejidad del cálculo. No fue hasta el advenimiento de las nuevas tecnologías y la facilidad de acceso a las mismas cuando se pudo ver el real potencial de estos conceptos a partir de herramientas informáticas de uso especifico. Esta práctica le permitió al estudiante revalorizar la importancia de las herramientas computacionales como complemento en las organizaciones familiares de gestión administrativa en el proceso de toma de decisiones además de poder mostrar la real aplicación de una competencia matemática en las ciencias económicas facilitada por herramientas informáticas. Se recomienda sostener esta experiencia en la práctica de los espacios de informática en las carreras de Administración y Contador Publico, y potenciarla en las prácticas profesionales junto a otros recursos tics, bajo una adecuada distribución de los tiempos dentro de la planificación curricular académica de la carrera.

Bibliografía

- Armario, Enrique Martín (1982) “La Teoría de los Conjuntos Borrosos y la Toma de Decisiones”, España: Revista Española de Financiación y Contabilidad. Volumen XI. N° 38 y 39.
- Bernal Perdomo, Hugo (2005) “Introducción a la Lógica Difusa: Conjuntos Difusos y Conjuntos Clásicos”, Perú: RECUPERADO EN www.es.slideshare.net/hugobernalperdomo/logica-difusa-conceptos
- Castiblanco Ruiz, Fabián Alberto (2013) “La Incertidumbre y La Subjetividad en la Toma de Decisiones: una revisión desde la Lógica Difusa”, Colombia: LUMINA. Revista Latinoamericana de Pensamiento, Teoría e Investigación Contable RECUPERADO EN revistasum.umanizales.edu.co/ojs/index.php/Lumina/article/vie w/1086

- Cendón, Javier Alfonso; Calvo Rollé, José Luis; Moretón Alaiz, Héctor y Quintián Pardo (2010) "Implementación de Reguladores con Lógica Fuzzy", España: RECUPERADO EN www.tecnicaindustrial.es/TIFrontal/a-3426-implementacion- reguladores-logica-fuzzy.aspx
- Lazzali, Santiago C. (2013) "La toma de decisiones: Principios, procesos y aplicaciones", Buenos Aires: Granica. Primera Edición
- Sánchez Gómez, Raúl (2009) "Trabajo Optativo: Lógica Difusa", España: en www. es.slideshare.net/mentelibre/logica-difusa- introducción
- Zadeh, Lofti (1971) Artículo "Quantitative Fuzzy Semantics", USA: Revista "Information Sciences: An International Journal". Elsevier Science INC. Volumen 3. Issue 2.

¿El Número de Oro Financiero?

García Caínzo, Joaquín - Vega, Guillermo
Facultad de Ciencias Económicas, UNT- Facultad de Ciencias Económicas, UNT
cpnjoaquingc@hotmail.com - guivega78@yahoo.com.ar

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Fibonacci, Número áureo, Mercado bursátil, Análisis técnico

Resumen

Fibonacci fue un matemático de origen italiano nacido en 1.170. Su nombre era Leonardo de Pisa, considerado como el más destacado matemático de la Edad Media. Teniendo en cuenta sus estudios y diversas experiencias aprendida con sabios musulmanes desarrolló trabajos académicos entre los cuales se encuentra su famosa sucesión, la cual es obtenida sumando su número anterior más su antecesor y cuyos primeros dos términos son 0 y 1.
Existe un valor en particular y de suma importancia, que se encuentra presente no sólo en la matemática sino también en diversos ámbitos del universo, que es el número áureo. Esta cifra es la misma a la que se aproxima el resultado de dividir cualquier número de la sucesión de Fibonacci y su antecesor.
Como se dijo anteriormente el número áureo está presente en diversos ámbitos y el mundo de las finanzas no es la excepción, en este trabajo se muestra que el mismo puede ser utilizado como una importante herramienta de Análisis Técnico Bursátil, a los efectos de determinar las probabilidades de ocurrencia de la dirección que pueda tomar una cotización de un activo financiero.
El éxito del uso de esta herramienta radicará en saber usarla y complementar su análisis con los fundamentos del valor a adquirir, siendo consciente de que ningún método es infalible. La idea principal es justamente ocuparse de la interpretación de los precios y de predecir (no asegurar) su movimiento.

1.- Introducción

1.1- Historia de Fibonacci

Leonardo de Pisa fue un matemático de origen italiano nacido en 1.170 y autor de la famosa sucesión. Es considerado como el más destacado matemático de la Edad Media y conocido como Fibonacci (filiusBonacci = hijo de Bonacci). Su padre ocupaba un cargo consular en Argelia y fue el encargado de llevar a Leonardo a sus inicios en los cálculos aritméticos de los árabes, pues se había educado con la numeración alfabética de los griegos y de los latinos, con el uso del ábaco.

Teniendo en cuenta sus estudios y diversas experiencias aprendida con sabios musulmanes Leonardo a sus 32 años compuso 5 obras entre las cuales se encontró una denominada LiberAbaci (Libre del Abaco). Entre algunos de sus puntos más resaltantes se introduce el uso del cero en Occidente y presenta al mundo su famosa sucesión.

1.2-Sucesión de Fibonacci

Una de las curiosidades sobre su famosa sucesión fue la forma en que fue presentada y no fue más que a través de un problema matemático representado por conejos. La problemática era descripta de la siguiente manera: "Se pone en un corral una pareja de conejos recién nacidos con el propósito de averiguar cuántas parejas habrá al cabo de un año. La naturaleza reproductiva de los mismos indica que cada pareja al nacer necesita de un mes de maduración para poder tener crías. De esta forma entonces al poner una pareja de recién nacidos se necesitará de que los mismos cumplan un mes para poder tener su primer par de crías, pero al finalizar el segundo mes dará a luz una nueva pareja, y así continuar reproduciéndose siempre de que los conejos se encuentren en estado de madurez reproductiva. ¿Cuántas parejas habrá al término de un año, suponiendo que ningún conejo muere en esta feliz experiencia?".

La solución fue la siguiente:

Al inicio: tenemos una pareja de recién nacidos

Fin del primer mes: continúa la misma pareja pero en estado de madurez

Fin del segundo mes: existen dos parejas, la primera en estado de madures y las crías que tuvieron los mismos

Fin del tercer mes: existen tres parejas, la primera en estado de madures, las crías del segundo mes que ahora están en etapa de madures y una nueva cría de la primer pareja

Fin del cuarto mes: existen cinco parejas, las tres parejas anteriores más dos parejas de crías por los conejos que se encontraban en estado de madures.

Gráficamente lo podemos observar de la siguiente forma:

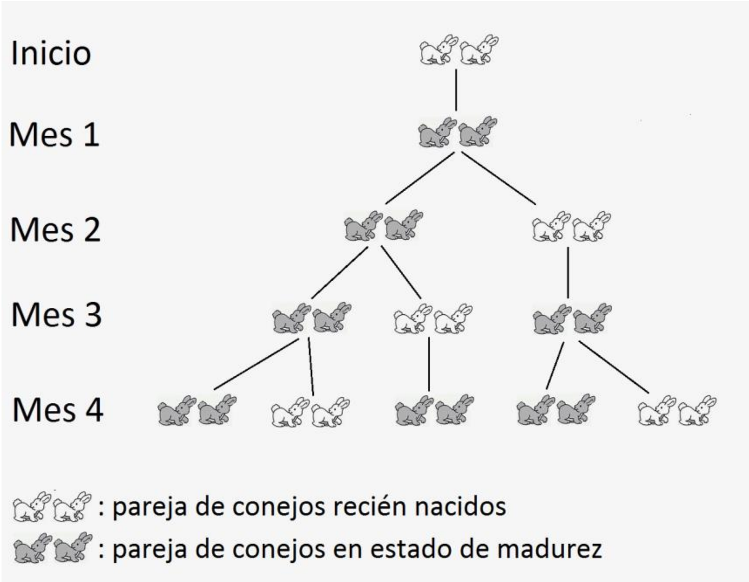


Figura 1: Reproducción de conejo y la serie de Fibonacci

De la misma forma en que los meses anteriores se puede continuar sucesivamente hasta llegar al final del año (mes 12) en donde nos encontraríamos con 233 parejas de conejos.

Por lo antes expuesto la expresión de la sucesión quedaría de la siguiente manera:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, . . .

Si lo queremos simplificar como una función la misma sería:

$f_k = f_{k-2} + f_{k-1}$, siendo $f_1 = 0$ y $f_2 = 1$ y k cualquier número natural mayor o igual a 3

De esta forma si quisiéramos encontrar el tercer valor de la sucesión deberíamos buscar:

$f_3 = f_1 + f_2 \longrightarrow f_3 = 0 + 1 = 1$

Para encontrar el cuarto valor de la sucesión sería $f_4 = f_2 + f_3$ por ende sería 1 + 1 = 2 y así sucesivamente para cualquier valor de la sucesión.

¿Por qué es tan asombrosa esta secuencia o sucesión matemática?

La respuesta es porque la misma se encuentra prácticamente en todas las cosas del universo, tiene toda clase de aplicaciones en Matemática, Biología, Arquitectura, Ciencias de la Computación, etc.

Un ejemplo específico del mismo es la disposición de las ramas de los árboles, las semillas de las flores, las hojas de un tallo, otros más complejos y aún mucho más sorprendentes es que también se cumple en los huracanes e incluso hasta en las galaxias enteras, desde donde obtenemos la idea del espiral de Fibonacci.

El espiral de Fibonacci es una serie de cuartos de círculo conectados que se pueden dibujar dentro de una serie de cuadros regulados por números de Fibonacci para todas las dimensiones. Entre sí, los cuadrados encajan a la perfección como consecuencia de la naturaleza misma de la sucesión, en donde cualquier cifra es igual a la suma de las dos anteriores. El espiral o rectángulo resultante es conocido como el espiral dorado y el rectángulo de oro.

1.3- Número áureo

El número áureo es un número irracional, representado por la letra griega φ (phi), en honor al escultor griego Phidias. También lo podemos encontrar bajo el nombre de número de oro, razón extrema y media, razón áurea, razón dorada, media áurea, proporción áurea y divina proporción. Su valor es:

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \cong 1{,}6180339887498$$

Este número que posee muchas propiedades interesantes y que fue descubierto en la antigüedad, no como una expresión aritmética, sino como relación o proporción entre dos segmentos de una recta, es decir, una construcción geométrica, tal como lo revela Antonio Rincón Córcoles (2010). Una de sus propiedades aritméticas más curiosas es que su cuadrado ($\varphi^2 =$ 2,6180339887498...) y su inverso ($1/\varphi =$ 0,6180339887498...) tienen las mismas infinitas cifras decimales.

Curiosamente, así lo detalla Fernando Corbalán (2012), esta cifra es la misma a la que se aproxima el resultado de dividir cualquiera de los números de la sucesión de Fibonacci entre su antecesor (ejemplo: 5/3= 1.666; 13/8=1.625). Cuanto mayor es el par de números de Fibonacci, más cerca del número de oro estamos.

De forma increíble, nos encontramos que en base a nuestra percepción ya sea consciente o inconsciente, vemos que varios escultores, pintores, arquitectos, músicos y diversos artistas la han empleado a lo largo de toda la historia de la humanidad. Algunos de los que podemos nombrar, esta relación se encuentra presente en obras de Miguel Ángel y Da Vinci, en composiciones musicales de Mozart y Beethoven o en artistas más modernos como la banda de rock Tool el cual las usó en sus notas y estructuras musicales.

2.- Desarrollo

2.1- Inversiones Financieras y Mercado de Capitales

Como bien ya sabemos, la serie de Fibonacci es aplicada a muchas manifestaciones naturales, el arte, la ciencia y el comportamiento animal o humano, etc. abanico al cual le vamos a agregar, nada más y nada menos que, el mercado bursátil.

Tal como lo revela Martín Mato (2010), una inversión es la adquisición de un activo en el que sea posible colocar fondos con la finalidad de proteger o incrementar su valor y generar rentabilidades positivas. Estos activos suelden denominarse instrumentos o valores y pueden ser de diferentes clases, lo que hace también que exista una variedad de mercados.

Mercado es el ambiente donde se reúnen personas que demandan y ofrecen algún tipo de bien o servicio. Cuando hablamos de Mercado Financieros nos referimos al mecanismo que reúne vendedores y compradores de instrumentos financieros.

En los diferentes Mercados Financieros del mundo se negocian tres tipos básicos de valores: representativos de deuda (BONOS), propiedad (ACCIONES) y de derechos (OPCIONES).

Una importante clasificación de los Mercados Financieros es según su tipo de negociación, de esta forma tendremos por un lado el Mercado Primario, en el cual se venden públicamente nuevas emisiones de valores, y por el otro al Mercado Secundario, en el que se negocian los valores emitidos y colocado previamente en el Mercado Primario.

2.2- ¿Por qué se emiten bonos y acciones?

Cuando los entes económicos precisan financiación, pueden hacer dos cosas:

- Recurrir al mercado de intermediación indirecta o bancario y solicitar un préstamo y/o
- Recurrir al mercado de intermediación directa y ofrecer:
    - Acciones
    - Obligación Negociable

Lo que se ofrece lo compran unos importantes protagonistas del mercado: los inversores.

Esta interacción entre oferta y demanda acontece en distintos mercados en todo el mundo, siendo el más conocido e importante, La Bolsa de Nueva York creada en 1972.

En Argentina, tenemos como principal mercado de valores y centro financiero, a la Bolsa de Comercio de Buenos Aires fundada el 10 de julio de 1854, constituida como una asociación civil sin fines de lucro, dirigida por representante de diferentes sectores empresariales y supervisada por la Comisión Nacional de Valores.

Para analizar la evolución de los Mercados Financieros, se utilizan los índices bursátiles. Éstos tratan de mostrar el desempeño de una determinada cartera compuesta por valores representativos del mercado. Los índices más prestigiosos son el Dow Jones, Standard &Poor´s y NASDAQ COMPOSITE. En Argentina contamos con el Índice MERVAL, cuya composición se actualiza trimestralmente.

2.3- Análisis de Mercado Financiero

Para estudiar la conveniencia de invertir en un determinado valor es necesario realizar un análisis previo sobre la empresa en cuestión evaluando sus aspectos productivos, su situación financiera, sus resultados obtenidos, el grado de competencia dentro del sector, así como su comportamiento bursátil. El desarrollo de los mercados bursátiles en las últimas décadas ha promovido cambios a partir de los cuales obtuvieron mayor liquidez y profundidad con un incremento tanto en la cantidad de inversores como en el número de empresas que cotizan en ellos. En tal contexto es fundamental desarrollar técnicas que permitan controlar y maximizar los beneficios que conllevan las inversiones en la bolsa.

Existen dos métodos para analizar los valores bursátiles. Uno de ellos es el Análisis Fundamental, el cual se basa en la predicción del comportamiento futuro del valor o instrumento en la Bolsa a través del valor contable, del entorno y de las perspectivas de la empresa en cuestión. Tiene como objetivo la evaluación general de las condiciones financieras de una empresa en particular, para ser usada en la determinación de su valor intrínseco. El otro método es el Análisis Técnico, que también trata de predecir el comportamiento futuro de las acciones en función de la actividad de mercado en sí misma y su comportamiento en el pasado.

Dado que éste último método es el ámbito de aplicación de la herramienta abordada en el presente trabajo, procederemos a describirlo en mayor profundidad.

2.4- Análisis Técnico Bursátil

Las bases fundamentales de este método son:

- El mercado ofrece suficiente información para predecir sus movimientos
- Los precios se mueven por marcada tendencias y pautas
- Lo que ha sucedido en el pasado se repetirá en el futuro

Cabe destacar que esta metodología ignora la información fundamental, en cambio, observa las formaciones actuales de precios y estado actual de compradores y vendedores. Estudia las diversas fuerzas que operan en el mercado y su efecto en los precios del activo financiero estudiado. Permite mediante el análisis de serie de tiempo, rastrear el desarrollo de los ciclos del precio y, con la ayuda de indicadores estadísticos, tomar decisiones con riesgos controlados. En términos prácticos, el análisis técnico es el arte de rastrear en el mercado el movimiento causado por otros, siguiendo las huellas dejadas a su paso, mediante el seguimiento de la evolución del precio y volúmenes transados.

Una de las leyes de la historia de la Bolsa es que no se produce nunca una catástrofe bursátil de gran nivel que no haya sido precedida de un periodo de auge excepcional y que no existe boom que no termine en un crash. El "juego" de la bolsa es un remate de expectativas futuras del comportamiento de las empresas, y el precio de la acción no es más que el reflejo, entre otros factores, del valor esperado de las empresas que ellas representan. Por lo tanto, el valor de las acciones estará afectado por la apreciación y el sentimiento que tenga el público, el cual muchas veces no es estrictamente racional y se deja llevar por euforias y depresiones típicas del comportamiento humano.

La paternidad del análisis técnico se le atribuye a Charles Dow, economista estadounidense del siglo XIX, quien demostró el comportamiento cíclico de los precios de las acciones, basándose en el concepto de equilibrio perfecto entre la oferta y la demanda. Comenzó a trabajar con gráficos que representaban con un punto en una grilla los distintos precios de cierre, es decir los que al finalizar la jornada habían sido los últimos negociados para una respectiva acción. En el eje horizontal representaba el tiempo transcurrido entre un dato y el anterior y en el eje vertical, los precios. El axioma principal que se basa esta teoría es que el mercado internaliza en el precio toda la información relativa a la acción y establecerá tendencias al alza o a la baja, perfectamente definidas. El precio y los volúmenes transados son el lenguaje del mercado. Los avances informáticos abrieron nuevos horizontes a la "ciencia" bursátil confiriéndole nueva dinámica permitiendo la participación activa de un gran número inversores.

En cuantos a las herramientas que usa el Análisis Técnico, podemos segmentarlas en Análisis Gráfico y Análisis Matemático. La primera se dedica a analizar distintos patrones que los gráficos van dibujando a fin de interpretar los movimientos de precios en el mercado. Estudia los precios de forma gráfica, analizando la estructura que toman los precios al exponerlos el líneas, puntos, barras, etc. Sirve para detectar líneas de tendencia e identificar los canales donde éstas se mueven, además puntos de inflexión, techos, rebotes, posibles reversiones, etc. Así encontramos línea de tendencias, canales de evolución (permiten encontrar soportes y resistencias, comprobar cambios de tendencia por ruptura y debilitamiento de la tendencia), figuras (doble techo, doble piso, hombro cabeza hombre, etc.). El Análisis Matemático estudia las relaciones estadísticas y matemáticas que se construyen en el devenir de los precios. Así encontramos a un clásico indicador de tendencia como lo es la media móvil, osciladores e indicadores de volumen y volatilidad.

2.5- Misticismo y Matemática en el Mercado de Valores

Para comprender, analizar y establecer posiciones de entradas y salidas a los efectos de operar eficazmente en el mercado, a los indicadores matemáticos mencionados, le sumaremos la participación nada más y nada menos que de la famosa, asombrosa e interesante Serie de Fibonacci. Esta sucesión está presente en el mercado bursátil, buscando predecir rangos de precios objetivos a los que debiera llegar una acción cuando se encuentra en una determinada tendencia, sabiendo que ésta presenta correcciones como así también niveles de agotamiento. El análisis del mercado a partir de la Serie de Fibonacci, se basa en los porcentajes que surge entre sus números a fin de aplicarlos a la lógica de subas y bajas en el mercado.

2.5.1- Retroceso de Fibonacci.

El primer valor que vamos a encontrar será dividiendo los números consecutivos que componen dicha serie, el resultado se acerca a 0,618. Entonces, dividiendo el primero por el segundo, el segundo por el tercero y así sucesivamente:

1/2	2/3	3/5	5/8	8/13	13/21	21/34	34/55	55/89	89/144	144/233	233/377
0,5000	0,6666	0,6000	0,6250	0,6153	0,6190	0,6176	0,6180	0,6180	0,6180	0,6180	0,6180

El segundo y tercer valor que hallaremos será la razón entredos números de la serie no consecutivos (un número con el posterior al siguiente y el número con el segundo posterior siguiente):

1/3	2/5	3/8	5/13	8/21	13/34	21/55	34/89	55/144	89/233	144/377	233/610
0,3333	0,4	0,375	0,3846	0,381	0,3824	0,3818	0,382	0,382	0,382	0,382	0,382

1/5	2/8	3/13	5/21	8/34	13/55	21/89	34/144	55/233	89/377	144/610	233/987
0,2	0,25	0,2308	0,2381	0,2353	0,2364	0,236	0,2361	0,2361	0,2361	0,2361	0,2361

En resumen, la Serie de Fibonacci presenta las siguientes características:

- Todo número de la serie es, aproximadamente, el 61,8% del siguiente.
- Todo número de la serie es, aproximadamente, el 38,2% del número posterior al siguiente.
- Todo número de la serie es, aproximadamente, el 23,6% del segundo número posterior al siguiente.

A estos tres porcentajes, 23,6%, 38,2% y 61,8%, se le suman por sus relevancias estadísticas, el 50% y el 76,4% (100%-23,6%). En particular, el 50% se deriva de lo afirmado por Charles Dow de que los promedios a menudo recorren la mitad de su movimiento previo. El nivel de 50% es probablemente el nivel más común y la mayoría de las tendencias tienden a retroceder en un 50% antes de continuar.
Quedando de manera completa para el uso estratégico de mercado: 23,6%, 38,2%, 50%, 61,8% y 76,4%.
La aplicación concreta de estas razones, es para identificar posibles soportes en tendencias primarias alcistas y posibles resistencias en tendencias primarias bajistas. Se fundamenta en que una vez iniciado el proceso de corrección de una tendencia consolidada, los porcentajes de variación de dicha corrección se aproximan a los porcentajes 23,6%, 38,2%, 50%, 61,8% o 76,4%, momento en el cual se produce un cambio de mentalidad del mercado provocando un abandono del movimiento de corrección y el regreso a la tendencia primaria.

2.5.2- Extensión de Fibonacci

Ahora, nos compete proyectar el nivel que pudiera alcanzar ese regreso a la tendencia primaria. Las razones de la Serie de Fibonacci que se utiliza para estimar las extensiones serán los valores inversos a los ya calculados, es decir, el resultante de la razón de un número de la serie con su antecesor. Al realizar el cálculo resultan los siguientes valores, 161,8%, 261,8% y 423,6%. A estos porcentajes se le suman otros dos por su relevancia estadística, el 200% (es el inverso al 50% utilizado anteriormente) y el 127,2%, que particularmente es el valor resultante de aplicar la raíz cuadrada al inverso del número áureo. Quedando de manera completa para el uso estratégico de mercado: 127,2%, 161,8%, 200%, 261,8% y 423,6%.
A continuación ejemplificaremos la aplicación de ambas estrategias. Vemos un caso con la tendencia primaria alcista:

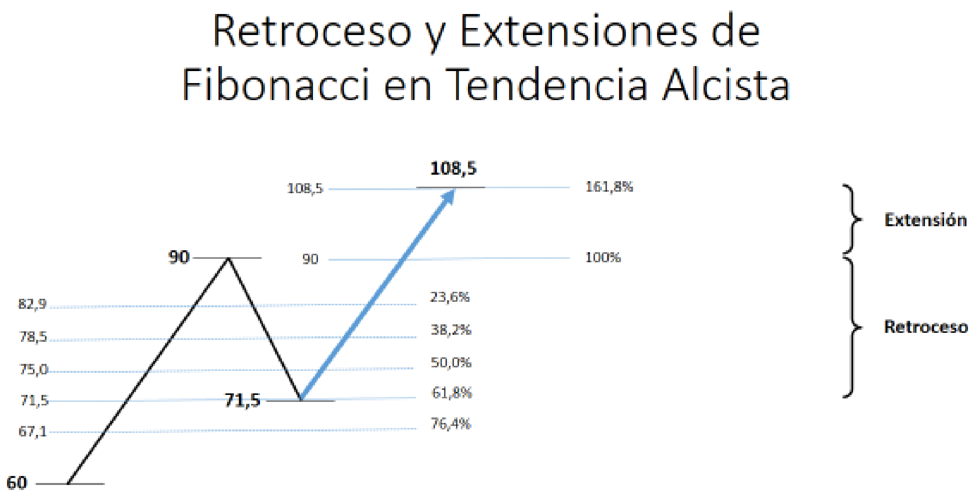


Figura 2: Tendencia alcista del precio de un valor. Su retroceso y extensión

Los primeros "inputs" del "paso a paso" del uso de la Serie de Fibonacci", son el precio mínimo (60) y el máximo (90) del "rally de precios" experimentado por el activo financiero en cuestión. Aplicando a la diferencia los porcentajes de la serie, obtendremos los abanicos de precios de los cuales, el valor cotizan "elegiría" para agotar la corrección.

Por ejemplo: Retroceso (61,8%) = 90 – 0,618 x (90 – 60) = 71,5

De igual manera podemos calcular los retrocesos restantes y en gráfico lo ejemplificamos con el del 61,8% por ser junto con el del 50% los más frecuentes.

Es allí, donde la Serie de Fibonacci nos da indicio de agotamiento de la corrección, situación que se debería ratificar con otros indicadores, por lo tanto una oportunidad de posicionamiento en el activo analizado.

Es de suponer que al estar analizando un valor en tendencia alcista consolidada, la cotización no solo que recuperará la corrección sino que también la superará. Cabe preguntarnos entonces, cuál sería el precio objetivo al cual se puede extender la cotización del valor. Para ello, empleamos el porcentaje más frecuente en extensiones: 161,8%. Tal como vimos en el ejemplo, el "rally de precios" mostró una magnitud de 30 unidades monetarias. Aplicándole el 161,8% y partiendo desde el mínimo valor de 60, arribamos a que él precio objetivo debería situarse aproximadamente en 108,5. Si se trata de un inversor conservador y una ganancia menor lo deja satisfecho en su objetivo de rentabilidad, podría evaluar de vender el valor en el precio de extensión al 127,2% en lugar de aguardar al 161,8%.

De igual manera se puede plantear la utilización de retrocesos y extensiones de Fibonacci en tendencias bajistas en donde en primer término, mediremos los posibles valores de corrección al alza para luego estimar hasta donde se puede profundizar la tendencia primaria bajista. Vamos a tomar un caso de real para plasmar el uso de la Serie de Fibonacci en una tendencia bajista del precio del petróleo:

Figura 3: Gráfica Petróleo y su retroceso Fibonacci

La gráfica muestra que luego del descenso de la cotización del petróleo, desde los 108.1D hasta los 25,98D, comenzó el recupero, "coqueteó" mucho tiempo en agotarse entre la zona de 23,6% y 38,2% de Fibonacci pero logró sortearla; también lo hizo con menos dificultad en los 50%. La próxima zona de posible resistencia estará dada entre los 74,82D y 78,82D que encierran al más imponente retroceso de Fibonacci 61,8%.

3.- Conclusión

José Meli Mundi, especialista chileno en mercado de capitales, dijo que: “En lo bursátil, ningún acontecimiento futuro tiene certeza absoluta, solamente puede tener altas probabilidades de ocurrir”. Teniendo en cuenta esta afirmación, la utilización de los números de Fibonacci y en especial el número áureo, es una herramienta más que un Analista Técnico puede utilizar al efecto de determinar las probabilidades de ocurrencia de la dirección que pueda tomar la cotización de un activo financiero. El éxito del uso de cualquier herramienta técnica radica en saber usarla y complementar su análisis con los fundamentos del valor a adquirir y también ser consciente de que ningún método es infalible. Resulta clave tanto el testeo, como saber a qué activo financiero se le puede aplicar una u otra herramienta. La idea principal es justamente ocuparse de la interpretación de los precios y de predecir (no asegurar) su movimiento. Y el legado de Leonardo de Pisa, bien que puede, colaborar con una acción que todo operador de mercado la debería adoptar como razón de ser: reducir la incertidumbre. Conocer y plantear objetivos de rentabilidad acordes a riesgo asumible, tomar decisiones con riesgo controlado y saber usar las herramientas que disponemos para llevarlo a cabo, harán que lo que toque y tenga que ver con algún 61,8%, se convierta en ORO.

Referencia Bibliográfica

- Bünsow, F. (2012). Mercado de Capitales. Buenos Aires: La Ley.
- Corbalán, F. (2012). La proporción áurea. El lenguaje matemático de la belleza. RBA Coleccionables, S. A. (Colección El mundo es matemático). Barcelona
- Córcoles, A. R. (2010). Fibonacci y el número áureo. Autores Científicos, Técnicos y Académicos.
- Curt, E. y Zabos, E. (2014). Teoría del Interés: Métodos Cuantitativos Para Finanzas TomoII. Capítulo 5, pp. 73-261. Buenos Aires: Cengage Learning Argentina.
- Font F. (2010). Análisis Técnico Bursátil. Barcelona – España: Editorial PROFIT.
- Martín Mato, M. (2010). Mercado de Capitales: una perspectiva global. Buenos Aires: Cengage Learning Argentina.

Hablando del Infinito

Augier, Rolando Matías – Danún, Armando Alfredo - Castillo, María Emilia – Rotger, Carolina
Facultad de Ciencias Económicas UNT–Facultad de Ciencias Exactas UNT–Facultad de Ciencias Exactas UNT- Facultad de Ciencias Económicas UNT
raugier@outlook.com – armando.danun@gmail.com - mariaemiliacastillo@gmail.com– carorotger@hotmail.com

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Infinitud, Infinito potencial, Infinito en acto, George Cantor

Resumen

La infinitud, más que una elaborada idea matemática y científica constituye una de los más antiguos interrogantes que, desde sus albores, el ser humano se ha formulado apenas comenzó a observar en la noche el vasto cielo poblado de estrellas, sentado al lado del fuego. ¿Existe realmente lo infinito? ¿Es el universo infinito? ¿Hay un único infinito o acaso hay una jerarquía de infinitos?
Este concepto fue considerado a lo largo de la historia un corruptor de las matemáticas por los más grandes maestros, los que al plantearse ciertas situaciones problemáticas, desembocaban en conclusiones absurdas o en paradojas, una famosa es la planteada por Zenón de Elea. Por otra parte el tema de la infinitud estuvo siempre cargado de tintes teológicos y religiosos al estar asociado a Dios (absoluto y omnipotente), razón por la cual su estudio profundo fue resistido en más de una ocasión por parte de la Iglesia.
La noción de infinitud ocupa un lugar importante en la educación universitaria. El estudio de límites de funciones, series numéricas y de potencias, distribuciones de probabilidad, valoración de ciertos instrumentos financieros, involucran el infinito.
Este trabajo aborda el concepto de infinitud en la matemática y su aplicación en las ciencias y se realiza una reseña histórica de su estudio por parte de notables matemáticos cuyos aportes en ciertos casos fueron revolucionarios para la ciencia. En particular, los aportes del matemático George Cantor, son considerados el cimiento de la teoría moderna de conjuntos. Se pretende con estas notas favorecer la comprensión de un concepto cargado de abstracción, al mismo tiempo que apasionante.

1 Introducción

La noción de infinitud ha acompañado al ser humano desde sus inicios en la tierra, cuando simplemente realizaba una observación profunda hacia el cielo o hacia el horizonte, preguntándose tal vez si había un final. ¿Es infinito el universo? ¿Es infinita la cantidad de estrellas que pueblan el firmamento? ¿Es el tiempo infinito?
A lo largo de la historia, el infinito, más que una sofisticada idea, fue considerado un corruptor de las matemáticas por los más grandes maestros, los que al plantearse ciertas situaciones problemáticas desembocaban en conclusiones absurdas o en paradojas. Entre estas situaciones se pueden mencionar a modo de ejemplo la paradoja de Zenón de Elea y la cuestión del perímetro de un círculo. Por otra parte es importante remarcar que el tema del infinito estuvo cargado de tintes teológicos y religiosos al asociar la idea del infinito a Dios (absoluto y omnipotente) y dada además la gran influencia de la religión sobre los

pensadores.Esto significó en más de una ocasión el repudio por parte de la Iglesia a los desarrollos matemáticos que intentaban resolver el misterio que encerraba la noción de infinitud.

2 El concepto de infinito. Dos nociones. Simbología.

Según la Real Academia Española, infinito es aquello que no tiene ni puede tener fin ni término. Es lo opuesto a lo finito, es decir a lo limitado. Cuando se piensa sobre el infinito, se imagina normalmente un proceso que continúa en forma indefinida. Por ejemplo cuando se estudia el conjunto de los números naturales, se aprende que dado un número natural cualquiera, siempre es posible encontrar uno nuevo, añadiendo la célula originaria, el número 1 (uno). Así se tiene un proceso que es posible repetir siempre.Esta noción de infinitud, como un proceso interminable, se conoce como infinito potencial. Esta concepción, debida a Aristóteles, ha dominado el pensamiento occidental durante siglos.

Existe otra noción llamada infinito en acto, la cual supone un conjunto infinito realizado y acabado, por ejemplo llamamos al conjunto de los números naturales $\mathbb{N}$ y de esta manera nos despojamos de cualquier proceso de construcción, no hay devenir, todos los números naturales están allí contenidos. La infinitud existe actualmente, en este momento, no como una posibilidad. Esta idea de lo infinito como algo consumado ha sido resistida vehementemente por la comunidad matemática, probablemente por dos razones: el cerebro humano está imposibilitado de representarse una cantidad infinita en acto, en cambio sí puede pensar al infinito como una magnitud que crece ilimitadamente, en otras palabras, nuestra mente puede representarse el infinito en potencia. La otra razón es que al introducir el infinito en los razonamientos, se puede arribar a conclusiones carentes de lógica, contrapuestas al sentido común.

El símbolo con el que se conoce hoy el infinito fue creado por el matemático inglés John Wallis en 1655, y está inspirado en el antiguo símbolo místico Uróboros, que presenta a un animal serpentiforme engullendo su propia cola y cuyo significado es la unidad y aquello que carece de fin.

3 Obra de George Cantor

Nacido el día 3 de Marzo del año 1845 en San Petersburgo, hijo de María Bohm y del comerciante Georg Waldemar Cantor, George Cantor fue un matemático eminente que produjo una verdadera revolución en el pensamiento matemático occidental, elaborando una teoría asombrosa acerca del infinito. Básicamente introdujo en la matemática el estudio del infinito en acto y con ello amplió el concepto de número al introducir a los transfinitos. Formuló además la teoría de conjuntos, sobre la que se basa la matemática moderna. El desarrollo de sus ideas no ha sido sencillo, por un lado debido a las dificultades inherentes a semejante empresa y por otro, debido a la acérrima oposición que encontró entre sus colegas y maestros. En particular se destaca el diferendo con su profesor Leopold Kronecker, quién rechazó de plano la teoría de Cantor y lo acusó de charlatán. La diferencia entre ellos radica en que Cantor concibe a la matemática en forma formalista, mientras que Kronecker la entiende en forma constructivista. Según las propias palabras de

Cantor, la matemática pura debiera ser llamada matemática libre debido a que la esencia de la misma es la libertad.

El magistral descubrimiento de George Cantor fue la idea de que si los elementos de dos conjuntos pueden ponerse en correspondencia uno a uno, entonces tienen la misma cantidad de elementos, es decir el mismo número cardinal (concepto creado por Cantor y que denota la cantidad de elementos de una colección finita o infinita en acto) y se denominan coordinables. Por ejemplo, supongamos que tenemos en frente a todos los números naturales y que separamos sólo a los pares, nuestra intuición nos indica que hay el doble de números pares que de naturales; sin embargo la colección de números pares es coordinable con $\mathbb{N}$y para nuestra sorpresa tienen el mismo cardinal. Con este razonamiento se prueba que los conjuntos $\mathbb{Z}$y $\mathbb{Q}$tienen exactamente el mismo número de elementos que $\mathbb{N}$; Cantor llamó numerables a estos conjuntos. Estas conclusiones indican que en las colecciones infinitas el todo no es necesariamente mayor que la parte y que además no son siempre válidas las reglas que rigen para colecciones finitas. En este sentido el matemático alemán y amigo de Cantor, Richard Dedekind (1831 – 1916), propuso la que sería la definición actual de conjunto infinito. Dedekind definió conjunto infinito en acto como aquel que es coordinable con un subconjunto propio.

En el año 1874 Cantor probó que el conjunto de los números reales no puede ser puesto en correspondencia con el de los naturales, con lo cual se califica como no numerable. Una demostración de esta afirmación es el argumento diagonal, publicado en el año 1892 en el artículo “Sobre una cuestión fundamental de la teoría de conjuntos”. Dado el infinito de los conjuntos coordinables con $\mathbb{N}$ (al que denotó con la letra hebrea alef y el subíndice 0: $\aleph_0$) y el infinito de los números reales ($\aleph_1 = 2^{\aleph_0}$), cabe preguntarse si existen conjuntos con un cardinal mayor a $\aleph_1$ o conjuntos con un cardinal intermedio entre $\aleph_0$ y $\aleph_1$. Ese mismo fue el interrogante que Cantor se formuló. Esta pregunta fue de tal importancia para el matemático que lo condujo a una obsesión; si bien estaba convencido de que no existían los mencionados números cardinales intermedios o mayores al de los números reales, su idea no dejaba de ser una intuición y por lo tanto restaba la rigurosa demostración formal que la ciencia matemática exige. En esta dirección, invirtió infructuosamente grandes esfuerzos en probar esta conjetura, que formuló en el año 1877, y a la que llamó hipótesis del continuo. Este planteo integró la lista de los 23 problemas de Hilbert, propuesta en 1900. Formalmente la hipótesis del continuo afirma que no existe ningún conjunto A tal que su número cardinal A cumpla con la desigualdad: $\aleph_0 < A < 2^{\aleph_0}$. Se desprende de esta afirmación que el cardinal inmediato superior al de los números naturales, es el correspondiente al de los números reales. Pese a que Cantor no llegó a demostrar esta conjetura, la misma no puede probarse ni refutarse partiendo de los axiomas de Zermelo-Fraenkel de la teoría de conjuntos, por lo cual la hipótesis es independiente, indecidible. Recién en el año 1940 el matemático y filósofo austríaco-estadounidense Kurt Gödel probó su consistencia (es decir su no refutabilidad) y en 1963 Paul Cohen, matemático estadounidense, probó su independencia. La asombrosa teoría de George Cantor acerca del infinito matemático ha sido un estímulo refrescante para toda una generación de matemáticos nacidos en las últimas décadas del siglo XIX.

4 El infinito en Matemática

4.1 Números

Los números, esas células de la matemática, son los primeros en mostrar rasgos de infinitud; los números racionales son aquellos que siempre pueden ser expresados como una fracción de números enteros, cuyo divisor no es nulo. En forma equivalente, son aquellos que se escriben como una expresión decimal infinita periódica. El número 1 tiene período 0, esto es: 1 = 1,00000…, pero también es posible escribir 1=0,999…, hecho que resulta curioso, aunque no mucho luego de una sencilla demostración:

Se define: $x = 0{,}999\ldots$

Multiplicando por 10: $10.x = 9{,}999\ldots$ luego, $9.x = 9$

Restando x resulta: $9.x = 9{,}999\ldots - x$ $x = 1$

$9.x = 9{,}999\ldots - 0{,}999\ldots$ $0{,}999\ldots = 1$

En otras palabras, un cero seguido de una cola interminable de nueves da lo mismo que el número 1.

4.2 Los infinitésimos y la idea de límite

Los métodos diseñados por lo griegos en la antigüedad para calcular áreas, si bien eran muy ingeniosos, no estaban dotados de generalidad y por esta razón a partir del siglo XVI matemáticos como René Descartes y Pierre de Fermat entre otros, se abocaron a la tarea de hallar un método general de cálculo de áreas delimitadas por curvas. El resultado de esta búsqueda es una poderosa herramienta llamada*integral*. La idea de este objeto matemático básicamente consiste en dividir un área encerrada por una curva en una cantidad finita de rectángulos. A medida que la cantidad de rectángulos aumenta la porción del área sin cubrir es cada vez menor; lógicamente con ello la base de los rectángulos se vuelve más pequeña y la suma de las medidas de las áreas de todos los rectángulos se aproxima a la medida del área total. Nuestro razonamiento nos indica que, si se reducen las bases de los cuadriláteros hasta convertirse en un punto, la suma de las medidas coincidiría con el valor total buscado del área. Sin embargo este pensamiento colisiona con una paradoja, pues en ese caso los rectángulos se convertirían en segmentos, que como se sabe tienen medida de área igual a cero y luego la suma de ceros, aunque infinita, arroja como resultado el número cero. Para salvar este obstáculo, los matemáticos Newton y Leibniz introdujeron el concepto de *infinitésimo*, que representa un segmento que se vuelve infinitamente pequeño, pero sin llegar a reducirse a un punto en el plano. A partir de esta idea, la medida del área buscada se expresaría como: $\int_a^b y dx$, donde dxes un infinitésimo. Si bien el empleo del concepto de infinitésimo conducía a fórmulas totalmente correctas, resultaba autocontradictorio, dudoso y de una lógica endeble, pues ¿qué significa un segmento infinitamente pequeño? Era urgente entonces una fundamentación del cálculo sobre conceptos claros e indubitables. El aporte de Weierstrass, a este proceso fue decisivo. Éste matemático introdujo la idea de límite de una función, que reemplazó a los infinitésimos por la idea de un segmento que *sólo en potencia* es infinitamente pequeño. Bernardh Riemman expresó la integral de la siguiente forma: $\int_a^b ydx = \lim_{x\to\infty} \sum_{k=o}^{n}(y_{k-1}.\Delta x)$. De esta forma, la medida del área de una superficie bajo una curva, es un límite. A partir de esta idea se puede también calcular la medida de un áreade una región que no está completamente encerrada por una curva; este es el concepto de integral impropia.

4.3 Sumas interminables

Otra aparición del infinito está en la operación de suma, estas sumas sin fin se conocen con el nombre de series. Aunque parezca paradójico una adición de infinitos términos puede dar como resultado una cantidad finita. Impera la noción potencial de infinitud, ya que es la que se utiliza para definir el concepto de límite de funciones para una variable que aumenta (o disminuye) indefinidamente. Un aporte valiosísimo del estudio de las series para el cálculo, son las fórmulas de aproximación, pues muchas funciones que a menudo se presentan en los desarrollos matemáticos y que resultan difíciles de manejar, se pueden representar de manera sencilla como una suma infinita bajo determinadas condiciones.

Sea la sucesión numérica infinita $\{u_k\}_{k=1}^{\infty}$, sumando sus términos y abreviando con el símbolo suma se obtiene la expresión: $\sum_{k=1}^{\infty} u_k$ que se llama serie numérica asociada a la sucesión $\{u_k\}_{k=1}^{\infty}$ o simplemente serie numérica. Se dice que una serie numérica converge si su suma es un número finito y que diverge si no lo es. Un planteamiento más preciso del criterio de convergencia involucra la suma: $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$. Sea el conjunto $V = \{u_1, u_2, \dots, u_n\} \subset \{u_k\}_{k=1}^{\infty}$ donde lógicamente V es numerable por ser un subconjunto de un conjunto numerable. Si tomamos la suma de la secuencia finita se obtiene S_n, a esta última suma se denomina n-ésima suma parcial de la serie en cuestión. Así S_n es la suma de los n primeros términos de la serie.

Con todos los valores de cada una de las sumas parciales, se construye una nueva secuencia o sucesión, llamada sucesión de sumas parciales de la serie, la que se denota con: $\{S_k\}_{k=1}^{\infty}$

Esta sucesión aporta el criterio fundamental de convergencia de una serie: La suma infinita converge y tiene suma S sí y sólo sí $\lim_{x\to\infty} S_n = S, S \in R$.

A modo de ejemplo el número 1 se expresa en forma de serie de la siguiente forma:

$$1 = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \cdots + \frac{1}{2^n} + \cdots$$

El mítico matemático indio Srinivasa Ramanujan descubrió en 1910 una fórmula para aproximar el valor de la constante trascendente π, particularmente importante ya que con cada término se agregan ocho dígitos a la aproximación:

$$\frac{1}{\pi}=\frac{2.\sqrt{2}}{9801}.\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(4.k)!\,(1103+26390.k)}{(k!)^4.396^{4.k}}$$

No sólo se pueden sumar números, sino también funciones. Las series de Brook Taylor (matemático inglés 1685-1731) proporcionan un método ampliamente difundido para aproximar valores de funciones y resolver ecuaciones diferenciales. Su teorema establece que si una función f es derivable hasta el orden (n + 1) en un intervalo I con $a\in I$ entonces$\forall\ x\ \in\ I$, existe ξ tal que $x<\xi<a$ y se cumple que:

$$f(x)=f(a)+\frac{f'(a)}{1!}.(x-a)+\frac{f''(a)}{2!}.(x-a)^2+\cdots+\frac{f^{(n)}(a)}{n!}.(x-a)^n$$
$$+\frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}.(x-a)^{n+1}$$

En esta expresión el último término se conoce como resto. Si no se tiene en cuenta este resto, la función queda expresada como: $f(x)=f(a)+\frac{f'(a)}{1!}.(x-a)+\cdots+\frac{f^{(n)}(a)}{n!}.(x-a)^n+\cdots$

que se conoce como desarrollo en serie de potencias de la función f alrededor del número a. Si la expansión de la función se realiza alrededor de 0, se tiene el desarrollo de Mc Laurin.

A partir de este teorema se desprenden, entre otros, los siguientes desarrollos de funciones notables:

$$e^x=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{x^k}{k!}=\frac{x^0}{0!}+\frac{x^1}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\cdots$$

$$sinx=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k x^{2k+1}}{(2k+1)!}=\frac{x^1}{1!}-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\cdots$$

$$cosx=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k x^{2k}}{(2k)!}$$
$$=\frac{x^0}{0!}-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\cdots$$

$$ln(1+x)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k x^{k+1}}{(k+1)}$$
$$=\frac{x^1}{1!}-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}-\cdots$$

Considerando el desarrollo de la función exponencial natural y reemplazando el exponente por un número complejo $z=x+y.i,a,b\in R$, se obtiene la fórmula de Euler o forma polar de un número complejo:

$$e^z=e^x.e^{i.y}=e^x.\left\{1+i.y+\frac{(i.y)^2}{2!}+\cdots\right\}=e^x.\left\{1+i.y-\frac{y^2}{2!}-\frac{i.y^3}{3!}+\frac{y^4}{4!}+\cdots\right\}$$
$$e^x.\left\{\left(1-\frac{y^2}{2!}+\frac{y^4}{4!}-\cdots\right)+i.\left(y-\frac{y^3}{3!}+\frac{y^5}{5!}-\cdots\right)\right\}=e^x.(cosy+i.siny)$$

Un caso particular se tiene cuando $x=0\wedge y=\pi$

$$e^z=e^{0+\pi.i}=e^0.(cos\pi+i.sin\pi)\Rightarrow\ e^{\pi.i}+1=0$$

Dados $a, b, c \epsilon \mathbb{R}$, se sabe que $a + b = b + a \wedge a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$, son axiomas de cuerpo del conjunto $\mathbb{R}$para las sumas finitas, es decir esta operación goza de las propiedades conmutativa y asociativa, así el orden de los términos de la suma y su agrupamiento no altera el resultado. Sin embargo para las sumas infinitas esta propiedad no necesariamente es cierta.

El matemático Gottfried Leibniz (1646 – 1716) aseguraba que el resultado de la suma infinita $1 - 1 + 1 - 1 + \cdots \pm \cdots$es el número ½, ya que:$1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots = S$

$$1 - (1 - 1 + 1 - 1 + \cdots) = S$$

$$1 - S = S \Rightarrow S = 1/2$$

Sin embargo, si los sucesivos términos de esta curiosa suma se reacomodan de otra forma, el resultado es distinto. Por ejemplo: $1 - 1 + 1 - \cdots = (1 - 1) + (1 - 1) + \cdots = 0 + 0 + 0 + \cdots = 0$

O bien: $1 - 1 + 1 - 1 + 1 - \cdots = 1 - (1 - 1) - (1 - 1) - \cdots = 1 - 0 - 0 - \cdots = 1$

Estos resultados paradójicos, encontraron su respuesta en el siglo XIX, cuando se descubrieron las leyes correctas para operar con sumas algebraicas infinitas. La operación presentada, en realidad, no tiene ningún resultado.

George Friedrich Riemann matemático alemán (1826 –1866) probó que si la serie$\sum_{k=1}^{\infty} b_k$es condicionalmente convergente y H es un número real, entonces se pueden reordenar sus términos para que su suma sea H. A continuación se muestra otro ejemplo de reordenación de series: Dada$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots$, esta serie denominada antiarmónica, es condicionalmente convergente y converge a ln2 a partir de la expansión en serie de potencias de la función definida por la ecuación $y = \ln(1 + x)$. Si procedemos a reordenar los términos de la serie como sigue:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots = \left(1 - \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3}\right) - \cdots =$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \cdots = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots\right) = \frac{1}{2} ln2$$

Como puede observarse, nuevamente, luego del reordenamiento de los términos de la suma infinita el valor al cual converge es distinto a ln2. Con este ejemplo se demuestra un resultado curioso: En sumas infinitas no siempre serán válidas la propiedad asociativa y conmutativa para sumas finitas.

4.4 Radicales y fracciones continuas

No sólo se puede sumar infinitas veces, sino también dividir y calcular potencias indefinidamente. Este es el caso de los radicales infinitamente jerarquizados y las fracciones continuas. Si se considera la expresión $\sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \cdots}}}}$, su resultado se obtiene planteando la ecuación: $\sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \cdots}}}} = x$; $\sqrt{1 + x} = x$;$1 + x = x^2$

cuya única solución positiva es el número áureo φ. Este particular número irracional algebraico, estrechamente relacionado con la geometría, tiene una expresión como fracción continua: $\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\cdots}}} = \varphi$.

En general:

$b + \frac{a}{b+\frac{a}{b+\frac{a}{b+\cdots}}} = \sqrt{a + b\sqrt{a + b\sqrt{a + \cdots}}}$, igualdad que relaciona radicales y fracciones continuas.

4.5 Proyección estereográfica

Nuestro planeta tiene forma esférica (o casi esférica) sin embargo desde que estudiamos geografía en la escuela utilizamos mayormente mapas planos, es decir tenemos representado el planeta en una hoja. Desde la antigüedad, el problema de producir representaciones de la tierra ya era conocido. Los griegos conocían algunos tipos especiales de proyecciones. Por ejemplo, Tales (580 AC) e Hiparco (200 AC) divulgaron el uso de algunas, entre ellas, la proyección gnómonica, la estereográfica, y la ortogonal. En particular la estereográfica compacta el plano $\mathbb{R}^2$ agregándole un punto impropio que lo denotamos con el símbolo∞, como si fuese el infinito del plano en cualquiera de las direcciones del mismo. Éste punto ocupa un lugar especial en la esfera.Se llama Plano Extendido al plano $\mathbb{R}^2$ junto con el punto impropio.Construcción: Se considerauna esfera de radio 1 (puede considerarse una esfera de radio r>0) centrada en el origen, a partir de la cual se traza una recta desde el polo norte hasta el plano $\mathbb{R}^2$. Esta recta intersecta a la esfera en un punto distinto al polo, y además al plano. Así se construye una biyección entre los puntos de la esfera, salvo el polo norte, y los puntos de $\mathbb{R}^2$.

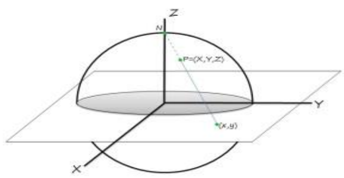


Figura 1. La esfera de Riemman

Se puede probar que la biyección establecida entre los puntos (x,y,z) de la esfera de radio unidad y el plano está dada por: $\pi_N(x,y,z) = \begin{cases} \left(\frac{x}{1-z}, \frac{y}{1-z}\right) & si\ \ (x,y,z) \neq (1{,}0{,}0) \\ \infty & si\ (x,y,z) = (1{,}0{,}0) \end{cases}$

De esta manera estamos haciendo corresponder el infinito al polo norte. Un hecho muy curioso es que si consideramos los meridianos de la esfera, estos se cruzan en el polo norte, mediante la biyección se transforman en rectas que pasan por el origen y tienen como único punto intersección el origen, salvo rectas coincidentes. Pero a partir de la existencia del punto impropio en nuestro plano extendido estas rectas también se intersectarían en dicho punto, es decir en el infinito.

5 El infinito en todas partes

La idea de infinitud tiene su lugar en otros campos del conocimiento. En la ciencia estadística se conoce como probabilidad al número que mide el grado de certeza de un suceso determinado. Se trata de un número real comprendido entre 0 y 1 y que satisface los axiomas de no negatividad, de suceso seguro y de aditividad, enunciados por Kolmogorov en 1933. La probabilidad es un caso particular de la medida y puede definirse además como una frecuencia relativa a largo plazo. La frecuencia relativa de un suceso se obtiene dividiendo el número de veces que el experimento resulta favorable al suceso bajo estudio, en la cantidad total de veces que se realizó el experimento. Intuitivamente, si se realiza un experimento una cantidad muy grande de veces, el valor de la frecuencia relativa tiende a estabilizarse alrededor de un único número. Éste número es la medida de probabilidad y se obtiene calculando el límite en el infinito de la frecuencia relativa. Otra aparición importante del infinito en la estadística inferencial es el teorema del límite central que afirma que: "Si $\bar{X}$es la media de una muestra aleatoria de tamaño n que se toma de una población con media μ_Xy varianza finita σ_X^2, entonces la forma límite de la distribución de $z = \frac{\bar{X}-\mu_X}{\sigma_X}$ conforme $n \to \infty$ es la distribución normal estándar $(\mu_X = 0, \sigma_X = 1)$". Este importante teorema establece que si el tamaño de la muestra que se toma al azar es lo suficientemente grande, se puede utilizar la función de distribución normal para realizar estimaciones de los parámetros poblacionales sin importar la distribución de la variable aleatoria en particular.

Las series infinitas aparecen en las finanzasen la valuación de lo que se conoce como perpetuidad. Una perpetuidad es una serie de flujos de caja que no terminan nunca, esto es una corriente "eterna" de tesorería.El valor presente de este instrumento financiero es el resultado de una serie geométrica, que se calcula como: $\frac{R}{i}$ donde R es la renta fija que devenga el bono e i es la tasa de interés. En el año 1743, el primer ministro de Inglaterra Sir Pelham consolidó la deuda de Inglaterra en un solo título, sin fecha de maduración o vencimiento, el *Consolidated Bond*. Como era un bono perpetuo, la corona inglesa no estaba obligada a redimir el capital.

En cálculo actuarial existe el infinito actuarial, que es la edad máxima de supervivencia de un humano, la última edad presentada en una tabla de mortalidad, usualmente representado con la letra ω.

En cuanto a la infinitud del universo, existen distintas teorías;por un lado se piensa que el universo tal y como lo entendemos es realmente infinito en todos los sentidos, no cerrado; pero también es finito por el tiempo, debido a que es más grande que la distancia que ha recorrido la luz desde el Big Bang hasta hoy (Fernández Soto A.). Por otra parte en un reciente trabajo del genial científico S. Hawking realizado en forma conjunta con Hertog, predice que el Universo es finito y más simple de lo que afirmanlas teorías del Big Bang.

6 Conclusiones

La infinitud es, antes que nada, un tema de gran calado filosófico y religioso, una pregunta fundamental del ser humano, más que una sofisticada idea matemática. Durante siglos representó un problema para los matemáticos, porque generaba paradojas en los razonamientos que involucraban el concepto de infinito. Existen dos nociones de infinitud: la potencial y la actual. La primera es la idea de la recursividad interminable, un proceso que se repite infinidad de veces. En cambio la infinitud actual considera al infinito como un todo. La primera noción sirvió para desarrollar el concepto de límite, la segunda lleva a la Teoría de Conjuntos.

El matemático George Cantor, atendiendo a la necesidad de una fundamentación del Cálculo sobre bases sólidas, fue el primero en abordar el tema en forma rigurosa, describiendo las características propias de los conjuntos infinitos que los distinguen de los finitos. Estableció una jerarquía de infinitos, al distinguir entre conjuntos numerables y no numerables. Sus conclusiones revolucionaron el pensamiento científico del siglo XX y revelaron una nueva forma de entender la Matemática.

Cuando se trata con conjuntos infinitos, no siempre son válidas las leyes que gobiernan los conjuntos finitos, una muestra de ello es el teorema de reordenación de series propuesto por Riemmman, el cual muestra que las propiedades conmutativa y asociativa pierden validez al tratar con series condicionalmente convergentes.

La noción de infinitud aparece, no sólo en matemática, sino también se extendió a otras áreas del conocimiento, como ser Estadística, Finanzas, Actuarial, Física, Economía entre otras.

Referencias

- Berlinski, D. (2006): "El ascenso infinito" Debate, Argentina.
- López, C. A. (2014): "El infinito en la historia de la Matemática". Ciencia y Tecnología, pp 277-298.
- Luque, B. (2014): "Radicales infinitamente jerarquizados". Investigación y Ciencia, 86-88.
- Meyer, P. (1992): "Probabilidad y aplicaciones estadísticas". Addison-Wesley Iberoamericana, EE.UU.
- Piñeiro, E. (2015): "Cantor. El infinito en matemáticas. Lo incontable es lo que cuenta".Grandes ideas de la ciencia, Buenos Aires.
- Spina del, V. W. (2009): "Cálculo Superior". Nueva Librería, Argentina.

Consultas web:

- El Universo es realmente infinito en el espacio, pero es finito por el tiempo (2018) http://www.conec.es//Consultado 30/08/2018.
- Reconsideran el infinito, en forma plural (2013) https://www.clarin.com/ Consultado 27/08/2018.
- Publicada la última teoría de Stephen Hawking: no vivimos en un Universo infinito (2018) http://www.abc.es/ Consultado 30/08/2018.

Modelos Económicos Dinámicos Continuos: Interacción entre Oferta y Precio en un Contexto Inflacionario

Parma, Andrea Parma[1] y Fernandez, María José[2]
[1]Universidad de Buenos Aires. Facultad de Ciencias Económicas. CIMBAGE - IADCOM
[2]Universidad de Buenos Aires. Facultad de Ciencias Económicas. CONICET - Universidad de Buenos Aires. Instituto Interdisciplinario de Economía Política de Buenos Aires (IIEP- BAIRES)
[1]andreaparma38@gmail.com, [2]mariaj.fernan@gmail.com

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras clave: Ecuaciones diferenciales, Modelos económicos dinámicos, *Mathematica.*

Resumen

Las ecuaciones diferenciales ordinarias son herramienta elemental para el análisis de modelos dinámicos en las Ciencias Económicas. Es fundamental que los alumnos puedan comprender como se comporta la solución y bajo qué condiciones existe convergencia.

En este trabajo se desarrolla un modelo dinámico económico continuo, donde se determinan las trayectorias temporales del precio y de la oferta, sobre ciertos supuestos referidos a las tasas instantáneas de cambio de ambas funciones, teniendo en cuenta a su vez, que el precio se modifica a través del tiempo como resultado de la inflación.

Para el estudio de este modelo se emplea como recurso tecnológico y didáctico, el programa *Mathematica*, dado que es un sistema apropiado por su capacidad para determinar en forma simbólica la solución general y particular de ecuaciones diferenciales y sistemas de ecuaciones diferenciales. Además posibilita al alumno visualizar las curvas solución, modificando, incluso, ciertos parámetros económicos.

En primer lugar se realiza un breve desarrollo teórico para la resolución de ecuaciones de segundo orden con coeficientes constantes. En segundo lugar se plantea el modelo dinámico mencionado y se obtiene las funciones de oferta y precio en forma simbólica, teniendo en cuenta un factor inflacionario constante.

Por último, se presenta un panel interactivo CDF (formato de documento computable) que permitirá al alumno realizar comparaciones, cuando se modifica el factor inflacionario o algunas de las constantes definidas en el modelo.

1. Introducción

Muchos problemas de las ciencias aplicadas se formulan, matemáticamente, por medio de la determinación de una función incógnita que satisface una ecuación en la que aparece ella y sus derivadas. Tales ecuaciones se llaman ecuaciones diferenciales.

Los sistemas dinámicos estudian la evolución de una magnitud a lo largo del tiempo *t*. Dicha evolución ha de seguir una ley en forma de ecuación, y el objetivo es hallar el valor de dicha variable en cualquier tiempo *t* de un dominio temporal determinado. Si el dominio temporal es discreto, estamos trabajando en el ámbito de la dinámica discreta; si por el contrario, el dominio temporal no es discreto, como por ejemplo un intervalo real, estamos trabajando en el ámbito de la dinámica continua.

Las ecuaciones diferenciales lineales de orden 2 con coeficientes constantes completas tienen numerosas aplicaciones en la dinámica económica.

El objetivo de este trabajo es presentar una aplicación económica de este tipo de ecuaciones diferenciales. Se utiliza el programa *Mathematica* para hallar la solución general y particular de este modelo. Además, se construye un panel interactivo CDF con el objetivo de analizar el comportamiento de trayectorias temporales continuas. La utilización de estar herramientas, derivan en su capacidad para obtener la solución de ecuaciones diferenciales y sistemas de ecuaciones diferenciales en forma simbólica, en la potencialidad de brindar un entorno atractivo para la representación de las curvas solución y la posibilidad que brinda el programa para modificar ciertos parámetros económicos que permiten analizar la convergencia de las trayectorias temporales en forma ventajosa.

2. Ecuaciones Diferenciales Lineales de Segundo Orden con Coeficientes Constantes

Las ecuaciones diferenciales de 2º orden con coeficientes constantes homogéneas (Apostol, 1999) son aquellas que responden a la expresión $a_1 y''(x)+a_2 y'(x)+a_3 y(x)=0 \quad a_1 \neq 0$. Su solución, llamada solución complementaria $y_c(x)$, se vincula con las raíces de la ecuación característica $a_1 r^2 + a_2 r + a_3 = 0$ de la siguiente forma:

$$r_1 \in \Re \wedge r_2 \in \Re \wedge r_1 \neq r_2 \Rightarrow y_c(x)=C_1\, e^{r_1 x}+C_2 e^{r_2 x}$$

$$r_1 \in \Re \wedge r_2 \in \Re \wedge r_1 = r_2 \Rightarrow y_c(x)=C_1\, e^{r_1 x}+C_2\, x\, e^{r_1 x}$$

$$r_1 = h+vi \in C \wedge r_2 = h-vi \in C \Rightarrow y_c(x)=e^{r_1 x}(C_1\, sen\ v x + C_2 \cos\ v x)$$

Si la ecuación diferencial es completa del tipo $a_1 y''(x)+a_2 y'(x)+a_3 y(x)=f(x) \quad a_1 \neq 0$, su solución general es $y(x)=y_c(x)+y_p(x)$, donde $y_p\ (x)$ es una solución particular de la ecuación diferencial dada y depende de la forma funcional de *f*(*x*).

En particular, si tenemos una ecuación diferencial con la siguiente forma: $a_1 y''(x)+a_2 y'(x)+a_3 y(x)=b \quad a_1 \neq 0 \wedge b \neq 0$, la solución particular $y_p\ (x)$ va a ser:

- Si $a_3 \neq 0$, entonces $y_p = \dfrac{b}{a_3}$.
- Si $a_3 = 0 \wedge a_2 \neq 0$, la solución particular será $y_p = \dfrac{b}{a_2} x$.
- Si $a_3 = a_2 = 0$, será $y_p = \dfrac{b}{2a_1} x^2$.

3. Modelo Dinámico Continuo de Oferta y Precio

La oferta puede ser entendida como la cantidad de bienes y servicios que los productores están dispuestos a poner a la venta en el mercado teniendo en cuenta ciertas variables, entre ellas el precio al cual se puede ofrecer dicho bien. Es posible realizar un análisis estático o dinámico de la oferta. En el primer caso, consiste en estudiar el nivel de oferta en un momento dado. En el segundo caso, resulta relevante estudiar los cambios instantáneos en las cantidades ofrecidas, y estudiar su posible convergencia hacia algún nivel de oferta equilibrio.

Como la oferta depende principalmente del nivel de precios y a su vez, el nivel de precios depende de la oferta, resulta interesante poder estudiar la interacción entre ellos. Además, si resultara necesario estudiar el cambio instantáneo de ambas variables económicas, podremos representar su movimiento e interacción a partir de ecuaciones diferenciales ordinarias.

Los precios resultan ser una variable dinámica, y se modifican a través del tiempo por varias causas. Una de ellas puede ser la inflación, que en este modelo se simboliza como $f(t)$. Si se considera que además de la inflación, la tasa de cambio del precio respecto al tiempo es proporcional a la diferencia entre la oferta S en un tiempo t y alguna oferta de equilibrio S_0, podemos representar la tasa instantánea de cambio de precio como:

$$\frac{dP}{dt} = f(t) - k_1(S - S_0) \qquad (1)$$

$$k_1 > 0$$

Si $S > S_0$, la oferta es demasiado grande y el precio tiende a decrecer $\left(\frac{dP}{dt} < 0\right)$, mientras que si $S < S_0$, la oferta es demasiado pequeña y el precio tiende a incrementarse $\left(\frac{dP}{dt} > 0\right)$.

También es posible representar la tasa de cambio de la oferta como una proporción a la diferencia entre el precio y algún precio de equilibrio P_0:

$$\frac{dS}{dt} = k_2(P - P_0) \qquad (2)$$

$$k_2 > 0$$

Si $P < P_0$, el precio es demasiado bajo, por lo tanto la oferta decrece $\left(\frac{dS}{dt} < 0\right)$. De lo contrario, si $P > P_0$, el precio es muy alto, la oferta aumenta $\left(\frac{dS}{dt} > 0\right)$.

Para estudiar la solución particular de cada ecuación, se resuelve el modelo a través del *Mathematica*. Para ello, se considera al factor inflacionario constante, es decir $f(t) = a / a \in \Re$

En primer lugar, se obtiene $S(t)$ de la ecuación (1) a través del comando "Solve" que luego se sustituye en la ecuación (2):

```
Solve[P'[t] == a - k₁ (S[t] - s₀), S[t]]
```

$$\left\{\left\{S[t] \to \frac{a + k_1 s_0 - P'[t]}{k_1}\right\}\right\}$$

$$S[t\_] := \frac{a + k_1 s_0 - P'[t]}{k_1}$$

```
Solve[S'[t] == k₂ (P[t] - p₀), P''[t]]
```

$$\{\{P''[t] \to -k_1 k_2 (P[t] - p_0)\}\}$$

Se genera una ecuación diferencial de 2º orden con coeficientes constantes completa. Se resuelve dicha ecuación para obtener la trayectoria del precio:

```
DSolve[{P''[t] == -k₁ k₂ (P[t] - p₀)}, P[t], t]
```

$$\left\{\left\{P[t] \to C[2] \operatorname{Cos}\left[t \sqrt{k_1} \sqrt{k_2}\right] + C[1] \operatorname{Sin}\left[t \sqrt{k_1} \sqrt{k_2}\right] + p_0\right\}\right\}$$

Se reemplaza $P(t)$ en la ecuación (1) y se obtiene la curva oferta.

$$P[t\_] := C[2] \operatorname{Cos}\left[t \sqrt{k_1} \sqrt{k_2}\right] + C[1] \operatorname{Sin}\left[t \sqrt{k_1} \sqrt{k_2}\right] + p_0$$

```
P'[t]
```

$$C[1] \operatorname{Cos}\left[t \sqrt{k_1} \sqrt{k_2}\right] \sqrt{k_1} \sqrt{k_2} - C[2] \operatorname{Sin}\left[t \sqrt{k_1} \sqrt{k_2}\right] \sqrt{k_1} \sqrt{k_2}$$

```
S[t]
```

$$\frac{a - C[1] \operatorname{Cos}\left[t \sqrt{k_1} \sqrt{k_2}\right] \sqrt{k_1} \sqrt{k_2} + C[2] \operatorname{Sin}\left[t \sqrt{k_1} \sqrt{k_2}\right] \sqrt{k_1} \sqrt{k_2} + k_1 s_0}{k_1}$$

Finalmente, se obtienen los valores de las constantes $C[1]$ y $C[2]$, considerando $S(0) = s_0$ y $P(0) = p_0$

```
Solve[{S[0] == s₀, P[0] == p₀}, {C[1], C[2]}]
```

$$\left\{\left\{C[1] \to \frac{a}{\sqrt{k_1} \sqrt{k_2}}, C[2] \to 0\right\}\right\}$$

Reemplazando los valores de las constantes, se obtienen las curvas $P(t)$ y $S(t)$

$$P[t]\ /.\ \left\{\left\{C[1] \to \frac{a}{\sqrt{k_1}\ \sqrt{k_2}},\ C[2] \to 0\right\}\right\}$$

$$\left\{\frac{a\,\mathrm{Sin}\left[t\sqrt{k_1}\ \sqrt{k_2}\right]}{\sqrt{k_1}\ \sqrt{k_2}} + p_0\right\}$$

$$S[t]\ /.\ \left\{\left\{C[1] \to \frac{a}{\sqrt{k_1}\ \sqrt{k_2}},\ C[2] \to 0\right\}\right\}$$

$$\left\{\frac{a - a\,\mathrm{Cos}\left[t\sqrt{k_1}\ \sqrt{k_2}\right] + k_1 s_0}{k_1}\right\}$$

El comando "DSolve" del *Mathematica* permite obtener también la resolución simbólica de sistemas de ecuaciones diferenciales. A continuación, se obtiene la solución del modelo enunciado:

$$m = \mathrm{DSolve}[\{\{P'[t] == a - k_1 (S[t] - s_0),\ S'[t] == k_2 (P[t] - p_0)\},\ \{P[0] == p_0,\ S[0] == s_0\}\},\ \{P[t],\ S[t]\},\ t]$$

$$\left\{\left\{P[t] \to \frac{a\,\mathrm{Sin}\left[t\sqrt{k_1}\ \sqrt{k_2}\right] + \mathrm{Cos}\left[t\sqrt{k_1}\ \sqrt{k_2}\right]^2 \sqrt{k_1}\ \sqrt{k_2}\ p_0 + \mathrm{Sin}\left[t\sqrt{k_1}\ \sqrt{k_2}\right]^2 \sqrt{k_1}\ \sqrt{k_2}\ p_0}{\sqrt{k_1}\ \sqrt{k_2}},\right.\right.$$

$$\left.\left. S[t] \to \frac{-a\,\mathrm{Cos}\left[t\sqrt{k_1}\ \sqrt{k_2}\right] + a\,\mathrm{Cos}\left[t\sqrt{k_1}\ \sqrt{k_2}\right]^2 + a\,\mathrm{Sin}\left[t\sqrt{k_1}\ \sqrt{k_2}\right]^2 + \mathrm{Cos}\left[t\sqrt{k_1}\ \sqrt{k_2}\right]^2 k_1 s_0 + \mathrm{Sin}\left[t\sqrt{k_1}\ \sqrt{k_2}\right]^2 k_1 s_0}{k_1}\right\}\right\}$$

$$\frac{a\,\mathrm{Sin}\left[t\sqrt{k_1}\ \sqrt{k_2}\right] + \sqrt{k_1}\ \sqrt{k_2}\ p_0}{\sqrt{k_1}\ \sqrt{k_2}}\ /.\ \{a \to 0.05,\ k_1 \to 0.5,\ k_2 \to 0.5,\ p_0 \to 25,\ s_0 \to 40\}$$

$$2.\ (12.5 + 0.05\,\mathrm{Sin}[0.5\,t])$$

$$\frac{a - a\,\mathrm{Cos}\left[t\sqrt{k_1}\ \sqrt{k_2}\right] + k_1 s_0}{k_1}\ /.\ \{a \to 0.05,\ k_1 \to 0.5,\ k_2 \to 0.5,\ p_0 \to 25,\ s_0 \to 40\}$$

$$2.\ (20.05 - 0.05\,\mathrm{Cos}[0.5\,t])$$

4. Utilización de Paneles Interactivos para Observar Trayectorias Temporales

Se programó un panel interactivo CDF (formato de documento computable) con el *Mathematica*. Para ello, se emplea el comando *Manipulate que permite la* selección y modificación de los parámetros del modelo y el comando *Plot* para visualizar los gráficos de la trayectoria temporal del precio y la oferta. El panel posibilita al alumno realizar comparaciones, cuando se modifica el factor inflacionario o algunas de las constantes definidas en el modelo. Se indica también la ecuación de ambas trayectorias temporales, que se transforman a medida que varían los valores de las variables. A continuación se desarrollan 3 situaciones diferentes para el modelo económico continuo abordado.

4.1. Situación 1

Para poder representar la oferta y la demanda, se consideran los siguientes valores para los parámetros del modelo: $a = 0.05 \quad k_1 = k_2 = 0.5 \quad p_0 = 25 \quad s_0 = 40$

Es decir, un ajuste moderado en ambas variables y una inflación constante del 5%.

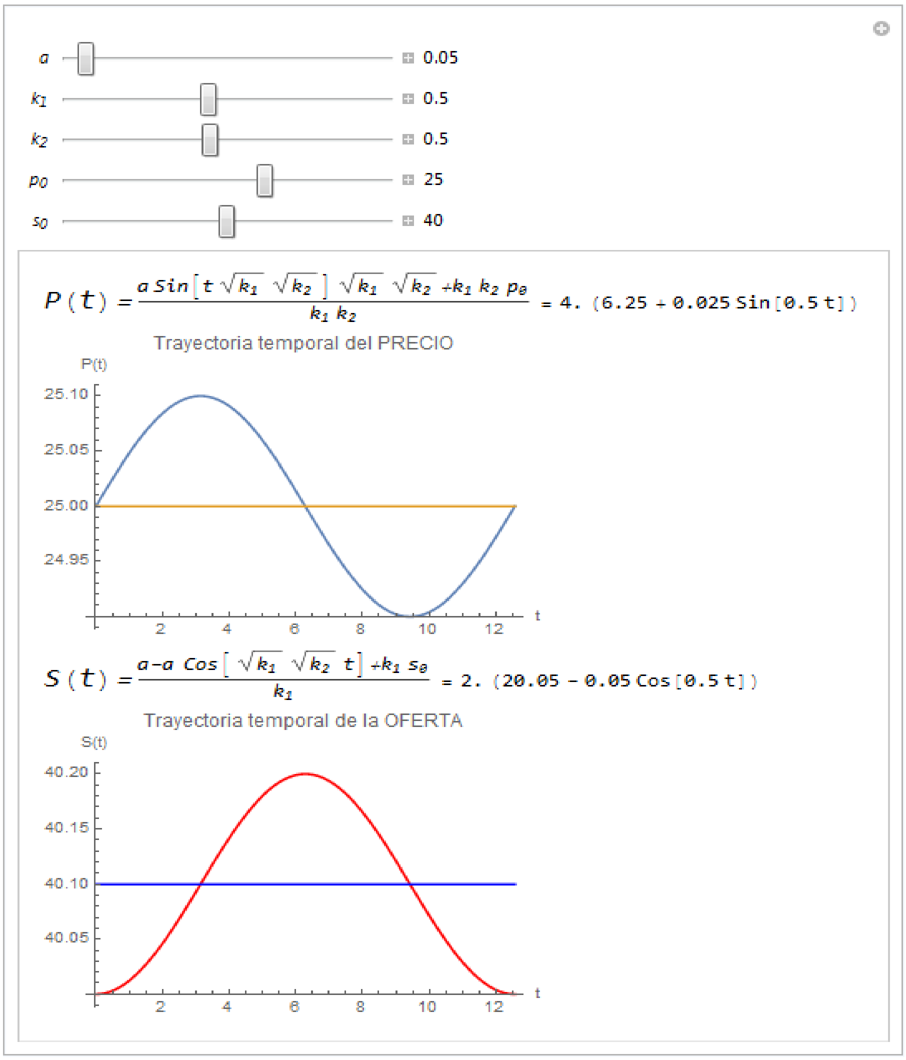


Figura 1. Situación 1

El precio fluctúa uniformemente alrededor de $p_0 = 25$ y la oferta alrededor de $\dfrac{a}{k_1} + s_0 = 40.1$ con período $t = \dfrac{2\pi}{\sqrt{k_1 k_2}} = 4\pi$. El precio anticipa a la oferta por un tiempo igual a un cuarto del período $\dfrac{1}{4}t$.

Si el precio es máximo en un tiempo *t*, la oferta máxima ocurre $\dfrac{1}{4}t$ más tarde, es decir en $t + \dfrac{1}{4}T$.

4.2. Situación 2

En este caso, se analiza la posibilidad que el ajuste sea total, se mantiene una inflación constante del 5%. Es decir, se consideran los siguientes valores para los parámetros del modelo:

$$a = 0.05 \quad k_1 = k_2 = 1 \quad p_0 = 25 \quad s_0 = 40$$

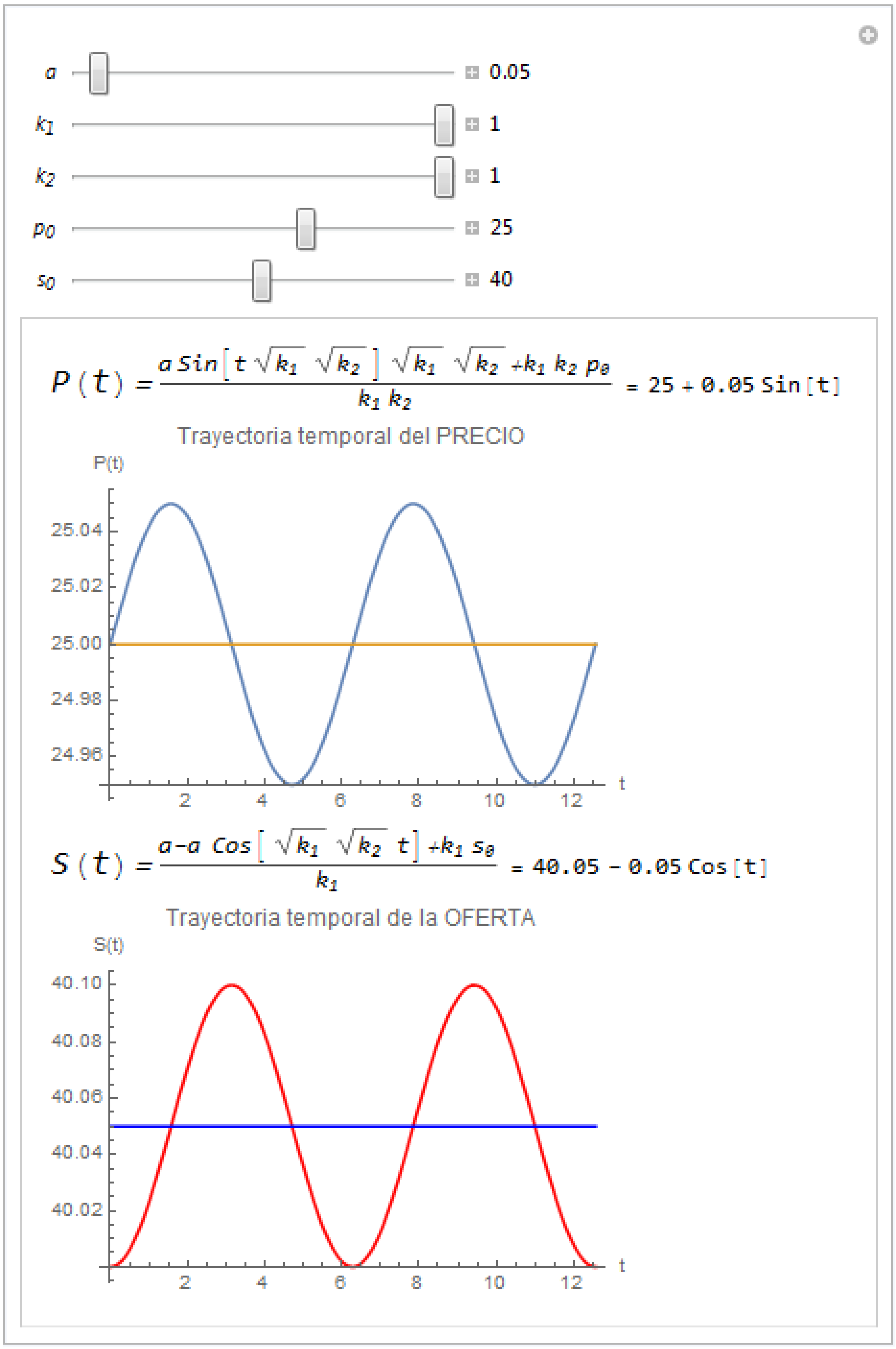


Figura 2. Situación 2

El precio fluctúa uniformemente alrededor de $p_0 = 25$ y la oferta alrededor de $\frac{a}{k_1} + s_0 = 40.1$ con

período $T = \frac{2\pi}{\sqrt{k_1 k_2}} = 2\pi$.

En esta situación vemos que la fluctuación es más violenta, debido a la sobrerreacción del ajuste respecto a la situación 1.

4.3. Situación 3

Por último, se busca analizar la trayectoria temporal si no existiese factor inflacionario, por lo tanto:

$$a = 0 \qquad k_1 = k_2 = 0.5 \qquad p_0 = 25 \qquad s_0 = 40$$

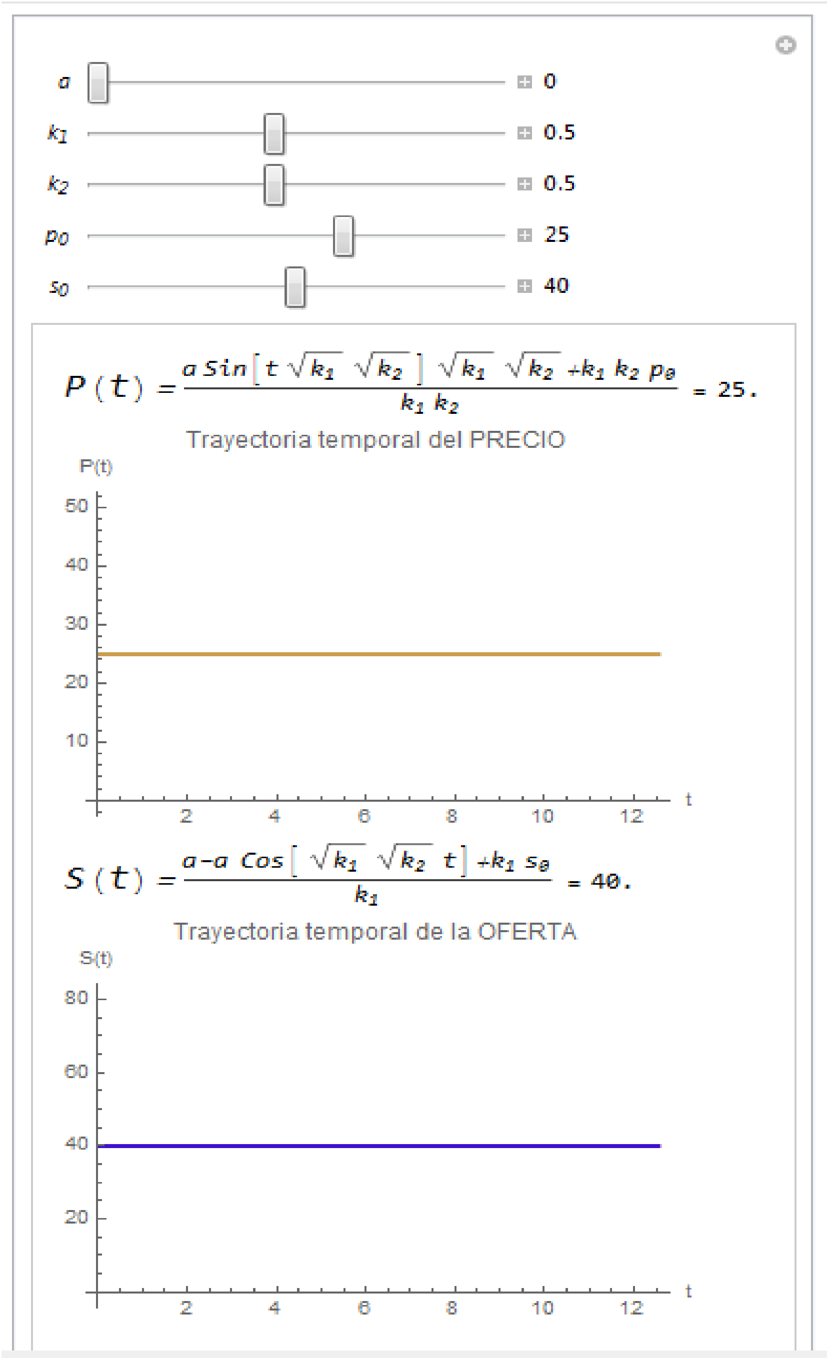


Figura 3. Situación 3

Si no existe factor inflacionario (a=0), el precio y la oferta son constantes y desaparece la oscilación alrededor de los niveles de equilibrio.

Resulta interesante poder analizar varias alternativas de ajuste y varios niveles de inflación, con el objetivo de estudiar diferentes trayectorias.

5. Conclusiones

La aplicación de herramientas teóricas estudiadas en las materias de área matemática a modelos económicos concretos, resulta muy atractiva para los alumnos porque incentiva el análisis profundo de la utilidad de las mismas en el transcurso de la carrera y el ejercicio profesional. En particular, el uso de ecuaciones diferenciales es vital para el estudio dinámico de situaciones micro y macroeconómicas. Mostrar a los alumnos de pluralidad de modelos económicos que apliquen ecuaciones diferenciales ampliará la conexión entre las materias del área matemática con las del área económica.

El empleo del formato CDF ofrece la posibilidad de realizar representaciones interactivas, que podrán ser incorporadas fácilmente por los docentes en diapositivas, informes, libros, aplicaciones y objetos de web. Esta herramienta informática resulta interesante, porque se pueden realizar análisis sin la necesidad de estar *online*, es fácilmente transportable y es de uso gratuito. Además, es posible realizar visualizaciones online en plataformas virtuales de enseñanza.

Resulta importante que el docente elabore secuencias de actividades donde los sistemas de cálculo simbólico sean considerados como recursos didácticos habituales. Esto facilitará, sin duda alguna, la adquisición de conceptos matemáticos por parte de los estudiantes. Además, acercar la teoría matemática con la inmediata aplicabilidad al análisis de fenómenos económicos posibilitará la generación de conclusiones relevantes.

Agradecimientos

Los autores agradecen a la Facultad de Ciencias Económicas y al Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET).

0Referencias Bibliográficas

- Apostol, T. (1999). *Calculus*. Volumen 2, México, Reverté S.A.
- Castillo, E.; Iglesias, A.; Gutiérrez, J.; Alvarez, E.; Cobo, A. (1996). *Mathematica*. Madrid, Paraninfo.
- Chiang, A. (1999). *Métodos Fundamentales de Economía Matemática*. México, Editorial McGraw-Hill.
- Gandolfo, G. (1976). *Métodos y modelos matemáticos de la dinámica económica*. Madrid, Tecnos.
- Shone, R. (2002). *Economic Dynamics: Phase Diagrams and their economic application*. Cambridge University Press. US.
- Spiegel, M. (1983). *Ecuaciones Diferenciales aplicadas*. México, Prentice-Hall Hispanoamericana S.A.
- Troparevsky, M.; Garcia, R. (1997). *Matemática con Mathematica*. Buenos Aires, Nueva Librería.
- Wolfram, S. (1991).Mathematica. Illinois,Addison-Wesley Publishing Company, Inc.

Redes Neuronales Ltann (Laplace Transform Artificial Neuronal Networks)

García, Roberto Armando – Bianco, María José
Facultad de Ciencias Económicas, UBA – Facultad de Ciencias Económicas, UBA
robertogarcia@economicas.uba.ar – mariajose.bianco@economicas.uba.ar

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Neuronas y Redes Artificiales, Transformada de Laplace, Aplicaciones

Resumen

A diferencia de laprogramación utilizada en computación tradicional para resolver un problema, las redes neuronales artificiales (ANN) no requieren de una secuencia de instrucciones que indique a la computadora el procedimiento que debe seguir. Una red neuronal artificial es entrenada y aprende a partir de un conjunto de datos de entrada hasta responder en forma adecuada. Una vez entrenada la red es capaz de resolver problemas con nuevos datos de entrada. El volumen y la variedad de datos disponibles en la actualidad, así como la velocidad de crecimiento de ellos (Big Data) hacen de las Redes Neuronales Artificiales un modelo apropiado y ventajoso para resolver muchos problemas de Economía y Finanzas como la previsión de la evolución de precios, la valoración del riesgo de créditos o la identificación de falsificaciones y anomalías.En este trabajo se introducen los conceptos básicos sobre Redes Neuronales Artificiales, la estructura y topología de la red, su funcionamiento y entrenamiento, como así también sus ventajas y aplicaciones. El trabajo se focaliza en un nuevo tipo de red neuronal, *the Laplace transform artificial neural network* (LTANN). En esta red se propone utilizar la transformada de Laplace en lugar de los pesos ordinarios y una función lineal de activación de una neurona artificial. Esta clase de redes permite el uso de la computación neuronal en nuevas áreas con problemas similares a los del campo de los sistemas de control. Es tarea para un futuro cercano desarrollar algoritmos de aprendizaje más efectivos para este tipo de redes.

Introducción

Un grupo de investigadores, inspirados en la capacidad del cerebro humano de pensar, recordar y resolver problemas han desarrollado un modelo computacional que imite o adopte las distintas funciones básicas del cerebro. El resultado ha sido una nueva tecnología llamada *Computación Neuronal* o también *Redes Neuronales Artificiales*.

Una red neuronal artificial es un conjunto de neuronas artificiales conectadas entre sí para formar una red que imita a una red neuronal biológica (Graupe, 2013).

Las redes neuronales pueden definirse como redes interconectadas masivamente en paralelo de elementos de proceso simples (usualmente adaptativos) y con organización jerárquica, las cuales intentan interactuar con objetos del mundo real del mismo modo que lo hace el sistema nervioso biológico (Matich, 2001).

Debido al gran potencial que esta tecnología ofrece, muchos profesionales de diferentes áreas como la ingeniería, la economía, las telecomunicaciones, la medicina, psicología, etc., están encontrando aplicaciones en sus respectivas profesiones.

Características de las Redes Neuronales Artificiales

Las Redes Neuronales Artificiales, ANN (Artificial Neural Networks) están inspiradas en las redes neuronales biológicas del cerebro humano. Están constituidas por elementos que se comportan de forma similar a la neurona biológica en sus funciones más comunes. Estos elementos están organizados de una forma parecida a la que presenta el cerebro humano y presentan una serie de características propias del éste último, por ejemplo, aprenden de la experiencia, generalizan de ejemplos previos a ejemplos nuevos y abstraen las características principales de una serie de datos. (Olabe, 1998)

- Aprender: las ANN pueden cambiar su comportamiento en función del entorno. Se les muestra un conjunto de entradas y ellas mismas se ajustan para producir unas salidas consistentes.
- Generalizar: las ANN generalizan automáticamente debido a su propia estructura y naturaleza. Estas redes pueden ofrecer, dentro de un margen, respuestas correctas a entradas que presentan pequeñas variaciones debido a los efectos de ruido o distorsión.
- Abstraer: algunas ANN son capaces de abstraer la esencia de un conjunto de entradas que aparentemente no presentan aspectos comunes o relativos.

Estructura básica de una Red Neuronal Artificial (ANN)

Las redes neuronales constan de *unidades elementales de proceso* PE (process element): las neuronas, conectadas unas con otras.

Una neurona tiene varias entradas y las combina, normalmente con una suma básica ponderada, obteniéndose la *entrada neta o global*. La entrada global es modificada por una *función de transferencia* y el valor de la salida de esta función de transferencia se pasa directamente a la salida del elemento procesador (Olabe, 1998).

Los valores de entrada se multiplican por *pesos sinápticos* que modifican la influencia que cada entrada tiene en el valor neto o global.

En la Figura 1 se muestra el esquema de una neurona artificial con $n+1$ entradas $x_0, x_1, \dots, x_n$ cada una con su correspondiente peso $w_0, w_1, \dots, w_n$

La señal de salida es enviada a través de canales de comunicación unidireccionales a otras neuronas de la red; en estos canales la señal se modifica de acuerdo con la sinapsis (el peso w_{ij}) asociado a cada uno de ellos según una determinada regla. Las señales moduladas que llegan a esa otra neurona, la unidad j-ésima, se combinan generando la entrada total u_j

$$u_j = \sum_{i=0}^{n} w_{ij} . x_i \qquad (1)$$

La salida de la neurona está dada por la fórmula

$$y_j = f(u_j) = f\left(\sum_{i=0}^{n} w_{ij} . x_i\right) \qquad (2)$$

Donde

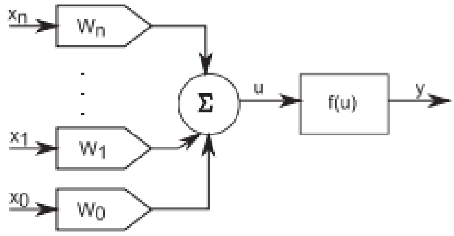
x_i: entradas

n: número de entradas

w_{ij}:pesos correspondientes a la sinapsis entre la unidad i y la j

u_j:entrada total o neta a la unidad j

f:función de transferencia o de activación



Fuente: (Szymczyk & Szymczyk, 2015)

Figura 1 Esquema de una neurona artificial

Entre las unidades o neuronas que forman una red neuronal artificial existe un conjunto de conexiones que unen unas con otras. Cada unidad transmite señales a aquellas que están conectadas con su salida. Asociada con cada unidad U_j hay una función de activación o transferencia que transforma la entrada neta de la neurona en una señal de salida $y_j = f\left(u_j(t)\right)$

El vector que contiene las salidas de todas las neuronas en un instante t es

$$Y(t) = (y_1(t), y_2(t), \dots, y_N(t)) \qquad (3)$$

$$Y(t) = (f_1(u_1(t), f_2(u_2(t), \dots, f_N(u_N(t)) \qquad (4)$$

Donde N es la cantidad de neuronas de la red.

La función de activación

Una neurona biológica puede estar activa (excitada) o inactiva (no excitada); es decir, que tiene un "estado de activación" (Matich, 2001). Las neuronas artificiales también tienen diferentes estados de activación; algunas de ellas solamente dos, al igual que las biológicas, pero otras pueden tomar cualquier valor dentro de un conjunto determinado. La *función de activación* calcula el estado de actividad de una neurona; transformando la entrada global (menos el umbral,Θ_i) en un valor (estado) de activación, cuyo rango normalmente va de (0 a 1) o de (–1 a 1). Esto es así, porque una neurona puede estar totalmente inactiva (0 o –1) o activa (1). La funciónactivación, es una función de la entrada global (Net_io u_i) menos el umbral (Θ_i). Las funciones de activación más comúnmente utilizadas se detallan a continuación:

1-Función escalón de Heaviside

$$y = f(u) = \begin{cases} 0 & \text{si } u < 0 \\ 1 & \text{si } u \geq 0 \end{cases} \qquad (5)$$

La forma más fácil de definir la activación de una neurona es considerar que ésta es binaria. La función de transferencia escalón se asocia a neuronas binarias en las cuales cuando la suma de entradas es mayor o igual que el umbral de la neurona la activación es 1; si es menor la activación es 0 o -1. Las redes formadas por este tipo de neuronas son fáciles de implementar en hardware, pero a menudo sus capacidades están limitadas.(García Martínez, Pasquini, & Servente, 2003)

2- Función lineal y mixta

$$y = f(u) = \begin{cases} -1 \text{ si} & u \leq -\frac{1}{a} \\ a.u \text{ si} & -\frac{1}{a} < u < \frac{1}{a} \\ 1 & \text{si } u \geq \frac{1}{a} \end{cases} \qquad (6)$$

3- Función sigmoidea

$$y = f(u) = \frac{1}{1+e^{-ku}} \qquad (7)$$

4- Función tangente hiperbólica (Figura 5)

$$y = f(u) = \frac{e^{ku}-e^{-ku}}{e^{ku}+e^{-ku}} \qquad (8)$$

La topología de la red

Las configuraciones de las redes construidas presentan aspectos muy diferentes, pero tienen un aspecto común, el ordenamiento de las neuronas en *capas* o niveles. A partir de su situación dentro de la red se pueden distinguir tres tipos de capas:

a- De entrada: es la capa que recibe directamente la información de las fuentes externas de la red.

b- Ocultas: son internas a la red y no tienen contacto directo con el exterior. Una red puede no tener capas ocultas, tener algunas o el número de ellas puede ser elevado. Las neuronas de las capas ocultas pueden estar interconectadas de distintas maneras, lo que determina, junto con su número, la topología de la red neuronal.

c- De salida: transfieren información de la red hacia el exterior.

La red más simple es un grupo de neuronas ordenadas en una capa.Las redes multicapa se forman con un grupo de capas simples en cascada.

Formas de conexión entre neuronas.

La señal de salida de un nodo puede ser una entrada de otra unidad de proceso o incluso ser una entrada de sí mismo (conexión *autorrecurrente*). Cuando ninguna salida de las neuronas es entrada de neuronas del mismo nivel (conexiones laterales) o de niveles precedentes la red es de propagación hacia adelante o *feedforward*. Sin embargo, en un gran número de redes multicapas se conectan las salidas de capas posteriores a las entradas de neuronas de niveles previos o anteriores, en cuyo caso la red es de propagación hacia atrás o *feedback*.

El algoritmo de aprendizaje utilizado para encontrar los pesos de la red.

Durante el proceso de aprendizaje, los pesos de las conexiones de la red se modifican y convergen gradualmente hacia los valores que hacen que cada entrada produzca los valores de salida deseados en respuesta a una información de entrada. Se destruyen, crean y modifican conexiones entre las neuronas.El algoritmo se ejecuta iterativamente hasta que la red aprende a producir la respuesta deseada (Rojas, 2013). En general se suelen considerar dos tipos de aprendizajes: *supervisado* y *no supervisado*. La diferencia fundamental entre ambos tipos estriba en la existencia o no de un agente externo (supervisor) que controle el proceso de aprendizaje de la red.(García Martínez, Pasquini, & Servente, 2003)

a- Aprendizaje supervisado: a partir de un conjunto de datos de entrenamiento (entrada) se ajustan los pesos de las conexiones para que la salida de la red se aproxime a la deseada (Figura 5).

b- Aprendizaje no supervisado: La red no recibe información del entorno y debe encontrar las características, regularidades, correlaciones o categorías que se puedan establecer entre los datos de entrada.

La transformada de Laplace en Redes Neuronales

El modelo de la transformada de Laplace de una neurona artificial (Szymczyk & Szymczyk, 2015) se muestra en la Figura 2 a y su descripción matemática se desarrolla a continuación.

Si asumimos que:

$X_i(s) = \mathcal{L}\{x_i(t)\}\,, U(s) = \mathcal{L}\{u(t)\}$y $Y(s) = \mathcal{L}\{y(t)\}$, podemos escribir:

$$U(s) = \sum_{i=0}^{n} G_{XU_i}(s).X_i(s) \tag{9}$$

$$Y(s) = G_{UY}(s).U(s) \tag{10}$$

Después de introducir la Ec. (9) en la Ec. (10) obtenemos:

$$Y(s) = G_{UY}(s).\sum_{i=0}^{n} G_{XU_i}(s).X_i(s) \tag{11}$$

$$Y(s) = \sum_{i=0}^{n} G_{UY}(s).G_{XU_i}(s).X_i(s) \tag{12}$$

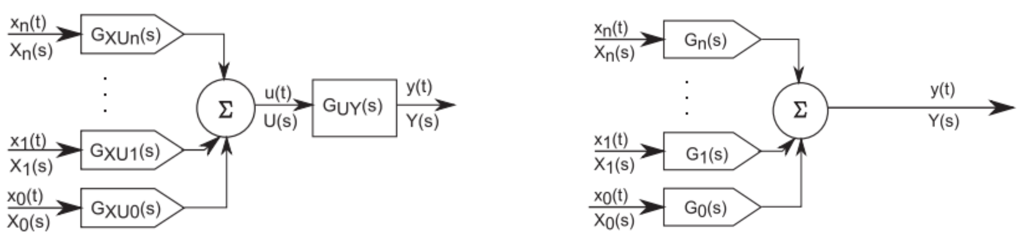
Si definimos una nueva función:

$$G_i(s) = G_{UY}(s).G_{XU_i}(s) \tag{13}$$

La Ec. (12) se transforma en:

$$Y(s) = \sum_{i=0}^{n} G_i(s).X_i(s) \tag{14}$$

La Ec. (14) es el modelo matemático simplificado de la neurona artificial de la transformada de Laplace que se muestra en la Figura 2 b.



a-LTAN b-LTAN (modelo simplificado)

Fuente: (Szymczyk & Szymczyk, 2015)

Figura 2: Laplace Transform Artificial Neuron

En este modelo la i-ésima función de transferencia (o transmitancia) está dada por:

$$G_i(S) = \frac{\sum_{l=0}^{\beta_i} b_{i,l} s^l}{\sum_{j=0}^{\alpha_i} a_{i,j} s^j} \qquad (15)$$

Donde:

i índice que identifica a cada una de las entradas

j grado de un término dado del polinomio divisor

α_i grado del polinomio divisor

l grado de un término dado del polinomio numerador

β_i grado del polinomio numerador

Si utilizamos notación vectorial y matricial podemos escribir el vector de funciones de transferencia como:

$$G(s) = [G_1(s) G_2(s) \ \ldots \ G_n(s)] \quad (16)$$

Y el vector de entradas:

$$X^T(s) = [X_0(s) \quad X_1(s) \quad \ldots \quad X_n(s)] (17)$$

Usando la notación introducida en las ecuaciones (16) y (17) podemos reescribir la ecuación (III-6) del siguiente modo:

$$Y(s) = G(s).X(s) \qquad (18)$$

Utilizando las neuronas anteriormente descriptas es posible crear un nuevo tipo de redes neuronales, LTNN (*Laplace transform neural network*).La red neuronal LTANN más simple está formada por una solo capa de neuronas. Todas las neuronas LTAN tienen entradas conectadas a entradas externas de la red y la salida de cada neurona está directamente conectada a la salida de la red al exterior. La Figura 3 muestra las conexiones.

El vector de entradas es:

$$X^T(s) = [X_0(s) \quad X_1(s) \quad \ldots \quad X_n(s)] \qquad (20)$$

El vector de salidas es:

$$Y^T(s) = [Y_0(s) \quad Y_1(s) \quad \ldots \quad Y_m(s)] \qquad (21)$$

La matriz de transformación de la función de transferencia:

$$F(s) = \begin{bmatrix} F_{00}(s) F_{01}(s) \ldots & F_{0n}(s) \\ F_{10}(s) F_{11}(s) \ \ldots & F_{1n}(s) \\ \vdots \quad \vdots & \vdots \\ F_{m0}(s) F_{m1}(s) \ \ldots & F_{mn}(s) \end{bmatrix} (22)$$

Utilizando la notación de las ecuaciones (20), (21) y (22) podemos escribir:

$$Y(s) = F(s).X(s) \qquad (23)$$

Cada uno de los elementos $F_{ik}(s)$ de la matriz $F(s)$ de la ecuación (22) es una función de transferencia o transmitancia y se puede expresar del siguiente modo:

$$F_{ik}(s) = \frac{\sum_{l=0}^{\beta_{ik}} b_{(ik),l} s^l}{\sum_{j=0}^{\alpha_{ik}} a_{(ik),j} s^j} \quad (24)$$

Donde:

i: índice correspondiente a una cierta entrada

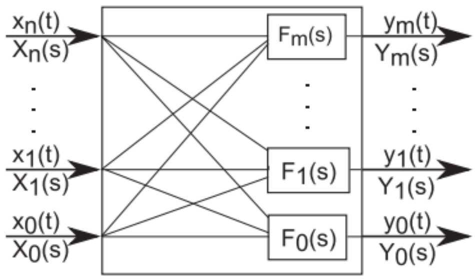
k: índice correspondiente a una cierta salida

j: grado de un término genérico del polinomio denominador

l: grado de un término genérico del polinomio numerador

α_i: grado del polinomio numerador

β_i: grado del polinomio denominador



Fuente:(Szymczyk & Szymczyk, 2015)

Figura 3: LTANN (Laplace Transform Artificial Neuronal Network)

El procedimiento de aprendizaje supervisado de la red consiste en la modificación iterativa de los coeficientes $a_{(ik),j}$y $b_{(ik),l}$ de forma tal de minimizar el valor$\Theta(s)$ dado por:

$$\Theta(s) = Z(s) - Y(s) \quad (25)$$

Donde $Z(s)$ es el vector de valores conocido de las señales de salida de la red en repuesta al vector de entradas $X(s)$. Por otro lado,$Y(s)$ es el vector de valores reales de salida de la red en respuesta al vector de entradas $X(s)$.

Aplicaciones de las Redes Neuronales Artificiales

La mayoría de las aplicaciones consisten en buscar patrones en una serie de datos, hacer clasificacioneso construir una señal a partir de valores parciales o reconstruir el patrón correcto partiendo de uno distorsionado.Últimamente está creciendo el uso de redes neuronales en los sistemas de control y en el modelado, identificación y control de sistemas con dinámicas no lineales. Las redes LTANN ofrecen ventajas sobre las típicas cuando éstas no resultan apropiadas a la hora de tomar en cuenta la dinámica de algunos sistemas.

Algunas aplicaciones de las redes neuronales artificiales agrupadas por áreas de interés para las Ciencias Económicas son:

Empresa

Predicción de crisis, quiebras bancarias. Reconocimiento de caracteres escritos y del habla. Selección de personal (identificación de candidatos para posiciones específicas).Modelado de sistemas para automatización y control de procesos .Inspección de calidad. Optimización del uso de recursos escasos

Finanzas

Predicción del comportamiento de las acciones en el mercado de valores. Detección de fraudes. Evaluación y procesos de créditos (credit scoring). Modelos de riesgos para inversores. Análisis de carteras de inversión. Previsión de evolución de precios. Predicción de tasas de interés.

Agro

Clasificación de productos agrícolas. Predicción de cosechas. Identificación del estado de madurez de frutas

Medio ambiente

Análisis de datos satelitales para la medición de variables geofísicas. Predicción de variables climáticas. Interpretación de imágenes satelitales.

Conclusiones

Este trabajo ha pretendido introducir los conceptos fundamentales en que se basa la computación neuronal y en describir las características y estructura redes neuronales artificiales. Se han enunciado algunas de las áreas en que se aplica esta técnica computacional donde su capacidad de aprender, generalizar, clasificar, predecir y reconocer patrones se pone de manifiesto. Cabe destacar que las redes neuronales artificiales son capaces de imitar y predecir el comportamiento de sistemas dinámicos sin usar ningún modelo a priori y de reconocer patrones aún cuando la información con que se alimentan esté contaminada con ruido, sea borrosa o está incompleta. El trabajo se focaliza enla presentación de una nueva red neuronal, LTANN, basada en la transformación de Laplace cuyo aprendizaje se basa en el ajuste de los coeficientes de funciones de transferencia en lugar de los pesos de las redes tradicionales. Los sistemas neuronales son adaptables a situaciones cambiantes, pero requierengrandes volúmenes de datos y tiempo para su entrenamiento. Esta técnica, junto con otras pertenecientes al área de la Inteligencia Artificial, será utilizada para desarrollar aplicaciones profesionales de las Ciencias Económicas en el marco del Proyecto UBATIC 2018-2019 titulado “Desde el Conocimiento Matemático hacia la Adquisición de Técnicas Cuantitativas para las Ciencias Económicas” a cargo del Departamento Pedagógico de Matemática de la Facultad de Ciencias Económicas con la coordinación de los autores de este trabajo.

Apéndice

La transformada de Laplace

La transformada de Laplace$\mathcal{L}\{f(t)\}$de una función $f(t)$ definida en $[0,+\infty)$es otra función $F(s)$ de variable compleja $s=\sigma+i\omega$ según la integral impropia (James & Burley, 2002):

$$F(s)=\int_0^{+\infty} e^{-st} f(t)dt=\lim_{N\to+\infty}\int_0^N e^{-st} f(t)dt \quad (26)$$

Función de Transferencia

La dinámica de algún sistema para el cual la variable $y(t)$representa la respuesta (salida) del sistema al término $x(t)$ de compulsión o excitación (entrada) está modelada por una ecuación diferencial como la siguiente:

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \cdots + a_0 y(t) = b_m x^{(m)}(t) + b_{m-1} x^{(m-1)}(t) + \cdots + b_0 x(t) \quad (27)$$

Aplicando la transformada de Laplace y suponiendo que todas las condiciones iniciales son nulasse llega a:

$$(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_0) Y(s) = (b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_0) X(s) \quad (28)$$

La función de transferencia del sistema se define como:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m s^m + \cdots + b_0}{a_n s^n + \cdots + a_0} (29)$$

$$Y(s) = H(s).X(s) (30)$$

Referencias

- Figueredo-Ávila, G. A., & Ballesteros-Ricaurte, J. A. (2016). Fruit rrpeness identification with artificial neural networks - A review. *Revista Ciencia y Agricultura*, *13*(1), 117-132. https://doi.org/10.19053/01228420.4811
- García Martínez, R., Pasquini, D., & Servente, M. (2003). *Sistemas inteligentes*. Nueva Librería.
- Graupe, D. (2013). *Principles of artificial neural networks* (Vol. 7). World Scientific.
- James, G., & Burley, D. (2002). *Matemáticas avanzadas para ingeniería*. Pearson Educación.
- Jiménez Caballero, J. L., & Ruiz Martínez, R. J. (2000). Las redes neuronales en su aplicación a las finanzas. *Banca & Finanzas*, *54*, 19-26.
- Matich, D. J. (2001). Redes Neuronales: Conceptos básicos y aplicaciones. *Cátedra de Informática Aplicada a la Ingeniería de Procesos–Orientación I*.
- Nagle, R. K., Saff, E. B., & Snider, A. D. (2001). *Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera*. Pearson Educación.
- Olabe, X. B. (1998). Redes neuronales artificiales y sus aplicaciones. *Publicaciones de la Escuela de Ingenieros 101pp*.
- Rojas, R. (2013). *Neural Networks: A Systematic Introduction*. Springer Science & Business Media.
- Szymczyk, P., & Szymczyk, M. (2015). Classification of geological structure using ground penetrating radar and Laplace transform artificial neural networks. *Neurocomputing*, *148*, 354-362.

Ecuaciones Diferenciales de Segundo Orden Aplicadas al Equilibrio de Mercado

Acinas, Sonia Ester – Paz, Marta Elisa – Veralli, Fabiana Edit
Facultad de Ciencias Económicas y Jurídicas de la Universidad Nacional de La Pampa
sonia.acinas@gmail.com - martaepaz@hotmail.com.ar - fabianae90@yahoo.com

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Ecuaciones diferenciales de segundo orden, Equilibrio de mercado, Comportamiento del precio

Resumen

La modelación matemática es el proceso mediante el cual se describen situaciones del mundo real en términos matemáticos con el objeto de estudiar problemas que surgen, por ejemplo, en física, química, ingeniería y ciencias sociales y económicas.
Existen diversas formas de describir matemáticamente una amplia gama de entornos reales y en este trabajo nos focalizaremos en el modelo de equilibrio de oferta y demanda que emplea Ecuaciones Diferenciales.
En primer lugar, daremos una definición muy general de estas herramientas matemáticas y presentaremos algunas características que permiten clasificarlas. Luego, enumeraremos algunas propiedades del conjunto de soluciones de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de Segundo Orden y mostraremos la forma de las soluciones de aquellas ecuaciones que tienen coeficientes constantes.
A continuación, emplearemos Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de Segundo Orden para modelar el problema de equilibrio de mercado en contextos donde el precio y la cantidad dependen continuamente del tiempo, y las funciones de oferta y de demanda varían de acuerdo a las expectativas de oferentes y consumidores sobre el precio. Presentaremos ejemplos en los cuales tales funciones de oferta y de demanda son combinaciones lineales del precio y de sus derivadas de primer y segundo orden. Por último, a partir del estudio analítico y gráfico de las soluciones de las Ecuaciones Diferenciales planteadas, veremos si existe estabilidad en el precio y la cantidad a lo largo del tiempo.

Ecuaciones Diferenciales

Una Ecuación Diferencial (ED) es cualquier ecuación en la que interviene una variable dependiente que es la función incógnita y sus derivadas con respecto a una o más variables independientes.
Las ecuaciones diferenciales se clasifican de acuerdo a:

- Su tipo:

Ordinarias: interviene sólo una variable independiente y por tanto todas las derivadas que aparecen son ordinarias. Simbólicamente, una ED Ordinaria (EDO) es $F\big(x, y(x), y'(x), y''(x), \cdots, y^n(x)\big) = F(x, y, y', y'', \cdots, y^n) = 0$ donde $y(x)$ es la incógnita.

En Derivadas Parciales: interviene más de una variable independiente de modo que las derivadas que aparecen en ella son parciales. Simbólicamente, un ED en Derivadas Parciales (EDP) es $F\big(x, y, z, u(x, y, z), u_x, u_y, u_z, u_{xx}, u_{yy}, u_{zz}, u_{xy}, \cdots, u_{xyzz}\big) = 0$ donde u=u(x,y,z) es la incógnita que depende de más de una variable independiente.

- Su orden:

El orden de una ED es el orden de la derivada más alta que aparece en ella. En forma general, una EDO de orden n-ésimo para y=y(x) es $F(x, y, y', y'', \cdots, y^n) = 0$.

- Su linealidad:

Se dice que la EDO de orden n dada por $F(x, y, y', y'', \cdots, y^n) = 0$ es lineal si F es una función lineal de las variables $y, y', y'', \cdots, y^n$. Simbólicamente, una EDO Lineal (EDOL) de orden n tiene la forma $a_n(x)y^n + a_{n-1}(x)y^{n-1} + \cdots + a_1(x)y' + a_0(x)y = g(x)$ siendo las funciones $a_i(x)$ para $i = 0,1, \ldots, n$ y $g(x)$ los coeficientes de la EDOL. Una EDO que no es de la forma anterior se dice No Lineal (EDONL).

Ejemplos:

a) $x^2y' + y'' \tan x = 0$ es una EDOL de Segundo Orden.

b) $x^2(y')^2 + y'' \tan x = 0$ una EDONL de Segundo Orden.

c) $y'' + 3y' + 5y = 0$ es una EDOL de Segundo Orden con coeficientes constantes.

Solución de una EDO

Una solución de la EDO $F(x, y, y', y'', \cdots, y^n) = 0$ sobre el intervalo (a,b) es una función $y = \Phi(x)$ tal que existen sus derivadas $\Phi'(x), \Phi''(x), \ldots, \Phi^n(x)$ y se satisface $F\left(x, \Phi(x), \Phi'(x), \Phi''(x), \cdots, \Phi^n(x)\right) = 0$ para cada x$\in$ (a,b).

Resulta sencillo comprobar que una función dada $y = y(x)$ es solución de una EDO pues basta calcular sus derivadas, sustituir en la EDO y observar que se obtiene una identidad.

Si $y = \Phi(x)$ es una solución de una EDO, su representación geométrica es la gráfica de $\Phi(x)$ y se la llama curva solución.

Problemas de Valores Iniciales

Cuando se plantea una EDO sujeta al cumplimiento de ciertas condiciones impuestas a la función incógnita y sus derivadas en el mismo valor de la variable independiente, de ahora en adelante "condiciones iniciales", se está frente a un Problema de Valores Iniciales (PVI).

Ecuaciones Diferenciales Lineales de orden 2

La EDOL de la forma $y'' + g(x)y' + h(x)y = 0$ se denomina Homogénea (EDOLH) siendo las funciones $g(x)$ y $h(x)$ los coeficientes de la EDOLH.

El Principio de Superposición afirma que si y_1 e y_2 son soluciones de la EDOLH, entonces

$$c_1y_1 + c_2y_2 \qquad (1)$$

también es solución de la EDOLH donde c_1 y c_2 son números reales cualesquiera.

Además, si y_1 e y_2 son soluciones linealmente independientes de la EDOLH, todas las soluciones de la EDOLH se obtienen de (1) eligiendo apropiadamente las constantes c_1 y c_2. En este caso, se dice que $y_{gh} = c_1y_1 + c_2y_2$ es la solución general de la EDOLH.

La EDOL de la forma $y'' + g(x)y' + h(x)y = r(x)$ se denomina No Homogénea (EDOLNH) si la función $r(x)$ no es idénticamente nula.

La solución general de la EDOLNH está dada por la suma de la solución general de la EDOLH y una solución particular de la EDOLNH. Es decir, si llamamos y_{gnh} a la solución general de la EDOLNH, y_{gh} a la solución general de la EDOLH e y_{pnh} a una solución particular de la EDOLNH entonces $y_{gnh} = y_{gh} + y_{pnh}$.

La existencia y unicidad de solución del PVI

$$\begin{cases} y'' + g(x)y' + h(x)y = r(x) \\ y(x_0) = y_0 \\ y'(x_0) = y'_0 \end{cases} \qquad (2)$$

sobre todo un intervalo [a,b] y siendo x_0, y_0, y'_0 números reales, está garantizada cuando las funciones $g(x)$, $h(x)$ y $r(x)$ son continuas en [a,b] y $x_0 \in (a, b)$.

Si $y = y(x_0, y_0, y'_0)$ es solución del PVI (2), ésta se obtiene a partir de la solución general de la EDOLNH dada por $y_{gnh} = c_1y_1 + c_2y_2 + y_{pnh}$, donde y_{pnh} es una solución particular de la EDOLNH, y_1 e y_2 son soluciones linealmente independientes de la EDOLH, c_1 y c_2 son un par de números reales que hacen que se satisfagan las condiciones iniciales $y(x_0) = y_0$ e $y'(x_0) = y'_0$.

En general, las EDOLNH de Segundo Orden no pueden resolverse explícitamente en término de funciones elementales y debe recurrirse a procesos infinitos. Sin embargo, cuando los coeficientes de las EDOLNH son funciones constantes es posible hallar fácilmente todas las soluciones como veremos a continuación.

Ecuaciones Diferenciales Lineales de orden 2 con coeficientes constantes

Consideremos la EDOLH de la forma

$$y'' + gy' + hy = 0 \qquad (3)$$

donde los coeficientes g y h son funciones constantes.

Dado que la función $y(x) = e^{mx}$ tiene derivadas que son múltiplos de ella, dicha función es solución de la ED (3) siempre que m verifique la ecuación característica $m^2 + gm + h = 0$.

Pueden presentarse tres situaciones diferentes para las raíces m_1 y m_2 de la ecuación característica.

Si m_1 y m_2 son números reales y distintos, la solución general de (3) es $y_{gh} = c_1e^{m_1x} + c_2e^{m_2x}$.

Si m_1 y m_2 son números complejos conjugados, digamos $m_1 = a + ib$ y $m_2 = a - ib$ entonces la solución general de (3) es $y_{gh} = e^{ax}[c_1\cos(bx) + c_2\mathrm{sen}(bx)]$.

Si la ecuación característica tiene una raíz real de multiplicidad 2, entonces $m_1 = m_2 = -\frac{g}{2}$ y la solución general de (3) es $y_{gh} = c_1e^{-\frac{g}{2}x} + c_2xe^{-\frac{g}{2}x}$.

Ahora consideremos la EDOLNH

$$y'' + gy' + hy = r \qquad (4)$$

donde los coeficientes p, q y r son constantes.

Una solución particular de (4) es la función constante dada por $y_{pnh} = \frac{r}{h}$ si $h \neq 0$.

Si $h = 0$, entonces una solución particular de (4) es la función lineal $y_{pnh} = \frac{r}{g}x$ si $g \neq 0$.

Si $g = h = 0$, entonces una solución particular de (4) está dada por la función cuadrática $y_{pnh} = \frac{r}{2}x^2$.

Resumiendo, $y_{gh} = \begin{cases} c_1 e^{m_1 x} + c_2 e^{m_2 x} & \text{si } m_1, m_2 \in R \text{ y si } m_1 \neq m_2 & (5) \\ e^{ax}[c_1 \cos(bx) + c_2 \operatorname{sen}(bx)] & \text{si } m_1 = a + ib \text{ y } m_2 = a - ib & (6) \\ c_1 e^{-\frac{g}{2}x} + c_2 x e^{-\frac{g}{2}x} & \text{si } m_1 = m_2 = -\frac{g}{2} & (7) \end{cases}$

Y una solución particular está dada por $y_{pnh} = \begin{cases} \frac{r}{h} & \text{si } h \neq 0 & (8) \\ \frac{r}{g}x & \text{si } g \neq 0 & (9) \\ \frac{r}{2}x^2 & \text{si } g = h = 0 & (10) \end{cases}$.

Modelo económico: Oferta y Demanda

Desarrollaremos un modelo de equilibrio de oferta y demanda que emplea ED partiendo de los siguientes supuestos:

1) Un mercado en competencia perfecta. Para ello suponemos un mercado donde se encuentran quienes desean vender sus productos y otros que esperan adquirirlos; es decir, oferentes representando a los productores y demandantes, a los consumidores, con sus pretensiones e intereses. Cado uno expresará el precio y la cantidad que desean vender y adquirir a través del libre mercado, hasta el punto en que sus pretensiones coincidan, la oferta sea igual a la demanda y entonces el mercado esté en equilibrio.

2) En el análisis no se considerarán otros factores que puedan afectar a la demanda y a la oferta, tales como el precio de otros bienes complementarios y/o suplementarios, el ingreso de los consumidores, etc.; es decir, supondremos una condición Ceteris Paribus[14].

3) Las funciones de demanda y oferta, como también los precios serán continuos. Si bien en determinadas circunstancias no es apropiado subdividir indefinidamente los precios o las unidades de un bien, asumiremos que dichas variables discretas se pueden aproximar con un buen grado de precisión por variables continuas.

Planteo de la situación del mercado

Consideraremos la oferta y demanda de un bien cualquiera en donde **p** es el <u>precio por unidad del bien en cualquier tiempo</u> **t**, es decir, **p** es una función de **t** y escribimos **p=p(t).**

[14] Supuesto económico desarrollado por Alfred Marshall, muy usado para facilitar la aplicación de modelos abstractos, el cual implica que en un análisis económico las demás variables que puedan afectar el fenómeno bajo análisis permanecen constantes.

La demanda de un bien cualquiera, o sea las cantidades del bien que los consumidores desean adquirir por unidad de tiempo en cualquier tiempo **t** se indica por $D(t)$ y depende no sólo del precio **p** sino también del comportamiento que los consumidores creen que tendrán los precios, o sea depende de la tasa de cambio o derivada de $\mathbf{p(t)}$ que notamos con $\mathbf{p' = p'(t).}$ Entonces, la demanda está dada por $D(t) = D\big(p(t), p'(t)\big)$.

Análogamente la oferta de un bien cualquiera, es decir las cantidades que los productores ofrecen por unidad de tiempo en cualquier tiempo **t,** se denota por $S(t)$ que depende del precio $\mathbf{p(t)}$ y de su tasa de cambio $\mathbf{p'(t)}$, por lo tanto $S(t) = S\big(p(t), p'(t)\big)$.

El **equilibrio del mercado** determinará el precio $\mathbf{p(t)}$ del bien en cualquier tiempo ***t*** cuando la **demanda y la oferta coincidan en t**, o sea, $D\big(p(t), p'(t)\big) = S\big(p(t), p'(t)\big)$ que es una EDO de Primer Orden para determinar $\mathbf{p(t).}$

Expectativas sobre el precio

De aquí en adelante, supondremos además que para tomar la decisión los oferentes y consumidores tendrán en cuenta los posibles cambios del precio debido a la influencia del contexto. Bajo esta nueva premisa, el precio variará de acuerdo a las expectativas de los partícipes del mercado y de la coyuntura económica en la que estén inmersos. Por ejemplo: ¿cómo va a modificarse la oferta y demanda hoy, si esperan que en el futuro, por determinadas circunstancias, los precios aumenten considerablemente?; o, por el contrario, ¿cómo serán dichas funciones si se espera que en un futuro el precio del bien disminuya? En otras palabras, las decisiones se tomarán en función del precio en el momento actual y de la tendencia del precio pues ésta genera expectativas sobre los precios en el futuro..

Para considerar estas expectativas en el modelo matemático, se debe suponer que las funciones de oferta y demanda no sólo dependen de p y p' sino también de p''.

Plantearemos las nuevas funciones de oferta y demanda respectivamente por $S(t) = S(p(t), p'(t), p''(t))$ y $D(t) = D(p(t), p'(t), p''(t))$ y supondremos que las funciones S(t) y D(t) son lineales en $p(t)$, $p'(t)$ y $p''(t)$. Entonces $D(t) = A - a_0p(t) + a_1p'(t) + a_2p''(t) = 0$ y $S(t) = B + b_0p(t) + b_1p'(t) + b_2p''(t) = 0$ donde $A, a_0, B, b_0 > 0$ son valores constantes que representan el supuesto ceteris paribus, a_1, a_2, b_1 y b_2 representan las expectativas que tienen los demandantes y oferentes del mercado y $a_2 \neq b_2$.

Por ejemplo, $b_1>0$ indica que en el futuro el precio aumentará y por ende hoy los compradores prefieren aumentar sus adquisiciones porque luego pagarán un precio más alto. Cuando el mercado está en equilibrio tenemos $D(t) = S(t) \Leftrightarrow A - a_0p(t) + a_1p'(t) + a_2p''(t) = B + b_0p(t) + b_1p'(t) + b_2p''(t)$. Entonces, el precio $p(t)$ satisface la EDOLNH con coeficientes constantes $(a_2 - b_2)p''(t) + (a_1 - b_1)p'(t) - (a_0 + b_0)p(t) + (A - B) = 0$. Luego $p''(t) + \frac{a_1 - b_1}{a_2 - b_2}p'(t) - \frac{a_0 + b_0}{a_2 - b_2}p(t) =$

$\frac{B-A}{a_2-b_2}$ es una EDOLNH de Segundo Orden con coeficientes constantes del tipo (4) con función incógnita p(t) y cuya solución general se determina mediante las fórmulas (5) a (10).

Luego, a partir de la familia de funciones que satisfacen la EDOLNH y una situación inicial para la función $p(t)$ y para la derivada $p'(t)$, podremos analizar el comportamiento del precio del mercado a través del tiempo. También será posible obtener la cantidad del bien en función del tiempo y observar cómo varían estas funciones ante las distintas expectativas sobre los precios.

Aplicación práctica del modelo

En los siguientes casos obtendremos la función precio que dependerá del tiempo, observaremos cómo varían las funciones precio y cantidad con respecto al tiempo tanto analítica como gráficamente. Asimismo, analizaremos si existe estabilidad en el precio y la cantidad.

1) Sean $D(t) = 20 - \frac{1}{2}p(t) + 6p'(t) + 4p''(t)$ y $S(t) = -10 + \frac{1}{2}p(t) + 5p'(t) + 2p''(t)$ funciones de demanda y oferta de un determinado bien. Supongamos además que el precio del bien en t=0 es 40 unidades monetarias y que el precio está decreciendo en ese momento a razón de 10 unidades monetarias por unidad de tiempo.

El PVI asociado a la situación propuesta es $\begin{cases} p''(t) + \frac{1}{2}p'(t) - \frac{1}{2}p(t) = -15 \\ p(0) = 40 \\ p'(0) = -10 \end{cases}$

La ecuación característica asociada a la EDOLH del PVI es $m^2 + \frac{1}{2}m - \frac{1}{2} = 0$ y sus raíces son $m_1 = \frac{1}{2}$ y $m_2 = -1$. A partir de (5) tenemos $p_{gh}(t) = c_1 e^{\frac{1}{2}t} + c_2 e^{-t}$ y por (8) resulta $p_{pnh}(t) = 30$. Luego $p_{gnh}(t) = c_1 e^{\frac{1}{2}t} + c_2 e^{-t} + 30$ es la solución general de la EDOLNH del PVI.

Empleando las condiciones iniciales, determinamos los valores de las constantes c_1 y c_2 y obtenemos la solución del PVI que está dada por $p(t) = 10e^{-t} + 30$. A partir de p(t) calculamos la cantidad $q(t) = -25e^{-t} + 5$.

Determinamos que existe estabilidad en el precio pues $p(t) \xrightarrow[t\to\infty]{} 30$ y por lo tanto el precio de equilibrio es 30 unidades monetarias. A su vez, $q(t) \xrightarrow[t\to\infty]{} 5$ lo cual indica que también existe estabilidad en la cantidad con respecto al tiempo. Podemos llegar a estas mismas conclusiones observando los gráficos del precio y la cantidad con respecto al tiempo.

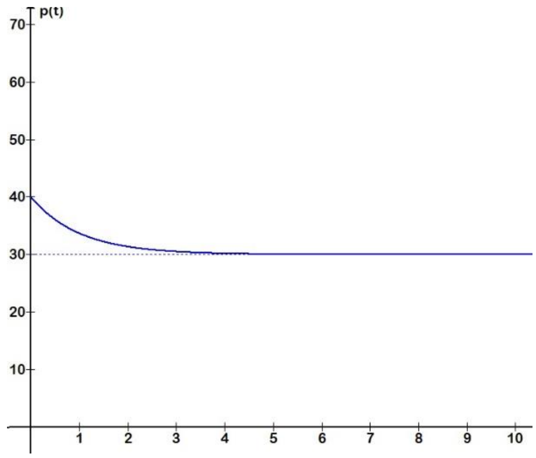


Figura 1. p(t)=10e^{-t}+30

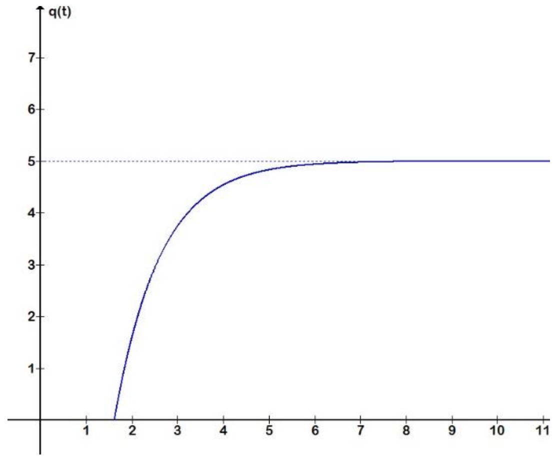


Figura 2. q(t)=-25e^{-t}+5

2) Sean $\mathrm{D(t)} = 1400 - 20\mathrm{p(t)} - 6\mathrm{p}'(t) - 9\mathrm{p}''(t)$ y $\mathrm{S(t)} = -1200 + 45\mathrm{p(t)} + 2\mathrm{p}'(t) + 7\mathrm{p}''(t)$ funciones de demanda y oferta de un determinado bien. Consideremos que el precio del bien en $t = 0$ es de 20 unidades monetarias y que el precio está creciendo en ese momento a razón de 1 unidad monetaria por unidad de tiempo.

El PVI que corresponde al enunciado es $\begin{cases} \mathrm{p}''(\mathrm{t}) + \frac{1}{2}\mathrm{p}'(\mathrm{t}) + \frac{65}{16}\mathrm{p}(\mathrm{t}) = \frac{325}{2} \\ \mathrm{p}(0) = 20 \\ \mathrm{p}'(0) = 1 \end{cases}$.

Razonando como en el caso anterior, usamos (6) para obtener $\mathrm{p_{gh}(t)} = \mathrm{e}^{-\frac{1}{4}\mathrm{t}}[\mathrm{c_1}\cos(2\mathrm{t}) + \mathrm{c_2}\mathrm{sen}(2\mathrm{t})]$ y por (8) conseguimos $\mathrm{p_{pnh}(t)} = 40$. De este modo, $\mathrm{p_{gnh}(t)} = \mathrm{e}^{-\frac{1}{4}\mathrm{t}}[\mathrm{c_1}\cos(2\mathrm{t}) + \mathrm{c_2}\mathrm{sen}(2\mathrm{t})] + 40$ es la solución general de la EDOLNH planteada. A continuación, usando las condiciones iniciales, determinamos los valores de las constantes $\mathrm{c_1}$ y $\mathrm{c_2}$ y obtenemos la solución del PVI que está dada por $\mathrm{p(t)} = \mathrm{e}^{-\frac{1}{4}\mathrm{t}}[-20\cos(2\mathrm{t}) - 2\mathrm{sen}(2\mathrm{t})] + 40$. A partir de p(t) calculamos la cantidad $\mathrm{q(t)} = \mathrm{e}^{-\frac{1}{4}\mathrm{t}}\left[-\frac{1331}{4}\cos(2\mathrm{t}) - \frac{751}{8}\mathrm{sen}(2\mathrm{t})\right] + 600$.

Concluimos que existe estabilidad en el precio pues $\mathrm{p(t)} \xrightarrow[\mathrm{t}\to\infty]{} 40$ lo cual implica que el precio de equilibrio es 40 unidades monetarias. Por otra parte, $\mathrm{q(t)} \xrightarrow[\mathrm{t}\to\infty]{} 5$ lo cual nos indica que también existe estabilidad en la cantidad con respecto al tiempo. También podemos analizar la estabilidad con respecto al tiempo mediante las trayectorias temporales del precio y la cantidad.

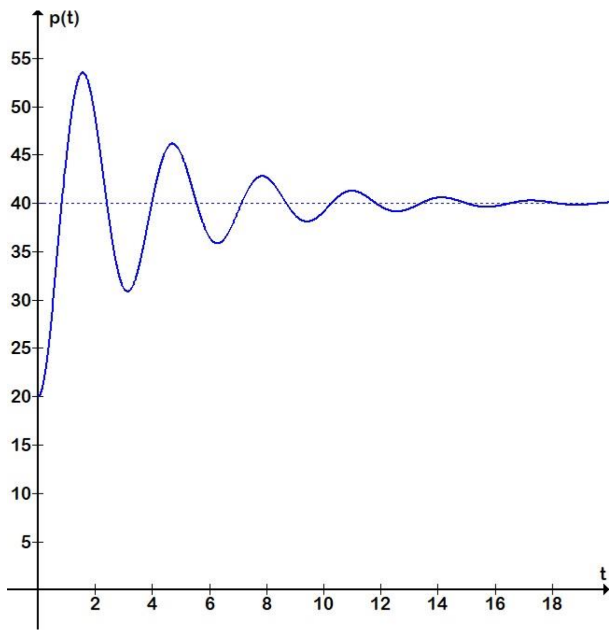


Figura 3. $p(t)=e^{-\frac{1}{4}t}[-20\cos(2t)-2\operatorname{sen}(2t)]+40$

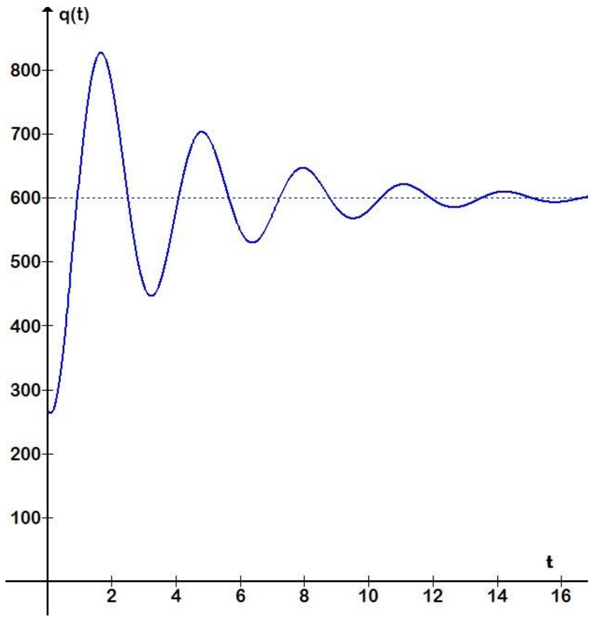


Figura 4. $q(t)=e^{-\frac{1}{4}t}\left[-\frac{1331}{4}\cos(2t)-\frac{751}{8}\operatorname{sen}(2t)\right]+600$

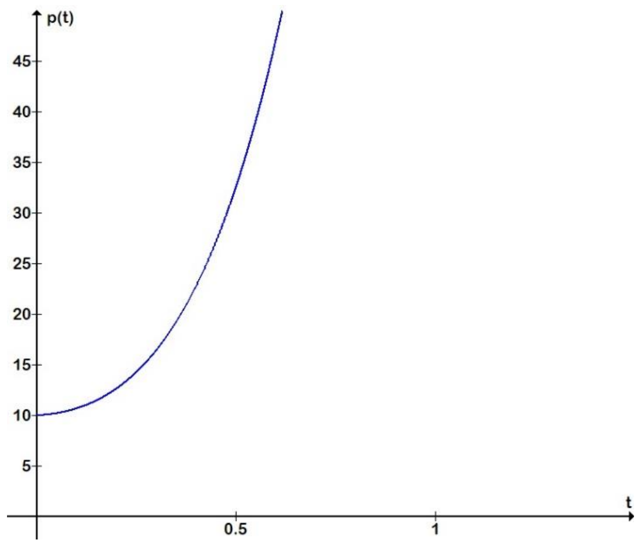
3) Sean $D(t)=70-p(t)+2p'(t)+4p''(t)$ y $S(t)=-50+3p(t)-2p'(t)+5p''(t)$ funciones de demanda y oferta de un determinado bien. En este caso, asumamos que el precio del bien en $t=0$ es 10 unidades monetarias y que el precio está creciendo en ese momento a razón de 2 unidades monetarias por unidad de tiempo.

El PVI asociado a la situación planteada es $\begin{cases} p''(t)-4p'(t)+4p(t)=120 \\ p(0)=10 \\ p'(0)=2 \end{cases}$.

Aplicando el procedimiento utilizado en los casos anteriores y usando (7) y (8) resulta que $p_{gh}(t)=c_1e^{2t}+c_2te^{2t}$ y $p_{pnh}(t)=30$, respectivamente. Luego, $p_{gnh}(t)=c_1e^{2t}+c_2te^{2t}+30$ es la solución general de la EDOLNH del PVI.

Empleando las condiciones iniciales, determinamos los valores de las constantes c_1 y c_2 y obtenemos la solución del PVI que dada por $p(t)=-20e^{2t}+42te^{2t}+30$. A partir de p(t) calculamos la cantidad $q(t)=396e^{2t}+798te^{2t}+40$.

En este caso, podemos concluir que no existe estabilidad en el precio porque $p(t)\xrightarrow[t\to\infty]{}\infty$ y en cuanto a la cantidad q(t) también observamos que tiende a infinito. Por lo tanto, no hay equilibrio. Gráficamente,



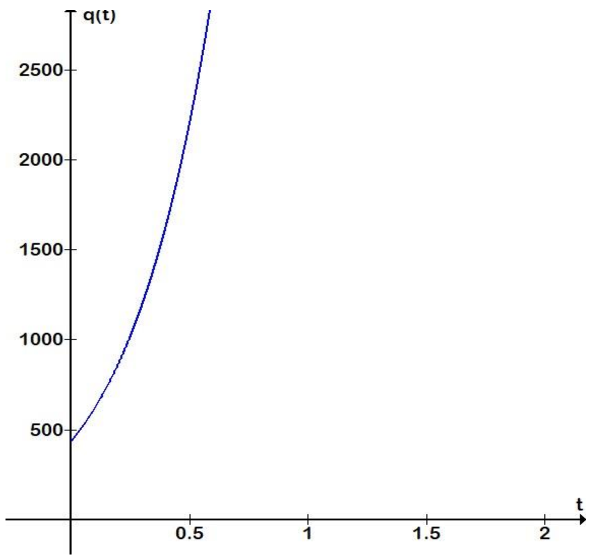


Figura 5. $p(t)=-20e^{2t}+42te^{2t}+30$

Figura 6. $q(t)=396e^{2t}+798te^{2t}+40$

Conclusiones

En este trabajo empleamos PVI con EDOLNH de Segundo Orden para estudiar el comportamiento de la oferta y de la demanda. Consideramos que estas funciones dependen del precio en un instante de tiempo dado y de las derivadas de primer y segundo orden del precio con respecto al tiempo. Es así que, la oferta y la demanda varían no sólo en función del precio sino también de acuerdo a las expectativas sobre los precios en el futuro que tengan los referentes del mercado.

El análisis de las soluciones de los PVI y su representación gráfica nos permiten determinar si existe estabilidad en los precios y en las cantidades con respecto al tiempo.

Debemos aclarar que las ED utilizadas son una representación teórica de una situación real simplificada ya que se consideran aquellos parámetros y variables más relevantes para modelar una situación hipotética mediante expresiones matemáticas. Por lo tanto, los resultados deben ser tratados e interpretados como funciones teóricas que nos dan una "aproximación" a la realidad.

Referencias

- Ayres, F. Jr. (1970). *Teoría y Problemas de Cálculo Diferencial e Integral. 2da Ed*. Colombia. McGraw-Hill Inc.
- Bonifaz, J.L & Winkelried, D. (2003). *Matemáticas para la economía dinámica. 1da Ed. Corregida*. Perú. Centro de Investigación de la Universidad del Pacifico.
- Boyce, W.E., Di Prima, R.C. (1998). *Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera.* México. Editorial Limusa - Grupo Noriega Editores.

- Demidovich, B. (1993). *Problemas y Ejercicios de Análisis Matemático.* España. Editorial Paraninfo.
- Elsgoltz, E. (1977). *Ecuaciones Diferenciales y cálculo variacional.* Rusia. Editorial MIR.
- Escobar J., H.A. (2010). *Oferta y Demanda: Un modelo matemático con Ecuaciones Diferenciales.* Revista TENDENCIAS, Vol. XI, N°2, pp 7-34. Colombia. Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas de la Universidad de Nariño.
- Ferguson, C. E. & Gould. J. P. (1975). *Teoría Microeconómica.* México. Fondo de cultura económica.
- Piskunov, N. (1994). *Cálculo Diferencial e Integral.* México. Editorial Limusa - Grupo Noriega Editores.
- Simmons, G. (1993). *Ecuaciones Diferenciales. Con aplicaciones y notas históricas.* México. McGraw – Hill.

Spiegel, M. (1983). *Ecuaciones diferenciales aplicadas.* México. Prentice-Hall Hispanoamericana S.A.