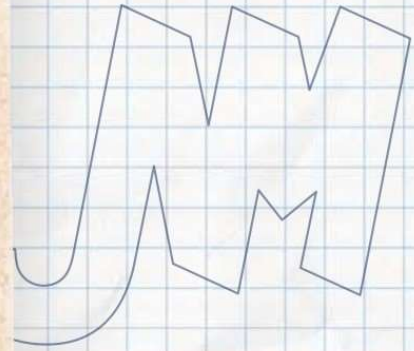


XXXVI EDICIÓN
**JORNADAS
NACIONALES
DE DOCENTES
DE MATEMÁTICA**

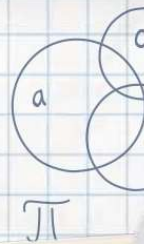
DE FACULTADES DE CIENCIAS
ECONÓMICAS Y AFINES



$$a^2 + b^2 = c^2, c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$c^2 + a^2 = b^2, c^2 - b^2 = a^2$$

21, 22 y 23
de Septiembre
2022

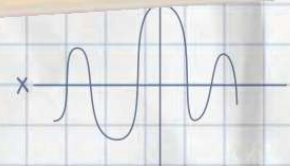


**PUBLICACIÓN DE
TRABAJOS
PRESENTADOS**



UNIVERSIDAD ADVENTISTA DEL PLATA,
Libertador San Martín, Entre Ríos

$$y = \begin{cases} x + 3y + 2z = 1 \\ 2x + 6y + 5z = 38 \\ x + 2y + 10z = 2 \end{cases}$$



Más información:

<http://36jnm.uap.edu.ar/>
xxxvijornadas@uap.edu.ar
+54 343 4918000 interno 1322



XXXVI JORNADAS NACIONALES DE DOCENTES DE MATEMÁTICA
DE FACULTADES DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y AFINES

LIBRO DE ACTAS
TRABAJOS PRESENTADOS DURANTE EL DESARROLLO DE
LAS JORNADAS

Facultad de Ciencias Económicas y de la Administración
Universidad Adventista del Plata
21, 22 y 23 de Septiembre de 2022 – Libertador San Martín
Entre Ríos

Universidad Adventista del Plata

Libro de Actas : XXXVI Jornadas Nacionales de docentes de matemática de facultades de ciencias económicas y afines / compilación de Silvia Inés Padró. - 1a ed.

- Libertador San Martín : Universidad Adventista del Plata, 2022.

Libro digital, PDF

Archivo Digital: descarga y online

ISBN 978-987-765-085-3

1. Matemática. 2. Jornadas. I. Padró, Silvia Inés, comp. II. Título.

CDD 510.72

Prohibida la reproducción total o parcial de esta publicación (texto, imágenes y diseño), su manipulación informática y transmisión ya sea electrónica, mecánica, por fotocopia u otros medios, sin permiso previo del editor.



PRESENTACIÓN

La Asociación Civil de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y afines es una entidad con personería jurídica que nuclea a todos los docentes del área matemática que ejercen sus funciones en Facultades donde se dictan carreras vinculadas a las Ciencias Económicas.

La misma surgió hace 37 años por la iniciativa de un grupo de docentes de la Universidad Nacional de Rosario, que vieron la necesidad de nuclear a colegas con las mismas inquietudes y necesidades de todo el país.

Los que tenemos a cargo las asignaturas del área matemática en Facultades de Ciencias Económicas sabemos que, si bien es importante enseñar los conceptos matemáticos, más importante es que el alumno pueda visualizar la aplicación que los mismos tienen en el campo económico y administrativo. Un concepto puede ser memorizado, y por tanto olvidado en poco tiempo. En cambio, cuando el mismo halla un significado, es mucho más fácil de que sea ingresado como un conocimiento autónomo, por lo que el futuro profesional lo tendrá “disponible” en su memoria para utilizarlo cuando así lo necesite.

Cada uno de los años en los que en forma consecutiva se han desarrollado las Jornadas, docentes de todo el país encuentran su lugar para compartir novedosas metodologías de enseñanza, nuevas aplicaciones al área económica, avances y resultados de proyectos de investigación y extensión, todo esto en tres áreas fundamentales: Matemática Aplicada, Estadística Aplicada y Educación Matemática.

Después de un año en el cual no pudimos reunirnos, el 2020, por razones mundialmente conocidas, y luego de haber pasado por la experiencia de tener que desarrollar las XXXV Jornadas en forma virtual, este año nuevamente se realizó la edición de las Jornadas en forma presencial en Libertador San Martín, Entre Ríos

Declararon de Interés Académico a las XXXVI Jornadas las siguientes Universidades:

- Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Entre Ríos (Res.CD N° 368/22)
- Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales de la Universidad Nacional de Salta (Res.Dec. N° 737/22)
- Facultad de Economía y Administración de la Universidad del Norte Santo Tomás de Aquino (Res.Dec. N° 141/22)
- Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Litoral (Res.CD. N° 678/22)
- Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Católica de Santa Fe (Res.Rec. N° 030/22)
- Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy (Res.Dec. N° 264/22)
- Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco (Res.Dec. N° 705/22)

Agradecemos en forma muy especial la colaboración de:

- Secretaría de Extensión de la Universidad Adventista del Plata
- Personal Directivo y Administrativo de la Facultad de Ciencias Económicas y de la Administración de la Universidad Adventista del Plata
- Alumnos y Docentes de la Universidad Adventista del Plata que colaboraron en todo momento durante el desarrollo de las XXXVI Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y afines

Autoridades de la Universidad Adventista del Plata

Rector

Mag. Horacio Rizzo

Vicerrector Académico

Mag. Milton Mesa

Secretario de Extensión

Prof. Carlos Ponce

Autoridades de la Facultad de Ciencias Económicas y de la Administración

Decano

Dr. Ricardo Costa Caggy

**Autoridades de la Asociación Civil de Docentes de Matemática de Facultades de
Ciencias Económicas y afines**

Presidente

Mag. Silvia Inés Padró

Vicepresidente (en uso de la Presidencia)

Esp. Diana Kohan

Secretaria

Dra. Teresita Terán

Tesorero

Esp. Sebastián Facello

Comisión Organizadora

Mag. Silvia Inés Padró

Prof. Carlos Ponce

Dr. Ricardo Costa Caggy

Comité evaluador

Bianco, María José (UBA)

Cámara, Viviana (UNL)

Caviezel, Pablo (UBA)

Digión, Marisa (UNJu)

Facello, Sebastián (UNER)

García Fronti, Verónica (UBA)

García Fronti, Javier (UBA)

Kohan, Diana (UNER)

Renaudo, Juan Antonio (UNSL)

Schneeberger, Marino (UNER)

Sosa, Nora (UNaM)

Terán, Teresita (UNR)

Compilador de la presente edición

Mag. Silvia Inés Padró (UAP y UNER)

Índice

Educación matemática

Título del trabajo	Autores	Página
Aprendemos Álgebra resolviendo problemas económicos	Schneeberger, M.; Domínguez, Y.; Fernández, M.; Blanco, M.; Lell, C. y Rodríguez, V.	4
La metodología de la evaluación y su incidencia en el rendimiento académico	Schneeberger, M.; Domínguez, Y.; Fernández, M.; Blanco, M.; Lell, C. y Rodríguez, V.	13
Impacto de los entornos virtuales en la enseñanza de la matemática: ventajas y desventajas	Bianciotti, V.; Lequin Vargas, Y.; Rodríguez, J. y Olguín, K.	22
Crecimiento y variación en el crecimiento de la canasta básica alimentaria de Argentina desde junio 2021 a mayo 2022. Una aplicación de derivadas en Cálculo.	Padró, S.; Facello, S. y Lell, C.	32
La motivación de logros en estudiantes de los primeros años de carreras de Ciencias Económicas	Sosa, N. y Sureda, S.	41
Trayectoria en el cursado de matemática desde el nivel secundario al primer año de la universidad de estudiantes ingresantes de Cs. Económicas	Astorga, A.; Álvarez, E. y Carmona, A.	51
Una estrategia de innovación en la bibliografía de Álgebra. Incorporación de códigos R	Bianco, M.J.; Fraquelli, A. y Gache, A.	61
Evaluación de competencias matemáticas en el Cálculo para Ciencias Económicas	Cámara, V. y Grisetti, S.	69
Visualización de los conceptos de combinación lineal, sistemas de generadores y subespacio generado	Santamaría, J.P.	80
Evaluación del uso de estrategias para la autorregulación del aprendizaje post pandemia	Delgado, M.; Castillo, L. y Mena, A.	92
La evaluación diagnóstica como herramienta de gestión pedagógica: diseño de un instrumento utilizando la aplicación Forms de Microsoft	Fraquelli, A. y Garcia, R.	102
Materiales didácticos empleados en los ciclos lectivos 2020, 2021 y 2022	Aisama, M.J.; Gutiérrez, P. y Soruco, O.	112
Educación virtual de emergencia: experiencias y rendimiento académico de estudiantes de primer año de una facultad de Ciencias	Mercau, S.; Holgado, L. y Marcilla, M	123
Competencias alcanzadas a través de la evaluación continua en Análisis Matemático II	May, G.; Simunovich, R.; Lequin, Y.; Rodríguez, J. y Olguín, K.	134
Análisis de indicadores para describir trayectoria educativa en una Facultad de la Universidad Nacional del Nordeste	Devincenzi, G.; Piccini, A. y Giraudo, M.	143
Tratamiento y categorización de errores en parciales de Análisis Matemático II	Olguín, K.; Lequin Vargas, Y. y May, G.	155

Estadística aplicada

Título del trabajo	Autores	Página
Procesamiento didáctico de la problemática de cadenas de Markov para estudiantes de Ciencias Económicas. Una propuesta utilizando Python en la nube	Bianco, M.J. y Salaberry, N.	165
El concepto de "Población Estadística" desde su dualidad unitaria-sistémica en el enfoque ontosemiótico de lo didáctico	Santarrone, M.A. y Meyer, R.	175
Una aplicación al cálculo de probabilidades: el agrandamiento de las familias	Caviezel, P. y Ziberka, A.	187
El clasificador probabilístico. Bayes ingenuo	Ghersj, L.	197
El valor agregado bruto a precios básicos de la República Argentina como pronóstico de modelos estadísticos de series de tiempo	Belcastro, N. y Bogoni, G.	206
El sector alojamiento y su papel en la cadena de valor del sector turístico de la provincia de Chubut: análisis univariado y multivariado	Belcastro, N. y Bogoni, G.	215
Aplicación de regresión logística para el análisis de la deserción en los alumnos de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Salta	Quintana Medina, M. y Batista, E.	226
Rendimiento académico en Estadística de los estudiantes de la FCEco UNER antes y después de la pandemia de COVID 19	Ávila, O. y D'Iorio, S.	237
Rendimiento académico: la influencia de la pandemia. El caso de Estadística y Probabilidad de la FCE/UNRC	Curti, S.; Regolini, M. y Videla, M.	246
Relaciones causales entre aspectos de educación virtual y aprendizaje adquirido	Closas, H.; de Castro, I.; Franchini, N.; Dusicka, A.; Cruz, R.; Jovanovich, C. y Kuc, L.	256
Estimación de pérdidas potenciales en escenarios de estrés financiero	Brufman, J.; Miliá, D. y Falcone M.	268

Matemática aplicada

Título del trabajo	Autores	Página
Principio económico de oferta y demanda frente a distintos escenarios	García Venturini, A. y Fajfar, P.	277
Aproximación discreta de distribuciones para el análisis de sensibilidad de modelos económicos. Una aplicación de la cuadratura gaussiana	Fabris, J.	290
Introducción a la programación de Python a través de la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias	García Fronti, V. y Dotta, M.	302
Fibonacci y la proporción áurea aplicada a los mercados	Facello, S.	315

Educación Matemática

Aprendemos Álgebra Resolviendo Problemas Económicos

Lic. Schneeberger Marino - Cr. Domínguez Fernando Yusef - Prof. Fernández Melisa - Prof. Blanco Mariana - Prof. Lell Cecilia - Cra. Rodríguez María V.

Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Entre Ríos - Facultad de Ciencias Económicas
marino.schneeberger@uner.edu.ar – fernandoyusef.dominguez@uner.edu.ar – melisa.fernandez@uner.edu.ar -
mariana.blanco@uner.edu.ar - cecilia.lell@uner.edu.ar - virginia.rodriguez@uner.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Aprendizaje, Fortalecimiento, Aplicaciones económicas, Metodologías innovadoras, Rendimiento académico

Resumen

El objetivo de esta ponencia es presentar algunos aspectos relevantes de un proyecto de innovación ejecutado denominado “Aprendemos Álgebra Resolviendo Problemas Económicos”.

La finalidad del mismo fue motivar de manera más eficiente la participación de los estudiantes que cursaron la asignatura Álgebra aplicada a las Ciencias Económicas y de Álgebra Aplicada, durante el primer cuatrimestre de este año, en la construcción de sus conocimientos y en la consolidación de sus aprendizajes desde el inicio de su trayectoria en la universidad.

Se pretendió con esta actividad contribuir a la profundización en la comprensión de los distintos temas y, particularmente, de aquellos que son más relevantes por sus futuras aplicaciones, incorporando la metodología de taller y las herramientas tecnológicas de uso libre disponibles, actuales y acordes a los tiempos en que vivimos; para los estudiantes que tuvieran disposición para esto, ya que los talleres no son obligatorios sino voluntarios en cuanto a su asistencia, y se desarrollaron de modo extracurricular, en días y horarios previstos desde el inicio de la cursada.

Además, con la implementación de este tipo de acciones, esperamos lograr que las mismas sean motivadoras para los estudiantes, contribuyendo de esta forma a fomentar su interés y compromiso, con la finalidad de alcanzar mejores resultados.

Cabe destacar que estas instancias, y empleando esta metodología, potencian el intercambio no sólo entre estudiantes y docentes, sino también entre los propios estudiantes.

1 Desarrollo

La cátedra de Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas se encuentra desde hace años en un proceso de mejora de las prácticas de enseñanza.

Es así que los proyectos de innovación adquieren un rol central para la asignatura, permitiendo el diseño y la ejecución de propuestas extra curriculares que resultan fundamentales para proponer formas innovadoras de enseñar, mediadas por tecnologías, que colocan al estudiante en rol protagónico en la adquisición de saberes.

En particular el proyecto de innovación “Aprendemos Álgebra Resolviendo Problemas Económicos”, se delineó para motivar de manera eficiente la participación de los estudiantes que cursan la asignatura en la construcción de sus conocimientos y en la consolidación de sus aprendizajes, incentivando a los mismos desde el inicio de su trayectoria universitaria a la resolución de problemas económicos.

Esta decisión tiene como fundamento las conclusiones logradas en un proyecto de investigación desarrollado en la cátedra entre los años 2018-2020, cuyo informe final ha sido aprobado y la universidad a publicado en su revista Ciencia, Docencia y Tecnología, el cuál refirió a las metodologías de enseñanza y su impacto en el rendimiento

académico de los estudiantes. En este proyecto, precisamente, se concluyó que el planteo de problemas de naturaleza económica favorece la motivación, la comprensión, el aprendizaje y, consecuentemente, el rendimiento académico.

La propuesta se llevó a cabo usando la metodología de taller, con la implementación de herramientas tecnológicas modernas y acorde a los tiempos en que vivimos. Se utilizó: Power Point como apoyo visual para las consignas y la articulación de teoría, Socrative para trabajar actividades interactivas obteniendo respuestas en forma instantánea, y Pointofix para escribir y marcar sobre los documentos abiertos.

La asistencia a los talleres fue voluntaria, ya que los mismos se desarrollaron de modo extracurricular, en formato virtual, en días y horarios previstos desde el inicio de la cursada.

En este punto pretendemos detallar de la forma más clara posible tres aspectos fundamentales que constituyeron el núcleo fundamental del proyecto: objetivos, actividades propuestas y actividades efectivamente desarrolladas.

2 Objetivos del proyecto

- Desarrollar a través del aula virtual, en horarios extracurriculares, y empleando recursos tecnológicos específicos, clases de resolución de problemas económicos aplicando los contenidos de Álgebra, bajo la metodología de taller.
- Incorporar de manera progresiva y sistemática esta metodología como un recurso complementario tendiente a mejorar el rendimiento académico de los estudiantes.
- Generar un espacio de fortalecimiento de los aprendizajes logrados en el aula con la finalidad de fortalecer las capacidades de los estudiantes que conlleven a una mejora en su rendimiento académico.
- Implementar una estrategia novedosa que permita potenciar y profundizar las aplicaciones de los contenidos desarrollados en la asignatura al campo de las ciencias económicas.
- Brindar a los estudiantes interesantes posibilidades y oportunidades para mejorar la comprensión de los contenidos de la misma y sus aplicaciones.
- Fomentar el compromiso, la responsabilidad y la participación de los estudiantes en su proceso de aprendizaje.

3.1 Actividades propuestas

A tal fin los temas seleccionados fueron: a) Función Lineal y Cuadrática, b) Matrices, c) Sistemas de ecuaciones lineales, y d) Programación Lineal.

- Seleccionar temas de la asignatura muy importantes por sus aplicaciones en el campo económico y diseñar clases optativas, bajo la metodología de taller, para ofrecer a los alumnos una instancia complementaria de aprendizaje, incorporando recursos tecnológicos (Socrative, Mentimeter, entre otros).

- Elaborar para cada uno de los temas elegidos una cantidad adecuada de problemas y preguntas que de ellos se infieran, y desarrollar una clase de tres horas, fuera de los horarios de cursada, acordados con los estudiantes dentro de sus posibilidades.
- Conformar cuatro grupos con la totalidad de los alumnos cursantes, en horarios previamente acordados de manera que no se les superponga esta actividad con ninguna otra curricular, de modo de garantizar que cada uno de los grupos pueda asistir a los cuatro talleres durante el cuatrimestre.
- Analizar resultados y realizar un estudio que posibilite evaluar la mejora que esta actividad innovadora implica en el rendimiento de los estudiantes.
- Administrar una encuesta de opinión a los estudiantes acerca de la implementación y desarrollo del mismo al finalizar cada uno de los talleres.

3.2 Algunas de las actividades desarrolladas

A modo de ejemplo describimos algunas de las actividades realizadas durante el desarrollo de estos talleres.

A nivel organizativo y para poder implementar la metodología de taller se conformaron con los estudiantes dos grupos de trabajo, acompañados por tres docentes. Con cada uno de ellos se abordaron los mismos temas y se realizaron cuatro encuentros sincrónicos por Google Meet de dos horas y media de duración.

En el primer taller desarrollado se abordó el tópico “Relaciones y Funciones”. Para ello a través de una presentación en Power Point se fueron articulando y discutiendo los conceptos teóricos abordados en clase sobre esta temática, y proponiendo actividades interactivas para resolver que promovieran la comprensión de las nociones. A modo de ejemplo se muestra como fue abordado el concepto de dominio e imagen de una relación en la figura 1 y una actividad propuesta en la figura 2 con las respuestas brindadas por los estudiantes. El programa marca la razón en cada ítem diferenciando en rojo de resultados incorrectos y en verde los aciertos.

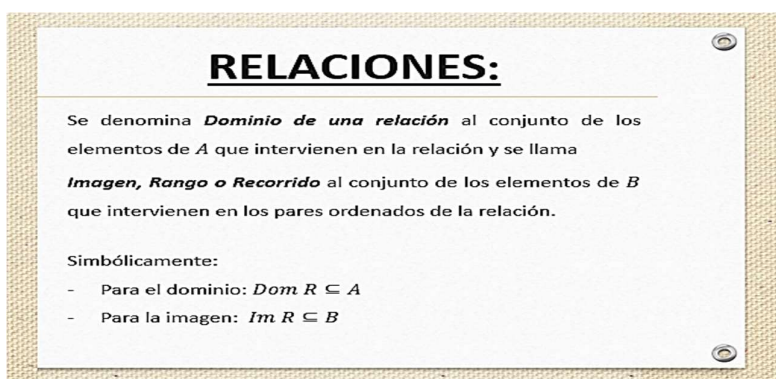
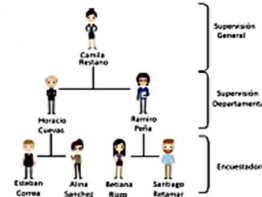


Figura 1. Teoría presentada

Consigna 2

2 Questions

1. En una consultora que trabaja a nivel nacional tiene una estructura piramidal donde los encuestadores están en la base de la pirámide y sólo se encargan de rellenar los formularios de encuestas y luego, estos formularios son entregados al supervisor de departamento quién los digitaliza y finalmente los resultados son procesados por el supervisor general. Una sucursal de esta consultora tiene el organigrama que se detalla en el gráfico de la derecha y desea conocer el desarrollo por extensión de la relación y la definición de su dominio e imagen. Por último enuncia coloquialmente la relación inversa para este caso. Luego marca las opciones correctas



- 0/47 **A** No se puede escribir la relación pues no son conjuntos numéricos.
- 42/47 **B** Si para simplificar la notación denotamos cada uno de los integrantes de la organización con una letra, entonces la relación se puede escribir como $R = \{(C, H); (C, R); (H, E); (H, A); (R, B); (R, S)\}$
- 7/47 **C** Si para simplificar la notación denotamos cada uno de los integrantes de la organización con una letra, entonces la relación se puede escribir como $R = \{(H, C); (R, C); (E, H); (A, H); (B, R); (S, R)\}$
- 2/47 **D** Si para simplificar la notación denotamos cada uno de los integrantes de la organización con una letra, entonces la relación se puede escribir como $R = \{(C, H); (C, R)\}$
- 4/47 **E** $DomR = \{C\}$
- 30/47 **F** $DomR = \{C, H, R\}$
- 0/47 **G** $DomR = \{H, R\}$
- 5/47 **H** $DomR = \{C, H, R, E, A, B, S\}$
- 34/47 **I** $ImR = \{H, R, E, A, B, S\}$
- 6/47 **J** $ImR = \{C, H, R, E, A, B, S\}$
- 1/47 **K** $ImR = \{C, H, R\}$

Figura 2. Actividad interactiva en Socrative con frecuencia de respuestas recabadas

En el segundo taller se trabajó “Función Lineal y Cuadrática”, el foco estuvo puesto en comprender la importancia de los diferentes marcos de representación de las funciones, con la interpretación de la información que aporta cada uno. El encuentro se abordó en una ida y vuelta entre la teoría y la práctica, pero focalizada en diversos problemas relacionados a la economía, como se muestra en el siguiente fragmento de una de las actividades interactivas propuestas para función lineal y ecuaciones de recta.

Actividad 3. Formas de representación

Puntuación _____

1. Se desea subcontratar una sucursal para la elaboración de un producto. Para ello se analizan los datos de los costos de cuatro sucursales sabiendo que se comportan de forma lineal.

Sucursal 1: Se puede ver la relación entre los costos por unidad y el costo total en la siguiente tabla

Unidades	1	2	3	4
Costos	6000	7000	8000	9000

Sucursal 2: Esta sucursal tiene un costo de alquiler de \$15000, y entre impuestos y luz se agregan \$5000, además cada unidad producida aumenta los costos en \$10.

Sucursal 3: Esta sucursal tiene un costo por unidad de \$30, y se sabe que producir 100 unidades tiene un costo de \$13000

Sucursal 4: Esta sucursal por producir 20 unidades tiene un costo de \$16000, mientras que la producción de 40 unidades tiene un costo de \$17000.

¿Cuál de las sucursales tiene menores costos fijos?

- (A) Sucursal 1
- (B) Sucursal 2
- (C) Sucursal 3
- (D) Sucursal 4

2. ¿Cuál conviene contratar si se desean producir 300 unidades del producto?

- (A) Sucursal 1
- (B) Sucursal 2
- (C) Sucursal 3
- (D) Sucursal 4

Figura 3. Actividad interactiva en Socrative para trabajar función lineal y ecuaciones de recta.

Por su parte en el tercer encuentro el tema seleccionado fue “Matrices”, con una dinámica similar a los talleres anteriores, y con una gran participación de los estudiantes, se articularon la teoría y la práctica de matrices, haciendo hincapié en la comprensión de los resultados obtenidos en contextos problemáticos relacionados a las ciencias económicas. A modo de ejemplo se presenta una de las actividades abordadas:

Pensamos las operaciones con matrices para resolver situaciones problemáticas

ACTIVIDAD 3



2. Durante el mes de febrero se han realizado las siguientes ventas: el primer cliente ha comprado 5000 unidades en la primer sucursal, 2000 en la segunda y 3000 en la tercera; el segundo cliente, 6000 en cada sucursal; el tercero sólo 4000 unidades en la primer sucursal y el cuarto no ha comprado nada. Escribe la matriz de ventas del mes de febrero, y luego marca las opciones correctas.

- (A) Para hallar las ventas conjuntas del mes de enero y febrero, se debe hacer $A+B$
- (B) Para hallar las ventas conjuntas del mes de enero y febrero, se debe hacer $A-B$
- (C) Para hallar las ventas conjuntas del mes de enero y febrero, se debe hacer $A.B$
- (D) Para hallar la variación de las ventas de febrero en relación con las de enero, se debe hacer $A-B$
- (E) Para hallar la variación de las ventas de febrero en relación con las de enero, se debe hacer $B-A$
- (F) Para hallar la variación de las ventas de febrero en relación con las de enero, se debe hacer $A.B$

Figura 4. Actividad para trabajar matrices

En el cuarto taller el encuentro giró en torno a “Sistema de Ecuaciones Lineales”, integrando con este tema una gran parte de los conceptos trabajados a lo largo de la cátedra, y compartiendo estrategias para la resolución de problemas. Se muestra a continuación una de las actividades propuestas:



2



El dueño de un restaurante ordena reemplazar cuchillos, tenedores y cucharas. Una caja llega con 40 utensilios pesando 4239 gramos (excluido el peso de la caja). Un cuchillo, un tenedor y cuchara pesan 117 gramos, 108 gramos y 90 gramos, respectivamente.

- a) ¿Cuántas soluciones hay para el número de cuchillos, tenedores y cucharas en la caja ?
- b) ¿Qué solución tiene el menor número de cucharas?

Figura 5. Actividad para trabajar sistemas de ecuaciones lineales

El desarrollo de la temática se fue dando con esta dinámica y una vez finalizado el debate se comenzó a plantear problemas de diferentes niveles de dificultad tratando de realizar observaciones sobre las estrategias utilizadas en cada caso, para identificar las variables intervinientes y las relaciones que se deben establecer con las mismas.

Este proceso se fue dando en forma paulatina, descubriendo a medida que los estudiantes iban concluyendo en los siguientes pasos a seguir.

4 Resultados

Cada uno de los encuentros fue muy dinámico interactuando docentes y estudiantes a través de preguntas y reflexiones. Gracias al aporte de las tecnologías se propició nuevos caminos de aprendizaje diferentes a las dinámicas con las que se desarrollan las clases, aportando flexibilidad, inmediatez, comodidad, ayudando a la participación y a que los educandos se involucren en todas las actividades.

Consideramos que el taller fue valioso para el aprendizaje de los contenidos, y cabe destacar que contó con una muy buena concurrencia registrando alrededor de 69 participantes. También fue posible contrastar con los resultados obtenidos en la asignatura donde el 60% de los estudiantes que regularizaron o promocionaron la materia al menos concurrieron a dos talleres.

Respecto a la opinión de los estudiantes, al finalizar los talleres, se realizó una encuesta para medir el grado de satisfacción con la metodología aplicada. Es posible destacar de las respuestas, como se muestra en las imágenes a continuación, que el 77% de los alumnos consideran muy buenos los talleres, y el 20% bueno.

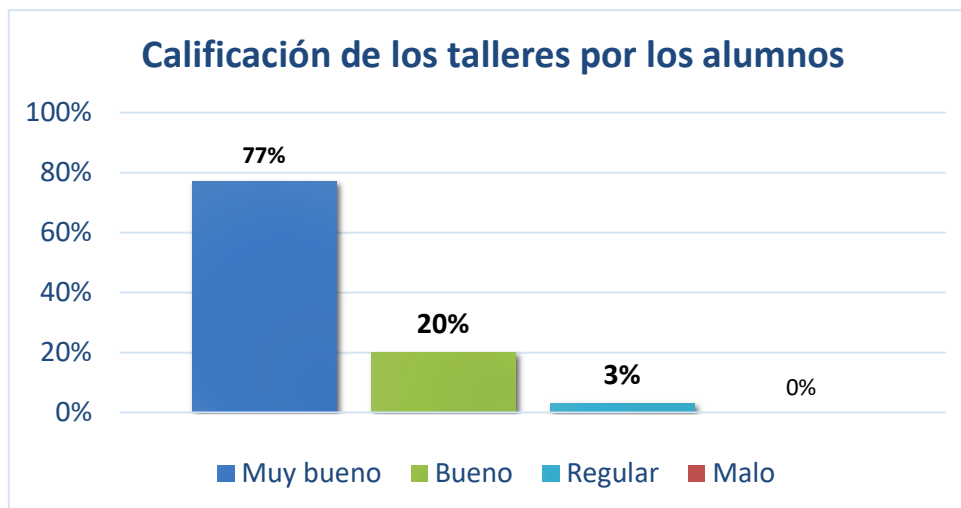


Gráfico 1. Datos obtenidos de las encuestas sobre la apreciación del taller.

Asimismo, el 71.1% consideran que el taller colaboró muchísimo en la comprensión de las temáticas, se destaca también que ningún estudiante consideró que los talleres no le aportaran nada al aprendizaje del tópico abordado.

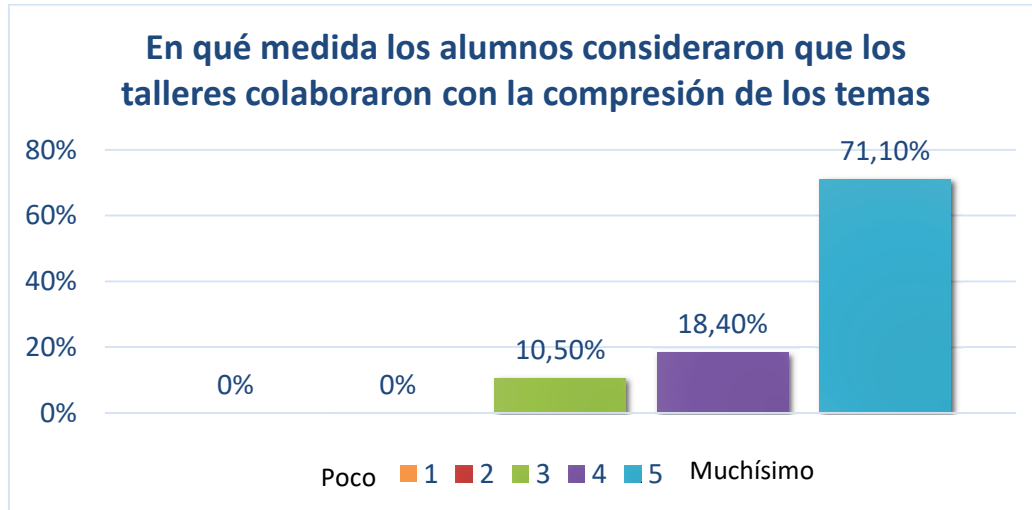


Gráfico 2. Datos obtenidos de las encuestas sobre la contribución del taller al aprendizaje del tema.

Al consultar por sugerencias de modificaciones al taller, los estudiantes manifiestan palabras de agradecimiento, y solicitan que se sigan haciendo y que se incrementen más talleres para el resto de los temas.

Por favor, deja alguna sugerencia o comentario que nos ayude a mejorar

38 respuestas

Muy buenos los talleres!

Ninguna recomendacion

No tengo sugerencias. Me sirvió mucho para entender los temas, sobre todo el último problema. Gracias y saludos!

Siempre fueron muy dinámicas y fáciles de entender los talleres, fueron de mucha ayuda

Gracias

Así está bien, nada más que agregar

Linda clase

Que hubiera más talleres

Muy bueno el taller y la onda que le ponen los profes lo hace super llevadero.

Figura 6. Datos obtenidos de las encuestas para la mejora de los talleres.

5 Conclusiones

Consideramos que la propuesta de innovación resultó sumamente exitosa, logrando la participación de un número interesante de estudiantes, y contribuyendo a la consolidación y apropiación de los conceptos de la cátedra.

Inicialmente debemos destacar que esta acción de innovación en la cátedra generó resultados no sólo en cuanto a los logros académicos de los estudiantes sino también a las dinámicas de trabajo en las comisiones.

Esto queda en evidencia en las encuestas anónimas realizadas a los estudiantes. Una vez finalizado el desarrollo de los talleres se les consultó sobre la percepción que tuvieron acerca de la utilidad de los mismos habiendo respondido el 100% de los que cursaron que la experiencia les resultó beneficiosa.

Así mismo los docentes que llevaron adelante los talleres consideran que estos generan un espacio distendido y lúdico que propicia un intercambio diferente y un acercamiento entre los actores de la cátedra, brindando a los estudiantes la confianza suficiente para ser más participativos durante las clases regulares.

Cómo resultado destacable se encuentran las ventajas que supusieron para los estudiantes que participaron. A los que asistieron y cumplieron la totalidad de las actividades propuestas en los talleres se les asignaron 5 puntos adicionales a la nota obtenida en cada uno de los dos parciales, lo que los motivó a participar.

Referencias

Ander-Egg, E. (1991). *El taller: una alternativa de renovación pedagógica*. Buenos Aires: Editorial Magisterio del Río de la Plata.

Barreiro, P., Leonian, P., Marino, T., Pochulu, M. y Rodríguez, M. (2017). *Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en Educación Matemática*. Buenos Aires: Ediciones UNGS.

Brown, S. y Glasner, A. (2003). *Evaluar en la Universidad*. Madrid: Ed. Narcea.

La Metodología de la Evaluación y su Incidencia en el Rendimiento Académico

Lic. Marino Schneeberger- Cr. Fernando Yusef Domínguez - Prof. Melisa Fernández- Prof. Mariana Blanco-
Prof. Cecilia Lell- Cra. María V. Rodríguez
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Entre Ríos
marino.schneeberger@uner.edu.ar – fernandoyusef.dominguez@uner.edu.ar – melisa.fernandez@uner.edu.ar -
mariana.blanco@uner.edu.ar - cecilia.lell@uner.edu.ar - virginia.rodriguez@uner.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Enseñanza, Evaluación, Instrumentos, Rendimiento académico

Resumen

Existen numerosos trabajos que abordan la temática de la evaluación en general, incluyendo investigaciones, publicaciones y libros, entre otros. Sabemos que se trata de un tema de altísima complejidad en el desarrollo del proceso educativo, en todos los niveles y modalidades. Siempre resulta muy difícil decidir el momento, la oportunidad y el instrumento que administremos para tal fin, y a esta situación no escapa la universidad. Específicamente en Matemática existen muchas experiencias tanto en universidades argentinas como extranjeras vinculadas a esta cuestión, pero aplicadas con estudiantes de diferentes carreras y en distintos estadios de las mismas. Particularmente, nuestro interés se centra en indagar esta cuestión en el área Matemática en los primeros años de carreras vinculadas al campo de las ciencias económicas. Entendemos que las diversas formas o maneras de evaluar deben estar directa y estrechamente vinculadas con las formas y métodos que empleados durante el proceso de enseñanza, a efectos de que los estudiantes perciban coherencia entre lo enseñado y lo evaluado. El presente trabajo describe el estado del desarrollo de un proyecto de investigación en proceso de ejecución, de ahí que sólo se muestran avances acerca del estado del mismo.

Específicamente, se han diseñado algunos instrumentos tanto para instancias de evaluaciones parciales como finales, los cuales se encuentran en proceso de validación, para ser implementados, revisados y ajustados, durante el cursado del segundo cuatrimestre. En consecuencia, no puede decirse nada aún acerca de los resultados obtenidos, puesto que ello será posible luego de aplicarlos durante el segundo cuatrimestre.

1 Introducción

Se trata de investigar la evaluación desde la perspectiva sostenida por diversos autores, citados en las referencias, quienes sostienen que debe mostrarse absoluta coherencia entre las metodologías de enseñanza y las que se emplean a la hora de evaluar los contenidos. Esto involucra aspectos cognitivos pero además afectivos, por lo que resulta necesario estar dispuestos a incorporar cambios en los modos de pensar, plantear y llevar adelante el proceso de evaluación. Como todo proceso de investigación, es un proceso riguroso de indagación, descubrimiento y aportes para una nueva comprensión del tema. Se deberá tener presente en todo momento que la evaluación es un proceso en el que se emiten juicios de valor respecto a los conocimientos de los estudiantes, con el fin de posibilitar la acreditación o no de la asignatura, lo que implica que estas tareas evaluativas deber inscribirse en un análisis ético, pero también político y técnico.

La hipótesis de la cual se parte es considerar que la coherencia entre las metodologías de enseñanza y las empleadas para la evaluación impactan de manera directa en el rendimiento académico de los estudiantes.

Por esta razón, si durante el proceso de enseñanza se emplearon estrategias y recursos que fortalecen la vinculación teórico-práctica de los contenidos, contextualizados en las carreras específicas, las mismas deben estar presentes al momento de la evaluación. En este proyecto, se pretende analizar el efecto de utilizar diferentes

instrumentos de evaluación coherentes con la visión anteriormente planteada. El diseño de estos instrumentos debe considerar que se trata de aplicarlos en una cátedra de aproximadamente 500 estudiantes, permitiendo que los mismos empleen todos los recursos tecnológicos que estuvieron disponibles en el momento de la enseñanza. Esto implica, explícitamente, diseñar, validar y emplear instrumentos que muestren el mayor grado de coherencia posible con los utilizados para enseñar.

2 Desarrollo

A continuación, se detallan con la debida claridad y pertinencia que un proceso de investigación exige, las principales componentes del proyecto “La metodología de la evaluación: su incidencia en el rendimiento académico de los alumnos en Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas”, aprobado mediante ordenanza CS N° 403-UNER, dirigido por el Lic. Marino Schneeberger, que se encuentra en ejecución, no pudiendo en consecuencia anticipar resultados dado que la efectiva implementación de los modelos de evaluación diseñados se concretará durante el segundo cuatrimestre del presente año académico.

2.1 Objetivo General:

- Diseñar, validar y aplicar estrategias e instrumentos de evaluación innovadores y coherentes con las metodologías empleadas para enseñar, que incidan favorablemente en el rendimiento académico de los estudiantes en la asignatura Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas.

2.2 Objetivos Específicos:

- Realizar una recopilación bibliográfica actualizada de la temática con la finalidad de elaborar el marco teórico de la investigación.
- Fortalecer la formación de recursos humanos e institucionales con los docentes y becarios participantes analizando en profundidad la temática planteada.
- Analizar, discutir y seleccionar diferentes alternativas de metodologías de evaluación a ser aplicadas.
- Diseñar, validar y administrar instrumentos de evaluación que sean coherentes con las metodologías empleadas durante el proceso de enseñanza.
- Realizar recomendaciones y/o sugerencias acerca de la problemática investigada en espacios adecuados para ello.

2.3 Metodología para alcanzar los objetivos

El trabajo involucra la participación de la totalidad de los estudiantes que cursan anualmente la asignatura. Se consideran como variables, además de otras que eventualmente puedan surgir sobre la marcha del proceso investigativo, las siguientes: diferentes tipos de instrumentos empleados, modalidad de las evaluaciones

(presenciales escritas, presenciales on-line mediante el uso del aula virtual, domiciliarias, entendiéndose por éstas últimas las que resuelven en sus casas a través del aula virtual en días y horarios específicos en los que se las habilita), características de las consignas, diferentes instancias de evaluación (parciales o finales), rendimiento en las evaluaciones parciales y rendimiento en las evaluaciones finales.

Se realizarán además encuestas a los estudiantes a efectos de recabar información acerca de la coherencia percibida por ellos entre la metodología de enseñanza y la metodología de evaluación.

Para el tratamiento y análisis de los datos recabados, sean éstos cuantitativos o cualitativos, según la o las variables consideradas, se emplearán tablas y gráficos que posibiliten visualizar e interpretar los mismos con la mayor claridad y agilidad posibles.

A continuación, se incorporan diferentes ítems de algunos instrumentos de evaluación, los que han sido empleados en distintos momentos e instancias, tales como evaluaciones finales, evaluaciones parciales y en autoevaluaciones al finalizar cada uno de los temas de la asignatura..

Además, es importante mencionar que las consignas de los diferentes modelos de instrumentos que aquí se muestran son sólo algunas de las muchas variantes que efectivamente se aplicaron, dado que al estar armados con las numerosas preguntas creadas en el aula virtual y programados para que se muestren en forma aleatoria, son prácticamente diferentes todas las consignas que a cada uno de los estudiantes le aparece para su solución.

A modo de ejemplo, se describen algunas consignas particulares de los numerosos instrumentos diseñados en la plataforma de Moodle, tanto para autoevaluaciones al finalizar cada unidad, para evaluaciones parciales como también para exámenes finales.

3 Instrumentos desarrollados hasta el momento

3.1 Autoevaluaciones

Las autoevaluaciones inicialmente fueron para la cátedra un espacio para que los estudiantes conocieran las herramientas del aula virtual con las que serían evaluados. Sin embargo, con cada autoevaluación que se propuso el equipo de trabajo observó que las mismas resultaron mucho más que simplemente un espacio de aproximación al empleo de este recurso. Así mismo, durante el cursado virtual y debido al ASPO (Aislamiento Social Preventivo y Obligatorio), estos espacios además de ser un instrumento de evaluación para los estudiantes, se convirtieron en una experiencia donde los estudiantes podían realizar una reflexión sobre su propio proceso de estudio. Por otra parte, al comprender mejor las posibilidades que la herramienta Cuestionario de Moodle ofrece, se fueron perfeccionando las preguntas y realizando consignas más elaboradas y desafiantes.

Se muestra una consigna correspondiente al tema matrices, con su correspondiente retroalimentación, la cuál podía ser vista por los estudiantes luego de resolverla.

Pregunta 1
Correcta
Se puntúa 29
sobre 29

Lee con atención el siguiente problema y luego responde:

Tres empresas E_1 , E_2 y E_3 necesitan cuatro materias primas P_1 , P_2 , P_3 y P_4 . El consumo mensual medio de estas empresas se puede expresar mediante la siguiente matriz donde cada columna representa el consumo en toneladas de cada una de las materias primas y cada fila corresponde a cada una de las empresas respectivamente.

$$A = \begin{pmatrix} 273 & 133 & 1375 & 62 \\ 330 & 232 & 975 & 160 \\ 257 & 161 & 770 & 76 \end{pmatrix}$$

En el primer trimestre del año 2021, los precios de estas materias primas expresados en dólares por toneladas han sido:

$$P = \begin{pmatrix} 123 & 127 & 131 \\ 330 & 326 & 315 \\ 99 & 103 & 126 \\ 213 & 230 & 254 \end{pmatrix}$$

En la matriz de los precios cada fila representa los precios de cada una de las materias primas y cada columna representa los meses de Enero, Febrero y Marzo respectivamente.

A continuación complete:

El consumo mensual de la empresa E_2 de la materia prima P_3 975 ✓ toneladas.

El precio en dólares de la materia prima P_2 en el mes de marzo es de 315 ✓ .

Para conocer el gasto total de cada una de las empresas cada más del primer trimestre del 2021 es necesario calcular $A \cdot P$ ✓ la matriz resultante será de tamaño 3 ✓ x 3 ✓ . Las columnas

representarán los meses del primer trimestre de 2021 ✓ , mientras que las filas serán

el gasto total de las empresas ✓

Resolución:

Lo primero que hay que hacer es identificar adecuadamente que representa cada columna y cada fila de las dos matrices que resumen los datos de este problema.

$$A = \begin{pmatrix} 273 & 133 & 1375 & 62 \\ 330 & 232 & 975 & 160 \\ 257 & 161 & 770 & 76 \end{pmatrix} \begin{matrix} \rightarrow E_1 \\ \rightarrow E_2 \\ \rightarrow E_3 \end{matrix} \quad P = \begin{pmatrix} 123 & 127 & 131 \\ 330 & 326 & 315 \\ 99 & 103 & 126 \\ 213 & 230 & 254 \end{pmatrix} \begin{matrix} \rightarrow P_1 \\ \rightarrow P_2 \\ \rightarrow P_3 \end{matrix}$$

Una vez que esto está entendido vemos que las columnas de A y las filas de P representan las Toneladas de materia Prima.

De aquí se desprende que El consumo mensual de la empresa E_2 de la materia prima P_3 es el elemento $a_{23} = 975$ toneladas.

$$A = \begin{pmatrix} 273 & 133 & 1375 & 62 \\ 330 & 232 & 975 & 160 \\ 257 & 161 & 770 & 76 \end{pmatrix} \rightarrow E_2$$

También se puede ver que el precio en dólares de la materia prima P_2 en el mes de marzo es de USD 315

$$P = \begin{pmatrix} 123 & 127 & 131 \\ 330 & 326 & 315 \\ 99 & 103 & 126 \\ 213 & 230 & 254 \end{pmatrix} \rightarrow P_2$$

Entonces para conocer el gasto total de cada una de las empresas cada más del primer trimestre del 2021 es necesario calcular

$$A_{3 \times 4} \cdot P_{4 \times 3} = G_{3 \times 3}$$

En la matriz G de los gastos mensuales por empresa tenemos que cada elemento resulta de multiplicar la cantidad de Toneladas que necesita una empresa por los costos en cada uno de los meses del primer trimestre del 2021.

Por lo que cada columna representa el mes correspondiente y cada fila la empresa en cuestión.

Figura 1. Consigna referida a operaciones con matrices y retroalimentación

3.2 Evaluaciones parciales

Se muestra a continuación una de las consignas correspondiente al tema lógica proposicional

Lógica Proposicional

Un reconocido Economista egresado de la Universidad Nacional de Entre Ríos, en un reportaje televisivo, enunció las siguientes afirmaciones:

p: "Incrementa el Salario Mínimo, Vital y Móvil"

q: "Mejora el poder adquisitivo de las Economías Domésticas"

r: "El Producto Bruto Interno evoluciona favorablemente"

A partir de ellas, se solicita que analice, interprete y responda a las siguientes consignas:

a) Selecciona la operación lógica que se corresponde con cada enunciado:

- Si incrementa el Salario Mínimo, Vital y Móvil y no mejora el poder adquisitivo de las Economías Domésticas, entonces el Producto Bruto Interno no evoluciona favorablemente.

Opción b) ✓

- El Producto Bruto Interno evoluciona favorablemente si y sólo si mejora el poder adquisitivo de las Economías Domésticas o incrementa el Salario Mínimo Vital y Móvil. Opción f)

✗

Opciones:

a) $p \vee (\sim q) \rightarrow (\sim r)$

b) $p \wedge (\sim q) \rightarrow (\sim r)$

c) $r \leftrightarrow (\sim q) \vee p$

d) $r \rightarrow (q \vee p)$

e) $r \leftrightarrow (q \vee p)$

f) $\sim p \vee q \rightarrow (\sim r)$

g) Ninguna de las opciones es correcta.

b) Siendo la proposición directa $q \rightarrow r$ selecciona en cada ítem la alternativa correcta:

- La proposición $r \rightarrow q$ es su Recíproca y su traducción al lenguaje coloquial es:

Si el Producto Bruto Interno evoluciona favorablemente entonces se Incrementa el Salario Mínimo, Vital y Móvil ✗

Si el Producto Bruto Interno evoluciona favorablemente entonces Mejora el poder adquisitivo de las Economías Domésticas
 Si el Producto Bruto Interno no evoluciona favorablemente entonces No Mejora el poder adquisitivo de las Economías Domésticas
 Ninguna de las alternativas es correcta

• La afirmación: "Si El Producto Bruto Interno no evoluciona favorablemente entonces no mejora el poder adquisitivo de las Economías Domésticas" se trata de su Contrarrecíproca \Leftrightarrow y se expresa de la siguiente manera:

$(\sim r) \rightarrow (\sim q)$
 Ninguna de las alternativas es correcta
 $r \rightarrow q$
 $q \leftrightarrow (\sim r)$
 $(\sim r) \leftrightarrow (\sim q)$ \times
 $\sim r \rightarrow q$

a) - Si (\rightarrow) incrementa el Salario Mínimo, Vital y Móvil **y** (\wedge) **no** (\sim) mejora el poder adquisitivo de las Economías Domésticas, entonces el Producto Bruto Interno **no** (\sim) evoluciona favorablemente. (opción b)
 - El Producto Bruto Interno evoluciona favorablemente **si y solo si** (\leftrightarrow) mejora el poder adquisitivo de las Economías Domésticas **o** incrementa el Salario Mínimo, Vital y Móvil. (opción e)

b) - Es la recíproca. "Si el Producto Bruto Interno evoluciona favorablemente, entonces mejora el poder adquisitivo de las Economías Domésticas"
 - Es la contrarrecíproca y se expresa $(\sim r) \rightarrow (\sim q)$. "Si el Producto Bruto Interno **no** evoluciona favorablemente, entonces **no** mejora el poder adquisitivo de las Economías Domésticas"

Figura 2. Consigna del tema lógica proposicional y retroalimentación

3.3 Evaluaciones finales

Cabe aclarar que las evaluaciones finales, para los alumnos que no promocionaron la práctica, son de carácter teórico-práctico, donde las cuestiones teóricas están estrechamente vinculadas con las necesarias para resolver la práctica. Esto pretende ser un claro indicador acerca de la coherencia de los procesos de aprendizaje-enseñanza y de evaluación.

Pregunta 3

Sin responder aún

Puntúa como 20

Marcar pregunta

Editar pregunta

a) (11p) Extra Confort S.R.L es una empresa dedicada a construir muebles de alta calidad. En la actualidad produce tres tipos de sillones: un modelo económico, el modelo estándar y el modelo ejecutivo. Cada uno de estos sillones se fabrica en tres etapas: corte de piezas, construcción y acabado. El tiempo necesario para cada etapa de cada sillón está dado en la tabla siguiente.

Modelo	Corte de piezas	Construcción	Acabado
Económico	5 hs	3 hs	1 hs
Estándar	3 hs	2 hs	1 hs
Ejecutivo	6 hs	5 hs	2 hs

Durante una semana específica la empresa tiene disponible un máximo de 150 horas para corte de piezas, 100 horas para construcción y 40 horas para acabado.

Determine cuántos sillones de cada modelo debe fabricar la compañía para operar a su máxima capacidad.

a.1) Siendo x la cantidad de modelos económicos que deberán producirse, y la cantidad de modelos estándar, z la cantidad de modelos ejecutivos, ¿cuál de las siguientes ecuaciones corresponde al planteo correcto del sistema necesario para resolver el problema?

- $5x+3y+z=150$ Mal planteado, los totales corresponden a las columnas, no a las filas.
- $5x+3y+6z=150$
- ninguna es correcta
- $x+y+z=150$
- $5x+3y+z=150$
- $0x+y+z=150$

a.2) Resuelva el sistema y complete la respuesta: Ocupando la totalidad de horas destinadas a cada etapa, la empresa debe producir sillones del modelo económico, del modelo estándar y del modelo .

b) (4p) De las siguientes expresiones, la que corresponde a un sistema de ecuaciones lineales normal, homogéneo y con s incógnitas es la

Opción b.1
Opción b.2
Opción b.3
Opción b.4
Opción b.5
Opción b.6
Ninguna es correcta

b.1)
$$\begin{cases} \dots + a^1_s x^s = b_1 \\ a_{21}x^1 + a_{22}x^2 + \dots + a_{2s}x^s = b_2 \\ \dots \\ a_{m1}x^1 + a_{m2}x^2 + \dots + a_{ms}x^s = b_m \end{cases} \text{ con } b_i = 0, \forall i.$$

b.3)
$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1s}x_s = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2s}x_s = b_2 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{ms}x_s = b_m \end{cases} \text{ con } b_i = 0, \forall i.$$

b.5)
$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1s}x_s = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2s}x_s = b_2 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{ms}x_s = b_m \end{cases} \text{ con } b_i = 0, \text{ para algún } i.$$

b.2)
$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1s}x_s = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2s}x_s = b_2 \\ \dots \\ a_{s1}x_1 + a_{s2}x_2 + \dots + a_{ss}x_s = b_s \end{cases} \text{ con } b_i = 0, \text{ para algún } i.$$

b.4)
$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1s}x_s = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2s}x_s = b_2 \\ \dots \\ a_{s1}x_1 + a_{s2}x_2 + \dots + a_{ss}x_s = b_s \end{cases} \text{ con } b_i = 0, \forall i.$$

b.6)
$$\begin{cases} a_{11}x^1 + a_{12}x^2 + \dots + a^1_s x^s = b_1 \\ a_{21}x^1 + a_{22}x^2 + \dots + a_{2s}x^s = b_2 \\ \dots \\ a_{s1}x^1 + a_{s2}x^2 + \dots + a_{ss}x^s = b_s \end{cases} \text{ con } b_i = 0, \forall i.$$

c) (5p) Siendo A la matriz de coeficientes del sistema del inciso anterior, y $A|b$ la matriz ampliada. De las siguientes afirmaciones, seleccione Verdadero o Falso según corresponda:

- Este sistema será siempre compatible.
- Este sistema sólo puede ser compatible determinado. **VERDADERO**
- Este sistema puede ser incompatible.
- Si $\text{rg}(A)=\text{rg}(A|b)$ el sistema será incompatible.
- Para que este sistema resulte compatible, alcanza con q

También puede ser compatible indeterminado
La respuesta correcta es:
FALSO
Se puntúa 0 sobre 1

VERDADERO
FALSO

Resolución de la práctica:

a) Siendo las incógnitas:

- x: cantidad de modelos económicos que deberán producirse
- y: cantidad de modelos estándar que deberán producirse
- z: cantidad de modelos ejecutivos que deberán producirse

reconstruimos la tabla de manera que las incógnitas queden en las columnas y los totales por fila

Modelo	Económico	Estándar	Ejecutivo	Total
Corte de piezas	5 hs	3 hs	6 hs	150 hs
Construcción	3 hs	2 hs	5 hs	100 hs
Acabado	1 hs	1 hs	2 hs	40 hs

Planteamos el sistema escribiendo una ecuación por el tiempo disponible en cada etapa de la fabricación.

$$\begin{cases} 5x + 3y + 6z = 150 \\ 3x + 2y + 5z = 100 \\ x + y + 2z = 40 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 5 & 3 & 6 & 150 \\ 3 & 2 & 5 & 100 \\ 1 & 1 & 2 & 40 \end{array} \right) \sim_{R_1 \leftrightarrow R_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 40 \\ 3 & 2 & 5 & 100 \\ 5 & 3 & 6 & 150 \end{array} \right) \sim_{R_2 \rightarrow 3R_1 - R_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 40 \\ 0 & 1 & 1 & 20 \\ 5 & 3 & 6 & 150 \end{array} \right) \sim$$

$$\sim_{R_3 \rightarrow 5R_1 - R_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 40 \\ 0 & 1 & 1 & 20 \\ 0 & 2 & 4 & 50 \end{array} \right) \sim_{R_3 \rightarrow 2R_2 - R_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 40 \\ 0 & 1 & 1 & 20 \\ 0 & 0 & -2 & -10 \end{array} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y + 2z = 40 \\ y + z = 20 \\ -2z = -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2z = -10 \Rightarrow z = \frac{-10}{-2} \Rightarrow z = 5 \\ y + 5 = 20 \Rightarrow y = 15 \\ x + 15 + 2 \cdot (5) = 40 \Rightarrow x = 40 - 15 - 10 \Rightarrow x = 15 \end{cases}$$

Solución del sistema: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 15 \\ 5 \end{pmatrix}$

Respuesta: Ocupando la totalidad de horas destinadas a cada etapa, la empresa debe producir 15 sillones del modelo económico, 15 del modelo estándar y 5 del modelo ejecutivo.

Figura 3. Consigna de sistema de ecuaciones lineales con retroalimentación.

4 Resultados

El proyecto, como se explicó en párrafos anteriores, está en el segundo año de su ejecución. En consecuencia, se han elaborado hasta el momento un banco de instrumentos, tanto para evaluaciones parciales (sólo de carácter práctico) como asimismo para evaluaciones finales (de carácter teórico-práctico). Se han diseñado además autoevaluaciones por unidad que se realizan a través del aula virtual, creada sobre la plataforma Moodle.

Estos instrumentos se encuentran en proceso de validación con grupos reducidos de estudiantes, aproximadamente 60, analizando cuales de las consignas se consideran adecuadas, como así también aquellas que, debido a los resultados obtenidos por los estudiantes, deben ser modificadas.

Por ejemplo, en la consigna referida a funciones polinómicas los resultados no fueron satisfactorios, motivo por el cual se está rediseñando para ser aplicada en el cursado de este cuatrimestre. En tanto que, entre otras, la consigna referida a SEL (sistemas de ecuaciones lineales) permitió que más del 75% de los alumnos obtuvieran muy buenos resultados y, consecuentemente, ya ha sido validada para su aplicación a la totalidad del grupo de estudiantes en el segundo parcial.

No pueden extraerse conclusiones precisas acerca del impacto que la aplicación de estos instrumentos ha tenido en el rendimiento académico, puesto que, tal como ya se explicitó en párrafos anteriores, sólo se han realizado procesos de validación con una muestra de alumnos durante el primer cuatrimestre, teniendo previsto implementarlas a todos los cursantes durante este segundo cuatrimestre.

En consecuencia, será objeto de un próximo trabajo, luego de la aprobación del informe final del proyecto por parte de los evaluadores externos de la universidad, mostrar resultados obtenidos y evaluar la efectiva vinculación entre metodologías de enseñanza y de evaluación.

5 Bibliografía consultada

- Barreiro, P.; Leonian, P.; Marino, T.; Pochulu, M. y Rodríguez, M. (2017). *Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en Educación Matemática*. Buenos Aires: Ediciones UNGS.
- Brown, S. y Glasner, A. (2003). *Evaluar en la Universidad*. Madrid: Ed. Narcea.
- Camilloni, A. y otros. (2015). *La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo*. Ed. Paidós.
- Capacho Portilla, J. (2011). *Evaluación del aprendizaje en espacios virtuales – TIC*. Barranquilla: Editorial Universidad del Norte.
- Celman, S. (2007). *Evaluación de aprendizajes universitarios. Más allá de la acreditación*. Colección de Cuadernos de actualización para pensar la Enseñanza Universitario, Universidad Nacional de Río Cuarto, 2 (11).

Impacto de los Entornos Virtuales en la Enseñanza de la Matemática: Ventajas y Desventajas

Olguin Karina - Bianciotti Vanina - Lequin Vargas Yamila – Rodriguez Piatti Javier Angel
Facultad de Ingeniería y Ciencias Agropecuarias, Universidad Nacional de San Luis
olguinrk@gmail.com - vanina.bianciotti@gmail.com – yamilalequinvargas@gmail.com – piattijavier@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Virtualidad - Estrategias de enseñanza – Ventajas y Desventajas

Resumen

La pandemia ha afectado al mundo en todos los sentidos y la educación no estuvo exenta de esta situación. En el campo de la educación superior los entornos virtuales fueron, en el año 2020 y el año 2021, una alternativa viable para el desarrollo de la enseñanza y evaluación de los aprendizajes de los estudiantes en las distintas asignaturas de su carrera universitaria. Docentes del área de matemática han tenido que replantear las prácticas pedagógicas y didácticas para acompañar las diversas trayectorias de los estudiantes. Por este motivo se realizó un trabajo de tipo exploratorio, instrumentado a través de una encuesta en Google Forms (realizada al finalizar el dictado de la asignatura), destinada a un grupo de entre 30 y 50 estudiantes de segundo año de la carrera de Licenciatura en Administración y Contador Público Nacional con el fin de conocer su opinión sobre los recursos tecnológicos y sobre su aprendizaje en la asignatura Álgebra en el contexto de la virtualidad. El objetivo de este trabajo fue detectar ventajas y desventajas de la enseñanza en la virtualidad según la percepción de los estudiantes, y en base a este análisis reflexionar acerca de posibilidades de mejoras en nuestras prácticas docentes a futuro.

1 Introducción

Durante los años 2020 y 2021 vivimos una época histórica a nivel mundial. La pandemia, como una tormenta, nos afectó a todos, en diferentes niveles: personal, familiar y laboral. Las Universidades no estuvieron exentas. En un tiempo récord la mayoría de las Universidades Nacionales en nuestro país se adhirieron a una forma de virtualidad, para salir del estado de crisis, como un plan de contingencia.

La virtualidad hasta ese momento era considerada por algunos sectores más tradicionalistas, como una segunda alternativa en términos de calidad dentro del sistema educativo. Esto seguramente influyó a algunos sectores a tener ciertas reticencias en su implementación, y sumado a la velocidad del cambio y al enorme aprendizaje de todos en cuanto a plataformas, tecnologías, mejores prácticas, etc. se sentía como estar a la deriva. Modificamos prácticas, programas, tiempos, actividades para lograr mejores resultados, con la incertidumbre de no saber hasta cuándo se extendería esta modalidad. Sin embargo, se desarrolló un proceso creativo en las prácticas docentes que llamó nuestra atención. En mayor o menor medida apostamos a la creatividad como instrumento para la transformación educativa. (Elisondo, 2021)

Esta situación nos llevó a pensar en que, en vez de estar en estado de crisis, estábamos frente a una inmensa oportunidad. Como formadores integrales de los profesionales del futuro consideramos que tenemos la obligación de transformar las situaciones de crisis en oportunidades y con esta mirada, observando las prácticas diarias, el interés y desinterés de los alumnos, los pros y los contras, nos empezamos a preguntar en la vuelta completa a la presencialidad, y en cómo evolucionamos frente a lo recientemente aprendido. Volver a la presencialidad es

importante, no hay dudas, pero ¿volver 100% a la presencialidad implica una evolución o una vuelta atrás? ¿podemos pensar en un sistema que niegue la virtualidad parados en el Siglo XXI, siendo que la virtualidad misma nos atraviesa diariamente en todas nuestras actividades, desde las sociales a las laborales? Y más allá de nuestra mirada, nos pareció fundamental indagar sobre las percepciones de los estudiantes: ¿cuál es su mirada del trabajo en virtualidad frente a la presencialidad? ¿hay actividades, tiempos, tareas que se pueden rescatar en la virtualidad?

Dado que en el primer cuatrimestre del 2022 trabajamos con un grupo de estudiantes en forma presencial (Asignatura Análisis Matemático II) y fue el mismo grupo con el que trabajamos el cuatrimestre pasado en forma virtual (Asignatura Álgebra), realizamos este trabajo para recabar sus percepciones con el objetivo de analizar las prácticas educativas.

2 Referente teórico

El Consejo Interuniversitario Nacional (CIN), en su declaración del 8 de abril 2021 sostiene que cada universidad juega un papel específico en su territorio dentro de la autonomía y la propia realidad de cada universidad. En momentos de crisis es esencial demostrar el liderazgo social de las instituciones, en este caso, garantizando la continuidad pedagógica a través de modalidades no presenciales. Las universidades son conscientes de las repercusiones sanitarias, sociales y económicas en la vida de los estudiantes y de sus familias y asume el compromiso de dar soluciones a estas realidades. La comunidad universitaria sabe que la educación mediada con herramientas de la comunicación no reemplaza los métodos y vínculos de la presencialidad pero permite en este contexto continuar con la formación profesional de sus estudiantes. El CIN también menciona que la calidad es un pilar de la educación universitaria argentina y el compromiso por la calidad y la inclusión de los estudiantes en el contexto de pandemia se observa en la formación de profesionales, investigación de modalidades, cooperación entre universidades compartiendo experiencias y conocimientos. Las instituciones junto a sus integrantes han realizado grandes esfuerzos por adaptarse y poner en práctica plataformas y actividades virtuales con el objetivo de democratizar la educación. La declaración concluye indicando que el aprendizaje virtual sentó precedente para prácticas futuras, tanto en actividades de gestión institucional como en el acceso a la educación superior a través de plataformas virtuales.

Por su parte, Cannellotto (2021) en relación a la declaración del CIN (2021) menciona que las carreras presenciales no incluían tareas virtuales de relevancia, con lo cual, la pandemia propició la transición hacia una nueva relación con el conocimiento. El autor sostiene que la relación con el conocimiento es producto, por un lado, de la mediación de los docentes e instituciones y por el otro de la capacidad de los estudiantes a involucrarse en el proceso de aprendizaje. Para que ambas cosas sucedan son necesarias ciertas condiciones socioeconómicas, pedagógicas y sistémicas. Las condiciones socioeconómicas afectan el capital cultural y relacional de los estudiantes a lo largo de su vida social y durante su formación. Y es precisamente aquí donde se observa el impacto de las desigualdades en el rendimiento y relaciones de los estudiantes de sectores más desfavorecidos. A su vez, las condiciones

sistémicas -problemas no resueltos en la apropiación de conocimientos de los estudiantes en su trayectoria escolar- tiene efectos sobre el desempeño y sobre sus decisiones en cuanto a su futuro profesional. De esta forma el autor expone que los procesos de democratización y la centralidad del conocimiento como lógica universitaria confluyen a un tema que es necesario repensar: la relación con el conocimiento. Para esto es fundamental repensar las prácticas institucionales establecidas. Así mismo, la pandemia intensificó la gravedad de esta situación afectando en particular a quienes cursan los primeros años de las carreras de grado y no se han incorporado aún a la cultura universitaria.

Cannellotto (2020) trae dos momentos de la virtualidad. El primero en donde la virtualidad como modalidad de emergencia puso en evidencia los problemas de conexión, de acceso y el uso de herramientas tecnológicas, mostrando que si bien se respondió rápidamente a la emergencia no se pudieron sortear los problemas de desigualdad existentes. El segundo momento tiene relación con el fin de la pandemia, en donde la discusión sobre la tecnología y la modernidad se mantiene, pero habiendo tomado la tecnología un rol central en nuestras relaciones sociales y tareas universitarias durante el aislamiento. Por esto el autor considera esencial pensar en cómo la virtualidad puede enriquecer la presencialidad, pensar en forma orgánica la vinculación entre presencialidad y virtualidad, siendo además que esta ya es parte de nuestra vida cotidiana.

3 Metodología

En el marco de un enfoque cuantitativo se realizó un trabajo de tipo exploratorio instrumentado con un cuestionario en Google Forms con 12 preguntas cerradas y abiertas. Las unidades de análisis fueron 35 estudiantes de la asignatura Álgebra (1° Año - virtual) de las carreras de Lic. en Administración y Contador Público Nacional, dictada en el segundo cuatrimestre del 2021. La muestra se seleccionó en forma intencional y por conveniencia. Los estudiantes cursaron en el primer cuatrimestre del 2022 la asignatura Análisis Matemático II (2° Año - presencial) con el mismo grupo docente.

4 Contexto de la Asignatura

La asignatura Álgebra para las carreras de Licenciatura en Administración y Contador Público Nacional contó en 2021 con un equipo de 5 docentes y 110 estudiantes de 1° año. Las clases fueron en su totalidad virtuales a través de la plataforma Meet. Se respetaron los horarios del calendario académico (2 clases semanales). Las clases se dividieron en dos momentos: teórico y práctico, la teoría era dirigida para todos en un mismo Meet y para las clases prácticas se realizó una distribución de estudiantes en tres grupos más pequeños buscando mejorar el proceso de aprendizaje. Como apoyo a las clases virtuales se trabajó con la plataforma Moodle en donde se les facilitaba a los estudiantes una serie de videos explicativos realizados por el mismo cuerpo docente, además de guías teóricas y prácticas con mayor detalle en las consignas de las actividades pedidas, relacionando conceptos claves de teoría y brindando ejercicios resueltos de ejemplo. Las clases eran grabadas y luego puestas a disposición de los alumnos para que pudieran acceder a ellas en el momento más oportuno. También se organizaron clases de consulta

sincrónicas, cada profesor con un día y horario diferente. En cuanto a la comunicación entre docente- estudiante las herramientas más utilizadas fueron los foros de consulta, mensajería interna (e-mail) y Meet. El e-mail sirvió para resolver problemas más puntuales e individuales cuando el estudiante no deseaba exponerse ante el resto de sus compañeros. Para finalizar, el método de evaluación fue continuo, en todas las clases se tomaba un “parcialito” que consistía en tres enunciados de análisis referentes a la teoría de la clase anterior. Al finalizar cada unidad se pidió completar una guía de ejercicios con autocorrección y luego los parciales se tomaron en forma presencial.

5 Resultados

Las preguntas del formulario se orientaron bajo tres ejes: uso y acceso de dispositivos en la virtualidad, métodos de estudio y consideraciones particulares (ventajas y desventajas).

En el Gráfico 1 y Gráfico 2 se observan los resultados en relación al uso y acceso de dispositivos durante el cursado de la Asignatura Álgebra (virtual).

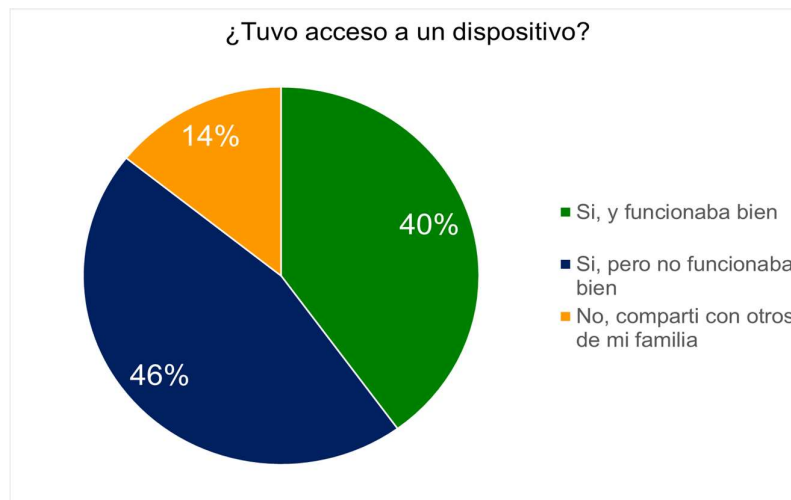


Gráfico 1. ¿Tuvo acceso a un dispositivo?

En el Gráfico 1 se observa que si bien aproximadamente la mitad de los estudiantes contaban con dispositivos propios para el acceso a las clases virtuales tenían algún inconveniente. Este grupo sumado a quienes no contaban con dispositivos propios llegan al 60%, estudiantes que no tuvieron acceso óptimo a la información, clases, consultas, foros, etc. Lo que refleja un sin fin de realidades personales y socioeconómicas quizá no contempladas en el marco del nuevo paradigma educativo.

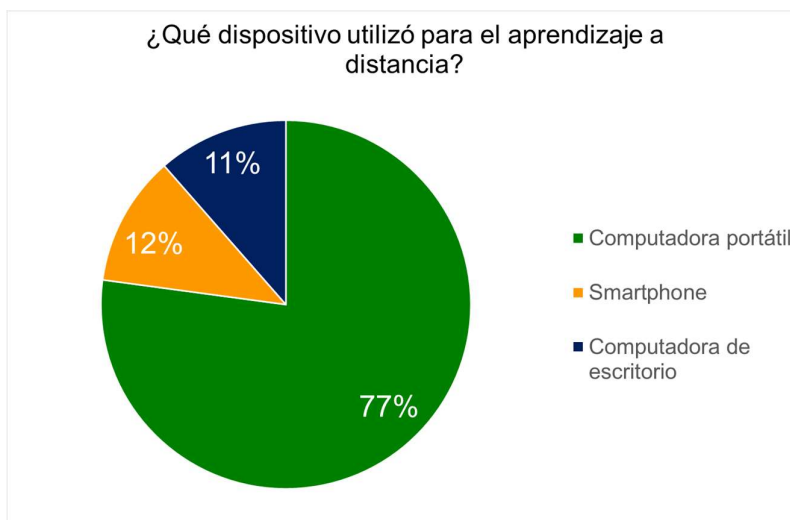


Gráfico 2. ¿Qué dispositivo utilizó para el aprendizaje a distancia?

En el Gráfico 2 se observa que en el grupo encuestado la mayoría cuenta con computadoras (88%), siendo bajo el número de estudiantes que se manejaron enteramente con teléfonos celulares.

Mencionaba Cannellotto (2020) que el paso a la virtualidad implementada en modo de emergencia puso a la luz problemas asociados al acceso y a la conectividad vinculados a los sectores más vulnerables. El autor menciona que en nuestro país el internet llega al 65% de la población en forma desigual. Estas desigualdades se visualizan en ambos gráficos. Por un lado, en Gráfico 1 observamos un alto porcentaje con problemas de conexión y en Gráfico 2, el 12% de estudiantes que se conectaron a clases, leyeron material y participaron de las actividades mediante sus Smartphone.

Además, se puede apreciar que a pesar, según datos oficiales, de que el celular es el dispositivo más difundido del país (84% en San Luis), la computadora es la más elegida al momento de conectarse al entorno virtual de aprendizaje, mientras que la Tablet no es muy difundido en su uso.

Respecto al estudio durante la virtualidad se obtuvieron los resultados mostrados en Gráficos 3, 4, 5 y 6.

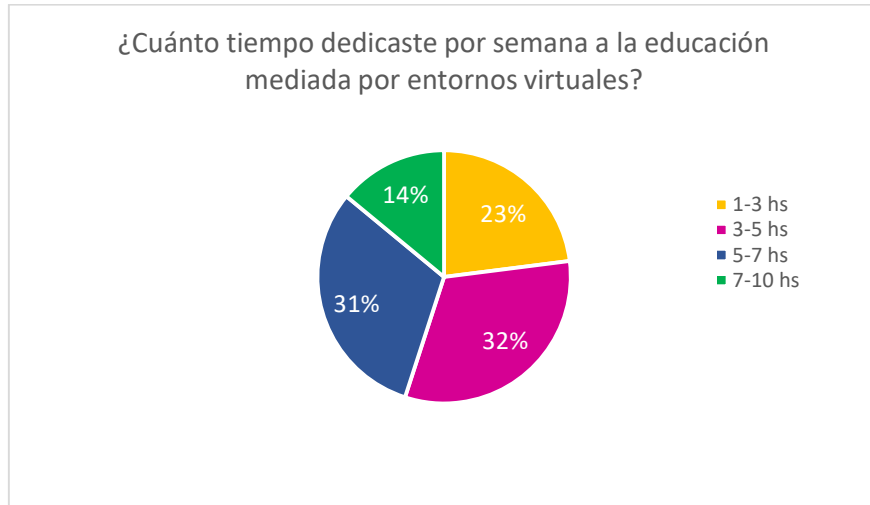


Gráfico 3. ¿Cuánto tiempo dedicaste por semana a la educación mediada por entornos virtuales?

En el Gráfico 3 se observa que el 23% de los estudiantes apenas alcanzó a cubrir las clases de teoría y práctica (6 horas semanales). Un 32% cumplió con el tiempo de clases mínimo propuesto. Mientras que un 45% superó el tiempo de clases sincrónicas, demostrando mayor dedicación a la ejercitación y estudio de la asignatura. El no contar con los profesores en el momento de la ejercitación en forma presencial o resultar insuficiente el tiempo de las clases sincrónicas y en muchas ocasiones la falta de un grupo de estudio, fomentó a los estudiantes a ser autodidactas, a explorar y profundizar los conocimientos utilizando sus propias herramientas o buscando material extra al proporcionado por la cátedra, lo cual les demandó generar un hábito de estudio regular de forma autónoma manejando y dedicando mayor tiempo para trabajar y adquirir los nuevos saberes, aquí la actitud, responsabilidad y perseverancia fueron factores fundamentales.

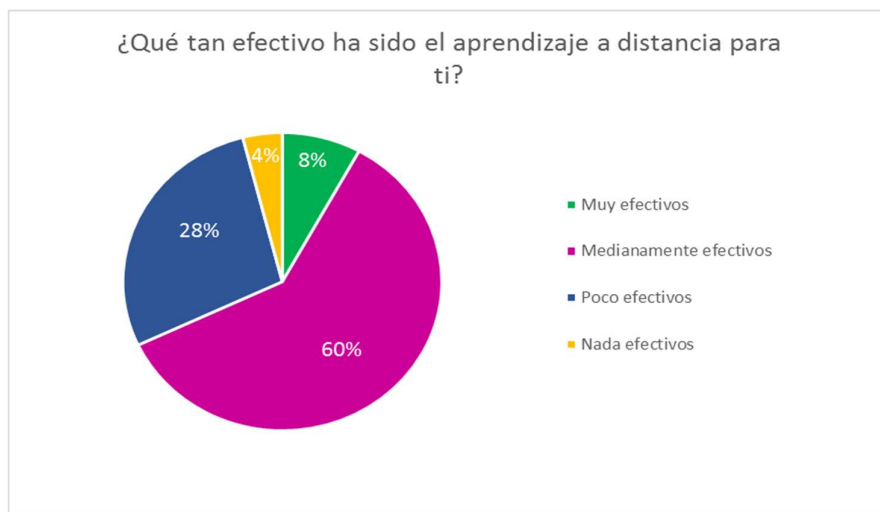


Gráfico 4. ¿Qué tan efectivo ha sido el aprendizaje a distancia para ti?

En el Gráfico 4 se observa que un 68% considera que el aprendizaje dado en forma virtual a distancia ha sido efectivo y ha cumplido sus expectativas, sin embargo, también se ve que un 32% no consideró haber obtenido un nivel de aprendizaje acorde a los esperado en comparación a la presencialidad, considerando tanto problemas en la didáctica como así también cuestiones personales de concentración y entendimiento.

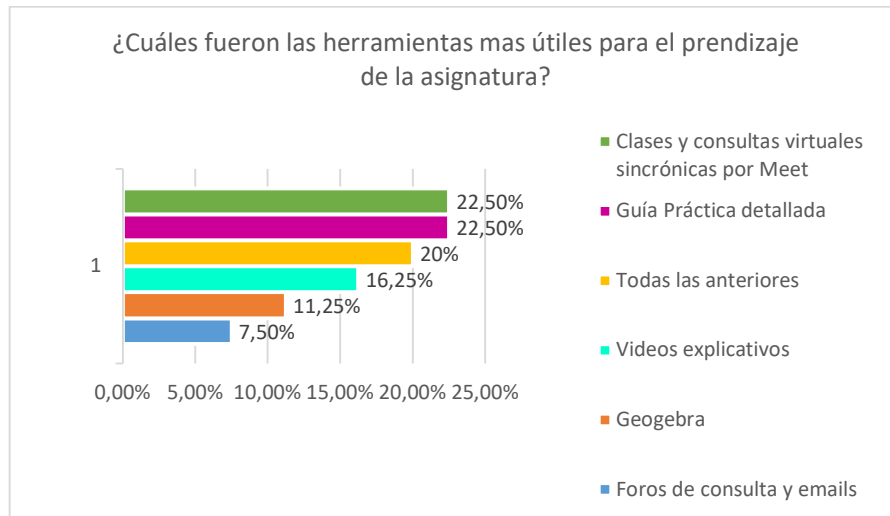


Gráfico 5. ¿Cuáles fueron las herramientas más útiles para el aprendizaje de la asignatura?

En el Gráfico 5 podemos ver que en cuanto al aprendizaje de la materia propiamente dicha las herramientas más utilizadas fueron las guías tanto teóricas como prácticas adaptadas a la modalidad virtual y las clases a través de entornos virtuales, acudiendo a las mismas tanto para clases como así también para consultas, mientras que otras herramientas como los foros, herramientas digitales aplicadas como Geogebra están relegadas a un segundo plano. También podríamos mencionar como cuestión importante a tener en cuenta es que, si bien el resultado está centrado básicamente en las clases virtuales, durante las mismas la intervención del alumnado no era masiva o continua sino muy baja, con alumnos conectados, pero con poca participación e incluso con cámaras y micrófonos apagados.

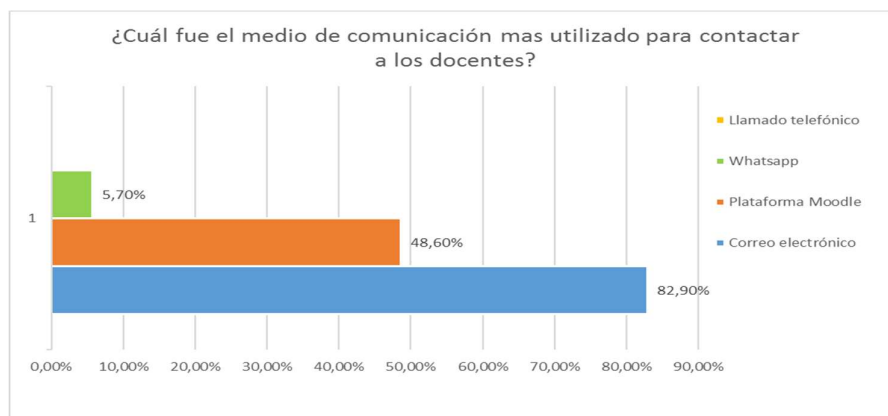


Gráfico 6. ¿Cuál fue su medio de comunicación más utilizado para contactar a los docentes?

En el Gráfico 6 se observa que teniendo en cuenta la comunicación digital, el medio más utilizado por los alumnos para contactar a los docentes fue en mayor medida el correo electrónico, ubicándose en segundo lugar la plataforma de la cátedra. Aquí es importante mencionar este hecho ya que como se vio en el Gráfico 4, el foro de la plataforma no fue muy popular a la hora de lograr una comunicación docente alumnos, quizá porque al ser público se prefiere el correo electrónico de carácter más personal, por lo tanto, es importante que esa información esté disponible y los docentes lo revisen periódicamente.

La parte final del estudio exploratorio consistió en preguntas abiertas respecto a las ventajas y desventajas de la virtualidad en el proceso de aprendizaje-enseñanza. Resumiendo, las respuestas y agrupándolas podemos ver la tabla 1.

Tabla 1. Ventajas y desventajas de la virtualidad en la educación superior

¿Cuál fue el principal obstáculo que tuvo al cursar en forma virtual?	¿Qué aspectos positivos destacaría de cursar en forma virtual?
"...problemas de conexión a internet."	"...poder cursar desde casa. Ahorro en tiempo de viaje y comodidad."
"...no tener un lugar adecuado para el estudio."	"...las clases quedaban grabadas y podía verlas en cualquier momento."
"...la concentración, me costaba mucho prestar atención."	"...los prácticos obligatorios integradores que hacíamos te obligaban a no atrasarte."
"...se hizo poco didáctico."	"...la flexibilidad horaria."
"...fue un año complicado, ya que era nuestro ingreso a la universidad. Creo que no sirvió la virtualidad."	"...la facilidad de contactar a los profesores."
"...falta de socialización."	

En la Tabla 1, en la primera columna podemos ver los obstáculos que tuvieron los alumnos durante el cursado de la materia. En la misma se destacan 3 grandes ejes dados por cuestiones externas (como internet y el no disponer de un lugar adecuado), cuestiones internas (como la falta de concentración, entendimiento) y finalmente cuestiones sociales (vínculo con compañeros y profesores).

En la segunda columna de la Tabla 1 podemos observar los aspectos positivos que se tuvieron en cuenta de la educación virtual y la mayoría de las respuestas giran en torno a la flexibilidad horaria y a la promoción de igualdad y la inclusión (madres de familia, gente con trabajo o gente de otros lugares).

6 Conclusiones

Sin dudas que la pandemia que comenzó en 2020 afectó de manera muy directa los procesos de enseñanza ya sea desde la presencialidad como así también de los vínculos, la socialización y la rutina.

Es importante mencionar que no todo fue negativo, sino que la pandemia trajo novedades y mejoras que se podrían aprovechar para el devenir de los años considerando que hay alumnos que solo conocen el ámbito universitario en modalidad virtual.

Entre estos factores mencionar:

- a) Las Tics, herramientas que los adolescentes utilizan todo el tiempo y que tiene un potencial muy bueno para poder llevarlas al ámbito educativo y explotarla de una mejor manera.
- b) La administración del propio tiempo: en muchos casos esto puede ser positivo ya que permite que los alumnos se comprometan con las materias atendiendo a fecha, contenidos, etc., por su propio convencimiento.
- c) Tener una base de datos mucho más rica que sirva para años venideros: con esto resaltamos que la digitalización de muchas de las actividades permite tener mucho contenido y experiencias de años anteriores de manera que año tras año la información se enriquece como así también el uso de plataformas y aulas virtuales.
- d) En muchos casos permiten a estudiantes el acceso a cursos que anteriormente por cuestiones de ubicación o recursos no podían acceder, favoreciendo la inclusión social en el ámbito educativo.
- e) Ha generado una experiencia enriquecedora, tanto para alumnos como para docentes, que permitió seguir aprendiendo y actualizarse con las herramientas digitales aplicadas a la educación.

Como último punto de la encuesta se realizó la pregunta “el retorno a clases presenciales te genera...” y entre las opciones la más destacada es “alegría” pero también “temor” e “incertidumbre”, esto lo podemos asociar principalmente a que el estudio se realizó con estudiantes cuyo primer año fue virtual y no conocían la experiencia presencial, es por ello que estas emociones encontradas pueden estar a flor de piel en su regreso a la presencialidad.

El desafío es pensar la nueva presencialidad en función de las vidas reales de nuestros estudiantes, flexibilizando tiempos, contenidos y procesos. Diversificando estrategias y creando propuestas acordes o coherentes con el contexto que atravesamos y con las trayectorias personales que los estudiantes presentan. Es por todo lo mencionado que, si bien la pandemia ha cambiado mucho el proceso educativo, también abrió la puerta a algunas cuestiones que de aprovecharlas de la manera correcta permitirán nutrir y llevar a la educación a un proceso de mejora continua mucho más eficiente y durable en el tiempo.

Respecto a trabajos futuros, cabe aclarar que el presente informe, si bien se realizó en la cátedra Álgebra de primer año de las carreras Contador Público Nacional y Licenciatura en Administración, es aplicable a cualquier cátedra considerando que los puntos tenidos en cuenta son de índole genérica y transversal a todas las carreras.

Referencias

- Consejo Interuniversitario Nacional (2020). *Las universidades argentinas frente a la pandemia del COVID 19*. <https://www.cin.edu.ar/las-universidades-argentinas-frente-a-la-pandemia-del-covid-19/>
- Elisondo, R. (2021). Transformaciones en las prácticas educativas en contextos de COVID-19. Percepciones de un grupo de docentes argentinos. *Revista Actualidades Investigativas en Educación*, 21(3), 1-31.
- Cannellotto, A. (2020). Universidades viralizadas: la formación en y post pandemia. En I. Dussel., P. Ferrante, y D. Pulfer (Comp.), *Pensar la educación en tiempos de pandemia: entre la emergencia, el compromiso y la espera* (pp.213-228).UNIPE: Editorial Universitaria.

Crecimiento y Variación en el Crecimiento de la Canasta Básica Alimentaria de Argentina desde Junio 2021 a Mayo 2022. Una Aplicación de Derivadas en Cálculo.

Padró, Silvia Inés – Facello, Carlos Sebastián – Lell, Cecilia del Pilar
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Entre Ríos
silvia.padro@uner.edu.ar – sebastian.facello@uner.edu.ar – cecilia.lell@uner.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Aprendizaje significativo, Estrategias de enseñanza, Derivadas primera y segunda

Resumen

Este trabajo surge en la búsqueda de los docentes de la asignatura Cálculo aplicado a las Ciencias Económicas de diferentes aplicaciones vinculadas a la realidad y la problemática actual que despierten el interés de los estudiantes y puedan visualizar, a través de ellas, las aplicaciones de la materia en el campo de estudio que han escogido. El objetivo es trabajar con los datos vertidos por el INDEC sobre la canasta básica alimentaria (CBA) en los últimos doce meses informados, hallar una función a la cual respondan dichos datos y con ella, utilizando la derivada, poder estimar en forma aproximada el cambio que la CBA tendrá en el período siguiente y el comportamiento de dicha variación. Esta materia es previa a Estadística, pero igualmente se les explicará en forma sencilla y utilizando Excel, cómo podemos inferir una función como línea de tendencia de un conjunto de datos. En general, hasta el momento, cada vez que se trabaja en aplicaciones económicas, las funciones ya son datos de los problemas, el primer propósito es que vean cómo podemos obtener esas funciones. Posteriormente, utilizando el cálculo de derivadas, se estimará en forma aproximada cuál será la variación de la CBA para el próximo período y con la derivada segunda veremos si la variación en la misma está creciendo o decreciendo. Al presentar el trabajo en la clase ya se tendrá informe del INDEC sobre la CBA del período siguiente como para ver cómo resulta nuestro pronóstico.

1 Introducción

La canasta básica alimentaria (CBA) según la definición que el mismo INDEC realiza es *“el conjunto de alimentos y bebidas que satisfacen requerimientos nutricionales, kilocalóricos y proteicos, cuya composición refleja los hábitos de consumo de una población de referencia”*

En Argentina se usa el método del ingreso o línea de pobreza (LP) para cuantificar el monto del ingreso que debe tener un individuo o grupo familiar para satisfacer de manera mínima y adecuada sus necesidades básicas. Para comparar los ingresos por grupo o individuo y así determinar el porcentaje de hogares que se encuentran por encima de la línea de indigencia (LI) o pobreza extrema se construye la CBA.

Existe también la canasta básica total (CBT) que amplía la CBA al agregar los bienes y servicios no alimentarios tales como vestimenta, transporte, educación, salud, vivienda, etc. El método para calcular la CBT consiste en multiplicar la CBA por un coeficiente que relaciona los gastos totales con los gastos alimentarios observados en una población de referencia. La fórmula para calcular la CBT es la siguiente:

$$CBT = CBA \times ICE$$

Aclaremos que se denomina ICE a la inversa del coeficiente de Engel, mientras que éste es la proporción de los gastos totales que corresponden a alimentos, o sea:

$$\text{coeficiente Engel} = \frac{\text{gastos alimenticios}}{\text{gastos totales}}$$

La CBA se utiliza para determinar la línea de indigencia mientras que la CBT para hallar la línea de pobreza.

2 Composición de la Canasta Básica Alimenticia

Para determinar los requerimientos energéticos por grupo familiar y por individuo para construir finalmente los valores de la CBA, primero se estiman las necesidades energéticas (en kcal) para cada miembro del hogar (llamado unidad consumidora) considerando obviamente las diferencias por edad, sexo y actividad. Luego de esto se define la unidad de referencia, a la que se le asignará el número uno (1) que en nuestro país es un varón adulto entre 30 y 60 años con actividad física moderada y se lo llama "adulto equivalente". Luego se calcula la relación entre los requerimientos energéticos de cada unidad consumidora del hogar según su sexo y edad en comparación con el adulto equivalente. La fórmula que se emplea es la siguiente:

$$\text{Unidad consumidora para cada sexo y edad} = \frac{\text{kcal para ese sexo y edad}}{\text{kcal para el adulto equivalente}}$$

Una vez que se realizan estos cálculos se construye una tabla como la que copiamos en forma parcial a continuación que fue obtenida del informe denominado Preguntas Frecuentes del Ministerio de Economía de Argentina. INDEC. Junio 2020:

Tabla 1: Requerimientos energéticos por edad como proporción del adulto equivalente

Edad	Mujeres	Varones
Menor de 1 año	0.35	0.35
1 año	0.37	0.37
2 años	0.46	0.46
....
18 a 29 años	0.76	1.02
30 a 45 años	0.77	1.00
46 a 60 años	0.76	1.00
61 a 75 años	0.67	0.83

76 años o más	0.63	0.74
---------------	------	------

Es necesario aclarar también que para definir los alimentos y cantidades que componen la CBA se toma en cuenta los hábitos y pautas de consumo de la población en cada región. Estos datos en Argentina se obtienen de las Encuestas Nacionales de Gastos e Ingresos de los Hogares (ENGHo). De esta forma se elabora una lista diferente para cada una de las seis regiones del país: Gran Buenos Aires, Pampeana, Noroeste, Noreste, Cuyo y Patagonia. El trabajo se realiza con los datos que informa el INDEC sobre la región Gran Buenos Aires.

3 Cálculo de la Línea de Indigencia (LI)

Una vez calculada la CBA para cada adulto equivalente se considera el grupo familiar básico para el cual se va a estimar el valor. Por ejemplo, supongamos una pareja compuesta por un hombre de 32 años, una mujer de 30 años y dos niños de 5 y 8 años (hasta los 9 años los valores de niñas y niños son iguales). Los valores correspondientes, según la tabla expuesta en el punto 2, son 1 (hombre), 0.77 (mujer), 0.60 (niño de 5 años) y 0.68 (niño de 8 años). Esto nos da un total de 3.05. Luego se determina el valor de la CBA y a dicho valor se lo multiplica por este factor 3.05. El valor obtenido nos dirá el ingreso mínimo por grupo familiar tipo que fija la línea de indigencia para este grupo familiar.

Nosotros trabajamos con el valor de la CBA de la región Gran Buenos Aires obtenida del informe de INDEC publicado en junio 2022 para el adulto equivalente, o sea individual.

4 Comenzamos a trabajar

Ingresamos al sitio web de INDEC y obtuvimos el último informe técnico (Vol 6 N° 110) emitido por dicho organismo en mayo de 2022. En él se informan los datos tanto de la CBA como de la Canasta Básica Total (CBT) que es la que define, en nuestro país, la línea de pobreza (LP). En dicho documento se informa un valor para la CBA de \$ 14.401 para mayo (por adulto equivalente) y, en la misma medida, un valor de la CBT de \$ 32.258.

De este informe se extrae la siguiente tabla para realizar nuestro trabajo:

Tabla 2: Valores de la CBA y la CBT por adulto equivalente desde mayo 2021 a mayo 2022

Mes	Canasta básica alimentaria		Inversa del coeficiente de Engel	Canasta básica total	
	Línea de indigencia (valor en \$)			Línea de pobreza (valor en \$)	
2021	Mayo	8.874,89	2,35	20.855,99	
	Junio	9.195,41	2,34	21.517,26	
	Julio	9.386,04	2,33	21.869,47	
	Agosto	9.454,13	2,34	22.122,66	
	Septiembre	9.713,21	2,35	22.826,04	
	Octubre	10.008,20	2,34	23.419,19	
	Noviembre	10.266,79	2,33	23.921,62	
	Diciembre	10.667,86	2,31	24.642,76	
2022	Enero	11.111,27	2,29	25.444,81	
	Febrero	12.108,08	2,24	27.122,10	
	Marzo	12.900,45	2,25	29.026,01	
	Abril	13.762,77	2,24	30.828,60	
	Mayo	14.400,84	2,24	32.257,88	

Fuente: INDEC, Dirección de Índices de Precios de Consumo.

Como habíamos decidido trabajar con los datos correspondientes a un año, consideramos desde junio 2021 a mayo 2022. Estos valores se llevaron a una tabla en la cual los períodos temporales se numeraron desde 1 hasta 12 para completar el año y se realizó con los mismos un gráfico de dispersión.

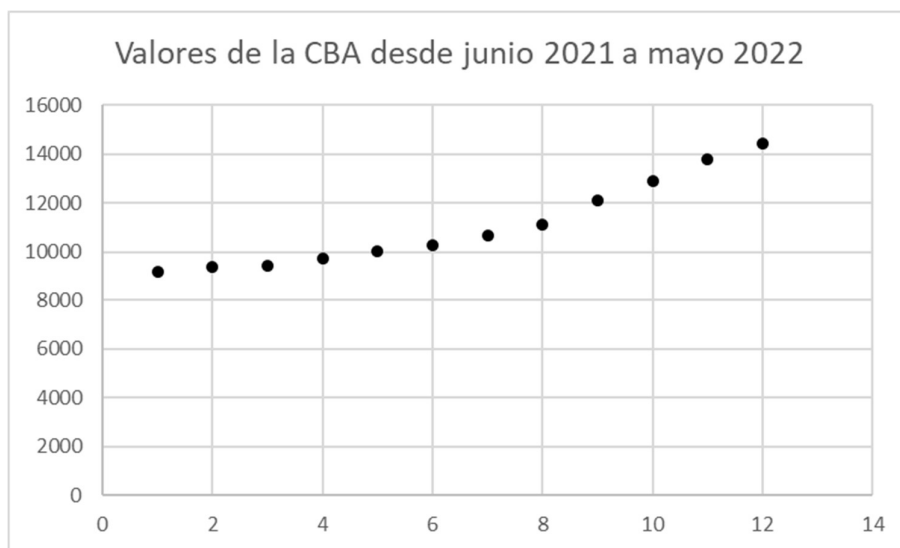


Gráfico 1: Diagrama de dispersión con los datos obtenidos de la tabla 2

En el trabajo en clase se les muestra a los alumnos cómo podemos, utilizando estos puntos, buscar una línea de tendencia que mejor se ajuste a los mismos. Vemos a continuación diferentes intentos:



Lineal



Exponencial



Logarítmica



Polinómica grado 2



Polinómica grado 3



Polinómica grado 4

Gráfico 2: Comparación de diferentes líneas de tendencia

Una vez que determinamos, a simple vista, porque aún no conocen los conceptos estadísticos de regresión, cálculo de errores de estimación, etc., que el mejor ajuste es la función polinómica de grado cuatro, hallamos la ecuación de la línea de tendencia y obtenemos el siguiente gráfico:



Gráfica 3: Línea de tendencia polinómica de grado 4 y función estimada

Para entender que ésta función es aproximada pero que dicha aproximación es buena se obtienen algunos valores y se comparan con los de la tabla:

Si $x = 1$, se obtiene un valor estimado para la CBA de \$ 9160,95 (valor real \$ 9195,41)

Si $x = 7$, se obtiene un valor estimado para la CBA de \$ 10685,44 (valor real \$ 10667,86)

Si $x = 12$, se obtiene un valor estimado para la CBA de \$ 14443,06 (valor real \$ 14400,84)

La aproximación es muy buena, y podemos apreciar que en algunos casos es por exceso y en otros por defecto.

5 Estudio de la función

Ahora nos abocaremos al estudio de la función que se obtuvo como línea de tendencia para los valores de la CBA.

Trabajando con las reglas de derivación hallamos la derivada primera de la función hallada:

$$y = -1,024x^4 + 26,966x^3 - 189,97x^2 + 646,38x + 8678,6$$

$$y' = -4,096x^3 + 80,898x^2 - 379,94x + 646,38$$

Cuando definimos la derivada de una función realizamos la interpretación geométrica y económica, utilizando como ejemplo una función de costos e introduciendo lo que se denomina el análisis marginal de la función.

En este caso, nuestra función en estudio es la que nos devuelve el valor de la CBA para los diferentes períodos mensuales considerados a partir de junio de 2021. Por lo tanto, si calculamos el valor de la derivada en un período cualquiera "n", nos dará en forma aproximada, el aumento o decrecimiento que tendrá la CBA al pasar del período n

considerado, al siguiente, (n + 1). Por ejemplo, si calculamos el valor de la derivada cuando x = 5 nos dará en forma aproximada cuál es el aumento de la CBA de octubre 2021 a noviembre 2021.

$$y'(5) = -4,096x^3 + 80,898x^2 - 379,94x + 646,38 = 257,13$$

Este valor lo interpretamos de la siguiente forma: “La CBA aumenta, en forma aproximada, de octubre 2021 a noviembre 2021 la suma de \$ 257,13”.

Volviendo a nuestra Tabla 2 podemos ver que la variación real de la CBA de octubre 2021 a noviembre 2021 fue de \$ 258,59.

Por supuesto que, al ser una función aproximada, no todos los valores que arroja la derivada son tan cercanos a los valores reales.

En la siguiente tabla pueden observarse los valores estimados de la CBA por la función y los de la derivada en cada uno de los periodos.

Tabla 3: Valores reales y aproximados. Variación real y aproximada

Periodo	Línea indigencia	Valor Aproximado	Variación real	Variación aproximada - Derivada
1	9195,41	9160,952	190,63	343,242
2	9386,04	9410,824	68,09	177,324
3	9454,13	9553,148	259,08	124,05
4	9713,21	9688,28	294,99	158,844
5	10008,2	9892	258,59	257,13
6	10266,79	10215,512	401,07	394,332
7	10667,86	10685,444	443,41	545,874
8	11111,27	11303,848	996,81	687,18
9	12108,08	12048,2	792,37	793,674
10	12900,45	12871,4	862,32	840,78
11	13762,77	13701,772	638,07	803,922
12	14400,84	14443,064		658,524

Pasemos ahora a la consideración de la derivada segunda. Esta nos permitirá, a través de su signo, determinar si la derivada crece o decrece, por lo cual nos permitirá aproximar una estimación acerca de la variación de la CBA, la

cual puede estar aumentando de un período a otro pero puede ser que ese aumento sea menor o mayor que la anterior.

Obtenemos primero la derivada segunda:

$$y' = -4,096x^3 + 80,898x^2 - 379,94x + 646,38$$

$$y'' = -12.288x^2 + 161.796x - 379.94$$

Ahora, en la tabla siguiente, agregamos una columna para la derivada segunda calculada en todos los períodos considerados:

Tabla 4: Ampliación de la Tabla 3 con los valores de la derivada segunda

Período	Línea indigencia	Valor Aproximado	Variación real	Variación aproximada - Derivada	Variación de la derivada - Derivada 2a
1	9195,41	9160,952	190,63	343,242	-230,432
2	9386,04	9410,824	68,09	177,324	-105,5
3	9454,13	9553,148	259,08	124,05	-5,144
4	9713,21	9688,28	294,99	158,844	70,636
5	10008,2	9892	258,59	257,13	121,84
6	10266,79	10215,512	401,07	394,332	148,468
7	10667,86	10685,444	443,41	545,874	150,52
8	11111,27	11303,848	996,81	687,18	127,996
9	12108,08	12048,2	792,37	793,674	80,896
10	12900,45	12871,4	862,32	840,78	9,22
11	13762,77	13701,772	638,07	803,922	-87,032
12	14400,84	14443,064		658,524	-207,86

Cuando observamos la tabla, especialmente las últimas dos columnas podemos entender cuál es la interpretación del signo de la derivada segunda. Por ejemplo, del período 1 al 2, se estima un crecimiento aproximado de \$ 343,242 y del período 2 al 3 de \$ 177, 324. En ambos casos se ve una estimación positiva de la derivada primera, lo que nos indica que se estimaba un crecimiento de la CBA de junio a julio 2021 al igual que de julio a agosto de 2021. Sin embargo, la derivada segunda nos da negativa en dichos períodos. Esto nos indica que, si bien se estima

un crecimiento de la CBA, dicho crecimiento, a su vez, decrece en valor, lo cual está claro en la tabla, pues disminuyó de \$ 343, 242 a \$ 177,324.

6 Conclusiones

La propuesta de este trabajo fue mostrar a los estudiantes, por un lado, cómo estimar una función en forma simple, que comprendan que los valores con los que trabajan las funciones económicas son aproximaciones de los valores reales y cómo la derivada puede permitirnos estimar los crecimientos o decrecimientos de la función y cómo varían dichos crecimientos.

Este objetivo es alcanzado y a la vez abre la posibilidad de despertar el interés de los estudiantes a encontrar nuevas aplicaciones fuera de las que habitualmente se trabajan en clase.

La idea es realizar un seguimiento de esta misma función en los meses sucesivos, para ver si es necesario ajustar la misma o se puede seguir trabajando con ella algunos períodos más.

7 Referencias

Arya, J. y Lardner, R. (2009). *Matemáticas aplicadas a la administración y la Economía 5ª Edición*, México: Pearson Educación.

Haeussler, E. y Paul, R. (2015). *Matemáticas para Administración y Economía, 13ª Edición*. México: Prentice Hall.

INDEC (2022). Condiciones de vida. Volumen 6, Número 8. Consultado 22 junio 2022

https://www.indec.gob.ar/uploads/informesdeprensa/canasta_06_226144AF5583.pdf

Tan, S. (2012). *Matemáticas para administración y Economía 5ª Edición*. México: Cengage Learning.

Zill, D. y Wright, W., (2011). *Cálculo de una variable. Trascendente tempranas, 4ª Edición*. México: Mc Graw Hill

La Motivación de Logros en Estudiantes de los Primeros Años de Carreras de Ciencias Económicas.

SOSA, Nora Mabel – SUREDA, Silvia Cristina
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Misiones
noramsosa@gmail.com - scsureda@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Motivación de Logros, Atribuciones, Factores

Resumen

Como parte de una investigación que analiza la posible relación entre la Resiliencia, la Motivación de Logros y la Satisfacción con la carrera, se estudian las dimensiones o factores que hacen al perfil motivacional de estudiantes de los primeros años de carreras de grado y pregrado de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Misiones. En este trabajo se describen las particularidades que hacen al concepto de *Motivación de Logros* como así también el proceso que se siguió para la caracterización de los perfiles en grupos seleccionados, empleando en el estudio un instrumento adaptado y validado previamente. Los grupos que integran el estudio, focalizado en estudiantes de primeros años de las carreras universitarias, fueron seleccionados por estar cursando asignaturas del área matemáticas, no obstante, los reactivos de la escala son extensivos a todas las asignaturas que han cursado los estudiantes al momento de la implementación del test. Los resultados indican el menor valor medio en el Factor 4 (Atribuible a la evaluación de los profesores/Suerte), en el que responsabiliza de los logros obtenidos a la dificultad de las tareas, a las exigencias de plazos o a la suerte, con lo que perfilaría a estudiantes con las peores probabilidades de obtener éxitos en sus resultados académicos. El Factor 2 (Atribuible al esfuerzo) es el que muestra el mayor guarismo medio en los cinco grupos. Éste está relacionado con el esfuerzo, indica un innegable interés por lograr aprendizajes, los estudiantes podrían modificar sus conductas y controlarlas, con objetivo de maximizar las probabilidades de alcanzar el éxito.

1 INTRODUCCIÓN

La investigación motivacional es considerada una importante herramienta para comprender algunos de los porqués del comportamiento de las personas. Su análisis permite revelar motivaciones que ni el sujeto sabe que tiene, ya que es posible penetrar en el conocimiento tanto consciente como inconsciente del mismo al apelar a sus necesidades no reconocidas.

Los motivos constituyen entidades hipotéticas e intangibles que no se pueden medir, sino a través de una combinación de técnicas de investigación, ya que muchas veces el sujeto no está consciente de las razones de sus acciones ni de sus motivaciones. Por ello, la investigación motivacional se enfoca en descubrir sentimientos, actitudes y emociones subyacentes en relación con las conductas de las personas. Ello permite anticipar reacciones (Schiffman & Lazar Kanuk, 2005).

En la motivación siempre hay una causa o motivo que impulsa al sujeto hacia la acción. Este se dispone a poner una cantidad de energía y esfuerzo durante cierto tiempo para obtener la meta deseada. Es por ello, que el estudio de la motivación se relaciona con el de las necesidades.

Maslow (1954) realiza en su elaboración de la Teoría de las Necesidades una distinción entre las necesidades profundas del sujeto, muchas de ellas, generalmente inconscientes, y sus deseos, que se dan cuando se verbaliza

lo que se quiere y está dirigida a un objeto determinado y a su vez hacia las necesidades propias de la conducta. y se dirige a un objeto determinado, y a su vez, estas (necesidades) de las conductas.

El conocimiento de la dinámica entre estos tres conceptos es lo que permite a los investigadores desandar a partir de la observación de conductas y de expresiones verbales, para acceder desde allí al conocimiento de las necesidades y motivaciones profundas del sujeto.

Surgen así las necesidades como un impulso interno con relación a un ambiente al que el organismo se debe adaptar, por lo que las motivaciones tienen un fuerte componente relacionado con las condiciones del ambiente, que luego, en relación con las circunstancias personales del sujeto, van moldeando su conducta. Por ello, se puede afirmar que la motivación es un impulso compuesto por una sumatoria de factores que inclinan al sujeto hacia la realización de una acción elegida entre varias alternativas, con miras a alcanzar un objetivo determinado.

La teoría de la jerarquía de las necesidades de Maslow es una de las teorías de motivación de mayor trascendencia. Esta teoría sostiene que cada nivel de la jerarquía de necesidades debe ser satisfecho antes de que se active el siguiente, dado que una vez que una necesidad ha sido satisfecha ya no motiva el comportamiento, y comienza a hacerlo la siguiente necesidad que se torna dominante.

Si bien ninguna necesidad está absolutamente satisfecha, una vez que ha llegado a cierto nivel de satisfacción, ya no motiva al individuo. Maslow propone que para comprender las motivaciones dominantes de una persona es necesario comprender en qué estadio se encuentra esa persona (Robbins & Coulter, 2005).

Maslow parte del supuesto de que el hombre se mueve siempre por metas personales que dan sentido a su vida y le satisfacen. El hombre, según este autor, desea siempre algo y tras la consecución de ese deseo, inmediatamente, surge uno nuevo que vuelve a ser motor de su conducta en un proceso ininterrumpido. En definitiva, lo que mueve al individuo son motivaciones que surgen de una serie de necesidades. Esas motivaciones son, pues, innatas, situadas en el ámbito instintivo y de tipo compensatorio. Desde este punto de partida, Maslow elabora su teoría motivacional. (Polaino Lorente, 2003, pág. 133).

Conforme la elaboración teórica de Maslow, entonces, la conducta estaría dirigida a la obtención de objetivos señalados por las necesidades. El autor ha elaborado, al respecto, etapas jerárquicas de este desarrollo de necesidades que dan origen a la llamada pirámide de necesidades:

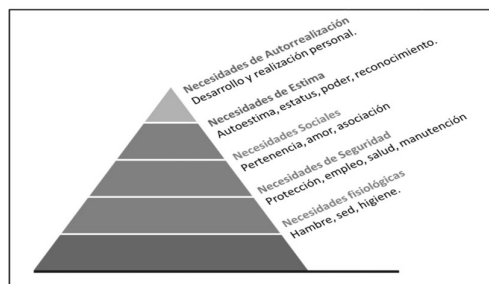


Figura 1. Jerarquía de necesidades de Maslow.

Las cinco categorías básicas de necesidades descritas por Maslow y que se aprecian en la pirámide son:

- Las necesidades fisiológicas. Este estadio hace referencia a las necesidades esenciales más elementales y urgentes.

No hay duda de que estas necesidades fisiológicas son las más prepotentes de todas las necesidades. Esto significa concretamente que el ser humano que carece de todo en la vida, en una situación extrema, es muy probable que su mayor motivación fueran las necesidades fisiológicas más que cualesquiera otras. Una persona que carece de alimento, seguridad, amor y estima, probablemente sentiría con más fuerza el hambre de comida antes que cualquier otra cosa. Si todas las necesidades están sin satisfacer, y el organismo, por tanto, está dominado por las necesidades fisiológicas, las restantes necesidades simplemente pueden ser inexistentes o ser desplazadas al fondo. (Maslow, 1991, pág. 23)

- Las necesidades de seguridad. Representan el deseo de tener seguridad y estabilidad. Incluyen el deseo de ausencia de dolor, de amenazas y de enfermedad (Hellriegel, 2009).
- Las necesidades sociales. Hacen referencia al deseo de amistad y amor. El sentimiento de pertenencia corresponde a este estadio y surge cuando las necesidades fisiológicas básicas y de seguridad están mediana o altamente satisfechas.
- Las necesidades del ego o la estima. Comprende el deseo de realización, valía personal y reconocimiento o respeto. Las personas que tienen necesidades de ego o estima desean que otras personas las acepten y las perciban como competentes y capaces.

Estas necesidades se pueden clasificar en dos conjuntos subsidiarios. Primero están el deseo de fuerza, logro, adecuación, maestría y competencia, confianza ante el mundo, independencia y libertad. En segundo lugar, tenemos lo que podríamos llamar el deseo de reputación o prestigio (definiéndolo como un respeto o estima de las otras personas), el estatus, la fama y la gloria, la dominación, el reconocimiento, la atención, la importancia, la dignidad y el aprecio. (Maslow, 1991, pág. 31)

- Necesidades de autorrealización. Este tipo de necesidad implica el que otras personas reconozcan el potencial que tienen y para el sujeto, desarrollar su máxima capacidad para ser todo lo que pueden ser. Las personas que se encuentran en el nivel de autorrealización buscan incrementar sus capacidades para resolver problemas y se guían por la motivación intrínseca (Hellriegel, 2009).

El tipo de jerarquización de estas necesidades que realicen los estudiantes se constituirá en facilitadora o bien actuarán coartando sus logros académicos. Se puede establecer qué tipo de metas se han fijado definiendo las atribuciones que establezcan de estas necesidades en trayectoria académica.

Es importante tratar de determinar a qué causas o hechos los estudiantes atribuyen los resultados académicos logrados. Investigaciones realizadas por Barca et al. (2008) revelan que el deseo de alcanzar el éxito y rehuir el fracaso es parte de la base actitudinal sobre la que se sustenta la motivación de logro.

Este concepto fue llevado al ambiente académico por Weiner (1986). Sin embargo, al hablar de motivación de logro no podemos dejar de citar a Murray, (1938) mencionados en Sanchez Ruiz (2016) quien se basó en el estudio de las necesidades de los sujetos haciendo una clasificación de las mismas e incluyó la necesidad de logro. Este autor la define diciendo: "la motivación de logro como deseo o tendencia a vencer obstáculos, superando las tareas difíciles lo mejor y más rápidamente posible." McClelland, en 1989 desarrolla la motivación de logro, juntamente con

la motivación de afiliación y poder. Este afirmaba que todas las personas adquieren socialmente tres necesidades, una de estas es la motivación de logro, a la cual se puede definir como "...tendencia del sujeto a buscar el éxito en situaciones desafiantes que supongan un reto, es decir, que impliquen demostrar capacidad y que permitan evaluar el desempeño del sujeto". A la motivación de logro la caracteriza el esfuerzo por sobresalir, luchar por el éxito y conseguir los objetivos marcados, y se manifiesta cuando las necesidades básicas están cubiertas y se orienta la conducta a la superación personal y el autocrecimiento.

Díaz de León (2015) establece una relación entre la motivación y el rendimiento en el estudio. Menciona que la motivación de logro y, por ella, el rendimiento académico, se ven beneficiados en la medida que las atribuciones causales sean a) de carácter interno, donde se le atribuye a uno mismo la responsabilidad por el éxito o fracaso de la tarea; b) de carácter inestable, cuando lo que causa el éxito o fracaso es susceptible de modificación; c) la atribución al esfuerzo es la que facilita con mayor claridad el aprendizaje y d) de carácter controlable, cuando la persona concibe atribuciones que son controlables por él.

Según publicación realizada por Durán-Aponte y Pujol (2013), la teoría atribucional propuesta por Weiner (1990) establece que las atribuciones realizadas por el estudiante para explicar el resultado académico logrados, son por lo general debido a las siguientes causas; capacidad (o falta de capacidad), el esfuerzo (o falta de esfuerzo), la suerte (o su falta) y el grado de dificultad de la tarea, aunque reconoce que puedan existir otras.

Estas causas tienen propiedades o dimensiones que se describen a continuación y se resumen en la Tabla 1 (Weiner, 1985).

Tabla 1: Dimensiones de la causalidad en la teoría de Weiner (1985).

Dimensión de la atribución	Atribuciones causales de éxito y fracaso			
	Dificultad de la tarea	Esfuerzo	Capacidad	Suerte/ Evaluación del Profesor
Locus de control	Externa	Interna	Interna	Externa
Estabilidad	Estable	Inestable	Estable	Inestable
Controlabilidad	Incontrolable	Controlable	Incontrolable	Incontrolable

- El locus de control: se refiere al lugar donde se encuentra la causa, la cual puede estar dentro del propio individuo (locus interno) o fuera de él (locus externo). La capacidad y el esfuerzo son consideradas causas internas y la dificultad de la tarea, la evaluación del profesor y la suerte, externas.
- Estabilidad o constancia de la causa: hace referencia al grado en que las causas se consideran más o menos constantes en el tiempo. La capacidad y la dificultad de la tarea suelen ser vistos como factores estables y el esfuerzo, el docente y la suerte como inestables.
- Controlabilidad: se refiere al grado en el que se percibe que las causas están bajo control voluntario, o escapan a él. La dificultad de la tarea, la suerte, la capacidad y la competencia docente se consideran incontrolables, el esfuerzo no.

Según Weiner (1990) son estas dimensiones y no las causas en sí las que determinan las expectativas y afectos de los sujetos y, por lo tanto, su motivación, lo que posteriormente repercutirá también sobre su rendimiento. Entonces, se cree que los alumnos que atribuyen sus resultados a causas internas, inestables y controlables (el esfuerzo) tienen mejores probabilidades de obtener éxito en sus resultados académicos; por el contrario, los alumnos que atribuyen sus resultados a causas externas, inestables e incontrolables (suerte), harán poco esfuerzo en su estudio y aprendizaje. El objetivo del trabajo fue, entonces, recabar información sobre la motivación de logros en estudiantes de primer año de las carreras de ciencias económicas.

2 INSTRUMENTO

Para lograr una aproximación respecto a la variable Motivación de Logro se optó por utilizar un instrumento cuya adaptación fuera realizada por los investigadores Durán-Aponte & Pujol (2013). Por cuestiones lingüísticas se reformularon algunas consignas, así *afán* se reemplazó por *ganas*, y de igual manera se procedió en ítems que podrían prestarse a confusión.

Otra particularidad del instrumento utilizado es que emplea una escala Osgood, de 7 opciones, es decir un diferencial semántico, por ello se decidió estructurar todas las respuestas siguiendo una misma jerarquización, colocando atributos negativos a la izquierda y positivos a la derecha.

3 MÉTODO y RESULTADOS

El proceso de relevamiento de datos se realizó a través de invitaciones de participar en el estudio a alumnos de los primeros años de carreras de grado y pregrado de la FCE - UNaM, la misma se efectuó a través de las aulas virtuales de varias asignaturas del área matemáticas. En esta presentación se contemplan las respuestas de estudiantes de TUAC: Técnico Universitario Administrativo Contable (Carrera de PreGrado), CP: Contador Público (Carrera de Grado), LAE: Licenciado en Administración de Empresas (Grado) y LE: Licenciatura en Economía (Grado), en grupos muestrales en los periodos 2021 y 2022, que accedieron a participar voluntariamente. Esto constituye un muestreo aleatorio no probabilístico intencional, realizado en cinco grupos, en tres asignaturas: ELEMA (Elementos de Matemática 1er año de TUAC), ALGEBRA (Algebra 1er año de CP, LAE y LE) y MAECO (Matemática para Economistas 3er año LE)

La distribución del dispositivo, diseñado en formato virtual como formulario Drive, se realizó a través de la plataforma Chamilo y consistió en 18 reactivos valorados en escala Osgood, que describen 4 dimensiones o factores (motivación de esfuerzo, motivación por características de la tarea, motivación de capacidad, motivación de competencia del profesor), tal como se muestra en la figura 2.



Figura 2: Dimensiones Motivación de Logro

Se presentan a continuación los puntajes logrados al operacionalizar las respuestas en cada grupo muestral, según haya sido la selección de los participantes de los atributos en la escala de 7 opciones del dispositivo. En la Tabla 2 se muestran valores ponderados por reactivo y factor, de respuestas obtenidas según asignatura, año en que se cursa la misma y carrera universitaria.

Tabla 2: Motivación de Logros / Sumatorias por Reactivo y Dimensión

	Grupo 1 (316)	Grupo 2 (47)	Grupo 3 (7)	Grupo 4 (143)	Grupo 5 (47)
¿Cuál es el grado de satisfacción que tienes con relación a tus notas?	1312	195	24	534	168
¿Qué relación hay en general entre la nota que obtienes y la que esperabas obtener?	1201	181	23	506	173
Valora la Justicia de las Notas con relación a lo que pensás que te merecías	1547	249	36	743	242
Con respecto a la nota que esperas sacar, finalmente la nota de los exámenes son	1264	208	24	527	180
Atribuible a la evaluación de los profesores (F4)	5324	833	107	2310	763
¿Cuánto esfuerzo haces para sacar buenas notas?	1818	270	34	779	247
¿Cuánta confianza te tienes para sacar buenas notas?	1575	243	34	766	218
Las probabilidades de que apruebes una materia son...	1549	231	32	735	220
¿Cuántas satisfacciones te proporciona estudiar?	1702	263	33	777	249
¿Con qué frecuencia te aburres en las clases?	1248	231	33	606	215
Atribuible a la capacidad (F3)	7892	1238	166	3663	1149
¿Qué importancia tiene para ti sacar buenas notas?	1970	302	41	909	292
¿Qué tanto interés tienes en estudiar?	1861	290	38	846	262
Tus ganas de sacar buenas notas son...	2058	320	42	945	294
¿Cuántas ganas tienes de aprender en lo que queda del año?	1876	297	42	908	287
Atribuible al esfuerzo (F2)	7765	1209	163	3608	1135
Tu capacidad para estudiar es...	1626	232	30	754	229

¿Cómo describes tu persistencia cuando las tareas se dificultan?	1805	272	35	813	263
¿Cómo calificas las exigencias que te impones a ti mismo respecto al estudio?	1600	248	33	725	236
¿Cómo describes tu conducta cuando tienes una Dificultad en alguna de las asignaturas?	1768	263	32	794	263
¿Con qué frecuencia terminas con éxito una tarea que has empezado?	1674	244	33	776	245
Atribuible a la característica de la tarea (F1)	8473	1259	163	3862	1236

Referencia:

GRUPO 1: ALGEBRA 2021. (CP + LAE +LE) (saliendo de la pandemia) (316 Respuestas)

GRUPO 2: ELEMA 2022. (TUAC) (47 Respuestas)

GRUPO 3: MAECO 2022. (LE) (7 Respuestas)

GRUPO 4: ALGEBRA 2022. (Licenciados) (143 Respuestas)

GRUPO 5: ALGEBRA 2022. (CP) (47 Respuestas)

La incidencia de cada factor en cada grupo muestral se presentan en Tabla 3 y Figura 3:

Tabla 3 : Motivación de Logros / Puntaje medio por Grupo y Dimensión

	Grupo 1 (316)	Grupo 2 (47)	Grupo 3 (7)	Grupo 4 (143)	Grupo 5 (47)	Conjunto (560)
Factor 1 (5)	5,36	5,36	4,66	5,40	5,26	5,35
Factor 2 (4)	6,14	6,43	5,82	6,31	6,04	6,20
Factor 3 (5)	4,99	5,27	4,74	5,12	4,89	5,04
Factor 4 (4)	4,21	4,43	3,82	4,04	4,06	4,17
Puntaje total (18)	5,18	5,37	4,75	5,22	5,06	5,19

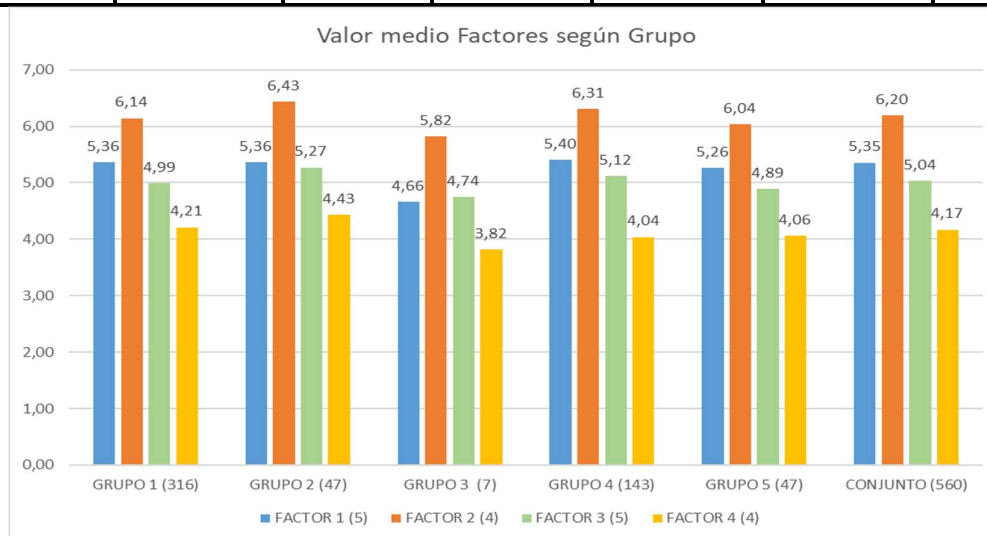


Figura 3: Motivación de Logros / Puntaje medio por Grupo y Dimensión

4 Discusión de los Resultados y Conclusiones

Se observa que la ordenación de los factores es similar en cuatro de los cinco grupos. En el grupo muestral 3 se presenta una pequeña discrepancia respecto a los otros cuatro grupos en la evaluación de los F1 (Atribuible a la característica de la tarea) y F3 (Atribuible a capacidad). Aunque ambos factores son estables e incontrolables, es decir que escapan al control voluntario de los estudiantes y resultan más o menos constantes en el tiempo, en un caso representa un factor externo mientras que en el otro es interno, en el grupo de alumnos que inician sus carreras las características de las tareas es considerada de mayor incidencia que la capacidad, por lo que el éxito o fracaso de sus actividades académicas no depende de ellos mismos, sino de las características de las actividades que se le haya encomendado.

La diferencia de orden de factores que se presenta en el Grupo 3, en el que se alternan los F1 y F3 comparado con los demás Grupos, podría encontrar sustento en las diferencias de los perfiles de la carrera universitaria y el estadio en el cual se encuentran en la carrera, ya que este grupo está integrado por alumnos más avanzados en su trayectoria universitaria, mientras que los estudiantes que accedieron a participar en los otros cuatro grupos inician con estas asignaturas su trayectoria académica.

Por otra parte, se destaca la baja puntuación media que asignan los estudiantes del Grupo 3 a todos los reactivos, a diferencia del Grupo 2 en el que se observan altos puntajes medios en cada uno de ellos.

En los cinco grupos se observa que el Factor 2 (F2) (Atribuible al esfuerzo) es el que muestra el mayor guarismo medio, mientras el Factor 4 (F4) (Atribuible a la evaluación de los profesores/Suerte) es el factor que se presenta como menos incidencia en la motivación de logro de los estudiantes que participaron en esta investigación.

En vista de esto se puede considerar el Factor 2, relacionado con el esfuerzo, como indicador de un innegable interés por lograr aprendizajes, ya que este factor se caracteriza como inestable y controlable, puesto que los estudiantes podrían modificar sus conductas, controlarlas, con objetivo de maximizar las probabilidades de alcanzar el éxito a partir de sus propios esfuerzos. Los alumnos que consideran este factor como el de mayor influencia en sus logros académicos realizan una atribución interna de los mismos, pueden manejar el compromiso y la intensidad que asignan a las tareas y realizar las acciones necesarias para alcanzar sus metas y lograr aprendizajes. Que esta atribución se presente en los estudiantes es muy valiosa, esta determinación podría permitir en el futuro la elaboración de algunas estrategias para potenciarlo buscando propender al mejoramiento del rendimiento académico de los estudiantes.

Atendiendo a las apreciaciones de Díaz de León (2015) respecto a la relación entre la motivación y el rendimiento en el estudio, en la que resulta beneficioso para los estudiantes que las atribuciones causales sean *de carácter interno, inestable* (susceptible de modificación) y *controlables*, solo aquellos estudiantes que atribuyen al esfuerzo (F2) las motivaciones de sus logros serían los que obtendrían mayor claridad de sus aprendizajes. En tal caso todos estos grupos de estudiantes muestran que este factor es uno de los que destacan por su mayor incidencia.

En los cinco grupos muestreados, de manera coincidente, se observa la baja puntuación media del Factor 4, en la que los logros son atribuibles a la evaluación de los profesores, o la pura suerte, se entendería por ello, que en estos grupos la motivación externa relacionada con la conformidad con los resultados académicos obtenidos en

función a las expectativas, la justicia o no entre esfuerzos y nota alcanzada (y “puesta” por los docentes), sería la que en menor medida influye en la motivación de logros de los estudiantes. Si este factor, que determina atribución externa de logros, fuera el de mayor puntuación media se entendería que el estudiante responsabiliza de los logros a la suerte, o a la evaluación de los docentes, identificaría a estudiantes con las peores probabilidades de obtener éxitos en sus resultados académicos, ya que harían poco esfuerzo en sus estudios y aprendizajes.

Por lo que, la baja incidencia de la atribución externa, de carácter inestable e incontrolable (F4), se podría interpretar como la conformidad de todos los grupos de estudiantes con la evaluación de los docentes. Se deduce que entienden que las evaluaciones son justas, y que los resultados obtenidos en los exámenes son consecuencia de sus esfuerzos o la capacidad que considera que posee, y no como un resultado arbitrario. Como positivo se puede señalar que esto implica que puede ajustar sus esfuerzos para lograr mejores resultados, como negativo que si entiende que su capacidad es limitada no logrará la motivación que permita resultados académicos mejores, ya que no podría hacer nada para modificarla.

5 REFERENCIAS

Barca Lozano, A., Peralbo Uzquiano, M., Porto Rioboo, A. M., & Brenlla Blanco, J. C. (2008). Contextos multiculturales, enfoques de aprendizaje y rendimiento académico en el alumnado de educación secundaria. *Revista Iberoamericana De Educación*, 46, 193-226. <https://doi.org/10.35362/rie460723>. Consultado 17/10/2021

de León, G. A. D., Alvarez, Y. B., García, G. R., & Domínguez, D. R. R. (2015). Atribuciones causales de los alumnos del SUA Psicología acerca de su rendimiento escolar. *Revista Iberoamericana de Producción Académica y Gestión Educativa*, 2(4). <https://pag.org.mx/index.php/PAG/article/download/380/419> Consultado 13/05/2022

Durán-Aponte, E., & Pujol, L. (2013). Escala Atribucional de Motivación de Logro General (EAML-G): Adaptación y análisis de sus propiedades psicométricas. *Estudios Pedagógicos (Valdivia)*, 39(1), 83-97. https://www.scielo.cl/scielo.php?pid=S0718-07052013000100005&script=sci_arttext Consultado 25/03/2022

Hellriegel, D. (2009). *Comportamiento organizacional*. México: Cengage Learning.

McClelland, D. C. (1989). *Estudio de la motivación humana* (Vol. 52). Narcea Ediciones.

Polaino Lorente, A. (2003). *Fundamentos de psicología de la personalidad*. Madrid: Rialp.

Robbins, S., & Coulter, M. (2005). *Administración*. México: Pearson Educación.

Sánchez, G. R., & Peña, A. Q. (2016). Atribución de motivación de logro y rendimiento académico en matemática. *PsiqueMag*, 4(1), 234-251.

<http://revistas.ucv.edu.pe/index.php/psiquemag/article/download/124/117/> Consultado 20/03/2022

Schiffman, L., & Lazar Kanuk, L. (2005). *Comportamiento del consumidor*. México: Pearson Educación.

Weiner, B. (1990). History of motiva

Trayectoria en el Cursado de Matemática desde el Nivel Secundario al Primer Año de la Universidad de Estudiantes Ingresantes de Ciencias Económicas

Astorga, Angélica Elvira – Álvarez, Enzo Leonardo – Carmona, Abel
Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales, Universidad Nacional de Salta
aastorga@eco.unsa.edu.ar – ealvarez@eco.unsa.edu.ar – grupoabeliano@hotmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Matemática, Desempeño académico, Enseñanza y aprendizaje

Resumen

El análisis de los resultados que presentamos forma parte de las acciones propuestas en el Proyecto de Investigación N° 2860/0, acreditado por el Consejo de Investigación de la Universidad Nacional de Salta.

En este Proyecto, uno de los objetivos es analizar si el desempeño académico matemático en el nivel secundario permite predecir el desempeño académico de los estudiantes en las Matemáticas de las carreras en Ciencias Económicas, posibilitando la implementación de estrategias pedagógicas y didácticas disciplinares acordes a las circunstancias.

Una de las principales actividades planteadas es la elaboración y puesta en marcha de una encuesta a los estudiantes ingresantes para obtener información referida a su trayectoria en relación con el cursado de matemática tanto en el nivel secundario como en Matemática I (asignatura del 1° año de las carreras de la Facultad). Para el Nivel Secundario se consideró preguntas tales como: año de egreso del Nivel Secundario, tipo de procedencia del colegio, orientación, si se llevó a rendir matemática, horas de estudio de matemática durante el secundario, modalidad de estudio (grupos de estudio), entre otros datos. Para el cursado de Matemática I, se indagó sobre: cómo le resultó el cursado, horas de estudio semanal fuera de clases y modalidad de estudio.

En el presente trabajo damos cuenta de los resultados obtenidos en esta encuesta, para luego determinar si existe algún tipo de relación entre el desempeño del estudiante durante su trayectoria escolar en la escuela media y su desempeño en el primer año de la Facultad.

Introducción

Desde inicios del siglo XXI, la educación superior se ha visto enfrentada a retos sin precedentes, bajo el impacto de la globalización y el crecimiento económico, además de la revolución de la información y la comunicación, más aún en época de la pandemia COVID-19. Estos cambios trascendentales demandan a las instituciones propuestas para mejorar la calidad de la educación que ofrecen y así garanticen la formación de egresados de la más alta calidad académica con el desarrollo de competencias profesionales fundamentales que les permitan ocupar los reducidos espacios que ofrece el mercado laboral (Cortés & Palomar 2008, p. 200). Para asegurar la calidad de la educación superior, se deben tener en cuenta ciertos factores que influyen sobre el desempeño (o rendimiento) académico y que repercuten en la deserción estudiantil, sobre todo durante la transición del secundario a la universidad.

La Universidad latinoamericana se transformó en una Universidad de masas (Portantiero, citado por Carli; 2012). La masificación de las universidades ha causado un declive notable en la capacidad de estas instituciones para atender las expectativas y demandas de los estudiantes, quienes “al ser más, son necesariamente más heterogéneos y presentan condiciones carenciales con relación a los conocimientos previos, a la motivación por los estudios y a los recursos disponibles” (Zabalza, 2002, pp. 176-177).

Nuestro sistema de educación superior argentino ha experimentado fuertes transformaciones en las últimas décadas y por ello el sistema universitario ha visto alterado su equilibrio, pasando de ser un sistema de elites a ser

un sistema de enseñanza de masas en un período extremadamente corto. Cabe señalar que la masificación que se da en el primer año puede presentarse como un problema, si bien muchos estudiantes acceden al curso de ingreso, un grupo numeroso no lo hace, o lo abandona, y esto puede ser uno de los factores que determina una experiencia de transición que resulte trunca.

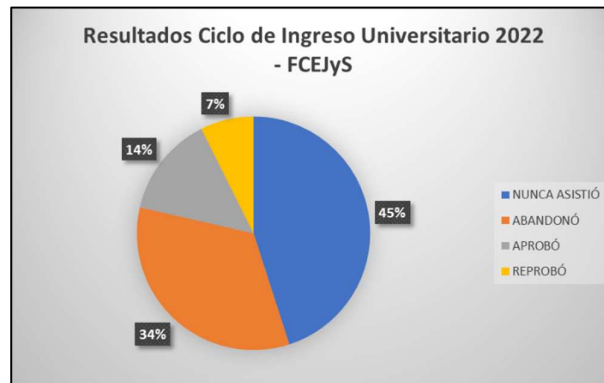


Gráfico 1. Resultados del cursado del Ciclo de Ingreso Universitario 2022 de la Fac. de Cs. Económicas

El primer año en la Universidad resulta una etapa sumamente importante en la experiencia de todo estudiante universitario (Johnston;2013), por ello determinar la relación entre el desempeño obtenido en el nivel medio y el primer año de la universidad puede resultar determinante para implementar acciones que tiendan a mejorar el nivel de desempeños.

Puede considerarse habitualmente que la calidad de los aprendizajes al acceder a la Universidad se corresponde con los adquiridos en la educación previa. No obstante, esto no implica que el estudiante carezca de potencial académico, pero sí puede dificultar y/u obstaculizar la enseñanza y los aprendizajes del nivel superior, causando muchas veces la desaprobación de asignaturas del primer año. Dada esta circunstancia, resulta imprescindible conocer aquellos aspectos que interfieren en un buen desempeño académico del alumno durante su primer año en la Facultad, sobre todo en el área de Matemática.

Matemática I es una de las primeras asignatura de primer año y del ciclo matemático de las carreras de Contador Público Nacional (CPN), Licenciatura en Administración (LA) y Licenciatura en Economía (LE) de la Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales de la Universidad Nacional de Salta. El escaso rendimiento académico de los estudiantes ingresantes que cursan esta asignatura -medido como la cantidad de alumnos que regularizan o promocionan la materia- preocupa fuertemente al equipo docente.

En el trabajo de investigación *“Correlación entre el Desempeño en Matemática del Nivel Secundario y el Ciclo Matemático de estudiantes que cursan carreras en la Facultad de Ciencias Económicas”* queremos determinar el grado de correlación entre el desempeño en Matemática del Nivel Secundario, la nota del Módulo de Matemática del ingreso en la Facultad respecto al desempeño académico en las asignaturas de matemática durante el primer año de la carrera, y así determinar la capacidad predictiva del desempeño en el nivel anterior que garantice el éxito en el desenvolvimiento del estudiante en la universidad, específicamente en Matemática I y II de CPN, LA y LE.

Fundamentación

Ambroggio (2012) destaca la significación que tiene el primer año en la universidad en relación con la permanencia de los estudiantes, y su contracara, el abandono de los estudios, dado que muchos estudiantes entienden el primer año "como un año de búsqueda, de probar qué es lo que se quiere o interesa", tomándose un tiempo en el que esperan definir una elección. De esta manera se observa que prueban un tiempo y dejan, pasando de una carrera a la otra, no necesariamente como resultado de fracasos académicos (Vanella, 1996 citado por Ambroggio, 2012).

Closas (2009) manifiesta que existe diferencia entre la formación académica que poseen los estudiantes al finalizar la educación secundaria y la que es requerida en la universidad. Ello con frecuencia les impide llevar adelante de manera adecuada las tareas que tienen lugar en este contexto. Se puede constatar que la educación secundaria con la universitaria no está debidamente articulada o hay una diferencia entre los propósitos de un nivel y otro, dado que se encuentran estudiantes en el nivel superior con serias dificultades para el aprendizaje de la matemática y otras áreas del conocimiento, consecuencia de sus trayectorias escolares.

Una conclusión que se puede obtener en casi todos los estudios nacionales e internacionales es que la mayor parte de los abandonos se produce en los primeros años de carrera, fundamentalmente en el primero (Tejedor Tejedor & García-Valcárcel Muñoz; 2007). Cabe la pregunta si existe algún tipo de relación entre el desempeño del estudiante durante su trayectoria escolar en la escuela media y su desempeño en el primer año de la Facultad.

De igual forma el bajo rendimiento académico en matemática y las deserciones en los primeros años de la universidad, a causa de las dificultades para el aprendizaje de la matemática, son problemas actuales de alcance nacional e internacional, que comparten la mayoría de las instituciones de enseñanza superior. Como se sabe una adecuada formación matemática en el nivel Secundario, más el dominio de habilidades para el estudio y la necesaria contención emocional, constituyen la base que permite a un estudiante desenvolverse con éxito en las asignaturas de matemática del nivel universitario.

González (1982) encuentra que el rendimiento en bachillerato es un buen predictor del rendimiento universitario: los alumnos con buenos promedios en bachillerato obtienen buenos promedios en la universidad, aunque su ritmo de estudios sea lento. También la edad es un factor de interés: aunque no se demuestra estadísticamente, pareciera que, a mayor edad, el alumno universitario tiende a promedios altos en sus notas, aunque el ritmo en los estudios sea lento, debido, principalmente a la doble función que ejercen las personas de más edad: Trabajo *versus* Estudios. Pero con esta información, ¿nos permite predecir el rendimiento (o desempeño) académico, como mínimo del primer año de estudios de los estudiantes de la Facultad de Ciencias Económicas?, por otro lado, el promedio que los estudiantes obtienen en el ciclo anterior ¿qué tan certeramente puede predecir el rendimiento académico?

Consideramos que es necesario evaluar las habilidades y los conocimientos básicos que poseen los alumnos que ingresan a la Facultad; pero también es cierto que en nuestra universidad no es obligatorio el curso de ingreso (por estatuto). El curso de ingreso pasó por diferentes etapas y modalidades de su dictado con el objeto de que el alumno tenga sus primeras experiencias como estudiante universitario y desarrolle un sentimiento mínimo de

pertenencia. No obstante, pareciera que ellos no han permitido favorecer el éxito necesario en la vida universitaria y sobre todo en el trayecto del ciclo de matemáticas en el primer año de la carrera elegida.

Independientemente del procedimiento de ingreso que se aplique en la institución para los ingresantes, es fundamental valorar si dicho proceso toma en cuenta los elementos fundamentales relacionados con los objetivos institucionales; es decir que tenga validez o sea que midan los aspectos que se pretenden medir.

La carencia de saberes previos (emergente en las evaluaciones diagnósticas y parciales), que en el caso de la matemática compromete fuertemente el aprendizaje futuro (por la característica de acumulabilidad que su estudio requiere); el escaso o nulo uso de técnicas de estudio para el aprendizaje de la matemática; la dificultad de los estudiantes para la lectura de textos matemáticos (de un lenguaje altamente especializado); la falta de planificación de sus tareas; el convencimiento de que los temas ya vistos en el nivel anterior, no requieren una atención más profunda; la escasa concurrencia a las consultas presenciales porque no quieren poner de manifiesto su poco dominio de conceptos básicos y/o dificultades para la resolución de ejercicios y problemas, y en particular una escasa predisposición para el estudio de la disciplina, son algunos de los múltiples factores que enmarcan la enseñanza y el aprendizaje en este grupo de estudiantes. A través de este trabajo analizaremos los resultados que se obtuvieron luego de la elaboración y aplicación de una encuesta.

Desarrollo

La literatura especializada coincide en que son muchos los factores que influyen en el rendimiento académico: factores de identificación, factores psicológicos, factores sociofamiliares, factores psicológicos y factores socioeconómicos, etc., que pueden impactar fuertemente en los logros del aprendizaje. Sin embargo, existe un consenso general en que el rendimiento académico previo es la mejor variable para predecir el rendimiento académico posterior.

Este trabajo se encuentra dentro de la primera etapa del Proyecto de Investigación N° 2860/0 “*Correlación entre el Desempeño en Matemática del Nivel Secundario y el Ciclo Matemático de estudiantes que cursan carreras en la Facultad de Ciencias Económicas*” del CIUNSA, aprobado por Res N° 335/2021-CCI. El estudio, en este caso, se centra en analizar los resultados obtenidos al aplicar una encuesta a los alumnos ingresantes que cursaron Matemática I, para indagar cuestiones relacionadas al estilo de estudio de la matemática tanto en el Nivel Secundario como en la Universidad.

Las preguntas que se pusieron en la encuesta fueron las siguientes:

- a) Carrera en la cual confirmó la inscripción
- b) Año de egreso del Nivel Secundario
- c) Tipo de Colegio que asistió durante la secundaria
- d) Orientación del Colegio de Procedencia
- e) Si tuvo la asignatura Matemática en todos los años de su Secundaria
- f) Si se llevó a rendir matemática, alguna vez durante el Nivel Secundario

- g) Valoración del cursado de matemática durante la secundaria y también para Matemática I de la Universidad.
- h) Cantidad de horas que dedicaba para estudiar matemática tanto en el Secundario como en la Universidad.
- i) Forma de estudiar matemática en el Nivel Secundario y en el Universitario

Resultados

La encuesta se aplicó a los estudiantes ingresantes a través de un formulario Google dispuesto en el Aula Virtual en la Plataforma Moodle y fue respondida por 500 estudiantes. Los resultados obtenidos son los siguientes:

- a) La mayor parte de los encuestados (56%) cursan la carrera de CPN, el 36% LA y el 8% LE, coincidiendo con las tendencias académicas de la Facultad.
- b) Al indagar sobre el año de egreso del Nivel Secundario, se determinó la siguiente información:

Tabla 1. Año de egreso del Nivel Secundario

Año de egreso	Cantidad de estudiantes
Antes del 2018	111
En el 2018	37
En el 2019	62
En el 2020	111
En el 2021	180

- c) Al consultarles sobre el tipo de institución que estudió durante la secundaria, las respuestas fueron las siguientes:

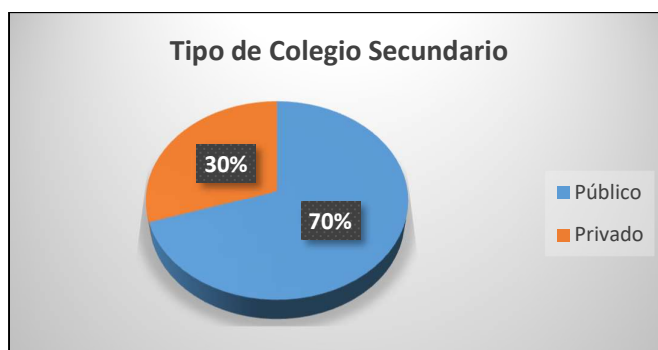


Gráfico 2. Tipo de institución de procedencia

- d) En relación con la orientación del colegio de procedencia del Nivel Secundario, las respuestas fueron las siguientes:

Tabla 2. Orientación del Colegio de procedencia

Tipo de Orientación	Cantidad de estudiantes
Agro y Ambiente	6
Agropecuaria	6
Artística	3
Bachiller	48
Cs. Naturales	61
Comercial	68
Economía y Administración	166
Economía y Gestión de las Organizaciones	21
Humanidades y Cs. Sociales	76
Informática	11
No sabe	6
Otra orientación	13
Producción de Bienes y Servicios	1
Técnica	37

- e) Otra de las preguntas planteadas en la encuesta es “*si tuvo la asignatura Matemática en todos los años de cursada de su secundaria*” y las respuestas por el SI: 456 y por el NO: 44 estudiantes.
- f) También se les preguntó “*si se llevaron a rendir matemática, alguna vez durante el nivel anterior*”, respondiendo por el SI: 160 estudiantes y por el NO: 340.
- g) Otro aspecto que se consideró en la encuesta fue acerca de “*cómo le resultó el cursado de matemática durante la secundaria y en Matemática I*”, considerando la escala 1: Muy Difícil, 2: Difícil, 3: Poco Difícil, 4: Fácil, llegando hasta 5: Muy Fácil y los resultados son los que se presentan a continuación:

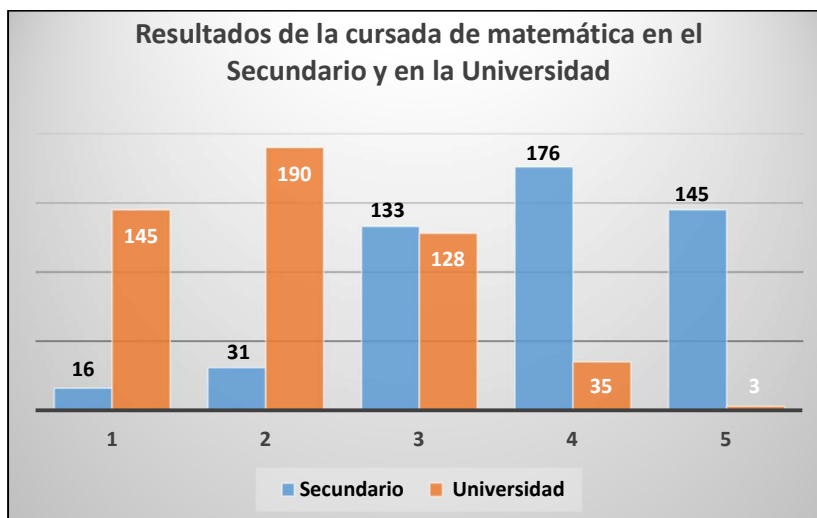


Gráfico 3. Resultados del cursado de Matemática en el nivel secundario y universitario

- h) En la encuesta, en el interrogante sobre “la cantidad de horas que dedicaba para estudiar matemática en el nivel Secundario y también para Matemática I”, la información obtenida es la siguiente:

Tabla 3. Cantidad de horas dedicadas a estudiar matemática fuera de clase tanto en el Secundario como en la Universidad

Horas de estudio: x	Secundario	Universidad
$x \leq 1$	29,6%	8%
$1 < x \leq 3$	38%	43%
$3 < x \leq 5$	24%	28%
$5 < x \leq 10$	8%	19%
$10 < x \leq 15$	0,4%	2%

- i) En relación con la forma de estudiar matemática tanto en el Secundario como en la Universidad, las respuestas fueron las siguientes:

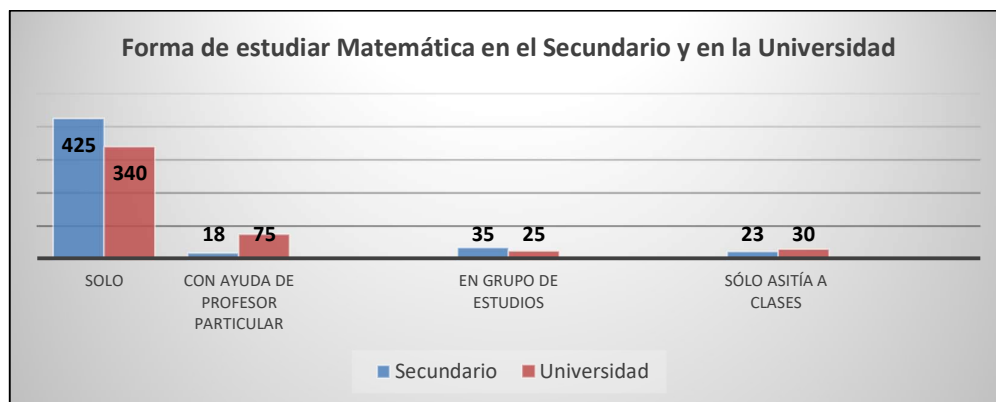


Gráfico 4. Modalidad de estudio de los encuestados

3. Conclusiones

De los resultados obtenidos, se evidencia lo siguiente:

- La gran mayoría de los estudiantes que confirmaron su inscripción en la Facultad, para el período académico 2022 no egresaron del nivel secundario el año anterior, lo cual indica que quizás los conocimientos en matemáticas estaban un poco olvidados.
- Los estudiantes ingresantes en su mayoría (70%) proviene de instituciones públicas.
- En relación con la orientación del colegio de procedencia, la mayoría (255 estudiantes) tienen la orientación comercial, Economía y Gestión de las Organizaciones. Estas orientaciones están de alguna manera relacionadas con las carreras que cursan.
- Un alto porcentaje respondieron que tuvieron la asignatura matemática durante la secundaria y también que no se llevaron esta asignatura.
- En donde se observa una marcada diferencia es en relación con “cómo le resultó el cursado de matemática en los distintos niveles”. En el Nivel Secundario la mayor cantidad se ubica en la escala desde poco difícil hasta el muy fácil, mientras que para Matemática I en la Universidad la mayor cantidad se ubica desde lo muy difícil hasta poco difícil.
- También se ve reflejado en los resultados una diferencia entre la cantidad de horas que destinaban para estudiar matemática; en el Nivel Secundario el 67,6% de los estudiantes expresan que estudian menos de tres horas, mientras que en la Universidad el porcentaje se reduce al 51% con tendencias crecientes para cada rango horario, respecto al nivel medio.
- Otra respuesta que llama la atención es la forma de estudiar matemática, la gran mayoría eligen solo tanto en la Secundaria como en la Universidad.

Somos consciente que la educación matemática procura estimular la capacidad de análisis, síntesis, abstracción, el razonamiento lógico, el espíritu crítico y científico de quien la estudia. Las matemáticas actualmente constituyen uno de los conocimientos imprescindibles en las sociedades modernas con un desarrollo tecnológico muy importante y

sin precedentes. Sin embargo, se observa en los diferentes niveles educativos del País, que las matemáticas se presentan como uno de los conocimientos poco accesibles para muchos estudiantes.

El sistema universitario se caracteriza por serias deficiencias que se reflejan en el rendimiento académico. Estas deficiencias no se inician en la formación superior, sino devienen de la formación básica recibida en la educación secundaria, y se agudiza en la Universidad debido al incremento de la complejidad de las actividades académicas. El bajo rendimiento académico de los estudiantes en matemática es un problema actual que trasciende al medio académico para convertirse en una preocupación social, institucional y personal.

De igual forma el bajo rendimiento académico en matemática y las deserciones en los primeros ciclos de la universidad, a causa de las dificultades para el aprendizaje de la matemática, son problemas actuales de alcance nacional e internacional, que comparten la mayoría de las instituciones de enseñanza superior.

Como se sabe una adecuada formación matemática en el nivel de Educación Secundaria, más el dominio de habilidades para el estudio, constituyen la base que permite a un estudiante desenvolverse con éxito en las asignaturas de matemática de nivel universitario.

Cabe remarcar que en el rendimiento académico intervienen muchas otras variables externas al sujeto como: la calidad del profesor, el ambiente de clase, la familia, el programa educativo, entre otros, y variables psicológicas o internas como la inteligencia, el pensamiento formal, las estrategias de aprendizaje, el auto concepto, la motivación, entre otros. Es por ello que al rendimiento académico se le considera un producto multidimensional (Pérez-Serrano, 1981; cit por Adell, 2006), Gimeno-Sacristán (1976) y González (2012).

3. Referencias Bibliográficas

- Ambroggio, G. A. (2012). **El primer año en la universidad y la permanencia en la carrera**. *Cuadernos De Educación*, (1). Recuperado a partir de <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/Cuadernos/article/view/632>
- Closas (2009) mencionado por González López, D. (2015) "Relación entre el rendimiento académico en matemáticas y variables afectivas y cognitivas en estudiantes preuniversitarios de la Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo" Recuperado en <https://1library.co/document/yneleiky-relacion-rendimiento-academico-matematicas-cognitivas-estudiantes-preuniversitarios-universidad.html> en junio de 2021
- Cortés & Palomar (2008) mencionado por Salcedo Barragán y Villalba, A. en "El rendimiento académico en el nivel de educación media como factor asociado al rendimiento académico en la universidad". Recuperado en <https://www.redalyc.org/pdf/1002/100212243012.pdf>
- Johnston, B. (2013). El primer año de universidad. Una experiencia positiva de transición. Madrid. Narcea.
- Pérez-Serrano, 1981; cit por Adell, 2006, Gimeno-Sacristan(1976) y González (2012) mencionado en la Tesis Doctoral de González López "Relación entre el rendimiento académico en Matemáticas y variables afectivas y cognitivas en estudiantes preuniversitarios de la Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo" Recuperado en

https://riuma.uma.es/xmlui/bitstream/handle/10630/11691/TD_GONZALES_LOPEZ_David_Ysrael.pdf?sequence=1

- Portantiero, citado por Carli; 2012 en “La experiencia universitaria y las narrativas estudiantiles. Una investigación sobre el tiempo presente” Recuperado en <http://jovenesenmovimiento.celaju.net/wp-content/uploads/2012/09/ARG-03.pdf>
- Tejedor & García-Valcárcel Muñoz; (2007) “Causas del bajo rendimiento del estudiante universitario (en opinión de los profesores y alumnos). Propuestas de mejora en el marco del EEES” Recuperado en https://www.researchgate.net/publication/28161214_Causas_del_bajo_rendimiento_del_estudiante_universitario_en_opinion_de_los_profesores_y_alumnos_Propuestas_de_mejora_en_el_marco_del_EEES
- Vanella, 1996 citado por Ambroggio, 2012 en Determinantes del rendimiento académico en el primer año de la carrera. Estudio de caso: Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de La Plata. Recuperado en <https://www.econo.unlp.edu.ar/frontend/media/10/12510/9911b200d810a498d66c97a28bbdf2c1.pdf>
- Zabalza, MA (2003). Competencias docentes del profesorado universitario. Madrid. Narcea
- Zabalza (2002) “La enseñanza universitaria. El escenario y sus protagonistas”. Recuperado en <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7421324>

Una Estrategia de Innovación en la Bibliografía de Álgebra. Incorporación de Códigos R

Bianco María José – Fraquelli Alicia – Gache Andrea
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
mjb.math@gmail.com – aliciafraquelli@gmail.com – andreagache@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Materiales de enseñanza, Bibliografía interactiva digital, Códigos R

Resumen

El desarrollo de la tecnología sigue un ritmo acelerado y su inclusión en las prácticas educativas no solo es beneficioso sino necesario. Estas tecnologías no solo favorecen la representación matemática múltiple, sino también recursos extraordinarios en la interacción estudiante-conocimiento, permitiendo un involucramiento activo del sujeto en su aprendizaje.

Por este motivo, con el afán de contribuir a la inserción de la tecnología en la práctica educativa, presentamos los avances preliminares de la segunda edición con la incorporación de códigos R. del libro digital “Notas de Álgebra teórico-prácticas” de nuestra autoría, hoy disponible en la Biblioteca Digital de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires.

El objetivo de esta presentación es compartir el trabajo inicial de rediseño del material de cátedra promoviendo el uso del lenguaje de programación R.

Una de las implicaciones más importantes del uso de los lenguajes de programación en la enseñanza del álgebra es poder proveer experiencias de aprendizaje que ayuden a desarrollar pensamientos concretos para ayudar en los procesos de abstracción necesarios para el aprendizaje de conceptos matemáticos avanzados.

Las autoras, creemos que la integración de los contenidos teóricos y prácticos con los códigos R potencia el aprendizaje, posibilita trabajar con objetos de dimensión mayor a tres evitando cálculos tediosos permitiendo enfatizar sobre el análisis de los resultados acercándolos a la realidad de su campo profesional futuro aumentando la motivación de los alumnos.

1 Introducción

La educación superior tiene entre sus funciones formar un profesional capaz de adaptarse a los cambios multidimensionales ocasionados por los avances de la ciencia y la tecnología, como así también facilitar el acceso a través de las NTIC a aquellos pensamientos de orden superior que permitan formar personas autónomas e independientes.

La innovación en las instituciones educativas debe ir más allá de la inclusión de las últimas tecnologías para alcanzar cambios más ambiciosos que afecten las ideas, valores y creencias pedagógicas que dan forma a la práctica educativa.

Estos cambios en el modelo educativo necesitan de un marco institucional que los avale. Nuestro lugar de trabajo, la Facultad de Ciencias Económicas (UBA), es el ámbito propicio, ya que está abierta al cambio, a la innovación, a hacer propio los desafíos que planteamos y satisfacer dentro de las posibilidades nuestras necesidades y la de los

alumnos. No menos cierto es el estímulo y apoyo con que contamos del Departamento Pedagógico de Matemática que frente a la actualización multimedial del material impreso, lo publicó en la Biblioteca Digital de acceso abierto de la Institución dando paso a la primera edición de las Notas de Álgebra.

De igual modo, avaló la propuesta de una segunda actualización del material digital para la incorporación de los códigos de R.

2 Descripción de la propuesta

Este material de estudio es el resultado de años de práctica docente universitaria siendo su objetivo principal que el mismo sea utilizado como bibliografía complementaria a las clases presenciales en la cursada de la asignatura Álgebra del Primer Tramo de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires.

Los contenidos de nuestras Notas de Álgebra, en sus distintas ediciones previas en soporte papel fueron ampliados y actualizados en función de los requerimientos didácticos vigentes. En todas sus versiones se incorporaron aplicaciones relevantes a las Ciencias Económicas que ponen de manifiesto que el álgebra no solo no es una disciplina abstracta, sino que, por el contrario, sus herramientas juegan un papel destacado en el área económica.

Acordamos Galindo Alba, (2017) que, en los últimos años, los alumnos que llegan a las aulas universitarias han nacido en un mundo con internet y para ellos es impensable un mundo sin tecnología, están acostumbrados a obtener información con facilidad, tienen capacidad de procesamiento paralelo, son altamente multimediales y aprenden de manera distinta. En este contexto, consideramos que los docentes debemos proponer mejoras en nuestras prácticas, que permitan relacionar nuestros conocimientos con esta nueva generación.

En su primera edición digital (2019) incorporamos tanto el uso de iconografía para guiar al alumno en la lectura del material, como códigos QR con el objeto de complementar la lectura con material ampliatorio.

La implementación de los códigos QR en el material de estudio buscó completar y/o ampliar información considerando que, aunque complementaria, la misma sea fuente para una mejor comprensión de los conceptos y posibilite un aumento significativo del aprendizaje. Empleamos los QR para agregar respuestas a ejercicios, ampliar información de libros, acceder a archivos con explicaciones del docente o, en términos generales, apuntar a cualquier contenido multimedia (página web, video, audio, documentos, simuladores, etc.)

En la actualidad en la que el manejo de software y herramientas informáticas especializadas representa un pilar fundamental en la enseñanza universitaria de grado, posgrado e investigación científica, hemos considerado atinado la incorporación del uso de script de R para apoyar el desarrollo práctico de los contenidos de la asignatura.

Nuestro objetivo es plantear su uso como una herramienta para el cálculo numérico. Esto es especialmente interesante debido a la presencia de contenidos en el programa que se prestan claramente al diseño de algoritmos y a una experimentación mayor que la que permite la enseñanza tradicional.

Se sabe que R es una herramienta informática (específicamente, un lenguaje computacional) sumamente potente para realizar distintos cálculos científicos, numéricos y estadísticos, así como para crear gráficas y figuras de gran calidad.

Lo expuesto en los párrafos anteriores derivó en considerar una nueva actualización de las Notas de Álgebra. En esta ocasión nuestra propuesta es insertar a continuación de la explicación teórica del concepto y del desarrollo de los ejemplos correspondientes, como puede verse en la figura 1, un enlace que dirija al lector al script que contenga la sintaxis de R que puede copiar y pegar en su consola para verificar lo realizado en papel y experimentar con nuevos datos.

NOTAS DE ÁLGEBRA TEÓRICO PRÁCTICAS

Ejemplo 2

Sean $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

3×3 3×3

$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 8 & 6 & 0 \\ 12 & 9 & 0 \end{pmatrix}$ $p_{11} = 1 \cdot 4 + 0 \cdot (-1) + 1 \cdot 0 = 4$

La matriz A es de orden 3×3 , lo mismo que la matriz B, por lo tanto la matriz $P = A \cdot B$ es de orden 3×3

Ejemplo 2

Ejemplo 3

Sean $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

3×3 3×1

$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 12 \\ 18 \end{pmatrix}$

La matriz A es de orden 3×3 y la matriz B es de orden 3×1 , por lo tanto la matriz $P = A \cdot B$ es de orden 3×1

Ejemplo 3

La multiplicación $B \cdot A$ no puede resolverse ya que el número de columnas de B no es el mismo que el número de filas de A, requisito para poder realizarlo.

Observación

Ejemplo 4

Sean $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 & 4 \\ 2 & 5 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 3 & 5 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$ Hallar, si es posible $A \cdot B$ y $B \cdot A$

La matriz A es de orden 2×4 y la matriz B es de orden 4×2 , por lo tanto, la matriz $A \cdot B$ es de orden 2×2

$A \cdot B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 & 4 \\ 2 & 5 & 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 3 & 5 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & 32 \\ 15 & 15 \end{pmatrix} \Rightarrow A \cdot B = \begin{pmatrix} -5 & 32 \\ 15 & 15 \end{pmatrix}$


$B \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 3 & 5 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 & 4 \\ 2 & 5 & 3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -4 & -1 & 6 \\ 4 & 10 & 6 & -4 \\ 1 & 28 & 21 & 2 \\ 14 & 18 & 8 & -16 \end{pmatrix} \Rightarrow B \cdot A = \begin{pmatrix} -5 & -4 & -1 & 6 \\ 4 & 10 & 6 & -4 \\ 1 & 28 & 21 & 2 \\ 14 & 18 & 8 & -16 \end{pmatrix}$

La matriz B es de orden 4×2 y la matriz A es de orden 2×4 , por lo tanto, la matriz $B \cdot A$ es de orden 4×4

Observación Al resolver ambos productos podemos observar que $A \cdot B \neq B \cdot A$. Por lo tanto podemos concluir: La multiplicación de matrices en general **NO** es conmutativa.

CAPÍTULO 2 56

Figura 1. Inserción del enlace a los Script de R


Clickeando en el logo  Ejemplo 2 aparece el Script de R correspondiente, como puede verse en la Figura 2

```
##### Multiplicación de Matrices####  
  
# 1. Creamos las matrices  
#Para ello usamos el siguiente código, llamaremos A a la primer matriz y B a la segunda. Recordar la condición respecto a los ordenes que deben cumplirse  
#A<-matrix(data, nrow = , ncol= ,byrow = TRUE)  
#B<-matrix(data, nrow = , ncol= ,byrow = TRUE)  
  
# 1. Creamos las matrices  
# Incorporamos los elementos de las matrices mediante un vector x para la matriz A y un vector y para la matriz B de1 (Ejemplo 2, pag.56)  
x<-c(1,0,1,2,0,2,3,0,3) # Incorporamos los elementos de la matriz A. El comando byrow= TRUE ordenará los elementos por fila.  
A<-matrix(x,nrow=3,ncol=3,byrow = TRUE) # Creamos la matriz A.  
dim(A) # orden de la matriz B.  
y<-c(4,2,-1,-1,3,0,0,1,1) # Incorporamos los elementos de la matriz A. El comando byrow= TRUE ordenará los elementos por fila.  
B<-matrix(y,nrow=3,ncol=3,byrow = TRUE) # Creamos la matriz B.  
dim(B) # orden de la matriz B.  
  
# Llamamos a las matrices A y B para verificar  
A  
B  
  
# Para la multiplicación de matrices es necesario usar el comando %%.  
AB<-A%%B # Multiplicación de matrices.  
AB  
dim(AB) # orden de la matriz AB.
```



Salida de

Figura 2. Script de R

Clickeando en el logo  Salida de R, aparece el resultado, como puede verse en la Figura 3

```
> ##### Multiplicación de Matrices####  
>  
>  
> # 1. Creamos las matrices  
> #Para ello usamos el siguiente código, llamaremos A a la primer matriz y B a la segunda. Recordar la condición respecto a los ordenes que deben cumplirse  
> #A<-matrix(data, nrow = , ncol= ,byrow = TRUE)  
> #B<-matrix(data, nrow = , ncol= ,byrow = TRUE)  
>  
> # 1. Creamos las matrices  
> # Incorporamos los elementos de las matrices mediante un vector x para la matriz A y un vector y para la matriz B de1 (Ejemplo 2, pag.56)  
> # Incorporamos los elementos de la matriz A. El comando byrow= TRUE ordenará los elementos por fila.  
> x<-c(1,0,1,2,0,2,3,0,3)  
> A<-matrix(x,nrow=3,ncol=3,byrow = TRUE) # Creamos la matriz A.  
> dim(A) # Orden de la matriz B.  
[1] 3 3  
> y<-c(4,2,-1,-1,3,0,0,1,1) # Incorporamos los elementos de la matriz A. El comando byrow= TRUE ordenará los elementos por fila.  
> B<-matrix(y,nrow=3,ncol=3,byrow = TRUE) # Creamos la matriz B.  
> dim(B) # Orden de la matriz B.  
[1] 3 3  
>  
> # Llamamos a las matrices A y B para verificar  
> A  
[1,] [,1] [,2] [,3]  
[2,] 1 0 1  
[3,] 2 0 2  
[3,] 3 0 3  
> B  
[1,] [,1] [,2] [,3]  
[2,] 4 2 -1  
[2,] -1 3 0  
[3,] 0 1 1  
>  
> # Para la multiplicación de matrices es necesario usar el comando %%.  
> AB<-A%%B # Multiplicación de matrices.  
> AB  
[1,] [,1] [,2] [,3]  
[2,] 4 3 0  
[2,] 8 6 0  
[3,] 12 9 0  
> dim(AB) # Orden de la matriz AB.  
[1] 3 3  
>  
> |
```

Figura 3 Salida de R

Es importante destacar que no es el objetivo del libro enseñar a programar en R, sin embargo, si se pretende su empleo como una estrategia metodológica que, con las indicaciones pertinentes, permita al estudiante operativizar y optimizar su tiempo en los procesos de cálculo algebraico y usar el lenguaje para comprobar la correcta adquisición de conocimientos y herramientas básicas de cada tema.

2.1 Principales beneficios del lenguaje R y RStudio

Entre los principales beneficios del lenguaje R encontramos que es un software libre de distribución gratuita y código abierto, de fácil instalación y actualización, potente a nivel gráfico, dispone de una sintaxis agradable en comparación con otros lenguajes, se destaca porque no es necesario definir los tipos de las variables, o la facilidad para trabajar con estructuras dinámicas, y dispone de un entorno de desarrollo integrado, RStudio, que facilita su uso y permite, simultáneamente, escribir instrucciones en consola, guardar documentos de trabajo, controlar las variables que están siendo utilizadas y visualizar gráficas, entre otras capacidades.

Además de ser multiplataforma, esto significa que su código puede ejecutarse en todos los sistemas operativos (Windows, Linux y MacOS), ha permitido el desarrollo de una comunidad cooperativa académica en crecimiento, hechos que la apuntalan cada vez más como la alternativa más idónea para el uso de las TIC en el ámbito educativo, y más aun tratándose de un ámbito de educación universitaria pública y gratuita como lo son las Universidades Nacionales en Argentina. (De Carli & Corbacho, 2017)

RStudio es un entorno que facilita el trabajo de programación y edición de códigos en R. Entre las opciones y complementos que posee Rstudio, que facilitan el manejo de R están: la codificación con sintaxis de R, importación de archivos y funciones, presentación de informes y creación de gráficos, entre otras (RStudio, 2016).

3 Fundamentación

En el campo de la Educación Matemática ya no se pregunta si la tecnología se debe usar, la pregunta es: ¿Cómo usarla para ofrecer una formación matemática y científica acorde con las intenciones curriculares de la educación matemática?

En relación con el uso adecuado de las tecnologías en el ámbito universitario se afirma que “puede contribuir a introducir nuevas formas en el proceso de enseñanza y aprendizaje.” (Carrasco, Del Castillo, Ansola, y Rodríguez, 2012).

Hoy cuando se habla de las Nuevas Tecnologías en el campo educativo, Casas Armengol (1992) hace referencia a los recursos multimedia, hipermedia, los tutores inteligentes, los sistemas expertos, la realidad virtual, entre otros. El empleo de esta tecnología en el ámbito educativo se justifica por la conveniencia de integrar diversos medios y orientaciones alrededor de las necesidades del que aprende

Formaneck (2013) menciona que su uso agrega incentivo al curso de matemática, resolviendo grandes proyectos; permitir al estudiante dedicar más tiempo a la comprensión de los conceptos matemáticos y dejar a la computadora los cálculos laboriosos, preparar a los estudiantes en los temas de su carrera donde puedan usar los asistentes matemáticos en el futuro; reforzar a los estudiantes en el razonamiento detrás de los algoritmos, así como en la interpretación gráfica de los conceptos matemáticos, hacer el aprendizaje de la matemática más placentero y divertido; ayudar, con el software, a los estudiantes a superar la ansiedad en la resolución de ecuaciones complicadas durante la solución de un problema.

La necesidad de respuesta a las cuestiones vinculadas con la tecnología y co-construir conocimiento pedagógico acerca de su uso en la educación matemática a partir de la reflexión sobre la práctica, nos impulsa a indagar y/o reflexionar sobre su aplicabilidad. Las verdaderas posibilidades y aportaciones didácticas de las TIC no están determinadas por las características intrínsecas del medio, sino que dependen del uso que se haga de ellas y de las concepciones de enseñanza y aprendizaje a partir de las cuales se propone su utilización.

Para Carrasco et al. (2012) hay un requisito indispensable, respecto a la utilización de las tecnologías en el proceso de enseñanza y aprendizaje: "(...) Identificar las habilidades específicas que son necesarias para usar la tecnología (...)" y reconocen que: "un programa de Matemática diseñado con el uso explícito de las tecnologías, deberá contribuir tanto a la asimilación del contenido matemático como a la solución de situaciones problemáticas o tipos de problemas al que pueden enfrentarse los estudiantes".

Como sostiene Real (2011) el uso de las TIC en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática no se limita, a la permanencia del estudiante frente a la computadora y afirma: "debemos plantearnos unos objetivos, una nueva forma de enseñar los contenidos, una nueva forma de evaluación, en definitiva, una nueva metodología con la que sacarle el mejor partido posible a las TIC.". Este autor alega que se requiere que el profesor posea habilidades, no solo en el uso de la tecnología a utilizar, sino más importante aún, en la metodología a utilizar.

Nouralhuda (2014) plantea que incluso cuando se ha investigado mucho en matemática y tecnología, no existe un método conciso de implementar la tecnología en las clases de Matemática, sumado a que los profesores no siempre tienen el conocimiento sobre cómo usar la tecnología de manera apropiada

Las posibilidades e implicaciones de su empleo en la enseñanza universitaria y las formas en que éstas pueden ser utilizadas para dinamizar y enriquecer los procesos de cambio educativo son múltiples. Pueden convertirse, así, en herramientas que fortalecen las prácticas educativas tradicionales y/o en herramientas que propicien una adecuación y transformación de los contenidos.

Una de sus fortalezas en el aula universitaria es la posibilidad de utilizar software específico para acompañar la construcción del aprendizaje. La enseñanza y el aprendizaje de los contenidos asociados a álgebra matricial o sistemas de ecuaciones, por mencionar alguno de los contenidos que son tratados en la materia, suelen ser abordados haciendo uso de herramientas cerradas donde los alumnos juegan un rol pasivo al sólo ingresar valores a los parámetros de los modelos y visualizar las salidas gráficas de estos programas, con escasa construcción de significados conceptualmente relevantes.

En los últimos años, tanto en las materias del ciclo profesional de nuestra Facultad como en las carreras de posgrado se observa un paulatino incremento del uso del software R para la operacionalización de las variables en los trabajos grado y en las publicaciones de investigación.

Esto, nos condujo a considerar que su incorporación no solo es necesaria para que nuestros alumnos comiencen tempranamente a tomar contacto con el entorno R, sino que, lo es también para los estudiantes del Ciclo Profesional y/o posgrado que están familiarizados con su uso.

4. Conclusiones y trabajos futuros

Se necesita una intencionalidad educativa en el uso de los códigos R, más allá de la simple utilización encaminada a mejorar el proceso de enseñanza - aprendizaje haciéndolo más interactivo, más innovador, sobre todo más motivador para el alumno, adaptándolo a la nueva realidad social, cultural y tecnológica que vivimos.

A pesar de las ventajas de utilizar R y RStudio en la enseñanza de los temas de álgebra, a la hora de empezar a utilizar los scripts de R es necesario contar con sesiones de práctica para familiarizarse con el entorno.

Las TIC han abierto muchas alternativas tanto en la enseñanza como en el aprendizaje de la nueva generación “digitalmente” culturizada, las que, integradas en un entorno o ambiente de aprendizaje con diferente grado de virtualización, ponen a disposición de los docentes canales de información y comunicación para promover formas distintas de enseñanza y es nuestro objetivo aprovecharlas para fortalecer el proceso y lograr alumnos con capacidad de alcanzar aprendizaje crítico y significativo.

Propiciamos entonces un uso de la tecnología y las diferentes herramientas digitales enfocadas hacia la participación activa del alumno, para que éste sea capaz de crear y construir su conocimiento, evaluar su aprendizaje y elaborar sus propias herramientas de análisis de la realidad.

Sin embargo, se debe tener cuidado en la utilización de estos recursos, para que éste sea pedagógico, y no sea una necesidad exclusivamente para resolver una operación matemática.

Acordamos con Coll (2011) que las instituciones de educación superior vienen experimentando cambios importantes con el objetivo de promover experiencias innovadoras en los procesos de enseñanza aprendizaje apoyándose en las TIC y nuestra Institución no escapa a ese propósito, el Departamento Pedagógico de Matemática preocupado y ocupado por dicha promoción nos brindó el apoyo necesario para el nuevo rediseño del material digital.

Es nuestra intención hoy completar la totalidad del material, para actualizar el que se encuentra publicado en versión digital en la Biblioteca Digital de la Facultad de Ciencias Económicas y en un futuro próximo incorporar otros lenguajes de programación como Python dada la creciente necesidad de su manejo en el ámbito profesional de nuestros egresados.

Referencias

Carrasco, T., del Castillo, A., Ansola, E. y Rodríguez, E. C. (2012). *Desarrollo de habilidades matemáticas para el uso de las tecnologías*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. México: Clame. Acceso: 27/07/2022.

Disponible en: [Desarrollo de habilidades matemáticas para el uso de las tecnologías - Funes - Universidad de los Andes \(uniandes.edu.co\)](http://Desarrollo%20de%20habilidades%20matem%C3%A1ticas%20para%20el%20uso%20de%20las%20tecnolog%C3%ADAs%20-%20Funes%20-%20Universidad%20de%20los%20Andes%20(uniandes.edu.co))

Casas Armengol, M. (1992). *Calidad y Tecnología Informática en la educación superior latinoamericana*. Unesco/Cresalc. Caracas, Venezuela.

Castellano, A., Jiménez, Á. y Urosa, B. (2012). *El buen uso de los paquetes de cálculo simbólico en la enseñanza aprendizaje del Cálculo en Ingeniería*. Pensamiento Matemático, 2(2). Acceso: 27/07/2022. Disponible en:

<http://www2.caminos.upm.es/Departamentos/matematicas>

Coll, C. (2011). *Aprender y enseñar con las TIC: expectativas, realidad y potencialidades*

[De Carli, P. Corbacho, V. \(2017\). Uso de R para enseñar y aprender modelos de dinámica poblacional.](#) En I Jornadas sobre Enseñanza y Aprendizaje en el Nivel Superior en Ciencias Exactas y Naturales (La Plata, 29 y 30 de agosto de 2017).

Formaneck, S. (2013). *Math Software in the Classroom: Pros, Cons and Tips for Implementation*. International Journal of Pedagogical Innovations, 1(1). Acceso: 27/07/2022. Disponible en:

http://www.uob.edu.bh/uob_files/685/v.1issue3.pdf

Galindo Alba, A. (2017). *Didáctica con R. Menos cuentas y más pensamiento crítico*. Pensamiento Matemático, Vol. VII (1).

Nouralhuda, I. (2014). *Computer-based math curriculum reform: Incorporating digital technology into teaching mathematics*. Mount Royal Undergraduate Education Review, 1(2). Acceso: 27/07/2022. Disponible en:

<http://mrujs.mtroyal.ca/index.php/mruer/article/view/162/77>

Real, M. (2011). *Las TIC en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. Conocimiento Libre y Educación, (1). Acceso: 27/07/2022. Disponible en:

<http://erevistas.saber.ula.ve/index.php/cled/article/view/4849/4665>

RStudio. (2016). *Rstudio ide features*. Boston. ISBN 978-9930-541-09-8 Memorias X Ciemac 429. Disponible en:

<https://www.rstudio.com/products/rstudio/features/>

Evaluación de Competencias Matemáticas en el Cálculo para Ciencias Económicas

Cámara, Viviana del Carmen —Grisetti, Silvana
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional del Litoral – Facultad de Ciencias Económicas,
Universidad Nacional del Litoral -
vcamara@fce.unl.edu.ar — silgrisetti@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Competencia Matemática, Evaluación Formativa, Flipped Classroom, Cálculo Diferencial

Resumen

En este trabajo se presenta el sistema de evaluación de competencias adquiridas en cálculo diferencial por el grupo de estudiantes de cursado regular de la materia Cálculo para Ciencias Económicas (FCE-UNL). El mismo está enmarcado en una propuesta pedagógica que pone particular énfasis en la evaluación formativa. Los aportes y reflexiones surgidos de la experiencia de trabajo en la virtualidad, período postpandemia, resultaron claves para reorientar las prácticas pedagógicas que se venían desarrollando, dando impulso a la formación de competencias en los estudiantes de las carreras de grado de la FCE.

Continuando con el modelo “Flipped Classroom”, adoptado por la cátedra desde 2017, se aplicaron a lo largo del cuatrimestre seis pruebas de seguimiento (PS) elaboradas para evidenciar el grado de progreso del grupo de estudiantes en la adquisición de la competencia definida en cada PS. En la prueba de seguimiento 3 (PS3) se definió la competencia: *Analizar e Interpretar la derivada de una función en una situación en contexto, en términos analíticos, numéricos y gráficos*. Los alumnos alcanzaron 67% de desarrollo del Nivel 1, Álgebra Elemental; 58,4% para el Nivel 2, Nociones Específicas del Cálculo y 45,1% del Nivel 3, Comunicación de resultados.

Finalizando el cursado se aplicó una encuesta a los estudiantes cuyo objetivo fue indagar sus perspectivas en cuanto a esta propuesta. Los estudiantes destacaron como positivas las PS ya que favorecieron un aprendizaje más dinámico e interactivo, acrecentando la responsabilidad y compromiso con su propio aprendizaje.

1 Introducción

Desde 2017, la cátedra comenzó un camino de cambio pedagógico sustancial, en el sentido de dejar atrás la metodología tradicional de clases expositivas e informativas para alinearse con propuestas más flexibles, con mayor feedback, potencialmente capaces de generar roles activos en los estudiantes y dar lugar a la aparición de preguntas críticas, en clases más reflexivas y formativas. Así, comenzamos a reorientar la enseñanza permitiendo “identificar los contenidos y los criterios de evaluación que tienen carácter de imprescindible y, en general, inspirar las distintas decisiones relativas al proceso de enseñanza-aprendizaje”(Marco Stiefel, 2010, p.14). Álvarez Gil (2021) y Reyes-Gasperini (2016) plantean la necesidad de abordar estudios referidos a la didáctica en el nivel superior, considerando planteamientos actuales que defienden la necesidad de un paradigma centrado en los aprendizajes, donde los alumnos asuman una participación activa en su proceso formativo.

En cuanto a los procesos de enseñanza y aprendizaje adoptamos el sistema “Flipped Classroom”, metodología en la que se invierte la organización y los roles de los actores involucrados: los estudiantes estudiarán por sí mismos el contenido general teórico y analizarán algunos ejemplos prácticos, y el tiempo de clase será aprovechado para

resolver dudas, plantear y resolver problemas e iniciar debates relevantes en relación al contenido. A los fines didácticos y para alentar el estudio del contenido se han producido videos cortos y presentaciones en Power Point, se han incorporado herramientas digitales como GeoGebra, Mathway, Simbolab, Photomath, entre otras, para favorecer la visualización, exploración, interpretación y comprobación de resultados, y se han confeccionado apuntes con problemas resueltos.

La noción que nos llevó a reorientar el enfoque de las situaciones de aprendizaje, con una idea de otorgar mayor sentido a los contenidos enseñados es la de *competencia matemática*, enmarcada en el plan de formación integral para los estudiantes de la FCE de quienes se espera que sean capaces de utilizar y aplicar eficientemente conocimientos de las distintas áreas de formación de manera integrada en el ámbito social en el que se desempeñan. En relación, entonces, a esta noción y teniendo en cuenta que en el programa de la materia se presentan tres bloques de contenidos (Cálculo Diferencial, Cálculo Integral y Sucesiones y Series), comenzamos indagando a partir de cuatro interrogantes.

- ¿Cuáles son las competencias matemáticas propias de cada uno de estos campos?
- ¿Cuáles es la competencia con la que la asignatura puede contribuir al desarrollo de competencias a nivel general de los egresados de las carreras de Ciencias Económicas para afrontar los problemas afines a su formación mediante desarrollos y justificaciones basadas en aspectos científicos?
- ¿Cuál es la metodología de enseñanza y aprendizaje más apropiada para el desarrollo de las mismas?
- ¿Qué sistema de evaluación permite valorar aspectos de la competencia como su grado de adquisición por parte del grupo de estudiantes que cursa regularmente la asignatura?

Cabe aclarar que los aportes y reflexiones surgidos de la experiencia de trabajo en la virtualidad, período postpandemia, resultaron claves para reorientar las prácticas pedagógicas que se venían desarrollando, con fines de dar nuevo sentido a las actividades que requieren de lo presencial.

2 Sistema de evaluación y promoción

Desde hace ya varios años en la cátedra se implementa un sistema compuesto por evaluaciones de tipo *sumativas*, en el sentido que se valoran resultados, y/o *formativas* en tanto se observan y analizan los procesos de aprendizaje.

Las llamadas *pruebas de seguimiento* (PS), consistentes en un principio de dos o tres ejercicios típicos de uno o dos de los temas que se iban a desarrollando, se comenzaron a aplicar con el fin de propiciar el estudio continuado de la materia, ofrecer instancias previas a exámenes parciales y finales para que los estudiantes mostraran sus resoluciones a cambio de recibir una devolución de parte del docente que les brindara la posibilidad de realizar ajustes. Se utilizaban, además, para identificar a quienes estaban en condiciones de acceder a la promoción por parciales ya que esto dependía del número de PS aprobadas, por lo que a través de las mismas se recolectaban evidencias útiles para orientar y acompañar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Como parte de los cambios implementados en 2022, las PS fueron modificadas, dejando de lado los ejercicios típicos y “aislados” para, en su lugar, proponer tareas integradoras enmarcadas en situaciones en contexto realista que sirvieran para la evaluación de competencias matemáticas del Cálculo Diferencial e Integral. Durante el primer cuatrimestre se diseñaron y aplicaron seis de estas pruebas, que fueron resueltas en forma escrita por cada estudiante en una instancia de evaluación presencial de no más de 30 minutos.

Finalmente, con la incorporación de las seis PS, el sistema de promoción de la materia que se implementa actualmente ha quedado determinado de la siguiente forma:

A) Promoción sin examen final. Los alumnos que opten por esta modalidad tendrán que cumplir con las dos condiciones siguientes: A. 1. Aprobar 4 de las 6 pruebas de seguimiento. A. 2. Aprobar dos parciales. Para acceder al primer parcial deberán tener aprobadas dos de las tres pruebas de seguimiento (PS1-PS2-PS3) tomadas con antelación al mismo. Para acceder al segundo parcial deberán tener aprobadas dos de las tres pruebas de seguimiento (PS4-PS5-PS6) tomadas después del primer parcial. En el caso que el alumno no aprobara uno de los dos parciales, tendrá derecho a recuperarlo en la mesa inmediata posterior al cursado sólo si la calificación obtenida es igual o superior a 3 e inferior a 6.

Los parciales serán escritos, individuales y de carácter teórico práctico. Se aprobarán alcanzando un 60% del total de puntos asignados. La calificación final se obtendrá como promedio de las notas de los parciales.

El alumno que no promoció la asignatura bajo esta modalidad adquirirá la condición de alumno regular sólo si cumple con A.1 y ha aprobado uno de los dos parciales. Los alumnos regulares serán evaluados con un examen diferenciado de los alumnos libres y, para aprobar, deberán obtener 60% del total de puntos asignado.

B) Promoción con examen final. Los alumnos que no hayan cumplido las condiciones anteriores serán considerados libres y deberán aprobar en las mesas de exámenes finales establecidas en el calendario académico de la FCE un examen que abarca todas las unidades del programa. Se aprobará alcanzando un 70% del total de puntos asignados al examen. Este examen será teórico práctico, individual y escrito.

3 Competencia matemática

A finales de la década de 1990 y comienzos de 2000 empezó a desarrollarse el enfoque socioformativo (Tobón Tobón, Pimienta Prieto y García Fraile, 2010). Esta perspectiva concibe la formación de las competencias como parte de la formación humana integral, a partir del proyecto ético de vida de cada persona, dentro de escenarios educativos colaborativos y articulados con lo social, lo económico, lo político, lo cultural, el arte, la ciencia y la tecnología.

La competencia es la capacidad final que tiene un sujeto no sólo de hacer uso de todas las capacidades y recursos disponibles de su entorno, incluidas sus propias capacidades, las

adquiridas y las innatas, sino la capacidad de hacer sinergia de todas ellas para abordar situaciones problemas; por eso la competencia se mide en la acción concreta. (Stiefel, 2010, p. 19)

Así, las competencias suponen actuaciones integrales ante situaciones y problemas en contexto, con idoneidad y compromiso ético, por lo que involucran “*el saber hacer, el saber conocer y el saber ser (que integra el saber convivir)*” (Tobón, 2008, p.7), desde una perspectiva de mejora continua. No basta, entonces, con formar estudiantes con muchos conocimientos, sino que, para que sean competentes en sentido amplio, es necesario que aprendan a aplicarlos integrando las diferentes áreas del conocimiento para resolver problemas de la práctica, con una ética que sustente valores y actitudes.

Más específicamente, entendemos la Competencia Matemática como

“la capacidad que tiene un individuo de identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados y utilizar e implicarse en las matemáticas de una manera que satisfaga sus necesidades vitales como un ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo”. (Stiefel, 2010, p. 37)

En nuestra materia se pueden definir tres categorías generales de competencias. Una es referida al Cálculo Diferencial, otra al Cálculo Integral y una última de Sucesiones y Series. En relación al Cálculo Diferencial consideramos que *el estudiante es competente si logra la capacidad de abstraer, analizar y proponer soluciones a situaciones en contexto que involucren variación en una sola variable independiente aplicando los conceptos del Cálculo Diferencial*. Esto supone el manejo apropiado del Álgebra elemental y de las nociones específicas del Cálculo, así como también la correcta interpretación tanto del problema a resolver como de los resultados obtenidos.

En esta línea, se plantearon tres pruebas de seguimiento, cuyas competencias que se pretende contribuir a formar y evaluar se describen a continuación estableciéndose, además, tres niveles de logro para su análisis.

PS1- Analizar e interpretar el significado en un contexto económico de la tasa de cambio promedio y de la derivada de funciones polinómicas en un punto dado.

PS2- Analizar e interpretar el significado en un contexto económico de la derivada de funciones exponenciales y logarítmicas, aplicando la regla de la cadena.

PS3- Analizar e Interpretar de manera adecuada la derivada de una función en una situación en contexto bajo estudio, en términos analíticos, numéricos y gráficos.

Nivel 1 (N1): *Álgebra Elemental*. Incluye: uso de la calculadora y herramientas digitales, técnicas de factorización, resolución de ecuaciones y sistemas, graficación de funciones elementales, determinación de dominios, entre otros.

Nivel 2 (N2): *Nociones Específicas del Cálculo*. Comprende: identificación de la noción a utilizar desde distintos registros (gráfico, numérico y analítico), vinculación de la noción con propiedades/teoremas específicos del Cálculo, aplicación de técnicas y procedimientos específicos.

Nivel 3 (N3): *Comunicación de resultados*. Comprende: Interpretación en contexto real/realista, Argumentación matemática.

4 Prueba de seguimiento 3 (PS3)

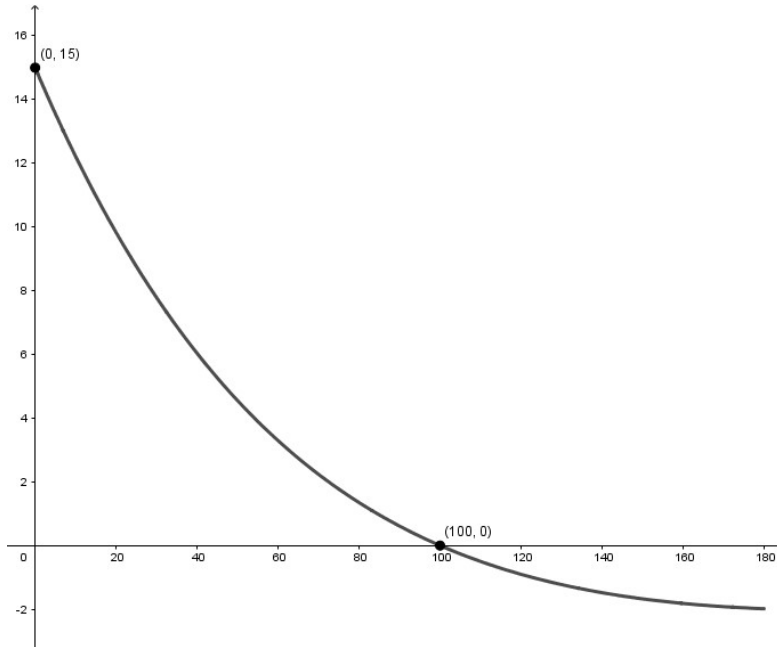
La prueba de seguimiento 3 comprende el tema de Optimización de funciones de una variable real, Bosquejo de curvas y sus aplicaciones en contextos principalmente económicos. Las nociones propias del Cálculo que han sido desarrolladas en clase hasta el momento de su implementación son: límites de variable finita, derivada primera y su relación con el crecimiento/decrecimiento de la función, derivada segunda y concavidad, límites en el infinito y asíntotas; temas y nociones con los que, de acuerdo al programa de la cátedra, se da por concluido el tratamiento del Cálculo Diferencial para funciones de una variable, por lo cual ésta PS resulta especialmente significativa para valorar los aprendizajes de los estudiantes que mantienen un cursado regular.

Para su elaboración se buscó que los estudiantes tuvieran primeramente que reconocer propiedades de la gráfica de la derivada y vincularlas con características de la función a la que corresponde esta derivada, utilizando los teoremas del Cálculo Diferencial para, luego, realizar el procedimiento analítico de obtención del máximo absoluto de una función, determinando previamente la función a optimizar.

Las consignas se refieren a una única situación enmarcada en un contexto económico realista en el que se busca *intervenir*, utilizando herramientas propias del Cálculo, interpretando y comunicando resultados. La Figura 1 muestra la tarea elaborada por el grupo docente de la cátedra.

3° Prueba de Seguimiento – CÁLCULO PARA CIENCIAS ECONÓMICAS (2022) – Tema 1

Una compañía determina que, si produce y vende x litros de aceite de oliva por semana siendo su capacidad máxima de producción de 180 litros semanales, la gráfica de su ingreso marginal estará dada por:



- a) Teniendo en cuenta el gráfico y justificando cada respuesta, determinar:
- ¿Cuántos litros de aceite de oliva a la semana se deben producir y vender para que el ingreso sea máximo?
 - ¿Para qué valores de x la función de ingreso es creciente?
- b) La función de demanda semanal de este producto está dada por $p = 15e^{-x/100}$ ($0 \leq x \leq 180$), p en dólares. Con esta información determinar, redondeando a dos cifras decimales:
- El monto del Ingreso máximo por semana.
 - El Ingreso marginal semanal cuando se producen y venden 125 litros de aceite de oliva. Interpretar el resultado.

Figura 1. Prueba de seguimiento 3. Primer cuatrimestre 2022. Cálculo para Ciencias Económicas. FCE-UNL

A los fines metodológicos, se identificaron los procedimientos correctos para cada ítem, organizándolos según una lista ordenada de pasos, cada uno de los cuales se consideró con un criterio valorable. Además, y según lo

explicitado en el apartado anterior (definición de N1, N2 y N3), se vincularon estos criterios con los niveles establecidos para la evaluación de competencia, elaborándose la Tabla 1.

Tabla 1. Criterios de valoración para la competencia de la prueba de seguimiento 3

Consigna	Criterios	Nivel de pertenencia	Escala de puntuación
a.1)	C.1. Asocia el término marginal con derivada.	N2	-1: No realiza 0: Asociación incorrecta. 1: Asociación correcta.
	C.2. Reconoce el punto crítico desde la gráfica.	N1, N2	-1: No realiza 0: Reconocimiento incorrecto. 1: Reconocimiento correcta.
	C.3. Aplica condición suficiente desde la gráfica.	N1, N2	-1: No realiza 0: Aplicación incorrecta. 1: Aplicación correcta.
a.2)	C.4. Vincula el signo de la derivada con crecimiento/decrecimiento de la función.	N1, N2	-1: No realiza 0: Vinculación incorrecta. 1: Vinculación correcta.
b.1)	C.5. Expresa la función ingreso.	N1, N3	-1: No realiza 0: Expresión incorrecta. 1: Expresión correcta.
	C.6. Cálculo de la derivada.	N2	-1: No realiza 0: Cálculo incorrecto. 0.5: Cálculo parcialmente correcto. 1: Cálculo correcto.
	C.7. Cálculo del valor crítico.	N1, N2	-1: No realiza 0: Cálculo incorrecto. 0.5: Cálculo parcialmente correcto. 1: Cálculo correcto.
	C.8. Aplica condición suficiente.	N2	-1: No realiza 0: Aplicación incorrecta. 0.5: Aplicación parcialmente correcta. 1: Aplicación correcta.
	C.9. Analiza extremos absolutos.	N1, N2	1: No realiza 0: Análisis incorrecto. 0.5: Análisis parcialmente correcto. 1: Análisis correcto.
	C.10. Expresa el monto del ingreso máximo con la aproximación indicada.	N1, N2, N3	-1: No realiza 0: Expresión incorrecta. 0.5: Expresión parcialmente correcta. 1: Expresión correcta.
b.2)	C.11. Evalúa la derivada en el valor dado.	N1, N2.	-1: No realiza 0: Evaluación incorrecta. 1: Evaluación correcta.
	C.12. Resignifica el resultado en función del contexto.	N3	-1: No realiza 0: Resignificación incorrecta. 1: Resignificación correcta.

5 Resultados

A esta evaluación se presentaron 86 estudiantes. Se construyó una base de datos con las puntuaciones obtenidas por cada uno de ellos en los 12 criterios, según la escala indicada en la Tabla 1. La puntuación del grupo en cada criterio se calculó sumando las puntuaciones individuales, sin considerar los -1, puesto que no se buscaba penalizar la no resolución, sino detectarla. Finalmente, se calculó el porcentaje de buena resolución sobre la puntuación máxima de 86 (columna 4 de la Tabla 2).

Para determinar el porcentaje de competencia alcanzado en cada nivel se calculó el cociente entre el total de puntos obtenidos por el grupo en los criterios asociados con el nivel, y la puntuación máxima del nivel (86 por la cantidad de criterios vinculados al mismo).

Estos resultados se muestran en la última columna de la Tabla 2.

En la Tabla 3 se consignan los porcentajes de no resolución del criterio, determinando la proporción de estudiantes que obtuvieron -1.

Tabla 2. Valoración del grado de desarrollo alcanzado por criterio y por nivel en PS3

Nivel	Criterios de medición	Puntos obtenidos por el grupo de estudiantes	Porcentaje de resolución correcta	Porcentaje de competencia alcanzado por nivel
1	C2	61	70,9%	67,0%
	C3	35	40,7%	
	C4	59	68,6%	
	C5	78	90,7%	
	C7	61	70,9%	
	C11	52	60,4%	
2	C1	64	74,4%	58,4%
	C2	61	70,9%	
	C3	35	40,7%	
	C4	59	68,6%	
	C6	62	72,1%	
	C7	61	70,9%	
	C8	40,5	47,1%	
	C9	22	25,6%	

	C10	45,5	52,9%	
	C11	52	60,5%	
3	C10	45,5	52,9%	45,1%
	C12	32	37,2%	

Tabla 3. Porcentajes de no resolución del criterio en PS3

Consigna	Criterios	Porcentajes
a.1)	C.1. Asocia el término marginal con derivada.	2,3%
	C.2. Reconoce el punto crítico desde la gráfica.	5,8%
	C.3. Aplica condición suficiente desde la gráfica.	45,3%
a.2)	C.4. Vincula el signo de la derivada con crecimiento/decrecimiento de la función.	4,7%
b.1)	C.5. Expresa la función ingreso.	3,5%
	C.6. Cálculo de la derivada.	10,5%
	C.7. Cálculo del valor crítico.	10,5%
	C.8. Aplica condición suficiente.	40,7%
	C.9. Analiza extremos absolutos.	66,3%
	C.10. Expresa el monto del ingreso máximo con la aproximación indicada.	15,1%
b.2)	C.11. Evalúa la derivada en el valor dado.	10,5%
	C.12. Resignifica el resultado en función del contexto.	18,6%

5.1 En relación a la competencia

La Tabla 2 muestra los porcentajes alcanzados por el grupo de estudiantes en cada uno de los criterios especificados en la Tabla 1. Combinando ambas tablas es posible obtener información relevante sobre el desempeño del grupo. Con respecto al C2, por ejemplo, al cual le corresponde un porcentaje de buena resolución del 70,9% (Tabla 2) interpretamos que la mayoría del grupo ha podido reconocer correctamente el punto crítico desde la gráfica de la función, la intersección de la gráfica con el eje x y vincular la noción de derivada con la obtención del punto crítico (derivada nula). Análogamente se puede leer cada nivel y cada criterio

La última columna expresa el porcentaje de competencia del grupo de estudiante en cada nivel. Así puede leerse que el 67% de los estudiantes alcanzó buena resolución en cuanto al *Álgebra Elemental* (N1); el 58,4% logró un buen manejo de *Nociones Específicas del Cálculo* (N2) y el 45,1% tuvo un desempeño mejorable en la *Comunicación de Resultados* (N3).

5.2 En relación a la encuesta

La encuesta se estructuró de acuerdo a los siguientes bloques de valoración: Trabajo docente y comportamiento estudiantil, Metodología y bibliografía, Evaluación de la asignatura y Opinión general de la asignatura. La encuesta fue respondida por 46 alumnos. Algunos resultados se detallan a continuación:

Con respecto al compromiso estudiantil con respecto a su propio aprendizaje los alumnos opinaron Muy bueno (39%), Bueno (48.8%) y Regular (12.2%). En este ítem es relevante puesto que la metodología debería incentivar el aprendizaje autónomo e independiente.

Con respecto a las pruebas de seguimiento, el 48.8% opinó que los motivaron para estudiar y el 22% opinó que le ayudaron para el cursado mientras que el 14.6% opinó que le complicaron el cursado. El tiempo de estudio dedicado antes de cada clase fue: menos de 2 horas 34.1% y más de 2 horas 58.5%.

La valoración general fue positiva, ya que “Se nota una gran diferencia en la profundidad del aprendizaje cuando previamente a la clase ya leímos y trabajamos el material, lo que da pie a poder resolver más dudas con el docente”, “ Me gusta la asignatura y creo que hoy en la presencialidad además de comprenderse mejor, el sistema de dos parciales y evaluaciones de seguimientos ayudan a que uno pueda focalizar y estudiar los temas por separado, siento que esto me sirvió para entender la materia”, “Es difícil pero las PS y la promoción motivan”.

6 Conclusiones y trabajos futuros

La definición de la competencia general y en particular de la competencia asociada a la prueba de seguimiento analizada nos obligó a realizar un desglose de las habilidades que se “juegan” proponiendo un “peso” cuantitativo en función de la importancia que se le da a cada habilidad.

La metodología pedagógica, Flipped Classroom, resultó positiva en cuanto a que favoreció el estudio continuo del contenido disciplinar, ayudó a profundizar cada tema con la guía docente, los videos cortos ayudan a introducir y a repasar el tema, la mayoría de los estudiantes asistieron a clases hasta la finalización del cuatrimestre, e incentivó el compromiso estudiantil con respecto a su propio aprendizaje. Como aspecto negativo podemos afirmar que lleva mucho tiempo de estudio a los alumnos al momento del cursado.

El sistema de pruebas de seguimiento es rico en cuanto a la retroalimentación a los estudiantes, se establece un diálogo entre docente y alumno de modo que se llega a la evaluación sumativa con certeza del estudiante en

cuanto a lo que él “debe” responder. Así, “una buena evaluación trata de describir lo que está bajo discusión para valorar y remediar los errores y deficiencias” (Brown y Glasner, 2003, p. 28).

Esta nueva forma de mirar la evaluación permite promover habilidades de alto nivel, la aplicación de conceptos al contexto económico, y otorgar un sentido al estudio de la asignatura.

Finalmente, podemos agregar que el diseño evaluativo de competencias permite observar trayectorias de los estudiantes y sus progresos en la adquisición de ellas dentro de la formación matemática de las carreras. La importancia de los resultados obtenidos radica en que es posible determinar en qué grado con la propuesta metodológica de la cátedra se van logrando el desarrollo de competencias. En el caso específico de la prueba analizada, hay que tener en cuenta que se aplicó a cuatro semanas de iniciado el cursado, y corresponde al bloque del Cálculo Diferencial de la materia. Luego de esta evaluación, se tomó el parcial, aprobando el mismo el 85% de quienes se presentaron (53). Además ofrece información para saber en qué medida la propuesta de la cátedra ha alcanzado las metas definidas en un principio, reconocer aspectos a mejorar y continuar adhiriendo a los lineamientos de formación de los profesionales de las carreras de Ciencias Económicas.

Nos proponemos en el futuro, continuar este análisis, con las demás pruebas y analizar el grado de desarrollo de los diferentes niveles definidos en las PS. La cátedra de estadística hará su aporte en cuanto al análisis del “deber ser” de la competencia en pos del logro de la transversalidad de las cátedras.

Referencias

- Álvarez Gil, Y. (2021). *La evaluación de las competencias matemáticas abordada desde lineamientos socio formativos en las evidencias*. Boletín REDIPE, 10 (4):144-170.
- Brown, S. y Glasner, A. (2003). *Evaluar en la Universidad*. Madrid: Narcea S. A.
- Marco Stieffel, B. (2010). *Competencias básicas. Hacia un nuevo paradigma educativo*. Madrid: Narcea S.A.
- Ranciere, J. (2003). *El maestro ignorante. Cinco lecciones sobre la emancipación intelectual*. Barcelona: Laertes
- Reyes Gasperini, D. (2016). *Empoderamiento docente y Socioepistemología. Un estudio sobre la transformación educativa en matemáticas*. Barcelona. España: Gedisa.
- Tobón, S. (2008). *La educación basada en competencias en la educación superior. El enfoque complejo*. Bogotá. Instituto Cife.ws. Recuperado de: [https://cmappublic3.ihmc.us/rid=1LVT9TXFX-1VKC0TM-16YT/Formaci%C3%B3n%20basada%20en%20competencias%20\(Sergio%20Tob%C3%B3n\).pdf](https://cmappublic3.ihmc.us/rid=1LVT9TXFX-1VKC0TM-16YT/Formaci%C3%B3n%20basada%20en%20competencias%20(Sergio%20Tob%C3%B3n).pdf)

Tobón Tobón, S., Pimienta Prieto, J., García Fraile, J. (2010). *Secuencias didácticas: aprendizaje y evaluación de competencias*. México: Pearson Educación.

Visualización de los Conceptos de Combinación Lineal, Sistema de Generadores y Subespacio Generado

Santamaria Moschetta, Juan Pablo
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
jpsantamaria@hotmail.com

Especialidad: Educación matemática

Palabras Clave: Vectores, combinación lineal, sistema de generadores, TICs, QR

Resumen

Visualizar. Formar en la mente una imagen visual de un concepto abstracto. Imaginar con rasgos visibles algo que no se tiene a la vista. Representar mediante imágenes ópticas fenómenos de otro carácter. Son las tres definiciones que aparecen en el diccionario de la RAE y definen con claridad lo que se busca en este trabajo.

Nos encontramos en un momento especial, volver de dos años de una educación no convencional, en pandemia, donde no todos pudieron continuar su nivel medio de la misma forma.

En la vuelta al aula descubrimos enormes deficiencias de los alumnos, lo cual fundamenta la necesidad de volver visibles conceptos abstractos para su mejor comprensión.

Mediante esta herramienta podremos visualizarlos de manera más clara y eficiente, incluso aprender cómo se mueve cualquier gráfica en el plano interactuando con él.

Utilizaremos GeoGebra como el software para poder vivenciar las distintas operaciones: obtener las componentes de un vector, multiplicar un vector por un escalar, sumar de vectores, combinación lineal, sistema de generadores, subespacio generado.

Software gratuito, disponible para celulares y PC, disponible como aplicación, programa o página web donde puede usarse sin necesidad de descargarla.

Más importante, la posibilidad de enviar a los alumnos, durante la clase presencial, a través de un QR, el enlace que coloque en cada móvil, la gráfica, para poder interactuar con los vectores y ver, por ejemplo, un subespacio generado en el plano.

Todo esto sin necesidad de descargar aplicaciones y teniendo cada uno un plano diferente para que la experiencia sea individual.

1 Introducción

El contexto en el que nos encontramos a la hora de realizar este trabajo es durante la vuelta a la presencialidad plena, luego de dos años de no estar en las aulas. En la UBA fueron cuatro cuatrimestres enteros funcionando con campus virtual, videos, foros, clases sincrónicas virtuales y cualquier otro instrumento que nos pueda acercar a los alumnos. Algunas de esas herramientas eran una Tablet con lápiz digital, la computadora personal con la plataforma de videoconferencias y el GeoGebra, lo cual nos brindaba un pizarrón lleno de posibilidades. Al volver a la presencialidad nos encontramos con problemas viejos, hubo que abandonar la Tablet y la PC y volver a nuestros pizarrones de tiza o marcador.

Año 2022, traemos dos años de una educación secundaria que se vio afectada por el aislamiento, la virtualidad, la bimodalidad y la adaptación tanto de alumnos como de docentes a nuevos y urgentes modos de enseñar y aprender. Sumado a la falta de recursos que hacía que muchos alumnos y docentes tuvieran difícil acceso a las tecnologías. No todos los docentes tenían una pizarra digital, no todos los alumnos tenían una PC libre en sus casas para cada integrante del hogar, y podríamos enumerar más dificultades de esos tiempos.

Enorme desafío el de volver a la presencialidad plena, contando con conocimientos previos de los alumnos mucho más débiles que de costumbre. Teniendo que repasar conceptos básicos en clase que ya deberían saber, por ejemplo: sacar factor común, aplicar la propiedad distributiva, conocer propiedades de la radicación, de la potencia, incluso el buen uso de los paréntesis y hasta separar en términos. Esta breve enunciación de los déficits que traen los alumnos fundamenta y hace necesario el presente trabajo.

La idea es, a través de un QR, poder llevar al móvil de los alumnos, una pizarra, más clara, prolija, y personalizada que el pizarrón con la que el alumno pueda interactuar.

Mediante esta herramienta podremos visualizar conceptos de manera mucho más precisa y eficiente, incluso aprender cómo se mueve cualquier gráfica en el plano interactuando con él.

Comenzaremos utilizando el GeoGebra, este es un software matemático gratuito, disponible tanto para celulares como para PC, disponible como app, como programa o como página web donde puede usarse sin necesidad de descargarla. Con este software empezaremos por el concepto de vectores, podremos visibilizarlos en el plano y paso a paso avanzar hasta poder interactuar con un subespacio generado en un conjunto de vectores en $\mathfrak{R}2$.

El presente trabajo no puede ser mostrado en una vieja hoja de papel, ni en un pdf. Porque necesita movimiento, dinamismo, interactividad. Pero eso llegará al final de la lectura, cuando a través del QR, se pueda tocar el plano y modificarlo con los dedos. Lo que es intenta generar un complemento para hacer más visibles los temas abstractos y sus movimientos.

2 Primeros conceptos, visualización estática

Presentaremos dos vectores, el ejemplo que se ve en la figura 1:

$$\overline{AB} \text{ y } \overline{CD} \quad \text{donde } A(1,2), B(4,5), C(6,2) \text{ y } D(8,1) \quad (1)$$

Obtenemos las componentes del vector restando extremo menos origen, sería:

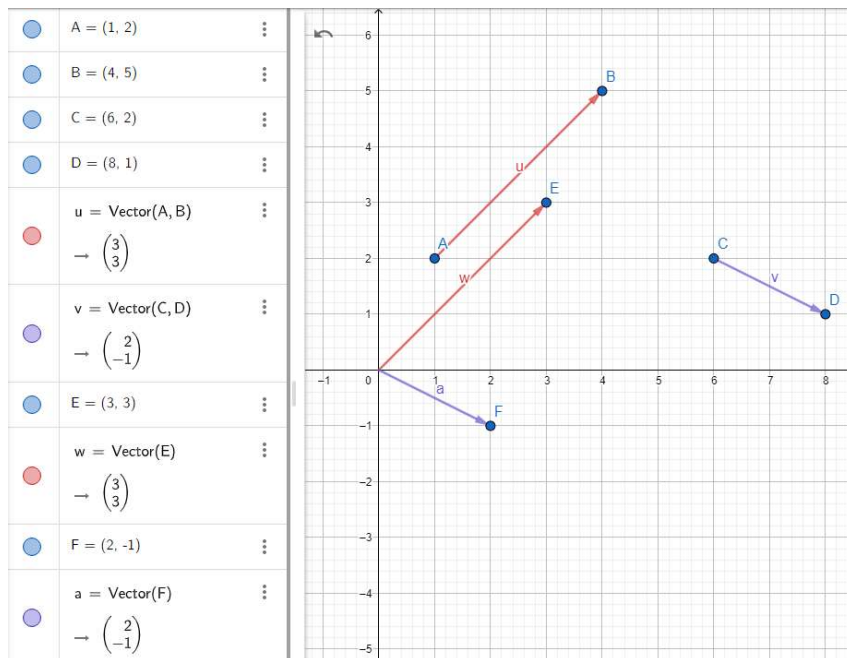


Figura 1 Vectores en el plano.

$$\vec{w} = (3; 3) \quad \vec{a} = (2; -1) \quad (2)$$

Evidenciamos en la Figura 1 la forma de obtener las componentes y luego sumamos los vectores en la Figura 2 donde podemos ver la regla del paralelogramo con claridad.

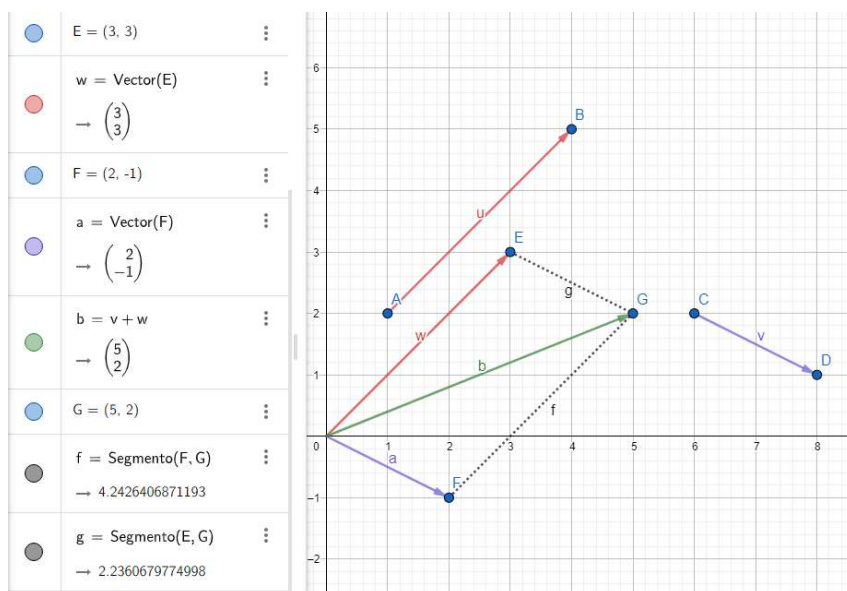


Figura 2. Suma de vectores en el plano.

$$\vec{b} = \vec{w} + \vec{a} = (3; 3) + (2; -1) = (5; 2) \quad (3)$$

Hasta aquí cuestiones básicas, luego incorporar la multiplicación por un escalar y ahí la combinación lineal y el sistema de generadores. Conceptos que podemos ver en la Figura 3, en rojo observamos como el vector \vec{w} como duplica su longitud al ser multiplicado por dos y en azul advertimos que el vector \vec{a} triplica su norma al ser multiplicado por tres y luego la suma de esos dos vectores escalados.

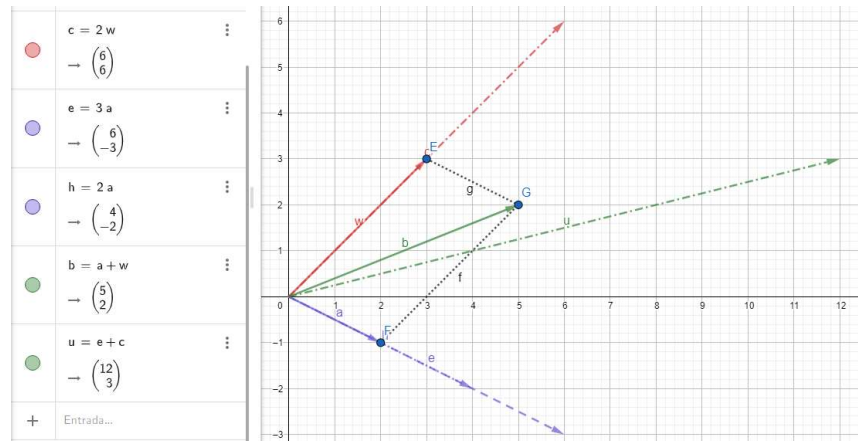


Figura 3. Suma de vectores escalados en el plano.

En este ejemplo:

$$(12; 3) = 2(3; 3) + 3(2; -1) \quad (4)$$

3 Visualización dinámica

Hasta aquí, todo muy estático, lo que mostramos podría ser replicado en el pizarrón. Sin embargo, le vamos a agregar, en este momento, los deslizadores. En GeoGebra, un deslizador es la representación gráfica de un [número libre o un ángulo libre](#). Esto sirve, por ejemplo, en la multiplicación de un vector por un escalar, para ver cómo se comportan estos, ante variaciones en los escalares.

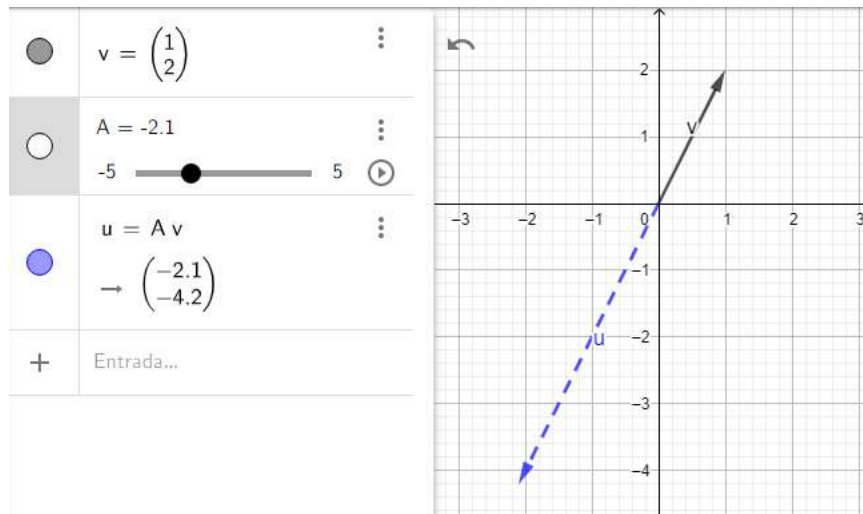


Figura 4. Utilización de deslizadores para multiplicar un vector por un escalar.

Vemos en la Figura 4 dos vectores, el vector \vec{v} inmóvil y el vector \vec{u} que cambia su longitud y/o sentido dependiendo del valor de A que puede ser modificado moviendo el deslizador que se encuentra entre 5 y -5.

$$\vec{v} = (1; 2) \text{ y } \vec{u} = A \cdot \vec{v} \quad (5)$$

en este ejemplo, A es el deslizador y se encuentra en (-2,1):

$$\vec{u} = (-2,1; -4,1) = -2,1 \cdot (1; 2). \quad (6)$$

Vamos ahora con el objetivo buscado.

$$(a; b) = \alpha(3; 3) + \beta(2; -1) \quad (7)$$

Donde α y β serán deslizadores y de esa manera ver que esos dos vectores escalados y sumados pueden dar como resultados cualesquiera de todos los infinitos vectores del plano \mathfrak{R}

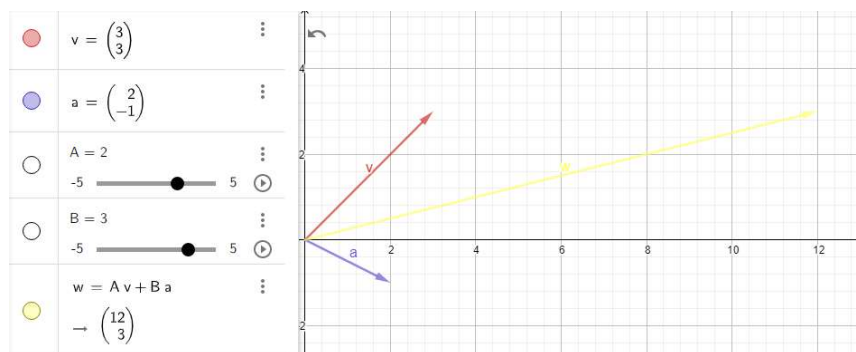


Figura 5. Utilización de deslizadores para multiplicar un vector por un escalar y sumarlos

La exposición tiene como objetivo mostrar cómo se utiliza esta herramienta y así poder descubrir sus beneficios al usarla en el aula o simplemente para realizar un video.

Los deslizadores deben ser letras mayúsculas, los vectores letras minúsculas y las componentes separadas por comas. El GeoGebra es muy celoso de estos detalles.

Luego al apretar reproducir a la derecha del deslizador, o simplemente apoyando el dedo (o el mouse) veremos como se forman en amarillo todos los vectores del plano.

En este caso le dimos un tope de oscilación entre -5 y 5 y seleccionando que deje rastro el vector, el plano quedará de la siguiente manera:

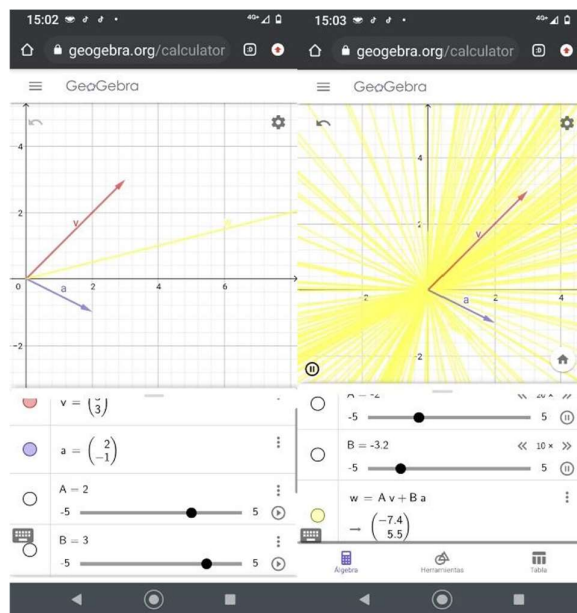


Figura 6. Reproducción gráfica de la combinación lineal desde el celular

En este caso vemos un sistema de generadores, donde activamos el rastro, una funcionalidad que nos permite dejar escritos en el plano los vectores que se han ido formando

El rastro debe ser habilitado entrando a la configuración del vector amarillo. Haciendo clic sobre él.

Todo el trabajo realizado se permite grabar y compartir. Pero lo más importante, se puede compartir la combinación lineal expresada para que los alumnos interactúen con los deslizadores y cualquier variación que decidan hacerle a la gráfica original. Vemos en la Figura 6 que es una captura de un celular.

Los alumnos podrán acceder desde sus celulares apuntando sus cámaras a un QR que acerca el profesor o mismo desde el aula virtual. Para generarlo sólo hace falta ir al menú del GeoGebra, presionar en compartir y eso les genera un link que cualquier página convierte a un QR, que puede ser proyectado o simplemente

- ☰ GeoGebra

- ✕ Borrar todo
- 🔍 Abrir
- 💾 Guardar
- 🔗 Compartir
- 🖨️ Exportar imagen
- ⬇️ Descargar como
- 🖨️ Imprimir...



impreso y repartido entre los alumnos.

Figura 7. Menú del GeoGebra y QR Sistema de generadores

Aquí es donde el lector puede ingresar al trabajo, activar la cámara de fotos del celular, apuntar al QR, hacer clic en el enlace que aparece e interactuar con lo que venimos trabajando.

La diferencia que tiene con un cañón, un video, o una filmína, es que los alumnos podrán modificarlo a su gusto en sus celulares, podrán mover los deslizadores, cambiar los vectores, generar nuevos o lo que sea. Sin eso cambiar el gráfico original del docente. También permite que cada alumno haga su propia experiencia personal.

O sea, no es un archivo compartido, no es un Drive donde todos ven lo mismo. Cada uno puede modificarlo y sobre todo interactuar con él, sin modificar las gráficas del resto de los alumnos.

Otra propuesta que queremos remarcar es el uso del QR, la pandemia lo ha popularizado. Todos hemos sido obligados a escanear un QR para poder ver la carta de un restaurante. Aquí, este elemento nos permite saltar la barrera de ¿cómo llevar el pizarrón a los celulares? ¿Cómo aplicar los avances tecnológicos en el aula?

Con este QR y combinado con el GeoGebra, sin la necesidad de descargar nada, inmediatamente el alumno tendrá en el celular el ejercicio.

Es protagonista el uso de la aplicación tecnológica y el modo de utilizar los deslizadores para poder experimentar con vectores y poder incluso, llevarlo a otros temas. Como así también la incorporación del QR al aula. También podremos ver claramente cómo funciona el concepto de subespacio generado

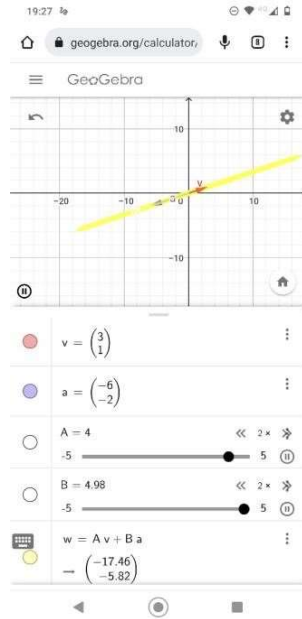


Figura 8. Reproducción gráfica del subespacio generado desde el celular y QR correspondiente

Quién esté leyendo este trabajo, es imposible que lo aprecie completamente sin agarrar la cámara de su celular y apuntar al QR, porque en estas hojas no podemos ver moverse al gráfico y mucho menos ver cómo se comporta antes determinados cambios.

4 Conclusiones y trabajos futuros

Estas herramientas desarrolladas permiten, además de recuperar aquellos beneficios que tenían las clases virtuales, darle al alumno herramientas de desarrollo individual, donde puedan construir el conocimiento desde su propia experiencia.

Como beneficios remarco:

- Optimiza el tiempo en el aula. Ya no hace falta pasar tiempo graficando en el pizarrón, con la inexactitud e inmovilidad que eso lleva.
- La interactividad, cada uno tiene un pizarrón diferente en sus manos y puede operar con él.
- Mejora el trabajo del alumno, ya que es más fácil de comprender, por ejemplo, porque puede ver en el plano lo que significa sistema de generadores.
- Prácticamente todos los alumnos pueden tenerla al alcance de la mano o podría realizarse en parejas si alguno no cuenta con celular.

- Pueden contar con un respaldo informático de los ejercicios.
- El alumno puede seguir la clase desde la aplicación.
- Usando la tecnología como herramienta pedagógica, puede incluso, ser más atractivo y claro.

En referencia a los trabajos futuros, la simple incorporación del QR al aula permite poder llevar a la palma de la mano del alumno, cualquier desarrollo que hagamos, no sólo con el Geogebra, vectores y combinación lineal, sino también otros temas que nos ayuden a visualizar.

La abstracción es lo más complejo de nuestra materia y lo desarrollado colabora a facilitar y hacer más enriquecedor el aprendizaje.

5 Bibliografía

Font E., Lazzari L., Montero B., Thompson S., Fraqueli A., Loiacono T., Moulia P., Wartenberg R.; (1999); *Álgebra con aplicaciones a las Ciencias Económicas*; Buenos Aires, Ediciones Macchi.

Bianco M., García R., Zorzoli G.; (2000); *Análisis Matemático I Notas de Teoría y Práctica*; Buenos Aires, Eudeba.

Coll C. Obra coordinada por Carneiro R, Toscano J. y Díaz T.; (2009); *Los desafíos de las TIC para el cambio educativo*; España; Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura, Fundación Santillana.

Ley N° 26.206; Ley de Educación Nacional; Ciudad Autónoma Buenos Aires, Argentina, 27 de Diciembre de 2006.

Geogebra; Versión 5.0; Manual (Oficial); Herramientas; *Herramienta de Deslizador*,
https://wiki.geogebra.org/es/Herramienta_de_Deslizador

Evaluación del uso de Estrategias para la Autorregulación del Aprendizaje post Pandemia

Delgado Melina – Castillo Luciana Raquel - Mena, Analía Patricia
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Tucumán
melinadelgado@face.unt.edu.ar – luciana.r.castillo@gmail.com - amena@face.unt.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Estrategias de enseñanza, Aprendizaje, Autorregulación, Rendimiento académico

Resumen

Debido al confinamiento ocasionado por la pandemia del Covid-19 en los años 2020 y 2021, el sistema educativo en todos los niveles, tuvo que efectuar transformaciones pedagógicas, reencausando la enseñanza y el aprendizaje al recurrir a variados formatos de enseñanza virtual.

El presente trabajo, tiene como propósito mostrar los resultados obtenidos en un estudio exploratorio, realizado a los alumnos de primer año de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Tucumán que cursaron la asignatura Matemática I en el período lectivo 2022 con un formato de enseñanza presencial.

Los objetivos de la investigación fueron, conocer en qué medida los alumnos, dirigieron su aprendizaje a través de la puesta en práctica de una serie de estrategias cognitivas y metacognitivas, para regular y controlar en forma intencional todo el proceso, y la influencia de este hecho en el rendimiento académico.

La metodología es la propia de un diseño exploratorio descriptivo, y para recolectar los datos se implementó a un grupo de alumnos un cuestionario autoinforme tipo Likert, adaptado al contexto. La información recogida reveló que la carencia de estrategias cognitivas y metacognitivas repercutió negativamente en el rendimiento académico de los alumnos, dado que los estudiantes llegaron a la Universidad con un déficit considerable en estrategias de aprendizaje, así como de recursos que le permitan adquirir un compromiso constante y un aprendizaje autónomo. Resulta de vital importancia fomentar en los estudiantes la formación y desarrollo de estrategias cognitivas, metacognitivas, de autorregulación entre otras, para mejorar el rendimiento académico.

1 Introducción

Debido a la época de pandemia que atravesamos, las instituciones educativas de todos los niveles se enfrentaron a la disyuntiva de cómo continuar impartiendo sus cursos, mientras mantenían a su personal y estudiantes a salvo de una emergencia de salud pública. Ello, se convirtió en un reto para los gobiernos y para la comunidad educativa, pues varias familias no contaban con los recursos necesarios para responder a las exigencias planteadas por el sistema educativo. En tales circunstancias, la educación que normalmente se impartiría de forma presencial o semipresencial fue reemplazada drásticamente por el aprendizaje virtual, adoptando como modelo de instrucción la llamada enseñanza remota de emergencia.

Matemática I es una asignatura de primer año, común a las carreras de Contador Público, Administración de Empresas y Licenciatura en Economía que se desarrolla durante el primer cuatrimestre. Durante el aislamiento social obligatorio la Cátedra tuvo que adaptarse y reencauzar la enseñanza y aprendizaje de la asignatura recurriendo a formatos de enseñanza virtual e innovar mediante la modalidad e-learning. Que para acompañar y promover el aprendizaje de los alumnos se planificaron encuentros sincrónicos de tres clases semanales mediante los servicios de videos conferencias como Google Meet / Zoom, además de diseñar y elaborar una cantidad importante de materiales didácticos elaborados para tal fin.

En la actualidad, ya pasada la crisis, la cátedra de Matemática I retomó el formato original de clases presenciales para impartir los saberes, y en tales circunstancias, nos interesa conocer en qué medida los alumnos, dirigieron su aprendizaje a través de la puesta en práctica de una serie de estrategias cognitivas y metacognitivas, para regular y controlar en forma intencional todo el proceso, y la influencia de este hecho en el rendimiento académico.

2 Marco Teórico

El aprendizaje autorregulado comprende muchos aspectos, dado que es proceso complejo que se relaciona con formas de aprendizaje académico independientes y efectivas, que involucran cognición-metacognición (conocimiento de sí mismo y conocimiento sobre el dominio de la tarea, antes, durante y después de ejecutarla), motivación intrínseca (como metas de aprendizaje y rendimiento, creencias de autoeficacia y atribuciones) y acción estratégica (conocimiento de estrategias cognitivas y metacognitivas que permiten adquirir, codificar, elaborar, memorizar, recuperar y transferir el conocimiento), (Núñez, Solano, González-Pienda y Rosário, 2006).

El aprendizaje autorregulado, según Rosário (2004), es un proceso activo en el cual los estudiantes establecen los objetivos que guían su aprendizaje intentando monitorizar, regular y controlar su cognición, motivación y comportamiento con la intención de alcanzarlos. Para Winne (1995) el aprendizaje autorregulado exige del alumno la toma de conciencia de las dificultades que pueden impedir el aprendizaje, la utilización deliberada de procedimientos (estrategias) encaminada a alcanzar sus metas, y el control detallado de las variables afectivas y cognitivas. En pocas palabras, si hay algo que caracterizan a estos alumnos es que se sienten agentes de su conducta, creen que el aprendizaje es un proceso proactivo, están automotivados y usan las estrategias que les permiten lograr los resultados académicos deseados. Por todo ello, la autorregulación del aprendizaje resulta fundamental de cara al éxito académico, ya que éste está muy relacionada tanto con la realización de un trabajo personal de intensa implicación en tiempo de estudio, como con el patrón estratégico de autorregulación utilizado (Rosário, Núñez, González-Pienda, Almeida, Soares y Rubio, 2005).

Según McCombs (1993), en el contexto del aprendizaje autorregulado son fundamentales las funciones del profesor como ser:

- 1.- Diagnosticar y comprender las necesidades intereses y objetivos particulares de los estudiantes.
- 2.- Ayudarlos a definir sus propios objetivos y a que establezcan relaciones entre ellos y los objetivos del aprendizaje.
- 3.- Relacionar el contenido y las actividades de aprendizaje con sus necesidades intereses y objetivos particulares.
- 4.- Desafiarlos a que inviertan tiempo y esfuerzo en asumir responsabilidades personales que les impliquen, en mayor medida, en las actividades de aprendizaje.
- 5.- Crear un clima seguro, de confianza y apoyo, demostrando interés real, solicitud y atención a cada estudiante.
- 6.- Atender a las estructuras organizativas de la clase potenciando las estructuras cooperativas en función de los objetivos de aprendizaje, frente a estructuras competitivas, donde priman los objetivos de ejecución.
- 7.- Subrayar el valor

del cumplimiento y la responsabilidad personal de los estudiantes, así como destacar el valor de las destrezas y habilidades singulares de cada uno, el valor del proceso de aprendizaje y las tareas que conducen a él. 8.- Recompensar las realizaciones de los estudiantes y estimularlos para que se recompensen a sí mismos y desarrollen la autoestima personal por los logros que obtienen. Entre otras.

Dentro del paradigma cognitivo, coexisten diferentes modelos que se han centrado en identificar los procesos que intervienen en la autorregulación del aprendizaje, y establecer las relaciones e interacciones entre ellos y con el rendimiento académico.

De todos ellos, se destaca el modelo propuesto por Pintrich y De Groot (1991) y Pintrich (2000), basado en una perspectiva social-cognitiva. Dentro de este modelo, el estudiante es un procesador activo de la información, cuyas creencias y cogniciones son mediadores importantes de su desempeño. Como base de su modelo de autorregulación, Pintrich (2000) asume una taxonomía de cuatro dimensiones o áreas que el aprendiz puede intentar dirigir, controlar y regular, y que son: Autorregulación del comportamiento, Autorregulación de estrategias cognitivas y metacognitivas para el aprendizaje, Autorregulación de la motivación y el afecto y Autorregulación del contexto.

En cuanto a la autorregulación de estrategias cognitivas y metacognitivas para el aprendizaje requiere conocer las habilidades cognitivas que son efectivas para las distintas actividades dirigidas hacia el aprendizaje y su puesta en marcha. Puede incluir procedimientos de procesamiento superficial (como subrayar, hacer esquemas, tablas, estrategias de memorización, etc.) así como estrategias de aprendizaje profundo de elaboración, de organización y las metacognitivas como reflexión sobre diferentes vías de solución, planificación, y autocontrol de sus metas, etc.

En resumen, el modelo de Pintrich ofrece un marco global y comprensivo desde el que se puede analizar pormenorizadamente los distintos procesos cognitivos, motivacionales/afectivos, comportamentales y contextuales que promueven el aprendizaje autorregulado.

3 Métodos y Técnicas de Recolección de datos

El estudio fue descriptivo, de corte transversal y estuvo dirigido a los alumnos de primer año que cursaron la asignatura Matemática I en la Facultad de Ciencias Económicas en el primer cuatrimestre del período lectivo 2022. La información se recolectó a través de una encuesta tipo Likert realizada a través del Aula Virtual de Matemática I, y aplicada al finalizar el cursado, previa validación con la ejecución de una prueba piloto al 10% de la población. Se trabajó con una muestra de 713 alumnos sobre un total de 1809, seleccionados según contestaron el cuestionario. Los objetivos de la investigación fueron, conocer en qué medida los alumnos, dirigieron su aprendizaje a través de la puesta en práctica de una serie de estrategias cognitivas y metacognitivas, para regular y controlar en forma intencional todo el proceso, y la influencia de éste hecho en el rendimiento académico.

El cuestionario, constó de dos (2) partes, la primera requería información sobre los datos del estudiante: y la

segunda estuvo compuesta por 35 ítems referidos a la autorregulación del aprendizaje. Estos ítems se agruparon en dos escalas o dimensiones y cinco subescalas o subdimensiones a saber: Autorregulación del Comportamiento: i) Planificación y autorregulación del tiempo de estudio, ii) Regulación del esfuerzo y Autorregulación de Estrategias Cognitivas y Metacognitivas para el aprendizaje: i) Estrategias Cognitivas, ii) Estrategias Metacognitivas, iii) Autocontrol.

Los alumnos contaron con 5 (cinco) opciones para responder cada ítem, que varían desde “nunca” (valor 1) asignado a las respuestas totalmente desfavorable, hasta “siempre” (valor 5) correspondiente a las totalmente favorables. De este modo, el mínimo puntaje que se podía obtener es de 35 (treinta cinco) puntos y el máximo de 175 (ciento setenta y cinco) puntos. Denotando, el valor mínimo, la ausencia de la Autorregulación del Aprendizaje y el valor máximo, la presencia de la misma. Se evaluó la consistencia interna o confiabilidad con el coeficiente Alpha de Cronbach.

4 Resultados

En cuanto a los datos personales de los alumnos muestreados se pudo observar que, de los 713 que cursan la asignatura Matemática 1, el 41% son varones, el 70% tiene entre 18 y 20 años. El 58% es estudiante de la carrera de Contador Público, el 30% estudiante de la Licenciatura en Administración y el resto de la Licenciatura en Economía. Al indagar sobre el tipo de escuela de la que provienen los estudiantes, se encontró un predominio de escuelas públicas (51%), mientras que sólo un 35% viene de escuelas privadas y en menor proporción de las otras.

Los resultados que se obtuvieron al analizar si los alumnos utilizaban estrategias cognitivas en su aprendizaje, se muestran en el Gráfico 1

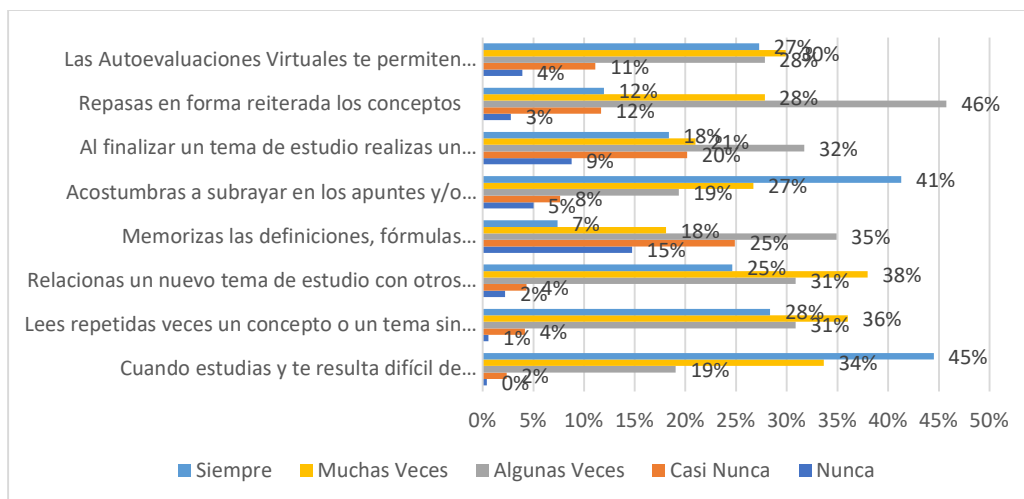


Gráfico 1. Distribución en porcentaje según categorías de Estrategias Cognitivas

Podemos observar que sólo el 30% de los alumnos encuestados considera útiles las Autoevaluaciones virtuales para evaluar sus conocimientos. Vemos que el 60% de los alumnos no repasa siempre los conceptos. Es importante para los alumnos subrayar y señalar en sus apuntes. Pero, más del 50% de los alumnos no pasa al siguiente tema sin entender completamente el anterior. Sólo el 45% de los alumnos vuelve a comenzar para entender un tema que no comprendió. En general, es bajo el porcentaje de alumnos que utiliza estrategias cognitivas en su aprendizaje. En el siguiente gráfico se muestra la distribución porcentual de las respuestas referidas a las estrategias metacognitivas.

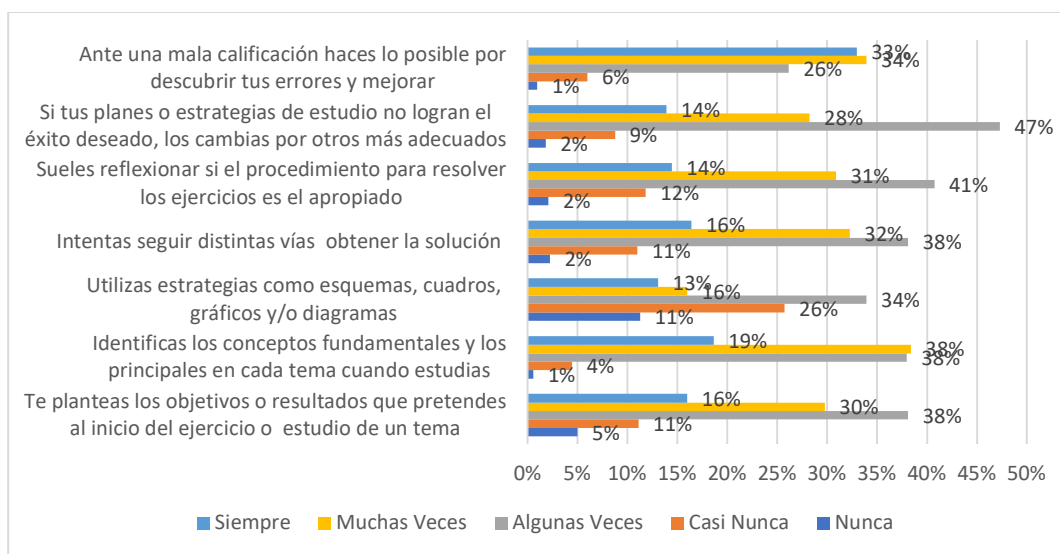


Gráfico 2. Distribución en porcentaje según categorías de Estrategias Metacognitivas

Los alumnos no tienen el hábito de reflexionar sobre los procedimientos seguidos para resolver los ejercicios, pues predomina el hecho de que sólo algunas veces utilizan estrategias metacognitivas en su aprendizaje. Es importante recalcar que en general los alumnos utilizan muy poco las estrategias metacognitivas en su aprendizaje.

En el gráfico 3 se presenta la distribución porcentual de las categorías correspondientes a las estrategias de autocontrol. A partir del mismo se podemos recalcar que el comportamiento de los alumnos respecto del uso de estas estrategias es similar al de las descritas anteriormente.

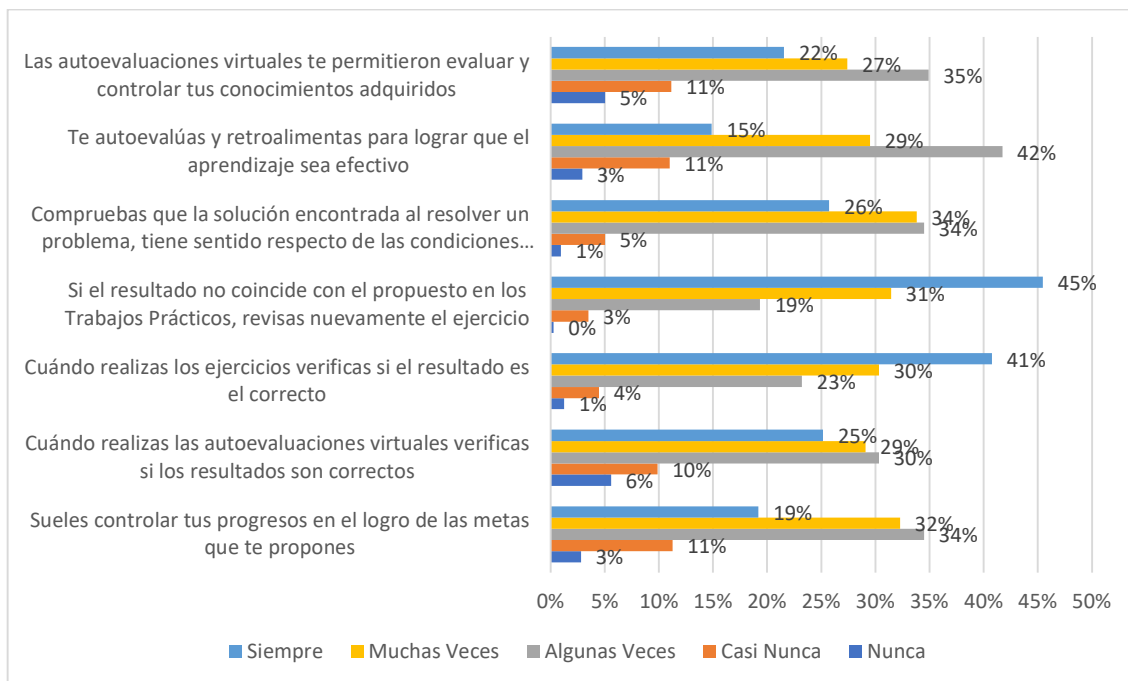


Gráfico 3. Distribución en porcentaje según categorías de Autocontrol

A partir de los resultados obtenidos en cada una de las subescalas de la Autorregulación de Estrategias Cognitivas y Metacognitivas, se establecieron 4 (cuatro) niveles de autorregulación, según el promedio de las puntuaciones obtenidas en los ítems que integran las “estrategias cognitivas”, “metacognitivas” y el “autocontrol” a saber: Nivel bajo: [1, 3), Nivel medio: [3, 4) y Nivel alto: [4, 5]. Los resultados se muestran a continuación.

Del análisis correspondiente a los diferentes niveles de regulación de estrategias cognitivas, surgió que las mayores frecuencias observadas corresponden al nivel medio. Esto se explica, dado que los alumnos que ingresan a la universidad no llegan con las competencias necesarias de autorregulación.

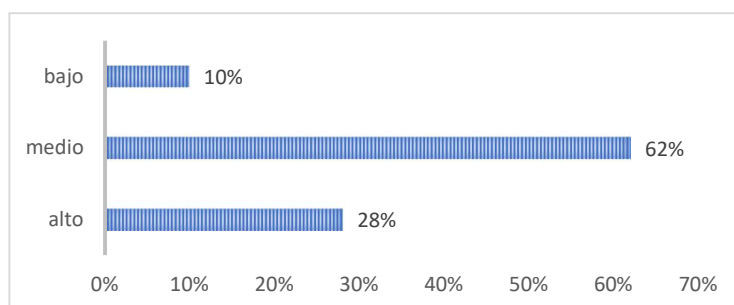


Gráfico 4. Distribución porcentual de los Niveles de Autorregulación de Estrategias Cognitivas. FACE 2022

Luego se investigó la relación entre los diferentes niveles de autorregulación de estrategias cognitivas con el rendimiento académico obtenido por los alumnos en la asignatura Matemática I, el cual se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 1. Distribución porcentual de los Niveles de Autorregulación de Estrategias Cognitivas según el Rendimiento Académico en la asignatura Matemática 1 FACE 2022
Rendimiento Académico

	[0,4)	[4,6)	[6,8)	[8,10)
<i>alto</i>	28%	22%	35%	61%
<i>medio</i>	60%	72%	58%	26%
<i>bajo</i>	12%	6%	7%	13%
	100%	100%	100%	100%

Se observa en la tabla 1, que del total de alumnos desaprobados, alrededor del 70% se concentra en los niveles “bajo” y “medio” de autorregulación de estrategias cognitivas. Resulta alto también el porcentaje de alumnos que se encuentra en el nivel medio y aprueban con nota entre cuatro y seis. El déficit presentado en esta variable cognitiva, induce a pensar que influyó en el rendimiento obtenido por los alumnos. Por otro lado, un alto porcentaje (61%) de alumnos que aprobaron con notas muy buenas, se ubica en nivel alto de autorregulación de estrategias cognitivas. A continuación, se muestran los resultados que se obtuvieron al evaluar los diferentes niveles de Regulación de Estrategias Metacognitivas.

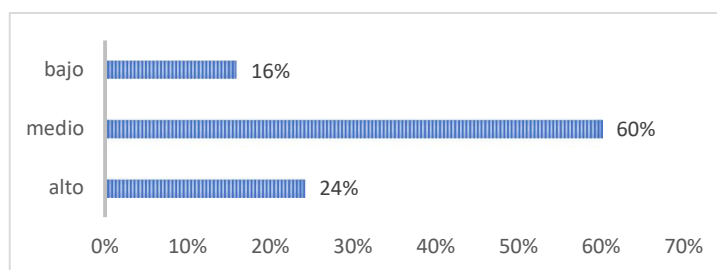


Gráfico 5. Distribución porcentual de los Niveles de Autorregulación de Estrategias Metacognitivas. FACE 2022

Los resultados muestran un comportamiento de la variable, similar al anterior. Es decir que alrededor de un 80% de los alumnos de la muestra se agrupan en las categorías bajo y medio de niveles de regulación de estrategias metacognitivas. Es indispensable ayudarlos en el logro de habilidades metacognitivas para alcanzar sus metas, a adoptar estrategias de planificación y supervisión, a que desarrollen un conocimiento explícito de las

estrategias específicas para las diferentes tareas de aprendizaje, a que busquen ayuda y aumenten la probabilidad de éxito.

En cuanto a la relación entre los diferentes niveles de estrategias metacognitivas con el rendimiento académico de los alumnos en la asignatura Matemática 1 se muestran los resultados en la Tabla 2.

Tabla 2. Distribución porcentual de los Niveles de Autorregulación de Estrategias Metacognitivas según el Rendimiento Académico en la asignatura Matemática 1. FACE 2022
Rendimiento académico

	[0,4)	[4,6)	[6,8)	[8,10)
<i>alto</i>	23%	23%	30%	39%
<i>medio</i>	59%	67%	57%	35%
<i>bajo</i>	18%	10%	13%	26%
	100%	100%	100%	100%

La tabla 2 muestra, que casi un 25% de alumnos que desaprobaron el parcial, poseen niveles bajos de autorregulación de estrategias metacognitivas, y un 60% restante se encuentran en el nivel medio, mientras que el 40% de alumnos que obtuvieron notas altas tienen un nivel alto de autorregulación de estrategias metacognitivas. En cuanto a los resultados de los diferentes niveles de Regulación del "Autocontrol", se muestran en el siguiente gráfico.

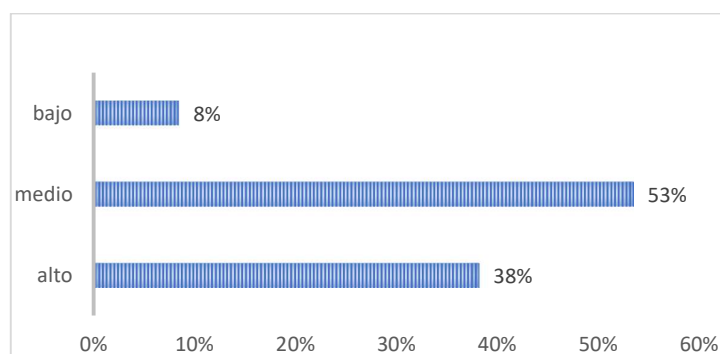


Gráfico 6. Distribución porcentual de los Niveles de regulación Autocontrol. FACE 2022

La mayor frecuencia observada corresponde a nivel medio de autocontrol, lo cual indicaría que deben propiciarse actividades de autoevaluación que exijan al estudiante tomar conciencia de la situación en la que se encuentran respecto a lo esperado.

En cuanto a la relación entre los diferentes niveles de regulación del autocontrol con el rendimiento académico de los alumnos se muestran los resultados en la tabla 3.

Tabla 3. Distribución porcentual de la Regulación del autocontrol según el Rendimiento Académico. FACE 2022
Rendimiento académico

	[0,4)	[4,6)	[6,8)	[8,10)
<i>alto</i>	32%	43%	52%	65%
<i>medio</i>	57%	51%	45%	30%
<i>bajo</i>	10%	6%	3%	4%
	100%	100%	100%	100%

Podemos observar nuevamente que para el grupo de alumnos aprobados con notas mayores a 6, el porcentaje de nivel de regulación del autocontrol “alto” es mayor al 50%, a diferencia de del grupo de alumnos desaprobados y aquellos que obtuvieron nota entre 4 y 6, en donde predomina el nivel medio de regulación de autocontrol.

5 Conclusión

Según los resultados obtenidos se pudo observar que los estudiantes llegan a la Universidad sin las competencias que los capacita para realizar un aprendizaje autónomo e independiente ya que, en general, no son capaces de autorregular su propio proceso de aprendizaje.

Por ello, consideramos que es muy importante fomentar entre los estudiantes la formación y desarrollo de estrategias cognitivas, metacognitivas, y de autocontrol entre otras, a fin de mejorar el rendimiento académico.

Estos resultados, además, se orientan a sugerir una revisión de los procesos de enseñanza – aprendizaje que tienen lugar en el ámbito universitario. Como así también, un llamado a que los docentes de este nivel dirijan sus esfuerzos a desarrollar en el estudiante universitario estrategias generadoras de otros aprendizajes, propuestas de intervención dirigidas a paliar las dificultades originadas por su falta de conciencia y control sobre el aprendizaje, de tal manera que contribuyan al proceso de aprender a aprender y así optimizar su rendimiento

6 Bibliografía

- Bossolasco, M. y Enrico, R. (2021). *Módulo Articulación de entornos educativos presenciales y virtuales*. Diplomatura en estrategias y recursos para enseñar y aprender en la virtualidad. Universidad Nacional de Tucumán.
- McCombs, B. y Marzano, R. (1990). Putting the self-regulated learning: The self as agent in integrating will and skill. *Educational Psychology*, 25, 51-69.
- McCombs, B. (1993). Intervenciones educativas para potenciar la metacognición y el aprendizaje autorregulado. En Beltrán, J., Prieto, M. y Vence, D. (Eds). *Intervención Psicopedagógica*. Madrid: Pirámide.
- Nota, L., Soresi, S. y Zimmerman, B. (2005). *Self-regulation and academic achievement and resilience: a longitudinal study*. *International Journal of Educational Research*, 41(3), 198–251.
- Núñez, J., Solano, P., González-Pienda, J. y Rosário, P. (2006). *Evaluación de los procesos de autorregulación mediante autoinformes*. *Psicothema*, 18 (3), 353-358.
- Pintrich, P. R. y De Groot, E. (1991). *Motivational and self-regulated learning components of classroom academic performance*. *Journal of Educational Psychology*, 82, 33-40.
- Pintrich, P.R. (2000). *The role of goal orientation in self-regulated learning*. En M. Boekaerts, P.R. Pintrich y M. Zeidner (Eds.), *Handbook of self-regulation* (pp. 451–502). Academic Press.
- Rosário, P. (2004). *Estudar o Estudar: As (Des)venturas do Testas*. Porto: Porto Editora.
- Rosário, P., Núñez, J., González-Pienda, J., Almeida, L., Soares, S. y Rubio, M. (2005). *El aprendizaje escolar examinado desde la perspectiva del «Modelo 3P» de J. Biggs*. *Psicothema*, 17(1), 20-30.
- Schunk, D. y Zimmerman, B. (2003). *Self-regulation and learning*. En W. M. Reynolds y G. E. Miller (Eds.), *Handbook of psychology: Educational psychology* 7, 59-78.
- Torrano, F. y González, M. (2004). *El aprendizaje autorregulado: presente y futuro de la investigación*. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*. 2 (1), 1-34.
- Winne, P. (1995). *Inherent details in self autorregulated learning*. *Educational psychology*, 30 (4), 173-187.
- Zimmerman, B. y Martínez-Pons, M. (1986). *Development of a structured interview for assessing student use of self-regulated learning strategies*. *American Educational Research Journal*, 23, 614-628.
- Zimmerman, B. (2001). *Achieving academic excellence: A self-regulatory perspective*. En M. Ferrari (Ed.), *The pursuit of excellence through education* (pp. 85-110). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Zimmerman, B. (2002). *Becoming a self-regulated learner: An overview*. *Theory into practice*, 41, 64-72.

La Evaluación Diagnóstica como Herramienta de Gestión Pedagógica: Diseño de un Instrumento Utilizando la Aplicación Forms de Microsoft

Fraquelli Alicia – García Roberto A
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
aliciafraquelli@gmail.com – robertogarcia@economicas.uba.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Evaluación, Diagnóstico, Planificación, Aprendizaje significativo, Tecnología.

Resumen

El aprendizaje es un proceso que modifica en el tiempo lo que ya se sabe o se hace, y los cambios que se producen no son independientes del contexto en el que se desarrolla dicho proceso. En ese sentido planificar estrategias de enseñanza que consideren no solo saberes y competencias previas de los sujetos, sino también intereses, experiencias, motivaciones y demás características de su contexto socio - cultural requiere del diseño de un instrumento que permita obtener y analizar datos para alcanzar un aprendizaje significativo, y este es la evaluación diagnóstica. En el ámbito universitario, la experiencia indica que la masividad de los cursos dificulta implementarlas y concretar propuestas didácticas con alternativas de respuestas a la diversidad. El docente en general organiza el proceso de enseñanza al margen de los alumnos, sin considerar los aspectos que permiten alcanzar aprendizajes significativos. Presentamos y compartimos un modelo de Evaluación Diagnóstica elaborada con la aplicación Forms de Microsoft para las cohortes 2022 de alumnos de la Maestría y Especialización en Métodos Cuantitativos para el Análisis y Gestión de Datos en Organizaciones que se dicta en la Escuela de Negocios y Administración Pública de la FCE - UBA.

Se trata de un cuestionario que considera cinco dimensiones: Datos personales, Formación Académica, Motivaciones y Expectativas, Experiencias Previas, Saberes y Competencias.

Esta herramienta, la evaluación diagnóstica, nos permite analizar los datos y sacar conclusiones relevantes para tomar decisiones adecuadas. Seguiremos trabajando para perfeccionar futuras implementaciones para que nuestra labor contribuya a reflexionar sobre las prácticas docentes.

1 Introducción

El objetivo de esta presentación es compartir el diseño de un instrumento, su aplicación y el análisis de los datos recogidos aplicado en los cursos de la cohorte marzo 2022 de la Maestría y Especialización en Métodos Cuantitativos para el Análisis y Gestión de Datos en Organizaciones que se dictan en la Escuela de Negocios y Administración Pública de la Facultad de Ciencias Económicas de la UBA. Esta iniciativa surge a partir de la reflexión individual y grupal que llevamos a cabo en nuestros procesos de autoevaluación sumativa que involucran todos y cada uno de los aspectos del proceso de enseñanza - aprendizaje.

Los estudiantes de las carreras mencionadas, profesionales con carreras de grado y posgrados en distintas áreas, conforman un grupo de aprendizaje donde la diversidad inicial adquiere una fundamental importancia no sólo desde lo académico, sino también desde lo socio cultural. Frente a este escenario nuestro desafío se asocia

a la necesidad de realizar una evaluación diagnóstica que les permita a los docentes de cada asignatura, luego de su análisis, organizar el proceso de enseñanza - aprendizaje que llevará a cabo en el que no haya integrantes que queden al margen de este.

Las distintas teorías del aprendizaje coinciden en que aprender, implica cambiar lo que ya se sabe, o lo que ya se hace. Los saberes y las formas de hacer adquiridas previamente constituyen la base que puede facilitar u obstaculizar el nuevo aprendizaje que se emprende.

Es necesario evaluar el punto de partida del sujeto en cuanto a saberes y capacidades para poder apreciar en qué medida se producen los cambios que vamos a atribuir al aprendizaje.

Se logra un aprendizaje significativo en la medida que los nuevos contenidos que se enseñan se interrelacionan con las experiencias y saberes previos y estén contextualizados con el entorno socio - cultural de quien aprende.

Acordamos con Santos Guerra (1993) que el diagnóstico es una radiografía que facilitará el aprendizaje significativo y relevante, ya que parte del conocimiento de la situación previa y de las actitudes y expectativas de los alumnos.

2 Descripción de la propuesta

La construcción del instrumento es un proceso complejo no lineal, que se identifica con un proceso espiralado que aborda una y otra vez las distintas dimensiones de la evaluación teniendo en cuenta la experiencia de los propios en otras cohortes o las propuestas y consideraciones de autores experimentados que, si bien ajenos muchas veces a nuestra problemática retroalimentan este proceso aportando otra mirada.

En el proceso de construcción de la Evaluación Diagnóstica la lectura de bibliografía pertinente al tema nos ha permitido conocer distintas opiniones de los expertos no sólo respecto a las características de los instrumentos que se pueden utilizar, los tiempos en los cuales estos se pueden aplicar, sino también respuestas al por qué y para qué evaluar, entre otros ítems, lo que nos permitió fundamentar teóricamente la elección de nuestra herramienta y la construcción de la misma a la medida de nuestras necesidades.

Fue necesario recabar no sólo las opiniones, sino también las experiencias de las autoridades y los docentes del Posgrado. Lo hicimos a través de entrevistas personales o virtuales convocando en un comienzo a las autoridades, porque son ellas las que tienen la posibilidad de participar de las reuniones informativas, las que realizan las admisiones lo que les posibilita ver los CV de los postulantes, entrevistarlos y mantener una comunicación fluida previa al comienzo de la cursada. Luego nos reunimos con los docentes de las asignaturas del primer trimestre y estas reuniones fueron reveladores ya que en cohortes anteriores detectaron dificultades

en el abordaje de algunos temas que las asociaron a la diversidad en la formación y procedencia de los estudiantes, las que se evidenciaron ya iniciado el trimestre con los problemas que eso conlleva.

Otro tema a tener en cuenta en este proceso de construcción a medida de nuestras necesidades es la definición del referente que requiere de la construcción conceptual de la realidad a evaluar involucrando los conocimientos, las visiones y los valores acerca de la misma. Se hizo foco en el perfil establecido en la creación del posgrado y eso nos permitió establecer las dimensiones para determinar a quien, queremos evaluar y qué esperamos.

Es por demás interesante destacar que de las entrevistas con los docentes surgió la determinación de los contenidos relevantes íntimamente ligados al diseño del cuestionario y su colaboración en el armado de los ítems.

Se realizaron múltiples reuniones de trabajo en las cuales se analizó la información recogida, se diseñó la evaluación diagnóstica en general, se armó el cuestionario teniendo en cuenta el tipo de ítem a utilizar según la temática, se editó en el Forms, se probó su funcionamiento, se puso a consideración de las autoridades y del equipo de docentes que colaboró, tras lo cual se hicieron algunas modificaciones que surgieron de la ejecución del cuestionario.

La Evaluación Diagnóstica, se ha denominado Diagnóstico Inicial y tiene como propósito no sólo recoger datos que nos permitan conocer las características del grupo para poder planificar acciones pedagógicas acordes con sus intereses, expectativas y conocimientos previos, sino además sacar provecho de sus fortalezas y poner de manifiesto todos aquellos aspectos que puedan obstaculizar los nuevos aprendizajes para poder anticiparnos y corregirlos oportunamente.

El Diagnóstico Inicial está realizado en un cuestionario de Microsoft Forms disponible en nuestra plataforma SharePoint de la Facultad de Ciencias Económicas y se puede responder desde cualquier navegador web o incluso desde los dispositivos móviles.

Antes del inicio del posgrado se les envía a los alumnos un enlace a su correo personal para que puedan acceder al cuestionario. En él se los invita a realizar el Diagnóstico Inicial y se les comenta el propósito de este, se los pone en conocimiento del formato y se los alienta a responderlo estipulando un plazo para su envío, que es automático.

Completar el cuestionario lleva aproximadamente alrededor de 60 minutos. Una vez iniciado puede detenerse su participación y continuar con su avance en cualquier momento posterior ya que las respuestas seleccionadas o escritas quedarán guardadas, y se puede reiniciar al cliquear el enlace para continuar.

La información será procesada de manera completamente confidencial y no se relacionarán las respuestas con la persona en el análisis que realizaremos.

El Diagnóstico inicial tiene 9 secciones, cada una de las cuales se detalla a continuación

- Sección 1 - Datos personales

- Sección 2 - Formación Académica
- Sección 3 - Motivaciones y expectativas
- Sección 4 - Experiencias previas
- Sección 5 - Saberes y competencias
- Sección 6 - Conocimientos previos de álgebra
- Sección 7 - Conocimientos previos de cálculo
- Sección 8 - Conocimientos previos de estadística y probabilidad
- Sección 9 - Conocimientos previos de programación

Las secciones 1 y 2 actualizan los datos de la inscripción incluyendo la formación académica incorporando cuando lo tienen su LinkedIn.

La sección 3 refiere a las motivaciones y expectativas sobre la carrera elegida y la sección 4 a las experiencias previas.

Estas secciones tienen una importancia fundamental, ya que visibilizan la heterogeneidad del grupo, sus integrantes se diferencian entre sí por sus motivaciones, expectativas y experiencias previas lo que gravitará en la planificación de cada asignatura para anclar los nuevos conocimientos teniendo en cuenta los aspectos citados, seleccionando las estrategias para que nuestros alumnos alcancen aprendizajes significativos.

Hasta aquí el cuestionario es ágil, no lleva mucho tiempo contestarlo. Se utilizan preguntas de respuesta corta para respuestas breves como son los datos y algunas de selección múltiple, en estas en general se agrega una opción que dice “otra” que lo deriva a una nueva pregunta de respuesta corta para que escriba su respuesta opción no encontrada en la anterior.

A partir de la sección 5 y hasta la sección 9, el tiempo de respuesta depende de cada estudiante ya que las preguntas realizadas se asocian a contenidos de saberes previos que serán usados como anclaje en la enseñanza de los nuevos y deberán analizar las opciones o en algunos casos calcular para elegir cuál es la respuesta correcta entre las opciones dadas. El tipo de pregunta en estas secciones es de respuesta corta, verdadero o falso o de selección múltiple.

Al final de la sección 9 deben cliquer dos veces una en el cuadradito para que les envíe la confirmación de las respuestas por correo y la otra donde dice Enviar como puede verse en la Figura 1.

Figura 1. Envío del Diagnóstico Inicial

Luego del envío aparecerá la siguiente leyenda como puede verse en la Figura 2 y podrán ver los resultados inmediatamente de su diagnóstico o imprimir el PDF.

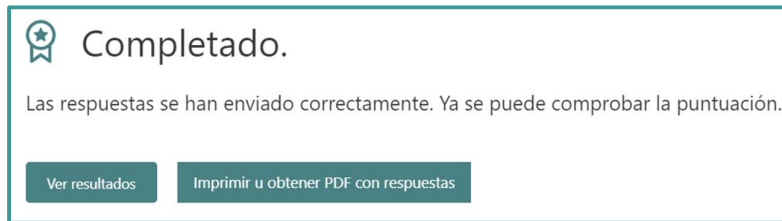


Figura 2. Envío del Diagnóstico Inicial

Es importante la devolución en todo proceso evaluativo, en este caso el estudiante visualizará la respuesta marcada y a partir de la Sección 6 en adelante la indicación de si su respuesta fue o no correcta con la devolución correspondiente cuando no lo haya sido como lo muestran las Figuras 3 y 4.

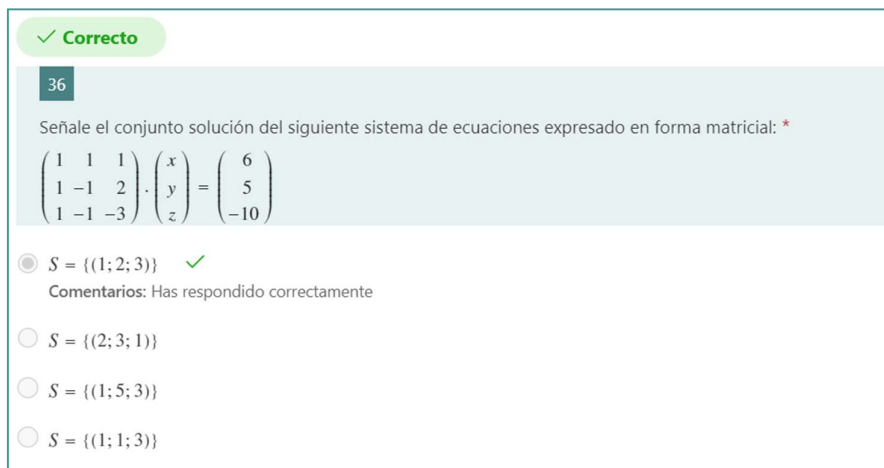


Figura 3. Respuesta correcta

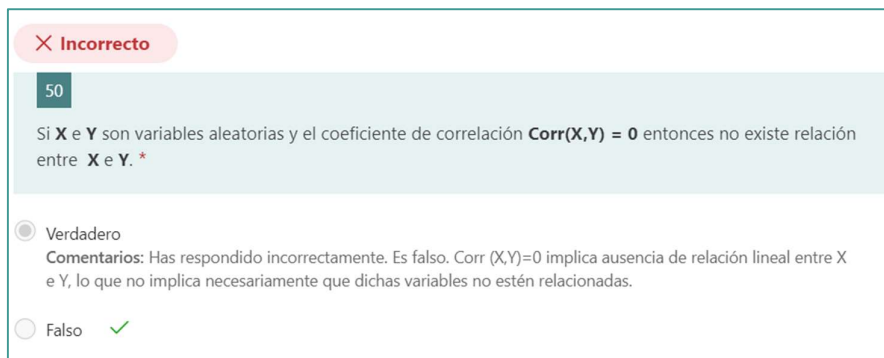


Figura 4. Respuesta incorrecta

Se pueden ver fácilmente todos los datos de respuesta del cuestionario en Microsoft Excel, si seleccionamos "Abrir en Excel en la pestaña Respuestas" como lo muestra la Figura 5.



Figura 5. Abrir Excel, revisar respuestas

En el Excel, los detalles de cada pregunta del cuestionario se representan en columnas y cada respuesta se muestra en una fila. Las primeras cinco columnas muestran las horas de inicio y finalización de cada respuesta, así como el nombre y la dirección de correo electrónico de cada alumno. Las columnas siguientes muestran según sea el cuestionario armado entre otros ítems las preguntas de cuestionario, los puntos para preguntas y los comentarios para las preguntas individuales.

Al revisar las respuestas podemos obtener la información por participante o de todos los participantes para cada pregunta y esta se visualiza en forma de nube, histograma o torta como se observa en la Figura 6 el id. del encuestado (exclusivo para cada alumno).

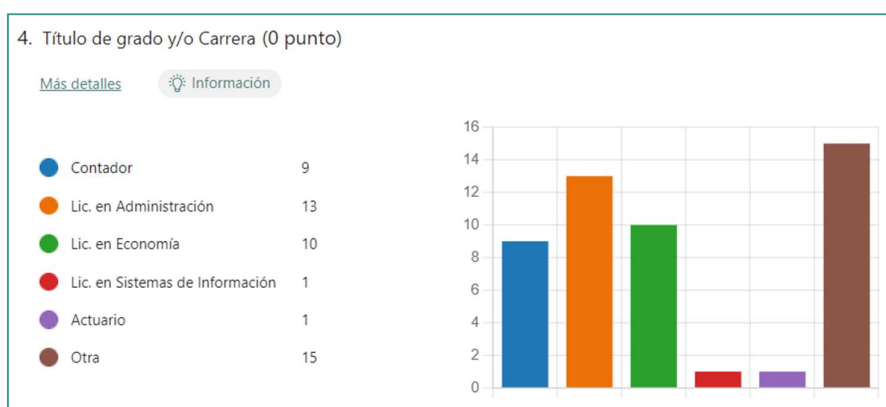


Figura 6. Visualización de la respuesta

3 Fundamentación

De Ketele, J., (1984) propone la siguiente definición: Evaluar consiste en recoger un conjunto de informaciones reconocidas como suficientemente pertinentes, válidas y confiables, y examinar el grado de adecuación entre

este conjunto de información y otro conjunto de criterios considerados suficientemente adecuados a los objetivos fijados al comienzo -o ajustados durante el camino- a fin de fundamentar una toma de decisión.

En todo proceso evaluativo se distinguen cinco elementos fundamentales que harán posible analizar sus posibilidades y limitaciones como así también recoger e interpretar datos empíricos de manera inteligente. Estos elementos son:

- El referente

Se refiere a la realidad que se quiere evaluar. Es importante destacar que se trata de un concepto que debe ser construido, definido y explicitado, y cuanto más explícito sea, tanto más fácil será diseñar instrumentos para recoger y relevar información; se trata de un constructo que expresa lo deseable.

En el caso particular de nuestra propuesta, una evaluación diagnóstica inicial, el referente ha quedado determinado mediante especificaciones que definen el perfil ideal de ingresante al posgrado. Las dimensiones consideradas han sido la formación académica, estableciéndose que el posgrado citado está pensado especialmente para egresados de cualquiera de las carreras de grado que se dictan en la Facultad de Ciencias Económicas de la UBA que acrediten conocimientos previos sobre los contenidos que constan en los programas de Álgebra, Análisis Matemático I y Estadística que se dictan en el primer tramo de las carreras de la mencionada institución.

- Los propósitos

Quedan determinados respondiendo a preguntas como ¿para qué se evalúa?, ¿qué consecuencias tendrán los resultados que se obtengan?, ¿quiénes harán uso de los resultados?, e impactan directamente sobre el diseño de la evaluación. Algunas de las respuestas a las preguntas formuladas sobre la evaluación diagnóstica son la planificación de la tarea docente tendiente a lograr una enseñanza-aprendizaje significativos, la producción de material didáctico adecuado, el diseño de recorridos de nivelación, la intervención de programas de las asignaturas, la orientación de aspirantes y la revisión de la propia evaluación para futuras implementaciones.

- Los instrumentos

Son todos los medios utilizados para recoger datos empíricos provenientes de la realidad que se quiere conocer y evaluar. Incluyen pruebas escritas, prácticas, entrevistas, cuestionarios, encuestas de opinión, fichas de inscripción entre muchos otros. Cabe destacar la importancia de diseñar instrumentos consistentes con el referente y los propósitos de la evaluación. Siendo necesario reconocer y aceptar la heterogeneidad de los grupos y planificar la enseñanza en contextos caracterizados por la diversidad, resulta apropiado diseñar herramientas para recoger información referida a:

- Motivaciones y expectativas

Se refiere a los motivos por los cuales los aspirantes han decidido inscribirse en el curso, los cuales pueden ser extrínsecos (ascenso laboral, cambio de trabajo, capacitación) o intrínsecos (deseo de aprender, búsqueda de sentido a lo que se hace) o bien una combinación de los anteriores. Conocer aquello que

moviliza a los estudiantes permite generar contextos de aprendizaje más significativos. En cuanto a las expectativas cabe aclarar que nadie se esfuerza por alcanzar los resultados que no le interesen o aquellos que sienta como inalcanzables aun cuando formen parte de sus intereses. Las expectativas dependen de como quien aprende interpreta sus éxitos y fracasos y también de las personas o causas a las que se los atribuya. La motivación es una condición previa del aprendizaje, pero podría perderse durante el proceso si no se logra el aprendizaje, razón por la cual resulta fundamental informar oportunamente a los alumnos sobre sus logros y dificultades, favoreciendo de esta forma la motivación.

- Saberes y competencias

“Es necesario evaluar el punto de partida del sujeto, en cuanto a saberes y capacidades, para poder apreciar en qué medida se producen los cambios que vamos a atribuir al aprendizaje.” (Ravela, P., 2006)

La evaluación diagnóstica debe develar las concepciones previas de los alumnos ya que ellas podrían favorecer y obstaculizar el aprendizaje de nuevos conocimientos. “Aprender implica siempre, de alguna forma, desaprender”, “Muchas veces, lo difícil no es adquirir una conducta o un hábito, sino dejar de tenerlo.” (Poza, 1988). Por otra parte, enseñar al margen de ellas implica el riesgo de que no se logre un verdadero aprendizaje quedando los nuevos contenidos separados del árbol cognitivo integrado por conceptos aprendidos anteriormente por el sujeto del aprendizaje.

Algunos estudiantes presentan dificultades relacionadas con competencias como la comprensión lectora o la expresión simbólica y gráfica, por lo cual sería conveniente indagar sobre estas cuestiones en el diagnóstico inicial

- Experiencias previas (laborales-profesionales-personales)

Recabar información sobre actividades laborales, personales y profesionales que complementan el conocimiento de las condiciones iniciales de los integrantes del grupo de aprendizaje es útil para optimizar la programación del curso y contextualizar cada situación de enseñanza-aprendizaje.

- Entorno socio-cultural

La evaluación diagnóstica cobra especial importancia en la formación de posgrado dada la heterogeneidad de los inscriptos. En este sentido, obtener información sobre la diversidad sociocultural del grupo de aprendizaje, amplía la perspectiva docente a la hora de planificar y permite incorporar características de los contextos particulares en las actividades de enseñanza que otorgan significatividad a los aprendizajes.

- Juicios de valor

Consisten en la valoración del objeto de la evaluación y se construyen contrastando los datos empíricos con las especificaciones que definen al referente. Se distinguen juicios absolutos realizados en relación al referente, normativos cuando son producidos por comparación entre objetos evaluados u orientativos, estos últimos no se expresan por puntajes o categorías sino a través de apreciaciones globales que utiliza el evaluador para guiar al evaluado.

- Acciones

Se refiere a las decisiones que se tomen a partir de la valoración de los resultados de la evaluación para intervenir la realidad evaluada. “La vocación principal de toda evaluación es modificar la realidad, pero la evaluación por sí misma no produce cambios si no hay actores que usen los resultados y tomen decisiones a partir de las valoraciones resultantes de la misma.” (Ravela, P. 2006). Tal como explica el texto de Ravela, es fundamental que los evaluadores divulguen los resultados entre los diferentes actores instando a pensar alternativas para solucionar los problemas develados. Como ejemplos de las acciones capaces de modificar la realidad a partir de la evaluación diagnóstica se menciona la planificación de reuniones informativas y de entrevistas de admisión, el diseño de trayectorias didácticas de nivelación, la selección de contenidos significativos para los ingresantes, el planeamiento del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Los elementos descriptos anteriormente se interrelacionan en el proceso evaluativo durante una sucesión de tres momentos. El primero de ellos es la programación de la evaluación. En esta instancia uno de los aspectos a considerar es el objetivo, es decir para qué evaluar y el objeto (qué evaluar: saberes previos, habilidades, fortalezas, debilidades, competencias, etc.) de la evaluación. Es imposible pensar en evaluar sin antes explicitar cuáles son los criterios para tener en cuenta, los que facilitarán describir la información necesaria que permita evaluar, para luego decidir cuándo y cómo obtenerla. Una vez establecida la información a recolectar, es necesario construir el instrumento para recabarla.

Es durante el segundo momento que el docente obtiene la información necesaria por medio de la aplicación del instrumento diseñado, lo que le permitirá registrarla y posteriormente analizarla.

La información recogida se valoriza durante el tercer y último momento del proceso. Es entonces cuando, como producto del análisis de los datos se la interpreta y valora en función de los referentes elegidos y se adoptan decisiones adecuadas. Por último, en esta fase se compitan y dan a conocer los resultados de la evaluación.

Si bien las tareas inherentes a los respectivos momentos se plantearon en forma secuencial, el proceso es dinámico y requiere de avances y retrocesos que retroalimentan el análisis.

4 Conclusiones y trabajos futuros

En síntesis, la evaluación diagnóstica permite a través de la información recogida conocer la situación de partida, de los ingresantes en cuanto a saberes y competencias que consideramos necesarios para iniciar con éxito nuevos procesos de aprendizaje, como así también identificar las fortalezas y debilidades del grupo.

Debemos destacar que, el análisis de la evaluación nos permite establecer un marco de referencia, establecer con anterioridad los problemas si los hubiere y de esta forma actuar anticipadamente tomando decisiones y planificando, proponiendo soluciones al respecto.

En la implementación motivo de este artículo se les envió a los ingresantes un archivo con recursos con enlaces a textos específicos, presentaciones y o videos de temas que consideramos oportunos para intervenir sobre el “conocimiento olvidado”

Para la nueva implementación en la Cohorte Septiembre 2022 hicimos algunas modificaciones respecto de la formulación de algunas preguntas e incorporamos la opción ninguna de las anteriores en las de saberes previos.

En trabajos futuros es nuestra intención utilizar los datos provenientes de las evaluaciones diagnósticas implementadas en cohortes anteriores para entrenar modelos de aprendizaje automático que nos permitan hacer predicciones sobre el rendimiento académico de las nuevas cohortes y anticiparnos a posibles frustraciones o deserciones.

Referencias

Avolio de Cols S., Iacolutti M. (2006). Evaluación Diagnóstica. En S. Avolio de Cols y M. Iacolutti (Eds.). *Enseñar y evaluar en formación por competencias laborales. Conceptos y orientaciones metodológicas*. Capítulo 8, pp.137-159. Buenos Aires: Banco Interamericano de Desarrollo.

Brown, S. y Glassner, A. (2007). *Evaluar en la Universidad. Problemas y nuevos enfoques*. Madrid: NARCEA.

Camilloni A.(1998) La calidad de los programas de evaluación y de los instrumentos que los integran. En A. Camilloni, S. Celman, E. Lewin y M. del C. Palou de Maté. (Eds.) *La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo*, pp.67-92. Buenos Aires: PAIDOS.

De Ketele, J. M., (1984) *Observar para educar*. Madrid: Aprendizaje-Visor.

Perrenoud, P. (2008). *La evaluación de los alumnos. De la producción de la excelencia a la regulación de los aprendizajes. Entre dos lógicas*. Buenos Aires: Colihue.

Pozo J.I. (1998). *Aprendices y maestros*. Alianza Editorial: Madrid.

Ravela, P. (2006). *Fichas didácticas Para comprender las evaluaciones educativas*. Santiago de Chile: Programa de Promoción de la Reforma Educativa en América Latina y el Caribe. PREAL.

Sánchez González Ma.Paz (2010). *Técnicas docentes y sistemas de Evaluación en Educación Superior*. Madrid: NARCEA.

Santos Guerra M.A. (1993). *La evaluación: un proceso de diálogo, comprensión y mejora*. Málaga: Aljibe.

Materiales Didácticos Empleados en los Ciclos Lectivos 2020, 2021 y 2022

Aisama María José – Gutierrez Patricia Gisela – Soruco Olga Silvina
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Jujuy
majos6@hotmail.com – profepatogutierrez@gmail.com – ssoruco_97@hotmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Pandemia, Aula virtual, Materiales didácticos

Resumen

La pandemia del Covid-19 ha impuesto en los espacios de formación universitaria presencial una modalidad distinta para la concreción y continuidad de sus actividades. Docentes y alumnos se esforzaron para connaturalizar, con celeridad, el uso de plataformas digitales educativas, intentando no perder la comunicación. La adaptación ha sido muy difícil porque en la formación docente no se contemplaba con asiduidad, la preparación para una enseñanza mediada por entornos virtuales. La nueva manera de interactuar que comenzó a imperar difería sustancialmente de la modalidad presencial a la que los actores educativos se encontraban acostumbrados. Sin miramientos, la enseñanza se mudó al aula virtual debiendo alumnos y profesores transitar en ella los ciclos lectivos 2020, 2021 y 2022. El debate sobre la mejor forma de evaluar a fin de garantizar una retroalimentación sobre el desarrollo de proceso de enseñanza y de aprendizaje que permita tomar decisiones y encausar actividades futuras, se acentuó y complejizó al trabajar en forma online. En el presente trabajo se identifican y comparan los materiales didácticos empleados en los diferentes contextos que presentaron los años 2020, 2021 y 2022, en la cátedra de Álgebra y Geometría Analítica, materia de primer año – primer cuatrimestre de las carreras: Licenciatura en Administración y Economía Política de la Facultad de Ciencias Económicas – UNJu, para reflexionar cuales resultaron más apropiados en función de los objetivos para los cuales fueron elaborados.

1 Introducción

La pandemia del COVID-19 ha generado una situación de crisis que trascendió el sector de la salud y puso a todos los ámbitos de la sociedad frente a un sinfín de problemáticas.

El escenario educativo transitaba una fase de reflexión e innovación pedagógica y se sometió a cambios derivados fundamentalmente del avance de la tecnología. La práctica docente estaba regida por un paradigma centrado en el aprendizaje del estudiante, lo cual hizo que se viera con optimismo, la incorporación de Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC) para acompañar el progreso tecnológico que imperaba de manera cada vez más vertiginosa, y sostener la búsqueda continua de la mejora de la calidad del proceso educativo.

Bajo el contexto de emergencia sanitaria, las instituciones de educación de nivel superior se vieron en la obligación de cerrar sus puertas a toda actividad presencial y en la necesidad de reinventar sus entornos de aprendizaje para garantizar la continuidad de la educación, lo que hizo aún más apremiante la utilización de las

TIC, ahora direccionada a una modalidad de trabajo en línea. La educación virtual demanda el desarrollo de nuevas didácticas que contrastan con la poca experiencia de los docentes en esta nueva modalidad, con el escaso tiempo para diagramar estrategias metodológicas, y con la limitada disponibilidad de recursos que requiere esta forma de educación.

Para los docentes de la cátedra Álgebra y Geometría Analítica, asignatura del 1er. año de las carreras de Licenciatura en Administración y Licenciatura en Economía Política de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy, la enseñanza virtual, hasta el ciclo académico 2019, constituía una herramienta adicional por la cual se podía optar como complemento del sistema de enseñanza presencial. Esta alternativa, demandaba un tiempo considerable para la elaboración de materiales didácticos digitales, sin embargo, integrantes del cuerpo docente de la asignatura mencionada, decidieron adoptarla e iniciaron su participación en diversos cursos referidos a la capacitación para el diseño de un aula virtual en la plataforma Moodle y al uso de programas informáticos o software para el diseño de materiales didácticos digitales. La llegada de la pandemia aceleró este proceso y la idea que se venía gestando de contar con un aula virtual del espacio curricular: Álgebra y Geometría Analítica.

2 Objetivo

El presente trabajo tiene como objetivo identificar y comparar los materiales didácticos digitales que se encuentran en el aula virtual de Álgebra y Geometría Analítica, a la luz del marco normativo institucional vigente durante el cursado de la materia en contexto de pandemia, en los ciclos lectivos 2020, 2021; y en contexto pos-pandemia, ciclo lectivo 2022.

En particular se propone, en referencia a los ciclos lectivos 2020, 2021 y 2022:

- Describir las pautas institucionales fijadas para el cursado de la materia.
- Identificar los materiales didácticos digitales utilizados en el desarrollo de los contenidos de la asignatura.
- Comparar los materiales didácticos digitales empleados en el cursado de la materia.
- Compartir algunas opiniones de los integrantes de la cátedra acerca de las razones por las que se diseñan, elaboran e incorporan permanentemente materiales didácticos digitales en el proceso de enseñanza y aprendizaje, a partir del ciclo lectivo 2020.
- Reflexionar acerca de la utilidad, por parte de los estudiantes, de los materiales didácticos digitales.

3 Marco Teórico

El docente de nivel de educación superior, para llevar adelante el proceso de enseñanza, debe planificar la actividad y emplear diferentes medios o dispositivos. Estos medios o dispositivos se denominan “materiales didácticos” y tienen como intención facilitar la enseñanza y contribuir a un aprendizaje significativo en el alumno, procurando el desarrollo de cualidades, o habilidades que resulten útiles para la formación y el ejercicio del futuro profesional.

Guerrero Armas (2009) señala que si bien, no existe una única definición para identificar a los materiales didácticos, en un contexto educativo determinado se los considera como todo elemento que es empleado con un propósito didáctico o para favorecer el desarrollo de las actividades formativas.

Area Moreira (2019, p. 4) sostiene que los materiales didácticos cumplen numerosas funciones, entre las más significativas se encuentran las siguientes:

- Empaquetar y presentar didácticamente el contenido o conocimiento.
- Facilitar las actividades de aprendizaje del estudiante.
- Apoyar las tareas docentes de planificación y desarrollo de la enseñanza.
- Evaluar los aprendizajes de los estudiantes.

Al momento de plantear y diseñar los materiales didácticos corresponde tener presente que respondan a las funciones enunciadas precedentemente, además de añadir las nuevas tecnologías de la comunicación a su elaboración. Area Moreira (2019), menciona que “la aparición de la revolución informática y de las telecomunicaciones ocurrida en estas últimas décadas está propiciando el surgimiento de una nueva generación de materiales didácticos de naturaleza digital” (p. 5).

Real Torres (2019 p.16) cita a García-Valcárcel (2016) quien sostiene que los recursos digitales emergen como un medio de creación y manifestación de un nuevo lenguaje basado en el sonido, lo visual y la interactividad; elementos que promueven la comprensión, la creatividad y la motivación de los estudiantes. En este contexto moderno, la autora resalta, que los medios audiovisuales admiten una forma de comunicación multisensorial procurando una multiplicidad de códigos que inciden sobre diversos sentidos y formas de percepción, formando un lenguaje de síntesis adoptado por los jóvenes como nuevo medio de comunicación. Los estudiantes que hoy en día llenan nuestras aulas quieren aprender de manera diferente.

Area y Adell, (2021, p. 86) indican que la inmediata desaparición de la enseñanza presencial fue reemplazada en forma abrupta y apresurada por la educación mediada por tecnologías. Las instituciones educativas

internacionales, nacionales y autónomas se organizaron e impulsaron un modelo de urgencia para la enseñanza digital desarrollado desde los lugares en que se encontraban profesores y estudiantes.

Los autores señalan que la pandemia, y el confinamiento, pusieron al descubierto fenómenos preexistentes:

- La ausencia de la cualificación adecuada del profesor en el ámbito o campo profesional de la tecnología educativa. A pesar de ello, hay que reconocer el enorme y valioso esfuerzo realizado por la inmensa mayoría de profesores para hacer frente a todos estos obstáculos y comprometerse con la continuidad de su docencia mediante estas modalidades de enseñanza a distancia, en línea.
- Area y Adell, (2021, p. 88) puntualizan el proceso lento, pero continuado de transformación digital que está sucediendo con relación a los materiales o recursos didácticos; se trata de un proceso, con ciertas variantes propias de la idiosincrasia escolar, similar a lo que sucede con el resto de las industrias culturales donde los medios analógicos están desapareciendo para ser sustituidos por objetos digitales distribuidos en línea.
- La llegada y expansión de las tecnologías a las instituciones educativas provocó el cuestionamiento y la ruptura con los modelos pedagógicos en los que figura el texto como patrón de la práctica curricular. Consecuentemente, la tecnología es disruptiva, desplaza a los libros de textos en soporte de papel y modifica los métodos tradicionales de enseñanza basados en el uso del texto escolar Area y Adell (2021, p. 88).

En pandemia, se consiguió mantener el proceso de enseñanza y aprendizaje, aunque de manera desigual, gracias a la voluntad docente de adaptación y habilidad de combinar la informática y la tecnología de la comunicación para el envío y la recepción de datos. La educación vivida durante los primeros meses de la pandemia fue distinta de lo que se entiende como e-learning. (Obesso y Núñez, 2021, p. 4).

La educación a distancia, educación remota de emergencia y educación online (Aras Bozkurt & Ramesh Sharma, 2020), son distintas. El modelo de educación remota de emergencia, utiliza canales telemáticos, brinda adelantos innegables (Hodges, Moore, Lockee, Trust, & Bond, 2020).

La noción de educación en línea (e-learning) se emplea para relatar a las experiencias educativas recibidas a distancia, cuyo objetivo sea construir en los alumnos un conocimiento basado en una experiencia individual de aprendizaje, en la que los medios electrónicos contribuyen de forma específica en el proceso de aprendizaje (Tavangarian, Leypold, Nölting, Röser, & Voigt, 2004). El concepto general educación en línea, comprende diferentes modelos de aprendizaje, como el web-based learning, computer-based learning, virtual learning y modelos mixtos como el semipresencial o blended. Cualesquiera estos conceptos tienen una aproximación constructivista a la construcción del aprendizaje (Berger & Luckmann, 1966; Kolb & Kolb, 2005). La educación en línea puede ser: sincrónica o asincrónica; administrada por un instructor de forma directa a los estudiantes; incluye texto, imagen, animación, transmisión de video o audio.

La educación remota de emergencia surge en contextos totalmente anómalos (en situaciones de guerra se estudian distintas modalidades educativas surgidas para afrontar esas dificultades) (Obesso y Núñez, p. 6 op. cit.)

La educación emergente ante la crisis del Coronavirus, resulta distinta a la situación de emergencia anterior por la magnitud y la envergadura. Se puede pensar, que se buscó una solución educativa temporal para afrontar un problema inmediato (Golden, 2020) que emplea las ventajas de la formación online ya existente, pero que indudablemente sería injusto situar en idéntico nivel, ya que se trata de una adaptación, no de un diseño previamente definido para ser a distancia. Consecuentemente, es preciso un uso correcto de los términos sobre qué tipo de educación se usa en qué momento, para no crear confusión en los estudios sobre la calidad y diseño que requieren las distintas modalidades educativas. (Obesso y Núñez, p. 6 op. cit.)

Surge una categoría mixta entre la educación en línea y la educación tradicional, la educación semipresencial, educación flexible, aprendizaje mixto en inglés blended learning (Morán, 2012). Esta modalidad ofrece una integración en un mismo proceso de aprendizaje de elementos educativos realizados a través de medios tecnológicos con la educación ofrecida del modo más tradicional (Thorne, 2003). Esta combinación pedagógica se puede presentar de forma diversa: asignaturas online y asignaturas presenciales, contenidos de las asignaturas online o únicamente actividades formativas determinadas. Esta aproximación pedagógica mixta también recibe el nombre de híbrida, originada a partir de la situación sanitaria excepcional provocada por la Covid-19, con algunas diferencias claras.

En ciertas universidades públicas, se han escogido modelos que combinan clases presenciales (para grupos poco numerosos) y clases online -síncronas o asíncronas- (para grupos más numerosos). Aunque, en su totalidad recalcan que sus modelos abogan por la presencialidad.

4 Sugerencias y normas dictadas en la Facultad de Ciencias Económicas ante la emergencia sanitaria por Covid-19

En el mes de abril de 2020, la FCE emitió un comunicado a todo el plantel docente en el que describía el escenario por el cual se atravesaba como comunidad, y se instaba a sostener el servicio de educación superior. El objetivo inicial se focalizaba en “contener y mantener un vínculo académico” con el alumnado hasta estructurar el inicio del ciclo académico 2020 bajo contexto de pandemia. Las autoridades solicitaron a las cátedras mantener una interacción con los alumnos, generando espacios de estudio y organizando tareas remotas en el entorno virtual. Además, se instaba a los docentes a perfeccionar las habilidades tecnológicas con el objetivo de desarrollar el 30% de las actividades curriculares en entornos virtuales.

Cabe aclarar que este comunicado no revestía carácter obligatorio para los docentes y alumnos. Es decir que aquellas cátedras que lo dispusieran, estaban facultadas para elegir los medios que les permitirían la

comunicación y el acercamiento de contenidos, iniciando un apoyo académico al que los estudiantes podían recurrir o no.

Bajo las sugerencias y espacios de interrelación que la facultad facilitó en ese contexto, la cátedra de Álgebra y Geometría Analítica optó por habilitar un aula virtual desde la plataforma Moodle. A través de la misma, los contenidos que conforman el programa de estudios de la asignatura se presentaron y desarrollaron mediante videos referidos a aspectos teóricos y de resolución de ejercicios; apuntes teóricos, guías de ejercicios prácticos y resolución de los mismos en formato PDF; cuestionarios elaborados con los recursos que proporciona la plataforma Moodle, todos de autoría del cuerpo docente del espacio curricular.

Luego de un plazo prudencial referido al funcionamiento del aula virtual, se propuso a los estudiantes matriculados en la misma, la participación en una “autoevaluación”, de carácter no obligatorio para permitir a cada alumno tomar conciencia de cuál era su progreso individual relacionado al proceso de aprendizaje de cada unidad. Por otra parte, esta herramienta permitía a los docentes no solo determinar el nivel alcanzado por los estudiantes respecto de los aprendizajes de los contenidos que en el aula virtual se trabajaban, sino también el redireccionamiento de actividades. Esta autoevaluación consistía en la aplicación de un cuestionario con preguntas teóricas y prácticas cerradas, en diferentes formatos facilitados por la plataforma Moodle.

En el mes de Julio, la FCE emite la Resolución FCE N°126/2020, donde informa a docentes y alumnos el nuevo “Sistema de Cursado Excepcional con Complementariedad Remota”. El mismo se iniciaría el 3 de agosto, y bajo el concepto de aula ampliada, incluía el desarrollo de clases bajo diferentes modalidades: sincrónicas, asincrónicas, pero no presenciales. La instancia evaluativa presencial, se contemplaba para cuando las condiciones sanitarias fuesen favorables. Este sistema se estructuró temporalmente en nueve semanas de cursado, e involucró una evaluación de proceso que cada cátedra debía proponer para poder otorgar a cada alumno, una condición final que se denominó en el sistema con la letra “E” de excepcionalidad, sólo en el caso de cumplir con los requisitos de la mencionada evaluación. A los estudiantes que alcanzaron esta condición en este ciclo lectivo, se les propuso acreditar la asignatura con un examen de suficiencia teórico-práctico.

En función a esta Resolución, la cátedra de Álgebra y Geometría Analítica reestructura el aula virtual empleada y decide emplear nuevos materiales didácticos digitales. Se preparan e incorporan otros videos de clases teórico-prácticas, se realizan clases virtuales sincrónicas de práctica, las cuales fueron grabadas y subidas al aula virtual.

Respecto a las autoevaluaciones, enunciadas anteriormente, su desarrollo y calificación obtenida por parte del alumno, se consideraron como parte de criterio adoptado por la cátedra para alcanzar la condición de excepcional, y además sirvieron de base para formular los exámenes correspondientes al Cursado Excepcional con Complementariedad Remota, etapa en la cual se incrementó considerablemente el número de matriculados.

En el mes de Abril del 2021, la FCE emite una Resolución FCE N°117/2021 en la que aprueba el Reglamento sobre cursado bajo condiciones de estado de emergencia sanitaria (COVID-19). En líneas generales mantiene las mismas reglas del ciclo lectivo anterior, aunque respecto a la evaluación, autoriza que sea presencial, única y con dos instancias recuperatorias. Aprobada la evaluación el alumno alcanzaría la condición de Regular, que lo habilita luego, a rendir la materia en examen final.

Para el ciclo lectivo 2022, se mantiene la condición de estado de emergencia sanitaria (COVID-19). La facultad exhorta a retomar las actividades presenciales y mantener las aulas virtuales a las materias de los primeros años, aunque no emite una resolución al respecto. Ante estas condiciones, formuladas verbalmente, se dio inicio al presente ciclo lectivo.

En la tabla que se presenta a continuación, se sintetizan los aspectos relevantes del regimen de cursada de los distintos ciclos lectivos.

Tabla 1. Aspectos relevantes del regimen de cursada de los ciclos lectivos 2020, 2021 y 2022.

	2020		2021	2022
	Abril	Agosto	Abril	Abril
Denominación	Acompañamiento al estudiante	Cursado Excepcional con Complementariedad Remota.	Cursado de Asignaturas bajo condiciones de Estado de Emergencia Sanitaria (COVID-19).	
Objetivo	Contener y mantener un vínculo académico	Desarrollar actividades bajo el concepto de aula ampliada, incluía el desarrollo de clases: sincrónicas, asincrónicas, pero no presenciales.	Cursar la materia en forma remota.	Retomar a la presencialidad.
Carácter	Optativo	Obligatorio	Obligatorio	Obligatorio
Modalidad de cursado	Completamente online	- Blended (más del 50% online) - Cara a cara a través de Internet	- Blended (entre el 25% y el 50% online) - Cara a cara a través de Internet	- Blended (entre el 25% y el 50% online) - Cara a cara a través de Internet - Clases presenciales
Instancias de Evaluación Parcial	No prevista	Completamente online	Presencial, única y escrita (con dos posibilidades para recuperar)	Presencial y escrita

5 De los materiales didácticos elaborados en Álgebra y Geometría Analítica

En agosto del año 2019, el equipo docente de la cátedra, inicio las tareas referentes a la elaboración del material curricular que se emplearía en 2020, la re-elaboración de material y tareas de investigación inherentes al accionar docente de la cátedra. Para fines de ese mismo año, ya se contaba con el material didáctico teórico-práctico y la nueva guía de trabajos prácticos que se emplearían para el desarrollo de las clases de carácter presencial del siguiente ciclo lectivo.

Al momento de decretarse la pandemia, en el año 2020, las autoridades de la FCE enviaron un Informe de estado de avances a toda la comunidad educativa, en el cual se proponía *organizar la tarea docente sabiendo que en esos momentos, el objetivo inicial se concentraba en contener y mantener un vínculo académico con los alumnos.*

Si bien la cátedra contaba con el material teórico-práctico y guías de trabajos prácticos elaborados especialmente para el cursado presencial, resulto necesario y urgente preparar el material digital para el nuevo escenario que se planteaba.

A continuación, citamos los distintos materiales didácticos digitales que se elaboraron para el ciclo lectivo 2020, que se incorporaron al aula virtual de la asignatura, en la plataforma educativa Moodle, proporcionada por la Universidad.

- Se pusieron a disposición de los alumnos, a través del aula: un video de presentación de la asignatura, presentación del cuerpo docente, videos introductorios correspondientes a cada unidad temática, videos explicativos de conceptos teóricos incluidos en el programa de la materia, videos sobre la resolución de determinados ejercicios, videos explicativos referentes al uso de algunos de los instrumentos del aula, documentos en formato PDF de: apuntes teóricos, mapas conceptuales, guías de ejercicios, escritos explicativos sobre la resolución de ciertos ejercicios. Todo el material enunciado fue elaborado por los docentes que conforman la cátedra.
- Dictado de clases sincrónicas.
- Dictado de clases de consulta sincrónicas.
- Exámenes: bajo la denominación de “autoevaluaciones” que se proponían realizar a los estudiantes matriculados, luego de un plazo prudencial relacionado al desarrollo de una unidad temática. Para la elaboración de estos exámenes en línea se trabajó con la herramienta Cuestionario de la plataforma Moodle. Las preguntas y ejercicios que conformaron cada cuestionario se realizaron empleando los más diversos formatos que este instrumento brinda: arrastrar y soltar sobre texto, arrastrar y soltar sobre una imagen, elige la palabra perdida, emparejamiento, numérica, opción múltiple, pregunta de rellenar espacio en blanco, respuestas cortas y verdadero/ falso.
- Exámenes: denominados “evaluaciones” elaborados a partir del recurso Cuestionario de Moodle.

- Foros de noticias, foros de consulta, encuestas, cuestionarios.

Para el ciclo lectivo 2021, con la continuidad del “estado de emergencia sanitaria” a nivel nacional y provincial, se decidió mantener el material didáctico digital elaborado en el 2020, con algunas mejoras en los mismos:

- Los videos explicativos de conceptos teóricos incluidos en el programa de la materia fueron editados en secuencias de menor tiempo, para que el alumnado pueda visualizarlos y procesarlos de mejor manera.
- Se agregaron más videos sobre la resolución de determinados ejercicios de la cartilla de trabajos prácticos. Cabe destacar que se confeccionó una nueva cartilla de trabajos prácticos para este ciclo lectivo.
- Se mantuvo el dictado de clases de práctica sincrónicas, como así también de consulta, posibilitando que se concreten más encuentros en la semana, en diferentes horarios, para la comodidad de los estudiantes.
- Se realizaron “autoevaluaciones” de carácter no obligatorio para los alumnos matriculados, para que, continuamente revisaran sus conocimientos en la cursada de la materia.

Se utilizaron los mismos materiales didácticos digitales en el ciclo lectivo 2022, en referencia a los dos ciclos lectivos precedentes, con la respectiva reelaboración y actualización de los mismos, a pesar de regresar al dictado de clases de manera presencial:

- Con una nueva cartilla de trabajos prácticos, se decidió generar nuevos videos sobre la resolución de determinados ejercicios. Se mantuvieron los videos anteriores como *material complementario* y de apoyo para los estudiantes.
- Se mantuvieron los videos de contenidos teóricos en el aula virtual.
- Se dio continuidad a las consultas de teoría y de práctica, en forma online.

Cabe destacar que en la cursada 2022, se detectó que los alumnos no recurrían al material didáctico digital disponible en el aula virtual. Según algunas entrevistas realizadas en las clases de trabajos prácticos, los estudiantes expresaban el poco interés que les generaba el ingreso al aula virtual y el cansancio a la modalidad online. En tal sentido, demandaban consultas presenciales y más horas de clases teóricas como prácticas en esta modalidad.

6 Conclusiones y trabajos futuros

Al momento de la elaboración de los materiales didácticos se deben considerar dos aspectos fundamentales:

- 1) Respecto de los estudiantes, insertos en contextos diversos y heterogéneos, ausencia de hábitos de estudio, con falta de dispositivos tecnológicos apropiados, con dificultades o falta de conectividad y el desconocimiento del uso de determinadas herramientas tecnológicas.
- 2) Respecto de los profesores: además de las mismas dificultades que pueden presentar los estudiantes, se agrega el cambio del ámbito de desarrollo de su rol, pasando de la presencialidad a la virtualidad, en su gran mayoría con poca o ninguna preparación.

La plataforma Moodle tiene una importancia relevante para medir el alcance del objetivo que se persigue porque permite realizar el seguimiento de cada actividad relacionada al acceso, por parte de los estudiantes, a los diversos recursos que se presentan en el aula virtual, por lo tanto es recomendable analizar periódicamente los datos que esta plataforma brinda.

Alternar actividades obligatorias como ser: presentación de prácticos, participación en foros, generando por ejemplo de temas de análisis y discusión que tengan relación a las diferentes posibilidades de tratamiento de una situación problemática, basadas en los contenidos estudiados, con actividades optativas, permitirá a los próximos matriculados asimilar por sí mismos las ventajas y desventajas de su realización.

Se debe fomentar el trabajo grupal y la evaluación para que el estudiante se sienta acompañado por sus pares.

Las herramientas que brinda la plataforma Moodle para ser utilizadas en la enseñanza y en la generación de ambientes de aprendizaje favorecen el rompimiento de las barreras espacio-temporales de la educación presencial, por lo tanto, su uso, debe ser optimizado.

La nueva forma de enseñanza, requiere de materiales apropiados que busquen fomentar un aprendizaje más activo e independiente, a través de espacios de interacción y participación constante por parte del estudiantado y con el acompañamiento y la supervisión por parte de los docentes y es la tarea a la que actualmente se encuentra abocada la cátedra de Álgebra y Geometría Analítica.

Referencias

- Aras Bozkurt, & Ramesh Sharma. (2020). Emergency remote teaching in a time of global crisis due to CoronaVirus pandemic. *Asian Journal of Distance Education*, 15(1), 1–6
- Area Moreira, M. (2003). De los webs educativos al material didáctico web. Artículo publicado en la revista *COMUNICACIÓN Y PEDAGOGÍA*, nº 188, 2003, pgs. 32-38. Disponible en: <https://docplayer.es/8030317-De-los-webs-educativos-al-material-didactico-web.html>

Area Moreira, M. (2019). Guía para la producción y uso de materiales didácticos digitales. Recomendaciones de buenas prácticas para productores, profesorado y familias. Disponible en: <https://riull.ull.es/xmlui/bitstream/handle/915/16086/Manuel%20Area%20GU%C3%8DA%20PARA%20LA%20PRODUCCION%20DE%20MATERIALES%20DIDACTICOS%20DIGITALES.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Area, M. y Adell, J. (2021). Tecnologías digitales y cambio educativo. Una aproximación crítica. REICE. Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación, 19(4), 83-96. <https://doi.org/10.15366/reice2021.19.4.005>

Berger, P., & Luckmann, T. 1. (1966). The social construction of reality. New York: Anchor.

García-Valcárcel, A. (2016). Recursos digitales para la mejora de la enseñanza y el aprendizaje. Disponible en: <https://gredos.usal.es/jspui/bitstream/10366/131421/1/Recursos%20digitales.pdf>

Guerrero Armas, A. (2009). Los materiales didácticos en el aula. Disponible en: <https://www.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd6415.pdf>

Hodges, C., Moore, S., Lockee, B., Trust, T., & Bond, A. (2020). The Difference Between Emergency Remote Teaching and Online Learning. Consultado en: <https://er.educause.edu/articles/2020/3/the-difference-between-emergency-remote-teaching-and-online-learning>

Kessler, D. (2021). "A más de un año del comienzo de la pandemia; ¿cuál ha sido el impacto social en América Latina". Conferencia en el Acto de Apertura del Pre-ASET- JUJUY 2021 (17de Junio). Facultad de Ciencias Económicas. Universidad Nacional de Jujuy.

Morán, L. (2012). Blended-learning. Desafío y oportunidad para la educación actual. Edutec. Revista Electrónica de Tecnología Educativa, (39), a188. <https://doi.org/10.21556/edutec.2012.39.371>

Moreira Teixeira, A y Zapata-Ros, M. (2021). Presentación del número especial de RED Transición de la educación convencional a la educación y al aprendizaje en línea, como consecuencia del COVID19. RED: revista de educación a distancia, N. 65. V. 21

Obesso, M y Núñez M (2021) El modelo educativo híbrido: una respuesta necesaria de la enseñanza universitaria a partir de la Covid-19 <https://www.researchgate.net/publication/348755808>

Real Torres, C. (2019). Materiales Didácticos Digitales: un recurso innovador en la docencia del siglo XXI. 3C TIC. Cuadernos de desarrollo aplicados a las TIC, 8(2), 12-27. doi: <http://dx.doi.org/10.17993/3ctic.2019.82.12-27>

Educación Virtual de Emergencia: Experiencias y Rendimiento Académico de Estudiantes de Primer Año de una Facultad de Ciencias Económicas

Mercau, Susana B. – Holgado, Lisa V. – Marcilla, Marta

Facultad de Economía y Administración, Universidad del Norte Santo Tomás de Aquino – Facultad de Bioquímica, Química y Farmacia, Universidad Nacional de Tucumán - Facultad de Economía y Administración, Universidad del Norte Santo Tomás de Aquino
s_mercau@yahoo.com.ar – lvholgado@yahoo.com – mmarcill@yahoo.com.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Educación de emergencia, Aula virtual, Rendimiento académico

Resumen

El mes de marzo del año 2020 sorprendió al mundo con una situación sanitaria que cambió la vida cotidiana y modificó la mayoría de las actividades, siendo la educación una de las áreas más afectadas por la suspensión absoluta y total de las clases presenciales en todos los niveles. Tanto los estudiantes como los docentes tuvieron que adaptarse a una nueva dinámica de trabajo improvisando medios y recursos digitales. En el año 2021 si bien la situación sanitaria mejoró, las condiciones en nuestro país no permitieron el retorno a las clases presenciales, por lo que se continuó con la enseñanza remota.

La experticia obtenida por los docentes de Matemática I a través de proyectos desarrollados en el campo de la educación virtual, significó una ventaja frente a la emergencia sanitaria, no sólo por el conocimiento y manejo de las bases de las teorías pedagógicas del ámbito de la educación a distancia, sino también por la experiencia en el manejo de un aula virtual y el trabajo en ella con los alumnos.

Este artículo describe la forma de trabajo y los resultados en el cursado virtual de Matemática I en el año 2021, asignatura impartida en el primer cuatrimestre de primer año de una facultad de ciencias.

El objetivo de este trabajo es indagar sobre la participación de los estudiantes en las distintas actividades propuestas en el aula virtual y analizar el rendimiento académico alcanzado por los alumnos en el examen integrador y en la recuperación.

1 Introducción

La situación generada en el año 2020 por la aparición del Covid 19 significó que tanto el personal docente como los estudiantes de todos los ámbitos educativos del país y del mundo, se adaptaran a una modalidad que más que llamarse educación en línea o virtual podría llamarse Educación Remota de Emergencia (ERE).

La cátedra de Matemática I de la Facultad de Bioquímica, Química y Farmacia de la Universidad Nacional de Tucumán (UNT) trabaja desde el año 2017 en proyectos sobre nuevos entornos de aprendizaje. El Proyecto “EL MODELO B-LEARNING APLICADO A LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO EN PRIMER AÑO DE LA UNIVERSIDAD” de la Secretaría de Ciencia y Técnica de la UNT, investiga sobre la enseñanza virtual combinada con la presencialidad. Este modelo posibilita la participación activa del estudiante ya que combina las mejores prácticas docentes del aprendizaje presencial con funcionalidades del aprendizaje electrónico (E-learning) potenciando así las fortalezas y disminuyendo las debilidades de ambas modalidades.

La experticia obtenida por los docentes de Matemática I a través de los proyectos desarrollados en el campo de la educación virtual, significó una ventaja frente a la ERE, no sólo por el conocimiento y manejo de las bases de

las teorías pedagógicas del ámbito de la educación a distancia, sino también por la experiencia en el manejo de un aula virtual y el trabajo en ella con los alumnos.

Si bien los jóvenes y adolescentes pertenecen a una era digital, se sabe que la mayoría, en general, utilizan la tecnología para actividades que poco tienen que ver con aprendizajes formales; aunque manejan los juegos en línea y las redes sociales, sienten poco atractivo para usar su habilidad tecnológica para el estudio y educación formal. La ERE mostró no sólo lo mencionado anteriormente sino también puso en evidencia la desigualdad de condiciones académicas, sociales y de acceso a la tecnología de los estudiantes de universidad pública.

Este artículo reflexiona sobre la experiencia llevada a cabo en el año 2021, describiendo brevemente la forma de trabajo en el cursado virtual de Matemática I. Se muestran los resultados sobre la participación de los alumnos en las distintas actividades del aula virtual y el rendimiento académico alcanzado en el examen integrador y en la recuperación.

2 Marco teórico

La emergencia sanitaria generada por el COVID-19, cambió radicalmente la forma de enseñar y aprender en todos los niveles educativos. La educación de emergencia impuesta en todos los niveles se diferenció mucho de la educación a distancia como tal. La educación en línea cuenta con papeles y dinámicas de interacción bien definidas entre docentes, estudiantes, objetivos y procesos de evaluación, para crear ambientes propicios para el aprendizaje que son planeados y diseñados con antelación.

De acuerdo a Hodges, Moore, Lockee, Trust y Bond (2020), este tipo de educación es mucho más que sólo contar con internet y un equipo de computadora por medio del cual conectarse a una sesión en Zoom o Meet y estudiar en un aula virtual. Consideran que la educación en línea deber ser el resultado de un cuidadoso proceso de diseño, planificación, sistematización y desarrollo, puesto que cada elemento y decisión que se incluye o excluye tiene un impacto en la calidad de la educación. En contraste, en la educación de emergencia impartida, no se cumplieron todas las etapas del diseño a pesar de los esfuerzos y buena disposición de los agentes. Diferentes factores tales como conectividad, heterogeneidad académica, formación digital de alumnos y docentes, etc. establecieron la diferencia.

En un corto plazo, tanto docentes como estudiantes tuvieron que mover toda su dinámica presencial a un modelo educativo no presencial haciendo uso de cualquier medio que les permitiera seguir con sus actividades académicas; esto implicó un cambio y adaptación a una nueva cultura y medios ambientes de aprendizaje (Toquero, 2021).

De acuerdo a Casanova Cardel (2020), las aulas fueron desplazadas por estrechos espacios habitacionales donde los alumnos accedían, a través de una pantalla, a las actividades propuestas por sus docentes. Primaba

el supuesto general de que la vida académica podía transcurrir entre pantallas, chats y correos electrónicos. Hodges et al. (2020) destacan que el cambio abrupto de modalidad presencial a modalidad en línea de emergencia no pudo contar, en la mayoría de los casos, con procesos diseñados y planeados: se improvisaron medios y recursos para el cumplimiento de las necesidades educativas de los estudiantes. La estructura se fue creando de acuerdo a los recursos con los que se contaba en el momento lo cual, como era de esperarse, tuvo un efecto en la calidad de la educación proporcionada.

Esta situación llevó a la necesidad de recurrir a la experiencia adquirida por los integrantes de la cátedra a través de proyectos sobre aprendizaje en entornos virtuales. Los mismos se desarrollaron tomando las bases de las distintas teorías sobre la educación a distancia y educación mixta que enfatizan la necesidad de centrar el proceso de aprendizaje en el estudiante, generando un modelo pedagógico que se adapte a cada estilo de aprendizaje. Esa autonomía del alumno conlleva responsabilidades y la participación, junto con el docente, en la toma de ciertas decisiones: si el aprendizaje se realizará o no; qué aprender (contenido); cómo aprender (itinerario, recursos); a quién recurrir (tutor, administrador, otros alumnos); dónde aprender (lugar), cuándo aprender (frecuencia y duración) y los posibles aprendizajes posteriores (Lewis y Spencer citado en Linarejos , 2008, p. 48)

3 El trabajo en el cursado virtual

3.1 Breve descripción del trabajo durante el dictado

Un aula virtual es un entorno donde el estudiante puede, sin que medie la interacción física entre docentes y alumnos, realizar una serie de actividades propias de un proceso de enseñanza presencial como ser: leer documentos, realizar ejercicios, formular preguntas al docente, conversar, trabajar en equipo, etc. En el marco de los proyectos mencionados, desde años anteriores en la cátedra de Matemática I se utiliza un aula virtual, elaborada desde una óptica constructivista diseñada en la plataforma educativa Moodle con la versión más actual del Campus Virtual de la U.N.T.

Matemática I se desarrolla en unidades temáticas que responden a tres núcleos conceptuales que forman parte del currículo: Funciones, Cálculo Diferencial y Cálculo Integral, en torno a los cuales se organiza el aprendizaje. Para el trabajo en el aula virtual, se incluyeron actividades de aprendizaje y de evaluación acordes a los objetivos propuestos en cada unidad temática.

Durante el año 2020 se tuvo que adaptar lo que estaba diseñado en el aula virtual existente, como apoyo al cursado presencial, para una educación virtual de emergencia con las particularidades conocidas.

En el año 2021 si bien la situación sanitaria mejoró, las condiciones en nuestro país no permitieron el retorno a las clases presenciales, por lo que se continuó con la enseñanza remota. A partir de la experiencia del año 2020,

se consideraron las fortalezas y falencias para diseñar un plan y un cronograma tentativos que abarquen los distintos temas del programa, los que se irían ajustando según las instancias y los resultados de todas las actividades propuestas. En todos los casos se adoptaron las medidas necesarias para garantizar el desarrollo del Calendario Académico, los Contenidos Mínimos y la Calidad en la educación.

Se planificó entonces en forma semanal el dictado de clases Teóricas, clases Prácticas y de consultas, todas en forma sincrónica a través de Google Meet. Los alumnos tenían disponible en el Aula Virtual todo el material en PDF, además de videos grabados, videos en Power Point y distintas actividades de Autoevaluación. No se realizó ninguna actividad presencial.

La siguiente tabla presenta una breve descripción de las actividades desarrolladas durante el cursado:

Tabla 1. Actividades realizadas durante el cursado de Matemática I. Breve descripción.

	<i>Actividad</i>	<i>Descripción</i>
Sincrónico	Clases teóricas	Desarrollo de temas teóricos por parte del docente a través de video conferencias llevadas a cabo en las plataformas Zoom o Google Meet buscando la participación activa de los alumnos
	Clases Prácticas	Resolución de ejercicios prácticos y conceptuales de repetición, reproducción y creación a través de video conferencias llevadas a cabo en diferentes plataformas: Zoom, Google Meet
	Clases de consulta	En este tipo de clase, de carácter opcional, los alumnos consultaron dudas acerca de distintos temas de cada unidad. (video conferencias por Zoom o Google Meet)
Asincrónico	<ul style="list-style-type: none"> - Archivos PDF de teoría. - Videos de YouTube 	Estos archivos eran cargados en el aula virtual la semana anterior al dictado de cada tema para que el alumno tenga acceso al contenido antes de asistir a la clase sincrónica.
	Actividades variadas de carácter práctico <i>Actividades propuestas en</i>	<p>Se refuerza el aprendizaje a través de la resolución de ejercicios conceptuales y prácticos de repetición, de reproducción y de creación.</p> <p>Estos ejercicios fueron diseñados en diferentes formatos: respuesta cerrada, V o F, de asociación y de opción múltiple, entre otros.</p>

el aula virtual	Foros de novedades	Comunicación virtual docente- alumno para informar todas las novedades acerca de clases, evaluativos, consultas, exámenes, etc.
	Foros de consultas	Comunicación virtual docente- alumno y alumnos entre sí para gestionar dudas sobre el cursado y la ejercitación de cada tema.
	Cuestionarios de autoevaluación	Para la evaluación formativa fueron implementados cuestionarios al finalizar cada Unidad. Estos cuestionarios proporcionan al alumno una forma fácil de controlar su progreso en el proceso aprendizaje, ya que poseen corrección automática, por lo que el estudiante sabe inmediatamente lo que le falta por afianzar.

Entre los inconvenientes surgidos de esta educación de emergencia está el hecho de que, por la gran cantidad de alumnos inscriptos (alrededor de 900 estudiantes), hubo que repetir tres veces cada clase de teoría (con 300 alumnos cada una), usando tanto *Zoom* como *Google Meet* por las limitaciones del número de participantes de estas plataformas. Esto trajo aparejado ciertas complicaciones tales como problemas de conectividad, que dificultaban la comunicación visual y verbal; como así también problemas en el manejo de botones, ya que en cada clase se alternaba generalmente el uso del pizarrón y se compartían pantallas.

3.2 Evaluación. Formativa y sumativa

La educación virtual de emergencia impuesta promovió que las distintas cátedras de primer año de nuestra facultad, que habitualmente coordinan las actividades, consensuaran formas de cursado y evaluación que favorezcan la estabilidad y permanencia del alumno bajo esta nueva modalidad

Con respecto a la evaluación sumativa, históricamente durante el cursado presencial, la regularidad de las asignaturas se obtenía mediante la aprobación de 2 (dos) exámenes parciales. El primero se evaluaba en el mes de mayo produciendo un *desgranamiento* considerable en la población inicial. Esto se debería entre otros factores, a la heterogeneidad académica, a la falta de hábitos de estudios, al proceso de adaptación a la vida universitaria y al poco tiempo para la asimilación de los conocimientos.

En el año 2021, se pensó que la modalidad de estudio y trabajo impuesta podría aumentar aún más este *desgranamiento*. Además, los protocolos establecidos por la Universidad Nacional de Tucumán para el retorno paulatino a las actividades presenciales, no contemplaban la posibilidad de evaluar en forma presencial a grupos numerosos. Teniendo en cuenta esto y que el cursado de la asignatura se realizaría completamente bajo la modalidad virtual, con toda la complejidad que esto conlleva, se optó por evaluar a los alumnos al finalizar el cursado mediante un único *Examen Integrador Virtual*, utilizando como recurso un cuestionario en el aula virtual. De esta manera los alumnos tuvieron más tiempo para lograr adaptarse y asimilar mejor los conocimientos.

Con respecto a la evaluación formativa, como se mencionó en el cuadro 1, entre las actividades que se realizaron en el aula virtual, figuran cuestionarios de autoevaluación. Los mismos trataban sobre contenidos teóricos-conceptuales y prácticos, y fueron diseñados con comentarios específicos para retroalimentación.

4 Resultados

Como se mencionó anteriormente, para el cursado de la asignatura se llevaron a cabo actividades síncronas y asíncronas.

Para las actividades sincrónicas (clases de teoría, práctica y consultas) los estudiantes se conectaban a través de distintas plataformas.

Para el trabajo asíncrono los alumnos disponían en el aula virtual de:

- a) Material teórico y práctico en forma de archivos pdf, videos tutoriales, vídeos en programas de presentación, etc. para complementar el desarrollo de los temas de la asignatura.
- b) Autoevaluativos para la autorregulación y refuerzo del aprendizaje

A continuación, se presentan los resultados, en porcentajes, de la participación de los alumnos en las distintas actividades propuestas en el aula virtual y los resultados de las calificaciones obtenidas por los estudiantes en los autoevaluativos y el Rendimiento académico del Examen Integrador y su Recuperación.

4.1 Participación en actividades del aula virtual

Para cursar Matemática I se inscribieron 978 alumnos y el sistema digital de facultad los incorporaba automáticamente al aula virtual de la asignatura.

En el aula virtual los alumnos disponían de archivos PDF de teoría, videos de YouTube y actividades variadas de carácter teórico-práctico; también disponían de foros de consultas para la comunicación docente- alumno y alumnos entre sí. La participación de cada alumno, en cuanto a: conexión, descarga de archivos, realización de actividades y participación en foros, se obtiene de una planilla personal, información que brinda automáticamente la plataforma Moodle.

Para el análisis de la participación se consideró la siguiente categorización: *Participación Nula-Casi nula* (0 % al 20 %), *Participación Insuficiente* (21 % al 40 %), *Participación Suficiente* (41 % al 60 %), *Participación Buena* (61 % al 80 %) y *Participación Óptima* (81 % al 100 %). Se presentan los resultados obtenidos sobre el total de la población.

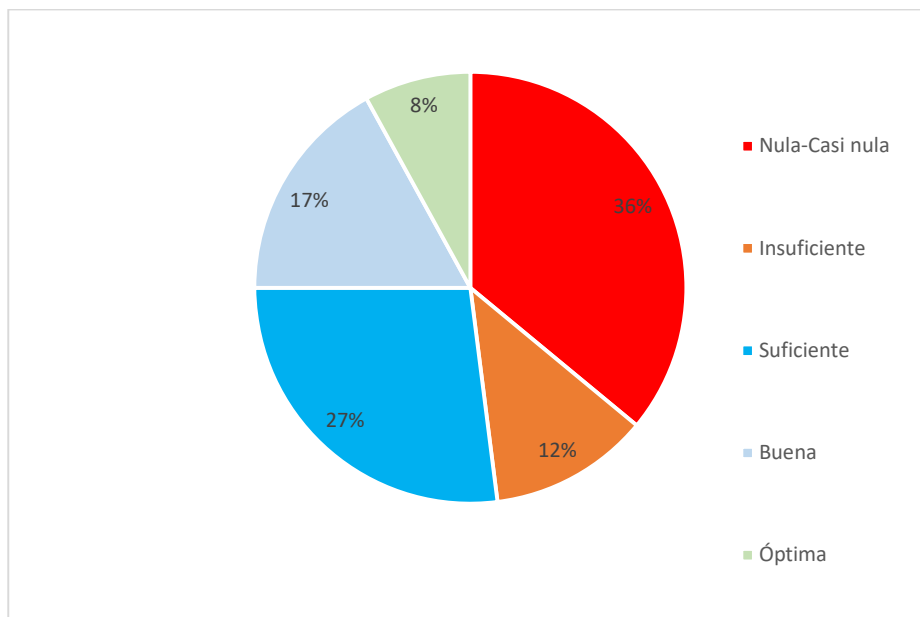


Figura 1. Distribución en porcentaje según participación en actividades en el aula virtual

Observando la figura 1, no sorprende el dato sobre los alumnos que tuvieron una participación *nula o casi nula* en las actividades del aula virtual, ya que históricamente cada año alrededor de un 30% de la matrícula no inicia el cursado en el año lectivo. En contraste, si se consideran los resultados obtenidos en las categorías *Suficiente*, *Buena* y *Óptima*, satisface observar que el 52% de los alumnos que cursaron Matemática I tuvieron una participación que puede considerarse *activa* en el aula virtual.

4.2 Autoevaluativos

Los cuestionarios en la plataforma Moodle están conformados por un listado de preguntas o ejercicios propuestos por el docente. Pueden diseñarse de tal forma que se le permita al alumno responderlo una o varias veces y si se mostrarán o no las respuestas correctas y los comentarios para la retroalimentación. Cuando estos cuestionarios se diseñan para más de un intento, las preguntas y las respuestas pueden presentarse mezcladas en forma aleatoria de tal manera que se evite la copia entre los estudiantes en cada nuevo intento o bien que el estudiante señale las respuestas correctas por la memorización de los resultados obtenidos en los intentos anteriores.

Cada autoevaluativo constaba de 5 o 6 ítems, diseñados como ejercicios de opción Verdadero o Falso, múltiple choice (opción múltiple), de respuesta única o de respuesta variada, emparejamiento, arrastrar y soltar sobre una imagen, entre otros. Los mismos tenían por finalidad representar una instancia más de aprendizaje y para ello se permitieron 2 intentos dentro de un plazo previsto. Los alumnos podían acceder a la devolución en forma inmediata lo que les facilitó conocer sus errores. En total se implementaron 8 cuestionarios correspondientes a cada una de las unidades del programa de la asignatura. Para tener derecho a rendir el examen Integral que acreditaría la regularidad en Matemática I, los alumnos debían aprobar por lo menos seis de estos cuestionarios.

A continuación, se presenta el gráfico que muestra el porcentaje de alumnos aprobados y desaprobados en cada tema. Cabe aclarar que aproximadamente un 30% de los alumnos (298) no rindieron ningún autoevaluativo.

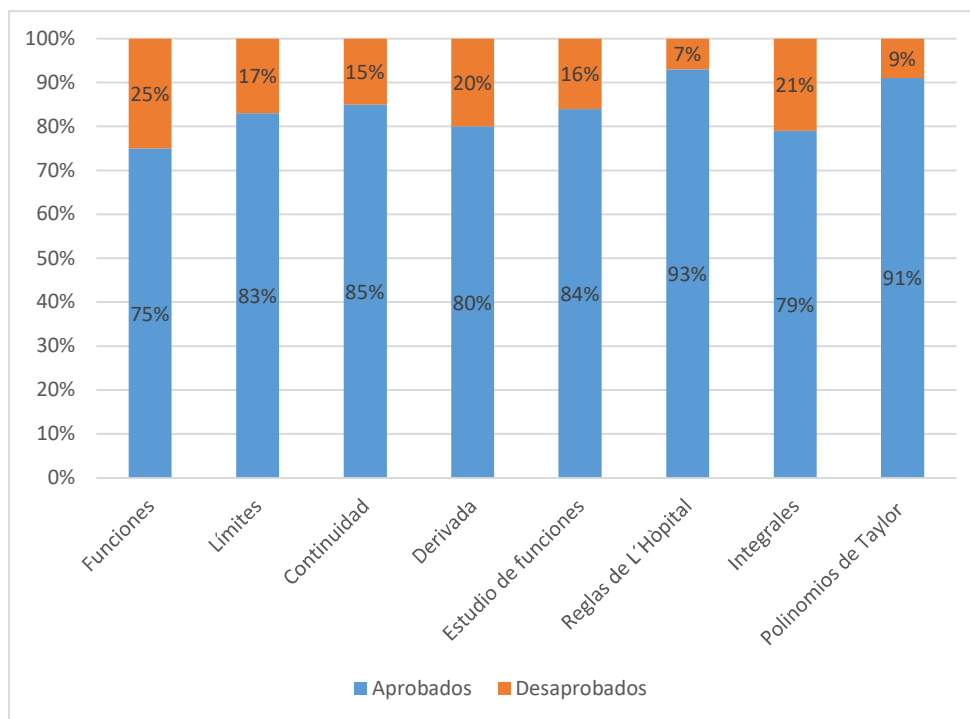


Figura 2. Distribución en porcentaje según calificación en cada autoevaluativo

Se observa que el autoevaluativo correspondiente al primer tema: *Funciones*, tiene el rendimiento más bajo de toda la tabla. Esto podría deberse al hecho de que los alumnos, al momento de rendir este primer cuestionario, se encontraban adaptándose al régimen universitario, sin estar nivelados aún, sin hábitos en este tipo de trabajo y esto agravado por la virtualidad impuesta.

Las mejores performances se presentan en los temas que son más sencillos para su aprendizaje, tales como *Continuidad de una función*, *Reglas de L'Hôpital* y *Polinomios de Taylor y Maclaurin*.

Por otra parte, se observa que, en los temas *Derivada* e *Integral* decae nuevamente el rendimiento. Esto podría estar relacionado con el hecho de que estos temas requieren mayor tiempo para su asimilación.

4.3 Rendimiento académico del Examen Integrador y su Recuperación

Aun cuando la evaluación sumativa se realizó con un único *examen integrador*, para que los alumnos dispusieran de más tiempo para adaptación y asimilación, el desgranamiento fue mayor del 50%, llegando a completar el cursado y en condiciones de rendir sólo 429 alumnos.

El examen Integrador se diseñó utilizando el recurso *cuestionario* de la plataforma Moodle, con distintos tipos de ejercicios. La evaluación se llevó a cabo el mismo día, en tres turnos de dos horas cada uno, evaluando a los alumnos en condiciones de rendir. En cada turno, para dar un marco de control y legitimidad, los estudiantes rindieron en 9 reuniones de Google Meet, en grupos de 15 alumnos como máximo.

Se estableció un protocolo que fue informado a los alumnos con anterioridad al día del examen. Para cada turno se elaboró un cuestionario diferente con el cuidado de garantizar la validez y confiabilidad del instrumento.

En definitiva, entre los tres turnos rindieron 343 alumnos, registrándose 86 ausentes.

A continuación, se presenta el rendimiento en porcentaje obtenido en el Examen Integrador, considerando los resultados de los tres grupos.

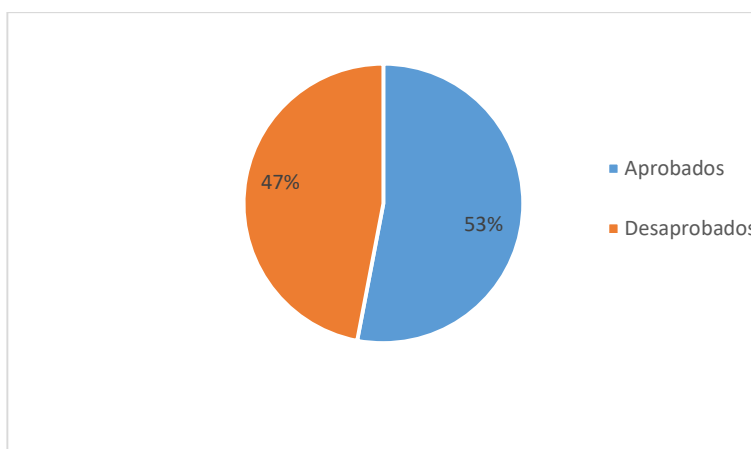


Figura 3. Distribución en porcentaje del rendimiento académico en examen Integrador

Para la Recuperación del examen integrador se utilizó la misma modalidad, siendo en este caso 147 los alumnos inscriptos para rendir. La misma se evaluó en dos turnos de 6 reuniones de Google Meet. Los resultados se muestran a continuación.

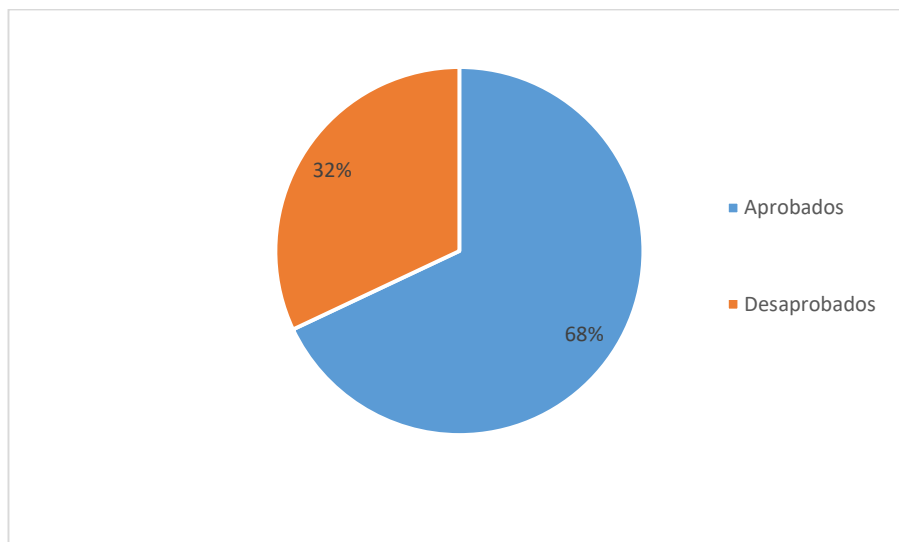


Figura 4. Distribución en porcentaje del rendimiento académico en la *Recuperación del examen integrador*

Los resultados obtenidos podrían considerarse satisfactorios tratándose de educación superior de primer año, más aún, si se tiene en cuenta que no todos los estudiantes se sentían a gusto con esta forma de aprender, impuesta por la situación sanitaria vigente al momento.

El porcentaje del 53 % de aprobados obtenido en el Examen Integrador y el 68% de aprobados en la recuperación del mismo, arroja un total de 330 alumnos regulares sobre una población de 429 estudiantes que estaban en condiciones de rendir.

5 Conclusiones

Los resultados obtenidos a partir del análisis de la participación de los estudiantes en las distintas actividades del aula virtual, así como del rendimiento académico alcanzado por éstos en el examen integrador y en su recuperación, durante la ERE en el año 2021, podrían considerarse satisfactorios. El porcentaje de alumnos que regularizaron la asignatura (33%) no se aleja demasiado de los valores obtenidos durante el cursado presencial. Más aún, la satisfacción de los resultados alcanzados es mayor si se tiene en cuenta que en el año 2021 las condiciones no fueron óptimas ni todos los agentes intervinientes se sintieron a gusto con este tipo de enseñanza. Los esfuerzos y la buena voluntad impuestos tanto por los docentes como los alumnos hicieron posibles estos resultados.

En otro orden queríamos compartir el desafío y esfuerzo que significa, como docentes de primer año de primer cuatrimestre, llevar adelante la educación a nuestros alumnos ingresantes y expresarle nuestro compromiso firme y formal de garantía de calidad. Mucha enseñanza nos dejó lo ocurrido en la educación durante la pandemia y todo puede utilizarse en pos de mejorar la educación superior.

Referencias

Casanova Cardiel, H. (2020). Presentación. En Autor (Coord.), Educación y pandemia: una visión académica (pp. 10-17). Ciudad de México: Universidad Nacional Autónoma de México, Instituto de Investigaciones sobre la Universidad y la Educación. [Casanova H 2020 Presentacion.pdf \(481.3Kb\)](#). Consultado 25/07/2022

Hodges, C., Moore, S., Lockee, B., trust, t., & Bond, A. (2020). The difference between emergency remote teaching and online learning. Educause Review. Recuperado de <https://er.educause.edu/articles/2020/3/the-difference-between-emergency-remote-teaching-and-online-learning>.

Linarejos, A. (2008). El profesor facilitador del AVE en la modalidad semipresencial en los centros Cervantes (memoria de máster). Biblioteca virtual redELE. 2008, n. 9, segundo semestre ; 89 p. Recuperado de <https://redined.educacion.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/76267/00820103006775.pdf?sequence=1&isAlloved=y>

Toquero, C. M. (2020). Emergency remote education experiment amid COVID-19 pandemic. IJERI: International Journal of Educational Research and Innovation, (15), 162–176. Recuperado de <https://doi.org/10.46661/ijeri.5113>.

Competencias alcanzadas a través de la evaluación continua en Análisis Matemático II

May, Gladys Carmen – Simunovich, Roberto J- Lequin Vargas Yamila- Rodríguez Piatti, Javier-
Olguin, R .Karina

Facultad de Ingeniería y Ciencias Agropecuarias. Universidad Nacional de San Luis
gcmay@hotmail.com.ar, simunovichirj@email.unsl.edu.ar , yamilalequinvargas@yahoo.es,
piattijavier@gmail.com, - olguinrk@gmail.com,

Especialidad: Educación Matemática

Palabras claves: Evaluación continua, Parcialitos, Competencias

Resumen

La pandemia ha afectado a todos y la educación no fue exenta de esta situación, es por lo que en el campo de la educación superior los docentes hemos tenido que replantearnos nuestras prácticas pedagógicas y didácticas para acompañar las diversas trayectorias de los estudiantes. Esto nos obligó a repensar nuestras prácticas planteándonos qué “competencias” o “habilidades” debemos desarrollar en los futuros estudiantes

En una transición hacia la formación por competencias y asumiendo el rol de orientadores, los profesores debemos evaluar el proceso de aprendizaje del estudiante a través de un seguimiento continuo de su trabajo. Con la intención de mejorar el aprendizaje del estudiante y su nivel de interés en la asignatura, hemos incorporado la herramienta denominada “parcialitos” como una forma de evaluación continua en cada clase teórica, de opción múltiple o verdadero-falso, que permite el diagnóstico de los estudiantes, la detección de dificultades de forma temprana y la retroalimentación positiva de los errores cometidos, teniendo la posibilidad de modificar sobre la marcha las actividades programadas sin esperar que se completen o sea tarde.

Este trabajo de tipo exploratorio trata de mostrar algunas “**competencias**” que el estudiante puede desarrollar a través de la evaluación continua(por medio de los parcialitos) desde la asignatura Análisis Matemático II para que al estudiante de Ciencias económicas le permita solucionar problemas, innovar, adaptarse a los cambios futuros y de esta manera tratar de contribuir al logro de los perfiles que los egresados de Ciencias Económicas requieran en cuanto a conocimientos, habilidades y aptitudes.

1 Introducción

El concepto de competencia es amplio, según diferentes autores. Pero en forma generalizada se entiende por competencia el conjunto de conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes necesarias para desempeñar una profesión. La visión actual de la sociedad propone ver al egresado universitario como un ser competente (con un conjunto de competencias), capaz de ejercer su profesión en la realidad que lo rodea.

El desarrollo en competencias en matemáticas constituye un importante reto, pues es imperativo que se les proporcione a los estudiantes las herramientas para apropiarse del conocimiento, así como la información, con la intención de generar habilidades, destrezas y hábitos para ser implementados en la resolución de situaciones problemas, no solo del ámbito académico, sino también en otros contextos (Albrecht, Jiménez & Jiménez, 2014).

Consideramos que las competencias desarrolladas son aquellas habilidades y destrezas que se perfeccionan o desarrollan a lo largo del tiempo, mediante la capacitación. En nuestro caso la capacitación se trataría de alcanzar con la toma de parcialitos en cada clase, confirmando que la competencia fue adquirida por el estudiante cuando interpreta las proposiciones hace uso de la teoría para responder de la veracidad o falsedad de las mismas, al justificar puede hacer uso de gráficos, manipulación de fórmulas, dominar con fluidez distintos recursos y registros del lenguaje cotidiano y de los distintos lenguajes matemáticos.

La educación matemática deja de ser un aprendizaje solo de contenidos, para transformarse en desarrolladora de habilidades y de pensamiento pretendiendo lograr estudiantes autónomos, receptores, con dominio de contenidos; que puedan establecer un discurso sostenido, coherente y consistente desde el cual se pueda construir el concepto matemático.

2 Desarrollo

La asignatura de Análisis Matemático II, que se dicta para las carreras de Licenciatura en Administración y Contador Público Nacional de la Facultad de Ciencias Económicas y Jurídicas de la UNSL, corresponde a segundo año, primer cuatrimestre y utiliza como conocimientos previos todos los desarrollados en Análisis Matemático I y algunos temas de Álgebra y proporciona los conocimientos matemáticos necesarios para asignaturas específicas de la carrera.

Consideramos que los ejercicios prácticos son indispensables para asimilar, aplicar, analizar, sintetizar y evaluar los conceptos fundamentales. Estos conceptos matemáticos no quedan debidamente aprendidos, si el estudiante no es capaz de servirse de ellos para resolver correctamente situaciones en los que sean aplicables.

La utilización de la resolución de problemas es una estrategia metodológica activa, que desafía al estudiante a generar un conocimiento, a partir de la búsqueda de soluciones a problemas que cuidadosamente planteados y seleccionados, deben ser interesantes, atractivos y estar relacionados con su carrera o su entorno profesional

Según Brown y Glasner (2003) “La evaluación es, a menudo, descrita como sumativa o formativa. Sin embargo, mientras que la evaluación formativa se caracteriza por ser continua, la evaluación sumativa tiende a ser un punto final, numérico y que encierra juicios evaluativos” (p. 27). Es por esto, que, a partir del año 2013, implementamos los “parcialitos”. Recordando que los “parcialitos” son evaluaciones continuas. Las mismas se realizan al comienzo o finalización de cada clase teórica y cuentan con tres ejercicios sencillos o conceptos teóricos que hacen que el estudiante esté en un contacto permanente con la teoría y la práctica de la asignatura. Con los “parcialitos” se pretende motivar a los estudiantes a un estudio diario y constante, con la intención de modificar la conducta incorporada por la mayoría de estudiar solo en los días previos a un parcial. Además, posibilita la retroalimentación necesaria en el mecanismo de enseñanza y aprendizaje.

Para que sea más fácil y rápida su corrección y aplicable a un curso numeroso de estudiantes, utilizamos cuestionarios de verdadero o falso y de opciones múltiples, lo cual también permite la devolución

correspondiente al estudiante antes que termine la clase. De todos modos, el estudiante debe justificar la respuesta, con lo que el nivel evaluativo permite un análisis más detallado del aprendizaje parcial del estudiante. En tiempos de pandemia se tomaban los parcialitos a través de la plataforma Moodle, pero únicamente decían si era verdadero o falso, al volver a la presencialidad y tomarlos en formato papel ellos tienen que justificar las respuestas por lo que se puede hacer un seguimiento más detallado y real del avance de cada estudiante. Este trabajo trata de mostrar algunas competencias o habilidades que los alumnos pueden alcanzar o mejorar a través de los “parcialitos”, en la elaboración de estos, se pretende la convergencia de varias competencias. Las que consideramos más factibles de lograr son las siguientes:

- 1- Capacidad de análisis y síntesis
- 2- Desarrollar la capacidad lectora y de interpretación en los textos
- 3- La comprensión de los conceptos matemáticos implicados en los problemas
- 4- La manipulación de expresiones que contiene formulas
- 5- La comprensión de la información contenida en gráficos
- 6- Uso de las herramientas tecnológicas

1- Capacidad de análisis y síntesis

La capacidad de análisis y síntesis nos permite conocer más profundamente las realidades con las que nos enfrentamos, simplificar su descripción, descubrir relaciones aparentemente ocultas y construir nuevos conocimientos a partir de otros que ya poseíamos. Por todo ello, tiene un carácter genérico y está relacionada con varias competencias (pensamiento crítico, resolución de problemas, organización y planificación o toma de decisiones, por poner algunos ejemplos).

Con los parcialitos se busca desarrollar esta competencia o habilidad a través del análisis, la identificación y utilización de recursos para solventar deficiencias en conocimiento y actitudes que les impiden reconocer la relevancia de la información. Vemos como los estudiantes tratan de presentar en forma clara y concisa los resultados del análisis y la síntesis mediante esquemas y gráficos.

2- Desarrollar la capacidad lectora y de interpretación en los textos

La lectura es una habilidad necesaria en los estudiantes con el propósito de buscar información determinada o para responder a una cuestión específica. Además, la lectura permite un pensamiento crítico, creativo y divergente.

Abarca el poder interpretar bajo diferentes contextos y entender el mensaje real de lo que se quiere decir.

En la asignatura se observa que la mayoría estudian o, como mínimo, leen la teoría en todas las clases para poder aprobar “los parcialitos”, situación que se evidencia en un incremento de consultas de teoría, cuando antes solo lo hacían previo a los exámenes finales. Además, se observa en las consultas un cambio de actitud, atento a que realizan preguntas bien definidas y sobre lecturas previas. Ya no comienzan diciendo “no entiendo”, “no sé cómo se hace” o “¿cómo se hace esto?”.

3- La comprensión de los conceptos matemáticos implicados en los problemas.

Según Davini C (2008) *“La resolución de problemas desarrolla la capacidad crítica y la inventiva y el sentido práctico poniendo el razonamiento al servicio de la acción, integrando distintos conocimientos y experiencias previas, tal vez aprendidas en diferentes momentos y en diversos lugares e incluso buscar nuevas informaciones para entender y resolver problemas”* (pag.123)

Pensamos que la estrategia de resolución de problemas es mucho más rica que la aplicación mecánica de un algoritmo, pues implica crear un contexto donde los datos guarden una cierta coherencia. Desde este análisis se han de establecer jerarquías: ver qué datos son prioritarios, rechazar los elementos distorsionadores, escoger las operaciones que los relacionan, estimar el rango de la respuesta, etc. Estas situaciones requieren de un pensamiento creativo que permita conjeturar, descubrir, inventar y comunicar ideas, así como probar esas ideas a partir de la reflexión crítica y la argumentación. En la asignatura al final de cada unidad se les da problemas integradores de toda la unidad.

4 -La manipulación de expresiones que contiene fórmulas

El manejo de símbolos matemáticos y fórmulas forma parte del lenguaje actual, no únicamente matemática, sino en todos los niveles. El uso adecuado de la simbología no debe suponer dificultades para la resolución de un determinado problema. Se deriva la capacidad de traducir lenguaje formal y simbólico y poder manipular expresiones que contengan símbolos y fórmulas.

5-La comprensión de la información contenida en gráficos

Consideramos que la representación gráfica es una habilidad que tiene que ser aprendida y practicada por los alumnos, además de ser una herramienta muy útil en la resolución de problemas. A veces la representación gráfica de los datos de un problema puede sugerirnos las estrategias para encontrar su solución. También se busca, que el alumno aprenda a ver, a interpretar y a partir de allí desarrollar los conceptos teóricos. Ricardo Cantoral y Gisela Montiel manifiestan que la visualización no se puede entender como el simple acto de ver, sino como “la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual en el pensamiento y el lenguaje del que aprende” (Cantoral & Montiel, 2002, p24)

6- Uso de las herramientas tecnológicas

En tiempo de pandemia para tomar los parcialitos utilizamos la plataforma Moodle, aunque no le exigiéramos su aprobación, al realizarlos nos daban un parámetro del avance o no en el aprendizaje de los distintos conceptos y también su compromiso de resolverlos. Luego, le subíamos a la plataforma la solución para que ellos vieran cuáles fueron sus certezas y errores. Además, se les enseña a utilizar las aplicaciones Geogebra, Phothomath, para comprobar resultados y de esta manera obtener una retroalimentación que les permita ser críticos de su propio aprendizaje.

3 Trabajo exploratorio- Parcialitos

Como se mencionó con anterioridad, en nuestro objetivo de mejorar los procesos de aprendizaje de nuestros estudiantes, se llevó a cabo la implementación de “parcialitos” periódicos, procurando una forma de evaluación continua. La finalidad es poder facilitar la asimilación y el desarrollo progresivo de los contenidos de la asignatura. Esto le permite al estudiante conocer su ritmo de aprendizaje y reorientar el mismo en caso de ser necesario hacia algo significativo. A los docentes, poder identificar fortalezas y dificultades del tema en cuestión y realizar una valoración integral del proceso enseñanza aprendizaje.

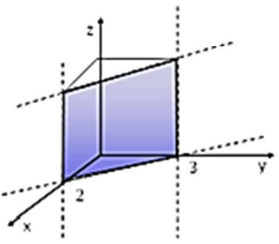
A continuación, veamos algunos ejemplos de parcialitos y cómo los mismos ayudan a desarrollar competencias y habilidades en los estudiantes.

Parcialito 3 (Planos)

Dadas las siguientes afirmaciones decir si son verdaderas (V) o falsas (F).

a) El plano $2x - 3y + 6z = 6 - 3y$ es un plano paralelo al eje y .

b) Dada la gráfica del plano, el punto $(4, -3, 0)$ pertenece a dicho plano:



c) El plano $2x + 3y + 4z = 16$ corta a los ejes coordenados en $x = 8$, $y = 3/16$ y $z = 4$.

Figura 1 Ejemplo 1

Si vemos la Figura 1, en la parte a), algunos estudiantes al trabajar con pasajes de términos llegan a que el plano es paralelo al eje y , otros además grafican dicho plano. Se observa menor dificultad para graficar y ubicarse en el espacio. Justifican la respuesta mediante un gráfico. La parte b) les exige un esfuerzo de mayor complejidad analítica al tener que descifrar y encontrar la ecuación del plano dada la gráfica y después verificar si el punto pertenece. En la parte c) los estudiantes deben relacionar contenidos y de esta manera pueden trabajar con la ecuación segmentaria para encontrar los puntos de corte. (Acá hacen uso de las competencias 1,2,4,5 y 6)

Parcialito 10 (Derivada función compuesta, implícita)

Dadas las siguientes afirmaciones decir si son verdaderas o falsas, justificar la respuesta:

a) Dado $z = f(x,y)$ donde x e y son funciones de t , $x = x(t)$; $y = y(t)$ entonces:

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt}$$

b) Si $z = f(x,y)$ donde $x = x(u,v)$ e $y = y(u,v)$ entonces $\frac{\partial z}{\partial u} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial v}$

c) Si $e^z + \cos(xy) - 3x^2yz = 0$ entonces $\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{x \cdot \text{sen}(xy) - 3x^2z}{e^z - 3x^2y}$

Se aprueba con dos respuestas bien justificadas

Figura 2 Ejemplo 2

En la Figura 2 observamos en la parte a) y b) que es necesario hacer manipulación de las fórmulas de la regla de la cadena, mezclamos derivadas ordinarias con parciales, con la intención de que los alumnos sepan deducir cuando va derivada y cuando va parcial, y además ver respecto a que función auxiliar están derivando en este caso cuando se deriva respecto a v o u . Algunos estudiantes consideran a) y b) correctas, pero cuando en la devolución se les aclara los errores, posteriormente estos errores no lo vuelven a cometer (acá se trata de desarrollar las competencias 1,2,5).

4 Resultados

En el trabajo exploratorio tenemos en cuenta la aplicación de los parcialitos como evaluación continua y en base a ellos hacemos las siguientes observaciones:

B 4- El plano $3z = 12$ es paralelo al plano que forman los ejes z e y y es paralelo al eje x e y

$z = 4$

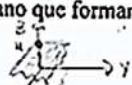


Figura 3

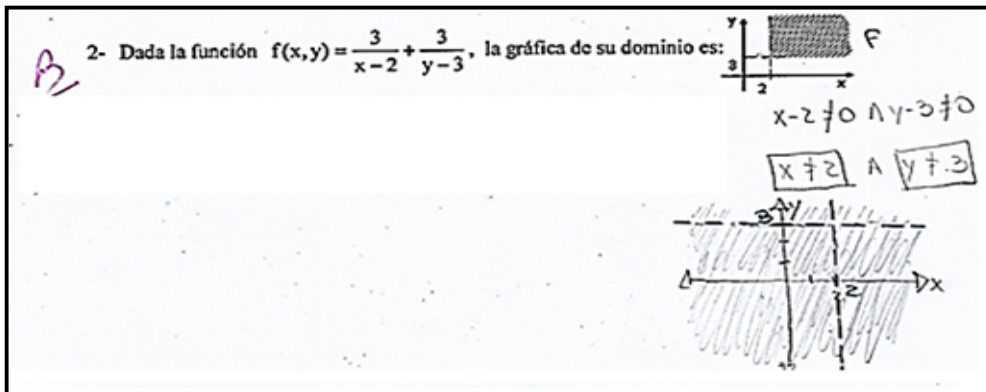


Figura 4

Como vemos en la Fig. 3 y Fig.4 utilizan las representaciones gráficas para justificar las proposiciones y vemos la capacidad de análisis y síntesis que tienen para justificar sus respuestas y también de interpretar la consigna.

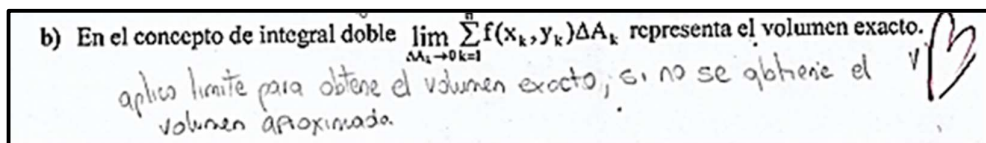


Figura 5

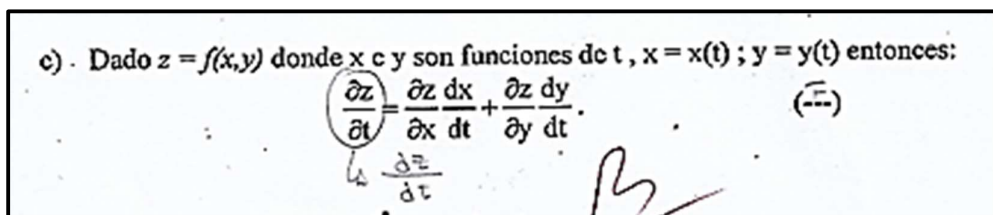


Figura 6

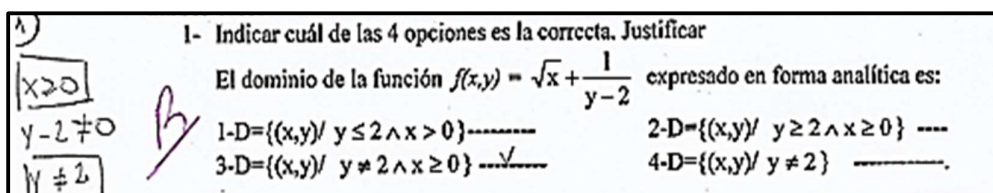


Figura 7

En la Fig. 5, Fig.6, Fig 7 vemos la capacidad de interpretación y síntesis que poseen algunos estudiantes. Al comienzo de cuatrimestre cuando empezamos a tomar los parcialitos copiaban la consigna y con el tiempo trabajaban de esta manera, utilizando bien las fórmulas y sintetizando la información.

5 Conclusiones

- Con la pandemia aparecen nuevas competencias y quedo demostrado que las tecnologías digitales son una poderosa herramienta de transformación para los sistemas de enseñanza superior por lo que es necesario proporcionar infraestructuras y servicios digitales de alta conectividad y de alto rendimiento a las instituciones de educación superior.
- Por todo lo expuesto se advierte la necesidad de una formación continua, la cual hace hincapié en el hecho de que los recursos cognitivos movilizados por las competencias deben estar al día, adaptados a condiciones de un mundo en evolución.
- La evaluación continua tiene ventajas para el estudiante. El estudiante que participa de la evaluación continua tiene mayor posibilidad de aprobar la asignatura debido que ha ido asimilando de forma gradual los contenidos más importantes y también conoce la forma de evaluar del docente, sabe que es lo que el docente considera más importante, lo que más valora y además el estudiante recibe información sobre su propio ritmo de aprendizaje durante las continuas devoluciones y es capaz de rectificar los errores que ha ido cometiendo.
- "Las herramientas que ofrece la computadora también facilitan los ciclos de evaluación continua de diversas formas. Permiten almacenar el trabajo realizado por los alumnos de modo tal que el proceso de análisis y revisión se hace más sencillo que si se realiza con las herramientas estáticas tradicionales", Stone Wiski (2006, 61). Como próximo paso y haciendo uso de las nuevas tecnologías, pensamos implementar la plataforma virtual Moodle para la toma de "parcialitos", ya que nos permitirá a través de la opción de cuestionarios realizar evaluaciones de opciones múltiples o de falso/verdadero, con la ventaja de obtener el resultado cuando finaliza la evaluación y la posibilidad de recibir el alumno la devolución en forma inmediata.

Referencias

- Davini, C, 2008, "Métodos de Enseñanza". Editorial Santillana.

- Brown y Glasner 2003 "Funciones de la evaluación"
- May G.; Alaniz, S.; Morano, D. J.; Olguin R.; Simunovich R. 2018. Que aportan los "Parcialitos" al aprendizaje como herramienta de Análisis Matemático II. Actas de XXXIII Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de La Facultades de Ciencias Económicas y Afines.
- May G.; Alaniz, S.; Esperanza J.; Simunovich R.; Oromi, F. 2014 "Análisis de la Opinión de los estudiantes sobre "los parcialitos" y el modo de evaluación de la asignatura Matemática II". Actas de la V Reunión Pampeana de Educación Matemática.
- Stone Wiski, M. 2006. *Enseñar para la Comprensión con nuevas tecnologías*. Editorial Paidós

Consultada las siguientes direcciones

<http://revistas.unisimon.edu.co/index.php/educacion/article/view/3590/4760> Consultado 05/2022

<https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4763453.pdf> Consultado 05/2022

Análisis de Indicadores para Describir Trayectoria Educativa en una Facultad de la Universidad Nacional del Nordeste

Devincenzi, Gustavo H.^{1y2}; Piccini, Analía M.^{2y3}.; Giraudó, Marta B.^{1y3};

Facultad de Ingeniería UNNE¹; Facultad de Ciencias Económicas UNNE²; Facultad de Arquitectura UNNE³;
gdevin@ing.unne.edu.ar; apapiccini@gmail.com ; martabvgiraudó@gmail.com

Especialidad: Educación matemática

Palabras Claves: universidad- eficiencia- evaluación-control

Resumen

Las universidades desempeñan un papel activo e importante en el desarrollo de un país. Son centros que generan ideas y conocimientos relacionados con el desenvolvimiento de la economía y la calidad de vida de los ciudadanos. La pregunta sobre cuán eficientemente se utilizan los recursos en una universidad es una temática significativa, más aún si ésta es pública, ya que sus fondos provienen, mayoritariamente, de los aportes de los estados nacional y/o provincial. Sin embargo, es una tarea compleja medir la eficiencia relativa de las universidades debido a que son organizaciones que utilizan múltiples entradas para producir múltiples salidas.

Considerando a la eficiencia educativa como la capacidad de las unidades educativas en utilizar los recursos disponibles para generar resultados académicos de manera óptima, es decir obtener el máximo nivel académico dados los insumos disponibles. Cada unidad académica debe utilizar esos recursos de la manera más eficiente posible. Una de las formas de medirla es testeando los resultados académicos por cada año de estudio, en los diferentes ciclos lectivos, teniendo como base la clasificación propuesta por el CIN, mediante la agrupación de las materias según su naturaleza en diferentes matrices.

El objetivo de este trabajo es el análisis de indicadores educativos que permitan observar la trayectoria de los alumnos que impacta en forma directa en la gestión universitaria en el área académica de las Facultades de la Universidad Nacional del Nordeste.

1. Objetivo:

Analizar la trayectoria educativa de los estudiantes, en carreras de grado, de la gestión universitaria en el área académica de las Facultades de la Universidad Nacional del Nordeste, para la definición de indicadores específicos.

2. Introducción

Las políticas educativas de nivel superior en la Argentina, al igual que en el plano internacional, han propiciado la actuación de un “estado evaluador” así como la incorporación de nuevos mecanismos para asignar recursos a las universidades. A partir de estas políticas, adquiere mayor peso el uso de *indicadores*, tanto para medir resultados como para orientar las decisiones en las universidades.

Según el artículo 2° de la ley 24521: “*El estado nacional es el responsable de proveer el financiamiento, la supervisión y fiscalización de las universidades nacionales...*”, es decir, que la fuente principal de financiamiento de las Universidades Nacionales proviene de los fondos estipulados en el Presupuesto Nacional.

García de Fanelli, A.M. (2000) menciona que el crecimiento y la diversificación institucional, ante la expansión de la demanda educativa, tornaron imperativo que el estado asumiera un nuevo papel, esta vez, como garante de la calidad de los productos educativos y generador de información apropiada para la toma de decisiones. Estas actividades eran necesarias para garantizar que tal variedad de instituciones y programas redundara en provecho para los futuros estudiantes y la sociedad en general, impulsando la creación de distintas instancias de control de la calidad y la producción de más y mejores estadísticas sobre el sector. Aquí entra en escena el uso de *indicadores* como un instrumento apropiado en estas actividades de producción y control de información.

La UNESCO (1998, pág. 33) expresa: *“La calidad de la educación superior depende estrechamente de una evaluación y de una regulación de carácter sistémico.”* ... *“131. Así pues, si se quiere responder a los desafíos que el mundo plantea a la educación superior, ‘hay que establecer y potenciar una cultura de la evaluación en todas las instituciones’*

La utilización de indicadores para medición de eficiencias, asignación de recursos y evaluaciones en general, se viene utilizando en el mundo y en la Argentina desde hace algunos años.

García de Fanelli, A.M. (2000) menciona como conclusión de su trabajo que “La construcción de indicadores válidos, confiables y pertinentes es una tarea imprescindible para mejorar la eficiencia, transparencia y calidad de la tarea reguladora del estado y la gestión de las universidades. Por el momento, esta actividad se está realizando a partir de información incompleta, no siempre estandarizable y muchas veces sujeta a manipulación por parte de los actores afectados por la política. A pesar de ello, proporcionar una visión sintética sobre el estado de las distintas dimensiones del sistema educativo, puede promover el debate y la investigación sobre los principales problemas que se detectan en el sistema universitario y, desde este punto de vista, no deja de ser sumamente positivo.

Al momento, las universidades públicas utilizan principalmente la información que brindan las distintas soluciones que han ido incorporando del SIU (Sistema de Información Universitaria - área dependiente del CIN, <https://portal.comunidad.siu.edu.ar/el-siu>), aunque es bajo su uso para diseñar planes estratégicos, en particular los vinculados a eficiencia académica, a fin de alcanzar sus objetivos de corto y mediano plazo.

Se pretende hacer un aporte obteniendo un indicador sintético, a partir de datos de los sistemas de información disponibles, que permita a las Facultades intervinientes, y a aquellas que quieran utilizarlo, tener información que sirva para mejorar la gestión académica, así como para fortalecer la gestión del conocimiento en sus alumnos.

La Universidad Nacional del Nordeste (UNNE) es una universidad pública estatal, que en el contexto del sistema y de acuerdo con la clasificación realizada por la Secretaría de Políticas Universitarias (SPU) del Ministerio de Cultura y Educación, es una “universidad grande”, atendiendo a una gran cantidad de alumnos, como se mencionara en la introducción.

La universidad cuenta con unos 4.200 cargos docentes, entre profesores y auxiliares de docencia y 1.300 empleados no docentes.

En nuestro trabajo, dado que el enfoque se orienta al análisis de eficiencia en carreras de grado, utilizaremos variables vinculadas al rendimiento académico de los alumnos en las mismas (asignaturas cursadas, aprobadas, promedios, etc.), utilizando datos del SIU-Guaraní, versión 3.

Para trabajar sobre la dimensión académica y algunos indicadores que permitirán medir eficiencia, vamos a considerar:

- Definición número de estudiantes universitarios: La cantidad de estudiantes que se tomará como dato inicial declarado. Surgen de la suma de los estudiantes inscriptos en primer año, corregidos por un factor de deserción, más los reinscritos que hayan aprobado dos o más asignaturas en el ciclo lectivo del año anterior (hasta el 31/12/año anterior).
- Definición de estudiantes universitarios que rinden materias: Se toman solamente los estudiantes que han registrado actividad el año anterior.

La obtención de estos indicadores se propone con la convicción de que el Sistema Universitario debe reconocer la actividad académica diferencial de los alumnos de cada Universidad, por la demanda presupuestaria que se genera en la atención de alumnos con distinto nivel de actividad académica.

El Consejo Interuniversitario Nacional (CIN), para la propuesta del modelo de asignación de recursos presupuestarios a las Universidades Nacionales, desarrollado por la Secretaría de Políticas Universitarias, define 14 disciplinas estándares (Agronomía, Arquitectura, Artes, Ciencias Económicas, Ciencias Exactas, Ciencias Sociales, Derecho, Farmacia, Humanidades, Ingeniería, Ciencias Médicas, Odontología, Psicología y Veterinaria), asociando a cada una de estas disciplinas las carreras de grado que conforman las ofertas educativas universitarias, computando las horas totales de clase correspondientes a cada una de ellas (promedio nacional de las carreras comprendidas en cada disciplina). Así, por ejemplo, Derecho con 3.360 horas e Ingeniería con 4.200. Estas horas fueron traducidas a asignaturas equivalentes anuales de 120 horas de duración cada una. De este modo, las 3.360 horas de Derecho equivalen a 28 asignaturas y la disciplina Ingeniería tiene 35 asignaturas equivalentes anuales.

Estas asignaturas fueron clasificadas en 4 tipos diferentes (A, B, C y D) en función de sus diversas demandas pedagógicas y se distribuyeron en 5 años de duración del cursado, conformando de esta manera el diseño curricular estándar (matriz disciplinar estándar).

2.1. Tipos de Asignaturas Contempladas en el Modelo Propuesto

Tipo A:

Son las asignaturas que requieren atención personalizada del docente cuyas prácticas se desarrollan generalmente en ámbitos externos a la unidad académica, consisten pasantías, residencias, trabajos de campo, u otra modalidad similar.

Tipo B:

Son las asignaturas que contienen práctica de laboratorio con la utilización de instrumental de uso individual en forma preponderante, o con prácticas realizadas en modalidad de taller, requieren de la supervisión global permanente o atenciones particularizadas de los problemas o cuestiones planteadas por cada alumno.

Tipo C:

Son las asignaturas cuyas prácticas están basadas en la resolución de modelos teóricos (matemática, física, etc.), o en análisis de casos como simulación de la realidad (administración, legislación, etc.) y se manejan hipótesis de solución válidas para el conjunto de la clase.

Tipo D:

Son las asignaturas predominantemente teóricas que requieren trabajos grupales o individuales fuera del aula con apoyo docente para consultas.

Así, para las Ingenierías en general, el CIN formula la siguiente tabla de distribución de asignaturas:

Tabla 1. Matriz disciplinar estándar. Área: Ingeniería

AÑO	Tipos de Materias				Totales
	A	B	C	D	
1°		2	4	1	7
2°		3	3	1	7
3°		4	3		7
4°		5	2		7
5°	2	4	2		7
Totales	2	18	14	2	35

Para este trabajo, se seleccionó, procesó y analizó la información disponible de la Facultad de Ingeniería de la UNNE, considerando las asignaturas y los alumnos de las cohortes desde el año 2001 hasta el año 2021.

Los tipos de asignaturas que se definieron del plan de estudios de las 3 carreras de ingeniería que se dictan, de conformidad con lo indicado en el modelo propuesto, son:

Tipo A:

Trabajo Final - Práctica Profesional Supervisada

Tipo B:

1° año: Física I, Química; 2° año: Física II, Física III, Informática (= Computación y Cálculo numérico) Topografía y Elementos de Geodesia (=Topografía), Estudio y Ensayo de Materiales (= Tecnología y Ensayo de Materiales); 3° año: Geotecnia (= Geotecnia y Mecánica de Suelos), Fundaciones; 4° año: Hidrología, Fotointerpretación

Tipo C:

1° año: Álgebra y Geometría, Análisis Matemático I, Sistemas de Representación Mod. I (=Dibujo I y Geometría Descriptiva), Análisis Matemático II, Sistemas de Representación Mod. II (= Dibujo II); 2° año: Análisis Matemático III, Estabilidad I (= Mecánica Técnica I) Estabilidad II (= Mecánica Técnica II); 3° año: Estabilidad III (Estructuras I), Hidráulica General, Instalaciones en edificio. Construcciones Metálicas y Madera (=Elementos de Construcción metálicas y Maderas), Arquitectura I (=Arquitectura), Hormigón Armado I, Estabilidad IV- Mod I y Mod. II (=Estructuras II); 4° año: Hormigón Armado II, Construcciones en edificio – Mod I (= Tecnología de la Construcción), Construcciones en edificio I – Mod II (= Tecnología de la Construcción). Vías de Comunicación I (= Caminos I), Aprovechamiento y Obras hidráulicas (= hidrología), Máquinas y Equipos; 5° año: Vías de comunicación II (=Caminos II), Organización y dirección de obras (Ingeniería administrativa), Construcciones en Edificio II, Arquitectura II

Tipo D:

Fundamentos de Ingeniería. Planeamiento Legislación, Higiene y Seguridad en la Construcción (= Ingeniería Legal) Ingeniería Sanitaria y Ambiental (=Ingeniería Sanitaria), Economía y evaluación de Proyectos (Ingeniería administrativa)

Con esta distribución de Tipos, obtenemos la siguiente tabla de asignaturas para las carreras consideradas.

Año	Tipos de materias				Totales
	A	B	C	D	
1°		2	5	1	8
2°		5	3	1	9
3°		2	4	2	6
4°		2	5	1	8
5°	2		4	1	6
Total de materias	2	11	21	6	40

Tabla 2. Matriz disciplinar de Ingeniería

Haremos referencia de ahora en adelante a esta clasificación de las asignaturas, conforme esos Tipos, como Matriz A, Matriz B, etc., siendo esos los Tipos correspondientes y las respectivas columnas que se muestran en la Tabla 2.

2. Resultados

A partir del trabajo descrito en la metodología, se presentan los primeros resultados obtenidos. En primera instancia se analizó y comparó las tasas de promoción, regularización y de alumnos libres, según la Matriz A

considerada, durante el año 2021, para luego comparar la relación entre la cantidad de alumnos inscriptos y reinscritos a cada materia en los tres últimos años (2019, 2020 y 2021)

En el año 2021, la relación entre la cantidad de alumnos que regularizan la materia y los que quedan libres en Práctica profesional supervisada y Trabajo final es prácticamente inversamente proporcional. En Práctica profesional el 62% regulariza, mientras que solo lo hace 33% en trabajo final.

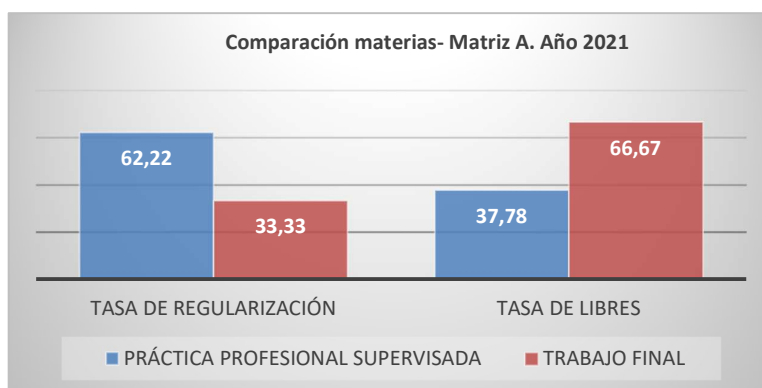


Gráfico 1: Comparación materias – Matriz A

Considerando las dos materias juntas para el año 2021, un poco más del 50% de ellos logra regularizar la materia. Sobre un total de 51 alumnos inscriptos y reinscritos, regularizan 30.

Con relación a los análisis realizados con los datos correspondientes a las materias que conforman la Matriz B, se ha logrado determinar que, en el año 2021, Física 3 tiene la tasa más alta de alumnos libres: 85,96%, prácticamente 86 de cada 100 alumnos queda libre, mientras que Fotointerpretación, logra la tasa más alta de promoción: 78,08 de cada 100 alumnos, 78 de ellos logra promocionarla. En cuanto a la tasa de regularización, Informática es la que tiene mejores guarismos, su tasa es de 63,36%, 63 de cada 100 alumnos regulariza la

materia.
a.

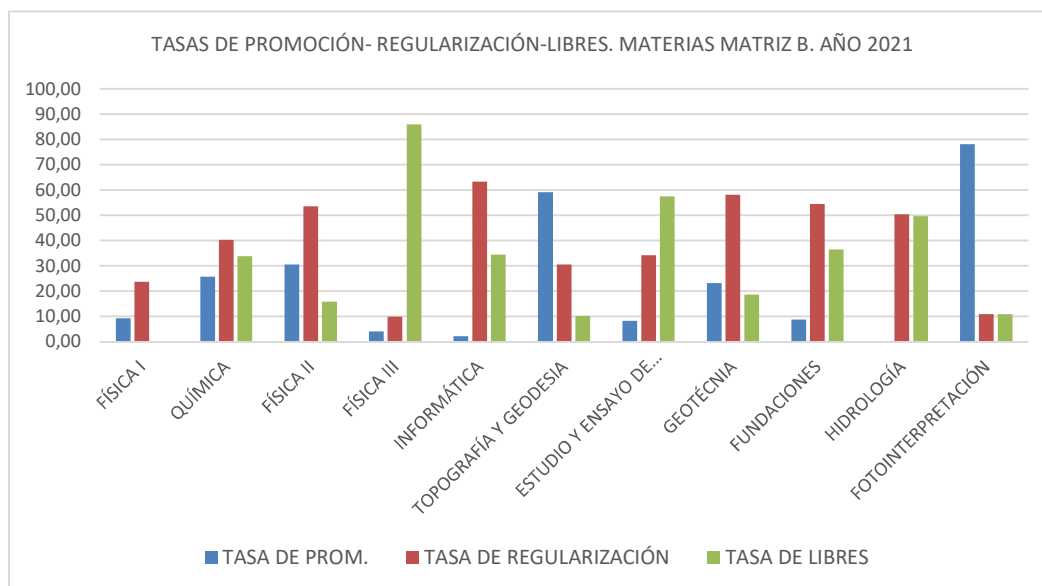


Gráfico 2: Tasas de promoción y regularización

rización

Considerando todas las materias juntas de esta matriz, para el año 2021 se tiene que 49 de cada 100 alumnos quedan libres, en cifras absolutas son 886. En cuanto a la regularización, logran hacerlo 34 de cada 100, siendo 615 alumnos que llegan a esta meta, y a la promoción lo hacen 17 de cada 100, que en cifras absolutas serían 299 en total.

En esta matriz están las materias, de orden técnico- lógico-formal, por lo que se puede observar que los análisis matemáticos tienen las tasas más altas de alumnos libres, tanto análisis 1, 2 y 3, seguidos por las dos Estabilidad y Construcciones. Análisis 1 tiene una tasa de alumnos libres del 93%, análisis 2 del 89% y análisis 3 del 84%. mientras que Estabilidad 1 de 75% y Estabilidad 2 del 82%.

En cuanto a la tasa más alta de regularización se da en Vías de Comunicación con un 74% y la de promoción la tasa más alta también se da en Vías de Comunicación 2 con un 71%.

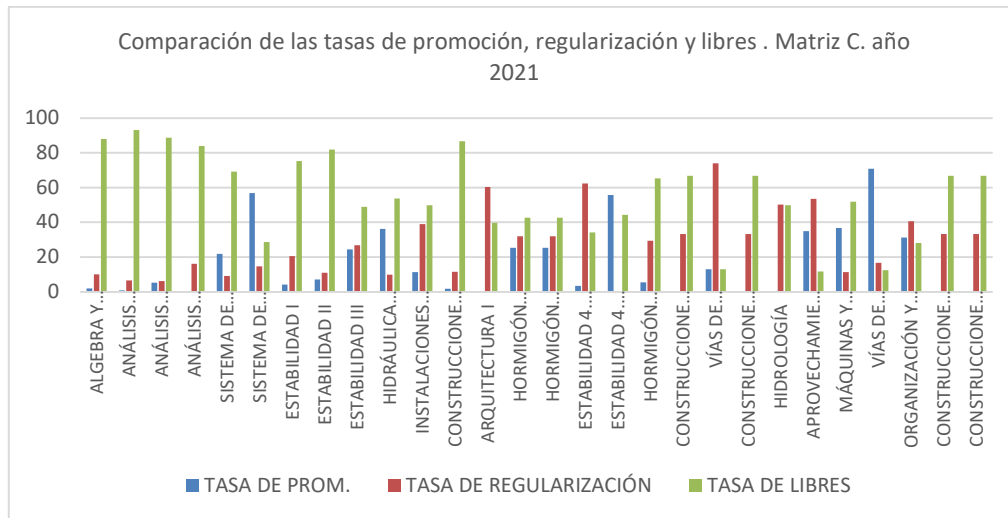


Gráfico 3: Comparación tasas de promoción, regularización y libres. Matriz C

Al considerar todas las materias juntas del año 2021, se observa que 72 alumnos de cada 100, quedan libres en las materias que cursan, esta cifra asciende a 3573, 17 de cada 100 regularizan que en total son 864 y 11 de cada 100 logran promover, siendo en total 549 estudiantes

En esta matriz Planeamiento y Economía y Evaluación de proyectos tienen las tasas de promoción más altas del 78% y del 53% respectivamente.

La tasa de regularización más alta, con un 82% le corresponde a Legislación, higiene y seguridad en la construcción, y la de alumnos libres, con un 69%, le corresponde a fundamentos de la ingeniería.

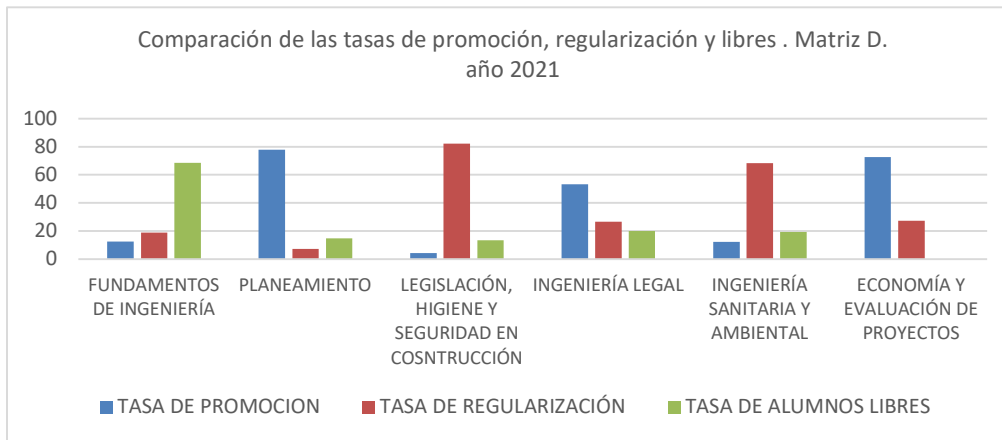


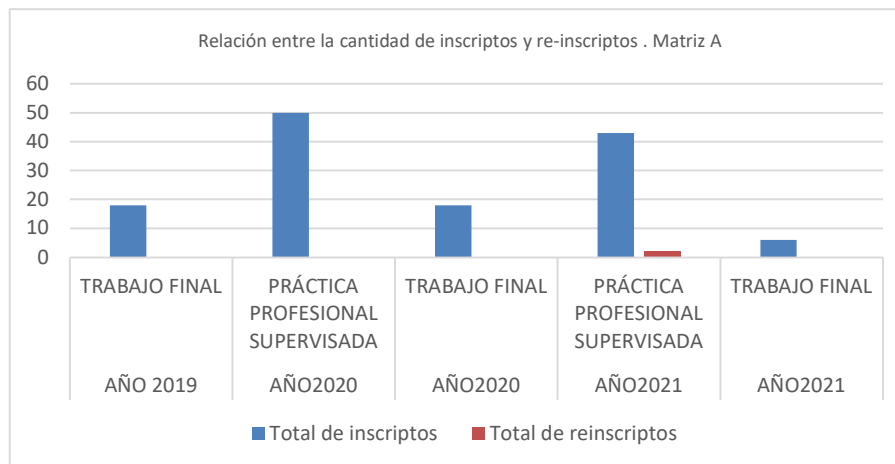
Gráfico 4: Comparación de tasas de promoción, regular

ización y libres. Matriz D

Al comparar el total de alumnos promovidos, regulares y libres, 55 de cada 100 quedan libres en las materias de esta matriz ascendiendo a un total de 459; la mayor cantidad de ellos se da un Fundamentos de la Ingeniería, que corresponde al primer año. 25 de cada 100 regularizan siendo en total 206 estudiantes y 20 de cada 100 promocionan, siendo en total 166 alumnos.

Otra de las formas en que se puede observar la eficiencia en relación con el desempeño del alumno, es comparando la cantidad de inscriptos y reinscriptos en las diferentes materias a través de los años analizados.

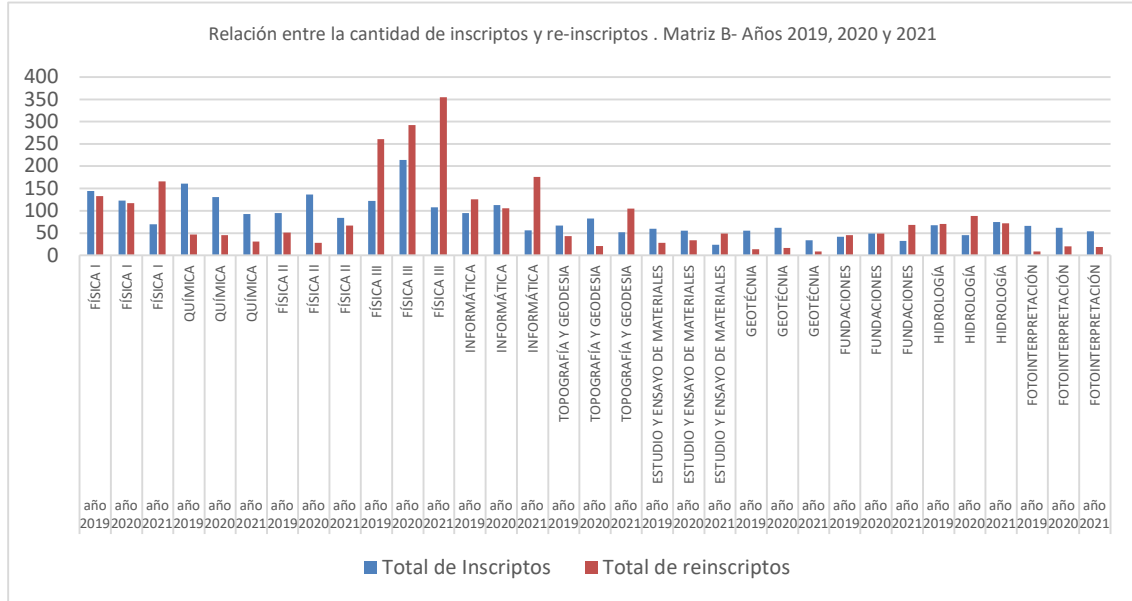
En la se da en el con



Matriz A solo en Práctica profesional y año 2021, tan solo 2 estudiantes.

Gráfico 5: Relación entre inscriptos y reinscriptos – Matriz A

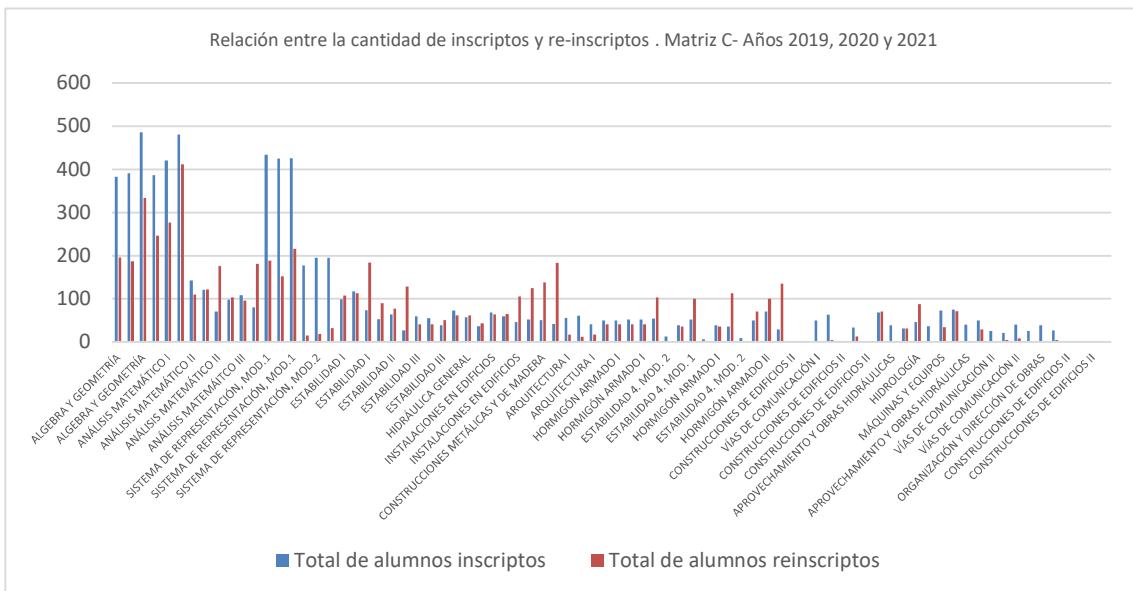
En la Matriz B, se observan reinscriptos en todas las materias. La mayor cantidad se da en Física 3, y esto se



correlacionaría con la cantidad de alumnos libres, descrita anteriormente.

Gráfico 6: Relación entre inscriptos y reinscriptos – Matriz B

Con respecto a la Matriz C, la mayor cantidad de reinscriptos se dio durante el año 2021 en las materias Álgebra y Geometría Analítica y en Análisis Matemática I. En álgebra en ese año hubieron 486 inscriptos y 334 reinscriptos, mientras que en Análisis Matemático I se inscribieron en el año 2021, 143 alumnos y se reinscribieron 412. En las demás materias se reinscribieron menos del 50% de los inscriptos. Esto se demuestra en el cálculo de la



razón entre la cantidad de inscriptos y reinscriptos.

Gráfico 7: Relación entre inscriptos y reinscriptos – Matriz C

En Estabilidad I y II se da que hay más cantidad de reinscriptos que inscriptos, sucediendo lo mismo en Construcciones y en Hormigón

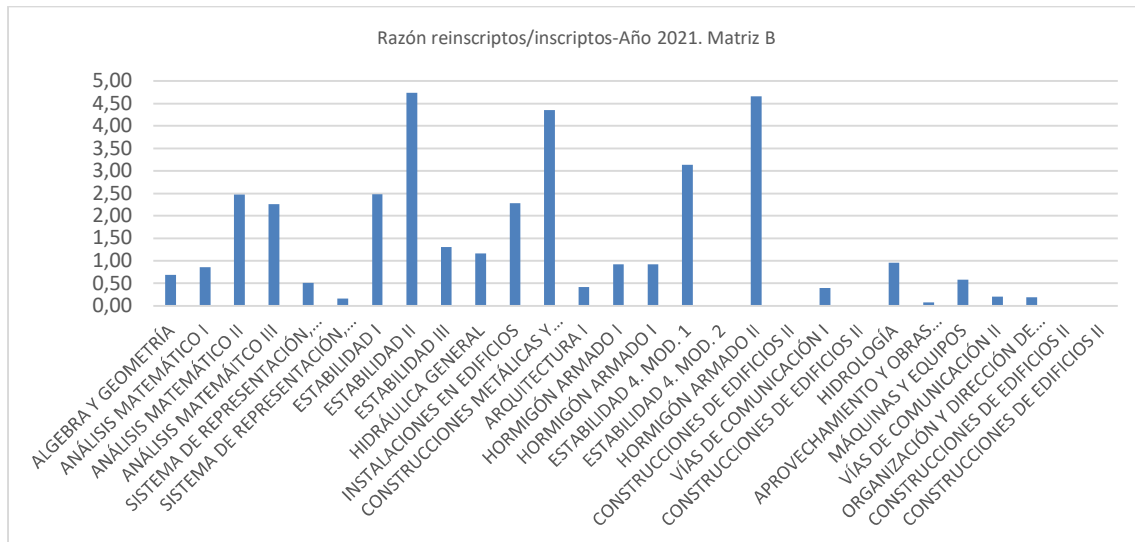


Gráfico 8: Razón entre inscriptos y reinscriptos – Matriz B

En la Matriz D, el comportamiento con respecto a la relación entre la cantidad de inscriptos y reinscriptos es similar a la Matriz A, la cantidad de reinscriptos es mínima, solo la cifra se eleva en Fundamentos de la Ingeniería, en el año 2021. Esta relación guarda estrecha vinculación con la cantidad de alumnos libres que ha arrojado esta materia en ese año.

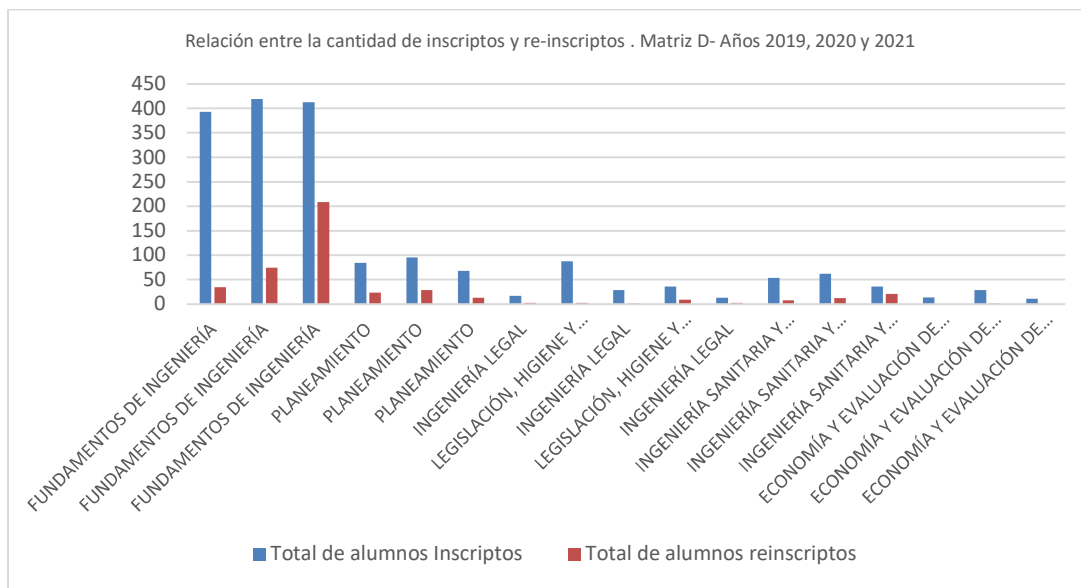


Gráfico 9: Relación entre inscriptos y reinscriptos – Matriz C

3. Conclusiones y trabajos futuros

La información que se puede obtener de los sistemas de información disponibles, utilizando indicadores adecuados, permitiría definir planes de acción pertinentes, que ayuden a la gestión académica, como así también a una más justa distribución y asignación de los recursos.

En rigor, esos indicadores, por sí solos, no miden eficiencia, a menos que los crucemos con otros similares, de otras Unidades académicas.

Se continuará trabajando en la construcción y validación de indicadores en ese sentido.

Referencias

CIN (Consejo Interuniversitario Argentino) (2012). MODELO DE ASIGNACIÓN PRESUPUESTARIA - TEXTO UNIFICADO. CABA – Argentina.

García de Fanelli, Ana M. (2000). "Los indicadores en las políticas de reforma universitaria argentina: balance de la situación actual". [Consultado el 23/07/2019]. Disponible en <https://www.educ.ar/recursos/90201/los-indicadores-en-las-politicas-de-reforma-universitaria-argentina-balance-de-la-situacion-actual-y-perspectivas-futuras>.

UNESCO (1998). *La Educación Superior en el Siglo XXI. Visión y Acción (Documento de Trabajo)*. París. UNESCO.

UNESCO – IESALC (2011). *Perspectivas sobre el Financiamiento de la Educación Superior*. Revista Educación Superior y Sociedad, Año 16, Número 1, 2011. IESALC – UNESCO.

Tratamiento y Categorización de Errores en parciales de Análisis Matemático II

Olguin Rita Karina - Lequin Vargas Yamila - Bianciotti Vanina - May Gladys
Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales – Universidad Nacional de San Luis
olguinrk@gmail.com.ar yamilalequinvargas@gmail.com vanina.bianciotti@gmail.com gcmay@hotmail.com.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Errores, Conceptos previos Obstáculos, Aprendizaje significativo

Resumen

En este trabajo se analizarán los errores que se observaron en las evaluaciones parciales de la asignatura Análisis Matemático II de las carreras de Contador Público y Licenciatura en Administración de la Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales de la Universidad Nacional de San Luis. Si bien la presencia de errores en matemática es frecuente, la particularidad en este trabajo es resaltar aquellos que hemos notado poco común en comparación a los alumnos que cursaron antes de la pandemia. Quizás esto se debe a la poca consulta que los alumnos realizaban o que al estudiar en forma virtual no les resolvía sus dudas, sino que aprendían de forma mecánica e iban normalizando estos errores. El papel que le damos al error como docentes y la forma en que trabajamos con él influyen en el aprendizaje y en el rendimiento académico de nuestros alumnos. Si pretendemos aprendizajes significativos debemos tratar los errores con la importancia que requiere para erradicarlo y mejorar el aprendizaje para que sea valioso y relevante. También debemos tener en cuenta los conceptos previos ya que permite pensar en estrategias que conducen a una planificación más adecuada para cada curso e insistir en metodologías que mejoren el aprendizaje en aquellos que presentan dificultad. Esto permitirá a los estudiantes una mejor apropiación de los conceptos.

Este trabajo es de tipo exploratorio, forma parte de una investigación más amplia, y se realizó con el objetivo de reflexionar y mejorar nuestra práctica docente.

1 Introducción

Después de dos años de clases virtuales hemos regresado a las aulas, esto ha implicado una serie de situaciones que nos ha llevado a reacomodarnos y ajustarnos al contexto actual.

Hemos observado en forma notoria que la mayoría de los alumnos en esta vuelta a la presencialidad han traído diferentes cambios que han impactado en forma negativa y positiva en su manera de estudio.

Como rasgos positivos podemos destacar el uso de recursos tecnológicos han llevado a aprender nuevas técnicas y estrategias de aprendizajes y algunos aspectos negativos es que parece que se han olvidado del hábito de estudio, de estar en un aula tradicional, de consultar en forma inmediata y permanente con los profesores, concentración en las clases y problemas en la resolución de ejercicios matemáticos, entre otros, pero lo que más nos ha sorprendido o llamado la atención son los errores conceptuales en sus producciones. Si bien sabemos como docentes que en todo proceso de enseñanza y aprendizaje los errores tienen un papel fundamental y que nunca se deben desestimar o verse como fracaso o falta de conocimiento, sino que debemos interpretarlos como señales de advertencia, ya que nos permiten identificar aquellos conceptos en los que debemos hacer hincapié para ayudar a nuestros estudiantes a superarlos, ya que, si esto no ocurre, pueden generar mayores obstáculos en el aprendizaje.

Esos errores que nos han llamado la atención muestran la presencia de esquemas cognitivos de aprendizajes que vienen arrastrando de años atrás o son producto de estudiar en pandemia de manera inadecuada y esos errores son consecuencia de una falla del conocimiento que no se ha solucionado adecuadamente. También es un llamado de atención a nosotros como docentes, ya que en las metodologías o estrategias que usamos en las clases virtuales (por la pandemia), quizás no fueron suficientes para evitar estos errores de comprensión de aprendizaje.

En el presente trabajo se analizarán los errores poco frecuentes (a nuestro parecer) de evaluaciones parciales correspondiente a los alumnos de segundo año de la carrera Lic. en Administración de la Facultad de Ciencia Económicas, Jurídicas y Sociales de la Universidad Nacional de San Luis.

El objetivo de este análisis en las evaluaciones parciales es identificar la raíz de los errores para erradicarlo, ayudar y orientar al alumno para la comprensión del aprendizaje.

2 Marco Teórico

Sobre las teorías de errores llegamos a la conclusión que los mismos no surgen al azar, sino que provienen de conocimientos previos adquiridos, y que todo proceso de instrucción es generador de errores por diferentes causas, también tenemos que tener en cuenta que los alumnos de licenciatura no son alumnos matemáticos y esto lleva a estudiar resoluciones matemáticas de manera mecánica o memorística, y se llega a abusar en algunos casos de procesos conceptuales de manera errónea.

Los errores son un elemento estable en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, evidenciándose esto en las producciones de la mayoría de los estudiantes. La importancia que le damos a los errores como docentes y la manera que trabajamos a partir de ellos, influye directamente en el aprendizaje y en el rendimiento académico de los alumnos.

¿Por qué considerar a los errores? El estudio de los errores tiene gran interés en el marco educativo y debe ser considerado necesario para el aprendizaje. Charnay (1994) afirma que las producciones de los alumnos nos informan sobre su “estado del saber. En particular, ciertas producciones erróneas (sobre todo si ellas persisten) no corresponden a una ausencia del saber, sino más bien a una manera de conocer”.(p 51) En este punto surgen algunos interrogantes como docentes: ¿Se revisan los errores de los alumnos en clases? ¿qué estrategias usamos para encontrar los errores? ¿qué papel juegan nuestras interacciones áulicas? ¿cómo ayudamos a los alumnos para que detecten el error y como los orientamos a su comprensión?

Para responder a estas cuestiones tuvimos en cuenta, en el análisis de las evaluaciones parciales, identificar qué dificultades presentaban los alumnos a la hora de resolver los ejercicios planteados. Se observó que la mayoría de los errores pocos frecuente para alumnos de segundo año de una carrera universitaria estaban relacionados con el álgebra, errores de cálculo y cómo siguen resolviendo los ejercicios usando pasos pocos lógicos e incoherentes.

El error es un suceso que está presente en forma permanente en la construcción y fijación del conocimiento. En las diferentes épocas el análisis y la categorización de los errores se ha ido adaptando a las corrientes pedagógicas y psicológicas, como así también a los distintos cambios curriculares.

Hay a lo largo de la historia varios estudios y referente sobre el tema de errores. Para considerar algunos citaremos a los siguientes:

Bachelard introdujo el concepto de obstáculo epistemológico para explicar la aparición de los errores en la conformación del conocimiento (Bachelard, 1988). El señala que los entorpecimientos y confusiones, que causan estancamientos y retrocesos en el proceso del conocimiento, provienen de una tendencia a la inercia, a la que da el nombre de obstáculo: se conoce en contra de un conocimiento anterior (insuficiente o adquirido deficientemente) que ofrece resistencia, la mayoría de las veces porque se ha fijado en razón de haber resultado eficaz hasta el momento; cuando se lo pretende utilizar en un contexto o una situación inadecuados, se produce el error.

Brousseau (1997) "el error y el fracaso no tienen el papel simplificado que a veces se les quiere asignar. El error no es sólo el efecto de la ignorancia, de la incertidumbre, del azar como se cree en las teorías empíricas o conductistas del aprendizaje, sino el efecto de un conocimiento anterior, que tenía su interés, sus logros, pero que, ahora se revela como falso o simplemente inadecuado. Los errores de este tipo no son erráticos o imprevisibles, sino que constituyen obstáculos" (Brousseau: p.84).

Borasi (1994) señala que los errores pueden ser analizados y estudiados por dos objetivos: para eliminarlos o para explorar sus potencialidades. En cualquiera de los dos casos, nos estaríamos centrando en el contenido técnico-matemático del error, en la naturaleza de la Matemática o en el proceso de aprendizaje de la propia disciplina.

Abrate R, Pochulu M, Vargas J.(2006) hacen un estudio considerando que si el foco de interés es el contenido técnico-matemático del error y se quiere eliminar, se pueden diagnosticar sus causas ya que éstas representan una falla del proceso de aprendizaje; si se pretende explorarlo, el error será considerado un nivel necesario en este proceso, ya que lleva a nuevos descubrimientos en matemática. Por otro lado, si se centra en la naturaleza de la matemática, la eliminación del error estará ligada a entender qué es lo que el alumno no comprende del concepto estudiado, lo que permitirá retomar el tema con nuevos enfoques, convirtiéndose de esta manera en un instrumento para la comprensión de los procesos cognitivos de los estudiantes. Por último, si el error se centra en el proceso de aprendizaje de la matemática, puede ser visto como instrumento de identificación de los problemas del currículo o de la metodología de enseñanza.

Davis (1986) también considera que los errores no son al azar, y afirma que es posible predecir algunos patrones comunes de errores que se presentan en forma similar en distintos individuos.

Todas las investigaciones y teorías sobre la enseñanza y aprendizaje de la Matemática concuerdan en la necesidad de identificar los errores de los alumnos en el proceso de aprendizaje. Estamos convencidos que

encontrar las causas nos permitirá organizar la enseñanza para que nuestros alumnos logren un aprendizaje significativo, perdurable en el tiempo.

Las características de los errores son en general aquellos errores que surgen de manera espontánea, hay otros que son persistentes y difíciles de superar (porque requiere de una reorganización de los conocimientos en el alumno), errores por azar (ocasionales) o sistemáticos, estos son mas frecuentes y revelan los procesos mentales que han llevado al alumno a una comprensión equivocada y en la mayoría de las veces los alumnos no comprenden el significado del error (Mulhern, 1989).

2 Metodología

Este trabajo es de tipo exploratorio, forma parte de una investigación más amplia, y se realizó con el objetivo de reflexionar y mejorar nuestras prácticas docentes. La población considerada en este estudio es un conjunto de 120 estudiantes de segundo año que cursaron la asignatura Análisis Matemático II, dictada para las carreras Licenciatura en Administración y Contador Público Nacional de la Universidad Nacional de San Luis. Para la selección del mismo se realiza un muestreo probabilístico o al azar de los diferentes parciales tomados a lo largo de la cursada de la asignatura, considerando 1º y 2º parcial y recuperatorio. Los temas evaluados fueron: Análisis de funciones varias variables (Dominio, grafica, curvas de nivel), Superficies cuádricas y cilíndricas, límite de funciones de dos variables, continuidad, derivadas de varias variables, análisis de máximo y mínimo, teorema de Lagrange, integrales definidas e indefinidas, simples y dobles, ecuaciones diferenciales (variables separables, exactas, homogéneas y lineales). Se llevó a cabo un análisis exhaustivo de los mismos identificando diferentes tipos de errores en su desarrollo, pensando en los posibles procedimientos que podrían haber utilizado los alumnos para resolverlos y en los ejercicios que les generaban un mayor grado de dificultad. El reparto de la muestra en cada categoría lo realizamos al azar, proporcional al número de elementos de cada uno de ellos. Los errores identificados fueron categorizados como se muestra en **Tabla 1**.

En la siguiente tabla se expresan, en porcentaje, los errores observados en los parciales. Si bien se sabe que es común cometer errores en la resolución de ejercicios, lo que llama la atención es que la mayor cantidad de los tipos de errores encontrados están relacionados con aprendizajes que deberían haber sido solucionados durante el nivel medio. Se observan errores debido a la ausencia o carencia de aprendizaje de conocimientos previos, así como también de habilidades y destrezas que ayudan a la resolución de ejercicios matemáticos.

Tabla 1: Categorización de errores (en %)

Categorías de Errores	Cantidad de errores (en %)
A. Despeje en resolución de ecuaciones	30%
B. Uso de propiedades	65%
C. Simplificación	50%
D. Disociación entre gráfico y forma analítica (Interpretación de gráficos)	54%

E. Error conceptual	15%
F. Datos mal utilizados	27%
G. Interpretación incorrecta del lenguaje	13%
H. Errores lógicos	20%
I. No verificación de resultados parciales o totales	32%

A continuación, se mostrarán ejemplos prácticos de los estudiantes correspondientes a cada categoría:

A. Despeje en resolución de ecuaciones:

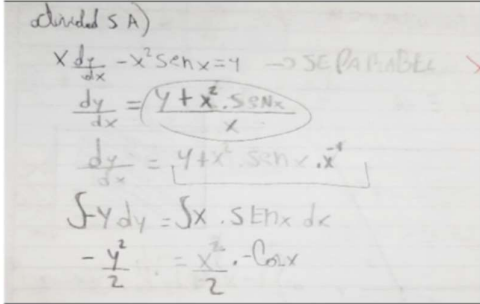


Imagen 1

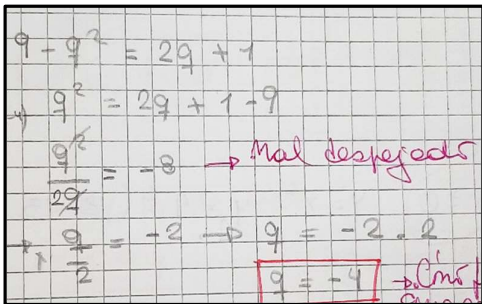


Imagen 2

Observación: Se opera mal al despejar términos en la resolución de la ecuación. En la primera imagen el estudiante no logra asimilar de qué manera está afectando la variable x al numerador. En la segunda no interpreta el término a despejar con su operación correcta.

B. Uso de propiedades

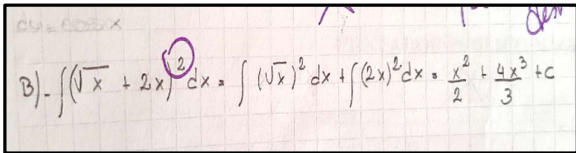


Imagen 3

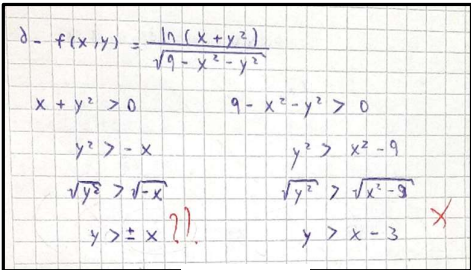


Imagen 4

Observación: Los errores que se cometen aquí son debido a una deformación de una regla o definición determinada. Qué hacer y qué no se puede hacer con las potencias y raíces sigue presentando múltiples dificultades. Como se destacó en el Gráfico 1 un 65% de estudiantes cometió el mismo tipo de error. A modo de ejemplo se observa que en la imagen 3, existe un mal uso de la propiedad distributiva de la potencia. En la imagen 4, se aplica erróneamente la raíz cuadrada a un base negativa y se utiliza

mal la simplificación de la raíz en una resta.

C. Simplificación

Imagen 5

Observación: Al simplificar fracciones se cometen errores frecuentes, como el que se observa en la imagen 5, el estudiante simplifica términos en una suma. El hecho de no comprender los procesos de simplificación conduce a una suma de errores como desaparecer términos sin seguir una lógica matemática. Hay una inferencia o asociación incorrecta.

D. Disociación entre gráfico y su forma analítica (Interpretación de gráficos)

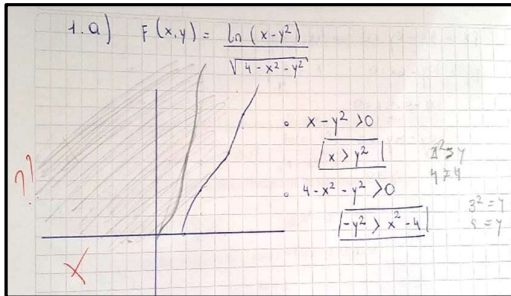


Imagen 6

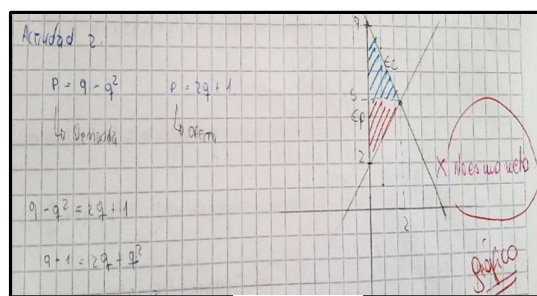


Imagen 7

Observación: Un alto porcentaje de estudiantes presenta dificultades a la hora de representar gráficamente funciones y/o superficies. Como vemos en las imágenes 6, Y 7 no se logra plasmar la parte analítica de los ejercicios propuestos a su forma gráfica. No se identifican ni se logran diferenciar gráficas esenciales como la recta, parábola, hipérbola, circunferencia o elipse, presentando una dificultad para obtener información espacial.

E. Error conceptual

Imagen 9

Observación: Muchos de los errores cometidos en la resolución de ejercicios matemáticos se originan por no haber comprendido de manera correcta el concepto teórico de lo que se está calculando. En el caso de la Imagen 9, el estudiante deriva de manera errónea el

argumento de la raíz sin tener en cuenta la misma como parte del término a derivar.

F. Datos mal utilizados

Actividad 9.

$$C(x,y) = 2x^2 + 5y^2 - 6xy$$

$$f_x = 4x - 6y \rightarrow 4x = 6y \rightarrow x = \frac{6y}{4} \rightarrow x = \frac{3}{2}y$$

$$f_y = 10y - 6x \rightarrow 10y = 6 \cdot \left(\frac{3}{2}y\right) \rightarrow 10y = 9y \rightarrow y = 0$$

$$f_{xx} = 4$$

$$f_{yy} = 10$$

$$f_{xy} = -6$$

$$f_{yx} = -6$$

$$D = \begin{vmatrix} 4 & -6 \\ -6 & 10 \end{vmatrix} = 40 - 36 = 4$$

El mínimo se encuentra en $\left(\frac{27}{20}, 2\right)$ X

$$C\left(\frac{27}{20}, 2\right) = 2\left(\frac{27}{20}\right)^2 + 5(2)^2 - 6\left(\frac{27}{20}\right)(2) = -104$$

Imagen 10

Observación: Aquí se incluyen los casos en donde los pasos utilizados en el ejercicio, corroborados por la teoría, son correctos; pero en el camino se cometen una serie de errores que llevan a un resultado inconsistente con el objetivo del enunciado principal. El problema plantea encontrar la cantidad a producir para dos artículos x e y diferentes, que de haberse entendido desde el inicio este razonamiento, el estudiante hubiera revertido su error o al menos hubiera hecho el intento para encontrar números enteros

G. Interpretación incorrecta del lenguaje

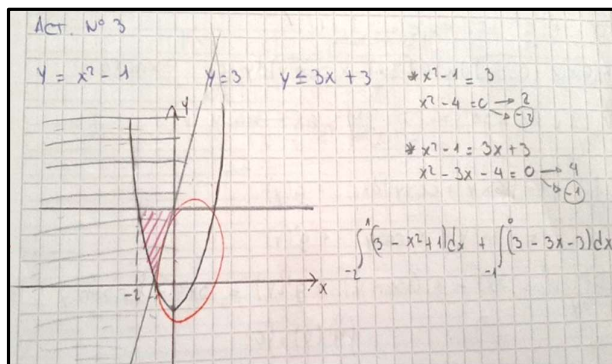


Imagen 11

Observación: En esta categoría encontramos una traducción errónea de símbolos matemáticos. En el ejercicio de la imagen 11, se interpreta de manera incorrecta el símbolo matemático menor igual traducido mal a la forma gráfica. También existe una desconexión entre analítico y lo gráfico.

H. Errores lógicos

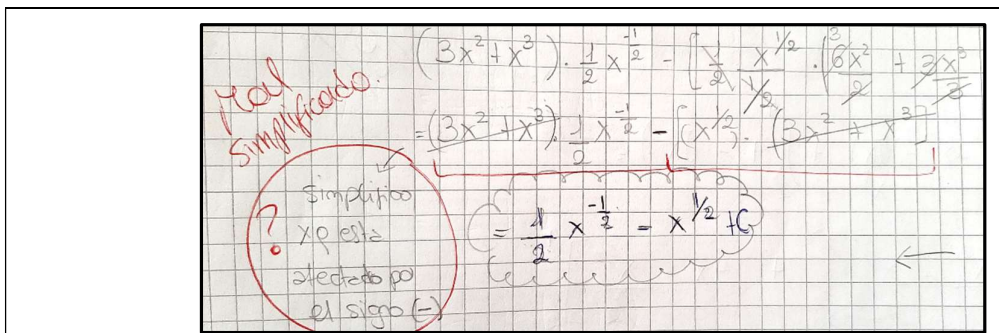


Imagen 11

Observación: Se consideran errores por falta de razonamiento con justificaciones inadecuadas y explicaciones ilógicas. En la imagen 11 se plasma con claridad este caso, en donde el estudiante simplifica términos que considera que son opuestos y lo justifica a su parecer, que termina siendo erróneo.

I. No verificación de resultados parciales o totales

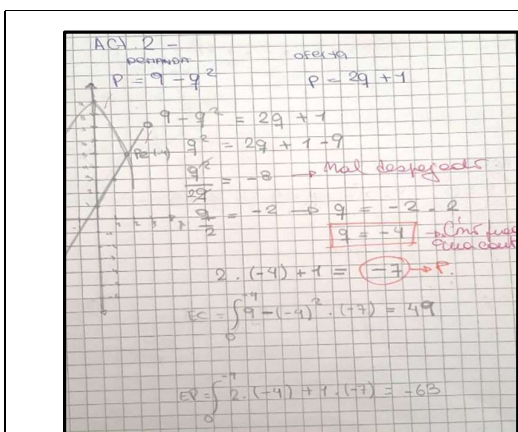


Imagen 12

Observación: cada paso en la realización de la tarea es correcto, pero el resultado final no es la solución del problema planteado, ya que no coincide con su razonamiento final, tanto las cantidades como el área a calcular deberían dar positivas. Si el estudiante hubiese analizado el resultado el error habría podido evitarse.

3. CONCLUSIONES

En general los errores son necesarios para diagnosticar y así facilitar tareas o actividades que permitan la superación de los mismos, la forma de realizarlo es definir categorías, porque es mucho más fácil y ágil poder identificarlos. La categoría que realizamos como docentes se basa en estudios de teorías sobre este tema. Entendemos que erradicar el error no es una tarea fácil y los tiempos áulicos en la universidad son cortos, es por eso que debemos conocer lo que alumno sabe (conceptos previos) y disponer de estrategias y metodologías nuevas o distintas para ayudar a la comprensión y que el margen de error sea mínimo. Muchas veces en nuestras aulas los estudiantes realizan producciones que no son esperadas por nosotros y es ahí donde se deben analizar las causas de los mismos, como dice Brousseau, Davis y Werner (Citados en Rico, 1995) los

estudiantes piensan frecuentemente acerca de sus tareas matemáticas de un modo muy original, bastante diferente de lo que esperan sus profesores. Cuando esta vía de pensamiento original se muestra inesperadamente útil, admiramos su poder y decimos que el estudiante ha tenido una comprensión inusual; pero cuando, por el contrario, este modo personal de pensamiento omite algo que es esencial, decimos usualmente que el estudiante ha cometido un error. De hecho, ambos casos tienen mucho en común, en particular el dato de que las ideas en la mente del alumno no son las que el profesor espera (pág. 7). En comparación entre los alumnos que cursaron la asignatura antes de la pandemia con estos alumnos post pandemia por decirlo de alguna manera, es notorio los errores encontrados y por eso nos llamó la atención, porque no eran los errores que estábamos acostumbrados a ver o encontrar en los parciales. Estos errores nos ayudan a darnos cuenta dónde estamos parados, qué y cuáles son los conceptos previos de los estudiantes, ya que de nada sirve precipitar el aprendizaje (como por ejemplo enseñar derivadas de dos o más variables o integrales dobles o ecuaciones diferenciales si los estudiante no saben aplicar propiedades, factorio, derivar, integrar etc.). En conclusión, debemos centrarnos en averiguar cuáles son los conceptos previos, y tener en cuenta que los errores no son falta de conocimiento, sino que muchas veces implican un conocimiento erróneo que no permite al estudiante apropiarse de nuevos conocimientos.

4 REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Abrate R, Pochulu M, Vargas J. (2006). *Errores y dificultades en matemática Análisis de causas y sugerencias de trabajo*. 1ª ed. Buenos Aires: Universidad Nacional de Villa María.
- Charnay, R. (1994): "Aprender (por medio de) la resolución de problemas" en Parra, C. y Saiz, I. (comps.) *Didáctica de Matemática*, (pp. 51-63), Paidós, Buenos Aires
- Del Puerto S. Minnaard, C, Seminara A (2006). "Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas" [Vol. 38 Núm. 4 \(2006\): Número especial](#)
- Engler A, Gregorini M, Müller D, Vrancken S y Hecklein M (2006) .*Los errores en el aprendizaje de matemática* . Recuperado de <http://www.soarem.org.ar/Documentos/23%20Engler.pdf>.
- Olguin R, y otros "*Categorización De Errores: Análisis De Una Evaluación Diagnóstica*" presentado en las XXXII Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y afines
- Rico, L (1995). *Errores en el aprendizaje de las matemáticas*. Grupo Editorial Iberoamérica
- Saucedo, G. (2007). Categorización de Errores Algebraicos en Alumnos Ingresantes a la Universidad. *Itinerarios Educativos*, 1(2), 22-43. <https://doi.org/10.14409/ie.v1i2.389>

Estadística Aplicada

Procesamiento Didáctico de la Problemática de Cadenas de Markov para Estudiantes de Ciencias Económicas. Una Propuesta Utilizando Python en la Nube

Bianco, María José – Salaberry, Natalia
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires - Facultad de Ciencias Económicas,
Universidad de Buenos Aires
mariajose.bianco@economicas.uba.ar - natalia.salaberry@economicas.uba.ar

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Claves: Didáctica, Cadenas de Markov, Python, Google Colaboratory

Resumen

El surgimiento de herramientas tecnológicas libres y colaborativas ha causado un impacto en la didáctica de los contenidos de diferentes disciplinas. En particular, la enseñanza tradicional de estadística se ha visto transformada al incorporar el uso software libre en el aula. En este contexto es importante destacar cómo las herramientas tecnológicas permiten mejorar los procesos de aprendizaje a fin de lograr que los estudiantes razonen y entiendan los conceptos estadísticos a través de su aplicación en base a datos.

Las cadenas de Markov en tiempo discreto, en tanto procesos estocásticos, permiten modelar las transiciones probabilísticas entre diferentes estados de un cierto fenómeno, tanto para el corto como para el largo plazo. Pero la complejidad de su cálculo puede resultar en una limitante y hasta imposible de realizar manualmente. Por esta razón, resulta importante conocer las bondades del uso de una herramienta tecnológica para la obtención de resultados.

En este trabajo se presenta una aplicación de cadenas de Markov para determinar si la cotización de un índice financiero tenderá a la baja, a la suba o se mantendrá igual en un período posterior. Para ello se utilizarán datos reales obtenidos de la web Yahoo Finance y su procesamiento y análisis se realizará a través del uso del lenguaje de programación Python en el entorno Google Colaboratory.

1 Introducción

El surgimiento de herramientas tecnológicas libres y colaborativas ha facilitado hacer ciencia mediante la experimentación basada en evidencia, es decir, en datos. Pero a su vez, también ha cambiado la forma de transferir el conocimiento. En particular, la enseñanza de estadística se ha visto alcanzada por este impacto mediante su incorporación en el aula. En este contexto resulta interesante analizar cómo las herramientas tecnológicas pueden ser utilizadas para facilitar el proceso de aprendizaje estadístico, pero haciendo hincapié en que los estudiantes razonen y entiendan la importancia de las nociones estadísticas a través de aplicación.

El objetivo del presente trabajo es mostrar cómo los estudiantes pueden construir conocimiento, “haciendo” y “viendo” estadística, en base a datos reales, de forma tal que puedan conectar un nuevo conocimiento con una realidad exterior. Tal idea se sustenta en la noción de que, frente a diferentes escenarios probables, pueda optarse por la mejor solución posible para la toma de decisiones.

Para poder comprender a la tecnología como soporte de la enseñanza estadística, en el primer apartado se realiza en primer lugar una introducción al concepto de estadística. Luego se introduce al uso de software como herramienta fundamental para desempeñar una mejor didáctica de esta. En el segundo apartado se introduce las

nociones centrales de cadenas de Markov en tiempo discreto. Finalmente, se realiza una implementación práctica mediante el uso del lenguaje de programación Python. Por último, se esbozan las principales recomendaciones y desafíos acerca de la incorporación de herramientas tecnológicas para la enseñanza de estadística.

2 Las herramientas tecnológicas para la enseñanza de estadística

2.1 Didáctica de la estadística

Siguiendo a los autores Garfield y Ben-Zvi (2009), la estadística es un método fundamental que se aplica dondequiera que aparezcan datos, variación y azar. En este sentido es una metodológica que ofrece a otras disciplinas la posibilidad de analizar datos y construir la probabilidad de ocurrencia de un suceso.

Para llevar a cabo la construcción de la probabilidad, los datos deben ser interpretados en un contexto. Estos no son solo números, sino números con un contexto (Cobb y Moore, 1997). El contexto proporciona significado a los números lo que permite generar información.

A diferencia del pasado, en la actualidad se cuenta con grandes volúmenes de datos que se encuentran disponibles de manera *online*. En gran parte de los casos son accesibles de manera libre y gratuita, constituyendo una oportunidad sin precedente para enseñar y aprender estadística. Para ello se requerirá del diseño de un entorno de aprendizaje que considere la utilización de tecnología para la obtención y procesamiento de los datos.

2.2 Un entorno para la enseñanza de estadística

Ante la oportunidad de contar con grandes volúmenes de datos, surge la necesidad de modificar el entorno de enseñanza de estadística. Si bien existen diferentes maneras de poder diseñarlo, resulta interesante lo planteado por Garfield y Ben-Zvi (2009). Estos proponen un esquema denominado 'Statistical Reasoning Learning Environment' (SRLE) -razonamiento estadístico en un entorno de aprendizaje-. Este busca, principalmente, que los alumnos desarrollen capacidad de pensar y razonar estadísticamente combinando iterativamente materiales de texto, actividades, discusión, tecnología, enfoque docente y evaluación. De esta forma los estudiantes podrán construir conocimiento haciendo y viendo estadística, observando y analizando un fenómeno (Garfield y Ben-Zvi, 2007).

En el esquema SRLE, los estudiantes podrán trabajar en grupos para discutir preguntas y esbozar posibles soluciones en base a datos. Luego podrán compartir y comparar sus razonamientos con el resto de la clase (Garfield y Ben-Zvi, 2009). Así podrán generar gráficos y estadísticas facilitándoles acercarse a una construcción de la respuesta. Esto será facilitado por la incorporación de herramientas tecnológicas que permiten el procesamiento de los datos.

Por otra parte, el docente podrá evaluar los informes presentados por los alumnos previo a realizar un intercambio en conjunto (Cobb y McClain, 2004). Le permitirá conocer anticipadamente cual fue el razonamiento desarrollado, evaluando el nivel de comprensión de los temas abordados. En consecuencia, podrá sacar provecho de su experiencia para guiar o corregir al alumno facilitando la transferencia de conocimiento.

En este contexto, las herramientas tecnológicas se vuelven de vital importancia. Pero resulta necesario modificar las formas tradicionales de enseñar estadística para adaptarse a los nuevos escenarios. Ello sin duda requerirá de un trabajo conjunto de autoridades, docentes, incluso de alumnos. El proceso de adaptación implicará la necesidad de formación adicional en el uso de herramientas especializadas de forma tal que el docente pueda hacer de mediador entre el estudiante y estas. Solo así podrá diseñar experiencias productivas de aprendizaje.

2.3 La tecnología como soporte en la enseñanza estadística

Una de las principales tareas a realizar para elaborar un análisis estadístico es la búsqueda de patrones en los datos. Siguiendo a Garfield y Ben-Zvi (2007) resulta interesante destacar que es necesario realizar una exploración de datos para describir patrones, que luego permitirá identificar los adecuados para la aplicación de un modelo acorde a la resolución de un problema. Llevar adelante este proceso puede resultar fácil mediante la aplicación de algún software de análisis estadístico, pero también para la aplicación del modelo en sí mismo. Y de aquí la importancia de la implementación tecnológica, ya que esta permite realizar cálculos de manera rápida permitiendo, al alumno junto con el educador, concentrarse en el análisis, conceptos y razonamiento estadístico involucrado en cada punto y no tanto así en la resolución de los cálculos.

La tecnología permite la visualización y aplicación de conceptos abstractos (Garfield y Ben-Zvi, 2007), la demostración de ideas abstractas en base a datos reales para la resolución de un problema. También, habilita la opción a preguntarse “que pasa si”. La dinámica y velocidad de cálculo que brinda su operatoria facilita la prueba de diversas opciones en cuestión de segundos. Esto es, permite la experimentación mediante la prueba de diferentes posibilidades para la construcción de un razonamiento estadístico.

Tal dinámica de trabajo traerá beneficios para el educador ya que le permitirá contar con más tiempo disponible para profundizar en la discusión de resultados, así como reforzar los conceptos teóricos que detecte no hayan quedado comprendidos. También, podrá conducir a los estudiantes a la obtención de resultados con mayor precisión y menor cantidad de errores. Esto implica que podrá mostrar la aplicación de conocimiento estadístico en la práctica habitual del ejercicio profesional.

La comprensión de los alumnos se desarrollará llevando a cabo repeticiones en tiempos acotados, mediante la posibilidad de variar parámetros, describiendo y explicando el comportamiento que se observa en lugar de basarse exclusivamente en discusiones teóricas de probabilidad que a menudo pueden resultar contraintuitivas. Como sostiene Batanero (2000) el alumno podrá conocer las diferencias entre la probabilidad experimental y la teórica. Así mismo, el centro de atención de la docencia ya no se limita a enseñar técnicas combinadas, sino que

se le dará mayor importancia al análisis del problema y el diseño de un procedimiento adecuado para su resolución.

3. Aplicación mediante Python para la enseñanza de Cadenas de Markov

3.1 Procesos de Markov

Un proceso estocástico se define como un conjunto de variables aleatorias $\{X(t), t \in T\}$ (Stewart, 2009). En otras palabras, los procesos estocásticos son procesos dinámicos que evolucionan en forma aleatoria. La presencia de fenómenos aleatorios hace que el sistema avance sobre el parámetro t (siendo comúnmente el tiempo) cambiando de estado en forma probabilística.

Los procesos de Markov son un proceso estocástico cuya función de distribución de probabilidad condicional satisface la propiedad de Markov (Stewart, 2009). Esta propiedad implica que la evolución futura del proceso solo depende de su estado presente y es independiente de la evolución pasada del proceso. En este sentido es que se los conoce como procesos con memoria de primer orden:

$$P(X_{n+1} \in A_{n+1} / X_n \in A_n, \dots, X_0 \in A_0) = P(X_{n+1} \in A_{n+1} / X_n \in A_n) \quad (1)$$

De la ecuación (1) puede observarse que la probabilidad de que el sistema se encuentre en un estado cualquiera en $n+1$ puede calcularse si se conoce cuál ha sido el estado inmediatamente anterior, con independencia de cuáles hayan sido los estados anteriores. Su cálculo puede resultar complejo, razón por la cual el uso de herramientas tecnológicas facilita su implementación, análisis e interpretación.

3.2 Cadenas de Markov en tiempo discreto

En este trabajo se realizará una aplicación de Cadenas de Markov en tiempo discreto. Estas son un proceso estocástico que satisface la propiedad de Markov (Stewart, 2009). Formalmente se define como:

Un proceso estocástico $\{X_n\}$ en un espacio de valores $S = \{S_0, S_1, \dots, S_k\}$ es una cadena de Markov de tiempo discreto si cumple la siguiente *propiedad de Markov*:

$$P(X_{n+1} = s_j / X_n = s_i; X_{n-1} = s_{i-1}; \dots; X_0 = s_0) = P(X_{n+1} = s_j / X_n = s_i) \quad (2)$$

La propiedad expresada en la ecuación (2) indica que la probabilidad de que el proceso pase al estado $X_{n+1} = s_j$ sólo depende del estado en que se encuentre en $X_n = s_i$, y no de los anteriores.

La *probabilidad de transición* (p_{ij}) es la probabilidad de que el proceso pase al estado s_j en el instante $n + 1$ estando en el estado s_i en el instante n

$$p_{ij} = P(X_{n+1} = s_j / X_n = s_i) \quad (3)$$

De la ecuación (3) puede observarse que la probabilidad condicional de hacer una transición del estado X_n al estado X_{n+1} sucede cuando el parámetro del tiempo (t) aumenta de n a $n + 1$.

Generalizando, la probabilidad de estar en s_j en $n+h$ si se parte de s_i en h se denomina la probabilidad de transición de n pasos y se expresa como:

$$p_{ij}^n = P(X_{n+h} = s_j / X_h = s_i) = \sum_{s_k} p_{kj} p_{ik}^{(n-1)} = (P^n)_{ij} \quad (4)$$

La ecuación (4) se conoce como la ecuación de Chapman Kolmogorov.

El conjunto de todas las probabilidades de transición conforma una matriz que se denomina *matriz de probabilidades de transición* (P). La componente p_{ij} representa la probabilidad de pasar desde el estado s_i al estado s_j . Por tanto, la fila de la matriz indica el estado actual, y la columna el posible estado siguiente.

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots \\ p_{21} & p_{22} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}$$

P es una matriz cuadrada no negativa que debe cumplir las siguientes propiedades:

$$0 \leq p_{ij} \leq 1 \quad \forall i, j$$

$$\sum_{j=1}^n p_{ij} = 1 \quad \forall i$$

Una matriz que satisface estas propiedades se llama matriz de Markov o matriz estocástica (Stewart, 2009).

Gráficamente, una Cadena de Markov con espacio de estados finito se puede representar mediante un *diagrama de transición*:

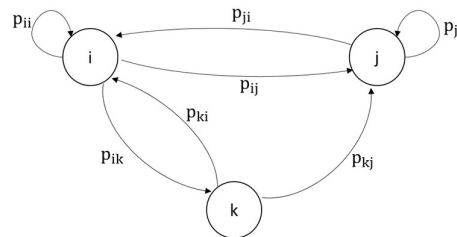


Figura 1. Diagrama de transición

Los estados pueden clasificarse del siguiente modo:

- j es *accesible* desde i si hay una secuencia de transiciones desde i a j con probabilidad no nula. La accesibilidad es una propiedad transitiva, es decir, $i \rightarrow j \wedge j \rightarrow k \Rightarrow i \rightarrow k$
- Los estados i y j se *comunican* si son accesibles entre sí, es decir, si j es accesible desde i e i es accesible desde j . Notación: $i \leftrightarrow j$
- Un estado i es *recurrente* si la probabilidad de regresar alguna vez a él es 1, es decir, si partiendo de ese estado el proceso vuelve a él.
- Un estado es *transitorio* cuando la probabilidad de que el proceso vuelva a entrar en él es menor a uno.

Una cadena de Markov es *irreducible* cuando todos los estados se comunican entre sí. Es decir, siempre existirá la posibilidad de visitar cualquier estado independientemente del estado inicial. Una cadena que no es irreducible se dice *reducible*. Sucede cuando hay estados que no se comunican entre sí.

En general, dada una cadena de Markov $\{X_n\}$ con espacio de estados $S = \{s_0, s_1, \dots, s_k\}$, matriz de transiciones P y vector inicial de probabilidades de estado $\pi^{(0)}$, para cualquier $\pi^{(n)}$ se verifica

$$\pi^{(n)} = \pi^{(0)} \cdot P^n$$

Los elementos del vector $\pi^{(n)}$ proporcionan la probabilidad de estar en los diversos estados de la cadena de Markov (la distribución de probabilidad) después de n pasos (Stewart, 2009).

Dada una cadena de Markov con matriz de transiciones P donde a partir de cierto valor de n , el vector de probabilidades $\pi^{(n)}$ no varía, se cumple que:

$$\pi^{(n+1)} = \pi^{(n)} = \pi$$

Entonces, el vector de probabilidades π se denomina *distribución estacionaria* o *vector de estado estacionario* si cumple

$$\pi \cdot P = \pi$$

Para cualquier distribución inicial $\pi^{(0)}$ se verifica

$$\pi = \lim_{n \rightarrow \infty} \pi^{(n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \pi^{(0)} \cdot P^n$$

3.3 Aplicación de cadenas de Markov mediante del lenguaje Python¹ en el entorno Google Colaboratory²

Con el fin de poder mostrar el uso de tecnología en la enseñanza de cadenas de Markov en tiempo discreto, a continuación, se desarrolla un ejemplo de aplicación. El objetivo de análisis consiste en poder construir la matriz de probabilidad de transición a partir de datos reales sobre la variación diaria en la cotización de un índice financiero. Esto permitirá conocer la probabilidad de transitar entre tres estados: suba, baja o igual, siendo información relevante para cualquier inversor u organización financiera. Los datos se obtienen de la *web* Yahoo Finance³

Mediante la utilización de la librería “yfinance” y pandas_datareader en Python en Google Colaboratory, existe conexión gratuita a la API (Application Programming Interface) de Yahoo Finance de una manera simple. Permite extraer los datos sobre la evolución diaria de un índice seleccionado. Como ejemplo se toman los datos de cotización diaria del índice S&P 500 (es un índice bursátil que mide el desempeño de 500 grandes empresas que cotizan en las bolsas de valores de los Estados Unidos). Luego, mediante la utilización de la librería PyDTMC se podrá realizar el análisis de Markov.

¹ Acerca de Python <https://www.python.org/>

² Acerca de Google Colaboratory https://colab.research.google.com/?utm_source=scs-index

³ <https://finance.yahoo.com/>

Para extraer los datos y realizar el posterior análisis de Markov, se deben instalar los módulos y luego cargar las librerías necesarias mediante la siguiente sentencia:

```
!pip install PyDTMC #instalación de módulo
from pydtmc import MarkovChain #carga de librería
!pip install yfinance --upgrade --no-cache-dir #instalación de módulo
import yfinance as yf #carga de librería
from pandas_datareader import data as pdr #carga de librería
```

La obtención de los datos se realiza ejecutando lo siguiente:

```
yf.pdr_override()
GSP = pdr.get_data_yahoo('^GSPC', start='2021-01-02', end='2022-01-02')
```

Una muestra de los datos obtenidos es la siguiente:

	Open	High	Low	Close	Adj Close	Volume
Date						
2021-01-04	3764.610107	3769.989990	3662.709961	3700.649902	3700.649902	5006680000
2021-01-05	3698.020020	3737.830078	3695.070068	3726.860107	3726.860107	4582620000
2021-01-06	3712.199951	3783.040039	3705.340088	3748.139893	3748.139893	6049970000

A partir de la construcción de la variación diaria de la cotización del índice (diferencia entre precio de cierre y precio de apertura), se crean los estados mediante la aplicación de reglas lógicas.

Si **Precio cierre – Precio apertura >0**, entonces el activo cerró “al alza” => Estado “SUBIO”

Si **Precio cierre – Precio apertura <0**, entonces el activo cerró “a la baja” => Estado “BAJO”

Si **Precio cierre – Precio apertura =0**, entonces el activo cerró “igual” => Estado “IGUAL”

Cálculo de la variación diaria de la cotización del índice S&P500

```
data['Var']=(data['Close']-data['Open']).round()
```

Recodificación a partir de las reglas definidas:

```
data["Var_1"] = "" #se crea la variable vacía
data.loc[data.Var<0, 'Var_1']='BAJO'
data.loc[data.Var==0, 'Var_1']='IGUAL'
data.loc[data.Var>0, 'Var_1']='SUBIO'
```

Luego, se construye la matriz de probabilidades de transición realizando los siguientes pasos:

```
transitions=list(data['Var_1']) # se selecciona la variable de interés
df = pd.DataFrame(transitions) #se convierte a DataFrame
df['shift'] = df[0].shift(-1)# se desfasa la variable
df['count'] = 1 # se agrega una columna con valor 1
```

Se agrupa en función de la variable desfasada, contando los valores, trasponiendo y rellenando con 0

```
trans_mat = df.groupby([0, 'shift']).count().unstack().fillna(0)
```

Se construye la matriz de transición redondeando a 2 decimales

```
trans_mat = trans_mat.div(trans_mat.sum(axis=1), axis=0).values.round(2)
p = trans_mat #se renombra la matriz
```

Se construye la matriz markoviana

```
mc = MarkovChain(trans_mat,['BAJO', 'IGUAL', 'SUBIO'])
print(mc) # se obtiene la descripción de la matriz markoviana
```

```
DISCRETE-TIME MARKOV CHAIN
SIZE:          3
RANK:          3
CLASSES:      1
  > RECURRENT: 1
  > TRANSIENT:  0
ERGODIC:       YES
  > APERIODIC: YES
  > IRREDUCIBLE: YES
ABSORBING:     NO
REGULAR:       NO
REVERSIBLE:    NO
SYMMETRIC:     NO
```

Diagrama de transición

```
from pydtmc import plot_graph #importación de librería
plot_graph(mc, dpi=300)#gráfico
```

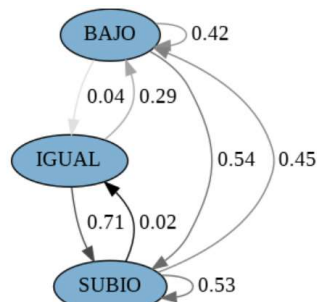


Figura 2. Diagrama de transición

Se obtiene las probabilidades de transición en dos pasos

```
import numpy as np #importación de librería
p2=np.dot(p,p)#obtención de P2
```

$$P^2 = \begin{bmatrix} 0.431 & 0.0276 & 0.5414 \\ 0.4413 & 0.0258 & 0.5329 \\ 0.4333 & 0.0286 & 0.5381 \end{bmatrix}$$

Se grafica la distribución de probabilidades de transición en dos pasos

```
from pydtmc import plot_redistributions #importación de librería
plot_redistributions(mc, 2, plot_type='projection', dpi=100)
```

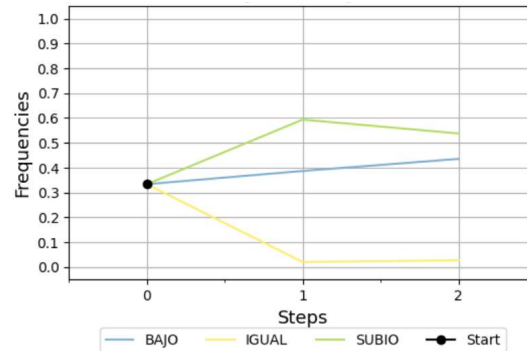


Figura3. Distribución de probabilidades en dos pasos

Se obtiene el vector de probabilidades de estado estacionario

```
print(mc.steady_states)
```

$$\pi = [0.43252989, 0.02808882, 0.53938129]$$

De esta forma, en base a datos reales, se puede conocer el comportamiento probabilístico de un índice financiero. Y es posible mostrarlo en cuestión de segundos a través del uso de un software. En las etapas de análisis intermedio, facilita la construcción de razonamiento estadístico acerca del comportamiento que va adquiriendo. No solo con los resultados de cálculos, sino también a través de la visualización gráfica.

4 Conclusiones

La demostración de ideas abstractas suele ser una tarea ardua que sin duda puede facilitarse con el uso de herramientas tecnológicas. También permite hacerlo en base a casos reales, con datos reales y hasta de manera *online*. A su vez, permite la ágil experimentación para la construcción de conocimiento mediante la prueba de diferentes posibilidades en base al desarrollo de razonamiento estadístico. Pero se deberá tener en cuenta los desafíos que se presentan.

Uno de los desafíos principales de la incorporación de la tecnología para la enseñanza de estadística, es tener en cuenta que debe ser usada como medio para facilitar la interacción y la accesibilidad de los estudiantes al conocimiento. Su incorporación en una clase no implica el reemplazo del docente ni de los conceptos teóricos, sino que, por el contrario, los alumnos deben ser acompañados en su uso. Esto permitirá que el educador pueda dar seguimiento de la evolución de comprensión y razonamiento estadístico.

Por otra parte, resulta importante considerar que se deberá planificar y facilitar los códigos de implementación a los alumnos. Esto permitirá evitar que se centren más en su ejecución que en los conceptos centrales

involucrados en el análisis. Por esta razón, resulta recomendable realizar pausas para reflexionar sobre lo que se está haciendo para de esa manera construir un pensamiento estadístico.

En este trabajo se utilizó Python por ser un software libre, colaborativo y que no requiere instalarse nada en su computadora, sino que puede ser ejecutado de manera online en el entorno Google Colaboratory. Este permite una rápida ejecución de soluciones a problemas de estadística. Se realizó una aplicación de cadenas de Markov por ser un tema que involucra conceptos centrales de estadística como ser la noción de proceso estocástico y probabilidad. Sus cálculos implican cierta complejidad, aunque su interpretación puede ser agilizada con el uso de tecnología.

La incorporación del uso de un software en la didáctica estadística brinda la posibilidad de experimentar diferentes resultados y realizar su comparación. En consecuencia, amplía la posibilidad de razonamiento y conocimiento aplicado, en base a integrar la teoría con aplicaciones prácticas. Además, le facilita al docente guiar a los alumnos en el razonamiento estadístico.

Referencias

- Batanero, C. (2000). *Estadística y didáctica de la matemática: Relaciones, problemas y aportaciones mutuas*. Granada, España: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Chance, B., Ben-Zvi, D.; Garfield, J. y Medina, E. (2007). *The Role of Technology in Improving Student Learning of Statistics*. USA. Ed. Technology Innovations in Statistics Education.
- Cobb, G. W., y Moore, D. S. (1997). *Mathematics, statistics, and teaching*. In *The American mathematical monthly*, 104(9), 801-823.
- Cobb, P., & McClain, K. (2004). *Principles of instructional design for supporting the development of students' statistical reasoning*. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 375–396). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Garfield, J. y Ben-Zvi, D. (2009) *Helping Students Develop Statistical Reasoning: Implementing a Statistical Reasoning Learning Environment*. USA.
- Stewart, William J. (2009). *Probability, Markov Chains, Queues, and Simulation: The Mathematical Basis of Performance Modeling*. Princeton University Press, Princeton.

El Concepto de “Población Estadística” desde su Dualidad Unitaria-Sistémica en el Enfoque Ontosemiótico de lo Didáctico.

Santarrone María Alejandra 1 – Meyer Roberto Delfor 2
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional del Litoral 1-2
santarrone@gmail.com 1 – rmeyer@fce.unl.edu.ar 2

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Población estadística, inferencia, enfoque ontosemiótico

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo dar a conocer un abordaje sobre las relaciones conceptuales de uno de los primeros contenidos de la estadística descriptiva, que creemos clave para favorecer el aprendizaje significativo de los asociados a la inferencia estadística. Se trata, por una parte, de una reflexión teórica en el marco del Enfoque Ontosemiótico cuyo fin es profundizar en la articulación de la complejidad asociada al objeto “población estadística”, una idea fundamental de la inferencia estadística paramétrica, como un paso previo y necesario para poder superar la visión unitaria de éste. Por otra, mostrar cómo pensar un sistema complejo de prácticas que permitan resolver problemas, en las que las representaciones de este objeto matemático, pueda emerger.

Creemos que hacer foco en lo anterior es relevante y abre la discusión acerca de la complejidad que puede tener el aprendizaje de este concepto. Cabe señalar que el escrito se encuadra en la tesis de maestría en docencia universitaria titulada: “Secuencias de enseñanza de la estadística descriptiva, enfoque para favorecer el aprendizaje de las ideas fundamentales de la inferencia estadística paramétrica en los alumnos de la cátedra de estadística de la carrera de Contador Público en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Litoral de la República Argentina”.

1 Introducción

Comencemos teniendo en cuenta que la estadística como ciencia es relativamente joven, hasta hace unos 35 años existía una división clásica entre estadística descriptiva y estadística inferencial. La división se centraba en que la estadística descriptiva, se utiliza para describir los datos, resumirlos y presentarlos de forma que sean fáciles de interpretar, con interés en el conjunto de datos dados y no en el de extender las conclusiones a otros datos diferentes mientras que la estadística inferencial trata de obtener conocimientos sobre la población estadística, a partir de la información disponible de una muestra, utilizando como herramienta matemática el cálculo de probabilidades y los métodos desarrollados por la estadística matemática.

Aunque en la esfera científica esta separación ya ha sido saldada en la educativa aún persiste.

En Behar Gutiérrez y Pere Grima Cintas (2001), se sostiene que la educación estadística ha trabajado sobre las disociaciones que esta separación ha producido como ser: estadística versus matemática, estadística versus probabilidad, estadística versus análisis exploratorio de datos.

En la actualidad la mayoría de los enfoques de enseñanza en primeros cursos universitarios de estadística, para carreras no matemáticas, empiezan con análisis de datos para problemas contextualizados del mundo real y se hace énfasis en la importancia y utilidad, al tiempo que se pone en evidencia el alcance y las limitaciones de posibles inferencias. De manera posterior se da la teoría de probabilidad para poder arribar luego a la construcción teórica necesaria para los conceptos de la inferencia estadística paramétrica. Esto, si bien es superador, puede generar aún atomización de los contenidos entre la estadística descriptiva y la inferencial.

Por otro lado, según Batanero (2011), llevar a cabo procesos de inferencia estadística requiere tiempo puesto que implica el desarrollo de habilidades cognitivas y específicas de pensamiento matemático que incluso deben haberse estimulado desde los niveles de educación básica y secundaria, aunque los espacios para estos desarrollos en los contextos escolares suelen ser poco frecuentes. Por tanto, lograr apropiarse de la lógica necesaria para la inferencia en ocasiones requiere más de un semestre de educación universitaria puesto que muchos estudiantes en un semestre sólo alcanzan a establecer las bases iniciales, las que requieren afianzarse en otros semestres con el fin de que el estudiante pueda emplear o aplicar la inferencia estadística en casos particulares.

En la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Litoral (FCE-UNL), la cátedra de estadística se dicta en un solo cuatrimestre, y salvo para la carrera de Licenciado en Economía, los alumnos no tienen otro curso superior de estadística.

Es por ello, que atendiendo a todo lo expuesto, creemos necesario utilizar estrategias pedagógicas que permitan guiar al estudiante a la construcción de aspectos teóricos a partir de aspectos prácticos en los que se pueda aplicar la inferencia estadística a contextos significativos. En particular en esta investigación se desea explorar y dar luz a cómo la enseñanza de estadística descriptiva, pensada para favorecer las ideas fundamentales de la inferencia estadística paramétrica, presentadas en Meyer (2005), puede resolver alguna de las problemáticas que se plantean en la apropiación del razonamiento inferencial estadístico.

2 Interrogantes, objetivos e hipótesis

Los interrogantes que dan lugar al trabajo de investigación son:

- ¿Cuáles son las relaciones conceptuales que se pueden establecer entre los contenidos de la estadística descriptiva e inferencial para el aprendizaje significativo de ambas ramas?
- ¿De qué forma se puede secuenciar la enseñanza de la estadística descriptiva para brindar un andamiaje al alumno que posibilite el aprendizaje de las ideas fundamentales en la inferencia estadística paramétrica?
- ¿Qué instrumentos son pertinentes para evaluar los alcances de la puesta en práctica de una secuencia de enseñanza de la estadística descriptiva, en relación con el aprendizaje de las ideas fundamentales de la inferencia estadística paramétrica?

Las anteriores preguntas, permiten arribar al planteo de un objetivo general y tres específicos:

Objetivo general: Diseñar una secuencia de enseñanza de la estadística descriptiva que favorezca el aprendizaje de las ideas fundamentales de la inferencia estadística paramétrica, en los alumnos de la cátedra de estadística de la FCE-UNL.

Objetivos específicos:

O1: Analizar los conceptos específicos de la estadística descriptiva que serán parte de la secuencia de enseñanza para favorecer el aprendizaje de las ideas fundamentales de la inferencia estadística paramétrica, en los alumnos de la cátedra de estadística de la FCE-UNL.

O2: Elaborar la secuencia para la enseñanza de los conceptos definidos en O1, que responda al objetivo general planteado.

O3: Evaluar la secuencia de enseñanza, a través de un análisis retrospectivo, para el reconocimiento de puntos de mejora futuros.

Mientras que las hipótesis son las siguientes:

- H1: Existen relaciones conceptuales entre los contenidos de la estadística descriptiva e inferencial que favorecen el aprendizaje significativo de ambas ramas. (Nivel de concreción teórica)
- H2: Secuenciar la enseñanza de la estadística descriptiva, en base a las relaciones conceptuales que se establecen en H1, permite a los alumnos alcanzar mejores niveles de comprensión en las ideas fundamentales de inferencia estadística paramétrica. (Nivel de concreción Operativa)

3 Encuadre teórico y metodológico

Con respecto a su objetivo, este proyecto de investigación plantea el desarrollo de una secuencia de enseñanza desde la teoría de situaciones didácticas planteada por Brousseau (1986).

La teoría está sustentada en una concepción constructivista, en el sentido piagetiano del aprendizaje. Broseseau (1986) lo caracteriza de la siguiente manera:

“El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje” (p.59).

Brousseau (1999) denomina “situación” de un sujeto con cierto medio que determina a un conocimiento dado como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable.

Sostiene que algunas de estas situaciones requieren de la adquisición anterior de todos los conocimientos y esquemas necesarios, lo que comúnmente llamamos bagaje cultural o saberes previos) pero hay otras que ofrecen una posibilidad al sujeto para construir por sí mismos un conocimiento nuevo en un proceso genético, a partir de saberes previos.

Es así que la situación didáctica se establece como el conjunto de relaciones que se dan de manera implícita o explícita entre un grupo de alumnos, un entorno (que puede incluir materiales o instrumentos) y el profesor, con el fin de que los alumnos aprendan.

El armado de la situación didáctica plantea un modelo de interacción que conduce, desde el punto de vista metodológico, a la Ingeniería Didáctica en términos de Artigue (1995). Se trata del diseño y evaluación de secuencias de enseñanza de la matemática teóricamente fundamentadas, con la intención de provocar la emergencia de determinados fenómenos didácticos, al tiempo que se logra elaborar recursos para la enseñanza científicamente experimentados.

Como características principales de la ingeniería didáctica en su sentido originario se destacan:

- Está basada en intervenciones didácticas en clase, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza.
- La validación es esencialmente interna, fundada en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori (y no validación externa, basada en la comparación de rendimientos de grupos experimentales y de control).

Tomando a Godino (2014) en esta investigación se trabajará con una visión ampliada de la ingeniería didáctica, entendida como una clase específica de investigación basada en el diseño, en la que las herramientas teóricas que sirven de base en las distintas fases del proceso metodológico forman parte del enfoque ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos.

Las nociones de sistema de prácticas y configuración de objetos y procesos establecidos en Font y otros. (2013) permiten abordar los análisis epistemológicos y cognitivos en didáctica de la matemática según el marco del EOS. En particular, dan base para formular el problema epistémico (caracterización de los conocimientos institucionales) y cognitivo (conocimientos personales) en los siguientes términos:

- ¿Cuáles son las prácticas matemáticas institucionales, y las configuraciones de objetos y procesos activadas en dichas prácticas, necesarias para resolver un tipo de tarea matemática? (Significado institucional de referencia).
- ¿Qué prácticas, objetos y procesos matemáticos pone en juego el estudiante para resolver un tipo de tarea matemática? (Significado personal).

- ¿Qué prácticas personales, objetos y procesos implicados en las mismas, realizadas por el estudiante son válidas desde la perspectiva institucional? (Competencia, conocimiento, comprensión del objeto por parte del sujeto).

Una vez que se dispone de herramientas para abordar las cuestiones epistémicas y cognitivas se puede intentar responder cuestiones de diseño instruccional, relativas al proceso pretendido y a las reglas que condicionan su desarrollo. Las mismas tienen un carácter prospectivo (previo a la puesta en marcha), se completan con otras que siguen a la implementación (carácter retrospectivo).

Para proponer cambios fundamentados en un proceso instruccional es necesario explicitar los principios didácticos que sirven de fundamento, los cuales son introducidos en el EOS mediante la noción de idoneidad didáctica, desarrollada en Godino, Contreras y Font (2006). Dicha idoneidad se concibe como el criterio global de pertinencia (adecuación al proyecto de enseñanza) de un proceso de instrucción, cuyo principal indicador empírico es el grado de adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes y los significados institucionales pretendidos o implementados. La idoneidad supone la articulación coherente y equilibrada de las siguientes idoneidades parciales: epistémica, ecológica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional.

Los objetos matemáticos involucrados en la ingeniería didáctica que se pretende en esta investigación, persiguen la enseñanza y aprendizaje de conceptos de la estadística descriptiva que favorezcan el aprendizaje de las ideas fundamentales de la inferencia estadística paramétrica. Estas ideas son definidas y analizadas en Meyer (2005): Variabilidad de los datos; Población estadística; Frecuencias teóricas vs frecuencias empíricas, azar y regularidad estadística; Incertidumbre y determinismo en las formas de razonamiento cuantitativas; muestra al azar; y Técnicas empíricas vs métodos de la inferencia estadística.

Las mismas surgen de pensar el proceso de transposición didáctica y el análisis del contexto científico, la relación docente-alumno-saber enseñado, de la colección de errores conceptuales estadísticos detectados en diferentes contextos de la instrucción y la interpretación que realiza el colectivo de investigadores y formadores en educación de algunos conceptos estadísticos considerados claves para la formación de razonamientos estadísticos inferenciales, y de una naturaleza e importancia cuali-cuantitativa.

Se destaca en Meyer (2005) la consideración integral del proceso de formación del razonamiento inferencial estadístico inductivo a partir de determinados conceptos de la disciplina asociados a la estadística descriptiva.

Como se mencionó, esta investigación se basa en la visión ampliada de Ingeniería Didáctica trabajada por Godino y otros (2013). Se tienen en cuenta las dimensiones epistémica, ecológica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional en las fases de estudio preliminar, diseño, implementación y evaluación en un estudio de caso sobre enseñanza de la estadística descriptiva que favorezca el aprendizaje de las ideas fundamentales de la inferencia estadística paramétrica, en los alumnos de la cátedra de estadística de la FCE-UNL.

4 El concepto de “Población estadística” desde su dualidad unitaria-sistémica

Luego del análisis unitario del concepto a partir de distintos estudios exploratorios, nos propusimos realizar una reflexión teórica en el marco del EOS, cuyo objetivo es profundizar en la articulación de la complejidad asociada al objeto “población estadística” como un paso previo y necesario para poder superar la visión unitaria de éste, ya que a estas alturas del trabajo se lo considera con una dimensión compleja. Visto como una idea fundamental de la inferencia estadística paramétrica, creemos que acarrea una transversalidad con otros objetos involucrados en la estadística descriptiva e inferencial y es necesario reflexionar acerca de esta complejidad y su articulación.

La dualidad unitaria-sistémica, según Rondero y Font (2015), permite reformular la visión ingenua de que hay un mismo objeto matemático con distintas representaciones. Se sostiene que lo que hay es un sistema complejo de prácticas que permiten resolver problemas, en las que el objeto matemático no aparece directamente, lo que sí aparece son representaciones del objeto, diferentes definiciones, proposiciones y propiedades de este, procedimientos y técnicas que se aplican al mismo y argumentaciones sobre él.

Comenzaremos llamando I1, I2, I3, I4, I5 e I6 a los subsistemas de prácticas asociadas a las ideas fundamentales de la inferencia estadística paramétrica planteadas en Meyer (2005):

I1: Variabilidad

I2: Población estadística

I3: Frecuencias teóricas vs frecuencias empíricas. Azar y regularidad estadística

I4: Incertidumbre y determinismo en las formas de razonamiento cuantitativas

I5: Muestra al azar

I6: Técnicas empíricas vs. métodos de la inferencia estadística.

Cuyo esquema de relaciones se puede visualizar en la figura 1

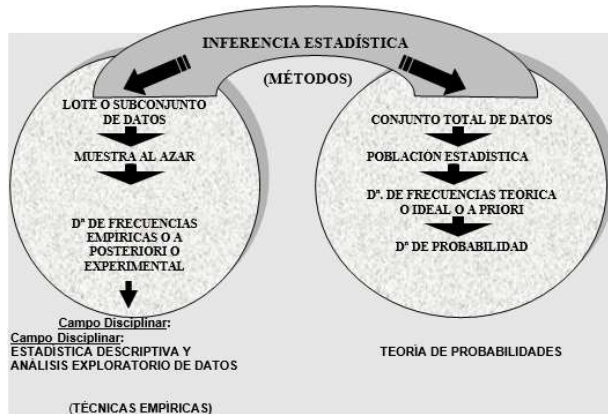


Figura 1. Esquema del proceso de formación en la Inferencia Estadística. Meyer (2005).

Cada uno tiene una configuración epistémica asociada y se establece la relación sistemática entre I2 (población estadística) y las demás Ii. El conjunto Ii conforma una configuración epistémica denominada “Inferencia estadística” (CEI).

Por otra parte, es necesario definir el subsistema de prácticas asociadas a los objetos matemáticos que se corresponden a los contenidos de estadística descriptiva. El conjunto de este subsistema es el que conformará la configuración epistémica “Estadística descriptiva” (CED). Denominaremos:

- D1 al objeto “muestra”. Se lo considera un objeto matemático que conlleva su complejidad ya que se relaciona directamente con las ideas fundamentales de la inferencia estadística como son:
 - I1, ya que de la variabilidad dependerá el tamaño adecuado de una muestra para estudiar la población estadística.
 - I2, por definirse como un subconjunto de ésta.
 - I3, porque permite la exploración de datos a partir de las muestras, pudiendo así desarrollar el concepto de “representatividad”.
 - I4, a partir de la distribución de frecuencia generada de la muestra y su comparación con la población lleva a interactuar con las ideas de la teoría de probabilidades.
 - I5, ya que permite poner en relevancia la representatividad de la muestra como consecuencia de la selección al azar.
 - I6: permite comprender el carácter empírico de las técnicas utilizadas en contraposición de los métodos inferenciales.

- D2 al objeto “presentación de información”. Conformado tanto por tablas como gráficos estadísticos adecuados, se relaciona con las ideas fundamentales de la inferencia estadística principalmente a través de la observación en los diferentes registros.
- D3 al objeto “Medida de tendencia central”. Configurado por los objetos: “media aritmética”, “mediana” y “modo”.
- D4 al objeto “Medida de variabilidad”. Configurado por los objetos: “Recorrido o rango”, “Varianza y desviación estándar” y “Coeficiente de variación”.
- D5 al objeto “Asimetría y forma de una distribución”. Configurado por dichos objetos.

Estos últimos tres objetos interaccionan de la siguiente manera, en sistemas de prácticas diferentes, con las ideas fundamentales:

I1, ya que de la variabilidad no sólo es posible dimensionarla con D4, sino observarla en la comparación de formas de las distribuciones, además que impacta en la representatividad de los objetos D3.

I2, I3 por perseguir D3, D4 y D5 una descripción sobre la población estadística y permitir la exploración de datos a partir de las muestras, permitiendo continuar desarrollo del concepto de “representatividad”.

I4, I5, I6 a partir de D3 y D4 relacionar los estadísticos muestrales y sus propiedades con los parámetros poblacionales, continuando con la interacción de las ideas de la teoría de probabilidades.

Las interacciones dentro de la configuración epistemológica “Descriptiva” se sustentarán en las ya concebidas en la mayoría de los libros de texto de estadística y se describirán más en detalle en la etapa de diseño de la secuencia de enseñanza.

En la figura 2 puede observarse cómo queda configurado el objeto “Población estadística”.

De esta manera, hemos planteado cómo la combinación de la dualidad unitaria- sistémica puede producir la emergencia de una referencia global sobre la cual se pueden realizar determinadas acciones. Esta referencia global en la actividad estadística se concreta en una configuración epistémica determinada. Por tanto, lo que se puede hacer con el objeto “población estadística” estará determinado por esta configuración.

Creemos que el introducir la reflexión sobre la dialéctica de la complejidad, hasta aquí presentada, en el proceso de enseñanza-aprendizaje nos permitirá generar criterios de calidad de un proceso de enseñanza-aprendizaje para dicho objeto.

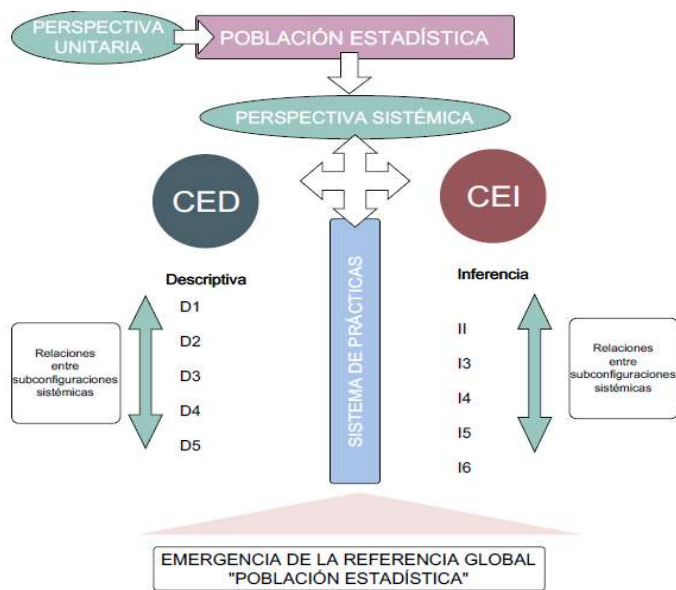


Figura 2. Articulación de la complejidad estadística de “Población estadística”.

En el sistema de prácticas, diseñado en la secuencia de enseñanza de la investigación, se relacionan los objetos establecidos en el concepto de población estadística, aquellos que se supone los estudiantes deben poner en juego al resolver las situaciones presentadas. Se puede visualizar en la tabla 1, dependiendo la presentación de las mismas. Por un lado se encuentran las Guías de Trabajo Autónomo (GTA) presentadas para un trabajo grupal en una clase de modalidad invertida y por otro Trabajos Prácticos (TP) presentados para un trabajo individual extra áulico y con una puesta en común de las resoluciones en clase.

Tabla 1. Objetos, correspondientes a la configuración sistémica de “Población estadística”, y su relación con el sistema de prácticas de la secuencia de enseñanza.

Tipo de recurso	Situaciones	D1	D2	D3	D4	D5	I1	I3	I4	I5	I6
GTA 1	2	X	X				X		X	X	
	3		X						X		X
	4	X	X					X	X	X	X
	5		X								X
	6		X								
	7		X							X	X
TP 1	1						X		X		
	2		X								
	3		X								

	5		X								X
	6		X							X	X
GTA 2	1	X	X	X	X	X					X
	2	X			X		X		X	X	X
	3	X					X	X		X	X
	4		X	X	X	X			X		X
TP 2	1			X	X		X		X		X
	2			X	X	X	X		X		X
	3				X		X		X		
	4		X	X	X	X	X	X			
	5			X	X	X				X	X
	6			X	X	X					
	7	X		X						X	

5 Consideraciones finales, limitaciones y líneas futuras de investigación

Tanto el análisis epistemológico unitario como el dual nos ha mostrado, a lo largo de la investigación, la complejidad que encierra la definición de población estadística. En un relevamiento de su tratamiento en libros de textos de nivel universitario, hemos detectado obstáculos didácticos que en algunos casos conllevan inconsistencias en el tratamiento de conceptos relacionados como el de distribuciones de probabilidad e inferencia. Por eso, creemos central que esta idea fundamental de la inferencia estadística paramétrica, enseñada en las primeras clases de estadística descriptiva, sea aprendida significativamente por los estudiantes, a partir de un sistema de prácticas coherente y potente.

Como es propio de las investigaciones orientadas al diseño instruccional es esperable que, en la aplicación de varios ciclos de investigación de la secuencia de enseñanza, ésta se vaya mejorando progresivamente. Sabemos que la investigación realizada en el primer ciclo puede no ser del todo adecuada, a pesar de que sea precedida de un estudio preliminar y de un análisis a priori. El análisis retrospectivo, en la implementación piloto que se realizó, ha sido esencial para poder introducir cambios fundamentados en una futura aplicación, que suponemos permitirá progresivamente obtener ingenierías más idóneas.

Será importante, como continuación de este trabajo, la elaboración de instrumentos que permitan arrojar luz acerca de los saberes que logren los estudiantes, a partir de la secuencia de enseñanza diseñada y en la continuidad curricular de la materia en general. En relación a esto, los autores de esta ponencia integran un proyecto de investigación más general, titulado “Identificación y caracterización de grupos de referencia institucional en los trayectos formativos basados en las competencias matemáticas de los estudiantes de ciencias económicas” el cual brindará un espacio para la continuidad esperada.

De manera más amplia, líneas de investigación sobre otras ideas fundamentales de la inferencia estadística paramétrica con un similar análisis desde el enfoque ontosemiótico seguramente podrán contribuir a revisiones futuras de lo presentado, ampliando miradas y reflexiones.

6 Referencias

Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En M. Artigue, R. Douady, L. Moreno y P. Gómez (Eds.). Ingeniería didáctica en la educación Matemática. “Una empresa docente”. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Batanero, C (2011). Del análisis de datos a la inferencia: Reflexiones sobre la formación del razonamiento estadístico. XIII Conferencia Interamericana de educación Matemática. Comité interamericano de educación matemática. España.

Behar Gutiérrez y Pere Grima Cintas (2001). Mil y una dimensiones del aprendizaje de la estadística. Revista Estadística Española Vol. 43, Núm. 148 págs. 189 a 207.

Brousseau G. (1986): Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática. Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Matemática Astronomía y Física, Serie B, Trabajos de Matemática, No. 19 (versión castellana 1993).

Brousseau, G (1999). Educación y didáctica de las matemáticas. Educación Matemática. México, noviembre de 1999.

Font, V., Godino, J. D. y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. Educational Studies in Mathematics, 82, 97–124.

Godino, J. D., Batanero, C., Contreras, A., Estepa, A., Lacasta, E. y Wilhelmi, M. (2013). La ingeniería didáctica como investigación basada en el diseño. Versión ampliada en español de la comunicación presentada en el

CERME 8 (Turquía, 2013) con el título, "Didactic engineering as design-based research in mathematics education".

Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 26 (1): 39-88. http://www.ugr.es/~jgodino/indice_eos.htm. Consultado: 10/07/22

Meyer, Roberto (2005, Septiembre 20). Funcionamiento didáctico del Saber. La inferencial estadística como metodología y la formación de formadores en educación. Tesis Doctoral en Educación. Universidad Católica de Santa Fe, Argentina.

Rondero, C. y Font, F. (2015). Articulación de la complejidad matemática de la media aritmética. Enseñanza de las Ciencias Revista de investigación y experiencias didácticas. DOI: 10.5565/rev/ensciencias.1386. https://www.researchgate.net/publication/279167419_Articulacion_de_la_complejidad_matematica_de_la_media_aritmetica Consultado: 10/07/22

Una Aplicación al Cálculo de Probabilidades: el Agrandamiento de las Familias

Caviezel Pablo – Ziberka Alejandro
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
pcaviezel@economicas.uba.ar – alejandroziberka@gmail.com

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Crecimiento, Demografía, Fecundidad, Población, Reproducción

Resumen

Como docentes de Estadística, es permanente la búsqueda de aplicaciones directas a hechos concretos de la realidad; no solo porque se trata de una inquietud permanente de los alumnos sino también para acercarlos lo más posible a la práctica profesional. En este trabajo se trata una aplicación al cálculo de probabilidades que, como se verá más adelante, es una estimación de una probabilidad. Puntualmente, se presenta una técnica demográfica conocida en este campo como el cálculo de las *probabilidades de agrandamiento de la familia*, indicador definido originalmente para el estudio de la fecundidad marital, que resulta clave para entender los cambios en la descendencia en sociedades que regulan su fecundidad. Es de uso relativamente extendido en las ciencias demográficas y su nivel de complejidad –tanto en desarrollos teóricos como en los cálculos mismos– hacen de esta técnica una actividad atractiva para compartir con alumnos. A lo largo de la ponencia, se presenta el método, se enumeran los supuestos de cálculo, se exploran las fuentes de datos necesarias para su cálculo y, a modo de ejemplo, se calculan las probabilidades de agrandamiento de la familia para dos momentos distintos del tiempo (año 2001 y año 2010) y para tres territorios diferentes: la provincia de Misiones (por ser aquella de mayor fecundidad), la provincia de Entre Ríos (por ser la provincia anfitriona de las jornadas donde este trabajo se expone) y la ciudad de Buenos Aires (por ser la jurisdicción con menor nivel de fecundidad).

1 Introducción

Se entiende por *natalidad* al fenómeno demográfico que va unido al nacimiento; es decir, a cada nacimiento con vida. Para la producción y compilación de estadísticas, la natalidad puede considerarse desde el punto de vista del individuo que nace (y entonces hablamos de natalidad, a secas) o bien desde el punto de vista de la mujer que da nacimiento a ese niño. Cuando el estudio se refiere principalmente a la capacidad biológica de una mujer de tener hijos, entonces se habla de fertilidad y en tal sentido se habla de una mujer fértil o de una mujer estéril; pero, en cambio, cuando el estudio refiere a la decisión de una mujer de tener hijos, entonces se habla de fecundidad y en este otro sentido una mujer es fecunda o infecunda, siendo la infecundidad una característica voluntaria (Pressat, 1983).

Se define al comportamiento reproductivo como el proceso de constitución de la descendencia, resultante de la voluntad de las parejas para fijar el número y esparcimiento de los nacimientos. Cuando las parejas recurren a la anticoncepción para tener el control tanto del calendario como de la intensidad de la fecundidad, el análisis de nacimientos por orden de rango es esencial para el estudio de la constitución de las familias (Mazzeo y Rosas, 2005; Hernández Espinosa, 1998).

El estudio estadístico de la fecundidad humana es muy complejo, debido a las distintas variables intervinientes en su descripción y, por ello, se han desarrollado distintas técnicas y distintos indicadores para su estadística descriptiva. Por otra parte, las fuentes de datos requeridas para la aplicación de estas técnicas no están exentas de errores no muestrales.

Se da comienzo al estudio de la fecundidad con la definición de las unidades de análisis y observación, el universo y las variables relevantes para su estudio. Así, la unidad de análisis es la mujer en su etapa fértil que, convencionalmente, se toma como período fértil al grupo etario 15-49 años cumplidos; es decir, desde el instante en que la mujer cumple 15 años hasta un instante antes de cumplir los 50 años de edad. Todas las mujeres son tenidas en cuenta en este universo, tanto las fértiles como las estériles, tanto las que decidan tener hijos como las que decidan no tenerlos. Cuando el estudio de fecundidad se hace en un territorio geográfico acotado, se considera aquél como el lugar de residencia habitual de las mujeres de este universo, independientemente del territorio donde ocurrió el nacimiento e independientemente también de la jurisdicción donde ese hijo se registre.

A los efectos de este trabajo, la variable aleatoria en cuestión será:

X = Número de hijos tenidos por una mujer a lo largo de su vida reproductiva

Se trata de una variable aleatoria discreta, cuyo dominio está formado por el conjunto de números naturales, incluido el cero. En particular, a la esperanza matemática de esta variable aleatoria se la llama *descendencia final*.

2 ¿Qué es la probabilidad de agrandamiento?

Llamemos a_0 a la proporción de mujeres en edad fértil que tienen por lo menos un hijo en toda su vida, a_1 a la proporción de mujeres en edad fértil y con un hijo que tienen por lo menos un hijo más en toda su vida, a_2 a la proporción de mujeres en edad fértil y con dos hijos que tienen por lo menos un hijo más en toda su vida, entonces será a_k la proporción de mujeres en edad fértil y con k hijos que agrandan su familia. Siguiendo la expresión de Louis Henry, quien introdujo esta noción, se hablará de *probabilidades de aumento* (Pressat, 1983, Brass, 1985).

El cálculo de las probabilidades de agrandamiento permite estudiar los niveles y tendencias de la fecundidad. Se realiza a partir de una cohorte de mujeres que han llegado al final de su vida reproductiva y se define como:

$$a_k = P(X \geq k + 1 / X \geq k) \quad (1)$$

En un régimen de fecundidad natural, α_0 expone la proporción de mujeres que tuvieron al menos un hijo y define, en contraposición y como complemento, la proporción de mujeres que no tuvieron hijos. Dicha variable constituye una medida de la esterilidad / infecundidad e informa los distintos patrones de comportamiento reproductivo. De acuerdo con Hernández Espinosa (1998), en poblaciones que no ejercen un control deliberado de sus nacimientos, la curva de probabilidades de crecimientos tiene una forma convexa hacia arriba. Cuando el control es generalizado, la curva es cóncava en los primeros órdenes. Una pendiente pronunciada indica la existencia de un tamaño preferido de familia.

A partir del concepto y la definición de las probabilidades de agrandamiento, se define la *descendencia final* como el número medio de hijos por mujer en la cohorte de que se trate y podemos calcularla como:

$$E(X) = a_0 + a_0 a_1 + a_0 a_1 a_2 + a_0 a_1 a_2 a_3 + \dots = \sum_0^{\infty} k P(X = k) \quad (2)$$

La serie de probabilidades de agrandamiento de la familia facilita el estudio de las diferentes etapas de la constitución de las familias, abstracción hecha del tiempo que tomó cada etapa. Así, cuando la fecundidad se modifica, el examen de las probabilidades de agrandamiento permite conocer cómo se efectuó dicha modificación.

Son múltiples los trabajos realizados con el fin de poner en práctica el método y evidenciando las probabilidades de distintos de grupos de estudio (véase, por ejemplo, Juárez, 1987; Juárez, Quilodrán y Zavala de Cosío, 1989; Torrado, 1993; Hernández Espinosa, 1998; Mazzeo, 2005; Govea Basch, Paitovi y Zuzek, 2013). La puesta en práctica puede resultar compleja en la elección de los datos y es necesario el establecimiento de supuestos para evitar posibles distorsiones que puedan generar distintos factores como restricciones de las fuentes de datos o características geográficas del lugar de nacimiento de las mujeres.

3 Datos y fuentes de datos

La fuente de datos ideal para el cálculo de las probabilidades de agrandamiento de las familias son los censos de población. Dado que en este trabajo se utilizarán los resultados definitivos de los censos del año 2001 y 2010, se considera pertinente mostrar las preguntas que a la sazón se hicieron y que nos permiten el cálculo de interés.

En el año 2001, se preguntó la edad cumplida y a las mujeres de 14 años o más se les preguntó si tuvo hijos o hijas nacidas vivas y, en caso de tenerlos, se indagó por ellos, por su supervivencia al momento del relevamiento y especialmente a las mujeres que completaron su ciclo reproductivo se les preguntó por la fecha de nacimiento

del último hijo nacido vivo. Esta pregunta no es necesaria para los cálculos de este trabajo, pero permiten estimaciones indirectas de la fecundidad de otra índole.

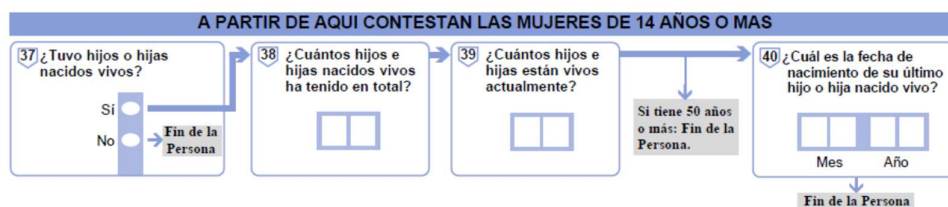


Figura 1. Bloque de fecundidad. Censo Nacional de Población, Hogares y Viviendas 2001

Las preguntas referidas a la fecundidad de las mujeres se hicieron en el año 2010 únicamente en un cuestionario llamado ampliado, que se administró a todas las localidades de menos de 50.000 habitantes, pero a una parte (muestra aleatoria de más del 10 % de unidades) de las localidades restantes. Aquí la edad se preguntó de dos maneras diferentes: como una pregunta directa y también indagando por la fecha de nacimiento. De esta manera, se supone que se pudo cotejar la información y ganar en lo que respecta a la calidad del dato relevado. El bloque de fecundidad no presentó grandes diferencias respecto de 2001.

A PARTIR DE AQUI CONTESTAN TODAS LAS MUJERES DE 14 AÑOS O MAS

Recuerde preguntar a las más jóvenes y a las solteras.

36 ¿Tuvo hijos o hijas nacidos vivos?

Sí

No → Fin de la entrevista para esta persona

37 ¿Cuántos hijos e hijas nacidos vivos tuvo en total?

Cantidad de hijos e hijas nacidos vivos:

38 ¿Cuántos hijos e hijas están vivos actualmente?

Cantidad de hijos e hijas que están vivos actualmente:

39 ¿Cuál es la fecha de nacimiento de su último hijo o hija nacido/a vivo/a?

Mes: Año:

Fin de la entrevista para esta persona

Figura 2. Bloque de fecundidad. Censo Nacional de Población, Hogares y Viviendas 2010

La calidad de las respuestas en los operativos censales es estudiada con minuciosidad antes de llevar adelante cualquier procesamiento estadístico que implique su utilización. El mismo INDEC publicó documentos de calidad

de la información para el año 2001 pero para la ronda 2010 no se encuentra disponible esa información (Muhafra, 2020). Un estudio de calidad para ese censo, especialmente en relación con la temática de fecundidad, ha sido abordado comparando la información proveniente de las estadísticas vitales con las proyecciones de población vigentes al momento, encontrándose que no había problemas significativos en los resultados globales del censo (Sacco, 2015).

4 Resultados

De acuerdo con la metodología indicada, se presenta a continuación los resultados del cálculo de las probabilidades de agrandamiento de las familias. Para todos los gráficos y las tablas, la fuente es elaboración propia sobre la base de INDEC, Censo Nacional de Población, Hogares y Viviendas 2001 (cuadro 8.2) y 2010 (cuadro P48).

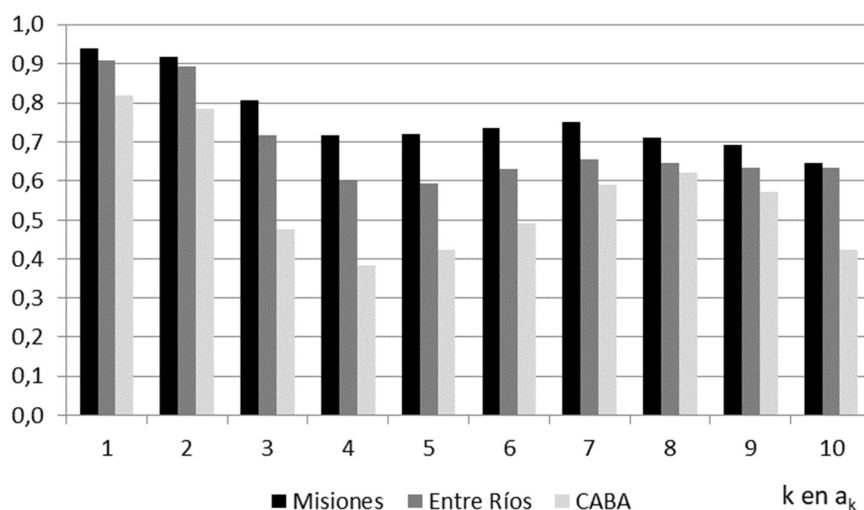


Gráfico 1. Probabilidades de agrandamiento de la familia. Provincia de Misiones, Provincia de Entre Ríos y Ciudad de Buenos Aires. Año 2001

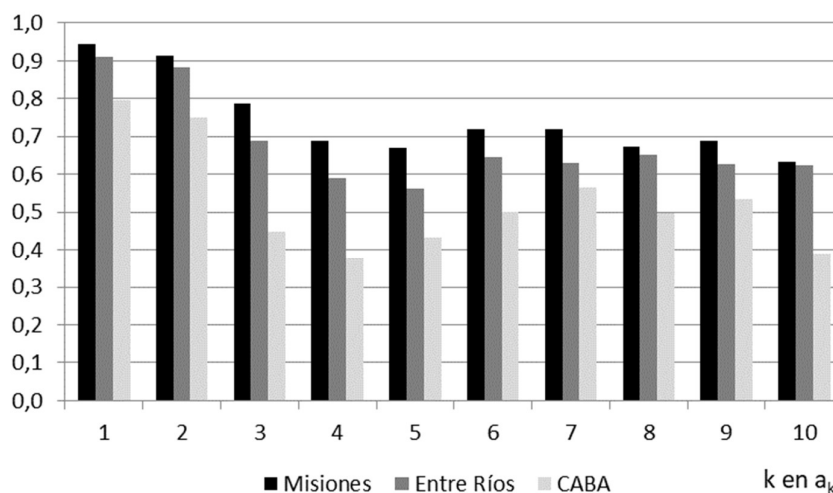


Gráfico 2. Probabilidades de agrandamiento de la familia. Provincia de Misiones, Provincia de Entre Ríos y Ciudad de Buenos Aires. Año 2010

A continuación, se presenta el resultado de los cálculos realizados y la notación utilizada.

X = cantidad de hijos nacidos vivos por las mujeres de 45 a 49 años

f = cantidad de mujeres de 45-49 años con exactamente k hijos nacidos vivos

F = cantidad de mujeres de 45-49 años con al menos k hijos nacidos vivos

$P(X = k)$ = probabilidad de que una mujer de 45-49 años tenga exactamente k hijos nacidos vivos.

DP = distribución porcentual de mujeres de 45-49 años según hijos nacidos vivos

a_k = probabilidad de que una mujer de 45-49 años que tiene k hijos tenga más hijos

DF = descendencia final

Tabla 1. Probabilidad de agrandamiento de las familias. Provincia de Misiones. Año 2001

k	f	F	$P(X = k)$	DP	$a_k = P(X \geq k+1 / X \geq k)$	$a_0 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n$
0	1.305	21.699	0,0601	6,0%	0,9399	0,9399
1	1.702	20.394	0,0784	7,8%	0,9165	0,8614
2	3.621	18.692	0,1669	16,7%	0,8063	0,6945
3	4.272	15.071	0,1969	19,7%	0,7165	0,4977
4	3.024	10.799	0,1394	13,9%	0,7200	0,3583
5	2.067	7.775	0,0953	9,5%	0,7341	0,2631
6	1.425	5.708	0,0657	6,6%	0,7504	0,1974
7	1.238	4.283	0,0571	5,7%	0,7110	0,1403
8	934	3.045	0,0430	4,3%	0,6933	0,0973
9	745	2.111	0,0343	3,4%	0,6471	0,0630
10	1.366	1.366	0,0630	6,3%		
Total	21.699		1	100,0%	DF =	4,11

Tabla 2. Probabilidad de agrandamiento de las familias. Provincia de Entre Ríos. Año 2001

k	f	F	P(X=k)	DP	$a_k = P(X \geq k+1 / X \geq k)$	$a_0 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n$
0	2.885	31.340	0,0921	9,2%	0,9079	0,9079
1	3.056	28.455	0,0975	9,8%	0,8926	0,8104
2	7.163	25.399	0,2286	22,9%	0,7180	0,5819
3	7.234	18.236	0,2308	23,1%	0,6033	0,3511
4	4.466	11.002	0,1425	14,3%	0,5941	0,2086
5	2.422	6.536	0,0773	7,7%	0,6294	0,1313
6	1.416	4.114	0,0452	4,5%	0,6558	0,0861
7	958	2.698	0,0306	3,1%	0,6449	0,0555
8	635	1.740	0,0203	2,0%	0,6351	0,0353
9	406	1.105	0,0130	1,3%	0,6326	0,0223
10	699	699	0,0223	2,2%		
Total	31.340		1	100,0%	DF =	3,19

Tabla 3. Probabilidad de agrandamiento de las familias. Ciudad de Buenos Aires. Año 2001

k	f	F	P(X=k)	DP	$a_k = P(X \geq k+1 / X \geq k)$	$a_0 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n$
0	16.983	93.903	0,1809	18,1%	0,8191	0,8191
1	16.663	76.920	0,1774	17,7%	0,7834	0,6417
2	31.581	60.257	0,3363	33,6%	0,4759	0,3054
3	17.658	28.676	0,1880	18,8%	0,3842	0,1173
4	6.346	11.018	0,0676	6,8%	0,4240	0,0498
5	2.369	4.672	0,0252	2,5%	0,4929	0,0245
6	940	2.303	0,0100	1,0%	0,5918	0,0145
7	517	1.363	0,0055	0,6%	0,6207	0,0090
8	363	846	0,0039	0,4%	0,5709	0,0051
9	278	483	0,0030	0,3%	0,4244	0,0022
10	205	205	0,0022	0,2%		
Total	93.903		1	100,0%	DF =	1,99

Tabla 4. Probabilidad de agrandamiento de las familias. Provincia de Misiones. Año 2010

k	f	F	P(X=k)	DP	$a_k = P(X \geq k+1 / X \geq k)$	$a_0 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n$
0	1.575	28.606	0,0551	5,5%	0,9449	0,9449
1	2.308	27.031	0,0807	8,1%	0,9146	0,8643
2	5.284	24.723	0,1847	18,5%	0,7863	0,6795
3	6.071	19.439	0,2122	21,2%	0,6877	0,4673
4	4.414	13.368	0,1543	15,4%	0,6698	0,3130
5	2.519	8.954	0,0881	8,8%	0,7187	0,2250
6	1.803	6.435	0,0630	6,3%	0,7198	0,1619
7	1.516	4.632	0,0530	5,3%	0,6727	0,1089
8	969	3.116	0,0339	3,4%	0,6890	0,0751
9	787	2.147	0,0275	2,8%	0,6334	0,0475
10	1.360	1.360	0,0475	4,8%		
Total	28.606		1	100,0%	DF =	3,89

Tabla 5. Probabilidad de agrandamiento de las familias. Provincia de Entre Ríos. Año 2010

k	f	F	P(X=k)	DP	$a_k = P(X \geq k+1 / X \geq k)$	$a_0 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n$
0	3.152	35.018	0,0900	9,0%	0,9100	0,9100
1	3.700	31.866	0,1057	10,6%	0,8839	0,8043
2	8.742	28.166	0,2496	25,0%	0,6896	0,5547
3	7.946	19.424	0,2269	22,7%	0,5909	0,3278
4	5.007	11.478	0,1430	14,3%	0,5638	0,1848
5	2.290	6.471	0,0654	6,5%	0,6461	0,1194
6	1.546	4.181	0,0441	4,4%	0,6302	0,0752
7	915	2.635	0,0261	2,6%	0,6528	0,0491
8	642	1.720	0,0183	1,8%	0,6267	0,0308
9	405	1.078	0,0116	1,2%	0,6243	0,0192
10	673	673	0,0192	1,9%		
Total	35.018		1	100,0%	DF =	3,08

Tabla 6. Probabilidad de agrandamiento de las familias. Ciudad de Buenos Aires. Año 2010

k	f	F	P(X=k)	DP	$a_k = P(X \geq k+1 / X \geq k)$	$a_0 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n$
0	18.052	89.206	0,2024	20,2%	0,7976	0,7976
1	17.791	71.154	0,1994	19,9%	0,7500	0,5982
2	29.490	53.363	0,3306	33,1%	0,4474	0,2676
3	14.881	23.873	0,1668	16,7%	0,3767	0,1008
4	5.100	8.992	0,0572	5,7%	0,4328	0,0436
5	1.946	3.892	0,0218	2,2%	0,5000	0,0218
6	848	1.946	0,0095	1,0%	0,5642	0,0123
7	551	1.098	0,0062	0,6%	0,4982	0,0061
8	255	547	0,0029	0,3%	0,5338	0,0033
9	178	292	0,0020	0,2%	0,3904	0,0013
10	114	114	0,0013	0,1%		
Total	89.206		1	100,0%	DF =	1,85

Además, como información adicional, se procede a mostrar lo que usualmente se llama en demografía el *celibato*; es decir, la proporción de mujeres sin hijos (y que no tendrán más hijos en su vida).

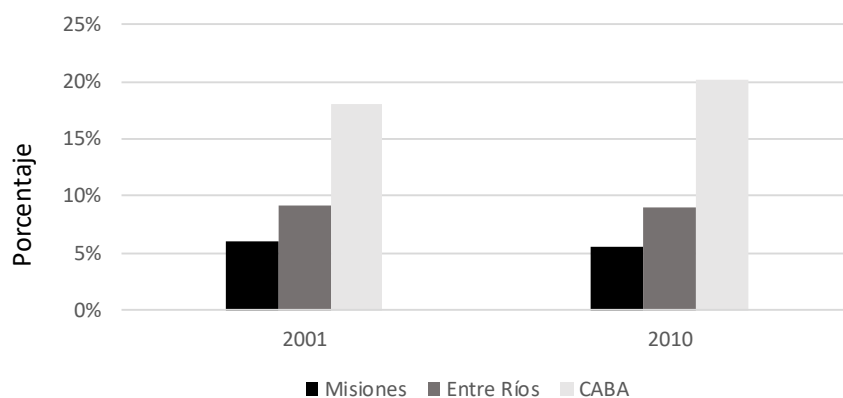


Gráfico 3. Porcentaje de mujeres sin hijos. Provincia de Misiones, Provincia de Entre Ríos y Ciudad de Buenos Aires. Años 2001 y 2010

5 Conclusiones y trabajos futuros

El ejemplo presentado para tres jurisdicciones puede completarse para las restantes del país, aun cuando no fuera el objetivo primordial de este trabajo caracterizar el perfil de la fecundidad de la Argentina según provincia. Por otra parte, se esperan aún los resultados definitivos del Censo 2022 con los cuales se podrán continuar las series y observar la evolución de la fecundidad. En términos de mayor cantidad de indicadores, si se realizara un análisis en conjunto de la descendencia final y la edad media de las mujeres en cada rango de edad, se podría calcular la edad promedio a la que las mujeres dejaron de tener hijos y completaron su familia. Esto propiciaría el conocimiento sobre los cambios en los patrones y en el *tempo* de fecundidad como así también en el tamaño ideal de la familia.

Resulta útil dejar un enunciado de un ejercicio de aplicación a disposición para que se pueda usar como modelo por los docentes interesados en enriquecer las aplicaciones prácticas de la asignatura Estadística.

EJERCICIO DE APLICACIÓN

Se dispone para el total del país de la distribución de mujeres de 45 a 49 años según el número de hijos vivos tenidos a lo largo de toda su vida, de acuerdo con los resultados definitivos del Censo Nacional de Población, Hogares y Viviendas 2010.

N° de hijos	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cantidad de mujeres	107.883	134.538	297.253	246.618	142.014	73.447	41.348	29.229	18.206	11.789	16.824

Se pide:

- a) Calcule la proporción de mujeres de 45 a 49 años que no tuvieron hijos.
- b) Presente las probabilidades de agrandamiento de las familias.

Respuestas:

- a) 0,0964
- b)

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ak	0,90360	0,86696	0,66095	0,57441	0,57335	0,61514	0,64779	0,61565	0,61114	0,58798

Referencias

Brass W. (1985). *Advances in Methods for Estimating Fertility and Mortality from Limited and Defective Data*. London: Centre for Population Studies, London School of Hygiene and Tropical Medicine.

Govea Basch, J., Paitovi, I. & Zuzek, C. (2013). Una aproximación a los regímenes de nupcialidad en cinco contextos de fecundidad. XII Jornadas Argentinas de Estudios de Población. Bahía Blanca.

Hernández Espinosa, P. (1998). Las probabilidades de agrandamiento de la familia y la fecundidad por orden de nacimiento en Sonora, según los censos de 1980 y 1990. *Papeles de Población*, número 015, Universidad Autónoma de México, pp. 145-175.

Juárez, F. (1987). Probabilidades censales de agrandamiento de las familias: niveles y tendencias de la fecundidad en América Latina. *Notas de Población*, año XV, número 43, Santiago de Chile, pp. 9-24.

Juárez, F., Quilodrán, J., & Zavala de Cosío, M. E. (1989). De una fecundidad natural a una controlada. México, 1950-1980. *Estudios Demográficos y Urbanos*, 4(1), 5–51. <https://doi.org/10.24201/edu.v4i1.702>.

Mazzeo, V. y Rosas, C. (2005). Reproducción de la población y comportamiento reproductivo. Dos dimensiones de un mismo fenómeno. VIII Jornadas Argentinas de Estudios de Población. Tandil.

Muhafra, S. (2020). Análisis de la fecundidad diferencial en ámbitos rurales y urbanos. Argentina 2010. Tesis de Maestría en Demografía Social. Universidad Nacional de Luján.

Pressat, R. (1983). *El análisis demográfico. Métodos, resultados, aplicaciones*. México: Ed. Fondo de Cultura Económica.

Sacco, N. (2015). ¿Cierran los números con la gente adentro? Evaluación, análisis y perspectivas del Censo Nacional de Población, Hogares y Viviendas de la Argentina de 2010. Conicet. Buenos Aires.

Torrado, S. (1993). *Procreación en la Argentina. Hechos e ideas*. Buenos Aires: Ediciones de la Flor.

El Clasificador Probabilístico. Bayes Ingenuo

Gherzi Liliana

Facultad: Ciencias Económicas Universidad de Buenos Aires

e-mail: lghersi@econ.uba.ar

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Clasificador probabilístico. Bayes Ingenuo. Naive Bayes

Resumen

Las técnicas de minería de datos, son algoritmos que provienen de la estadística y la inteligencia artificial, y el término clave para definir a la minería de datos es el de Descubrimiento al cual se lo define comúnmente como la detección de algo nuevo.

Los referidos algoritmos se aplican sobre un conjunto de datos observados a los efectos de obtener patrones interesantes desconocidos hasta el momento, como pueden ser el análisis de cluster, la detección de anomalías o bien reglas de asociación.

Ahora bien, un clasificador probabilístico o regla que asigna una clase a un valor muestral, es un clasificador que puede predecir para una observación de entrada dada, una distribución de probabilidad sobre un conjunto de clases, en lugar de generar la clase modal a la cual debería pertenecer la observación.

Particularizando, un clasificador NAIVE BAYES o dicho de otra manera clasificador BAYESIANO INGENUO, es un clasificador probabilístico que se fundamenta en el teorema de Bayes incorporando hipótesis simplificadoras. Debido a que estos supuestos simplificadores generalmente hacen referencia a la Independencia entre las Variables Predictoras, es que se lo denomina Naives o Ingenuo.

En la independencia de las variables predictoras, radica la ventaja de este predictor, puesto que con solo una cantidad reducida de datos de entrenamientos es suficiente para estimar la esperanza y varianza de las variables que permiten la clasificación, dicho de otra manera no se necesita determinar la matriz de covarianzas.

1ª) Desarrollo:

Tal como se comentara en el Resumen de este trabajo, un clasificador NAIVE BAYES o bien un clasificador BAYESIANO INGENUO, es un clasificador probabilístico que se fundamenta en el teorema de Bayes incorporando hipótesis simplificadoras en el mismo. Dichos supuestos simplificadores, por lo general, hacen referencia a la Independencia entre las Variables Predictoras, y es por tal motivo que se lo denomina Naives o Ingenuo.

A partir de las características observadas en las variables predictoras, se asigna probabilidades de pertenencia en las diversas clases, al evento en estudio. Y se elige aquella clase que arroja la mayor probabilidad o sea el más verosímil. Los valores observados en las variables predictoras no ven alterados los valores de probabilidad por la presentación o no de los valores restantes. Aquí radica el supuesto fundamental que se introduce en el teorema de Bayes, supuesto de independencia probabilística entre dichas variables predictoras.

Cabe consignar, que el teorema de Bayes se basa en dos colecciones exhaustivas, una la de las causas y la otra la de los efectos. Aquí las variables predictoras solamente remiten a la independencia estocástica entre las mismas.

Si se denota con $C = \{C_1; C_2; \dots; C_k\}$ la variable en la cual será asignado el evento observado (o posible); y sean las variables predictoras:

$$F_i = \{F_{i1}; F_{i2}; \dots; F_{in_i}\} 1 < i \leq m \quad (1)$$

Donde m indica la cantidad de variable predictoras, si se aplica el teorema de Bayes, se tiene que:

$$P(C_j/F_1; F_2; \dots; F_m) = \frac{P(C_j \cap (F_1; F_2; \dots; F_m))}{P(F_1; F_2; \dots; F_m)} \quad (2)$$

$$P(C_j/F_1; F_2; \dots; F_m) = \frac{P(C_j)P(F_1; F_2; \dots; F_m/C_j)}{P(F_1; F_2; \dots; F_m)} \quad (3)$$

$$P(C_j/F_1; F_2; \dots; F_m) = \frac{P(C_j)P(F_1/C_j)P(F_2; \dots; F_m/C_j; F_1)}{P(F_1; F_2; \dots; F_m)} \quad (4)$$

$$(C_j/F_1; F_2; \dots; F_m) = \frac{P(C_j)P(F_1/C_j)P(F_2/C_j; F_1)P(F_2; \dots; F_m/C_j; F_1; F_2)}{P(F_1; F_2; \dots; F_m)} \quad (5)$$

Y así sucesivamente, recorriendo todas variables predictoras, de manera tal que:

$$P(C_j/F_1; F_2; \dots; F_m) = \frac{P(C_j)P(F_1/C_j)P(F_2/C_j; F_1) \dots P(F_m/C_j; F_1; F_2; \dots; F_{m-1})}{P(F_1; F_2; \dots; F_m)} \quad (6)$$

Y si se aplican los supuestos de independencia estocástica entre las variables $F_i; 1 < i \leq m$, se tiene que:

$$P(C_j/F_1; F_2; \dots; F_m) = \frac{P(C_j)P(F_1/C_j)P(F_2/C_j) \dots P(F_m/C_j)}{P(F_1; F_2; \dots; F_m)} \quad (7)$$

$$P(C_j/F_1; F_2; \dots; F_m) = \frac{P(C_j) \prod_{i=1}^m P(F_i/C_j)}{P(F_1; F_2; \dots; F_m)} = P(C_j) \prod_{i=1}^m P(F_i/C_j) \frac{1}{P(F_1; F_2; \dots; F_m)} \quad (8)$$

Y como el factor cociente de entre los $m+2$ factores, resulta ser constante cuando se conocen los valores $F_i, \forall i/1 \leq i \leq m$, se puede asumir que el valor máximo depende de los primeros $m+1$ factores y es posible elegir aquel conjunto de valores que realice la siguiente expresión:

$$\max_j (P(C_j) \prod_{i=1}^m P(F_i/C_j)) \quad (9)$$

Ejemplo 1 Caso Discreto:

Una empresa de turismo, desea ofrecer un nuevo destino turístico enraizado en la cultura de pueblos ancestrales del país donde la misma tiene mayoritariamente su actividad; y, desea contactarse principalmente con aquellos clientes que sean más proclives a decidirse por dicho destino durante el próximo periodo vacacional.

Para ello toma en cuenta datos recolectados sobre 45 clientes, y que considera que hacen a las variables predictoras más confiables para basarse en la decisión a tomar.

Variables Predictoras: Edad, Género, Mayor Nivel de Estudios Transitado, Profesión, Tipo de Destino Preferencial, Tipo de Ubicación del Destino Preferencial.

Variable clasificadora: Elección con Anterioridad del Tipo de Destinos Semejantes.

Clases: Elige Destino Nuevo; No Elige Destino Nuevo

Tablas de datos procesados:

Tabla 1: Tabla de Probabilidad Marginal de la Variable Clasificadora

Eligió con anterioridad destinos semejantes		Cantidad	Probabilidad
si	1	27	0,600000
no	2	18	0,400000

Tabla 2: Tabla de Probabilidad de Género, Condicionada por la Variable Clasificadora

		Eligió con anterioridad destinos semejantes		Probabilidad Condicionada	
		Si	No	Si	No
Género	1	17	5	0,62962963	0,27777778
	2	10	13	0,37037037	0,72222222

Obsérvese, entonces que la probabilidad condicionada por la variable clasificadora en la modalidad eligió destinos semejantes, Femenino, resulta ser:

$$P(FEMENINO/EDN) \approx 0,629 (10)$$

Obsérvese, entonces que la probabilidad condicionada por la variable clasificadora en la modalidad no eligió destinos semejantes, Masculino, resulta ser:

$$P(MASCULINO/EDN) \approx 0,37 (11)$$

Y como es de esperar la suma de ambas probabilidades condicionadas cumple con la ley de cierre, resultando uno.

Tabla 3: Tabla de Probabilidad de Edad, Condicionada por la Variable Clasificadora

		Elegió con anterioridad destinos semejantes		Probabilidad Condicionada	
		Si	No	Si	No
Edad					
Joven (menos de 30)	1	12	5	0,444444444	0,277777778
Adulto (mas de 30 menos de 60)	2	5	6	0,185185185	0,333333333
Adulto mayor (mas de 60 menos de 90)	3	8	7	0,296296296	0,388888889
Longevo (mas de 90)	4	2	0	0,074074074	0

Obsérvese, entonces que la probabilidad condicionada por la variable clasificadora en la modalidad eligió destinos semejantes, de Longevo, resulta ser:

$$P(LONGEVO/EDN) \approx 0,074 \text{ (12)}$$

Obsérvese, entonces que la probabilidad condicionada por la variable clasificadora en la modalidad no eligió destinos semejantes, de Longevo, resulta ser:

$$P(LONGEVO/NEDN) \approx 0 \text{ (13)}$$

Y como es de esperar la suma de ambas probabilidades condicionadas no cumple con la ley de cierre, no resulta ser igual a uno, ya que no conforman el espacio muestral dichos eventos condicionados.

Tabla 4: Tabla de Probabilidad de Mayor Nivel de Estudios (Transitado), Condicionada por la Variable Clasificadora

		Elegió con anterioridad destinos semejantes		Probabilidad Condicionada	
		Si	No	Si	No
Mayor Nivel Estudios (transitado)					
Ninguno	0	0	1	0	0,055555556
Primario	1	1	0	0,037037037	0
Secundario	2	4	8	0,148148148	0,444444444
Terciario	3	7	3	0,259259259	0,166666667
Universitario	4	11	5	0,407407407	0,277777778
Pos Universitario	5	4	1	0,148148148	0,055555556

Obsérvese, entonces que la probabilidad condicionada por la variable clasificadora en la modalidad eligió destinos semejantes, del mayor nivel estudios transitados universitario, resulta ser:

$$P(UNI/EDN) \approx 0,407 \text{ (14)}$$

Obsérvese, entonces que la probabilidad condicionada por la variable clasificadora en la modalidad no eligió destinos semejantes, del mayor nivel estudios transitados universitario, resulta ser:

$$P(UNI/NEDN) \approx 0,277 (15)$$

Y como es de esperar la suma de ambas probabilidades condicionadas no cumple con la ley de cierre, no resulta ser igual a uno, ya que no conforman el espacio muestral dichos eventos condicionados. Obsérvese que si se hubiesen tomados todos los eventos condicionados por la situación eligió destinos semejantes o bien hubiesen tomados todos los eventos condicionados por la situación no eligió destinos semejantes, en ambas eventualidades agregadas separadamente las medidas de sus expectativas correspondientes, arrojan el valor uno en cada caso.

Tabla 5: Tabla de Probabilidad de Profesión, Condicionada por la variable clasificadora

		Eligió con anterioridad destinos semejantes		Probabilidad Condicionada	
		Si	No	Si	No
Desempleado	1	0	1	0	0,055555556
Asalariado	2	12	10	0,444444444	0,555555556
Actividad Independiente	3	12	5	0,444444444	0,277777778
Empresario	4	3	2	0,111111111	0,111111111

Nuevamente observar, qué situaciones condicionadas conforman un espacio muestral para verificar que se logra la ley de cierre en cada una de ellas.

Tabla 6: Tabla de Probabilidad de Tipo de Destino Preferencial, Condicionada por la Variable Clasificadora

		Elegió con anterioridad destinos semejantes		Probabilidad Condicionada	
Tipo de Destino Preferencial		Si	No	Si	No
Marítimo	1	5	7	0,185185185	0,388888889
Metropolis	2	7	4	0,259259259	0,222222222
Montañoso	3	6	3	0,222222222	0,166666667
Lacustre	4	5	1	0,185185185	0,055555556
Serrano	5	4	3	0,148148148	0,166666667

A continuación, se presenta la última tabla de probabilidades condicionada por la variable clasificadora. Debe tenerse en cuenta que son seis las variables seleccionadas para el estudio presente.

Tabla 7: Tabla de Probabilidad de Tipo de Ubicación , Condicionada por la Variable Clasificadora

		Elegió con anterioridad destinos semejantes		Probabilidad Condicionada	
Tipo de Ubicación		Si	No	Si	No
En el país de residencia	1	13	10	0,481481481	0,555555556
Fuera del país de residencia	2	14	8	0,518518519	0,444444444

Aplicando el Clasificador Naive Bayes, que se vuelve a citar pero aplicado a las variables consideradas en el ejemplo:

$$\text{máximo}\{P(EDN) \prod_{i=1}^6 P(F_i./EDN); P(NEDN) \prod_{i=1}^6 P(F_i./NEDN)\} \quad (16)$$

se arriba a la información que será insumo para la toma de decisiones. Dicha información es la generada por la probabilidad a posteriori si el cliente eligió con anterioridad destinos semejantes.

Tabla 8: Probabilidades a Posteriori Condicionadas Por Elección/o No Elección de Destinos Semejantes
Clasificación Naive Bayes

Cliente	Edad	Genero	Mayor Nivel Estudios (transitado)	Profesión	Destino Preferencial	Ubicación	Eligio con anterioridad destinos semejantes	Probabilidad a Posteriori	Maximo Verosimil
PC1	0,44444444	0,37037037	0,40740741	0,44444444	0,22222222	0,51851852	0,6 si	0,00206	0,00206
PC1	0,27777778	0,72222222	0,27777778	0,55555556	0,16666667	0,44444444	0,4 no	0,00092	
PC2	0,18518519	0,62962963	0,14814815	0,44444444	0,18518519	0,48148148	0,6 si	0,00041	0,00099
PC2	0,33333333	0,27777778	0,44444444	0,27777778	0,38888889	0,55555556	0,4 no	0,00099	
PC3	0,2962963	0,37037037	0,14814815	0	0,18518519	0,48148148	0,6 si	0	1,1E-05
PC3	0,38888889	0,72222222	0,05555556	0,05555556	0,05555556	0,55555556	0,4 no	1,1E-05	
PC4	0,07407407	0,62962963	0,25925926	0,11111111	0,14814815	0,48148148	0,6 si	5,8E-05	5,8E-05
PC4	0	0,27777778	0,16666667	0,11111111	0,16666667	0,55555556	0,4 no	0	
PC5	0,2962963	0,62962963	0,44444444	0,44444444	0,25925926	0,51851852	0,6 si	0,00173	0,00173
PC5	0,38888889	0,27777778	0,05555556	0,27777778	0,22222222	0,44444444	0,4 no	6,6E-05	
PC6	0,18518519	0,62962963	0	0	0,14814815	0,51851852	0,6 si	0	8,5E-06
PC6	0,33333333	0,27777778	0,05555556	0,05555556	0,16666667	0,44444444	0,4 no	8,5E-06	

Debido que siendo el cliente 1, la probabilidad condicionada respecto de si elige o no elige destino nuevo (probabilidad a posteriori), resulta se mayor para el caso que elige destino, la decisión sobre dicho cliente referida a la clase de pertenencia es, que elige destino nuevo

$$P(EDN/PC1) \approx 0,00206 \quad (17)$$

$$P(NEDN/PC1) \approx 0,00092 \quad (18)$$

Ejemplo 2 Caso Continuo:

Una Institución Deportiva está realizando un estudio para formar equipos deportivos y necesita clasificar por genero a los postulantes. Para ello toma datos de 10 de sus jugadores del deporte para el cual se está realizando la selección.

Variables Predictoras: Peso, Altura y Talla del Pie.

Variable Clasificadora: Género

Los valores obtenidos a partir de los jugadores, se presentan en las siguientes tablas:

Tabla 9: Valores de Parámetros Estimados Para las Distribuciones de las Variables Predictoras

	Media Muestral	Dispersion Muestral	Media Muestral	Dispersion Muestral	Media Muestral	Dispersion Muestral
hombre	1,805	0,015	84	2,915475947	42,5	1,118033989
mujer	1,6725	0,045483513	64,25	3,34477204	36,75	0,829156198

De la observación surgen los siguientes valores:

Tabla 10: Valores Observados para Aplicar el Decisor Bayes

Género	Altura (metros)	Peso (KGS)	Número de Pie(cm)
Observado	1,69	63,59	36,5

Los valores resultantes se detallan en la tabla que a continuación se presenta:

Tabla 11: Probabilidades a Posteriori Condicionadas Por Género Clasificación Naive Bayes

P(hombre)=P(mujer):			0,5		
	Probabilidades a Priori			Probabilidad a Posteriori	Máximo Verosímil
hombre	8,82619E-15	1,2746E-12	4,01256E-08	2,26E-34	5,23E-02
mujer	0,649790454	4,22E-01	0,3815123	5,23E-02	

Por lo tanto la clasificación a asignar a la observación del proceso realizado corresponde al genero “mujer” ya que:

$$P(\text{Mujer}/\text{Observado}) \approx 5,23\text{E} - 02 \text{ (19)}$$

$$P(\text{Hombre}/\text{Observado}) \approx 2,2\text{E} - 38 \text{ (20)}$$

Considero oportuno puntualizar que en ambos ejemplos, la decisión se toma a partir de la *probabilidad máxima verosímil*.

Para finalizar, cito nuevamente, lo expresado en el ultimo párrafo del resumen: en la *independencia de las variables predictoras*, radica la ventaja de este predictor, puesto que con solo una cantidad reducida de datos de entrenamientos es suficiente para estimar la esperanza y varianza de las variables que permiten la clasificación, dicho de otra manera no se necesita determinar la matriz de covarianzas.

2°) Conclusiones

El tiempo seguramente, permitirá un conocimiento más profundo del Decisor Ingenuo Bayes, ya que a la luz de la experimentación y de la aplicación de este en las diversas áreas del conocimiento se podrá realimentar el cuerpo del conocimiento particular.

Concomitantemente, es altamente probable que aparezcan otras cuestiones de la estadística que a la luz de la minería se vean interpeladas y por lo tanto repensadas generando un cuerpo del conocimiento específico más amplio; bajo esta suposición seguir buceando estas cuestiones es un tema al cual estaré abocada en un futuro cercano.

Es necesario, que en los tiempos que estamos transitando, se tenga una actitud abierta a los cambios y a los replanteos que seguramente devienen de dichos cambios. La Incertidumbre hoy es un tema insoslayable en todo abordaje que tenga como objetivo el conocimiento y particular el científico.

3°) Referencias

Sosa Escudero, W. (2014) *Que es (y que no es) la Estadística*, Siglo Veintiuno

Sosa Escudero, W. (2019) *Big Data*, Siglo Veintiuno

Stigler, S. (2016) *The Seven Pillars of Statistical Wisdom*, Cambridge, Harvard University Press.

Hastie, T, Tibshirani, R, y Friedman, J (2009), *The Elements of Statistical Learning Data Mining, Inference and Prediction*, Springer.

https://hmong.es/wiki/Probabilistic_classification (2022)

https://es.wikipedia.org/wiki/Miner%C3%ADa_de_datos (2020)

El Valor Agregado Bruto a Precios Básicos de la República Argentina como Pronóstico de Modelos Estadísticos de Series de Tiempo

Belcastro Nilda E. – Bogoni Gladys S.

Delegación Comodoro Rivadavia Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de la Patagonia
San Juan Bosco

nildabfce@gmail.com – gladysbogoni@gmail.com

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Series de tiempo, Series cronológicas, Valor agregado bruto, ARIMA, R

Resumen

El presente trabajo se inscribe en el Proyecto de Investigación Interno N°5/19 “Modelos Estadísticos de Series de Tiempo, aplicados a Economía como pronósticos del valor agregado Bruto de Argentina” de la FCE-UNPSJB, Delegación Comodoro Rivadavia. Observatorio Estadística OEFCE.

En el mismo nos centraremos en el estudio de la serie de tiempo del Valor Agregado Bruto a precios básicos (VABpb) de Argentina 2004 al segundo trimestre 2018 y su pronóstico, utilizando un modelo ARIMA desarrollado con R.

El valor agregado bruto (VAB) se define como el valor de la producción menos el valor del consumo intermedio, y es una medida de la contribución al PIB hecha por cada unidad de producción, industria o sector. (INDEC, 2018)

En la planificación económica del país se necesita conocer los posibles valores futuros del VAB, para lo que se utilizan los métodos estadísticos de Modelos de Series de Tiempo.

“El uso de un programa de computación estadístico es importante tanto en la ciencia básica como en la aplicada, por sus posibilidades de automatización de los complejos cálculos estadísticos para el análisis de los datos.” (Avello Martínez y Seisdedo Losa, 2017).

A nivel internacional, Ruiz-Ramírez et al. (2014) estudiaron la importancia del pronóstico trimestral del PIB de México 1993-2010, utilizando el modelo ARIMA y desarrollando con STATISTICA. A nivel nacional, debemos mencionar que no hay estudios que busquen pronosticar el Valor Agregado Bruto a precios básicos utilizando series de tiempo, ni estudios que utilicen el R para buscar el modelo y realizar los pronósticos del VABpb.

1 Introducción

El Valor agregado bruto a precios básicos (VABpb), comprende la remuneración de los asalariados; el ingreso mixto bruto; el excedente neto de explotación; el consumo de capital fijo; y otros impuestos netos de subsidios a la producción.

El precio básico es el monto a cobrar por el productor por una unidad de un bien o servicio producido, restando cualquier impuesto por pagar y sumando cualquier subvención por cobrar por el productor, como consecuencia de su producción o venta; y excluye cualquier gasto de transporte facturado por separado por el productor. El precio básico mide el monto que retiene el productor y, consecuentemente, es el precio más relevante para que tome sus decisiones.

En el presente trabajo se utilizaron datos secundarios correspondientes a los datos numéricos trimestrales del Valor Agregado Bruto a precios básicos en millones de pesos desde el año 2004 hasta el segundo trimestre del año 2018, publicados por el INDEC (2018).

Un modelo de series temporales describe típicamente el trayecto de una variable en términos de factores contemporáneos, perturbaciones o innovaciones y su propio pasado.

El R, constituye un entorno informático estadístico, que se caracteriza como un sistema completo planeado y coherente, con una amplia utilización en investigación.

“El caso específico de R (R Development Core Team) es un programa estadístico y un lenguaje de programación de uso libre, de distribución gratuita y código abierto, desarrollado a partir de un proyecto colaborativo voluntario de investigadores y estadísticos de diversos países y disciplinas.” (Avello Martínez y Seisdedo Losa, 2017).

Se trabajó en una primera instancia analizando la serie del Valor Agregado Bruto a precios básicos para resumir sus propiedades y luego, en segunda instancia, utilizando un modelo ARIMA para realizar su pronóstico.

2 Metodología y fundamentación

El VAB forma parte del PIB, el indicador central del conjunto de indicadores macroeconómicos del Sistema de Cuentas Nacionales (SCN), que recomienda la valoración a precios básicos. (INDEC, 2016).

Debido a que el PIB es uno de los indicadores económicos más importantes para medir el poder económico de un país; es por ello que las entidades económicas en general, requieren implementar métodos para hacer pronósticos con la mayor precisión posible sobre su desempeño para permanecer y competir en el mercado (Ruiz-Ramírez et al. 2014).

Este indicador permite evaluar la actividad económica, ya sea de un sector en especial o de toda la economía y es indiscutible la importancia de su análisis en la implementación de políticas públicas, como en el fortalecimiento de las cadenas de valor de dichas políticas, que buscan una apropiación más equilibrada del valor agregado; y su importancia en la economía en general.

López (2016) en su trabajo “El papel de la información económica como generador de conocimiento en el proceso de predicción: Comparaciones empíricas del crecimiento del PIB regional” revisó los principales aspectos a considerar en el análisis de predicciones del PIB regional en España, con la finalidad de contribuir a esclarecer el interés por la combinación de predicciones alternativas o la apuesta por una predicción en particular por su mayor fiabilidad.

“Los modelos de series de tiempo predicen valores futuros para la variable de interés basándose exclusivamente en el patrón histórico de esa variable, suponiendo que ese patrón histórico continuara” (Masini y Vázquez, 2014)

“La selección del modelo es importante porque se requiere representar adecuadamente el comportamiento de la serie, con el fin de utilizarlo para obtener valores futuros (pronósticos) de dicha serie” (Ruiz-Ramírez et al., 2014).

“Box y Jenkins (1976) consideraron una extensión de los modelos ARMA para ocuparse de ciertos tipos especiales de series no-estacionarias. Ellos consideraron una serie de tiempo que es no-estacionaria, pero que puede llegar a ser estacionaria si se la diferencia un número suficiente de veces. Esto condujo a los llamados modelos ARIMA” (Abril, 2011, p.52).

El modelo de series de tiempo ARIMA (autoregressive integrates moving average), es un modelo que representa la influencia conjunta sobre el valor tomado por la variable en cada momento, de sus valores anteriores y de los ruidos anteriores, ya sean recientes o remotos.

Para estas tareas fue necesario inspeccionar y estudiar los diferentes paquetes del software R y sus principales funciones o comandos disponibles para el análisis de series de tiempo.

Comenzando con el análisis exploratorio de los datos, se analizó el gráfico de la evolución del Valor Agregado Bruto a precios básicos (VABpb) de Argentina, generado con R.

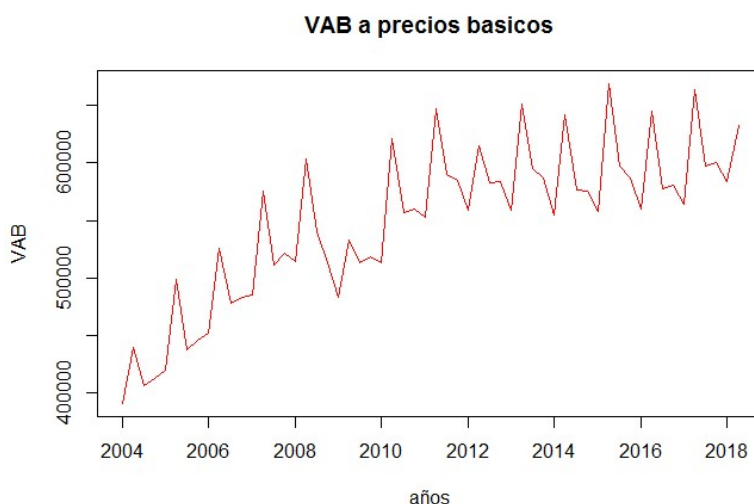


Gráfico 1. Evolución del Valor Agregado Bruto a precios básicos de Argentina

2.1 Distribución del Valor Agregado Bruto a precios básicos de Argentina

El siguiente gráfico nos permite visualizar rápidamente y resaltar aspectos de la distribución de las observaciones de la serie del Valor Agregado Bruto anual a precios básicos (VABpb) de Argentina, como la dispersión, la simetría y los valores máximos y mínimos.

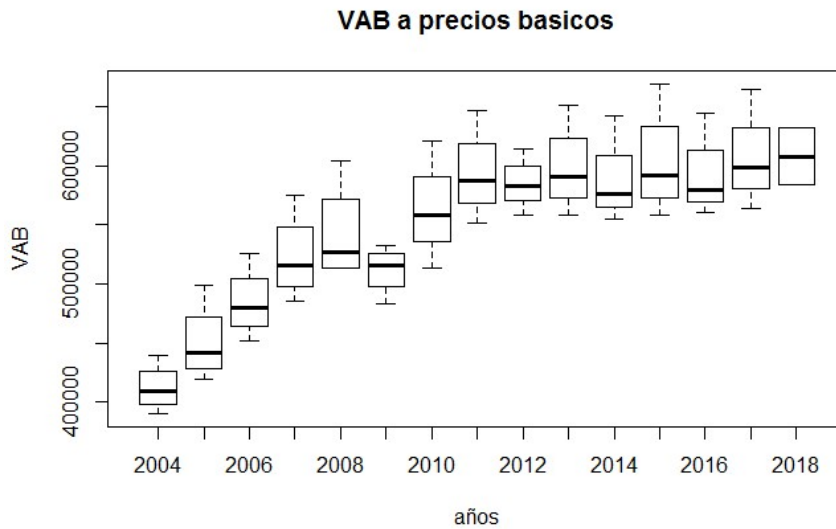


Gráfico 2. Evolución del Valor Agregado Bruto a precios básicos de Argentina

2.2 Componentes de la serie de tiempo del VABpb de Argentina

Podemos mencionar como componentes de una serie de tiempo, en el enfoque univariado, a la Componente de Tendencia Secular, la Componente Estacionalidad, la Componente Cíclica y las Componentes aleatorias.

Las componentes no pueden ser observadas directamente por separado, pero pueden estimarse con diferentes técnicas de descomposición. El método de descomposición que se deberá aplicar en cada caso dependerá del modelo de agregación de los componentes que se suponga presenta la serie analizada. En esta investigación se utilizó el método aditivo, y como apoyo para este análisis se realizó una descomposición clásica, utilizando el R.

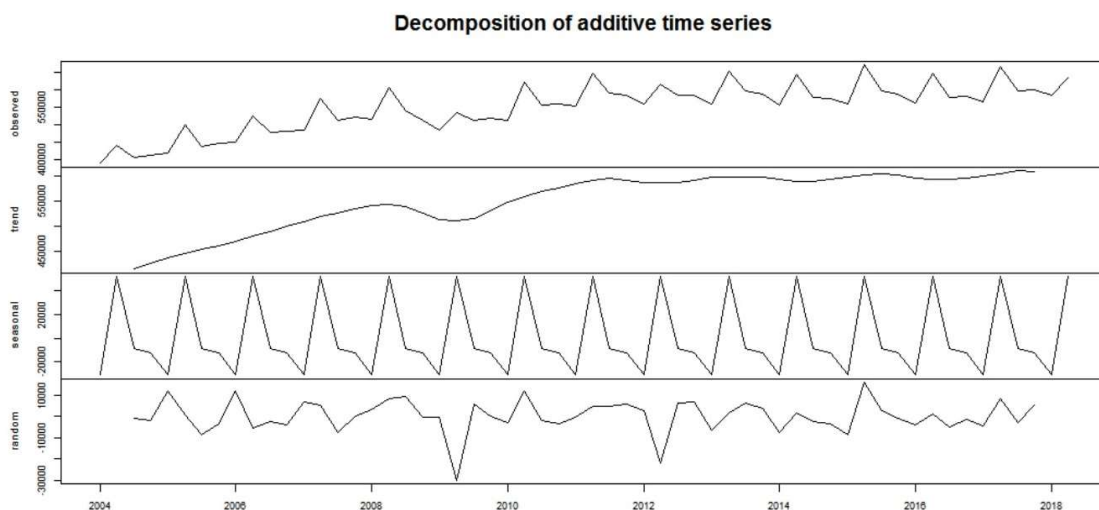


Gráfico 3. Componentes de la Serie del VABpb de Argentina

2.3 Análisis de Estacionareidad

Una serie de tiempo es estacionaria cuando es estable a lo largo del tiempo, es decir, cuando la media y varianza son constantes en el tiempo.

Entre las técnicas de inferencia utilizadas, podemos mencionar al Test de Dickey-Fuller, que permite probar estadísticamente si la serie es estacionaria o no tiene raíz unitaria.

Si una serie temporal es estacionaria (en media y en varianza) es mucho más fácil encontrar un modelo que explique su autocorrelación.

Para analizar la estacionareidad de la serie del VABpb, utilizamos el test de raíz unitaria de Dickey – Fuller.

Tabla 1. Salida R test

```
Augmented Dickey-Fuller Test
data:  s
```

Dickey-Fuller = -1.9334, Lag order = 3, p-value = 0.6016

alternative hypothesis: stationary

La hipótesis nula de este test plantea que la serie tiene raíz unitaria o no es estacionaria.

Como el p-valor del test realizado es de 0.6016, mayor que 0.05, no se rechaza la hipótesis nula H_0 , indicando que la serie del VABpb es no estacionaria o tiene raíz unitaria.

O sea que, con un nivel de significación del 5 %, podemos decir que la serie del VABpb no es estacionaria o tiene raíz unitaria.

2.4 R en investigación

Entre las razones de la popular utilización de R en investigación podemos mencionar a la amplia colección de paquetes de alto nivel que posee, a la capacidad de extensión de la funcionalidad del entorno a través de paquetes y a los paquetes desarrollados para la construcción de gráficos y su posterior análisis. Cada paquete constituye un grupo de funciones diseñadas para atender una tarea específica y permite la expansión del R.

Este software cuenta con varias funciones para el análisis de series de tiempo que se encuentran dispersas en diferentes paquetes, por lo que es necesario un análisis exhaustivo de los mismos para lograr su aplicación. Este análisis permite identificar también las funciones para la predicción.

Por otro lado, los paquetes *stats* y *tseries* incluidos en el programa base aportan funciones estadísticas básicas y funciones para el análisis de las series de tiempo. Investigamos especialmente el comando `auto.arima`, que ayuda en la difícil tarea de buscar el modelo matemático ARIMA que mejor predice el pronóstico. Elimina varios pasos, como la necesidad de diferenciar la serie, la de obtener las funciones de autocorrelación simple y parcial muestrales, para analizarlas con el fin de determinar el proceso es el más adecuado. Muestra los valores de los parámetros del modelo ARIMA más correcto o los parámetros que corresponden al posible mejor modelo.

Los análisis estadísticos se realizaron en R versión 3.6.3 (R Core Team, 2020) y se utilizaron los paquetes *readxl* versión 1.3.1 (Wickham, H., Bryan, J., 2019); *tseries* versión 0.10-48 (Trapletti, A., Hornik, K., 2020); *ggplot2* versión 3.3.2 (Wickham, 2016); *forecast* versión 8.14 (Hyndman R, Athanasopoulos G, Bergmeir C, Caceres G, Chhay L, O'Hara-Wild M, Petropoulos F, Razbash S, Wang E, Yasmeeen F (2021).

A continuación, se presenta un fragmento de código:

```
serie=ts(vab$VAB, start=c(2004,1), frequency=4)

plot(serie,main="VAB a precios básicos",xlab="Año",ylab = "VAB")

boxplot(vab$VAB~vab$fecha,,main="VAB a precios
básicos",xlab="Año",ylab = "VAB")

plot(decompose(serie))

tdf=adf.test(serie)

modelo=auto.arima(serie)

pvab=forecast(modelo,18)

plot(pvab,main="Pronóstico VABpb")

checkresiduals(modelo)
```

2.5 Evaluación de los residuales

El paquete *forecast* (2021) permite, además de otras funciones, realizar los pronósticos de la serie de tiempo univariada.

Al mismo tiempo de ayudarnos a realizar pronósticos, este paquete contiene el comando `checkresiduals` que permite evaluar conjuntamente tres gráficas. La primera, la gráfica de residuos, para analizar posibles patrones. La segunda, la gráfica de la función de autocorrelación, para analizar qué grado de dependencia muestran los datos. Y la tercera, la gráfica del histograma de los residuos, para observar si se asemeja a una normal. Además, este comando realiza el test de Ljung-Box de independencia de residuos.

Para realizar el diagnóstico del modelo ARIMA(0,1,0)(0,1,1) determinado para los datos de la serie del VABpb, realizamos el análisis de los residuos con el R versión 3.6.3 (R Core Team, 2020).

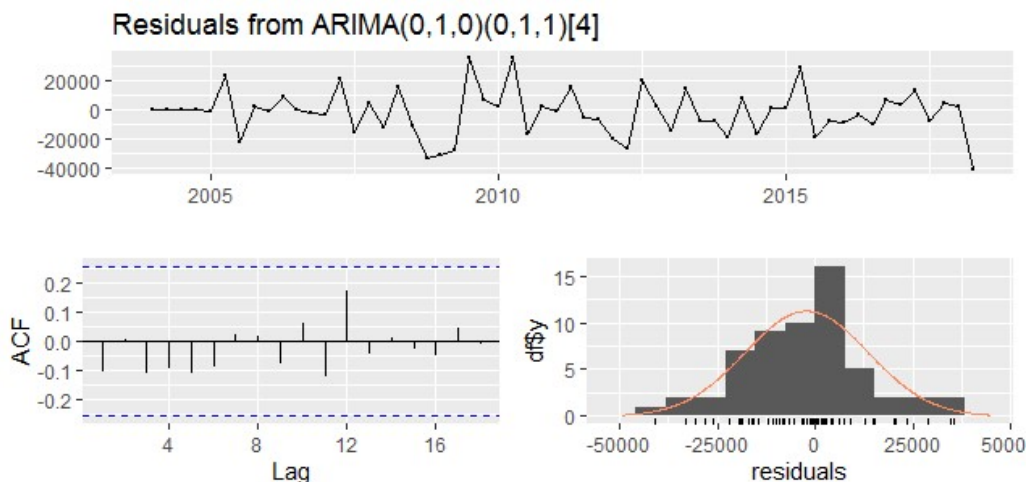


Gráfico 4. Residuales del VABpb

Tabla 2. Salida R

```
Ljung-Box test
data: Residuals from ARIMA(0,1,0)(0,1,1)[4]
Q* = 3.4145, df = 7, p-value = 0.8442
Model df: 1. Total lags used: 8
```

Con un p-valor de 0.8442 mayor que 0.05, no se rechaza la hipótesis nula H_0 , indicando que para el modelo ARIMA(0,1,0)(0,1,1) encontrado para la serie del VABpb los residuos son independientes. Podemos decir entonces, que tenemos evidencias suficientes para suponer que los residuos del modelo ARIMA(0,1,0)(0,1,1) para los datos del VABpb son independientes, con un nivel de significación del 5 %.

2.6 Pronósticos del Valor agregado Bruto a precios básicos de Argentina

Como menciona Diebold (1998) para pronosticar una variable se debe construir un modelo y estimar sus parámetros usando datos históricos, es decir, logrando una caracterización estadística de los enlaces entre el presente y el pasado. En forma simple se usa el modelo estimado del pronóstico para extrapolar los datos observados.

El comando `auto.arima`, ya mencionado, también permite generar un auto pronóstico. Utiliza los parámetros del posible mejor modelo para directamente calcular los pronósticos de la serie de tiempo analizada. El algoritmo de `auto.arima`, fue descrito por Hyndman y Khandakar (2008) devuelve también los conocidos

como los criterios de predictibilidad, los criterios de información AIC (Akaike Information Criterion, o Akaike), AICC (Akaike Information Criterion Corrected) y BIC (Bayesian information criterion).

Pronóstico VABpb

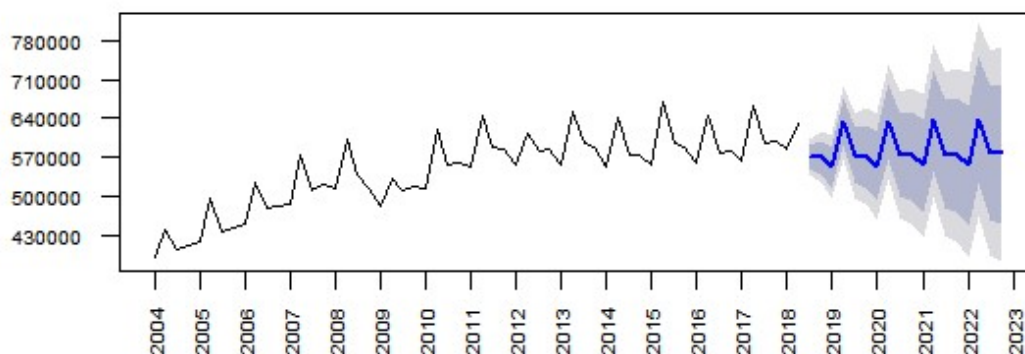


Gráfico 5. Pronósticos de la Serie del VABpb de Argentina

3 Resultados

Observando el Gráfico 1, podemos concluir que el comportamiento predominante del Valor Agregado Bruto a precios básicos ha tenido, en el periodo analizado, una tendencia a largo plazo creciente. Se puede observar que el ritmo de crecimiento de la serie no siempre es el mismo. Por ejemplo, en el año 2009 se observa que la serie decrece, el Valor Agregado Bruto a precios básicos desciende respecto a los valores anteriores, lo que es coincidente con la gran recesión, la crisis económica mundial 2008-2009. Podemos mencionar también que en el cuarto trimestre de cada año se observa una tendencia decreciente de la serie, decrece el Valor Agregado Bruto a precios básicos en los últimos trimestres de cada año.

En el Gráfico 2, observamos la evolución anual del VApb que nos permite comparar, entre otras cosas, las dispersiones para cada año. Podemos decir que la mayoría de los años presentan una asimetría positiva o sesgo a la derecha, donde la mayoría de los trimestres presentan valores bajos de VABpb, mientras que algunos trimestres presentan valores altos de VABpb. Esto se visualiza los años 2004, 2004, 2006, 2007, 2008, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016 y 2017. Mientras que para el año 2009, se observa una asimetría negativa o sesgo a la izquierda, donde la mayoría de los trimestres presentan valores altos de VABpb, mientras que algunos trimestres presentan valores bajos de VABpb. Para el año 2018 podemos considerar que la dispersión del VABpb presenta una simetría, donde encontramos que la mayoría de los trimestres analizados tienen valores intermedios de VABpb y pocos trimestres con altos y bajos valores de VABpb. También podemos observar que la mayor dispersión anual se presenta en el año 2008 y 2015, donde se observa mayor diferencia entre los

valores del VABpb total. Y la menor dispersión anual en los años 2004,2008 y 2012, donde observamos menor diferencia entre los valores del VABpb total.

En el Gráfico 3 podemos observar un gran comportamiento tendencial con un movimiento ascendente y un ligero comportamiento en términos estacionales.

En el Gráfico 4 se observa, arriba la gráfica de los residuos para analizar posibles patrones; abajo a la izquierda, la gráfica de la Función de auto correlación (ACF), para analizar si se ha extraído gran parte de la información a partir del Proceso Generador de los Datos (modelo especificado); y abajo a la derecha, el Histograma de los residuos, para observar si se asemeja a una normal como sucede en este caso. En el correlograma ACF se observa que no hay rezagos que se salgan de las bandas, por lo tanto, podemos decir que los datos son estables.

Observando el Gráfico 4, realizando un análisis gráfico y corroborándolo con el test de hipótesis de la tabla 1 podemos concluir que el modelo matemático encontrado no es inadecuado, que los residuos se comportan como un ruido blanco gaussiano y podemos considerar que las predicciones del modelo son buenas.

4 Conclusiones y trabajos futuros

Como conclusiones finales de este proyecto, podemos decir que basándonos en los análisis estadísticos realizados y mostrados en este trabajo, es posible aplicar el Modelo de Series de Tiempo ARIMA al Valor Agregado Bruto a precios básicos (VABpb) y realizar pronósticos del mismo.

Podemos mencionar que el comando `auto.arima` para hacer modelos matemáticos del programa `forecast` es una herramienta muy útil en el análisis y pronóstico de series de tiempo.

Esta investigación puede aportar una nueva metodología para la enseñanza de las Series de Tiempo en las carreras de Contador Público y Lic. En Administración, ya que permite la utilización del modelo ARIMA facilitado por el R, para el pronóstico de series de tiempo.

Podemos decir que los resultados, las conclusiones y las metodologías que se han probado durante esta investigación, y se explican en esta ponencia van a poder ser utilizadas en futuros trabajos de transferencia, difusión, y publicación. Serán también una base para otros futuros proyectos de investigación de nuestra facultad aplicados a las áreas de Economía, Contabilidad y Administración.

Referencias

Abril, J. C. (2011). Análisis de la Evolución de las técnicas de Series tiempo. Un enfoque unificado. CONICET. https://ri.conicet.gov.ar/bitstream/handle/11336/71449/CONICET_Digital_Nro.322dc4e5-5f6b-4c40-a236-7b9344351a4a_A.pdf?sequence=2&isAllowed=y Consultado 23/08/2019

- Avello Martínez, R. y Seisdedo Losa, A. (2017). El procesamiento estadístico con R en la investigación científica. *MediSur*, <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=180053377001> Consultado 16/08/2019
- Box, G. E. P. y Jenkins, G.M., (1976). *Time series analysis: „Forecasting and control*. Holden-Day, San Francisco.
- Diebold, F. X. (1998). *Elements of forecasting*. Cincinnati, OH, USA: South-Western College Pub.. <https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.571.5408&rep=rep1&type=pdf> Consultado 10/10/2021
- Hyndman, R. J., y Khandakar, Y. (2008). *Automatic Time Series Forecasting: The forecast Package for R*. *Journal of Statistical Software*, <https://doi.org/10.18637/jss.v027.i03> Consultado 10/10/2020
- Instituto Nacional de Estadística y Censos de la República Argentina (2016) *Cuentas Nacionales Metodología de estimación, metodología de estimación del nuevo año base 2004*. https://www.indec.gov.ar/ftp/cuadros/economia/metodologia_21_cuentas_nacionales.pdf Consultado 25/07 /2019
- Instituto Nacional de Estadística y Censos de la República Argentina (2018) *Metodología del Valor Agregado Bruto*. https://www.indec.gov.ar/ftp/cuadros/economia/metodologia_25_csc.pdf Consultado 15/08/2019
- López, A. M. (2016). "[El papel de la información económica como generador de conocimiento en el proceso de predicción: comparaciones empíricas del crecimiento del PIB regional /The Role of Economic Information as a Generat,](#)" *Estudios de Economía Aplicada*, *Estudios de Economía Aplicada*, vol. 34, páginas 543-572, Agosto. https://ideas.repec.org/a/lrk/eeart/34_3_4.html Consultado 10/10/2019
- Masini, J. y Vázquez, F. (2014). *Compendio de modelos cuantitativos de pronósticos*. <https://books.google.com.ar/books?id=fnLcBQAAQBAJ&printsec=frontcover&dq=Masini,+J.+y+V%C3%A1zquez,+F.&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwjjs-PVxq7IAhVplrkGHTNLCBIQuwUILjAA#v=onepage&q=Masini%2C%20J.%20y%20V%C3%A1zquez%2C%20F.&=false> Consultado 1/08/2019
- R Core Team (2020). *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <https://www.R-project.org/> Consultado 30/11/2019
- Ruiz-Ramírez, J., Hernández-Rodríguez, G.E., Díaz Córdoba, M.D. (2014). *Importancia del modelo ARIMA en el pronóstico del producto interno bruto trimestral de México*. <https://www.semanticscholar.org/paper/Importancia-del-modelo-ARIMA-en-el-pron%C3%B3stico-del-Ruiz-Ram%C3%ADrez-Hern%C3%A1ndez-Rodr%C3%ADguez/5822ae0c33ee034d88608b2bbe0e508591e257bd> Consultado 30/07/2019

El Sector Alojamiento y su Papel en la Cadena de Valor del Sector Turístico de la Provincia de Chubut: Análisis Univariado y Multivariado

Belcastro Nilda Esther – Bogoni Gladys Susana
Facultad de Ciencias Económicas, Delegación Comodoro Rivadavia, Universidad Nacional de la Patagonia
San Juan Bosco
nildabfce@gmail.com – gladysbogoni@gmail.com

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Cadena de valor, Turismo, Alojamientos, Chubut

Resumen

La cadena de valor es una herramienta que permite estudiar las principales actividades de una empresa, con el fin de describir cuáles generan un valor o ventaja competitiva en el producto final. Aplicada al sector turístico, permite identificar los diferentes actores que forman parte de la cadena y los eslabones que precisan ser fortalecidos, como así también determinar dónde se dirigen los beneficios de la actividad turística; qué tipo de beneficio aporta esta actividad, a quién y cómo se pueden aumentar.

La cadena de valor permite describir las interrelaciones existentes entre proveedores de servicios, clientes, instituciones de apoyo y cadenas de suministro, en consecuencia, tiene incidencia sobre la gestión, la sostenibilidad en el uso de los recursos, y la redistribución de los beneficios locales.

Este trabajo deriva del proyecto de investigación “Identificación de la cadena de valor y cálculo de la canasta de consumo del turismo en la Provincia de Chubut”, iniciado en 2019 y declarado de Interés Turístico. Como nuestra provincia cuenta con una gran dispersión de atractivos, productos y actividades turísticas distribuidas en su territorio, se priorizó la homogeneidad del estudio, seleccionando algunos servicios para analizar la cadena de valor.

En la presente ponencia se pretende obtener un diagnóstico descriptivo del sector alojamiento, visualizar relaciones con otros sectores integrantes del mercado, como así también detectar, si existe, una redistribución de los beneficios locales, en las cuatro principales ciudades turísticas de la provincia, Esquel, Puerto Madryn, Comodoro Rivadavia y Trelew.

1 Introducción

“La competitividad de un destino turístico, dependerá de las sinergias de un conjunto de factores, como: la capacidad competitiva de las empresas, la dotación de infraestructura, la disponibilidad de capital humano, y el entorno macroeconómico e institucional” (Lillo et al. 2007).

“Las cadenas de valor de turismo están conformadas por un conjunto de actividades económicas interrelacionadas y vinculadas a un hecho turístico” (Alvarado et al. 2017).

A partir de estos enfoques se puede estudiar el funcionamiento de la actividad turística, identificando los actores, detectando problemáticas y potencialidades, y permitiendo establecer y mejorar las relaciones existentes entre quienes juegan un papel activo en el desarrollo del turismo. Cada eslabón de esta cadena tiene sus encadenamientos con otros insumos y servicios, al mismo tiempo, existen otros productos transversales que apoyan la operación de este conjunto. Por medio del abastecimiento de insumos y productos locales, el sector

turístico se convierte en eje y motor de la consolidación y desarrollo de las actividades económicas. Por ello, el análisis debe poner énfasis no solo en el producto turístico final, sino también en las características de los actores y las relaciones que mantienen en cada uno de los eslabones que conforman cada cadena.

El proyecto contempla su ejecución en cuatro principales ciudades turísticas de la Provincia de Chubut: Esquel, Puerto Madryn, Comodoro Rivadavia y Trelew. Presentaremos en esta ponencia el análisis del sector alojamiento.

2 Metodología

Como se ha mencionado, en el presente trabajo, mostraremos un análisis para el sector alojamientos.

A tal efecto, en el inicio del proyecto, se realizó un relevamiento de los alojamientos existentes, sin embargo, la situación de pandemia modificó este mapa, dado que el sector turístico fue uno de los más golpeados por la crisis sanitaria. A mediados del 2021 comenzamos el trabajo de campo, como aún se mantenían restricciones para actividades presenciales, nos vimos obligados a trabajar con encuestas virtuales dirigidas a titulares o gerentes de las empresas de alojamiento, con el objetivo de caracterizar los establecimientos y evidenciar vinculación entre sí y con proveedores locales, en caso de existir.

Los datos recogidos en las encuestas fueron descriptos y analizados mediante análisis exploratorios y descriptivos univariados y multivariados. Dentro de los análisis multivariados se trabajó con Análisis de Correspondencias simple (ACS) y múltiple (ACM), técnicas descriptivas o exploratorias cuyo objetivo es resumir una gran cantidad de datos en un número reducido de dimensiones, con la menor pérdida de información posible. Esta técnica estadística se utiliza para analizar, desde un punto de vista gráfico, las relaciones de dependencia e independencia de un conjunto de variables categóricas o cualitativas.

2.1 Comprobar Selección de los establecimientos a encuestar

Los establecimientos fueron seleccionados a partir de un listado de alojamientos categorizados por el Ministerio de Turismo en el año 2019, de las ciudades indicadas como más representativas de la provincia: Puerto Madryn, Esquel, Comodoro Rivadavia y Trelew. Dado el número de alojamientos categorizados en las ciudades de Esquel, Comodoro Rivadavia y Trelew, se decidió encuestar a todos los establecimientos. En la ciudad de Puerto Madryn, se trabajó con una muestra de 60 establecimientos seleccionados mediante un muestreo aleatorio simple. En total se pretendió encuestar a 166 alojamientos de la provincia.

Como mencionamos, la situación de pandemia impuso modificar el formato presencial de realización de encuestas por uno virtual lo que derivó en un aumento de la no respuesta. Esto no dio marco para considerar

que los establecimientos que contestaron la encuesta respondan a un muestreo probabilístico. De todas maneras, el objetivo del estudio fue de tipo exploratorio y no inferencial.

2.2 Encuesta

Los formularios de las encuestas fueron diseñados mediante la herramienta Google Forms y se enviaron a los establecimientos vía correo electrónico. El cuestionario de la encuesta fue elaborado desde la experiencia de los especialistas en el tema, reforzando el vínculo entre la teoría y la técnica, logrado por la multidisciplinariedad de los miembros del proyecto (turismo, economía y estadística).

Las últimas dos preguntas se refieren a la situación del año 2020, si bien no es el objetivo del estudio profundizar sobre el efecto de la pandemia en el sector turístico, al iniciar el trabajo de campo en el año 2021, aun en situación de pandemia, se creyó pertinente incluir preguntas al respecto.

3 Discusión de Resultados

De 166 encuestas que se enviaron mediante correo electrónico, respondieron 115. En el gráfico 1 podemos ver la cantidad de establecimientos a quienes se envió la encuesta y los que respondieron por ciudad, Comodoro Rivadavia, 62 %, Esquel, 82%, Puerto Madryn 67% y Trelew 50%.

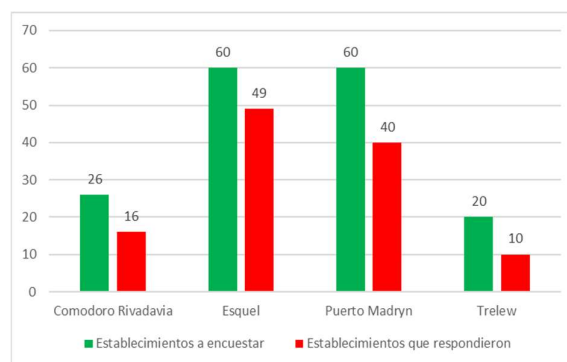


Gráfico 1. Alojamiento encuestados y respondientes

Los análisis y descripciones realizados a partir de este momento, corresponden a los 115 establecimientos que han respondido a la encuesta. En ningún caso se pretende generalizar a la población.

3.1 Descripción de los establecimientos

En el marco de la realización de un diagnóstico, es importante describir el sector desde el punto de vista de la cadena de valor: antigüedad, tamaño del establecimiento, origen del capital, ocupación y distribución de los costos anuales.

3.1.1 Antigüedad

Se analizó la antigüedad (en años) de los establecimientos que respondieron a la encuesta, por ciudad. La siguiente tabla muestra la antigüedad promedio y el coeficiente de variación (CV)

Tabla 1. Antigüedad de los establecimientos

Ciudad	Promedio	CV (%)
Comodoro Rivadavia	32	80
Esquel	18	49
Puerto Madryn	18	61
Trelew	33	95

Se puede observar que en las ciudades de Comodoro Rivadavia y Trelew se encuentran alojamientos de mayor antigüedad, pero también con mayores CV, esto implica que la dispersión relativa en estas ciudades es mayor. Esquel y Puerto Madryn muestran establecimientos, en promedio, más actuales, siendo Esquel la de más homogeneidad en cuanto a los años de antigüedad.

3.1.2 Tamaño del establecimiento

El tamaño del establecimiento, está relacionado con la cantidad de empleados que tiene el alojamiento, las respuestas posibles fueron, Pequeña empresa, si dispone de menos de 10 empleados, Mediana empresa, si el número de empleados se encuentra entre 10 y 50, y Gran empresa, para aquellos establecimientos con más de 50 empleados. En el gráfico 2, puede observarse que, en la zona, la mayoría de los alojamientos de las distintas ciudades son pequeños, con menos de 10 empleados.

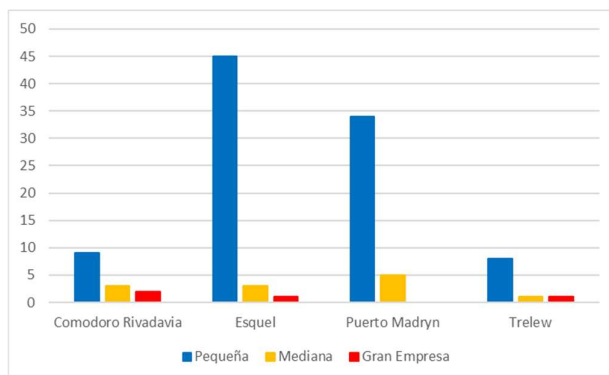


Gráfico 2. Tamaño de los establecimientos por cantidad de empleados

3.1.3 Origen del capital

El origen y el destino de los recursos como generadores de riqueza y promotores del crecimiento representan un factor determinante para el adecuado desarrollo de la actividad económica de una región. En el gráfico 3, es claro que la mayoría de los establecimientos tiene capitales provinciales como capital de origen. Entre las opciones de respuesta también se consultaba por un origen de capital internacional, puede observarse que ninguna empresa de las que respondieron indicó un origen 100% internacional.

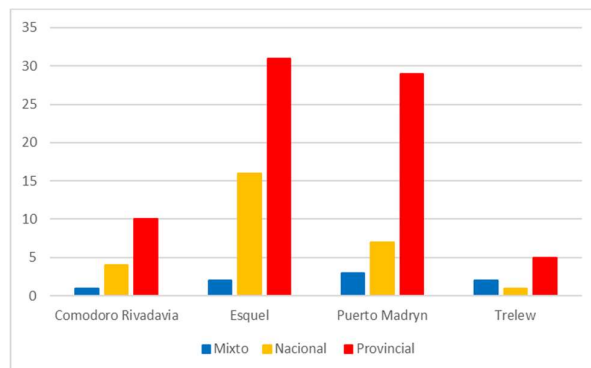


Gráfico 3. Origen del Capital

Sin embargo, en los casos en que la respuesta fue Mixto, se les solicitó indicar el porcentaje aproximado según sea origen Provincial, Nacional e Internacional. En esta opción, hubo solo cuatro establecimientos que señalaran un porcentaje de su capital de origen como Internacional, uno en la ciudad de Esquel (40%), dos en Trelew (40% y 60%) y uno en Puerto Madryn (40%).

3.1.4 Ocupación hotelera 2019

El sondeo del mercado hotelero busca identificar las condiciones del turismo como, por ejemplo, el perfil del turista en cuanto a su estadía en el alojamiento. Se consultó sobre porcentaje de pasajeros alojados por turismo y cantidad de noches promedio que pernoctan los turistas en el establecimiento, en 2019.

Tabla 2. Porcentaje y noches promedio pasajeros alojados por turismo (2019)

Ciudad	Porcentaje Promedio	CV (%)	Noches Promedio	CV (%)
Comodoro Rivadavia	50	56	3,6	125
Esquel	70	64	3	30
Puerto Madryn	58	40	3	32
Trelew	50	51	2	60

En la tabla 2 vemos una similitud en tres ciudades, siendo Esquel la que presenta un mayor porcentaje de alojamiento, el 70% de los pasajeros alojados fue en calidad turística. En cuanto a las noches promedio de alojamiento son similares, pero hay que tener en cuenta el CV en cada caso.

3.1.5 Distribución de costos anuales

Se consultó sobre el porcentaje de la distribución de costos anuales, según insumos y amenities, salarios y honorarios, mantenimiento y reparaciones, publicidad y promoción, renovación de equipamiento, e impuestos y cargas varias. En las cuatro ciudades la mayoría de los establecimientos que respondieron indican que destinan el mismo porcentaje, entre 10 y 15 % de sus costos, a insumos y amenities, a publicidad y promoción, a renovación de equipamiento y a mantenimiento y reparaciones.

Para analizar el porcentaje de sus costos destinados a salarios y a impuestos, utilizamos un ACS en cada caso, ya que no era fácilmente detectable a través de una tabla de contingencia. En el caso correspondiente al porcentaje de los costos destinados a salarios, los dos primeros ejes explican el 87 % y en el caso de los impuestos el 92%. Por ello se graficaron ambas situaciones en gráficos bidimensionales.

El gráfico 4 nos muestra que Esquel y Puerto Madryn parece estar asociadas con un 10 y 15 % destinados a salarios, Comodoro Rivadavia destina un 40% y Trelew, más de 45 %. Analizando el porcentaje destinado a impuestos, en el gráfico 5 vemos que Esquel se asocia al 10%, Comodoro Rivadavia al 40 %, mientras Trelew no se caracteriza con ningún porcentaje. Puerto Madryn esta caracterizado por destinar 15% y más del 45 % a impuestos.

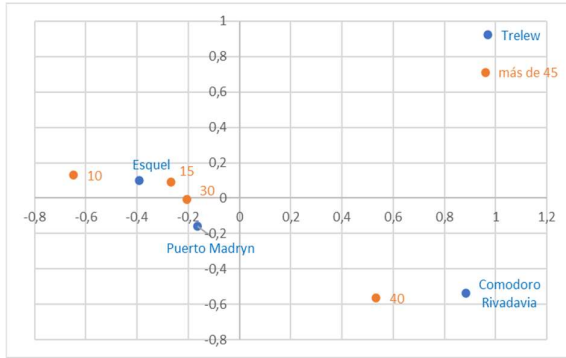


Gráfico 4. Porcentaje de los costos destinados a Salarios

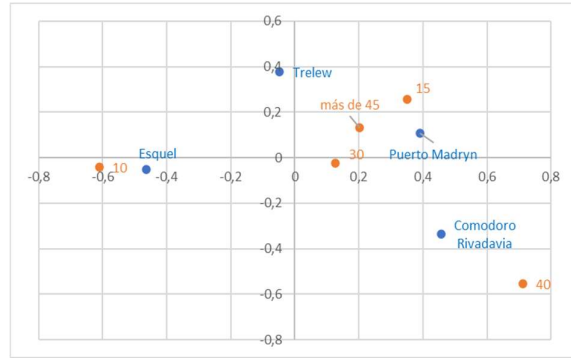


Gráfico 5. Porcentaje de los costos destinados a Impuestos

3.2 Refacciones y renovación de equipamiento – Relaciones

Identificar relaciones comerciales, ayuda a visualizar la realidad del destino, ilustrando cómo se relacionan las transacciones centrales en las cadenas de valor con los integrantes del mercado en el entorno inmediato. Consultados sobre inversiones en la estructura edilicia del establecimiento en los últimos cinco años, el 67 % de los respondientes indicaron que habían realizado inversiones. A quienes realizaron inversiones en el edificio, se preguntó si contrató para ello empresas de construcción local.

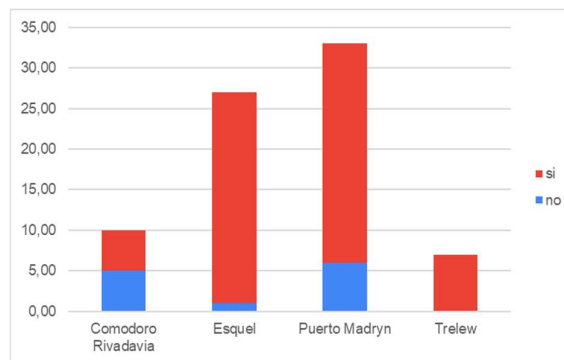


Gráfico 6. Inversión local estructura edilicia

El gráfico 6 muestra que, en Esquel, Trelew y Puerto Madryn la mayoría de los establecimientos que respondieron indican que contratan empresas de construcción locales. En Comodoro Rivadavia, se muestra un 50 % de contratación local. A quienes respondieron que contrataban empresas de construcción local, se los consultó sobre el porcentaje aproximado de participación local, Trelew muestra un menor porcentaje promedio, 84%, Comodoro Rivadavia el 90 % y Esquel y Puerto Madryn superiores al 95%. Evidenciando que hay poca

contratación de empresas no locales. Los establecimientos respondieron que se proveyeron de materiales de construcción en su ciudad.

A continuación, la encuesta consulta sobre periodicidad de renovación del equipamiento mobiliario, electrónico, refrigeración y calefacción, textiles y blanco, e informático. El análisis permitió observar que los establecimientos de la ciudad de Comodoro Rivadavia renuevan más frecuentemente en todos los rubros consultados, mientras que establecimientos de Esquel y Trelew expresan mayor cantidad de años para renovar equipamiento.

Tabla 3. Periodicidad de renovación de equipamiento (en años)

Ciudad			Refrigeración	Textiles	Informático
	Mobiliario	Electrónico	Calefacción	Blanco	
Comodoro Rivadavia	4,4	5	5,7	1,5	4,17
Esquel	7,3	6,9	9,3	2,9	6,6
Puerto Madryn	5,4	5,7	8,5	2,7	5,6
Trelew	7,5	7	9,8	2,4	4,5

Consultados sobre el porcentaje de equipamiento adquirido en la ciudad en los rubros anteriores, y en el rubro insumos hoteleros o amenities, se obtuvo la siguiente tabla:

Tabla 4. Porcentaje promedio adquirido en la ciudad

Ciudad			Refrigeración	Textiles	Informático	Insumos Hoteleros
	Mobiliario	Electrónico	Calefacción	Blanco		Amenities
Comodoro Rivadavia	69	87	82	67	62	85
Esquel	82	79	81	71	78	94
Puerto Madryn	68	66	75	53	62	85
Trelew	60	77	66	40	60	85

La tabla 4 nos muestra que más del 60 % de establecimientos en promedio adquieren productos en la misma ciudad. Excepto con el rubro Textiles y Blanco en Puerto Madryn y Trelew que el promedio es menor.

3.3 Promoción y alianzas con otras empresas – Relaciones

Consultados sobre la contratación de empresas de promoción local, responden en su mayoría que no lo hacen. El 54% de los alojamientos de Comodoro Rivadavia respondieron que no hacen promoción con empresas locales, mientras que los alojamientos del resto de las ciudades indican porcentajes mayores, el 80 % de Esquel, 82% de Puerto Madryn y 90 % de Trelew.

Otro aspecto importante está relacionado con alianzas con otras empresas del lugar.

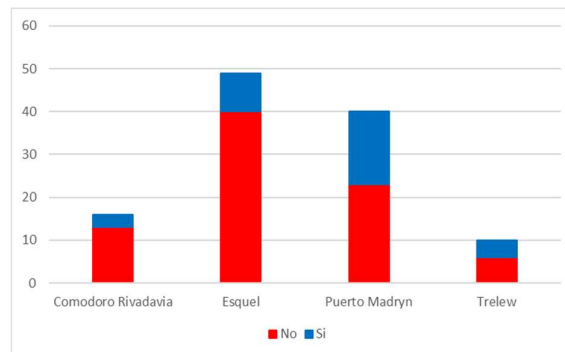


Gráfico 7. Alianzas estratégicas con empresas del sector

El gráfico 7 muestra que en su mayoría los establecimientos encuestados responden que no realizan alianzas estratégicas con otras empresas del sector turístico. A quienes respondieron que si realizaban este tipo de alianzas se consultó con qué tipo de empresas la realizan, respondiendo el 67% con empresas de viajes y turismo, un 6% con locales gastronómicos y un 9% con ambas.

Por último, se indagó si el establecimiento realiza promoción entre sus clientes, sobre visitas a los atractivos del lugar, ferias y exposiciones de emprendedores locales, y adquisición de productos artesanales locales o regionales. Las respuestas se analizaron mediante un ACM. El primer eje factorial explica el 64,44% de la variabilidad total, mientras que el segundo eje explica el 27,53 %. Ambos ejes explican casi el 82%. Se graficaron las distintas modalidades en un gráfico bidimensional, que se muestra a continuación:

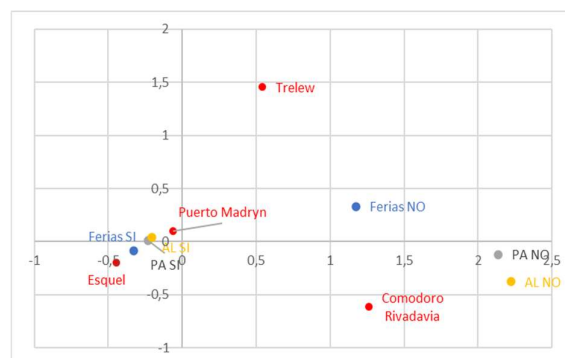


Gráfico 8. Análisis Correspondencia Múltiple

Se observa que, Esquel y Puerto Madryn están asociadas con la promoción de visitas a los atractivos, ferias y exposiciones de emprendedores, y adquisición de productos artesanales locales o regionales entre sus clientes, mientras que Comodoro Rivadavia, se asocia con no promocionarlos. La ciudad de Trelew no está caracterizada por ninguna modalidad.

4 Conclusiones y trabajos futuros

El sector alojamiento participa dentro de la actividad turística, como un servicio que nuclea, creando encadenamientos que se establecen entre dicho sector y los proveedores de los insumos que pueden ser comprados en el mercado local. Cuando esos bienes son producidos localmente, las actividades relacionadas con el turismo pueden tener un elevado efecto multiplicador en la economía local. Además, el consumo turístico produce encadenamientos hacia adelante por medio de la producción de bienes y servicios directamente consumidos por los turistas, tales como gastronomía, artesanías, excursiones, entre otras.

El análisis de tablas y gráficos mostradas anteriormente, realizado a partir de los 115 alojamientos que respondieron a la encuesta, nos permite concluir lo siguiente:

- Comodoro Rivadavia y Trelew poseen un menor número de establecimientos, de mayor antigüedad, que las ciudades de Esquel y Puerto Madryn. La mayoría de los establecimientos de la región se consideran pequeños establecimientos, con menos de 10 empleados y presentan una estructura de capital de origen provincial. Los alojamientos de la ciudad de Esquel presentan el mayor porcentaje promedio de pasajeros alojados como turistas. Los turistas pernoctan en promedio entre 2 y 3 noches en los alojamientos de las cuatro ciudades.
- Los alojamientos de las cuatro ciudades destinan bajos porcentajes de sus costos anuales a insumos, publicidad, a renovación de equipamiento y a mantenimiento y reparaciones. Comodoro Rivadavia y Trelew, destinan un alto porcentaje de sus costos a salarios.
- El sector alojamiento tiene relación con los sectores de construcción y comercio local, ya que se abastece de insumos y productos locales, lo que se traduce en un beneficio en la ciudad.
- Al analizar el grado de interacción con otros sectores productivos locales, encontramos que no hacen, en su mayoría este tipo de alianzas con otras empresas del sector, ni se promocionan a través de empresas locales. Se observa un eslabón poco funcional para el desarrollo turístico de la localidad.

El proyecto continúa en desarrollo, actualmente en la segunda etapa del trabajo de campo, donde se busca completar el análisis para todos los servicios; alojamiento, empresas de viajes y turismo, gastronomía, y artesanos / emprendedores locales / comercios regionales de las ciudades, con el objetivo de identificar como se vinculan entre sí y con otros posibles insumos y servicios, permitiendo dimensionar como contribuyen al desarrollo local.

Referencias

Alvarado, J, Oddone, N., Gil, L. (2017). *Fortalecimiento de la cadena de valor de turismo en Pedernales, República Dominicana*. (CEPAL) <https://repositorio.cepal.org/handle/11362/41644> Consultado 3/07/2022

Lillo, A., Ramón, A. B., Sevilla, M. (2007). *El capital humano como factor estratégico para la competitividad del sector turístico*. Cuadernos de Turismo, 19: 47-69

Aplicación de Regresión Logística para el Análisis de la Deserción en los Alumnos de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Salta.

Quintana Medina, Miguel Adrián – Batista, Einer
Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales – Universidad Nacional de Salta
cpnquintana@gmail.com – einerbatista@gmail.com

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Regresión logística, Deserción universitaria.

Resumen

La deserción universitaria es una problemática generalizada en la mayoría de las carreras de grado de universidades públicas que quizás ha sido estudiada en muchos trabajos e investigaciones, pero todavía no existen evidencias conocidas de una disminución en los niveles de dicha variable. En el marco de la Maestría en Estadística Aplicada cursada por los autores, se realizó un informe técnico estadístico para un Proyecto de Investigación presentado ante el Consejo de Investigación de la Universidad Nacional de Salta (CIUNSA) cuyo objetivo es analizar las razones por las que los alumnos toman la decisión de abandonar la carrera universitaria. El informe técnico realizado por los autores incluye un análisis exploratorio y la estimación de un modelo de regresión logística para analizar las causas significativas que llevan al alumno a abandonar sus estudios. Para el análisis se utilizó información provista por el Centro de Cómputos de la Universidad Nacional de Salta respecto de los ingresantes a la Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales desde el año 2006 al año 2009 realizando un seguimiento académico de cada uno de esos ingresantes hasta noviembre del 2021. También se incorporó al análisis un cambio de enfoque, teniendo en cuenta las variables que inciden significativamente en la graduación del estudiante. Se concluyó dicho informe con una serie de propuestas y recomendaciones para poder disminuir la deserción y aumentar la graduación de los estudiantes con el objetivo de mejorar la calidad académica.

1 Introducción

1.1 Antecedentes

El problema de la deserción es común a la mayor parte de las carreras de la Universidad Nacional de Salta y el valor más alto está en la Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales con un 38% en el primer año. La deserción es una problemática analizada en otros estudios anteriores, pero no indagan respecto de las causas.

1.2 Objetivos del Proyecto de Investigación

- Generales
 - o Analizar causales, desde la mirada del alumno, respecto del abandono o deserción en la Facultad de Ciencias Económicas (FCEJyS).

- Elaborar propuestas para contribuir a mitigar los fenómenos de deserción y duración prolongada de las carreras.
- Específicos (de interés para el análisis)
 - Cuantificar las magnitudes de deserción y el desgranamiento para las cohortes 2006 a 2009.
 - Determinar otros indicadores relacionados con la eficiencia académica y las características de los estudiantes.

2 Metodología.

Población bajo estudio: Alumnos de la Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales de la Universidad Nacional de Salta, ingresantes de las cohortes 2006 a 2009.

Muestra y variables de interés: Se trabajó a partir de datos proporcionados por el Centro de Cómputos de la Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales de la Universidad, respecto de todos los alumnos inscriptos en las cohortes 2006 a 2009, como así también el seguimiento académico de estos estudiantes en los años posteriores que se materializa mediante materias aprobadas, promocionadas y reprobadas y calificaciones obtenidas hasta noviembre del 2021, a partir de la cual se pudieron generar, depurar e identificar otras variables de interés para el análisis, que se detallan más adelante.

Los datos proporcionados corresponden a las siguientes variables: Cohorte, Libreta Universitaria, fecha de nacimiento, localidad de nacimiento, nacionalidad, género, año de egreso del secundario, institución secundaria, título secundario, calificaciones y cantidad de materias aprobadas por equivalencias,

2.1 Análisis Exploratorio.

Objetivo: El objetivo de este análisis es investigar con mayor profundidad las características descriptivas de la población con la que se trabaja, respecto de relaciones, tendencias, variabilidad, forma y demás características importantes a los efectos de poder dar cumplimiento a los requerimientos del investigador.

2.1.1 Características de las cohortes 2006 a 2009:

- De acuerdo a los registros, las cantidades de inscriptos en cada cohorte se pueden visualizar en el siguiente gráfico, donde se aprecia un leve aumento de inscriptos en las cohortes 2008 y 2009 respecto a las anteriores. Respecto de la clasificación por sexo, se puede ver una mayor proporción de mujeres en todas las cohortes:

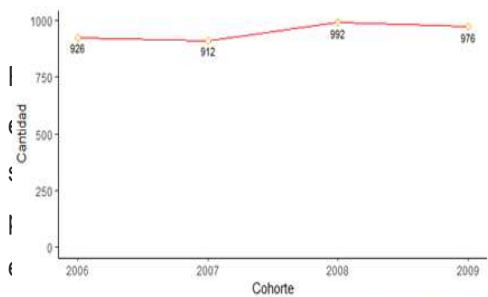


Gráfico 1: Cantidad Alumnos por Cohorte

Fuente: Elaboración Propia

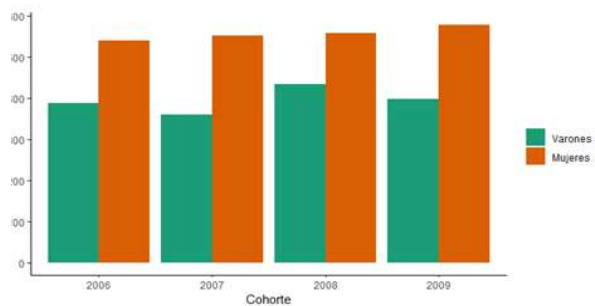


Gráfico 2: Sexo alumnos por Cohorte

Fuente: Elaboración Propia

to de la edad a la cual ingresan los estudiantes (se generó considerando la variable “fecha de nacimiento” hasta la fecha de comienzo de la cohorte respectiva), esta se encuentra entre los 17 años (mínimo) y 65 años (máximo), estando el 50% central de los datos entre los 18 años (Cuartil 1) y 21 años (Cuartil 3). En el análisis se detectaron outliers o valores atípicos en todas las cohortes, correspondientes a alumnos que ingresaron con edades superiores a los 21 años, hasta un máximo de 65 años en la cohorte 2.006.

- Respecto a las características del lugar de nacimiento, a partir de la variable “Localidad de nacimiento” se obtuvieron datos referentes a cantidad de habitantes y distancia respecto de la Universidad y se observa que la mayoría de los alumnos provienen de lugares con más de 50.000 habitantes y a una distancia menor de 50 km.
- Respecto a la nacionalidad de los estudiantes en las distintas cohortes, 99,6% corresponde a la nacionalidad argentina y el resto son extranjeros, principalmente provenientes de ciudades de Bolivia.
- Respecto de las características de las instituciones educativas de donde provienen los estudiantes de cada cohorte, a partir de la variable “nombre del colegio secundario” se obtuvo mayor información de los mismos de publicaciones del Ministerio de Educación de la Provincia de Salta, respecto del ámbito de la institución educativa (Urbano – Rural) y el tipo de gestión (Privada – Pública). A partir de la variable “título”, se clasificaron los mismos de acuerdo al tipo de orientación de los títulos secundarios

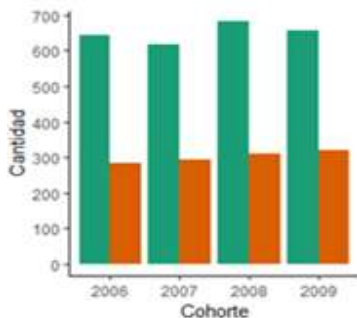


Gráfico 3: Estudiantes por tipo de gestión institución educativa de origen.

Fuente: Elaboración Propia

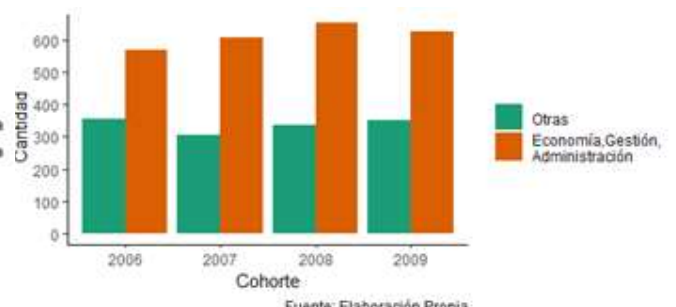


Gráfico 4: Estudiantes por tipo de orientación de título secundario.

Fuente: Elaboración Propia

obtenidos por los estudiantes ingresantes a las cohortes.

- Respecto de la eficiencia académica, a partir de los datos disponibles, se calculó la nota promedio obtenida en exámenes finales de cada estudiante durante todo el período bajo estudio. La distribución de las notas promedios en cada cohorte es similar, estando su media entre calificaciones de 2,50 y 3.
- Respecto de aquellos estudiantes que por su situación de cursado e inscripción a exámenes finales se verificó que no habían registrado exámenes rendidos ni materias cursadas durante 2 años consecutivos, fueron categorizados como “Abandono”, aclarando que dentro de la categoría “No Abandonó” se encuentran estudiantes que registraron actividad durante todo el período bajo análisis pero no llegaron a la instancia de graduación y que entraron en la categoría de “Estudiantes crónicos”. Dicha información se expone en la siguiente tabla:

Tabla N°1: Graduados, Deserción y Alumnos crónicos.

Cohorte	Inscriptos	Graduados	Abandonos	Crónicos
2006	926 (100%)	101 (10,91%)	747 (80,67%)	78 (8,42%)
2007	912 (100%)	79 (8,66%)	720 (78,95%)	113 (12,39%)
2008	992 (100%)	89 (8,97%)	771 (77,72%)	132 (13,31%)
2009	976 (100%)	103 (10,55%)	736 (75,41%)	137 (14,04%)

- De acuerdo al tipo de institución educativa de origen, de los que provienen de instituciones públicas abandonaron el 79,53% en tanto que de los que provienen de instituciones privadas abandonaron el 75,14%. La mayor parte de los estudiantes que abandonan se podrían agrupar en aquellos que tienen menos de 30 materias aprobadas con notas promedio menores a 4.

2.2 Estimación de un modelo de regresión logística múltiple.

Objetivo: Estudiar la forma en que la probabilidad de deserción varía según si el alumno nació en una determinada ciudad, o si estudio en un secundario público o privado, o con una determinada orientación, etc.

Metodología: Ajustar las observaciones en un modelo de regresión logística múltiple definiendo como variable de respuesta la probabilidad de deserción y como variables explicativas las distintas variables que influyeron en el desempeño académico. Para esto último, se deberá seleccionar aquellas variables que influyen en el modelo.

2.2.1 Estimación del Modelo.

Se estimó un modelo de regresión logística utilizando el Software R con todos los datos previamente depurados.

Para poder estimar el abandono, las variables incluidas en el modelo fueron seleccionadas después de aplicar los métodos Stepwise, de Akaike y considerando las variables importantes que surgieron del análisis descriptivo realizado: edad de ingreso a cada cohorte, año de ingreso, re-inscripción en cohorte, tipo de gestión de la institución secundaria, orientación del título secundario obtenido, cantidad de materias aprobadas, nota promedio.

Además, se encontraron significativas un conjunto de interacciones que se detallan más adelante y a los efectos de verificar la bondad del ajuste del modelo, se realizó un análisis de residuos.

2.2.1.1 Procesamiento de datos y definición de criterios.

Para realizar la estimación del modelo, primero se trabajó con los datos y se establecieron determinados criterios.

Se crearon nuevas variables de la siguiente manera:

- En función del lugar de nacimiento se creó la variable *CUrbanoNac* que representa si el lugar de nacimiento del estudiante es un núcleo urbano significativo en cantidad de habitantes donde se la codifico en 0 si el lugar de nacimiento tiene hasta 50.000 habitantes y en 1 si el lugar de nacimiento tiene más de 50.000 habitantes, según datos estimados de población por ciudad.
- También en función del lugar de nacimiento se creó la variable *DistanciaLugNac* que representa la distancia geográfica desde el lugar de nacimiento hasta la Universidad Nacional. Si el lugar se encuentra a una distancia de hasta 50 km se la codifico en 0 y si se encuentra a una distancia de más de 50 km se la codifico en 1.
- Se modificó la variable del año de egreso de la secundaria, codificándola en 0 si había una diferencia de hasta 3 años entre el año de egreso en la secundaria y el año de ingreso a la universidad y se la codifico en 1 si había una diferencia mayor a los 3 años entre la culminación de la secundaria y el inicio de la universidad.
- Se creó la variable *Nac_Arg* donde se codifico en 0 a los nacidos en Argentina y en 1 a los no nacidos en Argentina.
- Se creó la variable *Ext_Cohorte* donde se codifico en 0 a los ingresantes que iniciaban sus estudios universitarios por primera vez en la facultad y se codifico en 1 a los ingresantes que se habían matriculado en años anteriores o sea que tenían libretas universitarias emitidas en años anteriores a cualquiera de los 4 años de ingresos analizados en este estudio.
- Se creó la variable *Col_Rural* donde se codifico en 0 a los estudiantes que egresaron de la secundaria de un colegio urbano o no rural o se codifico en 1 a los estudiantes egresados en la secundaria en un colegio rural.

- Se creó la variable *Col_Priv* donde se codifico en 0 a los estudiantes egresados de escuelas secundarias de gestión pública y en 1 a los estudiantes egresados de colegios de gestión privada.
- Se creó la variable *Orient_EcAd* donde se codifico en 0 a los estudiantes provenientes de instituciones educativas secundarias que no otorgan titulación académica con orientación relacionada a economía, contabilidad, gestión y/o administración y se codifico en 1 a los estudiantes cuyos títulos secundarios si tienen dicha orientación.
- Se creó la variable *Grad* donde se codifico en 0 a los estudiantes que no aprobaron en la universidad las materias suficientes para graduarse y se codifico en 1 a los estudiantes que si aprobaron las materias suficientes para graduarse.
- Para definir el criterio de los ingresantes que luego abandonaron los estudios universitarios se eligieron dos criterios distintos: en el primer caso se determinó que habían abandonado la universidad aquellos estudiantes que no registraron inscripción al cursado de materias durante dos años consecutivos y anteriores a noviembre del 2021. En el segundo criterio se determinó que habían abandonado los estudios aquellos estudiantes que no registraron inscripción a exámenes finales durante dos años consecutivos y anteriores a noviembre del 2021.
- Se creó la variable *Aband* y *Aband1* donde en cada una se codifico en 0 a los que no habían abandonado, también se les asigno 0 a los que no cumplían las condiciones de cursado o de rendida pero que ya se habían graduado y se codifico en 1 a los que habían abandonado.

Cuando luego se corrió el modelo con ambas alternativas y se encontraron resultados similares entre sí, se optó por utilizar solamente la variable *Aband* basada en el criterio de no cursado para definir el abandono.

Los coeficientes del modelo y las interacciones significativas:

(Intercept)	Edad_Ing	Cohorte2007	Cohorte2008	Cohorte2009
2.599517	0.057847	-0.302453	-0.424944	-0.447375
Ext_Cohorte1	Col_Priv1	Orient_EcAd1	Mat_Ap	Nota_Prom
1.033776	0.631305	0.733580	-0.339131	0.258198
Edad_Ing:Ext_Cohorte1	Edad_Ing:Orient_EcAd1	Edad_Ing:Mat_Ap	Edad_Ing:Nota_Prom	Ext_Cohorte1:Orient_EcAd1
-0.074234	-0.055082	0.006908	-0.016420	0.850524
Ext_Cohorte1:Mat_Ap	Ext_Cohorte1:Nota_Prom	Col_Priv1:Mat_Ap	Col_Priv1:Nota_Prom	Mat_Ap:Nota_Prom
-0.046767	0.330603	0.018633	-0.131405	0.015690

2.2.2 Cambio de Enfoque.

Para complementar el análisis, se realizó la estimación de un modelo en que la variable de respuesta es la variable Graduados. De esta manera se cambia el enfoque del estudio, ya en vez de analizar las variables que influyen en el abandono, se busca identificar y analizar las variables que inciden significativamente en la graduación del estudiante, que sería el objetivo final que tiene todo ingresante en la universidad.

Para poder estimar la graduación del estudiante, las variables incluidas en el modelo fueron seleccionadas después de aplicar el Método de Akaike y considerando el análisis descriptivo realizado: edad de ingreso, tipo de gestión de la institución secundaria, lugar de nacimiento, orientación del título secundario, distancia entre el lugar de nacimiento y la universidad, recusante, cantidad de materias aprobadas.

2.2.2.1 Procesamiento de datos y definición de criterios.

Para esto, se creó la variable *Grad* donde se codificó en 0 a todos los estudiantes que todavía no habían aprobado las materias suficientes para graduarse y se codificó en 1 a todos los estudiantes que ya habían aprobado la cantidad de materias necesarias para obtener el título.

Los coeficientes del modelo y las interacciones significativas:

(Intercept)	Curbanonac1	DistanciaLugNac1	Ext_Cohorte1	Col_Priv1
-4.062694	0.061020	-0.157696	-12.138878	-0.788408
orient_EcAd1	Mat_Ap	Edad_Ing	Curbanonac1:Ext_Cohorte1	DistanciaLugNac1:Ext_Cohorte1
-2.007327	0.255965	-0.018093	2.107018	2.017209
DistanciaLugNac1:orient_EcAd1	Ext_Cohorte1:orient_EcAd1	Ext_Cohorte1:Mat_Ap	Ext_Cohorte1:Edad_Ing	Col_Priv1:orient_EcAd1
0.493409	-1.822197	0.199567	0.154947	0.603628
Col_Priv1:Mat_Ap	orient_EcAd1:Edad_Ing	Mat_Ap:Edad_Ing		
0.017845	0.100163	-0.007289		

2.2.3 Bondad del Ajuste:

Se verificó el ajuste del modelo cuya variable dependiente es la probabilidad de Abandono (Deserción) mediante la Prueba de Bondad del Ajuste del Estadístico Chi Cuadrado.

Obteniendo el siguiente resultado:

```
glm(formula = Aband ~ Edad_Ing + Ext_Cohorte + Col_Priv + Orient_EcAd +
  Mat_Ap + Nota_Prom + Edad_Ing:Ext_Cohorte + Edad_Ing:Orient_EcAd +
  Edad_Ing:Mat_Ap + Edad_Ing:Nota_Prom + Ext_Cohorte:Orient_EcAd +
  Ext_Cohorte:Mat_Ap + Ext_Cohorte:Nota_Prom + Col_Priv:Mat_Ap +
  Col_Priv:Nota_Prom + Mat_Ap:Nota_Prom, family = binomial,
  data = prueba)
```

Residual deviance: 2362.0 on 3789 degrees of freedom

```
> 1-pchisq(2362.0,3789)
```

Conclusión: No existe evidencia para rechazar la hipótesis que el modelo posee un buen ajuste a cualquier nivel de significancia.

2.2.4 Diagnóstico del Modelo

Se realizó un diagnóstico residual del modelo con el software R para verificar que el modelo se ajusta correctamente a los datos y que no hay observaciones que influyan significativamente en el mismo. En primera instancia se realizó un gráfico de leverage y se encontraron 2 observaciones que podrían ser puntos de influencia en el modelo. Luego se realizaron los gráficos de los residuos deviance, de la distancia de Cook con dos observaciones identificadas que separaban del resto de las observaciones y se graficaron las bandas de confianza para componente estocástica. Se verificaron que en ninguno de los casos los posibles puntos de influencia modifican significativamente los coeficientes del modelo.

2.2.5 Poder predictivo del modelo:

Del análisis gráfico mediante el análisis de la curva ROC surge que el modelo posee un buen poder predictivo tanto en sensibilidad como en especificidad con un área bajo la curva de 0.8955.

3 Conclusiones y recomendaciones.

3.1 Conclusiones.

En función del análisis exploratorio y de la estimación de los distintos modelos de regresión usando los datos de las cohortes desde el 2006 hasta el 2009 expuestos al final de la sección 2.2.1.1 y al final de la sección 2.2.2.1 se puede concluir lo siguiente:

- El tipo de educación secundaria que tuvo el estudiante universitario influye en la posibilidad de abandonar o no la carrera ya que de acuerdo al análisis exploratorio un estudiante de un colegio privado tiene un 21,33 % más de chances de no abandonar sus estudios que uno de una escuela pública.
- Además un estudiante de un colegio privado tiene casi el doble de probabilidad de graduarse que un estudiante de una escuela pública, ya que de acuerdo al análisis exploratorio en el primer caso la probabilidad de graduarse es de 14.33 % y en el segundo caso es del 7.66 %.
- El tipo de orientación de la secundaria también influye en el destino del ingresante, ya que de acuerdo al análisis descriptivo, aquellos que estudiaron en una secundaria con orientación afín a las ciencias económicas tienen un 31.08 % más de chance de no abandonar que un estudiante con un orientación no relacionada con las ciencias económicas.

- Si analizamos a los graduados, de acuerdo al análisis descriptivo los estudiantes con orientación en economía y similares tiene un 38,09 % más de chance de graduarse que un estudiante que tenga otra orientación.
- La edad al ingresar es una variable que también influye en el abandono. De acuerdo al análisis descriptivo, los estudiantes de hasta 18 años tienen una probabilidad de abandonar del 72.64 %. Esta probabilidad aumenta al 84.48 % en los estudiantes con edades de ingreso entre los 19 y los 29 años y se corrige brevemente en los estudiantes con edades al ingresar de 30 o más con una probabilidad del 82.75 %. De acuerdo al modelo de regresión estimado por cada año que aumenta la edad de ingreso, el estudiante tiene 1.06 veces más chances de abandonar la universidad.
- La condición de re-ingresante en un estudiante también influye en el abandono ya que de acuerdo al modelo de regresión estimado un estudiante que ingreso en un año específico pero luego se volvió a matricular en alguna de las 4 cohortes analizadas tiene 2.81 veces más chances de abandonar que un ingresante que sigue activo.
- En la estimación previa del modelo se encontraron influyentes en el abandono otras variables como el año de ingreso y la cantidad de materias aprobadas. Sin embargo se definió no incluirlas en el modelo expuesto en este trabajo ya que no son el foco de estudio en este análisis pero pueden ser motivos para otro análisis posterior y mas detallado.

En el primer caso se observa una pequeña reducción de la tasa de abandono con el correr temporal de las cohortes. En el caso de las materias aprobadas, esta variable se encuentra en un círculo virtuoso donde a medida que un estudiante tiene más materias aprobadas, menor es su probabilidad de abandonar sobre todo si se encuentra con más de 20 materias aprobadas.

De acuerdo al análisis descriptivo se observan importantes diferencias en los grupos de estudiantes. En el primer grupo con hasta 10 materias aprobadas la probabilidad de abandonar 94.03 %, en el segundo grupo entre 11 y 20 materias aprobadas dicha probabilidad disminuye al 75.25 % y en el grupo de más de 20 materias aprobadas la probabilidad de abandonar se reduce al 32.11 %.

De acuerdo al modelo de regresión estimado por cada materia aprobada adicional que logra el estudiante, sus chances de abandonar es de 0.28 veces menos.

- Con respecto al modelo de regresión para estimar los graduados, además de las variables que también se encontraron para estimar el abandono como la edad de ingreso, el tipo de colegio secundario, la orientación del secundario, si el estudiante es recusante (re-inscripto) y la cantidad de materias aprobadas, se encontraron otras variables que influyen significativamente en el modelo. Esto se puede observar al final de la sección 2.2.2.1
- Si el estudiante nació en un centro urbano de más de 50 mil habitantes, de acuerdo al modelo de regresión estimado la chance de graduarse es de 1,06 veces mayor que si hubiera nacido en una ciudad menor a 50 mil habitantes.

- Si el estudiante nació a más de 50 km de la ciudad de Salta, la chance de graduarse es 0,15 veces menor que si hubiera nacido cerca de la ciudad donde se encuentra la universidad, de acuerdo al modelo de regresión estimado.

3.2 Recomendaciones.

Con una tasa de abandono del 78.31 % y una tasa de graduados del 9.77 %, la deserción en la universidad pública es uno de los principales problemas que existen en el ámbito universitario y para poder combatirla se debe involucrar a los distintos sectores de la universidad como una de las principales políticas universitarias. Para esto se recomienda:

Establecer un programa para combatir la deserción que involucre:

- Programa de nivelación virtual de 3 meses para todos los ingresantes, pero focalizado principalmente en ingresantes que cumplan con una o varias de estas características:
 1. Provenientes de secundarias públicas.
 2. Con títulos secundarios que tengan orientación no relacionada a las ciencias económicas.
 3. Con 19 años o más de edad al ingresar.
 4. Provenientes de secundarias del interior de la provincia.
- Programa de Apoyo Educativo permanente para los recursantes que implique clases virtuales de apoyo en materias sin regularización. Este programa debe abarcar de manera transversal a todos los sectores de la Universidad, y debe aspirar a representar el 10 % de la dedicación horaria de cada cátedra en los puestos de auxiliares docentes de primera categoría.
- Programa de seguimiento con actualización bimestral del status de cada ingresante con respecto a la cantidad de materias no regularizadas o no aprobadas que implique la realización de acciones específicas para dicho grupo de ingresantes. Este seguimiento permitirá estar más cerca del ingresante en los momentos en que su desempeño académico sea regular o malo a los efectos de poder generar las condiciones para contribuir desde la universidad a su mejora.
- Informar mediante publicaciones periódicas a las distintas cátedras de la facultad la situación respecto de las características de los alumnos inscriptos en cada cohorte a los fines de hacer un mejor seguimiento de los mismos.
- Solicitar a las diferentes cátedras que indaguen y profundicen el análisis de las variables mencionadas en el presente informe respecto de los alumnos inscriptos en las correspondientes cursadas.

Referencias

- David W. Hosmer, Jr., Stanley Lemeshow, Rodney X. Sturdivant (2013). *Applied Logistic Regression*. 3ra. Edición. EEUU. Wiley.

- (Padrón de establecimientos educativos de Salta - 2019 - Disponible en <http://www.edusalta.gov.ar/index.php/docman/dpto-estadistica/establecimientos/5080-padron-de-establecimientos-educativos-2019>. Consulta del 05-01-2022).

Rendimiento académico en Estadística de los estudiantes de la FCEco UNER antes y después de la pandemia COVID-19

D'Iorio, Stefania – Ávila, Olga Beatriz
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Entre Ríos - Facultad de Ciencias Económicas,
Universidad Nacional de Entre Ríos
stefania.diorio@uner.edu.ar – olga.avila@uner.edu.ar

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Rendimiento académico, Estadística, Pandemia COVID-19, FCEco-UNER

Resumen

La pandemia de COVID-19 y las medidas sanitarias adoptadas incidieron en el sistema educativo en general, y en el universitario en particular. Las Universidades, en pos de garantizar la continuidad del proceso de enseñanza-aprendizaje, llevaron adelante iniciativas integrales para poder hacer frente a los diversos desafíos de la provisión de educación a distancia. Así, se pasó de manera repentina de la educación tradicional a la educación virtual, promoviendo una disrupción pedagógica. Esta disrupción tuvo consecuencias tanto en el aprendizaje como en el rendimiento académico de los estudiantes. En este contexto, el objetivo de este trabajo fue analizar el rendimiento académico en Estadística de los estudiantes de la FCEco UNER antes y después de la pandemia COVID-19. Para cumplir este objetivo, se definió un diseño metodológico de tipo descriptivo transversal, en dos momentos del tiempo, utilizando una estrategia cuantitativa de investigación, basada en fuentes de datos primarias. Las técnicas de producción y análisis de datos fueron de tipo estadísticas, a partir del uso del software estadístico R. Los resultados obtenidos permitieron concluir que en el año 2022 la cantidad de cursantes de Estadística fue menor, disminuyendo a su vez el porcentaje de estudiantes en condición final de promoción. No obstante, quienes lograron la promoción lo hicieron con notas finales mayores a las notas obtenidas por los estudiantes promocionales de 2019.

1 Introducción

La aparición del virus del COVID-19, y su declaración como pandemia por parte de la Organización Mundial de la Salud (OMS, 2020), afectaron el desarrollo regular de la educación a escala mundial en todos sus niveles (Romero Escalante y Morán Romero, 2021).

Como refieren Del Valle, Perrotta y Suasnábar (2021), en Argentina las medidas sanitarias adoptadas por el gobierno desde el 21 de marzo del 2020 en cada una de las fases de la pandemia incidieron en el sistema educativo y, particularmente, en el universitario. El cierre de los establecimientos y la suspensión de las clases presenciales, justo al iniciar el calendario académico del año 2020, hicieron que las instituciones no puedan comenzar sus actividades presenciales. Las Universidades Públicas, ejerciendo su autonomía, decidieron cómo proseguir con sus actividades y garantizar la continuidad del proceso de enseñanza-aprendizaje en este contexto, llevando adelante iniciativas integrales para poder hacer frente a los diversos desafíos de la provisión de educación a distancia.

Igualmente, el paso de la educación tradicional -presencial- a la enseñanza de tipo virtual, a través del uso de plataformas y medios tecnológicos, que particularmente se encontraban en etapa preliminar de implementación en los países de América Latina (BID, 2020), provocó una disrupción pedagógica, debido al cambio repentino y radical del contexto educativo (Adell y Castañeda, 2012, en García Aretio, 2017).

Como afirman Romero Escalante y Morán Romero (2021), esta disrupción provoca consecuencias tanto en el aprendizaje como en el rendimiento académico.

Habida cuenta de la multidimensionalidad y polisemia del concepto de rendimiento académico, para este trabajo se entiende al mismo como el “resultado de un entramado de factores que derivan tanto de la familia, como del sistema educativo, como del mismo alumno” (Grasso Imig, 2020, p. 92), que se asocia a las calificaciones obtenidas en el ámbito académico, siendo el indicador del nivel de educación adquirido más frecuentemente utilizado. Se coincide con Tejedor (1998), referenciado en Grasso Imig (2020), en cuanto a que la forma más operativa de describir los resultados es la calificación promedio que se obtiene en el periodo académico en que cada estudiante haya cursado.

En este contexto, en el marco de la cátedra de Estadística, asignatura del tercer año de la carrera de Contador Público de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Entre Ríos (FCEco UNER), surgió el interrogante acerca de si se habían provocado cambios en el rendimiento académico de los estudiantes antes y después de la pandemia COVID-19.

Así, se propuso como objetivo general analizar el rendimiento académico en Estadística de los estudiantes de la FCEco UNER antes y después de la pandemia COVID-19. Para cumplir este objetivo, se definió un diseño metodológico de tipo descriptivo transversal, en dos momentos del tiempo. Bajo este diseño, se optó por la utilización de una estrategia cuantitativa, basada en fuentes de datos primarias. Las técnicas de producción y análisis de datos fueron de tipo estadísticas, a partir del uso del software estadístico R.

2 Aspectos Metodológicos

En concordancia con el objetivo general propuesto, se definió un diseño metodológico de tipo descriptivo transversal, con mediciones en dos momentos del tiempo. Para poder comparar grupos homogéneos, se optó por estudiar el rendimiento académico en el primer cuatrimestre del año 2019, el último primer cuatrimestre presencial, y el primer cuatrimestre del año 2022, primer cuatrimestre de vuelta a la presencialidad. Ello debido a que, si bien los dos cuatrimestres del calendario académico son activos, la asignatura Estadística corresponde al primer cuatrimestre del tercer año y, en general, en este cuatrimestre la cursan aquellos estudiantes que llevan la carrera relativamente al día, ya que en el segundo cuatrimestre suelen cursarla los estudiantes que,

retrasados con las asignaturas de la rama contable de la carrera, avanzan en la rama matemática. Normalmente, en el primer cuatrimestre se trabaja con dos comisiones, y en el segundo cuatrimestre sólo con una.

Bajo este diseño, se utilizó una estrategia cuantitativa, basada en fuentes de datos primarias. Las fuentes consistieron en las planillas de notas confeccionadas por las docentes de la asignatura. Estas planillas ordenan en matrices las notas teóricas, prácticas y totales de cada uno de los dos parciales y del recuperatorio único, así como las condiciones parciales y finales, y la calificación final obtenida para quienes lograron la promoción.

Las calificaciones prácticas conforman el 60% de la nota final, y las teóricas el 40% restante, calculándose las mismas entre 0 y 100 puntos. La condición final de los estudiantes puede ser de Promoción, para aquellos estudiantes que obtuvieron 70% o más del puntaje en cada parcial, de Regularidad, para aquellos que obtuvieron entre un 50% y un 69% del puntaje en cada parcial, y Libres para quienes obtuvieron 49% o menos del puntaje en cada parcial. Los estudiantes pueden recuperar uno de los dos parciales para obtener tanto la condición de promocionales como de regulares.

Las técnicas de producción y análisis de datos fueron de tipo estadísticas, a partir del uso del software estadístico R para la elaboración de tablas y gráficos, el cálculo de medidas de resumen y de distintas pruebas estadísticas.

3 Resultados

Antes de analizar el rendimiento académico, resulta de interés caracterizar los grupos de estudiantes bajo estudio. El gráfico que sigue a continuación representa la cantidad de estudiantes por año de cursada, sexo y comisión en la que hicieron el cursado.



Figura 1. Cantidad de estudiantes que cursaron Estadística por año, sexo y comisión

Como puede observarse, en el primer cuatrimestre de 2019 hubo una mayor cantidad de cursantes, totalizando 94 entre las dos comisiones, mientras que en el año 2022 hubo 50 cursantes en total, cayendo prácticamente a la mitad la cantidad de cursantes entre antes y después de la pandemia COVID-19. Resulta de interés remarcar que generalmente en el primer cuatrimestre cursan la asignatura al menos 100 estudiantes, por lo que la caída de cursantes es importante. En ambos años, aproximadamente el 70% de los estudiantes corresponden a la Comisión 1.

Si bien no se mantiene la misma proporción de mujeres entre las cuatro comisiones estudiadas, en ambos años del total de estudiantes 52% son mujeres y 48% hombres.

La Figura 2 muestra los porcentajes de estudiantes de cada año de acuerdo con su condición final, discriminando entre los estudiantes que quedaron en condición de libres sin haber resuelto ningún examen -libres por inasistencia- de aquellos que rindieron al menos un parcial -libres-.

En ambos años de análisis el porcentaje de regulares ronda el 20%, observándose mayores diferencias entre las demás condiciones finales. En relación a los estudiantes que quedaron en condición de libres, el porcentaje en 2019 fue de aproximadamente el 20% en total, mientras que en el 2022 fue del 34%. Además, durante 2022 no hubo libres por inasistencia. El porcentaje de promocionados fue del 62% en el año 2019, mientras que en el 2022 fue del 46%.

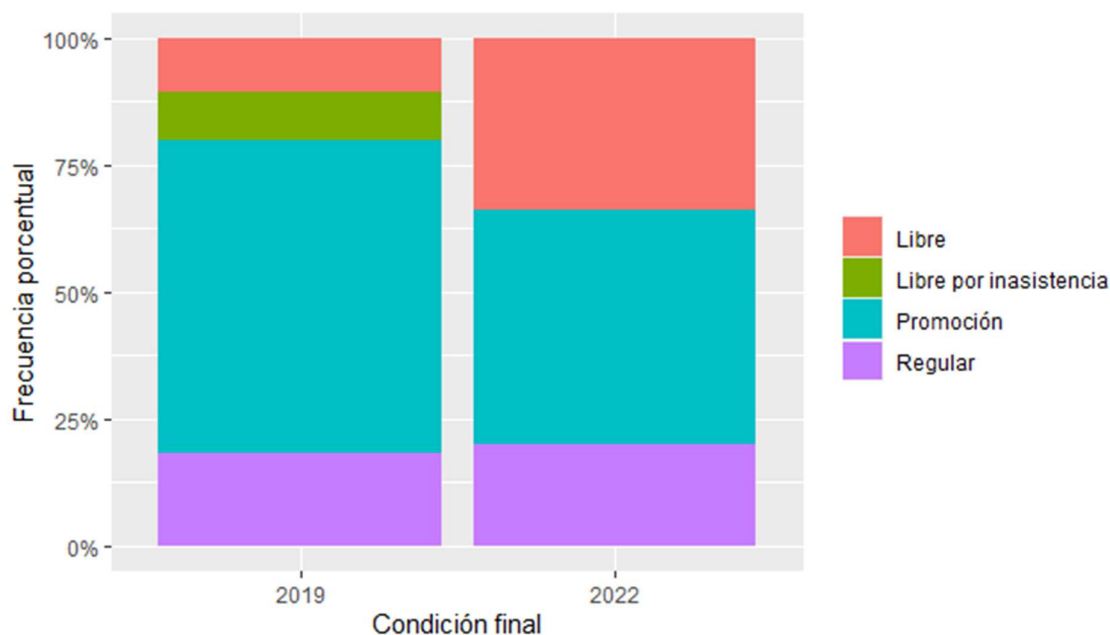


Figura 2. Porcentaje de estudiantes que cursaron Estadística por Condición final

De esta manera, el rendimiento académico, en términos del porcentaje de estudiantes promocionados, disminuyó 16 puntos porcentuales (p.p.) entre antes y después de la pandemia COVID-19, lo que representa una baja del 26% de estudiantes promocionados. Mientras que el porcentaje de estudiantes libres aumentó un 70% entre los dos momentos estudiados.

Para examinar las notas obtenidas en los dos parciales, se consideró sólo aquellos estudiantes que se presentaron a rendir al menos uno de ellos, descartándose del análisis los estudiantes libres por inasistencia.

La distribución de las notas de los parciales se presentan en el correlograma que se expone a continuación, que muestra en la diagonal principal los gráficos de densidad de las distribuciones univariadas de las notas, y la de los estudiantes por año que rindieron en un gráfico de barras. En la sección superior presenta los coeficientes de correlación entre las notas de los parciales, distinguiendo por año, y los gráficos de caja de las notas por año, mientras que en la sección inferior presenta el diagrama de dispersión entre las notas, y los histogramas de cada distribución por año.

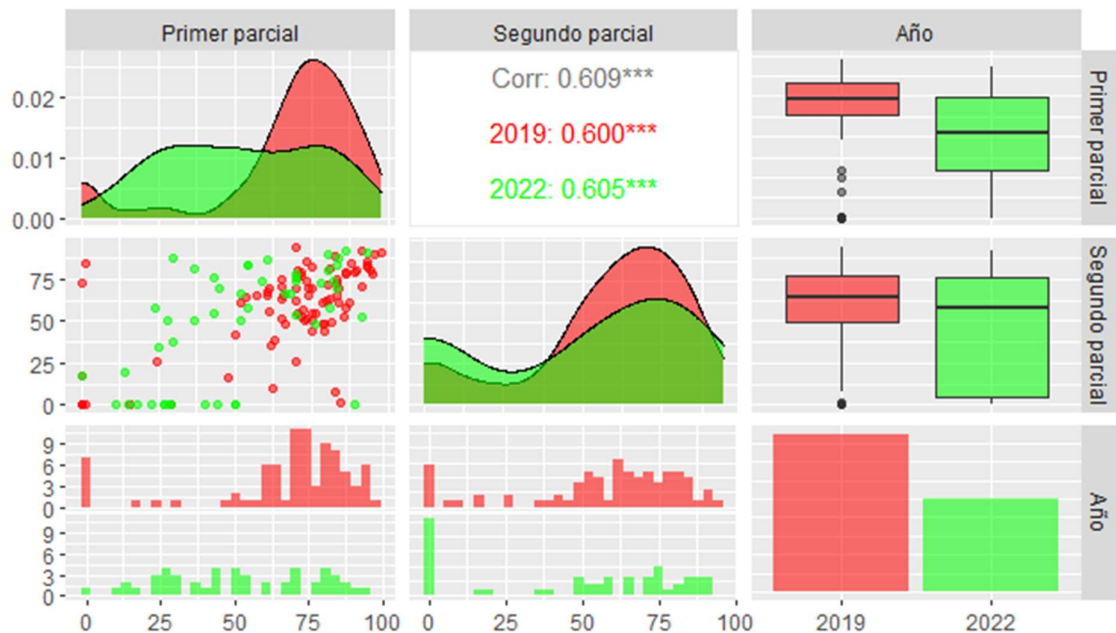


Figura 3. Correlograma Notas de parciales

La distribución de las notas del primer parcial del año 2019 es asimétrica derecha, mientras que la del año 2022 es más simétrica, pero aplanada y dispersa. Las distribuciones de las notas del segundo parcial son más similares entre los años, aunque nuevamente la del año 2022 es más aplanada. Esto se refuerza al observar los gráficos de caja, en los cuales se observa la mayor dispersión en las notas del año 2022 y, especialmente en el primer parcial, una nota mediana más alta en el año 2019.

En tanto podría esperarse que los estudiantes tengan un rendimiento similar en ambos parciales, es que se calculó el coeficiente de correlación entre las notas, el cual resultó alto y significativo -coeficiente de correlación de 0,6 significativo al 1%, tanto en total como en cada uno de los años. Como se puede observar en el gráfico de dispersión entre las notas, se ve un comportamiento lineal y positivo entre las notas, aunque con varias observaciones distantes de este patrón.

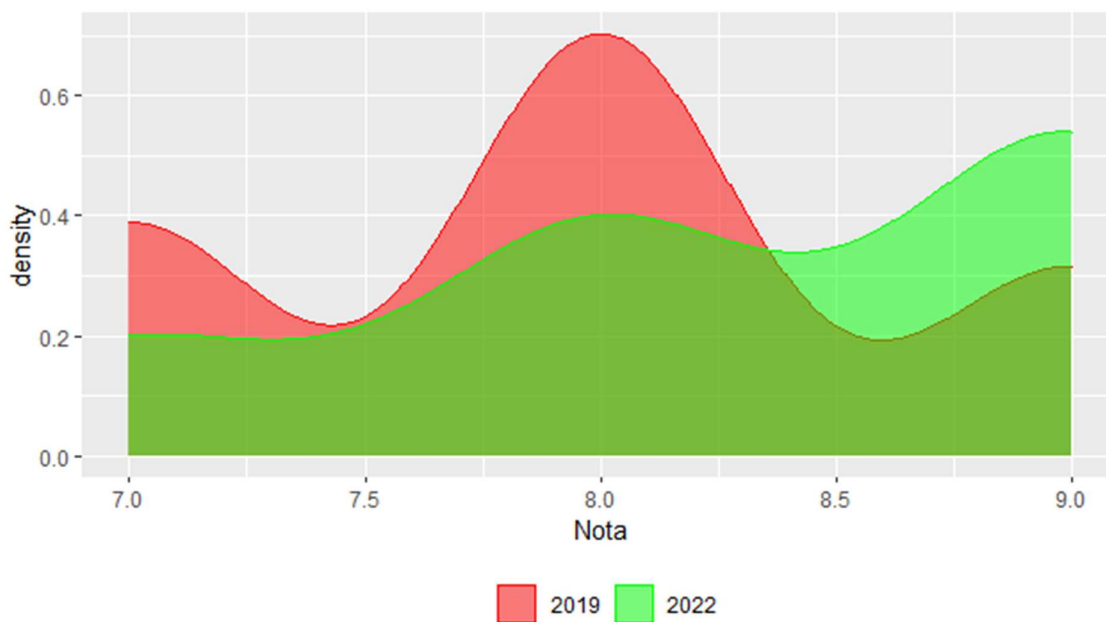


Figura 4. Densidad de las notas finales por año

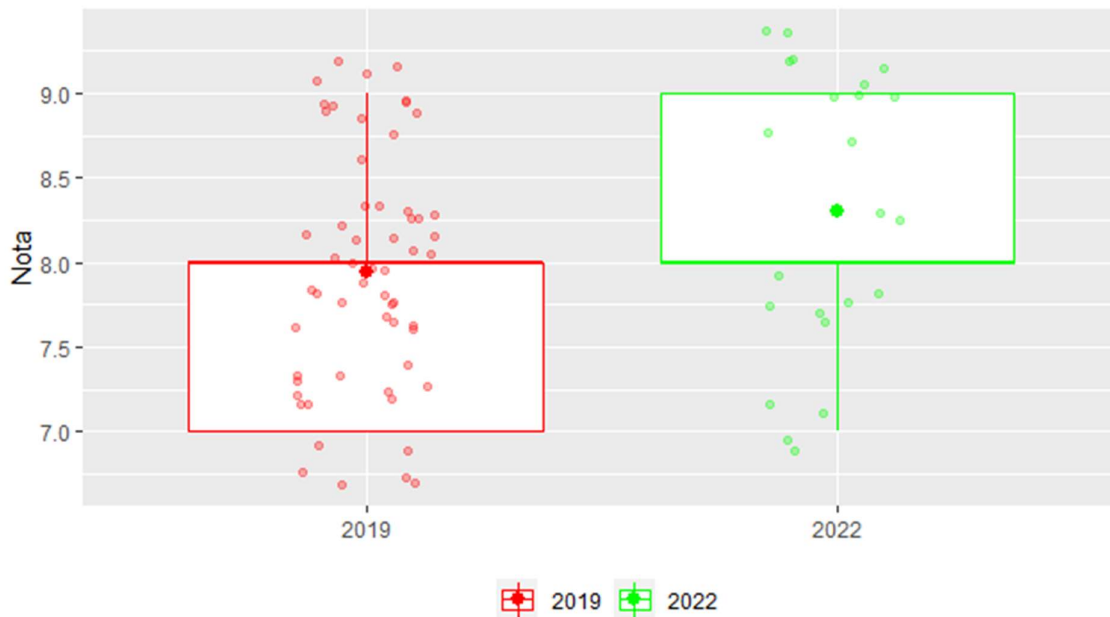


Figura 5. Diagramas de caja Nota final por año

Las funciones de densidad de las notas finales muestran un patrón similar a los parciales, con una forma más aplanada y dispersa en el año 2022 en relación con el año 2019. Las notas finales medianas resultaron iguales, no obstante la nota final media del año 2022 resultó mayor (8,30) a la del 2019 (7,94). El 50% central de los estudiantes del año 2022 obtuvieron mayores notas (entre 8 y 9) que el 50% central del año 2019 (entre 7 y 8).

Si observamos los diagramas de caja de notas finales por año y por comisión, vemos que la comisión 1 en ambos años presenta una distribución similar, mientras que las mayores diferencias se observan en la comisión 2, que muestra notas mayores en el año 2022.

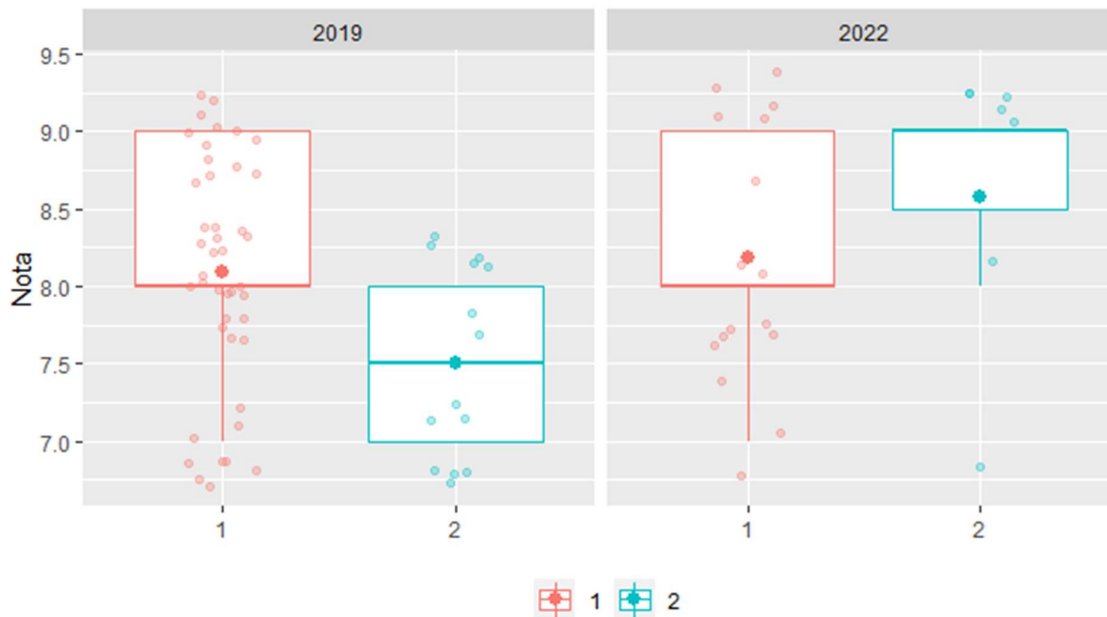


Figura 6. Diagramas de caja Nota final por año y por comisión

4 Conclusiones y trabajos futuros

En cuanto a la composición de los estudiantes pre y pos pandemia, se destaca la disminución prácticamente del 50% en la cantidad de estudiantes que cursaron Estadística en el primer cuatrimestre, sin embargo se mantuvieron las proporciones por sexo y por comisión.

Los porcentajes de estudiantes de acuerdo con su condición final muestran una estabilidad en el porcentaje de regulares, del 20%, pero una disminución del porcentaje de promocionados -del 26%- y, por consiguiente aumento del porcentaje de libres -del 70%-, entre 2019 y 2022.

Las notas de los parciales se distribuyen más dispersa y aplanadamente en el 2022 que en el 2019, y con valores medianos menores, especialmente en el primer parcial. En ambos años se observó una correlación alta y significativa entre las notas de ambos parciales, lo que permite identificar un rendimiento similar entre ambos parciales.

Sin embargo, al analizar la distribución de las notas finales, el 50% central de los estudiantes del año 2022 obtuvieron mayores notas que el 50% central del año 2019, y la nota final media del año 2022 resultó mayor. En consecuencia, si bien el porcentaje de estudiantes promocionados en 2022 fue menor que el de 2019, el rendimiento en términos de nota final obtenida fue mejor en el 2022.

Al analizar el rendimiento por comisión, la comisión 1 en ambos años presenta una distribución similar, mientras que las mayores diferencias se observan en la comisión 2, que muestra notas mayores en el año 2022.

En conclusión, si bien en el año 2022 la cantidad de cursantes de Estadística fue menor, disminuyendo a su vez el porcentaje de estudiantes en condición final de promoción, quienes lograron la promoción lo hicieron con notas finales mayores a las notas obtenidas por los estudiantes promocionales de 2019.

Estos resultados dan lugar al surgimiento de nuevos interrogantes, relacionados con las razones por las cuales ha disminuido la cantidad de estudiantes que cursaron Estadística en el primer cuatrimestre pos pandemia, y se evidencia una aparente selección natural que fortalece a quienes han podido transitar mejor la disrupción pedagógica que provocó la pandemia y hace que, si bien un menor porcentaje de estudiantes logre la promoción, lo haga con notas mayores.

Referencias

Del Valle, D., Perrotta, D. y Suasnábar, C. (2021) La universidad argentina pre y post pandemia: un balance de las políticas recientes y los desafíos de la reforma ante un nuevo escenario. *Estudios Críticos del Desarrollo*, xi (20), 31-105.

García Aretio, L. (2017) Educación a distancia y virtual: calidad, disrupción, aprendizajes adaptativo y móvil RIED. *Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 20 (2), 9 -25.

Grasso Imig, I. (2020). Rendimiento académico: un recorrido conceptual que aproxima a una definición unificada para el ámbito superior. *Revista de Educación*, 20, 87-102.

Romero Escalante, V. F. y Moran Romero, T. (2021). Efectos de la disrupción educativa en el rendimiento académico en el programa universitario para adultos durante la pandemia COVID-19. *Revista de investigación científica y tecnológica*, 5, (1), 28-39.

Rendimiento Académico: la Influencia de la Pandemia. El Caso de Estadística y Probabilidad de la FCE/UNRC

Curti, Sonia Noemí – Regolini, María del Carmen – Videla, María Lorena
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Río Cuarto – Facultad de Ciencias Económicas,
Universidad Nacional de Río Cuarto – Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Río Cuarto
scurti@fce.unrc.edu.ar – maregolini@fce.unrc.edu.ar – mvidela@fce.unrc.edu.ar

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Rendimiento académico, Universidad, Estadística y Probabilidad, Calificaciones, Pandemia por COVID-19.

Resumen

Entre las dimensiones para estudiar el rendimiento universitario, la académica se refiere al desempeño del estudiante en su proceso formativo, quedando reflejado en las calificaciones logradas. La pandemia de COVID-19 ha originado numerosos cambios en diversos ámbitos, entre ellos, en el área educativa. Esta investigación se enmarca en el Proyecto “Determinantes del rendimiento académico estudiantil universitario: asignaturas de Matemática y Estadística del ciclo básico de la Facultad de Ciencias Económicas”. Tiene por objetivo indagar sobre el rendimiento académico de los estudiantes en la asignatura Estadística y Probabilidad, focalizando la atención en las condiciones finales de cursado y las calificaciones obtenidas en los exámenes finales, en el período 2018-2021. Para ello, se analizaron datos provenientes de dos fuentes provistas por la Universidad Nacional de Río Cuarto, mediante un análisis exploratorio y descriptivo. Los resultados muestran que, en 2020 se inscriben la mayor cantidad de estudiantes para cursar y respecto de las condiciones finales cursado, hay más estudiantes que consiguen la condición Regular, similar a lo acontecido en 2018. En cuanto al total de inscripciones realizadas en el período 2018-2021 para rendir el examen final, se aprecia un 35,17% de inasistencia. Particularmente en 2020, durante la COVID-19 se advierte en los exámenes finales un 44,78% de ausentismo y un 48,88% de aprobación, superando a las proporciones previa a la situación de COVID-19, con un 35,92% y el 36,16% respectivamente. A partir de este estudio nos planteamos qué otros aspectos vinculados al rendimiento académico estudiantil podrían incidir en el mismo.

1 Introducción

En el sector educativo, la situación vivida a partir de la irrupción de la pandemia de COVID-19 en el año 2020 ha posicionado a las tecnologías de la información y de la comunicación (TIC) en un lugar destacado. Esto impulsó a las instituciones de Educación Superior a tomar rápidamente decisiones para la adaptación de las formas de enseñar en la universidad, adecuando un formato virtual a los procesos de enseñanza y aprendizaje que se desarrollaban de manera presencial. Por su parte, los docentes han debido analizar y modificar la forma de impartir sus materias e incluso de evaluarlas.

Las investigaciones realizadas por la UNESCO en el período del confinamiento social dan cuenta que la continuidad de los estudiantes en la educación superior y el logro en la obtención de los títulos universitarios se vio alterado por la suspensión de los exámenes (UNESCO-EV, 2020). Además, en este contexto, (Ariño et al., 2019) afirman que la ralentización de la trayectoria académica de los estudiantes se incorporó a los desafíos que ya afronta la universidad pública. No obstante, al profundizar sobre este aspecto, se refleja su vinculación con los

estudios relativos a rendimiento académico siendo, probablemente una de las dimensiones más importantes en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Las condiciones finales de cursado según citan (Rodríguez, Fita y Torrado, 2003) proponen un indicador preciso y accesible para valorar el rendimiento académico, asumiendo el logro en diferentes componentes del aprendizaje incluyendo aspectos personales y sociales, que se incorporan a los académicos.

Esta investigación se enmarca en el Proyecto “*Determinantes del rendimiento académico estudiantil universitario: asignaturas de Matemática y Estadística del ciclo básico de la Facultad de Ciencias Económicas*”, aprobado y subsidiado por la Secretaría de Ciencia y Técnica (SCyT) de la Universidad Nacional de Río Cuarto (UNRC). El trabajo tiene por objetivo indagar sobre el rendimiento académico de los estudiantes en la asignatura Estadística y Probabilidad, focalizando la atención en las condiciones finales de cursado y las calificaciones obtenidas en los exámenes finales, en el período 2018-2021.

Se presenta inicialmente una revisión de diversos enfoques sobre el rendimiento académico universitario, especificando la línea de investigación adoptada, y mencionando antecedentes propios dentro del contexto de la Facultad de Ciencias Económicas (FCE) de la UNRC. Luego, se expone de forma resumida la ubicación de la asignatura Estadística y Probabilidad en los respectivos Planes de Estudio de las carreras de grado que se dictan en dicha Unidad Académica. Se centra la atención las condiciones finales de cursado y las calificaciones obtenidas en los exámenes finales, en el período 2018-2021. Posteriormente, se exhiben los principales resultados tras el análisis efectuado y se concluye con un apartado con las reflexiones finales.

2 Conceptualización y aspectos asociados al rendimiento académico

La educación superior, dentro de sus desafíos, tiene por objetivo que los estudiantes logren apropiados niveles de permanencia y egreso. Es por ello, que resulta oportuno interiorizarse respecto a las condiciones bajo las cuales los ingresantes a la universidad puedan asegurar sus estudios con un rendimiento adecuado y mantenerse en la universidad hasta graduarse (Ezcurra et al, 2011).

El rendimiento académico es probablemente una de las dimensiones más importantes en los procesos de enseñanza y aprendizaje. A partir de este, se puede dar cuenta tanto de la cantidad como de la condición de los resultados que se han obtenido en estos procesos. Al profundizar en esta temática, existen autores que reflexionan acerca de la complejidad en su conceptualización, así como quienes emplean, entre otras denominaciones el *desempeño académico* y *logros académicos* que, si bien no son equivalentes, están estrechamente vinculados.

Entre la bibliografía consultada, se destacan autores como Forteza (1975) que define al rendimiento académico como una serie de factores que giran alrededor de los resultados finales del esfuerzo hecho por el o la

estudiante, Tournon (1984) lo expresa como “un resultado del aprendizaje, suscitado por la intervención pedagógica del profesor o profesora y producido en el alumno” (Tournon, 1984:24). Por su parte, Trucchia (2014) recogiendo lo expresado por Velásquez et al. (2008) y Arias Carbonel et al. (2011) se refiere a “el conjunto de resultados efectivos obtenidos por el estudiante en determinadas actividades académicas, como respuesta a un proceso de formación interpretable de acuerdo con objetivos o propósitos educativos previamente fijados”

El mayor consenso que sostienen los expertos en este tema es la coincidencia respecto al carácter complejo y multidimensional del concepto de rendimiento académico (Montero et al., 2007; Martínez de Ibarreta et al., 2011). Además, Garbanzo Vargas (2007) sostiene que existen diferentes aspectos asociados al rendimiento académico, tanto internos como externos al individuo. Los agrupa en factores de orden social, cognitivo y emocional, y los clasifica en determinantes sociales, personales e institucionales. No obstante, estas consideraciones, las notas como indicador de demostración de logros académicos pueden considerarse como uno de los factores más viables para definir el rendimiento académico, principalmente, si las calificaciones reflejan los logros en los aspectos académicos-profesionales y personales (Álvaro, 1990; González Tirados, 1990, Pérez, 1991). En esta línea de investigación, Tejedor Tejedor y García-Valcárcel (2007), clasifican el rendimiento académico en inmediato y diferido. Los primeros, hacen referencia a las calificaciones que logran los alumnos en el transcurso de su carrera hasta alcanzar el título, definiéndose en términos de éxito o fracaso de acuerdo a un período determinado de tiempo. Además, pueden ser divididos en sentido estricto o amplio. En cambio, el rendimiento diferido explica su vinculación con el mundo del trabajo, en términos de productividad y eficacia.

En el marco de las investigaciones realizadas en la FCE de la UNRC se evidencia que el rendimiento académico del estudiantado de la modalidad presencial -en las tres carreras de grado- presenta diferencias entre las asignaturas del Departamento de Matemática y Estadística (DMyE) correspondientes al Ciclo Básico (CB) de los Planes de Estudios del año 2003. En particular, los resultados hallados en el período 2003-2015 por Regolini, Curti e Ivars (2016) exhiben que, los estudiantes que regularizan materias de segundo año (70%) supera al porcentaje de alumnos que obtiene idéntica condición en primer año (50%). No obstante, entre los años 2008-2016 el más alto porcentaje de estudiantes adquiere la condición Libre por Parcial (Regolini, Curti e Ivars, 2017).

3 Una asignatura de Segundo Año: Estadística y Probabilidad

Las asignaturas del CB de los Planes de Estudios 2003 -para las carreras de Contador Público, Licenciatura en Administración y Licenciatura en Economía correspondientes- son Análisis Matemático I, Análisis Matemático II, Álgebra Lineal y Estadística y Probabilidad.

La asignatura, pertenece a Segundo Año del CB, objeto de análisis en el presente trabajo, incluye contenidos disciplinares que involucran conceptos básicos de probabilidad conjuntamente con las herramientas estadísticas

para describir información proveniente de distintas disciplinas. El plantel docente, en su conjunto, se involucra en el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Concluido el cursado de cualquier asignatura, los estudiantes pueden alcanzar las siguientes condiciones mutuamente excluyentes: *Regular* –a través de la aprobación de los exámenes parciales o sus correspondientes instancias de recuperación–, *Promocional*⁴–aprobando exámenes o requisitos adicionales a los solicitados para la condición *Regular*–, *Libre por parcial*–al desaprobado al menos una de las instancias evaluativas y su etapa de recuperación–, *Libre por faltas* –se ausenta a alguna de las instancias de evaluación exigidas por la asignatura, exámenes parciales y/o recuperatorios– o *Libre por No comenzar*–señala que el estudiante habiéndose inscripto en la asignatura, no participa de las clases ni de ninguna instancia de evaluación durante el cursado–.

La aprobación de cada materia se puede obtener mediante Promoción o rindiendo un examen final -en el cual, la nota mínima es cinco-.

4 Metodología

Se realiza un estudio exploratorio y descriptivo de tipo cuantitativo referido a estudiantes de la modalidad presencial que cursaron y rindieron el examen final de la asignatura Estadística y Probabilidad, entre los años 2018 y 2021. El conjunto de datos proviene de dos fuentes de la UNRC, el Sistema de Información (SISINFO) y la Unidad de Tecnología de la Información (UTI).

Las condiciones finales de cursado se analizarán tomando en consideración las categorías descriptas con anterioridad *Regular* o *Libre* –subdivida en *Libre por parcial*, *Libre por faltas* o *Libre por no comenzar*–. La condición regular tiene una validez de dos años, vencido el plazo puede optar por cursarla nuevamente o permanecer como Libre.

Para acceder al examen final, los estudiantes deben inscribirse en el SISINFO, respetando su condición (*Regular* o *Libre* –sin especificar a qué categoría de las subdivisiones corresponde–) en fechas pre-establecidas por la FCE, las cuales están organizadas en diferentes Llamados, correspondientes a los Turnos Febrero-Marzo, Mayo, Julio-Agosto, Octubre y Noviembre-Diciembre. Como ha sido mencionado, un estudiante logra aprobar Estadística y Probabilidad cuando obtiene una calificación entre cinco y diez. No obstante, los alumnos que desapruaban el examen final se pueden presentar a rendir en los siguientes Llamados, de igual o diferente Turno, sin límite de veces.

Por otra parte, el aislamiento social, preventivo y obligatorio (ASPO), promulgado por el Gobierno Nacional en marzo del año 2020, consecuencia de la pandemia por coronavirus, exigió el cierre de la UNRC para evitar la expansión del virus. Al igual que todas las universidades presenciales, la UNRC tuvo que migrar de manera urgente hacia otro formato de enseñanza, que algunos autores han llamado “enseñanza remota de emergencia”

⁴ La asignatura Estadística y Probabilidad no contempla esta condición final de cursado.

(Hodges et al., 2020 en Pérez López et al. 2020). De esta manera, se dio continuidad a las actividades académicas para los estudiantes inscriptos en ambas modalidades mediante la educación virtual.

Particularmente la FCE incorporó al proceso de enseñanza y aprendizaje de ambas modalidades de cursado, clases virtuales e instancias de evaluación llevadas a cabo mediante la Plataforma Microsoft Teams como Plataforma adicional a EVELIA.

5 Resultados

Durante el año 2020, afectado por la Pandemia COVID-19, se advierte un notable incremento en el número de alumnos inscriptos –en la modalidad presencial– para cursar Estadística y Probabilidad, pese a que toda la actividad académica ha sido desarrollada en entornos virtuales. En este ciclo académico, la proporción de estudiantes que logran la condición *Regular* es superior a la condición *Libre* (59,76% versus 40,24%) que presenta una situación similar a la acontecida en el año 2018, donde el 61,03% de los alumnos consiguen regularizar la asignatura. En 2021, las proporciones de las condiciones final de cursado *Regular* y *Libre* son idénticas (50%), aunque se advierte una importante reducción en el número de alumnos matriculados en la asignatura⁵. La mayor proporción de estudiantes que obtiene la condición *Libre* (52%) se advierte en el año 2019 y, dentro de éstos el 80% de los alumnos no logra aprobar los exámenes parciales o al menos alguna de sus instancias de recuperación, es decir, estos estudiantes adquieren la condición *Libre por parcial*. En los ciclos académicos 2018 y 2021, de la proporción de alumnos *Libres*, alrededor del 66% sólo ha efectivizado su matriculación en Estadística y Probabilidad, aunque no ha participado de ninguna de las actividades desarrolladas durante el cuatrimestre, con lo cual su condición final de cursado es *Libre por No comenzar* (Tabla 1).

Tabla 1. Condición final de cursado de los estudiantes inscriptos en Estadística y Probabilidad.
Período 2018 - 2021.

Ciclo Académico	Condición final de cursado		Total de inscriptos en Estadística y Probabilidad
	Valores totales (<i>porcentaje</i>)		
	Regular	Libre	
2018	119 (61,03 %)	76 (38,97 %)	195
2019	84 (48,00 %)	91 (52 %)	175
2020	147 (59,76 %)	85 (40,24 %)	246
2021	15 (50 %)	15 (50 %)	30

Fuente: Elaboración propia con datos provenientes del SISINFO, UNRC.

⁵ En el año 2020 entra en vigencia un Nuevo Plan de Estudios para la carrera de Contador Público, en el cual Estadística y Probabilidad cambia de denominación y de contenidos. Además, en el año 2021, las carreras de grado Licenciatura en Administración y Licenciatura en Economía ofrecen sendos Nuevos Planes de Estudios con idéntica modificación en la asignatura.

En el período 2018-2021, sobre un total de 1055⁶ inscripciones realizadas para rendir el examen final de Estadística y Probabilidad, 503 corresponden a la condición *Regular* y 552 a la condición *Libre*. De las proporciones de asistencia al examen final, el 58,48% corresponde a alumnos regulares mientras que la mayor proporción de ausentismo se advierte en estudiantes Libre (72,24%) (Tabla 2).

Tabla 2. Cantidad de estudiantes inscriptos en los exámenes finales de Estadística y Probabilidad, por condición Regular o Libre. Período 2018 - 2021.

Ciclo Académico	Total de inscriptos en los exámenes finales		Total de asistentes al examen final		Total de ausentes al examen final	
	Condición		Condición		Condición	
	Regular	Libre	Regular	Libre	Regular	Libre
2018	194	192	158	90	36	102
2019	137	201	112	126	25	75
2020	155	150	118	63	37	87
2021	17	9	12	5	5	4

Fuente: Elaboración propia con datos provenientes de la UTI, UNRC.

Respecto a las proporciones de aprobación de la asignatura, el 60,13% y el 64,29% corresponden a estudiantes bajo la condición Regular en los años 2018 y 2019, respectivamente. Mientras que, en los dos ciclos académicos sucesivos estas proporciones disminuyen del 48,31% (en 2020) al 41,67% (en 2021). Las proporciones de alumnos que aprueban la materia inscribiéndose para rendir el examen final como *Libre*, por lo general, son inferiores al 50% (el 32,22% en 2018, el 30,95% en 2019 y el 30,96% en 2020) y sólo en el año 2021, dicha proporción es del 60% (Tabla 3).

Tabla 3. Distribución de frecuencias de las calificaciones e inasistencias de las inscripciones a los exámenes finales de Estadística y Probabilidad, bajo la condición Regular o Libre. Período 2018 – 2021.

Inasistencia o Calificación	Ciclo Académico							
	2018		2019		2020		2021	
	Regular	Libre	Regular	Libre	Regular	Libre	Regular	Libre
Ausente	36	102	25	75	37	87	5	4
2	63	61	40	87	61	44	7	2
5	15	5	9	5	1	2	0	0

⁶ Estos valores incluyen todas las posibles inscripciones de un mismo estudiante. A saber, el estudiante se inscribe para rendir, pero no se presenta. O bien, habiéndose presentado a rendir, desapueba y nuevamente, se inscribe y rinde hasta aprobar la materia.

6	17	5	14	12	7	2	0	1
7	20	12	18	8	12	8	1	2
8	22	5	13	12	14	4	1	0
9	16	2	13	2	13	3	2	0
10	5	0	5	0	10	0	1	0
Total	194	192	137	201	155	150	17	9

Fuente: Elaboración propia con datos provenientes de la UTI, UNRC.

La Tabla 3, también muestra sobre las calificaciones de aprobación en Estadística y Probabilidad. En los estudiantes *Regular* sólo se advierte la nota igual a diez y más alumnos calificados con cinco. Las notas cuyos valores son seis, siete, ocho y nueve representan entre el 75% y el 80% de aprobación. En general, la mediana de la nota es 7 (siete), salvo para el año 2020 que es igual a 8 (ocho). Por su parte, las calificaciones de aprobación del examen final de estudiantes *Libre*, la mediana es igual a 7 (siete) y, en general, las notas que se presentan con mayor frecuencia son seis y siete, a excepción en el año 2019 donde se percibe un importante número de estudiantes que logra aprobar la asignatura con nota igual a ocho.

En 2020, la Pandemia originada por COVID-19 ha estado presente en uno de los años del periodo temporal analizado, en esta última sección, examinamos si su ocurrencia ha interferido en la aprobación de Estadística y Probabilidad. Para ello, se compararán las cantidades de estudiantes que, habiéndose matriculado para rendir el examen final cuál ha sido su grado de participación y para los que corresponda, las calificaciones obtenidas, distinguiendo entre dos subperiodos: *Antes de COVID-19* y *Durante COVID-19*. Para concretarlo, en la Tabla 4, se reacomoda la información de 2020 presentada en la Tabla 3, subdividiéndola en dos columnas. En la primera, se incluyen el total de inscripciones a los exámenes finales correspondientes a los Llamados del Turno Febrero-Marzo y en la segunda, la información complementaria.

Tabla 4. Distribución de frecuencias de las calificaciones correspondientes a los exámenes finales de Estadística y Probabilidad, bajo la condición Regular o Libre.

Distinción Antes de COVID-19 y Durante COVID-19. Periodo 2018 – 2021.

Inasistencia o Calificación	Antes de COVID-19			Durante COVID-19	
	2018	2019	2020	2020	2021
Ausentes	138	100	51	73	9
2	124	127	59	46	9
5	20	14	0	3	0
6	22	26	5	4	1
7	32	26	8	12	3

8	27	25	6	12	1
9	18	15	6	10	2
10	5	5	7	3	1
Total de Inscripciones	248	238	142	163	17

Fuente: Elaboración propia con datos provenientes la UTI, UNRC.

En los Llamados del Turno Febrero-Marzo de 2020, sobre un total de 142 inscripciones cumplimentadas para rendir el examen final, la proporción de ausentismo representa el 35,92%. Del total de exámenes evaluados, sólo 32 alumnos –representa el 35,16% de los presentes al examen– consiguen aprobar la materia con una calificación comprendida entre seis y diez, siendo la mediana de la nota igual a ocho. Mientras que, en los restantes Turnos de 2020, se efectivizaron 163 inscripciones apreciándose una proporción de ausentismo igual al 44,78%. De los asistentes al examen final en los Turnos realizados durante el confinamiento, el 48,88% (44 alumnos) de los asistentes aprueba el examen con una nota comprendida entre cinco y diez, siendo la mediana de la nota igual a ocho. Los resultados en estos dos subperíodos de 2020 podrían revelar que, en Estadística y Probabilidad, la Pandemia por COVID-19 no ha incidido significativamente en el desempeño de los estudiantes en el examen final (Tabla 4).

6 Reflexiones finales

El análisis de las condiciones finales de cursado y las calificaciones obtenidas en los exámenes de los estudiantes inscriptos en Estadística y Probabilidad en los ciclos académicos comprendidos entre 2018 y 2021 ponen de manifiesto que la proporción de estudiantes libres varía un 38,97% y un 52%. En lo que respecta a la condición de regularidad, el año 2018 (antes de Covid.19) corresponde al 61, 03% mientras que durante el confinamiento se mueve entre el 50% y el 59,76% para los años 2021 y 2021, respectivamente. En los exámenes finales, se advierte una proporción importe de ausentes que en el año 2020 varía entre el 35,92 y el 44, 78% si se toma en cuenta el desarrollo de COVID-19.

En próximos trabajos se ahondará en la identificación de otros factores que pudieran haber tenido incidencia durante el confinamiento en el rendimiento académico universitario y las posibles secuelas que podrían persistir y cómo abordarlas.

Referencias

- Álvaro, T. (1990). Hacia un modelo causal del rendimiento académico. Madrid: CENTRO DE PUBLICACIONES
- Ariño, A., Martínez, M., Llopis, R., Pons, E., y Prades, A. (2019). Via Universitària: Accés, condicions d'aprenentatge, expectatives i retorns dels estudis universitaris (2017-2019). Valencia: Xarxa Vives. Disponible en: <https://bit.ly/3eYN8Wd>

Ezcurra, A. M. (2011). *Igualdad en Educación Superior: un desafío mundial*. 1ra Ed. Los Polvorines: Universidad Nacional de General Sarmiento; Buenos Aires: IEC – CONADU. ISBN 978-987-630-109-1. RAES Revista Argentina de Educación Superior. ISSN 1852-8171 / Año 4 / Número 4 / abril 2012. Pág. 195. Disponible en: https://www.untref.edu.ar/raes/documentos/raes_4_ostrovieski.pdf

Forteza, J. (1975). Modelo instrumental de las relaciones entre variables motivacionales y rendimiento. *Revista de Psicología General y Aplicada*, 132, 75-91. España.

Garbano Vargas, G. M. (2007). Factores asociados al rendimiento académico en estudiantes universitarios, una reflexión desde la calidad de la educación superior pública. *Revista Educación* 31(1), 43-63. ISSN: 0379-7082. Costa Rica.

González Tirados, R. M. (1990) Principales dificultades en el rendimiento académico en el primer año de carreras de Ingeniería», en *La Investigación educativa sobre la Universidad*. Madrid, CIDE, pp. 261-279.

Martínez de Ibarreta C., Rúa A., Redondo R., Fabra M., Nuñez A., Martín M. (2011). Influencia del nivel educativo de los padres en el rendimiento académico de los estudiantes de ADE. Un enfoque de género. *Investigaciones de Economía de la Educación* 5, pp. 1273-1294. Disponible en <https://econpapers.repec.org/bookchap/aecieed05/05-64.htm>

Montero Rojas, E., Villalobos Palma, J., & Valverde Bermúdez, A. (2007). Factores institucionales, pedagógicos, psicosociales y sociodemográficos asociados al rendimiento académico en la universidad de Costa Rica: Un análisis multinivel. *Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa (RELIEVE)*, 215-234.

Pérez, R. (1991). *La Universidad Nacional de educación a distancia. Aproximación a la evaluación de un modelo innovador*. Madrid. CIDE.

Pérez-López, E., Vázquez Atochero, A., y Cambero Rivero, S. (2021). Educación a distancia en tiempos de COVID-19: Análisis desde la perspectiva de los estudiantes universitarios. *RIED. Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 24(1), pp. 331-350. doi: <http://dx.doi.org/10.5944/ried.24.1.27855>

Regolini, M., Curti S., Ivars D. (2016). Estudio comparativo de las condiciones finales de cursado en asignaturas del área Matemática. Facultad de Ciencias Económicas Bimodal de la UNRC. 7º Seminario Internacional de Educación a Distancia Enseñar en la virtualidad: nuevas presencialidades en la Educación Superior. Libro digital, PDF (2017). ISBN 978-987-692-162-6. Primera edición. Páginas 709 – 718.

Regolini, M.C., Ivars D., Curti, S. (2017). Rendimiento académico en el Ciclo Básico: una medida del retraso en la aprobación de las asignaturas en la Facultad Bimodal de la UNRC. XXIV Jornadas de Intercambio de Conocimientos Científicos y Técnicos. Secretaría de Ciencia y Técnica. FCE. Universidad Nacional de Río Cuarto. Río Cuarto. Córdoba. Argentina. Publicación en trámite.

Rodríguez, S., Fita, S., Torrado, M. (2003). El rendimiento académico en la transición secundaria-universidad. En: Revista de Educación. Temas actuales de enseñanza, 334, mayo-agosto.

Tejedor Tejedor, F.J. y García-Valcárcel Muñoz-Repiso, A. (2007). Causas del bajo rendimiento del estudiante universitario (en opinión de los profesores y alumnos). Propuestas de mejora en el marco del EEES. Revista de Educación, 342, 443-473.

Touron Figueroa, J. (1984) Factores del rendimiento académico en la Universidad (Pamplona, Eunsa).

Trucchia S. (2014) Análisis de los factores asociados al rendimiento académico de los estudiantes de la carrera de Medicina. Tesis. Disponible en: <http://hdl.handle.net/11086/6507>

UNESCO-EV (2020): Exámenes y evaluaciones durante la crisis del COVID-19: prioridad a la equidad. Disponible en: <https://es.unesco.org/news/examenes-y-evaluaciones-durante-crisis-del-covid-19-prioridad-equidad>.

Relaciones Causales entre Aspectos de Educación Virtual y Aprendizaje Adquirido

Closas Humberto – de Castro Idalia – Franchini Noelia – Dusicka Alicia
Cruz Rosa – Jovanovich Carina – Kuc Luciana
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional del Nordeste
hclosas@hotmail.com – idecastro@eco.unne.edu.ar – noeliabfranchini@yahoo.com – mad2607@yahoo.com
rcruz@eco.unne.edu.ar – carijovanovich@yahoo.com.ar – lucianakuc@hotmail.com

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Modelización estadística, Proceso e-learning, Estudiantes universitarios.

Resumen

El sistema educativo argentino, como el de otros países, fue una de las estructuras que debido a la pandemia de coronavirus ha tenido que sobrellevar las diversas incidencias que se presentaron desde el principio de la emergencia sanitaria. En este marco, el objetivo del presente estudio consiste en elaborar un modelo estadístico que permita explicar las relaciones de causalidad que se presentan entre *distintos aspectos de educación virtual* y la *percepción sobre el nivel de aprendizaje adquirido que tienen los estudiantes*. La muestra estuvo compuesta por 101 jóvenes, con una media de 29.02 años ($DE = 6.82$), que en el curso académico 2021 se encontraban matriculados en asignaturas de 3°, 4° y 5° año de carreras que se imparten en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Nordeste. La investigación responde a un diseño explicativo, de estilo descriptivo mediante encuesta, de línea cuantitativa y de corte transversal. A efectos de recoger la evidencia empírica, se utilizó un cuestionario *ad hoc* –cuya validez fue contrastada en forma cualitativa– conformado por dieciséis ítems agrupados en tres dimensiones (aprendizaje, enseñanza y contexto). Los análisis inferenciales implementados, permitieron determinar el modelo causal que mejor se ajusta a la realidad objeto de estudio y que sería de utilidad para explicar los datos y/o predecir observaciones futuras. La relación de dependencia múltiple contrastada empíricamente se utilizó como insumo para realizar sugerencias que posibiliten mejoras psicopedagógicas vinculadas con el proceso *e-learning*, en el ámbito académico e institucional de selección de la muestra.

1 Introducción

En virtud de diversos interrogantes que fueron revelándose durante el desarrollo del curso lectivo 2021, entre los cuales la variación de las características de la situación epidemiológica debido a la evolución de la pandemia de COVID-19 tuvo un protagonismo destacado, se aplicó en el marco de algunas asignaturas del ciclo profesional de las carreras Contador Público (CP) y Licenciatura en Economía (LE), que se imparten en la sede central de la Facultad de Ciencias Económicas (FCE), Universidad Nacional del Nordeste (UNNE), un instrumento *ad hoc* de recolección de datos al que se ha denominado Cuestionario sobre Educación a Distancia (CsEaD).

El propósito inicial de esta actividad consistió en recoger información a partir de la opinión de los estudiantes sobre distintos temas que se presentaron, y de otros que podrían plantearse en un futuro inmediato, relacionados con la educación en modalidad virtual implementada durante los ciclos académicos 2020 y 2021. El objetivo final residía en elaborar un modelo de regresión lineal múltiple que permita explicar las relaciones de

causalidad existentes entre *ciertos aspectos de la educación online* (de acuerdo con García Aretio (2020), diálogo didáctico mediado entre docentes y estudiantes que, ubicados en espacio diferente al de aquellos, pueden aprender de forma independiente o grupal) y la *percepción que tienen los estudiantes encuestados sobre el nivel de aprendizaje logrado*.

La idea de aplicar el CsEaD en asignaturas del ciclo superior se realizó en atención a que el instrumento de medida contenía algunas preguntas que para poder responderlas, de manera razonable, era necesario haber participado en los procesos de enseñanza y aprendizaje tanto en forma presencial como en modo virtual. Por evidentes razones, este requisito solo podía ser cumplido por alumnos que estuvieran cursando materias que se desarrollan en los tres últimos años (3°, 4° y 5°) de las carreras que se brindan en la FCE de la UNNE.

Se espera que este estudio permita, en el espacio académico del cual proviene la muestra, la observación y el análisis de los ítems que integran el CsEaD, así como la inferencia respecto de algunos elementos, actividades y relaciones que podrían ser de utilidad para realizar sugerencias que hagan posible optimizar, en eventuales instancias posteriores, el desarrollo del proceso educativo del método de enseñanza a distancia, que fue necesario implementar al comienzo del ciclo lectivo 2020 debido a la pandemia por el virus SARS-CoV-2.

Cabe señalar que si bien, en marzo del año citado, un número importantes de cátedras de las carreras CP (24 – 70.59%) y LE (22 – 64.71%) de la FCE-UNNE, disponían de aulas y elementos de uso pedagógico en el marco del programa UNNE Virtual (plataforma Moodle), la realidad es que el uso que se les daba a estas herramientas, en general, era escaso y limitado.

Sin embargo, debido a las medidas preventivas por la pandemia de coronavirus y suspensión de las actividades presenciales a partir del 16 de marzo de 2020 (mediante un comunicado del rectorado de la UNNE de fecha 15/03/2020), fue imprescindible adecuar los recursos tecnológicos, materiales de apoyo didáctico y procedimientos operativos, existentes en las aulas virtuales que se encontraban habilitadas y activas.

Por cierto, también fue necesario crear nuevos espacios en aquellas asignaturas que no poseían esta opción de modalidad educativa (de hecho, poco después del inicio de la pandemia y suspensión de clases tradicionales, el total de las asignaturas de la FCE-UNNE disponían y utilizaban el sistema de aulas virtuales), e incorporar aplicaciones de comunicación como los programas de videoconferencias (p. ej., Zoom, Meet, Webex, etc.), además del empleo de aquellos dispositivos y soportes que se estimaron pertinentes (p. ej., correos electrónicos, canales de YouTube, redes sociales, etc.). Todo lo mencionado se realizó, desde luego, a fin de garantizar el derecho a la educación durante el período de no presencialidad de quienes se encontraban matriculados en las distintas asignaturas de las carreras que se desarrollan en el marco de la Institución previamente citada.

En el marco del denominado "Plan Operativo de Preparación y Respuesta al COVID-19" la UNNE, a efectos de contribuir con la implementación de las actividades académicas en modo virtual, puso en marcha a partir de abril

de 2020 un proceso consistente en tres dimensiones: a) Disponibilidad de plataformas y recursos, b) Uso y acceso de las tecnologías por parte de los estudiantes, y c) Capacitación al personal docente.

Si bien, en agosto de 2021, se ha dispuesto el reinicio de las actividades presenciales en el ámbito de la UNNE, en forma progresiva y gradual (Resoluciones N° 2583/21 R y N° 494/21 CS), se considera que la *educación a distancia* es una modalidad de trabajo colaborativo que puede desarrollarse de manera complementaria o independiente de las formas tradicionales, configurando un escenario de enseñanza per se a través de los recursos de la web y, por lo tanto, que debe estar presente y vigente en los sistemas de enseñanza contemporáneos.

En efecto, el proceso de aprendizaje por medio de entornos digitales (chats, foros, videoconferencias, etc.) prácticamente carece de límites físicos y temporales, el estudiante tiene la posibilidad de acceder al espacio dentro de una plataforma online cuando lo desee para tomar sus clases y realizar las tareas que necesite, sin tener que estar sujeto a horarios ni a desplazamiento corporales, todo lo cual son diferencias sustantivas respecto de las actividades que se llevan a cabo en las aulas presenciales.

Evidentemente, el aula virtual es uno de los núcleos principales del proceso *e-learning*, tanto en contextos planificados, como en situaciones de emergencia, en el cual su objetivo principal consiste en proporcionar acceso temporal a la instrucción y brindar apoyos educativos de una forma que sea rápida de configurar y esté disponible de manera confiable durante una emergencia o crisis (Hodges et al., 2020).

En el marco del escenario brevemente referenciado y en atención al objetivo propuesto, se considera que el modelo estadístico que será generado, posibilitará realizar apreciaciones con el fin de optimizar el proceso *e-learning*, en principio, en el ámbito de las asignaturas intervinientes en la investigación y, en general, en el contexto académico e institucional de aplicación de la encuesta, para un mayor progreso cognitivo y satisfacción personal de sus estudiantes.

2 Método

2.1 Participantes

En la selección de la muestra se tuvo presente, según ha sido mencionado, que el CsEaD contenía algunas preguntas relacionadas con acciones educativas tanto presenciales como virtuales. En atención a ello, así como a las posibilidades operativas y logísticas de los autores de esta investigación, se aplicó el instrumento de medición, durante el mes de noviembre de 2021, en un grupo de estudiantes que habían participado en el primer semestre o lo estaban haciendo en el momento de implementar el cuestionario, en modalidad a distancia, de

cuatro asignaturas (Econometría, Estadística, Gestión de Empresas y Auditoría) del ciclo superior de dos carreras (CP y LE) que se imparten en el campus Resistencia de la FCE-UNNE.

A su vez, el hecho de haber determinado como criterio la participación voluntaria de los sujetos que podrían proporcionar la información necesaria, definió la conformación aleatoria de la muestra de individuos con la que se llevó adelante este trabajo.

Fue así que la *muestra aceptante* (Fox, 1981) quedó conformada por estudiantes de ambos sexos, con edades comprendidas entre 20 y 50 años, que respondieron de manera espontánea las preguntas que conformaban el CsEaD. En concreto, se analizaron los datos relativos a un total de 101 alumnos (58 mujeres, 57.43% y 43 hombres, 42.57%), con una media de 29.02 años y desviación estándar de 6.82, que en el curso académico 2021 se encontraban matriculados en asignaturas de 3°, 4° y 5° año de carreras que se ofrecen en la sede central de la FCE-UNNE.

2.2 Diseño

El diseño metodológico de la investigación es inicialmente de naturaleza *no experimental*, en virtud de que el estudio está basado en las respuestas que brindan los participantes sobre el tema objeto de interés, tal como se presenta en su contexto real. En un segundo momento puede considerarse también *explicativo mediante encuesta*, si se tiene presente el objetivo que persigue y el modo de reunir la información.

Por otra parte, en atención a la forma de administrar el instrumento de medición, en este estudio se emplea la *técnica del cuestionario*. A su vez, teniendo en cuenta el marco donde se lleva a cabo, se trata de una *investigación de campo*, efectuada en modo virtual debido a las restricciones impuestas en su oportunidad por la contingencia sanitaria.

Además, en razón de cómo se miden y analizan los datos, es una investigación de línea *cuantitativa*. Respecto de la instancia de recolección de la información, este trabajo revela una estrategia de corte *transversal*.

Debido al interés por analizar las asociaciones entre las variables que participan, el presente estudio es también de tipo *correlacional*. Por último, puesto que el análisis inferencial de los datos y la interpretación de las relaciones causales dará lugar a consideraciones que podrían resultar favorables en futuras aplicaciones del proceso de educación *online*, esta investigación presenta una impronta *prospectiva*.

2.3 Procedimiento

Una vez elegida la muestra, se les informó a los estudiantes, a través de distintos medios electrónicos de comunicación, que podían responder el CsEaD con total tranquilidad y seguridad, ya que los resultados de las

encuestas serán utilizados en forma global para llevar adelante el desarrollo de un estudio científico que, entre sus objetivos, persigue preservar las fortalezas y reparar las debilidades del sistema de enseñanza virtual, que se observaron en el actual contexto epidemiológico. También se les recordó la importancia de responder sinceramente a los distintos ítems planteados y que su participación en el evento era una decisión absolutamente voluntaria.

La aplicación del cuestionario se realizó por medio de un enlace al programa Google Forms y fue supervisada por algunos de los integrantes del equipo de investigación. Concluido el trabajo de campo propiamente dicho y el ordenamiento de la información obtenida, se procedió a la construcción de la matriz de datos en formato electrónico (en este primer ordenamiento se utilizó el programa Microsoft Excel), así como a su posterior control estadístico general para lo cual se empleó el paquete IBM SPSS Statistics 22 (2022).

2.4 Instrumentos

El cuestionario utilizado para recoger la evidencia empírica relativa al tema objeto de estudio, se encuentra conformado por 16 ítems en total, de los cuales 6 enunciados tienen que ver, principalmente, con cuestiones de aprendizaje (vinculadas al propio sujeto), otras 5 preguntas incluyen temas del proceso de enseñanza (asociadas con actividades de las cátedras) y, los 5 ítems restantes se hallan vinculados con cuestiones contextuales (impacto de la pandemia y recursos de la institución académica). A continuación (Tabla 1), se indican los ítems que integran cada una de las tres dimensiones mencionadas.

Tabla 1. Dimensiones e ítems del CsEaD.

Dimensión	Ítems
Aprendizaje	1) Teniendo en cuenta todo lo que implica estudiar en modo virtual, ¿te resulta fácil hacerlo en forma efectiva?; 4) ¿Consideras que aprender desde tu casa es una actividad estresante?; 8) ¿Estás conforme con el aprendizaje que puedes lograr en esta materia a través de la enseñanza a distancia?; 10) ¿Existen situaciones en tu ámbito de estudio que afectan tu aprendizaje en modo virtual?; 13) ¿Se produce algún tipo de interacción con tus compañeros de comisión que te facilite estudiar en forma remota?; 16) ¿Cómo calificarías el nivel personal de aprendizaje adquirido en la asignatura?
Enseñanza	2) En general, ¿estás satisfecho con las características de las tareas asignadas por tu profesor?; 5) Las actividades de enseñanza que se realizan durante las sesiones remotas y los materiales que se brindan en el aula virtual, ¿te resultan útiles para aprender los temas que se imparten?; 7) ¿Cuánto tiempo dedicas en promedio a la educación virtual para esta materia?; 11) ¿Coincides en que la forma utilizada para evaluar tus conocimientos en esta asignatura ha sido adecuada?; 14) ¿Estás de acuerdo con el acompañamiento que la cátedra ha implementado para desarrollar el programa de contenidos durante el período de crisis sanitaria?
Contexto	3) ¿En qué medida te preocupa el impacto de la pandemia de coronavirus en tu formación académica?; 6) ¿Te intranquiliza no poder asistir a la universidad debido al estado de aislamiento social?; 9) ¿Cómo calificarías el nivel de exigencia que, en general, poseen las normas correspondientes al protocolo para exámenes a distancia en el contexto de la pandemia de COVID-19?; 12) ¿Te parece conveniente la implementación, a partir del próximo curso académico, de sistemas de enseñanza y aprendizaje híbridos?; 15) ¿Te satisfacen los recursos tecnológicos y el modo de comunicación de los que dispone la institución académica para aprender desde tu casa?

Para las respuestas a los ítems del CsEaD se utilizó una escala de tipo Likert, en la que se disponía de cinco (5) opciones que iban desde *Mucho* (5 puntos) hasta *Nada* (1 punto). Los alumnos debían seleccionar aquella cualidad/valoración que entendieran como la más adecuada al planteo que en cada caso se le presentaba.

En atención a lo que antecede, la aplicación del instrumento de medida y la recolección de los datos, ha significado obtener información de fuentes primarias, puesto que durante el procedimiento el investigador asume el rol de observador y los alumnos el carácter de informantes directos.

Respecto de la revisión cualitativa de los ítems de la encuesta *ad hoc*, se indica que la misma fue efectuada por un grupo de profesores que integran los Departamentos de Matemática, de Contabilidad, de Administración y de Economía de la FCE-UNNE, en cuanto a dos aspectos: a) pertinencia del contenido de los ítems propuestos (*indicadores subjetivos de validez*), y b) conformación del cuestionario en su conjunto (*indicadores de la validez factorial o estructural*), habiendo sido favorable la evaluación de ambas características.

Los análisis realizados en la línea de validez cualitativa (*juicio de expertos y grado de acuerdo*) resultaron verdaderamente valiosos, puesto que permitieron: a) reconocer que la prueba era capaz de medir lo que realmente se pretendía evaluar, b) acreditar una estructura integrada por las tres dimensiones o áreas inicialmente hipotetizadas, y c) minimizar los márgenes de error del cuestionario al momento de su utilización.

2.5 Análisis de datos

Los análisis estadísticos principales (Nel, 2016), implementados en atención a las metas propuestas, se llevaron a cabo a partir de la base de datos en formato electrónico y sobre la totalidad de los ítems que conforman el instrumento de medida diseñado *ad hoc*. Ciertamente, la lectura, el análisis y la interpretación que de los resultados se realice, permitirá obtener información, explicar los datos, predecir observaciones futuras y formular conclusiones sobre las particularidades que en la realidad presenta el tema objeto de interés.

Precisamente, una de las bondades que caracteriza a las investigaciones empíricas es que a través de esta línea de estudio es posible contrastar el concepto teórico que se sostiene, con los datos de la muestra. Es decir, brinda la oportunidad de evaluar, trabajo de campo mediante, el grado de ajuste que presenta el paradigma que se hipotetiza, respecto de los resultados experimentales que se obtienen.

En concreto, se menciona que antes de efectuar los cálculos estadísticos, tanto iniciales como centrales, fue necesario cuantificar las respuestas correspondientes a los 16 ítems del CsEaD, puesto que originalmente presentaban datos no métricos o cualitativos (originados en Google Forms); es decir, medidas en escalas de tipo ordinal en esta ocasión.

Los análisis cuantitativos principales implementados, sobre los ítems del cuestionario, pertenecen al área de la estadística inferencial (análisis de correlación y análisis de regresión múltiple; para las pruebas de hipótesis,

como es habitual, utilizamos la medida "valor p "). Los resultados que se obtuvieron serán presentados en la sección siguiente.

El tratamiento estadístico realizado con ayuda del programa IBM SPSS 22 permitió determinar la ecuación de regresión que mejor describía la relación causal entre la variable que se desea explicar (*autopercepción del nivel de aprendizaje adquirido*) y las variables explicativas (*aspectos relacionados con la educación virtual*), objetivo central de nuestro estudio.

3 Resultados

En líneas generales, de acuerdo con lo señalado en el apartado 2.5, el proceso de análisis de datos de este trabajo consiste en la realización de determinados estudios estadísticos, cuya finalidad reside básicamente en construir un modelo de regresión múltiple que permita explicar, también predecir, de qué manera se relacionan las variables exógenas y endógena que en él participan. Desde luego, la ecuación respectiva será obtenida a partir de la evidencia empírica que proporcionan las respuestas a los ítems que integran el CsEaD aplicado, según se sabe, en el marco de materias del ciclo superior de carreras que se brindan en el campus Resistencia de la FCE-UNNE.

En efecto, en esta sección se presentará el modelo de regresión lineal que mejor explica los datos del ítem 16; esto es, *¿Cómo calificarías el nivel personal de aprendizaje adquirido en la asignatura?*, cuando las variables independientes son parte de los restantes ítems del cuestionario aplicado. No obstante, previamente se expondrán los resultados de ciertos estudios correlacionales que se realizaron con el fin de observar en qué medida los demás ítems se encuentran asociados con la variable que se desea modelar, explicar y/o predecir.

En concreto, se muestran a continuación (Tabla 2) los coeficientes de correlación bivariados entre el ítem 16 y aquellos ítems que integran el CsEaD, que resultaron relevantes desde el punto de vista estadístico.

Tabla 2. Correlaciones entre el ítem 16 y ciertos ítems del CsEaD.

Ítems	1	2	5	6	8	10	11	13	14	15
16	.50**	.72**	.58**	-.20**	.65**	-.35**	.43**	.40**	.60**	.51**

** $p < .01$ $n = 101$

En la Tabla 2 se puede ver que los ítems 1, 2, 5, 8, 11, 13, 14 y 15 presentan correlación positiva, mientras que los ítems 6 y 10 posee correlación negativa; en todos los casos la asociación con el ítem 16 es estadísticamente significativa al nivel $\alpha = .01$ (contraste bilateral). Para cuantificar la intensidad e identificar el sentido de la asociación empírica se utilizó el coeficiente de correlación lineal de Pearson.

A su vez, al intentar elaborar un modelo de regresión con el ítem 16 como variable dependiente y con la totalidad de los ítems de la Tabla 2 como variables explicativas o predictoras, el estadístico F de Fisher y su valor p ($F = 18.39$, $p = .000$) indicaban que el modelo en su conjunto resulta de utilidad para explicar los datos de la muestra ($\alpha = .05$).

Sin embargo, al observar el estadístico t de Student y su valor p para los ítems: 1, 5, 6, 10, 11 y 13, se encontró que para el nivel $\alpha = .05$, sus respectivos coeficientes resultaban estadísticamente no significativos. Es decir, de manera individual, no se podría rechazar la hipótesis nula de que los coeficientes relativos a cada uno de los seis ítems es igual a cero (en todos los casos valor $p > .05$), por lo que ciertamente no serían de utilidad para formar parte de la ecuación de regresión que se pretende construir.

Por las razones descritas se decidió excluir del modelo los ítems mencionados, de manera que los resultados del análisis realizado, con el objeto de reflejar las relaciones relevantes de causalidad que pudieron ser observadas entre los ítems participantes, son los que se detallan a continuación.

En la Tabla 3 se puede apreciar el coeficiente de correlación múltiple (R) entre los ítems del modelo que se propone; la F de Fisher y su valor p ; los coeficientes no estandarizados (B) junto con la respectiva t de Student y su valor p , tanto para el término constante como para los ítems: 2, 8, 14 y 15. En todos los casos (excepto para la constante, aunque ello no es relevante) es posible rechazar la hipótesis nula correspondiente, por lo que el *modelo en su conjunto* resulta de utilidad y cada uno de los *coeficientes de los ítems* analizados no son nulos (valor $p < .05$).

En las dos últimas columnas de la tabla se encuentran los estadísticos Tolerancia y Factor de Inflación de la Varianza (FIV) para los ítems mencionados en el párrafo anterior; sus valores indican ausencia de colinealidad de las cuatro variables independientes del modelo, puesto que en todos los casos para cada una de ellas el valor de Tolerancia es superior a .10 y su inverso, el FIV, resultó claramente inferior a 10.

Tabla 3. Indicadores globales, coeficientes y estadísticos del modelo propuesto.

Ítems	R	F	Valor p	B	t	Valor p	Tolerancia	FIV
Constante	.81	45.03	.000	.42	1.49	.139	----	----
2				.41	5.64	.000	.595	1.682
8				.16	2.58	.012	.520	1.925
14				.16	2.44	.017	.625	1.599
15				.15	2.31	.023	.668	1.496

Variable dependiente: Ítem 16 Predictores: (Constante), Ítem 2, Ítem 8, Ítem 14, Ítem 15

Cabe señalar que si bien en la aplicación del análisis de regresión se requiere para las variables el cumplimiento de supuestos paramétricos: normalidad, linealidad, independencia y homocedasticidad; no es menos cierto que existe evidencia, teórica y empírica, que en muestras grandes ($n > 30$) los métodos multivariados son suficientemente robustos como para ser insensibles a ligeras desviaciones de los supuestos estadísticos.

Luego, la modelización que se propone a continuación se ajusta al modelo empírico y será de utilidad para explicar los datos y/o predecir observaciones futuras.

$$\text{Modelo de regresión múltiple: } \text{Ítem}_{16} = .42 + .41 \text{ Ítem}_2 + .16 \text{ Ítem}_8 + .16 \text{ Ítem}_{14} + .15 \text{ Ítem}_{15} \quad (1)$$

A partir del modelo propuesto, y en términos de la situación objeto de interés, se puede sostener que los alumnos que *en general están satisfechos con las características de las tareas asignadas por sus profesores* (ítem 2); que *se encuentran conformes con el aprendizaje que pueden lograr en la asignatura a través de la enseñanza a distancia* (ítem 8); que *coinciden con el acompañamiento que la cátedra ha puesto en marcha para desarrollar los contenidos de la materia durante la crisis sanitaria de COVID-19* (ítem 14) y que *están de acuerdo con los recursos tecnológicos y el modo de comunicación que ofrece la institución educativa para aprender desde sus casas* (ítem 15), son finalmente los *estudiantes que autoperciben haber adquirido un buen nivel de aprendizaje en las materias que participaron en esta investigación* (ítem 16).

4 Conclusiones

En atención a los resultados alcanzados durante el desarrollo de esta investigación, se puede decir que el tratamiento metodológico del tema objeto de interés y su abordaje de línea cuantitativa, fue una decisión adecuada ya que permitió lograr el objetivo propuesto, así como formular, en el contexto de esta sección, sugerencias que podrían ser consideradas en eventuales instancias posteriores de aplicación del proceso *e-learning*.

La actividad que posibilitó obtener la información necesaria para ejecutar los análisis estadísticos que dieron lugar a obtener el modelo de regresión propuesto, consistió en el empleo de un cuestionario *ad hoc* por medio del cual pudo ser recolectada la opinión de los estudiantes, acerca de los participantes principales (alumnos, profesores e institución) y aspectos destacados del sistema de educación (aprendizaje, enseñanza y contexto), en el ámbito de aplicación de la encuesta.

En este estudio, inicialmente, fue contrastada la validez cualitativa del CsEaD, a través del juicio de expertos, respecto de la pertinencia del contenido de los ítems propuestos y de la forma en que los mismos fueron agrupados, resultando favorable la evaluación de ambos aspectos; también posibilitó sostener que el conjunto de ítems que conforman el instrumento de medición presenta un diseño tridimensional.

Los análisis de tipo cuantitativo tuvieron que ver, básicamente, con *estudios sobre correlación y regresión lineal múltiple*, correspondientes a los 16 ítems que componen el instrumento de observación aplicado (6 integran el área *aprendizaje*, 5 forman la dimensión *enseñanza*, y 5 pertenecen al eje temático *contexto*).

En este marco, se efectuaron en principio estudios que permitieron reconocer en qué medida los 15 primeros ítems del cuestionario se encontraban asociados con la variable que se desea modelar y seleccionar aquellos que presentaban mayor significación estadística ($\alpha = .05$). Seguidamente, luego de llevar a cabo diversos análisis específicos de la técnica de regresión aplicada, fue propuesto el modelo lineal que mejor explicaba los datos de la variable de criterio.

Finalmente el modelo de regresión que se propone quedó conformado por el ítem 16 (*aprendizaje*), desde luego, como variable dependiente y por los ítems 2, 8, 14 y 15 como variables independientes; es decir, por variables explicativas o predictoras que forman parte de las tres dimensiones objeto de interés: *aprendizaje* (ítem 8), *enseñanza* (ítems 2 y 14) y *contexto* (ítems 15). Los coeficientes no estandarizados (*B*) de los predictores de la modelización resultante son los que se encuentran en la Tabla 3.

En el modelo de regresión (1) no están presentes los ítems 1, 5, 6, 10, 11 y 13, entre los determinantes del ítem 16, por las razones técnicas oportunamente expresadas. Sin embargo, se considera que los mismos no deberían soslayarse, puesto que contienen temáticas que presentan un alto nivel de correlación con la *opinión que poseen*

los alumnos sobre el nivel de aprendizaje adquirido, por lo que en otro ámbito educativo y sociocultural podrían contribuir de manera significativa a explicar los datos de la variable dependiente.

A partir de las relaciones de causalidad contrastadas empíricamente a través del análisis de regresión lineal, se puede sustentar que las cuestiones de aprendizaje, las actividades de enseñanza y los aspectos contextuales, que determinan una mayor puntuación por parte de los estudiantes respecto del nivel de aprendizaje adquirido, en las asignaturas intervinientes en el estudio, son básicamente los enunciados que se observan en la Tabla 4.

Tabla 4. Factores o causas que determinan autopercepción elevada del nivel de aprendizaje adquirido

Dimensión	Determinante
Aprendizaje	Conformidad con el aprendizaje que se puede lograr de los contenidos de la asignatura a través de la enseñanza a distancia.
Enseñanza	Satisfacción con las características de las tareas asignadas por los profesores.
	Coincidencia con el acompañamiento que la cátedra ha implementado para desarrollar los temas del programa.
Contexto	Acuerdo con los recursos tecnológicos y los medios de comunicación que ofrece la institución educativa para aprender desde los hogares.

De acuerdo con lo anticipado, se brindan de inmediato algunas consideraciones que surgen del significado y sentido que presentan los ítems que mejor explican la varianza de la variable que ha sido modelada; las cuales podrían ser tenidas en cuenta al momento de desarrollar el proceso *e-learning*, a efectos de favorecer el rendimiento de los estudiantes, principalmente en el ámbito académico de selección de la muestra.

– En el marco de la dimensión *aprendizaje* sería conveniente fomentar el incremento promedio del tiempo que los sujetos dedican al estudio de los temas que se imparten en forma remota (sincrónica o asincrónica), como también promover la lectura de los contenidos del material pedagógico que pudiera estar disponible en el aula virtual de las respectivas asignaturas, en razón de que ambas actividades contribuirían en lograr que un mayor número de estudiantes se sienta conforme con el aprendizaje y el conocimiento que se alcanza a través de la enseñanza a distancia.

– Respecto del área temática *enseñanza*, se propone que las cátedras conserven las características de las tareas que asignan los profesores a sus educandos, incluida la forma utilizada para evaluar los conocimientos, así como el acompañamiento que han implementado, mediante distintos tipos de actividades educativas, para complementar el dictado en modo sincrónico-remoto de los contenidos del programa. Esta sugerencia se realiza en atención a que los estudiantes que mejor valoran el nivel de conocimiento adquirido en las asignaturas que participaron en la investigación, se manifestaron de acuerdo con el aprendizaje logrado como resultado de la

labor desplegada por los profesores en las actividades pedagógicas ejecutadas y mencionadas al principio de esta consideración.

– En cuanto a la dimensión *contexto* se presume necesario mantener los recursos tecnológicos y los medios de comunicación que ofrece actualmente la institución educativa para el desarrollo de actividades didácticas y de evaluación en forma virtual. La educación a distancia es una forma de trabajo que puede implementarse de manera complementaria de las formas tradicionales y que debe estar presente en los sistemas modernos de enseñanza. Esta condición permitirá que los estudiantes se sientan con menores niveles de ansiedad y reduzcan su preocupación por la formación académica, debido a dificultades que en algún momento pueden transitar, como ha sucedido con la propagación de la epidemia de coronavirus.

El hecho de haber aplicado el CsEaD y contrastado empíricamente un modelo de regresión lineal múltiple en un determinado entorno educativo y sociocultural, da lugar a contar con un particular marco de referencia, en esta oportunidad, conformado por estudiantes de carreras de Ciencias Económicas con residencia en la zona nordeste de Argentina.

Se considera que tanto la temática desarrollada como el tratamiento realizado constituyen un aporte genuino a la comunidad académica y científica del área de conocimiento, en razón de la producción de saberes que fue posible generar a partir de datos correspondientes a nuestro espacio de pertenencia, que no habían sido expuestos en trabajos anteriores.

La *modalidad de enseñanza virtual*, representa una temática relevante en los sistemas de educación actuales, por lo que se deberían impulsar sus líneas de investigación a fin de obtener mayor conocimiento sobre su utilidad y aplicación. Este hecho, hará posible plantear estrategias de mediación psicopedagógicas que permitirán optimizar la implementación del proceso *e-learning* y, por ende, contribuir en el logro de un mejor desempeño cognitivo de los estudiantes.

Referencias

Fox, D. (1981). *El proceso de investigación en educación*. Pamplona: EUNSA.

García Aretio, L. (2020). Bosque semántico: ¿educación/enseñanza/aprendizaje a distancia, virtual, en línea, digital, eLearning...? *Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 23(1), 9-28.

Hodges, C., Moore, S., Lockee, B., Trust, T. y Bond, A. (2020). The difference between emergency remote teaching and online learning. *Educause Review*, 1-22. <https://er.educause.edu/articles/2020/3/the-difference-between-emergency-remote-teaching-and-online-learning>. Consultado el 01 de agosto de 2022.

IBM SPSS Statistics 22 (2022). Software para análisis estadístico. <https://www.ibm.com/support/pages/downloading-ibm-spss-statistics-22>. Consultado el 05 de abril de 2022.

Nel, L. (2016). *Estadística con SPSS 22* (1a. ed.). Madrid: Marcombo.

Estimación de Pérdidas Potenciales en Escenarios de Estrés Financiero

Brufman, Juana Zulema -Miliá, Daniel Alberto – Falcone, Mauro
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires - Facultad de Ciencias Económicas,
Universidad de Buenos Aires - Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
juana.brufman@fce.uba.ar - daniel@economicas.uba.ar - maurofalcone1996@gmail.com

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras claves: Modelo de Riesgo Financiero, Value at Risk, Expected Tail Loss.

Resumen

El presente trabajo brinda una noción financiera y una definición matemática de un modelo Value at Risk (VaR) paramétrico lineal. Dado su atractivo, el Value at Risk es una de las métricas de riesgo más usadas en el ámbito financiero. En el desarrollo del trabajo, se descompone el VaR en dos factores de riesgos a partir de un mapeo de factores, utilizando un modelo unifactorial basado en el Capital Asset Pricing Model y una regresión lineal a partir de Mínimos Cuadrados Ordinarios. Además, se introduce el Expected Tail Loss como un complemento al VaR, con el fin de no sólo de obtener una pérdida potencial con determinado nivel de probabilidad, sino también una pérdida esperada si se superara el umbral establecido. El modelo se testea con un caso de estudio a partir de un portafolio hipotético compuesto por acciones de Apple Inc. y Bank of America, y utilizando como benchmark el índice Standard and Poor's 500, buscando replicar la tarea de un Asset Manager a la hora de estudiar los potenciales riesgos de una cartera. Los resultados obtenidos indican el modelo lineal presentado, con importantes supuestos, tiende a subestimar los eventos de cola y la potencial pérdida de cartera. De todos modos, se concluye que estos modelos son una buena primera aproximación y logran explicar una parte importante del riesgo de la cartera.

1. Introducción

La gestión de riesgos se ha convertido en una disciplina fundamental en el mundo de las finanzas, principalmente a la hora de manejar grandes carteras. El objetivo de obtener altos rendimientos lleva a inversores a exponerse a altas volatilidades y a la potencial pérdida de gran parte del capital. Es por esto que en los últimos años cada vez se le da mayor importancia la gestión de riesgos, ya que permite buscar maximizar rendimientos sujeto a la tolerancia al riesgo de los agentes.

El presente trabajo desarrollará de forma matemática la métrica de riesgo Value at Risk (VaR). Se descompondrá el VaR en dos factores de riesgos a partir de un mapeo de factores, utilizando un modelo unifactorial basado en el Capital Asset Pricing Model (CAPM). Además, se introducirá al Expected Tail Loss (ETL) como un complemento al VaR. Luego se realizará un caso de estudio a partir de un portafolio hipotético. Por último, se nombrarán las limitaciones del modelo estudiado.

2. Marco teórico

2.1 Cuantil como parámetro de riesgo y definición matemático de Value at Risk

El VaR toma como principal insumo al cuantil α , el cual determina un valor de corte:

$$P(X < x_\alpha) = \alpha \quad (1)$$

Si se conoce la distribución de una variable aleatoria continua, puede invertirse la función de distribución acumulada $F(X)$ para obtener el valor x_α a partir de la elección del cuantil α .

$$x_\alpha = F^{-1}(\alpha) \quad (2)$$

Por lo que:

$$P(X < F^{-1}(\alpha)) = \alpha \quad (3)$$

De esta manera, si se tuviera una variable aleatoria continua X , podría establecerse que con un nivel de significancia α elegido, el valor mínimo de X será x_α .

A partir de esto se llega a un VaR normal lineal paramétrico a determinado nivel de significancia. Tomando una variable aleatoria X que representa los rendimientos de nuestra cartera se puede indicar que el valor x_α es el VaR dado el cuantil α . Es decir, es el valor mínimo de rendimiento, dada cierta probabilidad.

$$VaR_\alpha = -x_\alpha \quad (4)$$

Para utilizar un modelo paramétrico estándar, se asume que los retornos de la cartera son i.i.d., que se conoce la distribución de X y que ésta es normal.

$$X^{i.i.d.} \sim N(\mu, \sigma^2)$$

Para encontrar el valor de corte asociado al cuantil elegido, puede realizarse una transformación para obtener una función normal estándar $Z \sim (0,1)$:

$$P(X < x_\alpha) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{x_\alpha - \mu}{\sigma}\right) = P\left(Z < \frac{x_\alpha - \mu}{\sigma}\right) \quad (5)$$

A partir de (1):

$$P\left(Z < \frac{x_\alpha - \mu}{\sigma}\right) = \alpha \quad (6)$$

Entonces por (3):

$$P(Z < \Phi^{-1}(\alpha)) = \alpha \quad (7)$$

$$\Phi^{-1}(\alpha) = \frac{x_\alpha - \mu}{\sigma} \quad (8)$$

Por simetría de la función normal estándar se sabe que:

$$\Phi^{-1}(\alpha) = -\Phi^{-1}(1 - \alpha) \quad (9)$$

Por lo que, por (4), (8) y (9):

$$-\Phi^{-1}(1 - \alpha) = \frac{x_\alpha - \mu}{\sigma} \quad (10)$$

$$VaR_\alpha = \Phi^{-1}(1 - \alpha) \sigma - \mu \quad (11)$$

Es usual que se desestime la media de los retornos cuando se calcula el VaR para períodos de tiempo muy cortos, en los que el retorno esperado es insignificante. Por lo que también podría utilizarse la siguiente fórmula para una cartera i :

$$VaR_{i,\alpha} = posición_i \Phi^{-1}(1 - \alpha) \sigma_i \quad (12)$$

2.2 Mapeo de factores de riesgo

El VaR que se obtiene a partir de este procedimiento es un VaR simple, libre de un mapeo de riesgo. Es decir que busca obtener la pérdida máxima a un nivel de confianza utilizando únicamente los retornos del portafolio (Novales, 2016; Hilpisch, 2015), por lo que considera que toda la información del riesgo se encuentra dentro de éstos. Sin embargo, se puede ampliar el análisis a partir de un mapeo de factores de riesgo. Mediante este proceso de atribución de riesgo se descompone el nivel de pérdida esperado a partir de la sensibilidad de la cartera ante determinados factores de riesgo elegidos.

El modelo unifactorial es un modelo muy utilizado para estimar el riesgo de la cartera. Este modelo utiliza un solo factor de riesgo dentro del mapeo: el riesgo de mercado. En este caso, el riesgo sistemático proviene únicamente de este factor, y se calcula a partir de la sensibilidad de nuestra cartera ante éste.

El modelo unifactorial se basa en el modelo CAPM, el cual busca estimar el valor de un activo riesgoso en un mercado en equilibrio (Sharpe, 1964). Para esto se considera el rendimiento que un activo riesgoso debería tener para ser agregado a una cartera diversificada. El modelo plantea que el rendimiento en exceso de una tasa libre de riesgo esperado por activo i es igual al rendimiento en exceso esperado por el mercado en su conjunto, ajustado por el factor de sensibilidad al mercado β_i .

$$E(R_i) - R_f = \beta_i (E(R_m) - R_f) \quad (13)$$

Para la estimación del factor de sensibilidad β se utiliza un modelo lineal en el que suele omitirse la tasa libre de riesgo (puede considerarse igual a 0), al buscar obtener una relación directa entre los rendimientos ordinarios de los activos y los del índice de mercado, y no la relación entre retornos en exceso de la tasa libre de riesgo.

$$E(R_i) = \alpha_i + \beta_i(E(R_m)) \quad (14)$$

Una forma de considerar la tasa libre de riesgo dentro del cálculo y sin perder la relación de rendimientos ordinarios es considerar a α_i igual a $(1 - \beta_i) * R_f$. El modelo entonces se plantea a partir de una regresión lineal utilizando el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) sobre la siguiente ecuación:

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + e_t \quad e_t \stackrel{i.i.d.}{\sim} N(0, \sigma^2) \quad (15)$$

A partir de esto se puede realizar esta regresión entre los rendimientos de una cartera Y y los provistos por el mercado en su conjunto X . El estimador del parámetro β indicará la sensibilidad del portafolio a los rendimientos del mercado. Es decir, indicará el rendimiento esperado del portafolio ante movimientos del mercado, que serán medidos a partir de su volatilidad σ_m . El estimador del término de error e indica todos los factores que afectan a la variable dependiente pero que no han sido incluidos en el modelo.

En vez de tener un parámetro de riesgo explicado por el desvío de los retornos del portafolio, se tiene por un lado la estimación de nuestro β multiplicado por el desvío de los retornos del mercado σ_m , y por otro lado el

error estándar del modelo σ , proveniente de los residuos de la regresión. Es decir que se separa el parámetro de riesgo en uno de riesgo sistemático ($\beta \cdot \sigma_m$), y uno de riesgo específico (σ), al provenir de los residuos del modelo. Este último se calcula a partir de la varianza, que es homocedástica:

$$\sigma^2 = \frac{\sum e_t^2}{n-2} \quad (16)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum e_t^2}{n-2}} \quad (17)$$

A partir de estos dos parámetros se puede desagregar el riesgo:

$$Riesgo\ Total = \sqrt{Riesgo\ Sistemático^2 + Riesgo\ Específico^2} \quad (18)$$

$$\sigma_i = \sqrt{\beta^2 \sigma_m^2 + \sigma^2} \quad (19)$$

2.3 Definición matemática de Expected Tail Loss

Hasta este punto se ha estudiado la pérdida que, con cierta confianza, se espera que no supere la cartera. Sin embargo, el VaR no indica qué pasa si ese nivel de pérdida es superado. Para estudiar qué se espera en el eventual caso en el que el VaR sea superado se debe utilizar una métrica de riesgo distinta: el ETL.

El ETL indica cuál será la pérdida esperada, sabiendo que ésta es mayor al VaR (Jorion, 2007). Para eso se busca un valor esperado, sabiendo que éste es menor al perteneciente al cuantil α .

$$-E(X | X < x_\alpha) = -\frac{\int_{-\infty}^{x_\alpha} x f(x) dx}{\int_{-\infty}^{x_\alpha} f(x) dx} \quad (20)$$

$$-\frac{\int_{-\infty}^{x_\alpha} x f(x) dx}{\int_{-\infty}^{x_\alpha} f(x) dx} = -\frac{\varphi(-Z)}{\Phi(-Z)} \quad (21)$$

Siendo φ la función de densidad de una distribución normal estándar. A partir de este nuevo estadístico se obtiene el ETL, utilizando (20) y (22):

$$ETL_{i,\alpha} = posición_i \left(\frac{\varphi(-Z)}{\Phi(-Z)} \right) \sigma_i \quad (23)$$

3. Caso de estudio

3.1 Modelización y resultados

En este punto se presenta un caso de estudio, el cual se realiza a partir de un portafolio hipotético de USD100.000 en el que se invierte la mitad del dinero en acciones de Apple Inc. y la otra mitad en acciones de Bank of America desde la primera semana del 2010 hasta la última del 2020. El portafolio sigue rebalancesos semanales con el fin de obtener la mitad del rendimiento semanal de cada acción. Se trabaja con retornos logarítmicos, lo que implica que los precios de los activos y la rentabilidad simple de éstos sigue una distribución log-normal.

Trabajando a un nivel de confianza del 99% se obtiene un VaR sin mapeo de riesgos igual a USD8255,39:

$$VaR_{i,\alpha} = posición_i \Phi^{-1}(1 - \alpha) \sigma_i = 100.000 * 2,3263 * 0,0355 = 8.255,39$$

Para la desagregación de factores de riesgo a partir del modelo unifactorial se realiza una regresión lineal entre los retornos semanales del portafolio y los del índice S&P500. El resultado de los parámetros implica la siguiente ecuación:

$$Y_t = \alpha + \beta X_t = 0,0006 + 1,2529X_t \quad \sigma^2 = 0,00044$$

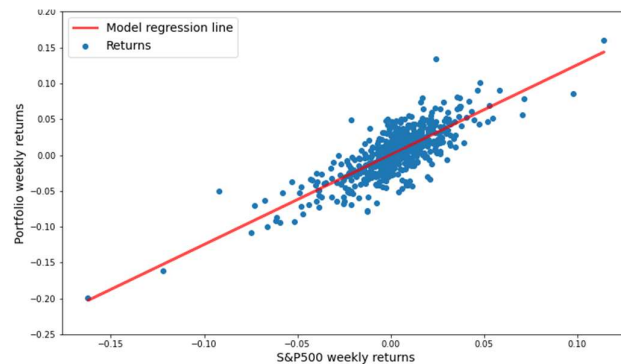


Figura 1. Regresión lineal entre retornos de portafolio y de S&P500

De esta manera se obtiene la descomposición del riesgo:

$$Riesgo Sistemático = \beta \sigma_m = 1,2529 * 0,0228 = 0,02857$$

$$Riesgo Específico = \sigma = 0,021067$$

Se puede observar que gran parte del riesgo del portafolio proviene del riesgo sistemático, es decir, del riesgo de mercado.

Para el cálculo del Expected Tail Loss se busca un nuevo estadístico que magnifique el riesgo y que indicará la pérdida esperada:

$$\frac{\varphi(-Z)}{\Phi(-Z)} = 2,6652$$

$$ETL_{i,\alpha} = posición_i \frac{\varphi(-Z)}{\Phi(-Z)} \sigma_i = 100.000 * 2,6652 * 0,0355 = 9457,90$$

De esta manera se ve que si la cartera sufriera una pérdida mayor a USD8255,39 (VaR), el valor esperado de esa pérdida sería de USD9460,81. Esta diferencia proviene únicamente del valor Z, ya que es la única variable que se ha alterado.

3.2 Comprobación de resultados

Se puede realizar un backtesting de los resultados obtenidos para comprobar si el modelo se asemeja al comportamiento real de los rendimientos de una cartera con características similar a la planteada (Roccioletti,

2015). Este tipo de comprobación de modelo busca testear el supuesto de normalidad de los rendimientos de la muestra (Yan, 2017). Esto se asemeja a una comparación entre el modelo paramétrico y uno basado en retornos históricos.

Se espera que el VaR semanal no sea superado el 99% de las veces, o análogamente, se espera que sea superado sólo el 1%. La serie de tiempo cuenta con retornos de 573 semanas, por lo que se esperaría que el VaR sea superado 5,73 veces. Sin embargo, éste es cortado 8 veces, por lo que se subestima la pérdida máxima al 99% de confianza elegido.

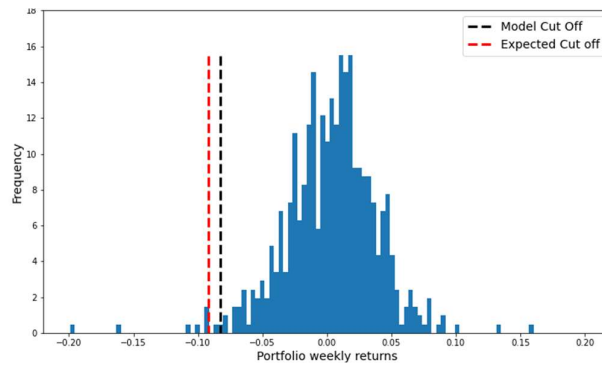


Figura 2. Histograma de retornos y valores de corte (VaR)

Por su parte, para comprobar la eficacia del ETL se puede hacer un promedio de las pérdidas superiores al VaR. Este promedio es igual a USD11.666,11, significativamente superior al ETL estimado (23,35%). Este promedio se encuentra magnificado por dos datos de la muestra, provenientes de semanas que pertenecen a febrero y marzo del 2020, en las cuales el mercado financiero norteamericano sufrió grandes pérdidas ante la conciencia de lo que implicaría la crisis del COVID-19. Estas semanas de pérdidas abruptas (-19,92% y -16,13% del portafolio en términos logarítmicos) son eventos de cola que una distribución normal no anticipa.

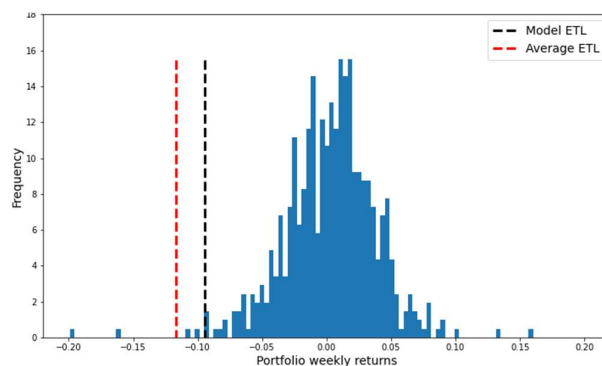


Figura 3. Histograma de retornos y valores de ETL

4. Limitaciones

Los modelos planteados en este trabajo se basan en el supuesto de normalidad de los retornos financieros. Este supuesto es usual en muchos modelos financieros dada la facilidad de trabajar únicamente con dos parámetros (media y desvío), aunque en general se considera un supuesto fuerte. Los retornos de los activos financieros suelen mostrar asimetría negativa y exceso de curtosis (distribución leptocúrtica). Esto implica que hay muchas observaciones cercanas a la media (principalmente a la derecha), pocas observaciones en valores intermedios entre la media y las colas, y más observaciones en las colas que las que predice una distribución normal, principalmente en la cola izquierda (los eventos extremos negativos son más frecuentes y de mayor magnitud que los positivos). Es por eso que es esperable que el modelo planteado subestime el VaR y el ETL.

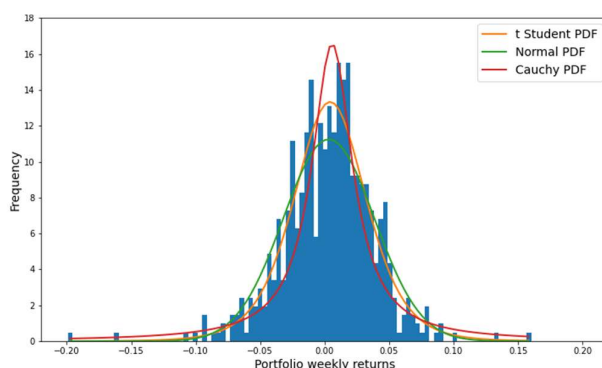


Figura 4. Histograma de retornos y posibles distribuciones de probabilidad

Con respecto a la descomposición de riesgo en el caso de estudio, para el modelo unifactorial se realiza una regresión lineal tomando como variable explicativa los retornos de un índice de mercado. Lógicamente, al elegir los factores de riesgo que formarán parte del modelo se está exponiendo a un riesgo inherente que es la mala elección de éstos. Además, de un posible sesgo de variable omitida, también se toma el riesgo de una mala estimación de los parámetros.

Más aún, el hecho de trabajar con una regresión lineal a partir del método de MCO implica que se está estimando la sensibilidad promedio que tiene la cartera frente al riesgo de mercado. Es decir, el β es constante en el tiempo y todo dato tiene el mismo peso en su estimación. Por último, es necesario tener en cuenta que se supone la existencia de homocedasticidad en el modelo, es decir que la varianza de los errores de la regresión es constante.

5. Conclusiones

Los resultados del caso de estudio muestran que estos modelos son simples y deben basarse en algunos supuestos que pueden falsearse empíricamente. Sin embargo, y a pesar de las limitaciones planteadas, un modelo simple puede ser útil para entender la exposición al riesgo de una cartera. Más aún, alcanza con un modelo unifactorial para reconocer el origen de gran parte del riesgo de la cartera planteada. Dependiendo de la necesidad y el objetivo del estudio se pueden utilizar modelos más complejos y precisos. Sin embargo, podría

considerarse que los modelos utilizados en este trabajo representan una buena primera aproximación a la estimación de riesgos de una cartera.

Referencias

Hilpisch, Yves. (2015). *Python for Finance*. Lugar: O'Reilly.

Jorion, Philippe. (2007). *Value At Risk, The New Benchmark for Managing Financial Risk, Third Edition*. Lugar: McGraw-Hill.

Novalés, Alfonso. (2016) Valor en Riesgo. Departamento de Economía Cuantitativa, Universidad Complutense.

Roccioletti, Simona. (2015). *Backtesting Value at Risk and Expected Shortfall*. Lugar: Springer Gabler.

Sharpe, William F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk, *Journal of Finance*, 19 (3), 425-442.

Yan, Yuxing. (2017). *Python for Finance, Second Edition, Financial modeling and quantitative analysis explained*. Lugar: Packt Publishing.

Matemática Aplicada

Principio Económico de Oferta y Demanda Frente a Distintos Escenarios

García Venturini, Alejandro – Fajfar, Pablo
Facultad de Ciencias Económicas – UBA
aegv@hotmail.com – pffajfar@yahoo.com.ar

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Claves: Oferta, Demanda, Ecuaciones diferenciales, Dinámica económica, Equilibrio

Resumen

En variados problemas económicos en los que se analiza el comportamiento de mercado se plantea la Oferta, la Demanda y su equilibrio como punto de partida para su estudio. A lo largo de este trabajo presentamos diversos escenarios del Principio económico de Oferta, Demanda y su equilibrio que involucran al precio, la cantidad y los mecanismos de ajuste hacia el precio de equilibrio a través de sus sucesivas derivadas en el tiempo.

En primera instancia, cuando no se considera el problema del tiempo, estamos frente a un problema estático. En éste, los agentes económicos (productores y consumidores) realizan sus transacciones observando únicamente el precio actual del bien o servicio que se negocia. En una segunda instancia, se incorpora la variable tiempo como argumento de la variable precio. Se da lugar a la formación de ecuaciones funcionales en las que sus variables y resultados están determinados moviéndose temporalmente dando lugar a sistemas dinámicos.

En estos modelos, las cantidades ofrecidas y demandadas en el mercado se puede suponer que dependen sólo de su precio corriente, o que dichas cantidades dependen también del tiempo (suponemos $p = f(t)$) (inflación). Así los compradores y vendedores tienen en cuenta estas variaciones del precio a través del tiempo a la hora de ofrecer y demandar.

Otra posibilidad es que además de las variables mencionadas, se tengan en cuenta las expectativas a futuro del precio (como va a variar la inflación).

El objetivo del modelo es encontrar, en cada caso, el punto de equilibrio a partir de las funciones de Oferta (S) y Demanda (D).

1. Introducción

Planteamos en este trabajo distintos escenarios donde encaramos el problema de oferta y demanda de mercado por la vía de la interacción entre productores y consumidores. Para ello, partimos del equilibrio entre Oferta y Demanda que se obtiene igualando ambas funciones. Supondremos en todo momento el conocimiento de las expresiones funcionales de la oferta y demanda de mercado además de la existencia de competencia perfecta.

1.1 Problema estático

En este caso suponemos que tanto la Demanda (D) como la Oferta (S) de mercado de un cierto bien o servicio son funciones del propio precio del bien o servicio;

$D = f(p)$ y $S = g(p)$. El punto de equilibrio lo obtenemos igualando ambas funciones. Planteamos un ejemplo. Como ya mencionamos más arriba, se llegaría a una situación de equilibrio en un mercado cuando la cantidad ofrecida es igual a la cantidad demandada. Queda así determinado un precio de equilibrio. La ecuación que describe esta condición de equilibrio es $D = S$. Cuando el mercado funciona en torno a este punto las cantidades ofrecidas pueden ser vendidas y las cantidades demandadas compradas.

Si graficamos en un mismo sistema de ejes de coordenadas las cantidades ofrecidas y demandadas para cada nivel de precios, el punto de equilibrio o **punto de Marshall** es el punto en el cual se intersecan ambas curvas. Cabe la posibilidad de que las curvas de oferta y demanda no tengan un punto de intersección en el primer cuadrante, en ese caso, no existe un precio de equilibrio que iguale cantidades ofrecidas con cantidades demandadas. Cuando esto sucede la economía no puede alcanzar el equilibrio y existen demandas y ofertas insatisfechas.

Ejemplo

Dadas las siguientes leyes de demanda y oferta, hallar el punto de equilibrio, las cantidades intercambiadas y graficar.

$$\begin{cases} D = -2p + 70 \\ S = 3p - 30 \end{cases} \quad (1)$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones:

$$-2p + 70 = 3p - 30 \Rightarrow 5p = 100 \therefore p = 20. \quad (2)$$

$D = S = 30$ (cantidades intercambiadas).

El precio de equilibrio es $p = 20$. A este precio todo lo que se oferta al mercado es adquirido por los consumidores y todos los consumidores satisfacen sus deseos de consumir el producto. Si el precio fuese mayor habría consumidores insatisfechos porque no pueden pagar más y a un precio menor habría productores no interesados en vender.

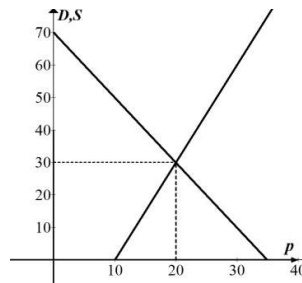


Gráfico 1

1.2 Problema dinámico A

También podemos suponer que el precio es función del tiempo (suponemos $p = f(t)$), entonces tenemos así que $D = f[p(t)]$ y $S = g[p(t)]$, a la hora de ofrecer y demandar. El objetivo en este caso es determinar (además de las coordenadas precio y cantidad de equilibrio) el tiempo necesario para que el mercado llegue al equilibrio.

Ejemplo

Dadas las siguientes leyes de demanda y oferta, hallar el punto de equilibrio; las cantidades intercambiadas, el tiempo necesario para arribar al equilibrio y graficar.

$$\begin{cases} D = \frac{t^2}{100} - 4t - 200 \\ S = -t + 800 \end{cases} \quad (3)$$

Igualamos las funciones:

$$\frac{t^2}{100} - 4t - 200 = -t + 800 \quad (4)$$

$$\frac{t^2}{100} - 3t - 1.000 = 0 \quad \therefore t = 500. \quad (5)$$

$D = S = 300$ (cantidades intercambiadas).

El equilibrio se produce cuando $t = 500$. En ese momento todo lo que se oferta al mercado es adquirido por los consumidores y todos los consumidores satisfacen sus deseos de consumir el producto.

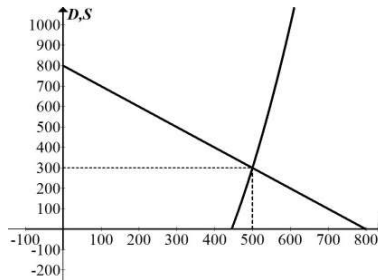


Gráfico 2

1.3 Problema dinámico B

En este caso suponemos que el precio depende del tiempo ($p = f(t)$) y que además los compradores y vendedores tienen en cuenta la tendencia o dirección de cambio que tomarán los precios a través del tiempo. Este fenómeno puede interpretarse como la expectativa acerca del cambio en el precio a futuro (inflación).

La variación futura de los precios está indicada por el cambio instantáneo del precio respecto de t , o sea por la derivada de p respecto de t . Así, por ejemplo, una derivada positiva /negativa refleja que a futuro el valor del bien o servicio en el mercado será mayor /menor. Por lo tanto, la demanda y la oferta además de ser funciones del precio (que a su vez es función del tiempo), son funciones de la derivada del precio con respecto al tiempo. Es decir que: $D = f[p(t); p'(t)]$ y $S = g[p(t); p'(t)]$.

Nos interesa hallar la trayectoria temporal del precio, es decir, cómo se comporta el precio en cada instante a lo largo del tiempo y el precio de equilibrio. Al igualar $D = S$, queda una ecuación diferencial de 1º orden.

Planteamos un ejemplo.

$$D = 40 + 3p + p', \quad S = 160 - 5p - 3p' \quad \text{con} \quad p' = \frac{dp}{dt} \quad \text{y condiciones iniciales} \quad p(0) = 20.$$

Al igualar queda:

$$40 + 3p + p' = 160 - 5p - 3p' \quad (6)$$

$$p' + 2p = 30 \quad (7)$$

Tenemos una ecuación diferencial de 1º orden lineal cuyas variables son p y t . Veamos cómo se resuelven este tipo de ecuaciones.

Ecuación diferencial de 1º orden lineal

Estas ecuaciones diferenciales tienen la siguiente estructura:

$$y' + P(x).y = Q(x), \quad \text{donde } P(x) \text{ y } Q(x) \text{ son funciones continuas de } x.$$

La solución la constituyen todas las funciones $y = f(x)$ que satisfacen la ecuación. Para resolverla se recurre a un cambio de variables: $y = u.v$, donde u y v son funciones de x . Debemos calcular $u(x)$ y $v(x)$, luego efectuando su producto se obtiene la función y que es la solución general.

Si $y = u.v \Rightarrow y' = u'.v + u.v'$. Sustituyendo en la ecuación diferencial queda:

$$u'.v + u.v' + P(x).u.v = Q(x) \quad \text{sacamos factor común entre el 1º término y el 3º término:}$$

$$v.[u' + P(x).u] + u.v' = Q(x). \quad \text{Elegimos } u(x) \text{ de tal forma que: } u' + P(x).u = 0.$$

$$u' + P(x).u = 0 \Rightarrow \frac{du}{dx} = -P(x).u \quad \therefore \frac{du}{u} = -P(x).dx$$

$$\int \frac{du}{u} = -\int P(x).dx \Rightarrow \ln u = -\int P(x).dx \quad \therefore u = e^{-\int P(x).dx}$$

Ahora debemos determinar cuánto vale $v(x)$: $u \cdot v' = Q(x) \Rightarrow e^{-\int P(x) dx} \cdot \frac{dv}{dx} = Q(x)$

$$dv = e^{\int P(x) dx} \cdot Q(x) \cdot dx \Rightarrow \int dv = e^{\int P(x) dx} \cdot Q(x) \cdot dx \therefore v = \int e^{\int P(x) dx} \cdot Q(x) \cdot dx$$

por lo tanto: $y = u \cdot v = e^{-\int P(x) dx} \cdot \left[\int e^{\int P(x) dx} \cdot Q(x) \cdot dx + C \right]$ es la solución general

Utilizamos esta resolución para encontrar la trayectoria temporal y el precio de equilibrio. La variable independiente en este caso es t .

$$p' + 2p = 30 \quad (8)$$

$$P(t) = 2, \quad Q(t) = 30. \quad (9)$$

$$u = e^{-\int 2 dt} = e^{-2t}, \quad v = \int e^{\int 2 dt} \cdot 30 dt = \int e^{2t} \cdot 30 dt = \frac{e^{2t}}{2} \cdot 30 + C = 15 \cdot e^{2t} + C$$

$$p(t) = e^{-2t} (15 \cdot e^{2t} + C) = C \cdot e^{-2t} + 15 \quad (10)$$

Para determinar la trayectoria temporal y el precio de equilibrio debemos resolver el PVI (problema de valor inicial), para lo cual consideramos las condiciones iniciales.

$$p(t) = C \cdot e^{-2t} + 15 \text{ y } p(0) = 20 \quad (11)$$

$$20 = C + 15 \Rightarrow C = 5 \quad (12)$$

por lo tanto la trayectoria temporal es la solución particular:

$$p(t) = 5 \cdot e^{-2t} + 15 \quad (13)$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} p(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} (5 \cdot e^{-2t} + 15) = 15 \quad (14)$$

Vemos que hay estabilidad de precio y que el precio de equilibrio es 15.

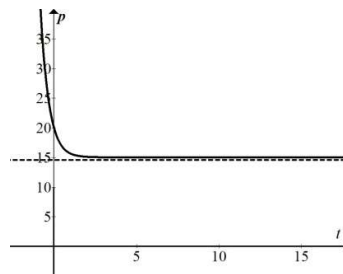


Gráfico 3

1.4 Problema dinámico C

Si los compradores y vendedores forman ahora además sus expectativas acerca de la aceleración en el incremento de los precios a futuro (incremento de la inflación) en las decisiones de compra y venta del presente tendremos que: $D = f [p(t); p'(t); p''(t)]$ y $S = [p(t); p'(t); p''(t)]$. Nótese que una derivada segunda del precio

respecto al tiempo positiva /negativa está asociada a un ritmo de crecimiento creciente / decreciente en el precio del bien o servicio a futuro. Para el caso de bienes que pueden consumirse y a la vez atesorarse, un aumento en ritmo de crecimiento en los precios puede generar un aumento en la cantidad demandada en el presente para fines de reserva de valor. Análogamente y desde la perspectiva de la oferta, un aumento en ritmo de crecimiento en los precios puede generar una reducción en las ventas presentes con fines especulativos (es más rentable venderlos a futuro).

Nuevamente planteamos un problema de principio económico de oferta y de demanda, vamos como hallar la trayectoria temporal del precio, y el precio de equilibrio.

$$D = 40 - 2p - 2p' - p'', \quad S = -5 + 3p, \quad \text{y condiciones iniciales } p(0)=12 \text{ y } p'(0) = 5.$$

Igualando:

$$40 - 2p - 2p' - p'' = -5 + 3p \quad (15)$$

$$p'' + 2p' + 5p = 45 \quad (16)$$

Llegamos a una ecuación diferencial de segundo orden completa. Veamos cómo se resuelve una ecuación diferencial de este tipo.

Ecuación diferencial lineal de 2º orden

Si en la ecuación diferencial la derivada de mayor orden que aparece involucrada es la derivada segunda, estamos en presencia de una *ecuación diferencial de 2º orden*. Su expresión general es $F(x; y; y'; y'') = 0$.

Si el exponente de la derivada 2º es 1, la ecuación diferencial es lineal. Si además los coeficientes de las derivadas que aparecen involucradas son constantes tenemos las *ecuaciones diferenciales lineales de 2º orden con coeficientes constantes*, que son las que analizamos en este texto.

Dicha ecuación diferencial tiene la siguiente expresión general: $a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = F(x)$ con $a_2 \neq 0$

Si en dicha expresión general $F(x)=0$, la ecuación diferencial se denomina *homogénea*.

Ecuaciones diferenciales lineales de 2º orden con coeficientes constantes homogéneas

Si los coeficientes son constantes tenemos una expresión de este tipo

$$a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = 0 \quad \text{con } a_2 \neq 0 \quad (17)$$

Vemos como se obtiene la solución general de este tipo de ecuaciones diferenciales. Se puede demostrar que si y_1 e y_2 son soluciones particulares *linealmente independientes* $\left(\frac{y_2}{y_1} \neq k\right)$ de (17) entonces $y = C_1 y_1 + C_2 y_2$ también es solución.

$$\text{Dem: Si } y = C_1 y_1 + C_2 y_2 \Rightarrow y' = C_1 y_1' + C_2 y_2' \text{ e } y'' = C_1 y_1'' + C_2 y_2''$$

Por lo tanto, reemplazando en (1)

$$a_2 \cdot (C_1 y_1'' + C_2 y_2'') + a_1 \cdot (C_1 y_1' + C_2 y_2') + a_0 \cdot (C_1 y_1 + C_2 y_2) = 0$$

Aplicando propiedad distributiva y agrupando queda:

$$C_1 \cdot (a_2 y_1'' + a_1 y_1' + a_0 y_1) + C_2 \cdot (a_2 y_2'' + a_1 y_2' + a_0 y_2) = 0 \text{ porque cada paréntesis es 0 por ser } y_1 \text{ e } y_2 \text{ soluciones particulares de (1).}$$

Si el $W(x) = \begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1' & y_2' \end{vmatrix} \neq 0$, las funciones y_1 e y_2 son linealmente independientes.

Este determinante se denomina **wronskiano** y fue introducido por el matemático polaco *Joseph Wronski*. En 1882 es el matemático escocés *Thomas Muir* quien le asigna ese nombre.

El problema es encontrar y_1 e y_2 . *Jean Le Rond D'Alembert* propuso como soluciones particulares a funciones del tipo $y = e^{rx}$. Debemos determinar cuánto vale r .

Si $y = e^{rx}$, $y' = r e^{rx}$ e $y'' = r^2 e^{rx}$. Si $y = e^{rx}$ es una solución particular, debe satisfacer la ecuación diferencial, por lo tanto, reemplazando en la ecuación diferencial queda:

$$a_2 r^2 e^{rx} + a_1 r e^{rx} + a_0 e^{rx} = 0 \quad (18)$$

Sacando factor común queda:

$$e^{rx} \cdot (a_2 r^2 + a_1 r + a_0) = 0 \quad (19)$$

Esta ecuación vale cero, para los valores para los cuales

$$a_2 r^2 + a_1 r + a_0 = 0 \quad (20)$$

La ecuación $a_2 r^2 + a_1 r + a_0 = 0$ recibe el nombre de *ecuación característica* asociada a la ecuación diferencial. Es una ecuación de 2º grado cuyos coeficientes son los coeficientes de la ecuación diferencial.

Si llamamos r_1 y r_2 a las raíces de la ecuación característica queda:

$$y_1 = e^{r_1 x} \text{ e } y_2 = e^{r_2 x} \quad (21)$$

que son las soluciones particulares que estamos buscando. Debemos ver ahora qué ocurre con el determinante, si éste no se anula las funciones son linealmente independientes y entonces habremos obtenido la solución general de la ecuación diferencial.

$$y_1 = e^{r_1 x} \Rightarrow y_1' = r_1 e^{r_1 x} \text{ e } y_2 = e^{r_2 x} \therefore y_2' = r_2 e^{r_2 x} \quad (22)$$

$$W(x) = \begin{vmatrix} e^{r_1 x} & e^{r_2 x} \\ r_1 e^{r_1 x} & r_2 e^{r_2 x} \end{vmatrix} = r_2 \cdot e^{(r_1+r_2)x} - r_1 \cdot e^{(r_1+r_2)x} = e^{(r_1+r_2)x} \cdot (r_2 - r_1) \neq 0 \Rightarrow r_1 \neq r_2 \quad (23)$$

Por lo tanto si las raíces de la ecuación característica son números reales distintos la solución general es:

$$y = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x} \quad (24)$$

Caso en el que $r_1 = r_2$

Si $r_1 = r_2$ se puede verificar que $W(x) = \begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1' & y_2' \end{vmatrix} = 0$, por lo tanto las funciones no son linealmente

independientes. Probamos multiplicando una de las funciones por x . La solución general es

$$y = C_1 e^{r_1 x} + C_2 x \cdot e^{r_1 x} \quad (25)$$

Caso en el que r_1 y r_2 son complejas

Si bien este caso está incluido en el caso en el cual $r_1 \neq r_2$, conviene expresar la solución en su forma aparentemente real.

Si $r_1 = a + bi$, debe ser $r_2 = a - bi$, por ser las raíces complejas conjugadas. La solución general es:

$$y = C_1 e^{(a+bi)x} + C_2 e^{(a-bi)x} \quad (26)$$

Si utilizamos las fórmulas de Euler: $\begin{cases} e^{bix} = \cos(bx) + i \operatorname{sen}(bx) \\ e^{-bix} = \cos(bx) - i \operatorname{sen}(bx) \end{cases}$ la solución general queda:

$y = C_1 e^{ax} \cdot e^{bix} + C_2 e^{ax} \cdot e^{-bix}$, por lo tanto

$$\begin{aligned} y &= e^{ax} \cdot [C_1 (\cos(bx) + i \operatorname{sen}(bx)) + C_2 (\cos(bx) - i \operatorname{sen}(bx))] \\ y &= e^{ax} \cdot [(C_1 + C_2) \cdot \cos(bx) + i \cdot (C_1 - C_2) \cdot \operatorname{sen}(bx)] \end{aligned} \quad (27)$$

Si hacemos $C_1 + C_2 = K_1$ e $i \cdot (C_1 - C_2) = K_2$, queda:

$$y = e^{ax} \cdot [K_1 \cos(bx) + K_2 \operatorname{sen}(bx)] \quad (28)$$

que es la solución general, en este caso (llamada solución aparentemente real).

Ecuaciones diferenciales lineales de 2º orden con coeficientes constantes no homogéneas o completa

En este caso $F(x) \neq 0$, tienen la siguiente forma:

$$a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = F(x) \quad F(x) \neq 0 \quad \text{y con } a_2 \neq 0 \quad (29)$$

La solución general de este tipo de ecuaciones diferenciales es igual a la suma de la solución general de la ecuación diferencial homogénea asociada y de una solución complementaria de la ecuación diferencial no homogénea.

Demostración

Si llamamos y_h a la solución general de la ecuación diferencial homogénea asociada e y_c a la solución complementaria, tenemos que la solución general de la ecuación diferencial no homogénea es $y = y_h + y_c$.

Demostraremos que satisface la ecuación diferencial:

$$\begin{aligned}
 a_2 \cdot (y_h'' + y_c'') + a_1 \cdot (y_h' + y_c') + a_0 \cdot (y_h + y_c) &= F(x) \Rightarrow \\
 (a_2 y_h'' + a_1 y_h' + a_0 y_h) + (a_2 y_c'' + a_1 y_c' + a_0 y_c) &= 0 + F(x) = F(x) \quad (30)
 \end{aligned}$$

Vemos que el primer paréntesis es 0 por ser solución de la ecuación diferencial homogénea y el segundo paréntesis es $F(x)$ por ser y_c una solución complementaria.

El problema que se presenta para resolver estas ecuaciones diferenciales es encontrar la solución complementaria (y_c). Esta solución complementaria depende de $F(x)$. Para distintas formas de $F(x)$ probaremos distintas soluciones complementarias.

Veremos algunos casos que se pueden aplicar cuando las $F(x)$ son funciones de los siguientes tipos: polinómicas, exponenciales de la forma e^{bx} o trigonométricas del tipo $\text{sen } x$, $\text{cos } x$. Esto se debe a que las derivadas de este tipo de funciones son funciones del mismo tipo. Hay varios métodos para obtener y_c .

Método para hallar y_c

Analizamos para este trabajo el *método de los coeficientes indeterminados*.

Método de los coeficientes indeterminados

Ejemplos: Si $F(x)$ es:

- un polinomio de grado n , y_c es un polinomio del mismo grado completo. Las incógnitas son los coeficientes del polinomio.
- Si $F(x)$ es del tipo $A.e^{bx}$, y_c tiene la forma $\alpha.e^{bx}$, donde la incógnita es α .
- Si $F(x) = m.\text{sen}(nx)$, o $F(x) = r.\text{cos}(nx)$, o $F(x) = m.\text{sen}(nx) + r.\text{cos}(nx)$, $y_c = \alpha.\text{sen}(nx) + \beta.\text{cos}(nx)$, las incógnitas son α y β .
- Si $F(x)$ fuese una combinación lineal de los casos anteriores, la solución particular es una combinación lineal de las soluciones particulares vistas.

Planteada la forma genérica de y_c , debemos encontrar los coeficientes.

Nota importante: los términos de y_c deben ser *linealmente independientes* con las funciones de y_h . Si no fuese así estas funciones deben, como ya vimos, multiplicarse por x hasta que se obtenga la independencia lineal.

Planteamos un ejemplo:

$$y'' - y' - 6y = 2x^2 - 3x \quad (31)$$

Primero resolvemos la ecuación diferencial homogénea asociada:

$$y'' - y' - 6y = 0 \quad (32)$$

Obtenemos la ecuación característica: $r^2 - r - 6 = 0 \Rightarrow r_1 = 3$ y $r_2 = -2$. La solución de la ecuación diferencial homogénea es:

$$y_h = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-2x} \quad (33).$$

Buscamos ahora la solución complementaria, y_c debe ser un polinomio completo de 2º grado. Debemos encontrar los coeficientes.

$$y_c = Ax^2 + Bx + C, \quad y'_c = 2Ax + B, \quad y''_c = 2A$$

Por ser una solución complementaria de la ecuación diferencial debe satisfacer la misma, por lo tanto:

$$2A - 2Ax - B - 6Ax^2 - 6Bx - 6C = 2x^2 - 3x \quad (34)$$

$$\begin{cases} -6A = 2 \\ -2A - 6B = -3 \\ 2A - B - 6C = 0 \end{cases} \Rightarrow A = -\frac{1}{3}, B = \frac{11}{18}, C = -\frac{23}{108} \therefore y_p = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{11}{18}x - \frac{23}{108} \quad (35)$$

$$y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-2x} - \frac{1}{3}x^2 + \frac{11}{18}x - \frac{23}{108} \quad (36)$$

Utilizamos esta resolución para encontrar la trayectoria temporal y el precio de equilibrio

$$p'' + 2p' + 5p = 45 \quad (37)$$

Llegamos a una ecuación diferencial de segundo orden completa cuyas variables son p y t . Resolvemos primero la ecuación diferencial homogénea asociada. Planteamos la ecuación característica $r^2 + 2r + 5 = 0$. Las raíces son complejas.

$$r_1 = -1 + 2i \wedge r_2 = -1 - 2i \quad (38)$$

Planteamos como solución complementaria $p_c = k$, de donde surge que $p'_c = p''_c = 0$. Reemplazando: $5k = 45$, de donde la solución complementaria es $p_c = 9$. La solución general (trayectoria temporal del precio) es:

$$p(t) = e^{-t} (K_1 \cos(2t) + K_2 \operatorname{sen}(2t)) + 9 \quad (39)$$

Para determinar la trayectoria temporal y el precio de equilibrio debemos resolver el PVI (problema de valor inicial), para lo cual consideramos las condiciones iniciales.

Considerando las condiciones iniciales obtenemos la solución particular.

$$p(t) = e^{-t} (K_1 \cos(2t) + K_2 \operatorname{sen}(2t)) + 9 \Rightarrow p(0) = K_1 + 9 = 12 \therefore K_1 = 3 \quad (40)$$

$$\begin{aligned} p'(t) &= -e^{-t} (K_1 \cos(2t) + K_2 \operatorname{sen}(2t)) + e^{-t} (-2K_1 \operatorname{sen}(2t) + 2K_2 \cos(2t)) \\ p'(0) &= -K_1 + 2K_2 = 5 \Rightarrow 2K_2 = 8 \therefore K_2 = 4 \end{aligned} \quad (41)$$

$$p(t) = e^{-t} (3\cos(2t) + 4\operatorname{sen}(2t)) + 9 \quad (42)$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} p(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} [e^{-t} (3\cos(2t) + 4\operatorname{sen}(2t)) + 9] = 9 \quad (43)$$

Cuando $t \rightarrow +\infty$, $p(t) = 9$. En este caso hay estabilidad en el precio.

Se alcanza un precio de equilibrio intertemporal cuando el precio no varía, es decir $p' = p'' = 0$: $40 - 2p = -5 + 3p \Rightarrow p = 9$, valor que coincide con la solución complementaria p_c .

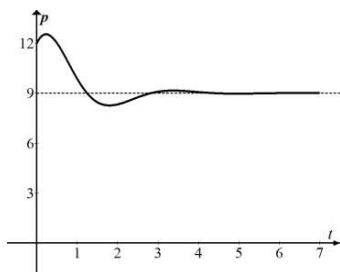


Gráfico 4

3. Conclusiones y trabajos futuros

Las ecuaciones diferenciales permiten modelizar muchas situaciones que se presentan en la dinámica continua. En teoría económica y para el caso del principio de oferta y demanda, la interpretación de las derivadas primera y segunda del precio respecto al tiempo en las cantidades demandadas y ofrecidas de un bien en el presente debe entenderse como las expectativas en la evolución del valor de dicho bien. En tiempos de alta inflación estas expectativas explican gran parte de las decisiones cotidianas de compra y venta de bienes que pueden atesorarse o acumularse.

A futuro la idea es seguir buscando situaciones de la economía donde las ecuaciones diferenciales resulten de utilidad para su modelización y resolución.

De esta forma los alumnos asumen la importancia que tiene el conocimiento de las distintas ecuaciones diferenciales en la resolución de problemas económicos

4. Referencias

- Casparri, María Teresa y otros (1973), *Análisis Matemático II*, Buenos Aires: El Coloquio.
- Chiang, Alpha (1974), *Fundamental Methods of Mathematical Economics*, Nueva York: McGraw Hill
- Di Caro, Héctor (1979), *Análisis Matemático II con aplicaciones a la Economía*, Buenos Aires: Club de estudio.
- Ferguson, C. E. y Gould, J. P. (1983), *Teoría Microeconómica*, Buenos Aires: Fondo de Cultura Económica de México.
- Finocchiaro, María (1988), *Funzioni di piu variabili*, Roma: CISU.
- García Venturini, A: Kicillof, A. (2000), *Análisis Matemático II para estudiantes de Ciencias Económicas*, Buenos Aires: Ediciones Cooperativas.
- Henderson, J. M. y Quandt, R.E. (1985), *Teoría Microeconómica*, Barcelona: Ariel.
- Larson, Roland y Hostetler, Robert (1986), *Cálculo y Geometría Analítica*, España: Mc Graw Hill.
- Leithold, Louis (1992), *El Cálculo con geometría analítica*, México DF: Harla.

- Rabuffetti, Hebe T. (1983), *Introducción al Análisis Matemático (Cálculo 2)*, Buenos Aires: El Ateneo.
- Steward, James (1993), *Calculus*, Nelmont, USA: Wadsworth PWS Publishers.
- Weber, Jean (1993), *Matemáticas para administración y economía*, México DF: Harla.

Aproximación Discreta de Distribuciones para el Análisis de Sensibilidad de Modelos Económicos. Una Aplicación de la Cuadratura Gaussiana

Fabris, Julio Eduardo
Departamento de Matemática - FCE – UBA
jfabris88@yahoo.com.ar

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Cuadratura Gaussiana – Aproximación discreta de distribuciones continuas – Análisis de sensibilidad

Resumen

La utilización de distribuciones de probabilidad continua a los efectos, por ejemplo, de realizar un análisis de sensibilidad de los resultados de un modelo matemático a la variación de los valores de los parámetros, enfrenta el problema de la “maldición de la dimensionalidad” que hace que la realización de simulaciones del tipo Montecarlo requieran de una gran cantidad de valores evaluados del modelo.

Por lo dicho, es de uso común la representación de dichas distribuciones de probabilidad continuas mediante una distribución discreta que las represente.

Usualmente los investigadores dividen el dominio de la función en intervalos de igual probabilidad y asignan la probabilidad asociada de cada subintervalo a un punto situado en la media o en la mediana del mismo. El problema con este procedimiento usual de discretización es que sólo preserva el primer momento de la distribución considerada en su conjunto, pero en general subestima el valor de los momentos pares de orden superior y, en el caso de un soporte de la distribución con valores positivos, también el de los momentos superiores impares

En esta ponencia, siguiendo el trabajo de Miller y Rice (1983), se propone una discretización basada en la Cuadratura Gaussiana que preserva los momentos hasta un cierto orden que depende de la cantidad de puntos utilizada y que permite una mejor aproximación a los momentos de la función que representa al modelo de interés.

Para mostrar la influencia de dicha discretización alternativa utilizando Cuadraturas Gaussianas, se desarrolla finalmente un análisis de sensibilidad a la variación de los parámetros de un modelo económico sencillo, fuertemente no lineal, muestra cómo la discretización usual subestima la variación de los resultados. La comparación se realiza contra un análisis de sensibilidad realizado mediante una simulación del tipo de Montecarlo, que es una solución más exacta, pero que justamente las discretizaciones evaluadas pretenden evitar debido a la y mencionada “maldición de la dimensionalidad”.

1 Introducción

La utilización de distribuciones de probabilidad continua a los efectos, por ejemplo, de realizar un análisis de sensibilidad de los resultados de un modelo matemático a la variación de los valores de los parámetros, enfrenta el problema de la “maldición de la dimensionalidad” que hace que la realización de simulaciones del tipo Montecarlo requieran de una gran cantidad de valores evaluados del modelo.

Por lo dicho, es de uso común la representación de dichas distribuciones de probabilidad continuas mediante una distribución discreta que las represente.

Usualmente los investigadores dividen el dominio de la función en intervalos de igual probabilidad y asignan la probabilidad asociada de cada subintervalo a un punto situado en la media o en la mediana del mismo. El

problema con este procedimiento usual de discretización es que sólo preserva el primer momento de la distribución considerada en su conjunto, pero en general subestima el valor de los momentos pares de orden superior y, en el caso de un soporte de la distribución con valores positivos, también el de los momentos superiores impares

En esta ponencia, siguiendo el trabajo de Miller y Rice (1983), se propone una discretización basada en la Cuadratura Gaussiana que preserva los momentos hasta un cierto orden que depende de la cantidad de puntos utilizada y que permite una mejor aproximación a los momentos de la función que representa al modelo de interés.

Para mostrar la influencia de dicha discretización alternativa utilizando Cuadraturas Gaussianas, se desarrolla finalmente un análisis de sensibilidad a la variación de los parámetros de un modelo económico sencillo, fuertemente no lineal, muestra cómo la discretización usual subestima la variación de los resultados. La comparación se realiza contra un análisis de sensibilidad realizado mediante una simulación del tipo de Montecarlo, que es una solución más exacta, pero que justamente las discretizaciones evaluadas pretenden evitar debido a la ya mencionada “maldición de la dimensionalidad”.

2 Discretización de distribuciones de probabilidad y sus limitaciones

Cuando se desea discretizar una función de probabilidad continua, por ejemplo, para poder reducir el número de valores a muestrear para realizar un análisis de sensibilidad, generalmente se divide el soporte de la misma en subintervalos en forma exhaustiva y mutuamente exclusiva y se asigna la probabilidad de cada uno de ellos al valor medio del mismo .

En la Figura 1 se muestra el procedimiento para un caso en que el soporte de la distribución se divide en 4 subintervalos equiprobables. El rango de la función de probabilidad acumulada $F(x)$, o sea el intervalo $[0, 1]$, se ha dividido en 4 segmentos iguales, dando lugar a subintervalos equiprobables R1 a R4. Cada uno de los mismos concentra su probabilidad en su valor medio.

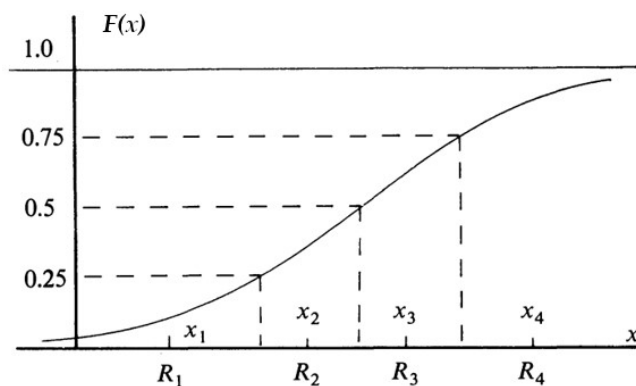


Figura 1. División del soporte en subintervalos equiprobables

Este procedimiento, si bien preserva la media de la distribución original, subestima el valor de los momentos (no centrados) pares de orden superior y, en el caso de un soporte de la distribución con valores positivos, también el de los momentos superiores (no centrados) impares. Para demostrarlo consideremos el caso del ejemplo, en el cual $f(x)$ es la función de densidad de probabilidad de la distribución. La probabilidad de cada subintervalo será:

$$p_i = \int_{R_i} f(x) dx \quad \text{para } i = 1 \text{ a } 4 \quad (1)$$

Y para que la discretización preserve el primer momento deberá cumplirse

$$E_{R_i}[x] = \int_{R_i} x \cdot f(x) dx = x_i \cdot p_i \quad \text{para } i = 1 \text{ a } 4 \quad (2)$$

De lo que resulta que

$$x_i = \int_{R_i} x \cdot \frac{f(x)}{p_i} dx \quad \text{para } i = 1 \text{ a } 4 \quad (3)$$

Consideremos ahora una función $g(x)$ definida sobre el soporte de la distribución (la variable x)

$$E[g(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) \cdot f(x) dx = \sum_{i=1}^4 \int_{R_i} g(x) \cdot f(x) dx = \sum_{i=1}^4 p_i \cdot \int_{R_i} g(x) \cdot \frac{f(x)}{p_i} dx \quad (4)$$

Si $g(x)$ es una función convexa se cumplirá que

$$E[g(x)] > g(E[x]) \quad (5)$$

Resultado conocido como “Desigualdad de Jensen” y que se muestra en forma intuitiva en la Figura 2

Y por lo tanto, dado que p_i es una constante para cada subintervalo R_i

$$\int_{R_i} g(x) \cdot \frac{f(x)}{p_i} dx > g \left(\int_{R_i} x \cdot \frac{f(x)}{p_i} dx \right) = g(x_i) \quad (6)$$

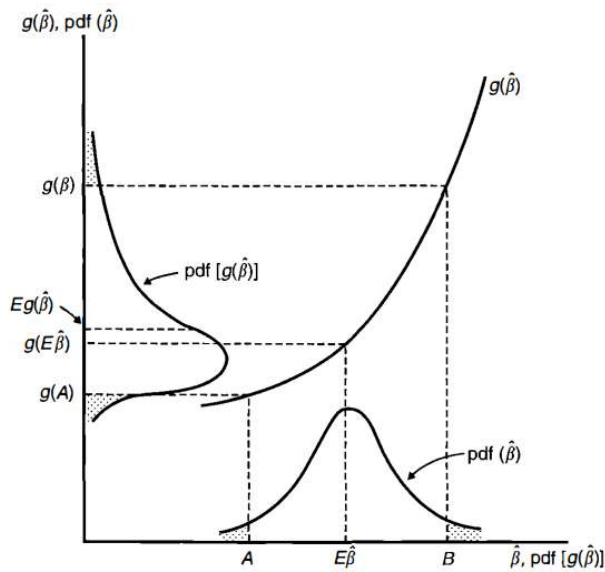


Figura 2. Kennedy (2008)

Combinando esta desigualdad con la ecuación de $E[g(x)]$ antes consignada

$$E[g(x)] = \sum_{i=1}^4 p_i \cdot \int_{R_i} g(x) \cdot \frac{f(x)}{p_i} dx > \sum_{i=1}^4 p_i \cdot g \left(\int_{R_i} x \cdot \frac{f(x)}{p_i} dx \right) = \sum_{i=1}^4 p_i \cdot g(x_i) \quad (7)$$

Como además x^n es una función convexa para cualquier valor de x cuando n es par y positivo, se sigue que la discretización usual subestima los momentos (no centrados) pares de la distribución original.

Para el caso de n impar, x^n es una función convexa para los valores de x positivos y cóncava para los valores de x negativos, por lo que no puede saberse si se produce una subestimación o sobreestimación de los

momentos (no centrados) para el caso en que el soporte de la distribución incluya al 0.

Para el caso de los momentos centrados, como además $(x - a)^n$ es también una función convexa para cualquier valor de a cuando n es par y positivo, la discretización usual también subestima los momentos centrados pares de la distribución original. En particular para $n = 2$

$$E[(x - \bar{x})^2] > \sum_{i=1}^4 p_i \cdot (x_i - \bar{x})^2 \quad (8)$$

Este caso es particularmente importante para el análisis de sensibilidad debido a que los intervalos de confianza de los resultados del modelo se calculan mediante la utilización de la desigualdad de Chebyshev, porque no se conoce la distribución de dicho resultado.

Para el caso de n impar, $(x - a)^n$ es una función convexa para los valores de $(x - a)$ positivos y cóncava para los valores de $(x - a)$ negativos, por lo que no puede saberse si se produce una subestimación o sobreestimación de los momentos (obviamente en el caso de distribuciones simétricas vale la igualdad entre los momentos de la distribución discretizada y la original)

En el trabajo de Miller y Rice (1983) ya mencionado se consignan en una tabla (aquí Tabla 1) los porcentajes de error que surgen de la discretización usual para varias distribuciones. Las mismas fueron divididas en subintervalos de igual probabilidad y la misma fue concentrada en la media del subintervalo. Los autores mencionan también que los errores fueron monótonamente superiores cuando se decidió concentrar los valores en la mediana, en lugar de en la media de cada subintervalo.

La Tabla 1 muestra que la varianza se subestima entre un 11 % y un 35 % cuando se divide la distribución en 3 pares de valores y probabilidades.

Tabla 1. Error porcentual en los momentos centrales de las aproximaciones discretas de varias funciones utilizando las medias de los intervalos equiproporcionales - Miller y Rice (1983)

Distribution	N	Momentos centrales			
		Media	Varianza	Asimetría	Curtosis
Uniform {x} = 1 : 0 < x < 1	2	0.0%	- 25.0%	0.0%	- 68.7%
	3	0.0	- 11.1	0.0	- 34.2
	4	0.0	- 6.2	0.0	- 19.9
Beta {x} = 12x(1 - x) ² : 0 < x < 1	2	0.0	- 31.5	- 100.0	- 80.1
	3	0.0	- 16.0	- 76.7	- 55.1
	4	0.0	- 9.9	- 62.0	- 40.3
Normal {x} = (1/√2π)e ^{-(1/2)x²}	2	0.0	- 36.3	0.0	- 86.5
	3	0.0	- 20.7	0.0	- 68.5
	4	0.0	- 13.9	0.0	- 56.3
Exponential {x} = e ^{-x} : 0 < x	2	0.0	- 52.0	- 100.0	- 97.4
	3	0.0	- 35.1	- 87.2	- 93.0
	4	0.0	- 26.5	- 76.5	- 88.0

Es de destacar que la subestimación referida, es un error de tipo sistemático, no aleatorio. O sea que la discretización usual subestima sistemáticamente el grado de incertidumbre inherente a la distribución original., sesgando el análisis de sensibilidad en el sentido más peligroso.

3 La importancia de la preservación de los momentos de la distribución

En la sección anterior se ha presentado el problema de la discretización usual de no preservar los momentos de la distribución original. ¿Cuál es la relevancia de esta limitación?

Obviamente es en general deseable que la discretización preserve lo mejor posible las características de la distribución original. Pero además hay otra razón aún más apelativa y es que la mayoría de las aplicaciones prácticas con las mismas consisten en buscar el valor esperado y la varianza de una función evaluada en el soporte de la misma. Dicha función, que denominaremos $G(x)$, puede en general ser aproximada por un polinomio tendremos que:

$$G(x) \approx a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3 + \dots \quad (9)$$

Y por lo tanto

$$\begin{aligned} E[G(x)] &= \int_{-\infty}^{\infty} G(x) \cdot f(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} (a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3 + \dots) \cdot f(x) dx = \\ &= a_0 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx + a_1 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx + a_2 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x) dx + \\ &+ a_3 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} x^3 \cdot f(x) dx + \dots = a_0 + a_1 \cdot E[x] + a_2 \cdot E[x^2] + a_3 \cdot E[x^3] + \dots \end{aligned} \quad (10)$$

Es decir que la utilidad de la discretización de la distribución, a los fines de encontrar el valor esperado (y la varianza) de una función de la variable aleatoria, dependerá en forma crucial de que dicha discretización sea capaz de preservar los momentos de la distribución de la variable x .

Por lo tanto, el criterio para la elección del método de discretización será, siendo N el número de subintervalos

$$E[x^k] = \sum_{i=1}^N p_i \cdot x_i^k \quad \text{para } k = 1, 2, \dots \quad (11)$$

De acuerdo con la teoría de la interpolación polinomial, una aproximación discreta con N pares $(x_i; p_i)$ proporcionará $(2N)$ parámetros y por tanto permitirá aproximar hasta el momento $(2N - 1)$ ésimo en forma exacta. Si abandonamos el criterio de los subintervalos equiprobables y determinamos tanto los valores de x_i como de p_i adecuados para alcanzar el resultado deseado, las ecuaciones que deberán cumplir los pares $(x_i; p_i)$ seleccionados serán las siguientes:

$$\begin{aligned} p_1 &+ p_2 &+ \dots + p_N &= E[x^0] \\ p_1 x_1 &+ p_2 x_2 &+ \dots + p_N x_N &= E[x] \\ p_1 x_1^2 &+ p_2 x_2^2 &+ \dots + p_N x_N^2 &= E[x^2] \\ &\dots && \\ p_1 x_1^{2N-1} &+ p_2 x_2^{2N-1} &+ \dots + p_N x_N^{2N-1} &= E[x^{2N-1}] \end{aligned} \quad (12)$$

Son $(2N - 1)$ ecuaciones con $(2N - 1)$ incógnitas. Puede demostrarse que el sistema siempre tiene soluciones reales. Esta metodología se denomina Cuadratura Gaussiana, en honor de su inventor Carl Friedrich Gauss.

En el caso de las principales distribuciones (Uniforme, Normal, Beta, Exponencial, etc.) estos valores se encuentran tabulados como se muestra en la Tabla 2 para el caso de la distribución uniforme, que es la que utilizaremos en esta ponencia.

Por lo tanto la condición deseable de igualdad de los momentos de la distribución con los momentos de la discretización se cumplirá, de acuerdo a la cantidad N de pares $(x_i; p_i)$ considerados como:

$$E[x^k] = \sum_{i=1}^N p_i \cdot x_i^k \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, (2N - 1) \quad (13)$$

Tabla 2. Valores y probabilidades de la Cuadratura Gaussiana para la distribución Uniforme – Miller y Rice

Distribución	N	Valores	Probabilidades
Uniform {x} = 1 : 0 ≤ x ≤ 1	2	0.211325	0.500000
		0.788675	0.500000
	3	0.112702	0.277778
		0.500000	0.444444
		0.887298	0.277778
	4	0.069432	0.173927
		0.330009	0.326073
		0.669991	0.326073
		0.930568	0.173927

4 Ejercicio comparativo de la eficiencia de las discretizaciones

Como una forma de comparar la eficiencia de ambas discretizaciones descritas, se resolverá un análisis de sensibilidad de un modelo económico sencillo.

Se trata de la minimización del costo (maximización del beneficio) en un caso con cantidades producidas fijas, en la que la función de producción es una función Cobb-Douglas con rendimientos constantes de escala. Se planteará la sensibilidad del resultado a la variación de los precios de los factores a saber: salario (w) para el factor Trabajo (L) y tasa de interés (r) para el factor Capital (K).

5 Presentación del modelo

Maximización de Beneficios = Minimización de costos

Se trata de minimizar el costo de una producción ya comprometida fija

Y : Unidades a producir mensualmente

C : Costo mensual en miles de pesos

K : Capital empleado en miles de pesos (se considera a préstamo)

L : Trabajo empleado medido en cantidad de obreros

w : Salario mensual en miles de pesos

r : Tasa de interés mensual en porcentaje

A : Coeficiente de escala de la función de producción

β : Productividad del capital

1 - β : Productividad del Trabajo

Planteo del problema como un modelo matemático de optimización

$$\underset{K,L}{Min} \quad C = K \cdot r + w \cdot L \quad s.a. \quad Y = A \cdot K^\beta \cdot L^{1-\beta} \quad (14)$$

La solución del problema viene dada por las ecuaciones

$$C^*(w, r) = K^* \cdot r + L^* \cdot w \quad \text{con} \quad K^* = \frac{Y}{A} \cdot \left[\frac{(1-\beta) r}{\beta w} \right]^{\beta-1} \quad L^* = \frac{Y}{A} \cdot \left[\frac{(1-\beta) r}{\beta w} \right]^\beta \quad (15)$$

Si fijamos los valores de los parámetros en:

Y : 5000 unidades mensuales

w : 100.000 mil pesos . Rango de variación [80.000 ; 120.000]

r : 0,03 (3 %) Rango de variación [0.02 ; 0.04]

A : 2

β : 0,4

Consideraremos que los parámetros w y r pueden variar en forma uniforme en el rango indicado.

6 Metodología simulación de Montecarlo

Realizaremos en primer lugar una simulación tipo Montecarlo con 10.000 repeticiones, que será considerada el valor de comparación, debido a que es la metodología que asegura mejor precisión. Recordemos que la discretización de las distribuciones es un artilugio para evitar la "maldición de la dimensionalidad" que en este caso no se presenta (el programa corre en segundos) pero que sería un problema con modelos más complejos y cuando el análisis de sensibilidad involucra varias docenas de parámetros.

Utilizando dicha metodología encontraremos la media y la varianza del Costo cuando aplica la variabilidad consignada en las variables w y r.

A seguir calcularemos el intervalo de confianza al 90 % utilizando la desigualdad de Chebyshev, a los fines de comparar con los intervalos que surjan de las discretizaciones consideradas. Es de señalar que, una vez

realizada la simulación de Montecarlo, una forma más eficiente de calcular los intervalos de confianza sería considerar los cuantiles de los resultados obtenidos. Pero esta opción no está disponible en los métodos que utilizan distribuciones discretizadas. Por lo tanto, nuestra comparación será con los intervalos indicados por la desigualdad de Chebyshev, que para el nivel de confianza pedido (90 %) , indica un intervalo de confianza

$$[\mu - 3,163 \sigma ; \mu + 3,163 \sigma].$$

Los resultados obtenidos indican,

$$E (\text{Costo}) = \$ 1.200.622 \quad \text{Desvío (Costo)} = \$ 125.437 \quad \text{Intervalo} = [803.865 ; 1.597.379]$$

7 Metodología de discretización con intervalos equiprobables, con probabilidad en la media

En este caso hemos dividido la distribución uniforme en 3 intervalos equiprobables, con lo que resultan los siguientes pares $(x_i; p_i)$

$$\text{Salario :} \quad (86666 ; 1/3) \quad ; \quad (100.000 ; 1/3) \quad ; \quad (113.333 ; 1/3)$$

$$\text{Tasa de interés :} \quad (0,023333 ; 1/3) \quad ; \quad (0,03 ; 1/3) \quad ; \quad (0,036666 ; 1/3)$$

Con estos valores se calcula el producto cartesiano que nos brinda todas las variantes posibles de valores de las variables w y r considerando la discretización usual. Como se considera que la variación de los precios de cada uno de los factores es independiente, cada una de dichas variantes tiene una probabilidad dada por el producto de sus probabilidades. En este caso obviamente todos resultan equiprobables dada la discretización elegida.

Con cada uno de dichos casos se resuelve el problema de interés (Costo) y a cada resultado se le asigna la probabilidad del caso correspondiente. De esta manera el cálculo de la media y la varianza del Costo se realiza en forma directa. Los resultados de esta metodología son:

$$E (\text{Costo}) = \$ 1.198.680 \quad \text{Desvío (Costo)} = \$ 118.190 \quad \text{Intervalo} = [824.846 ; 1.572.514]$$

8 Metodología de discretización con Cuadratura Gaussiana

Los valores que adjudica la metodología de la Cuadratura Gaussiana a los pares $(x_i; p_i)$ resulta ser:

$$\text{Salario :} \quad (84.508 ; 25/90) \quad ; \quad (100.000 ; 4/9) \quad ; \quad (115.491 ; 25/90)$$

$$\text{Tasa de interés :} \quad (0,022254 ; 25/90) \quad ; \quad (0,03 ; 4/9) \quad ; \quad (0,037746 ; 25/90)$$

Con estos valores se calcula el producto cartesiano que nos brinda todas las variantes posibles de valores de las variables w y r considerando la Cuadratura Gaussiana. Como se considera que la variación de los precios de cada uno de los factores es independiente, cada una de dichas variantes tiene una probabilidad dada por el producto de sus probabilidades. En este caso no todos resultan equiprobables dada la discretización elegida.

Con cada uno de dichos casos se resuelve el problema de interés (Costo) y a cada resultado se le asigna la probabilidad del caso correspondiente. De esta manera el cálculo de la media y la varianza del Costo se realiza en forma directa. Los resultados de esta metodología son:

$$E(\text{Costo}) = \$ 1.197.823 \quad \text{Desvío}(\text{Costo}) = \$ 125.620 \quad \text{Intervalo} = [800.487 ; 1.595.159]$$

9 Resumen de resultados

Se presenta un Tabla con el resumen de resultados de las 3 metodologías

Tabla 3. Resultados del ejercicio comparativo

	Media	Desvío	Mínimo	Máximo
Montecarlo	1.200.622	125.437	803.865	1.597.379
Discretización usual	1.198.680	118.190	824.845	1.572.515
Cuadratura Gaussiana	1.197.823	125.620	800.487	1.595.159

Como puede verse, el resultado de la discretización realizada con la Cuadratura Gaussiana resulta mucho más aproximado al resultado “correcto” dado por la simulación de Montecarlo. En especial se constata que la discretización usual subestima la variabilidad de los resultados, dejando los resultados del “lado peligroso” en un análisis de sensibilidad.⁷

10 Conclusiones

En la práctica del análisis económico suele presentarse con frecuencia la incertidumbre en el valor de los parámetros. Eso exige realizar un análisis de sensibilidad que en general involucra varias docenas de parámetros, para cada uno de los cuales se propone un valor “central”, un rango de variabilidad y una determinada distribución de probabilidad de la misma.

La realización de dichos análisis de sensibilidad mediante simulaciones del tipo de Montecarlo enfrenta el problema de la “maldición de la dimensionalidad” que requiere una gran cantidad de evaluaciones del modelo.

⁷Los cálculos y simulaciones se han efectuado con el software R y están disponibles para el lector interesado

Por lo dicho, es de uso común la representación de dichas distribuciones de probabilidad continuas mediante una distribución discreta que las represente. La discretización usual consiste en dividir el dominio de la función en intervalos de igual probabilidad y asignar la probabilidad asociada de cada subintervalo a un punto situado en la media o en la mediana del mismo.

Se ha demostrado que dicho método conduce a una subestimación de los momentos pares de la distribución de los resultados del modelo, provocando que los intervalos de confianza se reduzcan, situándolos así en el “lado peligroso” del análisis.

En próximos trabajos se intentará programar análisis de sensibilidad de modelos de Equilibrio General Computable (EGC) utilizando la metodología de Cuadratura Gaussiana.

Referencias

Armington, P. (1969). “A Theory of Demand for Products Distinguished by Place of Production,” International Monetary Fund Staff Papers XVI, pp. 159-78.

Arndt, Ch. (1996) “An Introduction to Systematic Sensitivity Analysis via Gaussian Quadrature” GTAP Technical Paper No. 2

Domingues, E. Y Haddad, E. (2005) “Sensitivity Analysis in Computable General Equilibrium Models: An Application for the Regional Effects of the Free Trade Area of the Americas (FTAA)” Brazilian Review of Econometrics v. 25, no 1, pp. 115–137

Hermeling, C. y Mennel, T. (2008) “Sensitivity Analysis in Economic Simulations – A Systematic Approach”, Center for European Economic Research, Discussion Paper No. 08-068

Kennedy, P. (2008). *A guide to econometrics*. John Wiley & Sons.

Miller III, A. C., & Rice, T. R. (1983). Discrete approximations of probability distributions. *Management science*, 29(3), 352-362.

Introducción a la Programación en Python a través de la Resolución de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

García Fronti, Verónica – Dotta, Milena
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires – Facultad de Ciencias Económicas,
Universidad de Buenos Aires
vgarciafronti@economias.uba.ar – mile.dotta@gmail.com

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Ecuaciones diferenciales ordinarias, Python

Resumen

El objetivo de este trabajo es introducir a los alumnos de Análisis Matemático II de la Facultad de Ciencias Económicas en el lenguaje de programación Python a través de la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias.

En la asignatura Análisis Matemático II, en la última parte de la materia, se introduce a los estudiantes en la resolución analítica de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden de diversos tipos y en la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias con coeficientes constantes de primer y segundo orden. A partir de estos conocimientos se plantea introducirlos en la programación en Python.

El enfoque didáctico que se utilizará es el de aprendizaje mediante aplicaciones económicas como es el caso del modelo de mercado dinámico. Para esto en la primera parte se explicarán los conceptos fundamentales del modelo involucrado y se describirá resumidamente el análisis realizado con los estudiantes sobre esta temática, luego en la segunda parte se describe el entorno de trabajo de Google Colaboratory que se utilizará para programar en Python y finalmente se describe paso a paso el código necesario para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias utilizando la librería Sympy de Python y la confección de los gráficos correspondientes mediante la librería Matplotlib de Python.

1 Introducción

El uso de lenguajes de programación se ha vuelto cada vez más necesario en muchas de las tareas que realizan los profesionales en Ciencias Económicas especialmente cuando se debe realizar un análisis de grandes conjuntos de datos. Entre los lenguajes de programación, Python es de los que se ha vuelto más popular ya que es un lenguaje versátil y fácil de aprender, por ejemplo, Thomas Sargent posee un sitio web, desarrollado con John Stachurski en el que presenta diversas herramientas de Python en la resolución de modelos económicos y financieros. (Kuroki, 2021).

En este trabajo se programará con Python la resolución de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO) de primer y segundo orden utilizando la librería Sympy y por otro lado se graficará la solución particular encontrada utilizando la librería Matplotlib.

La actividad propuesta se desarrolla luego de que los alumnos aprendieron y realizaron los ejercicios sobre EDO de la guía de trabajos prácticos de Análisis Matemático II, por lo que ya conocen los diferentes métodos analíticos para su resolución y los modelos matemáticos básicos en donde es necesario resolver una EDO.

2. Primer Caso: EDO de primer orden

El primer ejemplo que se analizará será el de la EDO de primer orden resultante de un modelo de mercado, para esto previamente se plantean algunos conceptos relevantes del modelo y se describe el análisis dinámico que se realiza.

2.1 Modelo matemático

A continuación, se presentará resumidamente los elementos básicos de un modelo de mercado, basado en el libro Métodos Fundamentales de Economía Matemática (Chiang, 2006). Dado un modelo de mercado estático básico, con un solo bien a analizar, en donde se considera la hipótesis que el equilibrio en el mercado se alcanza cuando la cantidad demandada es igual a la cantidad ofrecida:

$$\begin{cases} Q_d = \alpha - \beta p & (\alpha, \beta > 0) \\ Q_s = -\gamma + \delta p & (\gamma, \delta > 0) \\ Q_d = Q_s \end{cases} \quad (1)$$

Donde:

Q_d : Cantidad demandada del bien

Q_s : Cantidad ofrecida del bien

p : precio

El precio de equilibrio (p_e) es:

$$p_e = \frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta} \quad (2)$$

Ahora, si se supone que la tasa de cambio del precio con respecto al tiempo es, en todo momento, directamente proporcional a la demanda excedente, el modelo dinámico se puede expresar matemáticamente de la siguiente forma:

$$\begin{cases} Q_d = \alpha - \beta p(t) & (\alpha, \beta > 0) \\ Q_s = -\gamma + \delta p(t) & (\gamma, \delta > 0) \\ \frac{dp}{dt} = j(Q_d - Q_s) & \text{con } j > 0 \end{cases} \quad (3)$$

Donde:

Q_d : Cantidad demandada del bien

Q_s : Cantidad ofrecida del bien

p : precio

j : coeficiente de ajuste del precio.

Reacomodando, se obtiene una EDO de primer orden con coeficientes constantes:

$$\frac{dp}{dt} + j(\beta + \delta)p = j(\alpha + \gamma) \quad (4)$$

En donde la solución general de la EDO (4) es:

$$p_G(t) = C_1 e^{-j(\beta+\delta)t} + \frac{(\alpha+\gamma)}{(\beta+\delta)} \quad (5)$$

Si la condición inicial del problema es: $p(0) = p_0$, la solución particular correspondiente es:

$$p_p(t) = \left(p_0 - \frac{(\alpha+\gamma)}{(\beta+\delta)} \right) e^{-j(\beta+\delta)t} + \frac{(\alpha+\gamma)}{(\beta+\delta)} \quad (6)$$

Reemplazando por el precio de equilibrio (2), la trayectoria temporal del precio se puede expresar como⁸:

$$p(t) = (p_0 - p_e) e^{-j(\beta+\delta)t} + p_e \quad (7)$$

Resulta interesante analizar si dado un intervalo de tiempo suficiente para que actúe el proceso de ajuste, la trayectoria del precio converge al precio de equilibrio. Si el precio inicial (p_0) está en el precio del equilibrio, el mercado ya está en el equilibrio, si p_0 es distinto que el precio de equilibrio es de interés analizar si el precio va a converger al equilibrio o no. En la situación donde la trayectoria temporal del precio converge hacia el precio de equilibrio se dice que el equilibrio es dinámicamente estable.

⁸ Este trabajo no está focalizado en la resolución analítica de las EDO sino que considera que esto ya es conocido por el estudiante. Ante cualquier duda en la resolución analítica de las EDO dadas puede consultarse su resolución en Chiang (2006) y Bernardello (2010).

Analizando la trayectoria del precio (7) según las magnitudes relativas del precio inicial y del precio de equilibrio existen tres casos posibles. Un primer caso en donde el precio inicial es igual al precio de equilibrio por lo que la trayectoria del precio se mantiene constante en el tiempo y su valor es el precio de equilibrio. Un segundo caso en el que el precio inicial es superior al precio de equilibrio en donde el primer término es positivo y disminuirá a medida que el tiempo aumente, de esta forma el precio se aproximará al nivel de equilibrio desde arriba. Y, por último, un tercer caso en el que el precio inicial sea inferior al precio de equilibrio por lo que el precio aumentará a medida que transcurre el tiempo hasta aproximarse al precio de equilibrio. Estas tres situaciones se visualizan gráficamente en el Gráfico 1.

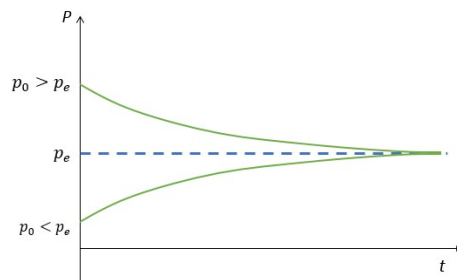


Gráfico 1. Trayectorias esquemáticas del precio

En esta descripción se presentó resumidamente el análisis que se realiza con los estudiantes en donde el foco está puesto en, una vez encontrada la EDO resultante del modelo, hallar su solución particular dada una condición inicial y analizar la estabilidad dinámica de la solución. A continuación, se presentará un ejemplo numérico que se resolverá mediante el código de programación en Python, de forma de complementar y potenciar el análisis realizado.

2.2 Ejemplo numérico

Si los parámetros del modelo tienen los siguientes valores: $\alpha = 100$ $\beta = 1$ $\gamma = 30$ $\delta = 12$ $j = 0,5$

El modelo matemático para analizar es el siguiente:

$$\begin{cases} Q_d = 100 - p \\ Q_s = -30 + 12p \\ \frac{dp}{dt} = 0,5 * (Q_d - Q_s) \end{cases} \quad (8)$$

En este ejemplo, el precio de equilibrio es 10 y la ecuación diferencial resultante es una EDO de primer orden con coeficientes constantes es:

$$\frac{dp}{dt} + \frac{13}{2}p(t) = 65 \quad (9)$$

Donde si la condición inicial es $p(0) = p_0$, solución particular de la EDO dada es:

$$p(t) = (p_0 - 10)e^{-13t/2} + 10 \quad (10)$$

A continuación, se procederá a desarrollar en Python la resolución de la EDO (9) y se graficará la trayectoria del precio.

2.3 Resolución del ejemplo numérico en Python

Para facilitar la escritura del código en Python se trabajará en el entorno de Google Colaboratory⁹ (Google Colab de aquí en adelante) que permite programar y ejecutar Python en el navegador sin que sea necesaria su instalación. Una vez abierto el cuaderno de Google Colab se debe instalar e importar las bibliotecas que se utilizarán. Se instalarán tres librerías, la librería Sympy que permite realizar una manipulación simbólica de fórmulas y ecuaciones de forma de poder ingresar las EDO y resolverlas; la librería Matplotlib destinada para la creación de gráficos, en este caso se utilizará el módulo Pyplot y por último la librería Numpy que está especializada en cálculo numérico y en el análisis de datos.

El código de instalación de las librerías es:

```
!pip install numpy  
  
!pip install matplotlib  
  
!pip install sympy
```

Una vez instaladas las librerías es necesario importarlas, en este caso las sentencias son:

```
import numpy as np  
  
import matplotlib.pyplot as plt  
  
import sympy
```

Para resolver un EDO se utilizan las funciones de la librería Sympy de Python en donde el primer paso es declarar las variables simbólicas que se utilizarán, en este caso la variable independiente tiempo (t) y la función de precio (p). El código para declarar las variables es:

```
t = sympy.Symbol('t')
```

⁹Para más información sobre Google Colaboratory:

https://colab.research.google.com/notebooks/welcome.ipynb?hl=es#scrollTo=5fCEDCU_qrC0

```
p = sympy.Function('p')
```

Para derivar una función en Sympy se usa la función `diff()`:

```
sympy.diff(func, var, n)
```

Donde los tres argumentos utilizados son:

- `func`: la función que se va a derivar
- `var`: la variable respecto a la cual se deriva
- `n`: orden de la derivada (por defecto, con la primera derivada no es necesario ingresar este argumento)

Para definir la ecuación diferencial se utiliza el elemento `Eq` (Equality), en donde la estructura es la siguiente:

```
Eq(lado izquierdo de la ecuación, lado derecho de la ecuación)
```

En este caso, el código para ingresar la EDO (9) es:

```
sympy.Eq(sympy.diff(p(t), t, 1)+13/2*p(t), 65)
```

Si se asigna la EDO a la variable `EDO_1`:

```
EDO_1= sympy.Eq(sympy.diff(p(t), t, 1)+13/2*p(t), 65)
```

Lo que se visualiza en la consola es la EDO (9) dada:

$$6.5p(t) + \frac{d}{dt}p(t) = 65$$

Para resolver esta ecuación diferencial se utiliza la función `dsolve()`, cuya sintaxis más básica es:

```
dsolve(eq, f)
```

En donde: `Eq` es una expresión de la clase ecuación (Equality)

`f`: función incógnita con respecto a la cual se resuelve la EDO dada, en general es un objeto de la clase `Function`.

En el ejemplo planteado, para resolver la ecuación diferencial que asignamos a la variable `EDO_1`:

```
sympy.dsolve(EDO_1, p(t))
```

La visualización en consola nos brinda la solución general de la EDO (9):

$$p(t) = C_1 e^{-6.5t} + 10.0$$

Por practicidad se asigna la solución encontrada a una variable, en este caso “sol_gral”, de forma que cada vez que se quiera utilizar la solución encontrada se utilice esta variable:

```
sol_gral = sympy.dsolve(EDO_1, p(t))
```

Si se desea visualizar la solución de la EDO dada se debe invocar a la variable a la que se asignó la solución, en este caso además se incluyó una leyenda que aclara qué representa:

```
print("1) La solución general es:")  
  
sol_gral
```

Esto se visualizará en consola como:

```
1) La solución general es:  
p(t) = C1e-6.5t + 10.0
```

Una vez que se ha encontrado la solución general si se tienen los datos iniciales se puede encontrar el valor de la constante C_1 y de esta forma determinar la solución particular, se debe recordar que al ser una EDO de primer orden sólo es necesario una condición inicial. Si, por ejemplo, la condición inicial dada es que el valor del precio inicial es 1, para encontrar la solución particular es necesario utilizar al objeto dsolve con tres argumentos:

```
sympy.dsolve(EDO_1, p(t), ics=CI_1)
```

Donde los primeros dos argumentos son los presentados previamente y el tercer argumento es un diccionario de Python en donde se listan las condiciones iniciales. En el caso de una EDO de primer orden solo se tiene un elemento en el diccionario:

```
CI_1 = {p(0):1}  
  
sol_part=sympy.dsolve(EDO_1, p(t), ics=CI_1)  
  
print("La solución particular es:")  
  
sol_part
```

La visualización en consola es la solución particular de la ecuación diferencial dada:

```
La solución particular es:  
p(t) = 10.0 - 9.0e-6.5t
```

Hasta acá utilizando solo la librería Sympy de Python se ha podido hallar la solución general y la solución particular de una EDO de primer orden. En el análisis de la estabilidad de la solución resulta relevante graficar la trayectoria encontrada para entender mejor el comportamiento del precio. Para realizar la gráfica en Python, se utilizará Pyplot de la librería Matplotlib. Para realizar el gráfico se define la función que se desea graficar, en este caso, se define a la función $h(t)$ que es la solución particular recién encontrada:

```
def h(t):  
    return -9*(np.exp(-6.5*t)) +10
```

Asimismo, se utiliza la función linspace de la librería Numpy que genera una clase de objeto denominado array (colecciones de datos de un mismo tipo), donde la sintaxis de esta función es:

```
np.linspace(valor inicial,valor final,número de valores)
```

En este caso, por ejemplo, a la variable t se le asigna un objeto array con 100 valores que se inician en el 0 y finalizan en el 10:

```
t=np.linspace(0,10,100)
```

De esta forma, se grafica la función $h(t)$ utilizando la función Plot de la librería Matplotlib con la siguiente sentencia:

```
plt.plot(t,h(t))
```

Asimismo, se puede incorporar el título al gráfico y a los ejes de abscisas y ordenadas

```
plt.title("Trayectoria del precio cuando el precio inicial es M  
ENOR al de equilibrio")  
plt.xlabel("Tiempo (t)")  
plt.ylabel("Precio p(t)")
```

Para visualizar el gráfico en la consola, la sentencia es:

```
plt.show()
```

El gráfico que visualiza es:

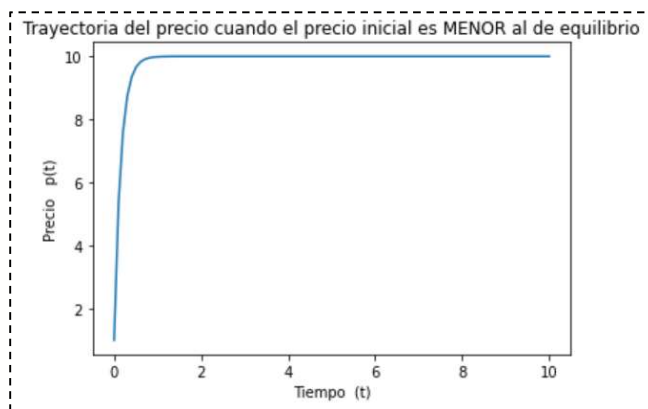


Gráfico 2. Visualización de la trayectoria del precio cuando el precio inicial es menor al de equilibrio

Este gráfico nos permite visualizar la trayectoria del precio cuando el precio inicial es 1. Se observa que cuando el precio inicial es menor que el precio de equilibrio, en este modelo en donde la solución es estable, a medida que pasa el tiempo el precio converge al precio de equilibrio que en este caso es 10. Si se realiza el mismo ejemplo con precio inicial mayor al de equilibrio, por ejemplo $p(0)=19$, la solución particular encontrada será:

$$p_p(t) = 9e^{-6.5t} + 10$$

El gráfico correspondiente es:

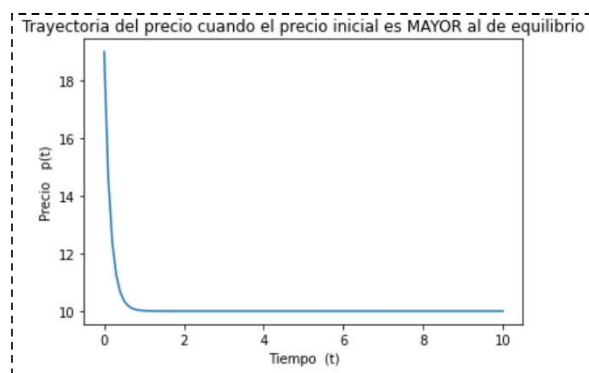


Gráfico 3. Visualización de la trayectoria del precio cuando el precio inicial es mayor al de equilibrio

Se observa que, en este modelo, en donde la dinámica del precio converge al equilibrio, si se inicia en un precio mayor al del equilibrio el precio disminuye hasta alcanzar el precio de equilibrio, si en cambio, el precio es menor al de equilibrio, el precio aumenta hasta alcanzar el precio de equilibrio.

De esta forma se resuelve la EDO del modelo dado y se grafica la trayectoria del precio para comprender como es la dinámica de precios. A continuación, se presentará otro modelo de mercado en donde la EDO resultante es una EDO de segundo orden.

3 Segundo Caso: EDO de segundo orden

En el segundo ejemplo que se desarrollará en Python, la EDO es de segundo orden, si bien no hay grandes diferencias con respecto a su programación con respecto a las de primer orden resulta interesante ya que permitirá resolver EDO de orden superior sin inconvenientes.

3.1 Ejemplo numérico

Dado un modelo de mercado con expectativa de precios en donde los compradores basan su comportamiento en el precio presente y su tendencia se presenta un modelo como el siguiente:

$$\begin{cases} Q_d = 20 - p(t) - 3 \frac{dp}{dt} + \frac{d^2p}{dt^2} \\ Q_s = -5 + 3p(t) \\ Q_d = Q_s \end{cases} \quad (11)$$

Donde:

Q_d : Cantidad demandada del bien

Q_s : Cantidad ofrecida del bien

p : precio del bien

La ecuación diferencial resultante es una EDO con coeficientes constantes de segundo orden:

$$\frac{d^2p}{dt^2} - 3 \frac{dp}{dt} - 4p(t) = -25 \quad (12)$$

Cuya solución general es:

$$p(t) = C_1 e^{-t} + C_2 e^{4t} + \frac{25}{4} \quad (13)$$

Si las condiciones iniciales son:

$$p(0) = 6 \text{ y } \frac{dp}{dt}(0) = 4 \quad (14)$$

La solución particular es:

$$p(t) = \frac{3}{4}e^{4t} - e^{-t} + \frac{25}{4} \quad (15)$$

A continuación, se resolverá la EDO (12) mediante su programación en Python.

3.2 Resolución del ejemplo numérico en Python

La resolución en Python de esta EDO (12) de segundo orden es muy similar lo resuelto en el primer caso con algunas pequeñas modificaciones que se indicarán a continuación.

Luego de instalar e importar los mismos paquetes que en el primer caso y de ingresar las variables simbólicas. Se ingresa la EDO y se la asigna a la variable EDO_2:

```
EDO_2= sympy.Eq(p(t).diff(t, 2)-3*p(t).diff(t)-4*p(t), -25)
```

En la sentencia ingresada se observa que se ingresa una derivada segunda además de la primera. La visualización en consola de la EDO es:

$$-4p(t) - 3\frac{d}{dt}p(t) + \frac{d^2}{dt^2}p(t) = -25$$

Para hallar la solución general se plantea de la misma forma en que antes:

```
sol_gral = sympy.dsolve(EDO_2, p(t))
print("1) La solución general es:")
sol_gral
```

Lo que se visualiza en consola es la solución general de la EDO de segundo orden dada:

$$\text{La solución general es:}$$
$$p(t) = C_1e^{-t} + C_2e^{4t} + \frac{25}{4}$$

Para encontrar la solución particular lo único que cambia es que ahora el diccionario será de dos elementos en vez de uno y que en el segundo elemento se debe realizar una sustitución:

```
CI_2 = {p(0):6, p(t).diff(t).subs(t,0):4}
sol_part=sympy.dsolve(EDO_2, p(t), ics=CI_2)
```

```
print("La solución particular es:")
sol_part
```

Que permite visualizar la solución particular de la EDO dada:

$$p(t) = \frac{3e^{4t}}{4} + \frac{25}{4} - e^{-t}$$

Para realizar la gráfica de la trayectoria del precio, se define la función a graficar:

```
def h2(t):
    return 3/4*(np.exp(4*t)) - 1*(np.exp(-1*t)) + 25/4
t=np.linspace(0,1,100)
plt.plot(t,h2(t))
#Título del gráfico y de los ejes:
plt.title("Trayectoria del precio")
plt.xlabel("Tiempo (t)")
plt.ylabel("Precio p(t)")
plt.show ()
```

Cuya visualización en consola cuando el precio inicial es 6 es la siguiente:

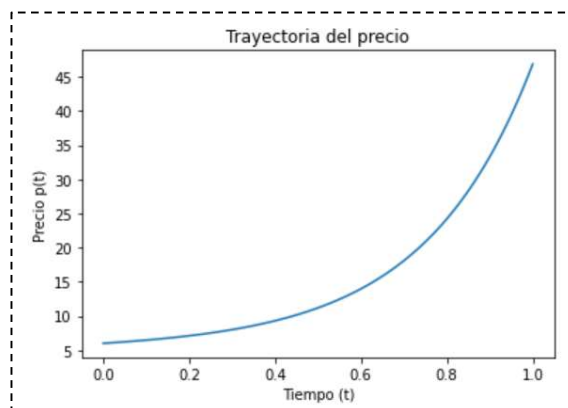


Gráfico 4. Visualización de la trayectoria del precio de la EDO

4 Conclusiones y trabajos futuros

En este trabajo se propuso una actividad que se desarrolla en el lenguaje de programación Python para complementar los conceptos vistos en las clases a través de un lenguaje de programación. Para esto se analizaron dos ejemplos del modelo de mercado dinámico en donde se debió resolver una EDO de primer y segundo orden. La resolución de ambas EDO se realizó con la librería Sympy de Python y los gráficos correspondientes con Matplotlib. Esta actividad permite profundizar en la resolución de EDO y a su vez introducir al estudiante en la programación de lenguaje Python, de forma tal que ambos conocimientos se potencian en la actividad propuesta ya que las herramientas básicas de Python se empiezan a utilizar con conceptos aprendidos por los estudiantes y los conceptos aprendidos se aplican en nuevos contextos.

El futuro trabajo planteado es abordar de la misma forma la temática de optimización de funciones en dos variables con Python.

Referencias

Bernardello, A.; Bianco, M.J.; Casparri, M.T.; García Fronti, J.; Marzana, S. (2010) *Matemática para Economistas con Excel y Matlab*. Editorial Omicron System, Buenos Aires.

Chiang, A. y Wainwright, K. (2006). *Métodos fundamentales de economía matemática* (4a. ed.). Editorial: McGraw-Hill, México.

Kuroki, M. (2021). *Using Python and Google Colab to teach undergraduate microeconomic theory*. *International Review of Economics Education*, 38, 100225.

Fibonacci y la Proporción Áurea Aplicada a los Mercados

Facello, Carlos Sebastián
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Entre Ríos
sebastian.facello@uner.edu.ar

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Fibonacci, Proporción áurea, Análisis técnico, Retrocesos, Proyecciones.

Resumen

Fibonacci fue un destacado matemático, considerado uno de los más destacados de la edad media, que estudiando la reproducción de los conejos en una granja descubrió su famosa sucesión y un valor que se encuentra presente no solo en la matemática, sino también en la naturaleza y el arte que es el número áureo, con importantes relaciones entre las proyecciones y los retrocesos en la población de los mismos.

Este número áureo está presente también en las finanzas y muchos inversores y analistas lo utilizan a la hora de comprar o vender un título utilizando las relaciones establecidas entre las poblaciones en distintos momentos tratando de predecir cuál será el comportamiento que tendrá dicho título como una herramienta más a la hora de realizar el análisis técnico.

Esta herramienta por sí sola no garantiza el éxito de la inversión a realizar ya que en inversiones ningún método es infalible, pero, incorporando análisis fundamental y completando con otros análisis gráficos puede ser de gran ayuda a la hora de intentar predecir el precio al que un título pueda alcanzar a futuro.

1 Fibonacci

Las matemáticas constituyen uno de los máximos logros de la mente humana. Tras una evolución de siglos, han alcanzado un nivel de abstracción que les permite expresar, en conjuntos de fórmulas sintéticas y elegantes, algunas de las cimas más altas del pensamiento contemporáneo. Algunos razonamientos matemáticos son verdaderas obras de arte, plenas de inspiración e ingenio y, como en otras esferas de la creatividad humana, sólo comprensibles para los iniciados.

A pesar de ello, una de las cualidades que distingue al lenguaje matemático es su universalidad. Cualquiera que sea entrenada puede interpretar con el mismo nivel de comprensión una fórmula o una sucesión enlazada de proposiciones lógicas expresadas mediante símbolos. No existen aquí barreras de idioma, e incluso entre la gente común la lengua matemática puede considerarse universal. En todas las partes del mundo se usan hoy los mismos signos para expresar cantidades: combinaciones de 1, 2, 3, 4, etc. Un simple vistazo a un texto escrito en árabe o cirílico lo demuestra: para un europeo occidental no políglota, lo único reconocible son las cifras.

Sin embargo, el empleo internacional de tales guarismos apenas tiene unos siglos de existencia. En los tiempos romanos se usaba, por ejemplo, un complicado sistema de numeración inspirado no muy lejanamente en los "palotes" usados por los pueblos primitivos para contar sus escasas posesiones: I, II, III, IV, V, etc. Otras culturas adelantadas de la historia recurrieron a procedimientos no mucho más notables, lo que, si no retrasó las

habilidades de cálculo, al menos entorpeció las capacidades de sistematizar el pensamiento abstracto que se afinaron en tiempos posteriores.

Todo cambió en los últimos siglos del primer milenio, a lomos de las invasiones que partieron al este y al oeste desde las desérticas extensiones de la península de Arabia. Los belicosos guerreros de la yihad abrieron camino hacia las tierras ocupadas a una legión de hombres de cultura, quienes mantuvieron vivo el espíritu de la ciencia y la filosofía en unos tiempos en que oriente se debatía en un mar de contradicciones y la caída del Imperio Romano había sumido a Europa en una densa oscuridad. Fueron aquellos árabes los que encontraron en las llanuras de la India un sistema de numeración, basado en guarismos decimales ordenados en posiciones relativas de unidades, decenas, centenas, etc., que les resultó ciertamente claro y eficaz. Ellos mismos lo perfeccionaron en algunas cuestiones menores y, convertido ya en indo-arábigo, este sistema viajó en las grupas de caballos de los invasores hasta los confines de su pujante imperio.

El introductor en Europa del nuevo sistema numeral fue un ciudadano de Pisa, nacido hacia 1170 en el seno de una familia de mercaderes que acostumbraban a buscar fortuna por todo el Mediterráneo. De nombre Leonardo, este hijo de Guglielmo Bonacci (“il figlio di Bonacci” o “il Fibonacci”, como se le llamó más tarde) tuvo ocasión en su juventud de entrar en contacto con unos métodos de cálculo que le maravillaron por su simplicidad.

El de Leonardo “il Bigollo”, como fue conocido en vida, es un caso explícito de lo instructivo que es conocer mundo. Al ser nombrado cónsul de la comunidad de mercaderes pisanos en el norte de África, su padre Guglielmo se lo llevó consigo siendo muchacho hasta el puerto de Bugia, hoy Bejaia, en la actual Argelia. Allí, el joven aprendió cálculo con un maestro árabe, y más tarde prolongó sus estudios mientras viajaba sin descanso por Egipto, Siria, Grecia, Sicilia y Provenza. En aquel entonces, apenas unos cuantos iniciados conocían el sistema de números indo-arábigos, por las escasas traducciones de la obra del persa Al-Jwarizmi. La mente despierta de Bigollo comprendió enseguida las oportunidades que ofrecía el novedoso esquema numérico y, como él mismo afirmó, “cuando me introdujeron en el arte de los símbolos hindúes, muy pronto el conocimiento de su arte me plugo por encima de todos los demás”.

Hacia el 1200, ya rondando la treintena, puso término a su vida nómada y regresó a Pisa con un extenso bagaje de conocimientos aprendidos. En los años siguientes se dedicó a compendiarlos y divulgarlos en varios libros que tendrían una resonancia inusitada, habida cuenta que aún no existía la imprenta de tipos móviles (faltaban más de dos siglos para que Gutenberg la inventara) y las copias debían escribirse pacientemente a mano.

Los siete primeros capítulos de su libro más leído, Liber Abaci (“El libro del ábaco”), versaban íntegramente sobre el sistema numeral indo-arábigo. Tal fue su éxito que llamó incluso la atención del monarca del Sacro Imperio Romano-Germánico, Federico II, con quien Leonardo mantuvo correspondencia durante los últimos años de su vida.

En la segunda parte del Liber Abaci, el pisano recogió una amplia colección de supuestos prácticos destinados a sus “queridos mercaderes”, con cálculos sobre el reparto de mercancías y los beneficios de las transacciones comerciales, la conversión de pesos y medidas o los cambios de moneda entre distintas plazas del Mediterráneo. La tercera parte contiene una lista de problemas inspirados en los conocimientos que adquirió de oriente a través de los árabes, pues para muchos de ellos se han encontrado equivalencias chinas bastante literales.

2 El problema de los conejos

Uno más de los extraños acertijos matemáticos de este maestro pisano se expresa de la siguiente manera: “¿Cuántos conejos podría tener en un año, si en una granja solo hay una pareja de conejos?

Las premisas a tener en cuenta para contestar este interrogante son las siguientes:

- Los conejos alcanzan la madurez reproductiva luego del primer mes de vida;
- Una vez alcanzada esta instancia se reproducen siempre;
- El período de gestación es de un mes;
- La gestación implica el nacimiento de una pareja de sexos opuestos;
- Ningún conejo muere.

A partir de esto observó lo resultados de la siguiente tabla.

Tabla 1. Reproducción de conejos. Proyecciones y retrocesos.

MES	GENERACIÓN												TOTAL	RETROCESOS			PROYECCIONES	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		61,80%	38,20%	23,60%	161,80%	261,80%
0	1												1					
1	1												1					
2	1	1											2	0,500			2,000	
3	1	1	1										3	0,667	0,333		1,500	3,000
4	1	1	1	2									5	0,600	0,400	0,200	1,667	2,500
5	1	1	1	2	3								8	0,625	0,375	0,250	1,600	2,667
6	1	1	1	2	3	5							13	0,615	0,385	0,231	1,625	2,600
7	1	1	1	2	3	5	8						21	0,619	0,381	0,238	1,615	2,625
8	1	1	1	2	3	5	8	13					34	0,618	0,382	0,235	1,619	2,615
9	1	1	1	2	3	5	8	13	21				55	0,618	0,382	0,236	1,618	2,619
10	1	1	1	2	3	5	8	13	21	34			89	0,618	0,382	0,236	1,618	2,618
11	1	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55		144	0,618	0,382	0,236	1,618	2,618
12	1	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	233	0,618	0,382	0,236	1,618	2,618

La secuencia que da lugar a la cantidad de parejas que van apareciendo mes a mes es lo que se conoce como “La sucesión de Fibonacci”, y esta secuencia se puede calcular simplemente sumando el último resultado con su inmediato anterior, es decir: **0, 1, 0+1=1, 1+1=2, 1+2=3, 2+3=5, 3+5=8, 5+8=13, 8+13=21, 13+21=34, 21+34=55, 34+55=89, 55+89=144, 89+144=233**. Esta secuencia tiende a infinito pero con esto nos basta para lo

que queremos analizar que son las relaciones entre los números que la componen a medida que vamos aumentando los valores de la serie.

Primera relación: tendencia de retroceso del 0,618

Si dividimos dos números de la sucesión consecutivos entre sí, poniendo en el numerador el primero o anterior podemos observar que, a medida que avanzamos en la sucesión este cociente tiende a **0,618**. (21/34, 34/55, 55/89, etc.)

Segunda relación: tendencia de retroceso del 0,382

Si dividimos dos números de la sucesión no consecutivos entre sí, poniendo en el numerador un número anterior dos períodos al del denominador, a medida que avanzamos el cociente tiende a **0,382**. (34/13, 55/21, 89/34, etc.)

Tercera relación: tendencia de retroceso del 0,236

Si dividimos dos números de la sucesión no consecutivos ya que ahora salteamos dos períodos intermedios, en el numerador consideramos un número tres períodos anterior al denominador, a medida que avanzamos el cociente tiende a **0,236**. (55/13, 89/21, 144/34, etc.)

Los coeficientes de Fibonacci se acercan a 0,618 sólo después de los cuatro primeros números. Los tres primeros ratios son 1/1 (100%), 1/2 (50%) y 2/3 (66,7%).

Cuarta relación: tendencia de proyección del 1,618

Si ahora dividimos dos números consecutivos, poniendo en el numerador el posterior de ellos, observamos que a medida que avanzamos en la sucesión este cociente tiende a **1,618**. (55/34, 89/55, 144/89, etc.)

Quinta relación: tendencia de proyección del 2,618

Si dividimos dos números de la sucesión no consecutivos entre sí, poniendo en el numerador un número posterior en dos períodos al del denominador, a medida que avanzamos el cociente tiende a **2,618**. (89/34, 144/55, 233/89, etc.)

3 Análisis Técnico

El análisis técnico se concentra en el estudio del comportamiento del mercado en sí mismo, pues supone que toda la información relevante, en cuanto a los beneficios y expectativas de una determinada compañía, al sector al que pertenece, a la economía en general, al entorno socio político, etc. está ya reflejada en el precio del título y, por tanto, es el propio mercado el que proporciona la mejor información sobre la evolución futura del mismo.

El precio del mercado de un título viene determinado únicamente por la interacción de la oferta y la demanda, afectadas a su vez por factores tanto racionales como irracionales. "Toda la información económica, incluidos todos los miedos y esperanzas de los operadores, se reflejan en el precio. Y el análisis técnico proporciona el único mecanismo para medir el componente irracional (emocional) en los mercados." El mercado no refleja el valor real de los títulos, sino lo que la gran masa de inversores piensa que valen los títulos y, por tanto, es un reflejo de la psicología de los inversores que "...se mueven entre pánico, terror y pesimismo, por un lado, y confianza, excesivo optimismo y ansia, por otro". Se trataría, así pues, de observar la conducta de los individuos que integran el mercado y tratar de anticiparse a sus movimientos, es decir, a las futuras tendencias de los precios.

Las tres premisas en las que se basa el análisis técnico son:

1. Todo lo que puede afectar al precio de cualquier valor está totalmente descontado. Dado que todo está descontado en el precio, el análisis del gráfico de este valor será todo lo que necesitemos.
2. Los precios se mueven en tendencias. El análisis técnico trata de identificar las posibles tendencias que comienzan a dibujarse y de operar a favor de ellas. Otro de los objetivos del análisis técnico es determinar el momento en el que la tendencia empieza a cambiar.
3. La historia siempre se repite. Casi todas las figuras chartistas vienen a mostrar el estado de ánimo o la psicología bajista o alcista de los inversores. Dado que el precio descuenta todo, también refleja los temores y miedos del mercado y las expectativas de los miles de inversores que lo forman. En consecuencia, si una figura ha funcionado bien en el pasado, se asume que funcionará bien en el futuro, siempre y cuando no haya habido un cambio sustancial en estos factores, que de otro modo se hubiera reflejado en el precio.

El análisis técnico permite vigilar, analizar y efectuar entradas en largo y corto en un gran número de mercados y valores, sin conocer con detalle sus fundamentos económicos. Nos muestra también de forma temprana signos de agotamiento de una tendencia alcista o bajista y permite optimizar el timing de la entrada o salida del mercado con extraordinaria precisión. Es también un método eficaz de seguimiento, vigilancia y actuación en un amplio número de mercados. Según lo mencionado anteriormente, el análisis técnico, se podría definir como el conjunto de técnicas (gráficas y cuantitativas) que tratan de predecir la evolución futura de los precios a partir de su comportamiento histórico, y también a partir de determinadas magnitudes. Esta definición es un claro contraste con la del análisis fundamental, que requiere un estudio detallado de los estados contables de la empresa, planes de expansión, expectativas futuras y factores del entorno socioeconómico que puedan afectar a la marcha de la empresa.

Retrocesos porcentuales de Fibonacci

Las ratios o coeficientes de Fibonacci ayudan a determinar objetivos para los precios tanto en las ondas impulso como en las correctivas. Otra forma de determinarlos es usando retrocesos porcentuales. En este tipo de análisis, los números usados más frecuentemente son el 61,8%, el 38,2% y el 50% (1/2 cociente entre los períodos 2 y 1).

La secuencia de Fibonacci ajusta esas cifras un poco más. En una tendencia fuerte, un retroceso mínimo suele estar alrededor del 38 por ciento, y en una tendencia más débil, el retroceso porcentual máximo es de aproximadamente el 62 por ciento.

Muchos estudiosos pueden no ser conscientes de que el famoso retroceso del 50% es en realidad un ratio de Fibonacci, igual que el retroceso de 2/3 (66,7%). Un retroceso completo del 100% de un mercado previamente alcista o bajista, también debería indicar una importante área de apoyo o resistencia.

Si en una tendencia (alcista o bajista) el retroceso fue de:

- 23,6%: la tendencia sigue intacta y la recuperación es inmediata.
- 38,2%: es el valor donde comúnmente retoman las tendencias de mediano plazo.
- 61,8%: es el valor emblemático y regla de oro, última instancia para salvar la tendencia.

Las proyecciones tienden a:

- 161,8%: primer objetivo.
- 261,8%: segundo objetivo.

Estos retrocesos y proyecciones para cualquier activo se pueden calcular utilizando cualquier simulador de inversiones.



Figura 1. Proyección de Fibonacci luego de un retroceso en PAMPA ENERGÍA S.A.



Figura 2. Proyección de Fibonacci luego de un retroceso en GRUPO FINANCIERO GALICIA S.A.

4 Conclusiones y trabajos futuros

Si bien cada analista quiere que su inversión se convierta en “oro”, en los mercados financieros no es tan fácil predecir el comportamiento futuro de un título en el que influyen variados acontecimientos no solo económicos sino también políticos y en el que influyen también aspectos externos.

Las proyecciones y retrocesos de Fibonacci son una herramienta más con las que un analista técnico puede contar además de completar con análisis fundamental antes de realizar una inversión ya que ningún método resulta infalible.

Referencias

Orendain López Vergara, L. T.; Calvillo Hernández, M.; Leyva Garía, M. “El número áureo – La fórmula divina de Fibonacci”.

Rincón Córcoles, A. Fibonacci y el número áureo”. En: Autores científico-técnicos y académicos, pág. 73 a 81.

Autor desconocido. “Leonardo Pissano Fibonacci. El número áureo”. Matemáticas en la vida cotidiana.

Soto Henríquez, D. (2014). Fibonacci: la secuencia mágica. En Traders', 4, 12-14.

AFI Guías 2017. Análisis Técnico. <http://www.afi.es>.

Estructura del precio y Fibonacci. [http://www. https://salaparatraders.com/](http://www.https://salaparatraders.com/)