

$$|H| = \begin{vmatrix} 0 & p_x & p_y \\ p_x & U''_{xx} & U''_{xy} \\ p_y & U''_{xy} & U''_{yy} \end{vmatrix}$$

$$N = \frac{D}{Q^*} = \frac{900}{300} = 3$$

**PUBLICACIÓN DE
TRABAJOS PRESENTADOS
DURANTE
EL DESARROLLO DE LAS
JORNADAS**

JM
XXXVII



XXXVII JORNADAS NACIONALES DE DOCENTES DE MATEMÁTICA DE FACULTADES DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y AFINES

**4, 5 Y 6 DE OCTUBRE DE 2023 –
COMODORO RIVADAVIA – CHUBUT –
FCE – DELEGACIÓN
COMODORO RIVADAVIA**

$$Y_t = \frac{C_0 + I_0 - bi + G_0 + uZ_t - M_0}{(1 - c)(1 - h) - d + m}$$



XXXVII Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y Afines

LIBRO DE ACTAS TRABAJOS
PRESENTADOS DURANTE EL
DESARROLLO DE
LAS JORNADAS

Facultad de Ciencias Económicas
Delegación Comodoro Rivadavia
Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco
4, 5 y 6 de octubre de 2023
Comodoro Rivadavia - Chubut



XXXVII Jornadas Nacionales de Docentes de Matemáticas de Facultades de Ciencias Económicas y Afines / Nilda Esther Belcastro ... [et al.] ; compilación de Nilda Esther Belcastro ... [et al.]. - 1a ed. - Comodoro Rivadavia : Universitaria de la Patagonia -EDUPA, 2023.
Libro digital, PDF

Archivo Digital: descarga y online
ISBN 978-987-8352-47-3

1. Matemática Aplicada. 2. Matemática Estadística. I. Belcastro, Nilda Esther, comp.
CDD 519.5071

Instituciones Organizadoras

**Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco
Facultad de Ciencias Económicas
Delegación Comodoro Rivadavia**

**Asociación Civil de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y
Afines**

El evento fue declarado de interés profesional por:

Consejo Profesional de Ciencias Económicas de la Provincia de Chubut

El evento fue declarado de interés legislativo por:

Honorable Legislatura de la Provincia del Chubut (Res. N° 034/2023)

El evento fue declarado de interés municipal por:

Honorable Consejo Deliberante de la Ciudad de Comodoro Rivadavia (Res. N° 30/2023)

Declararon de Interés Académico el evento, las siguientes Universidades:

Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de la Patagonia San

Juan Bosco (Res. DFCE N°888/2022)

Honorable Consejo Superior de la Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco

(Res. Consejo Superior N°033/2023)

Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales de la Universidad Nacional de Salta

(Resolución DECECO N° 479 /2023)

Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Tucumán

(Res. RES - FACE - DES N° 430 / 2023)

Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Misiones

(Res. N° 118 /2023)

Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Buenos Aires

(Res. UBA DME#FCE N°1088/2023)

Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Nordeste

(Res. CD N° 423/2023)

Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy

(Res. FCEN° 176/2023)

Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Entre Ríos

(Res. FCEco UNER N° 308/2023)

Auspiciantes:

Aerolíneas Argentinas

Municipalidad de Comodoro Rivadavia

Ente Comodoro Turismo

Colegio Profesional de Ciencias Económicas de la Provincia de Chubut

Banco Credicoop

Centro Empleados de Comercio de la Ciudad de Comodoro Rivadavia

Agencia Comodoro Conocimiento

CACIC Camara de Comercio, Industria y Producción de Comodoro Rivadavia

Ivess

YPF S.A.

Autoridades de la Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco

Rectora
Msc. Antonio Lidia Blanco

Vicerrector
Esp. Walter Carrizo

Autoridades de la Facultad de Ciencias Económicas Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco

Decano Mg. Julio Ibañez

Vicedecana Lic. Adriana Almeida

Secretaria Académica Lic. Damiela E. Tomelin

Secretaria de Extensión TUA A Marcela Denadei

Secretario de Investigación Lic. Facundo Ball

Delegacion Comodoro Rivadavia Cra Rosana C. E. Bottinelli

Autoridades de la Asociación de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y Afines

Presidente Mg. Silvia Inés Padró
(Universidad Nacional de Entre Ríos)

Vicepresidente Mg. Diana Raquel Kohan
(Universidad Nacional de Entre Ríos)

Secretario Pablo Caviezel
(UBA)

Tesorero
Esp. Sebastián Facello
(Universidad Nacional de Entre Ríos)

**COMISIÓN ORGANIZADORA DE LAS XXXVII JORNADAS NACIONALES DE DOCENTES DE
MATEMÁTICA DE FACULTADES DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y AFINES**

(Resolución N° 178 /2023 DFCE)

Coordinadora Comisión Organizadora

Dipl. Nilda Esther Belcastro

Miembros Comisión Organizadora

Esp. Gladys Bogoni

Cra Rosana Bottinelli

Dra Silvana Glatiny

Dra Natalia Usach

Comisión de Compaginación de Libro de actas

Dipl. Nilda Esther Belcastro

Esp. Gladys Bogoni

Comisión Evaluadora de Trabajos, Cursos y Talleres

García Fronti Javier (UBA)

Cámara Viviana (UNL)

Caviezel Pablo (UBA)

Facello Sebastián (UNER)

Kohan Diana (UNER)

Padro Silvia (UNER)

Renaudo Juan Antonio (UNSL)

Sosa Nora (UNaM)

Sureda Silvia (UNaM)

Terán, Teresita (UNR)

Compiladoras de la presente edición

Dipl. Nilda Esther Belcastro (UNPSJB)

Esp. Gladys S. Bogoni (UNPSJB)

INDICE

Pag. 11 - Conferencia Inaugural. Relaciones entre el Pensamiento estadístico y la formación de profesionales estadísticamente cultos.

Pag. 12 - Conferencia. Nash y su búsqueda del equilibrio.

Eje temático: Estadística Aplicada

Pag. 14 - Relevamiento de empresas del sector turístico en Chubut: un análisis descriptivo.

Pag. 26 - Incidencia del COVID-19 en la mortalidad de la Ciudad de Buenos Aires.

Pag. 36 - Didáctica Visual de Estadística para Estudiantes de Ciencias Económicas. El Caso de los mapas Utilizando Python en la Nube.

Pag. 47 - Análisis de Relaciones entre Resiliencia, Motivación de Logros y Satisfacción con la Elección de Carrera, de Estudiantes de la Universidad Nacional de Misiones.

Pag. 57 - Modelos DSGE (Equilibrio General Dinámico Estocástico). Resolución y Estimación con el programa Dynare.

Eje temático: Educación Matemática

Pag. 70 - Problemas integradores para potenciar el aprendizaje de matemática en contexto.

Pag. 81 - Percepción de los estudiantes de 1º año de Cs. Económicas del cursado de Matemática desde el Nivel Secundario al Universitario.

Pag. 91 - Gamificación y debate: estrategias para potenciar el aprendizaje del Álgebra.

Pag. 99 - Actitud de los estudiantes ante la aplicación de Estrategias Metodológicas basadas en la Gamificación en su aprendizaje.

Pag. 110 - En busca de las causas de la discontinuidad académica en estudiantes de primer año. Un análisis cualitativo.

Pag. 120 - Herramientas Tecnológicas para la Interpretación de Funciones de Dos Variables: Un Enfoque Gráfico.

Pag. 130 - La evaluación formativa como motor de aprendizaje en una experiencia de seminario para estudiantes de Ciencias Económicas.

Pag. 139 - Integrando Conceptos de Cálculo Aplicado. Funciones y Derivadas.

Pag. 149 - Recursos didácticos digitales como herramientas pedagógicas para el aprendizaje significativo en la enseñanza del Álgebra Lineal.

Pag. 161 - OMALY: Contenidos matemáticos en audio.

Pag. 171 - Aprendiendo Matemática jugando: una experiencia áulica en primer año.

Pag. 180 - Las redes sociales como escenario de interacción académica entre docentes y alumnos.

Pag. 190 - Tipos de errores en la evaluación de vectores: Análisis.

Pag. 201 - El Efecto de las Autoevaluaciones Virtuales en el Estudio Dinámico de los Errores Cometidos por los Estudiantes en la Evaluación Sumativa en la Unidad Función Real de Variable Real.

Eje temático: Matemática Aplicada

Pag. 213 - Modelo de Wilson – un modelo de gestión de inventarios.

Pag. 224 - Utilidades de la inteligencia artificial y el Chatgpt en álgebra.

Pag. 231 - Modelos matemáticos: su importancia en la enseñanza en ciencias económicas.

Pag. 241 - Modelos de Optimización de un Plan de Producción con distintos enfoques: Programación Lineal Estándar y Modelo de Transporte.

Pag. 251 - Un modelo de ecuaciones en diferencias aplicado a la provincia del Chubut.

Pag. 262 - Algoritmo de encriptación asimétrico RSA.

Pag. 269 - Modelo de maximización de la utilidad con restricción presupuestaria: una introducción práctica a Python en las Ciencias Económicas.

Pag. 282 - Aplicación de las ondas Elliott a los mercados financieros.

Cursos

Pag. 291 - Una propuesta con enfoque STEAM que relaciona el estudio de los indicadores sociales y el pensamiento estadístico.

Pag. 299- Textos académicos en latex CON overleaf.

Talleres

Pag. 302 - Docencia innovadora: construyendo aulas híbridas exitosas.

Pag. 305 - Socrative – herramienta para el aprendizaje.

Conferencia Inaugural

Relaciones entre el Pensamiento estadístico y la formación de profesionales estadísticamente cultos

Dra. Liliana Tauber
Facultad de Humanidades y Ciencias - Universidad Nacional del Litoral
Santa Fe – Argentina
estadisticamatematicafhuc@gmail.com

Las interpretaciones que se dan a la alfabetización, razonamiento y pensamiento estadísticos, han variado con el paso del tiempo, quedando plasmados esos cambios en distintos trabajos (Pinto et al., 2017; Ben-Zvi y Garfield, 2004). Las distintas acepciones de la alfabetización estadística, implican diversos procesos de razonamiento y de pensamiento, que vienen de la mano con la evolución tecnológica y los grandes volúmenes de datos a los que vivimos expuestos a diario (Engel, 2019). Es en este sentido que, en cualquier situación de enseñanza y de aprendizaje, deberían interactuar estos procesos con el conocimiento estadístico y contextual (Gal, 2004). Por lo que, a partir de las dimensiones del pensamiento descritas en Behar y Grima (2004, 2014), hemos llevado adelante una investigación de diseño (Tauber, 2021), en la cual, además de diseñar una propuesta de enseñanza y de evaluación, se realizó un análisis de contenido de las mismas, lo cual permitió mostrar su potencialidad en términos de alfabetización y de pensamiento estadísticos.

Es así que, en esta conferencia, se han identificado distintos elementos de alfabetización estadística (Gal, 2019) y las dimensiones del pensamiento estadístico (Behar y Grima, 2004, 2014), que se ponen en relación en la propuesta, a través de una trama de conexiones entre el conocimiento estadístico y el conocimiento del contexto en el que se sitúa el problema que se pretende abordar. Los resultados obtenidos a partir del análisis de contenido del dispositivo didáctico diseñado y de las producciones de los estudiantes (Tauber et al., 2022), permiten mostrar la red de conceptos e ideas fundamentales de la estadística que es posible construir, por medio de un diálogo constante en una cadena de representaciones estadísticas, que se denomina transnumeración. Este proceso, involucra pensar sobre los datos, traducirlos a distintos tipos de resúmenes y éstos, a un informe que permita sacar conclusiones y/o tomar decisiones, a través de un proceso iterativo que permite mostrar la evolución en el pensamiento de los estudiantes.

En la actualidad, tenemos acceso a una variada gama de grandes volúmenes de datos asociados a distintos temas y contextos que son relevantes para las políticas públicas y que surgen de diversos problemas sociales. Comprender esa información y tomar decisiones basadas en esa comprensión, es un objetivo fundamental en la propuesta didáctica que realizamos y que diseñamos específicamente para estudiantes universitarios de carreras de Ciencias Sociales (Tauber, 2021; Tauber, 2022; Tauber, 2023). En este sentido, el análisis realizado sobre las producciones de los estudiantes, brinda evidencias sobre la potencialidad de las dimensiones del pensamiento, propuestas por Behar y Grima (2014) y permite fundamentar que, con un diseño que se adecue a las características iniciales de nuestros alumnos, es posible fomentar el pensamiento estadístico y propiciar las habilidades básicas de la alfabetización estadística.

Conferencia

Nash y su búsqueda del equilibrio

Ms. Ana María Teresa Lucca
Facultad de Ingeniería – Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco
lucca.crs@gmail.com

John Forbes Nash (1928–2015) es uno de los ejemplos más claros en el mundo de la ciencia de la eterna batalla entre el orden matemático y el caos personal. En los dos ámbitos tuvo una búsqueda incesante de equilibrio. El conocido “punto de equilibrio de Nash” le permitió catapultarse como una de las figuras más relevantes en el mundo matemático, a tal punto que le valió la obtención del Premio Nobel de Economía en el año 1994 y del Premio Abel en 2015. En su vida personal, se enfrentó a uno de los más grandes retos: alcanzar un equilibrio después de ser diagnosticado con esquizofrenia paranoide. Librando una dura pelea durante años, como él mismo admitió, “volvió a pensar de manera racional, en el estilo que es característico de los científicos”, aunque era plenamente consciente de que ya no lograba alcanzar el rendimiento académico de sus primeros tiempos. Aun así, el legado que John Forbes Nash nos ha dejado es indiscutible. Con una personalidad muy particular, forjada desde su niñez, no se intimidaba ante nadie. Muestra de ello es su osadía de discutir cara a cara sus especulaciones relacionadas a la física con quien reinaba ese mundo, el mismísimo Albert Einstein (1879–1955). También osó poner en jaque el Teorema del minimax, una de las claves detrás de las ideas de quienes por entonces eran los exponentes de una rama de la matemática, la Teoría de Juegos, que estaba dando sus primeros pasos: John Von Neumann (1903–1957) y Oskar Morgenstern (1902–1977). Su revolucionario “punto de equilibrio” cambió para siempre esta rama de la matemática, aplicándose con éxito a la economía, así como a ámbitos que hasta el momento parecían impensados. En particular, su aplicación al ejemplo más popular, el llamado “Dilema del prisionero”, pone a juego la intuición de todo el que acepta ponerse a prueba. Aunque esto ya le habría dado un lugar destacado en la Historia de la Ciencia, Nash no era reconocido en su tiempo como uno de los mejores matemáticos, y lejos de rendirse, redobló la apuesta. Incursionó exitosamente en el ámbito de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, resolviendo uno de los 23 problemas matemáticos que David Hilbert (1862–1943) había propuesto en la histórica conferencia que impartió en París el día 8 de agosto de 1900 en el Congreso Internacional de Matemática. Quizás la mayoría de la gente recuerde a John Forbes Nash por la película “Una mente maravillosa”, que llevó a la pantalla parte de su vida. Sin embargo, invito a todos a profundizar en su vida académica y personal, pues sólo así se es capaz de valorar el impresionante legado matemático que Nash nos ha dejado. Fue capaz de enfrentarse a los más grandes retos, venció a teoremas que parecían imposibles de probar y superó una enfermedad mental devastadora. John Forbes Nash, por derecho propio, se ha ganado un lugar destacado entre los genios matemáticos de la historia.

Eje temático:
Estadística Aplicada

Relevamiento de empresas del sector turístico en Chubut: un análisis descriptivo

Belcastro Nilda Esther – Bogoni Gladys Susana
Facultad de Ciencias Económicas - Delegación Comodoro Rivadavia - Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco
nildabfce@gmail.com – gladysbogoni@gmail.com

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Estadística Descriptiva, Turismo, Análisis Descriptivo, Provincia de Chubut, Actividad Turística

Resumen

Los estudios sobre distintos aspectos que involucran la incidencia económica del turismo tienen por objetivo proveer de información a los diferentes actores que intervienen en el desarrollo de esa actividad, para una mejor comprensión del fenómeno y apoyar los procesos de toma de decisiones que promuevan un desarrollo exitoso de la misma. Al ser el turismo una actividad compleja es importante poder identificar y caracterizar a los actores que intervienen en el contexto, las relaciones entre los mismos, y el comportamiento de la distribución del ingreso de la actividad turística.

“La creación de valor en el sector turístico debe basarse en la conjunción de actividades diversas en un único sistema, con la consiguiente consecución de sinergias que se produce, lo cual hace necesario el análisis del mismo en su conjunto. Este conjunto de actividades interrelacionadas es lo que agrega valor a la experiencia turística.” (Ceballos, Tania, 2000).

Este trabajo analiza la dimensión socio-económica del turismo, utilizando técnicas de la estadística descriptiva.

Para homogeneizar el estudio, dada la gran dispersión de atractivos, productos y actividades turísticas en nuestra provincia, se seleccionan algunos servicios específicos, y se realiza una caracterización de las empresas de estos servicios, en las ciudades de Esquel, Puerto Madryn, Comodoro Rivadavia y Trelew.

En nuestra provincia es escasa la información con datos actuales, y no existen indicadores en relación a las políticas públicas turísticas y patrimoniales, por lo cual se intenta identificar una serie de variables que contribuyan a generar sostenibilidad socio-económica.

1 - Introducción

Los análisis estadísticos mostrados son parte del Informe Final del Proyecto de Investigación de Ciencia y Técnica “Identificación de la cadena de valor y cálculo de la canasta de consumo del turismo en la Provincia de Chubut”, el cual fue declarado de Interés Turístico por el Ministerio de Turismo y Áreas Protegidas de la Provincia del Chubut.

El proyecto contempla en su ejecución cuatro principales ciudades turísticas de la Provincia de Chubut: Esquel, Puerto Madryn, Comodoro Rivadavia y Trelew, representativas de regiones con improntas

diferentes en cuanto a atractivos, diversidad de productos y servicios, estacionalidad y grado de desarrollo de la oferta. En razón de esta diversidad, al momento de definir qué tipo de servicios se relevarían a los efectos del estudio, se optó por seleccionar aquéllos que están presentes en todas esas ciudades. Para el presente trabajo se incluirán los sectores alojamientos, empresas de viajes y turismo, y gastronomía.

Intentado hacer un resumen de los aspectos más sobresalientes del sistema turístico chubutense, las variables incluidas en el trabajo fueron: antigüedad en la actividad, tamaño de la empresa, origen del capital Insumos, estructura de costos y relación con el sector de la construcción. Con respecto a la estructura de costos los rubros analizados fueron Salarios y Honorarios, Mantenimiento y Reparaciones, Publicidad / Promoción, Renovación de Equipamiento, Impuestos y Cargas Varias, y Otros Costos. En el caso de EVT's., se hizo una clasificación más reducida.

Por medio del abastecimiento de insumos y productos locales, el sector turístico se convierte así en eje y motor de la consolidación y desarrollo de actividades económicas en el ámbito en el cual tiene lugar. Por ello, no solo se debe poner énfasis en el análisis del producto final, sino también en las características de los actores y de las relaciones que se establecen en cada uno de los eslabones que conforman esta cadena productiva.

Según la Ley Nacional de Turismo (Ley N° 25.997/2005) se adopta para Argentina la definición de actividades turísticas que elabora la OMT, diferenciando las de vinculación directa e indirecta. Las directamente vinculadas (Ramas Características del Turismo) quedan comprendidas por los servicios de alojamiento, agencias de viajes, transporte, servicios de guías turísticos, servicios vinculados a organización de ferias, congresos, convenciones y/o exposiciones y otros servicios (como centros de esquí, pesca, entre otros). Las indirectamente vinculadas, se asocian a la gastronomía y venta de productos regionales, artesanías y antigüedades.

La importancia del análisis en un destino turístico reside en que la competitividad de los productos turísticos, en relación con un mercado concreto, depende de la capacidad de sus gestores para crear, mantener y potenciar una adecuada cadena que genere valor añadido, de forma sistemática y continua, para ese mercado de referencia.

2 - Fundamentación

La sostenibilidad de las políticas turísticas podría ser un factor decisivo en la mejora de la economía local como meta gubernamental y parte fundamental de la sostenibilidad integral de la actividad turística. (Verdugo Verdeal et al. 2018)

“El sector turístico, por su parte, se caracteriza por ser una actividad altamente transversal (que afecta a su vez a múltiples sectores), muy heterogénea y altamente vulnerable a los cambios que se producen en el entorno en el que este tipo de empresas desarrollan su actividad. Las empresas turísticas

se enfrentan continuamente a factores sociales, medioambientales, culturales, legales e incluso climatológicos que pueden hacer variar sus rendimientos económicos de forma considerable en períodos de tiempo cortos. Olsen (1980) destacó la importancia de analizar el entorno de las empresas turísticas para llevar a cabo un proceso de toma de decisiones y gestión estratégica apropiadas.” (Morales Cortijo y Hernandez Mogollon, 2011).

“El análisis apunta a determinar los encadenamientos que existen en el territorio, que constituyen la base de la contribución económica del turismo al desarrollo local. Cuando los insumos necesarios para el funcionamiento de las actividades características son adquiridos en otras localidades, se produce una fuga que disminuye el potencial efecto multiplicador de la actividad. ... La superestructura se integra por el conjunto de instituciones que tienen el rol de controlar, coordinar y planificar el producto global. Su importancia se ha reconocido siempre en relación al enfoque sistémico, y por la necesidad de articular las acciones del sector público con las acciones del sector privado”. (Varisco, 2015)

Contar con información estadística para el análisis económico de la actividad turística es de un importante interés para la provincia. El propósito de este estudio fue tener una visión del grado de arraigo de todas las empresas de los sectores involucrados con el sector turístico, en general, y con la actividad económica local y provincial. El análisis permitirá descubrir este modo de inserción de las empresas dentro del sector y mostrar la naturaleza de estas interconexiones, particularmente respecto de los enlaces con otras empresas, produciendo productos similares.

Este análisis, “pretende estudiar la incidencia de factores determinantes en las decisiones de negocios turísticos

y conformación de productos-mercado estratégicos de los destinos.” (Rodríguez et al. 2019).

Este análisis será útil para elaborar un diagnóstico sobre el grado de arraigo de las empresas de los distintos servicios con el sector turístico, en general, y con la actividad económica local y provincial, considerando que cuanto más pequeñas o medianas sean y más capital local detecten, mayor es su vínculo con las circunstancias internas y externas que afecten el devenir económico de la provincia y, por lo tanto, mayor es el nivel de compromiso.

Esta investigación se desarrolló con el fin de generar información actual para el diseño de recomendaciones de intervenciones institucionales futuras en el sector turístico para contribuir a mejorar la actividad y la gestión de los actores que están interviniendo.

3 - Metodología

Se analizan los problemas críticos del turismo en la localidad a través de un análisis estadístico descriptivo que permita analizar una información turística clave y actual que le pueda servir de insumo a las instituciones que intervienen en el desarrollo de sus políticas económicas.

El objetivo principal de esta investigación consiste en identificar los diferentes sub-sectores que intervienen en la actividad turística de la provincia de Chubut, realizando una primera aproximación conceptual y análisis descriptivo, para obtener un mejor análisis del mercado del turismo provincial, para considerar los factores que influyen en esta actividad económica.

Dada la situación de la pandemia Covid 19, declarada a fines del año 2019, que obligó a cumplir un Aislamiento Social Preventivo y Obligatorio (ASPO) a partir de marzo del 2020, con impacto altísimo sobre el desenvolvimiento de la actividad turística, las encuestas previstas fueron dirigidas a los titulares o gerentes de las diferentes empresas, vía correo electrónico o, en su defecto, teléfono (WhatsApp), Facebook u otras redes sociales detectadas. Hubo un primer contacto, por parte de los investigadores, a través de las respectivas asociaciones empresariales y municipios de las ciudades involucradas, y por email a cada empresario, donde se explicaron los objetivos y alcances del proyecto de investigación.

A continuación, las encuestadoras seleccionadas enviaron los formularios y se encargaron del seguimiento y control de las respuestas por vía telefónica. Esta actividad se desarrolló durante cuatro meses.

Dado que los resultados obtenidos en este relevamiento resultaron un tanto insuficientes, a juicio del equipo de investigación, para alcanzar conclusiones valederas, se decidió una segunda ronda de encuestas, con los mismos formularios, pero en forma presencial. Esta instancia tuvo lugar en el año 2022 y se extendió por dos meses.

El procedimiento metodológico de la investigación se planteó en tres etapas: una primera etapa sobre la búsqueda de la información, que incluyó los dos periodos de recogida de datos de encuestas; una segunda etapa de tratamiento e interpretación de los datos, y una tercera etapa de Conclusiones y reflexiones finales.

3.1 - Selección de los establecimientos a encuestar

Se realizó un relevamiento de las empresas existentes a través de los registros publicados en los organismos competentes: Empresas de viajes y turismo en el Ministerio de Turismo y Deportes de la Nación; alojamientos en el Registro Provincial de Alojamientos Turísticos del Ministerio de Turismo y Áreas Protegidas de la Provincia del Chubut; servicios gastronómicos en general en las páginas web de los respectivos municipios. Solo para la ciudad de Puerto Madryn, en el subsector Alojamientos, fue necesario realizar un muestreo dada la cantidad de establecimientos existentes en dicha ciudad. Para esta tarea se

utilizó la herramienta de Rstudio, generando una muestra aleatoria de 60 alojamientos con la mencionada herramienta informática. Para el resto de subsectores y ciudades se decidió encuestar a la población.

El subsector con mayor porcentaje de respuestas fue el de Alojamiento con más del 90%, y luego estuvieron las EVT, con más del 85%. Gastronomía fue el que reveló la relación más baja con un 68 %. En general, éste es un subsector que presenta un alto nivel de rotación y movilidad, situación que se agudizó durante la pandemia. En ese período, muchos cerraron en forma definitiva y otros procedieron a la reapertura en el año 2022 pero con otra razón social, lo cual derivó en la decisión de no incluir a estos establecimientos en el estudio.

3.2 - Diseño de encuestas

El cuestionario de las encuestas fue elaborado desde la experiencia de los especialistas en el tema, reforzando el vínculo entre la teoría y la técnica, logrado por la multidisciplinariedad de los miembros del proyecto (turismo, economía y estadística).

Si bien cada subsector analizado: Alojamiento, Empresas de Viajes y Turismo, y Empresas de Gastronomía, tiene sus características particulares, que derivó en formularios de encuestas diferenciados para cada uno de ellos, con distintas extensiones en cuanto a la cantidad de preguntas y algunos componentes específicos, se trató de mantener una estructura homogénea.

En primer lugar, se consultó acerca de algunas variables que permitieran caracterizar y describir el sector; un segundo bloque incluyó un listado de los rubros de costos y de insumos más usuales de cada sector, también se relacionó estas actividades con el sector de la construcción, debido al impulso que este segmento productivo tiene en las economías locales.

4 - Resultados

Como características particulares en la descripción de estos subsectores se consideró en el rubro Alojamiento la participación de pasajeros con motivaciones estrictamente turísticas, habida cuenta de personas que se desplazan solo por razones comerciales, de trabajo, de salud o institucional.

4.1 - Descripción del Sector

Se analizaron las variables antigüedad en la actividad, tamaño de la empresa según cantidad de personal ocupado y origen del capital. El objetivo fue considerar el arraigo de la misma a la economía de la ciudad y región en la que se localiza, en la hipótesis de que cuanto mayor es la antigüedad, menor su tamaño y el capital es local, mayor es el grado de compromiso para con la comunidad y los recursos que dan sustento a la actividad turística.

En cuanto a antigüedad, para los establecimientos correspondientes al sector Alojamientos, las dos ciudades que mantienen los establecimientos más antiguos son Trelew y Comodoro Rivadavia, probablemente por ser las que se desarrollaron productivamente más temprano. Sin embargo, a partir del nuevo milenio se produce una rápida expansión de este subsector, particularmente en las localidades de Esquel y Puerto Madryn, en consonancia con su perfil orientado al turismo. En cuanto a EVT's., la antigüedad promedio es de 20 años. Puerto Madryn presentó las agencias más antiguas, pero es también la que tiene mayor cantidad de nuevas empresas en los últimos años. Si bien aún existen establecimientos gastronómicos muy tradicionales en Trelew (más de 90 años) y en Comodoro Rivadavia y Puerto Madryn (entre 50 y 60 años), la edad promedio, menor de 16 años, confirma, por un lado, la alta volatilidad de los mismos y, por otro, el crecimiento experimentado por esta actividad, especialmente, luego del 2010.

En cuanto a la definición de la empresa por su tamaño, se consideró como variable relevante la cantidad de empleados, atendiendo a las características del sector en la Provincia. Es así que la clasificación abarcó tres categorías: pequeña, menos de 10 empleados; mediana, entre 10 y 50 empleados; gran empresa, más de 50 empleados. En todas las ciudades hay una alta predominancia de establecimientos de los sectores analizados que se autodefinieron como pequeños o medianos.

Otro aspecto importante a analizar es el origen del capital, donde se solicitó seleccionar entre provincial, nacional, internacional o mixto en sus diferentes combinaciones. El origen y el destino de los recursos como generadores de riqueza y promotores del crecimiento representan un factor determinante para el adecuado desarrollo de la actividad económica de una región. Las empresas de origen local, por lo general, denotan un mayor compromiso con el desarrollo local y el uso racional y sustentable de los recursos, además de mayor arraigo y compromiso con la comunidad. En todos los sectores la mayoría de los establecimientos indicó que su capital era de origen provincial.

Tabla 1. Origen de Capital por sector (en porcentaje)

Sector	Provincial	Nacional	Internacional	Mixto
Alojamientos	67,39	23,91	0,72	7,97
Gastronomía	64,96	21,37	0,85	12,82
EVT	56,06	12,12	0	31,82

4.2 - Estructura de costos

Conocer la estructura de costos de las empresas, permite analizar la incidencia de los mismos en la operación económica de los subsectores analizados en las diferentes ciudades turísticas, lo cual a su vez es determinante de la conformación de la cadena de valor al interior de cada una de ellas y de la fijación del precio final del/los producto/s. Dado que el presente estudio es una primera aproximación al

relevamiento de datos que apunten a penetrar en las distintas capas que integran la composición de la cadena de valor tanto inter como intra empresas del sector turístico provincial, no se pretendió ser exhaustivo ni exacto en la medición. Por ello, se solicitaron unos pocos rubros que, a juicio de los investigadores, fueran homogéneos a todos los subsectores, y estimaciones generales de la incidencia de cada uno. Por supuesto existen particularidades que afectan en mayor o menor grado a cada empresa; tampoco se solicitó la tasa de beneficios. Los rubros consultados fueron: Insumos, Salarios y honorarios, Mantenimiento y reparaciones, Publicidad / promoción, Renovación equipamiento, Impuestos y cargas varias, y Otros costos. En el caso de EVT's., se hizo una clasificación más reducida

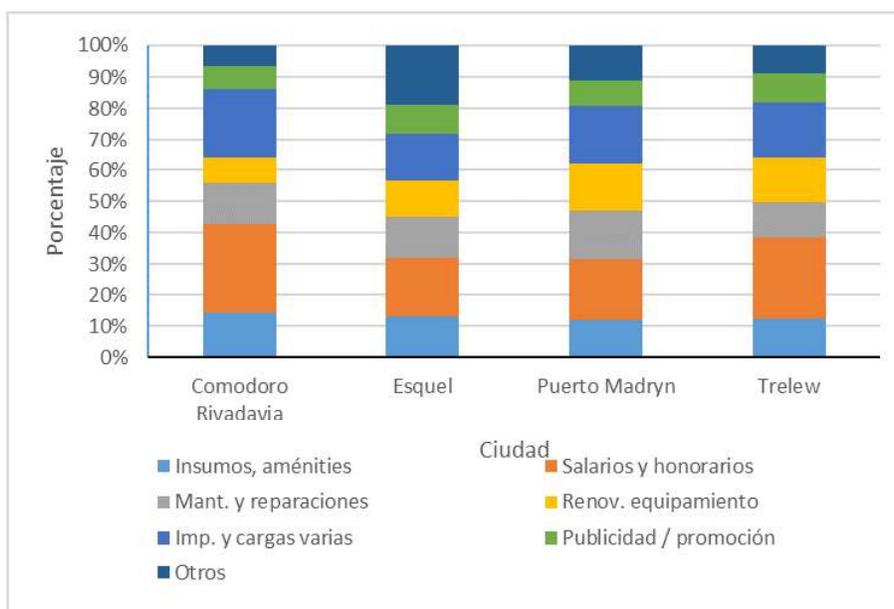


Gráfico 1. Distribución relativa de los costos anuales Alojamiento

El Gráfico 1 muestra una similitud en todas las ciudades, el mayor porcentaje atribuido a los costos laborales, aunque en Comodoro Rivadavia el resultado fue el más alto. El segundo rubro en importancia fue el constituido por Impuestos y otras cargas sociales, entre el 18 y 23%, salvo la ciudad de Esquel. Nuevamente Comodoro Rivadavia indicó el mayor valor. En el caso de Esquel, se atribuyó un porcentaje alto a Otros costos. En cuanto a los costos de Renovación de Equipamiento, los mayores con un 15%, se dieron en forma similar en Puerto Madryn y Trelew. También en Puerto Madryn se destacó el rubro Mantenimiento y reparaciones, al igual que en Comodoro Rivadavia.

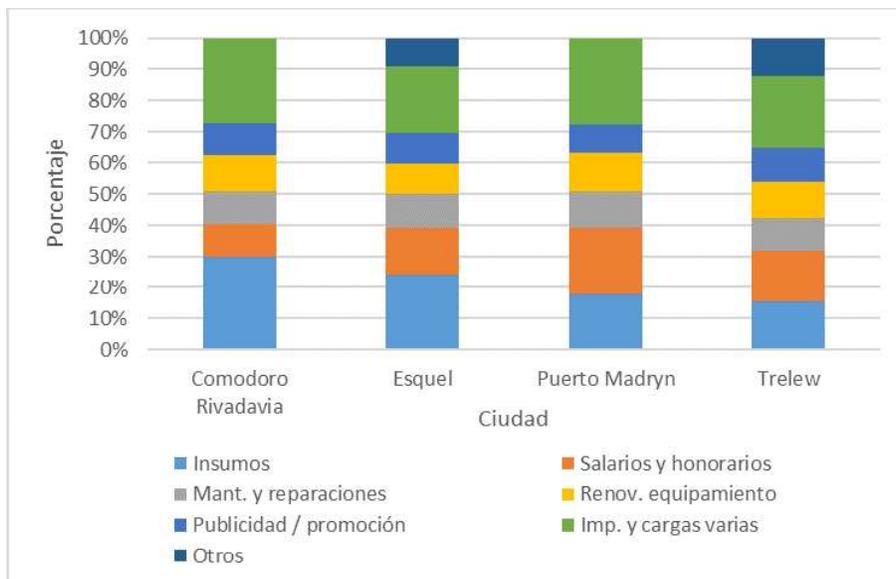


Gráfico 2. Distribución relativa de los costos anuales Gastronomía

En el Gráfico anterior se observa que en Comodoro Rivadavia y en Esquel el rubro Insumos fue particularmente importante con el 30 y el 24 % respectivamente. En Puerto Madryn es el segundo en importancia luego de Impuestos y cargas varias, al igual que Trelew. En ambos, éste último ocupa entre el 23 y 28 %; sin embargo, en Comodoro Rivadavia el resultado fue del 27%. En esta ciudad, estos dos componentes del costo anual superan el 50 % del total.

Por otro lado, Puerto Madryn y Trelew mostraron mayor proporción de costos relacionados a Salarios y honorarios.

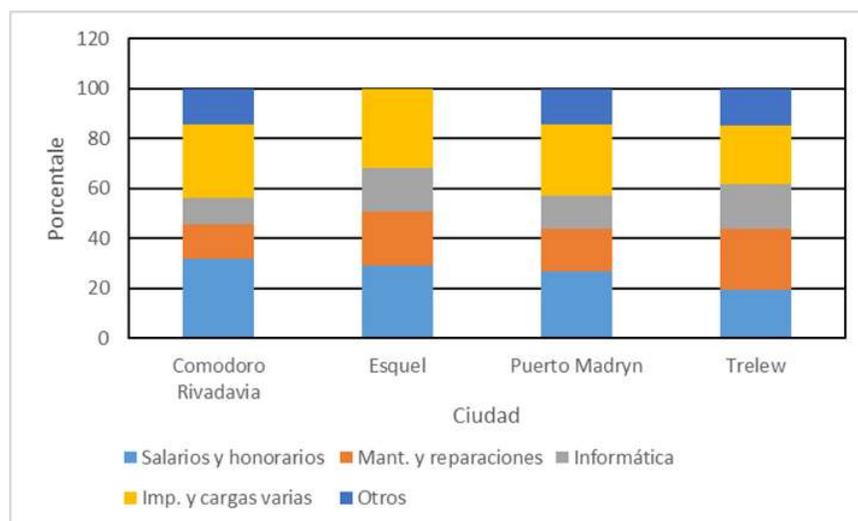


Gráfico 3. Distribución relativa de los costos anuales EVT

En el caso del subsector EVT, se requirió una composición de costos más reducida que en Alojamiento y Gastronomía, por considerar que tiene una estructura de funcionamiento menos compleja. Los rubros solicitados fueron: Salarios y honorarios; Mantenimiento y reparaciones; Informática; Impuestos y cargas varias y Otros.

El gráfico 3 indica que Salarios y honorarios conformaron el porcentaje de costos más elevados en Comodoro Rivadavia, en cambio, en las otras tres ciudades, se destacaron, en este sentido, los Impuestos y cargas varias. También se destacó el rubro Mantenimiento y reparaciones para las ciudades de Trelew y Esquel.

4.3 - Inversiones en construcción

La construcción es uno de los sectores más dinamizadores de la economía, por lo cual, se consideró que el rol del mismo, debía ser contemplado en el presente análisis. Además, se debe tener en cuenta que en turismo y especialmente en hotelería, las inversiones inmobiliarias tienen un protagonismo fundamental dado que están íntimamente relacionadas con la imagen y el mensaje que se desea transmitir del destino.

A estos efectos, se contemplaron tres tipos de preguntas, si se habían efectuado inversiones en los últimos cinco años, previos a la pandemia; y si los materiales de construcción fueron adquiridos en comercios de la misma ciudad.

Tabla 2. Cantidad de empresas que efectuaron inversiones en construcción – Período 2014–2019

Sector	Si	No	Total
Alojamientos	95	44	139
Gastronomía	91	26	117
EVT	26	39	65

Tabla 3. Cantidad de empresas que adquirieron materiales de construcción
en sus respectivas localidades

Sector	Si	No	Total
Alojamientos	92	3	95
Gastronomía	86	5	91
EVT	29	22	51

Un 68 % de los Alojamientos informó que realizó inversiones inmobiliarias en los últimos 5 años. Las dos ciudades donde se observaron mayores porcentajes de establecimientos con estas características fueron Puerto Madryn y Trelew. Con respecto a la adquisición de materiales de construcción, más del 95% indicaron que lo hacen en los comercios locales.

El mayor porcentaje de establecimientos que expresaron haber realizado inversiones en los últimos 5 años se observa en el subsector Gastronomía, con casi el 80%. Las ciudades proporcionalmente más efectivas, en este sentido, fueron Esquel y Puerto Madryn en clara consonancia al perfil turístico de las mismas y al crecimiento de la actividad en la década pasada. En cuanto a la provisión de materiales de construcción, en más del 95% se adquiere en la misma localidad

Considerando a las EVT, sólo el 40 % de las empresas consultadas reconoció haber modificado su estructura edilicia, menos que las empresas de Alojamiento y las de Gastronomía, tal vez por la naturaleza de sus operaciones que no requieren de mucho espacio físico. En lo que se refiere a la compra local de los materiales, 29 empresas (57%) respondieron afirmativamente.

5 - Conclusiones

Como primera observación podemos mencionar un buen nivel de consistencia en la información aportada, pese a los diferentes subsectores, ciudades analizadas y momentos de observación, lo cual estaría brindando estabilidad a las conclusiones.

El presente estudio es una primera aproximación al relevamiento de datos que apunten a poder analizar el sector turístico provincial, si bien el estudio se concentró en los cuatro subsectores mencionados de la actividad turística provincial, no ignoramos que hay una cantidad de otros actores que no fueron contemplados, por diversos motivos: complejidad del análisis, tiempo requerido para la percepción de la información y su procesamiento, escases de recursos humanos y financieros, además de la pandemia del Covid 19 que limitó extremadamente el radio de acción. Entre ellos, podemos mencionar: transporte local y alquiler de automóviles; operadoras de buceo y empresas náuticas y de avistaje de fauna marina, para la costa; operadoras de turismo de aventura y pesca deportiva, para la cordillera; operadoras de actividades deportivas y recreativas, organizadores de eventos y espectáculos, y la función cumplida por los guías de turismo. En general, podemos decir, a partir de los resultados obtenidos, que la actividad turística, en la

Provincia, está altamente atomizada, alcanza mayor expansión y preponderancia en la economía local a partir de los primeros años del nuevo milenio y prácticamente no existe capital internacional y muy poco nacional extraprovincial. Estos indicadores son relevantes dado que las Pymes constituyen un componente fundamental del entramado productivo local, son generadoras de empleo y promotoras de avances en el entorno local, con alto grado de compromiso para con la comunidad y el devenir económico de la misma. Del mismo modo, el origen provincial del capital implica un mayor involucramiento a los contextos económicos de la provincia.

El estudio de la estructura interna de los costos brinda una primera aproximación de la conformación de la cadena de valor al interior de cada empresa. En todos los subsectores, se destacaron como más relevantes los destinados a hacer frente al pago de impuestos y otros tipos de cargas, los que, en alto porcentaje, son recursos que se van de la provincia, y al pago de salarios y honorarios, lo cual confirma la importancia del turismo como generador de empleo e ingresos.

Se consultó acerca de las inversiones en construcción y refacción de los locales, no solo por el alto impacto de este rubro en la economía local, sino también por la preponderancia que adquiere la buena "presencia" de estos establecimientos a los ojos de los turistas. Los niveles de respuestas fueron satisfactorios en este sentido, indicando no sólo que la mayoría de las empresas consultadas habían invertido en este rubro en los últimos cinco años, sino que también fue amplia la contratación y participación de empresas locales y la adquisición de materiales en comercios de la ciudad.

En relación a la no respuesta, tenemos que mencionar la falta de respuesta a la encuesta, que como dijimos fue subsanada en una segunda parte, sino también la falta de respuesta a algunas preguntas de la encuesta por subsector, ya que hubo un alto número de preguntas que no fueron respondidas. Quizás el motivo de esto sea la gran cantidad de preguntas que integraron algunos de los instrumentos de encuestas utilizados para algunos subsectores. La presente investigación es la primera en este sentido en nuestra provincia, esta primera aproximación nos permitirá descubrir temáticas donde debemos profundizar.

Referencias

Ceballos Tania (2000), Cadena de valor en el sector turístico, en <https://www.calameo.com/books/000366185592e9eefac69> Consultado el 14/08/23.

Morales Cortijo, G. y Hernández Mogollón, J. (2011) Los Stakeholders del Turismo Tourism & Management Studies. Universidade do Algarve Faro. Portugal.
<https://www.redalyc.org/pdf/3887/388743867081.pdf> Consultado el 14/08/23.

Rodriguez C., Galucci, S., Carusso, M., (2019) Destinos Turísticos: Reflexiones Teórico-Metodológicas y Estudios Aplicados a Distintas Escalas CONICET

https://ri.conicet.gov.ar/bitstream/handle/11336/154479/CONICET_Digital_Nro.44734811-cf25-4023-9285-facf3acef563_A.pdf?sequence=2&isAllowed=y Consultado el 14/08/23.

Varisco C., (2015) Capítulo 3. La cadena productiva del turismo. Facultad de Ciencias Económicas y Sociales. UNMDP, en <http://nulan.mdp.edu.ar/2402/> Consultado el 14/08/23.

Verdugo Verdeal, C., Flores Mancheno, A., Miranda Salazar, S., Limaico Nieto, C. (2018) Análisis estadístico descriptivo de los indicadores políticos que potencian el turismo en Riobamba
<https://polodelconocimiento.com/ojs/index.php/es/article/view/566/pdf> Consultado el 14/08/23.

Incidencia del COVID-19 en la mortalidad de la Ciudad de Buenos Aires

Caviezel Pablo
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
pcaviezel@economicas.uba.ar

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Ajuste, Mortalidad, Pandemia, Prueba, Test

Resumen

Ahora que se dispone de las estadísticas vitales completas hasta el año calendario 2021 inclusive, la propuesta del presente trabajo consiste en observar la serie de defunciones ocurridas y registradas en la Ciudad de Buenos Aires durante el período 2014-2019 y compararlas, por medio de la aplicación de diversas técnicas estadísticas, con aquellas ocurridas en el bienio 2020-2021. Las diferencias, en caso de ser significativas, serían atribuibles a COVID-19. Esto no necesariamente significa que las diferencias respecto de lo esperado hayan sido producto de defunciones ocurridas por esa causa, pero sí a causa de la pandemia y todo el conjunto de acontecimientos que de la pandemia y de la cuarentena derivó; de hecho, en este trabajo no se incorporará la variable causa de muerte. Existe evidencia en otros países que da cuenta de muchas defunciones que se perdieron directamente como consecuencia del virus, pero otras que incluso se evitaron, producto del cambio en la forma de vida que el mundo entero experimentó desde el confinamiento. La información obtenida del sistema de estadísticas vitales de la Ciudad de Buenos Aires y la aplicación de técnicas elementales de Estadística se espera que arroje resultados que permitirían detectar si el impacto del COVID-19 efectivamente marcó una ruptura en la regularidad del fenómeno demográfico mortalidad.

1 - Introducción

Los efectos de la pandemia COVID-19 se han expandido alrededor de todo el mundo, tanto en su dimensión sanitaria como así también social y económica. Esta pandemia ha sido mucho más mortal que la ocurrida en 1918 que fue la gripe española y que otras pandemias que se han sucedido a lo largo de la historia.

En diciembre de 2019 nadie podía prever un aumento significativo de la mortalidad a causa de un virus que se iba a expandir en todo el mundo. Pero en forma concomitante a la aparición de un virus nuevo y desconocido se instalaron en el mundo una serie de medidas novedosas para paliar el efecto contagio de este virus, entre ellas los confinamientos y cuarentenas. Este nuevo escenario se supone resultó en un aumento de muertes por la aparición de un nuevo virus letal, un aumento de muertes por otras causas que no pudieron ser atendidas en tiempo y forma, pero también en una disminución de muertes por otras causas que se lograron evitar; por ejemplo, accidentes de tránsito que se redujeron por las prohibiciones de circular.

Con la información proveniente del sistema de estadísticas vitales de la Ciudad de Buenos Aires y con la aplicación de diversas técnicas estadísticas se procederá a cuantificar y traducir a indicadores este nuevo escenario descripto. Para llevar adelante este objetivo, en una primera sección se identificará y describirá la fuente de datos a utilizar, sus ventajas y sus limitaciones para luego pasar a describir las

técnicas que se emplearán, sus supuestos y consideraciones de tipo metodológicas. Hechas las aclaraciones respecto de la fuente y la metodología, se describirá en forma sucinta la evolución de la mortalidad durante los cinco años calendarios precedentes a la pandemia: 2014 a 2019 inclusive y los patrones que de este análisis resulten serán considerados los “habituales” a los fines de este trabajo. En la siguiente sección se intenta una proyección de la mortalidad esperada para los años 2020 y 2021, bajo estas condiciones habituales, para después ser comparadas en forma directa con el efectivo de muertes observado en el territorio de análisis; es decir, la Ciudad de Buenos Aires. Finalmente, se resumirán las conclusiones del trabajo y los lineamientos de trabajos futuros, que invitan a continuar abordando la temática desde distintas perspectivas.

2 - Consideraciones acerca de la fuente de datos

En Argentina, existe un sistema de estadísticas vitales basado en el registro civil, entidad cuya finalidad jurídica es la registración legal de los hechos vitales (nacimientos, defunciones, matrimonios, divorcios, adopciones, etc.). Siguiendo a Naciones Unidas (2003), el registro civil supone “la anotación continua, permanente, obligatoria y universal de los hechos ocurridos y sus características, en particular los hechos concernientes al estado civil de las personas, dispuesta por decreto o reglamentación, según las disposiciones legales de cada país.” Los documentos (actas) derivados de esta registración constituyen instrumentos legales que permiten a las personas o a sus familiares probar diversos hechos, como pueden ser la edad, el estado civil o la muerte, los cuales generan derechos u obligaciones. Paralelamente, cumple un objetivo estadístico porque cada hecho civil supone, además, completar un informe estadístico. De esta manera, un sistema de estadísticas vitales se define como el proceso total consistente en recoger información, mediante el registro civil o empadronamiento, sobre la frecuencia de determinados sucesos vitales, así como sobre las características pertinentes de los propios hechos y de la persona o personas a que estos se refieren y, por otra parte, recopilar, procesar, analizar, evaluar, presentar y difundir esos datos en forma estadística.” (Naciones Unidas, 2003).

Puntualmente, el registro de las defunciones se realiza sobre la base del certificado médico de defunción que, constata la muerte y sobre la base del Informe Estadístico de Defunción, que informa sobre otras características de la persona fallecida, circunstancias y, principalmente, la causa o causas de muerte. Este informe es completado por el médico que certifica la muerte y, eventualmente, por la morgue judicial o el cuerpo forense en aquellos casos en que la muerte es violenta y requiere su intervención. Estos informes, en Ciudad de Buenos Aires, son recolectados y digitalizados en la Ciudad de Buenos Aires por la Dirección General de Estadística y Censos, que es la representante jurisdiccional de la Ciudad en el ámbito del Sistema Estadístico Nacional.

Un tema ineludible para el estudio de la mortalidad a partir de la información producida por los sistemas de estadísticas vitales y de registro civil es la calidad de los datos. Antes de la etapa de análisis, es necesario detectar los posibles errores que puedan afectar los datos. En la actualidad se reconoce que

los problemas de calidad son de naturaleza multivariada y pueden estar presentes en todas las etapas: diseño, recolección, procesamiento, elaboración, análisis o difusión de la información. Básicamente son dos los tipos principales de errores: cobertura y contenido. El primero refiere a problemas en la enumeración de las muertes y derivan en contar de menos o de más la cantidad de muertes. El segundo tipo de error tiene que ver con errores en el completamiento de la información en los Informes Estadísticos de Defunción. En el marco de este trabajo se trabaja solamente con el conteo de muertes por lo que el error que preocupa es el de cobertura y no el de contenido. En la bibliografía reconocen factores importantes que podrían contribuir con este error, entre ellos los más importantes son los siguientes (Naciones Unidas, 2014):

- La inaccesibilidad de la población a la registración de los hechos por cuestiones geográficas, socioeconómicas o culturales. Este impedimento se profundiza especialmente cuando un número importante de las muertes acaecen fuera de las instituciones de salud.
- La falta de delegaciones administrativas del registro civil.
- La falta de articulación y el funcionamiento ineficiente del registro civil y el sistema de estadísticas vitales, especialmente en territorios grandes.

Particularmente la Ciudad de Buenos Aires tiene bajo nivel de errores de cobertura. Primero porque dentro de la Argentina es la única jurisdicción 100 % urbana, por lo que “todo queda cerca” y el registro de hechos vitales se completa. Pero, además, porque aquí en el país es indispensable certificar la muerte para acceder al permiso de cremación y entierro, por lo que el completamiento del Informe Estadístico de Defunción resulta ser un requisito ineludible. Por otra parte, si bien no es objeto del presente trabajo hacer en sí mismo el análisis de la cobertura de los datos, existe evidencia de trabajos empíricos que –mediante técnicas como pareos de datos y supervisiones- han considerado aceptable el nivel de calidad de la registración de los hechos vitales, no solo en la Ciudad de Buenos Aires sino también en el país (Mazzeo, 2005; Fernández, Guevel, Krupitzky y Massa, 2008; Govea Basch, 2010).

Asimismo, no puede pasarse por alto qué defunciones son contabilizadas cuando se hace referencia a una jurisdicción determinada y a un año determinado. En forma más directa, ¿a qué nos referimos cuando hablamos, por ejemplo, de las defunciones en la Ciudad de Buenos Aires del año 2016? Con respecto a la división territorial, aquí se la entiende como la jurisdicción donde residía habitualmente la persona y donde, además, se registró la muerte. La jurisdicción de ocurrencia de la muerte es, además, la de registro. Esto quiere decir que si una muerte ocurrió en la Ciudad de Buenos Aires, se registra allí. Puede ocurrir, naturalmente, que la muerte ocurra en la Ciudad de Buenos Aires, se registre allí, pero la persona fallecida tenía su residencia habitual en la provincia de Chubut. En este caso, estas defunciones quedan excluidas de este trabajo. Vale decir, y para repetir, se contabilizan aquellas muertes ocurridas y registradas en la Ciudad de Buenos Aires, correspondientes a personas que residían en la Ciudad de Buenos Aires al momento del fallecimiento. Con respecto al año, el año es el año en que se registró la muerte, que usualmente no difiere del año en que ocurrió la muerte puesto que en general la muerte se registra antes de que pasen tres días del fallecimiento y, en la mayoría de los casos, el registro se lleva

adelante el mismo día en que se certifica la muerte. Como se sabe, el registro de muerte es oportuno: no hay evidencia de que las muertes se inscriban tardíamente (Fernández, Guevel, Krupitzky y Massa, 2008).

3 - Consideraciones conceptuales y metodológicas

En el contexto de este trabajo, se denomina “diferencia de mortalidad” al número de muertes de cualquier causa que sobrepasan o que resulta inferior al número de muertes que se hubiera esperado en “condiciones habituales”. Cuando esta diferencia es positiva, existe un “exceso de mortalidad” mientras que, análogamente, cuando esta diferencia es negativa hablamos de un “defecto de mortalidad”. Sobre estas ideas es sobre las que se trabajará y se debe advertir que –de acuerdo con la literatura– un adecuado análisis de mortalidad no puede prescindir de la población expuesta a riesgo; es decir, se debe trabajar con tasas de mortalidad (valores relativos) y no con efectivos de muerte (valores absolutos). Las razones por las que se ha elegido trabajar con el total de defunciones y no hacer referencia a tasas de mortalidad son las que siguen:

- La incorporación de información acerca de la población incorpora otras fuentes de datos que adolecen de problemas que las estadísticas vitales no tienen: los problemas de cobertura. Es habitual en los censos nacionales de población la omisión censal; es decir, el conteo por defecto del número de residentes.
- Al no existir censos de periodicidad anual, habitualmente se utilizan proyecciones oficiales de población, pero que dependen de los supuestos de fecundidad, mortalidad y migración que el organismo a cargo de la elaboración de las mismas ha decidido aplicar.
- Existe suficiente evidencia (Dirección General de Estadística y Censos, 2023) que da cuenta que la población residente en la Ciudad de Buenos Aires se mantiene, desde 1950, en 3 millones de habitantes, no sufriendo cambios significativos. En tal sentido, los volúmenes de defunciones siempre refieren al mismo efectivo de población en términos aproximados, por lo que diferencias en las tasas de mortalidad son resultado directo de diferencias en las cantidades de defunciones.

A los efectos de realizar este trabajo fue necesario solicitar que se procesaran las bases de datos de las defunciones de la Ciudad de Buenos Aires, para obtener la desagregación mensual de las muertes de la Ciudad para los períodos en consideración.

4 - La mortalidad en la Ciudad de Buenos Aires en el período 2014-2019

Como se indicó en la sección anterior, se procesaron las muertes ocurridas y registradas en la Ciudad de Buenos Aires, correspondientes a residentes de la Ciudad, por mes de registro. El conteo se hizo por un lado para las muertes infantiles (menores de un año de edad) y por otro lado para el resto de

las defunciones (de 1 año de edad y más). Sin embargo, en este trabajo, se presenta la información ya sumada de forma tal que el número de muertes es el total.

Tabla 1. Defunciones por mes. Ciudad de Buenos Aires. Años 2014 a 2019. Fuente: elaboración propia sobre la base de Dirección General de Estadística y Censos (Ministerio de Hacienda GCBA).

Mes	Año					
	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Enero	2.549	2.172	2.345	2.266	2.126	2.156
Febrero	1.984	2.000	2.166	1.976	1.906	1.900
Marzo	2.287	2.211	2.421	2.310	2.157	2.182
Abril	2.253	2.234	2.475	2.320	2.062	2.187
Mayo	2.467	2.422	2.801	2.854	2.413	2.381
Junio	2.732	2.637	3.039	3.382	2.714	3.256
Julio	3.085	2.858	3.015	2.956	2.797	3.038
Agosto	2.817	2.787	2.867	2.602	2.803	2.636
Septiembre	2.389	2.695	2.473	2.329	2.489	2.421
Octubre	2.373	2.544	2.424	2.327	2.305	2.401
Noviembre	2.279	2.329	2.310	2.070	2.021	2.188
Diciembre	2.349	2.384	2.360	2.299	1.978	2.011
Total	29.564	29.273	30.696	29.691	27.771	28.757

Se observa que, en términos generales, el número de defunciones de la Ciudad se mantiene alrededor de 29.000, habiendo alcanzado su máximo en el año 2016 y con una tendencia a la baja en los dos últimos años previos a la pandemia. Bajo la hipótesis nula de que las defunciones mensuales siguen una distribución normal con media y desvío igual a los observados en cada año, se calcularon los desvíos individuales estandarizados Z_i y se observa que todos están razonablemente dentro de los límites de confianza de una normal estándar. Para facilitar la lectura se han marcado los desvíos estandarizados más altos en valor absoluto (Tabla 2).

Tabla 2 Desvíos individuales estandarizados Z_i .

Mes	Año					
	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Enero	0,29	-1,00	-0,73	-0,52	-0,58	-0,60
Febrero	-1,63	-1,64	-1,34	-1,23	-1,26	-1,23
Marzo	-0,60	-0,85	-0,47	-0,41	-0,48	-0,53
Abril	-0,71	-0,77	-0,28	-0,38	-0,78	-0,52
Mayo	0,01	-0,07	0,83	0,94	0,30	-0,04
Junio	0,91	0,74	1,64	2,25	1,23	2,13
Julio	2,11	1,57	1,56	1,19	1,49	1,59
Agosto	1,20	1,30	1,05	0,32	1,50	0,59
Septiembre	-0,25	0,96	-0,29	-0,36	0,54	0,06
Octubre	-0,31	0,39	-0,46	-0,36	-0,03	0,01
Noviembre	-0,63	-0,41	-0,85	-1,00	-0,90	-0,52
Diciembre	-0,39	-0,21	-0,68	-0,43	-1,03	-0,95

Si se observa nuevamente la tabla 1, al interior de cada año, la distribución por mes no es uniforme. Como es de esperar, el mayor caudal de muertes se concentra en los meses de invierno. Para detectar si la distribución porcentual de muertes a lo largo de un año es constante año a año, se somete a prueba la hipótesis de homogeneidad. Bajo la hipótesis nula de que la distribución porcentual de que existe homogeneidad (Chao, 1993) y que esta distribución porcentual se corresponde con aquella implícita en la distribución de muertes de todo el período 2014-2019, naturalmente se obtiene un estadístico chi cuadrado de alto valor, producto de que los cuadrados de las diferencias entre las frecuencias observadas y las esperadas son altas, por la naturaleza misma de los datos.

$$J^2 = \sum J_i^2 = \sum \frac{(\text{frecuencia observada}_i - \text{frecuencia esperada}_i)^2}{\text{frecuencia esperada}_i} \quad (1)$$

Durante todo el período 2014-2019 se observaron 175.752 defunciones, de las cuales 13.614 ocurrieron en los meses de enero. Esto implica que aproximadamente un 7,75 % de las muertes ocurren, bajo hipótesis nula verdadera, en enero. Se esperaría entonces que, en el año 2014 de las 29.564 defunciones observadas para el total del año, un 7,75 % ocurran en enero; es decir, aproximadamente 2.290. Lo observado, en cambio, para enero de 2014 fue 2.549 defunciones. La fórmula indicada para el ejemplo resulta:

$$J_i^2 = \sum \frac{(2.549 - 2.290)^2}{2.290} = 29,2930 \quad (2)$$

En la tabla 3 se presenta todas las contribuciones chi cuadrado, con sus resultados presentados en números enteros para facilitar su lectura.

Tabla 3. Contribuciones J^2_i .

Mes	Año					
	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Enero	29	4	0	0	0	2
Febrero	0	0	3	1	0	1
Marzo	0	1	1	0	0	1
Abril	0	0	5	1	3	0
Mayo	5	7	6	27	0	7
Junio	22	35	1	49	3	42
Julio	3	3	2	1	0	6
Agosto	1	0	0	13	14	2
Septiembre	4	22	5	12	10	0
Octubre	1	9	3	4	1	1
Noviembre	2	8	0	11	2	0
Diciembre	4	11	0	1	9	15

Como se ve, el mes de junio y en general el invierno, representa el período que escapa el patrón. Incluso 2017 lo hace, pero interiorizarse en ellos desviaría el objetivo del presente trabajo.

5 - La mortalidad esperada y la mortalidad observada en la Ciudad de Buenos Aires en 2020-2021

Habiendo visto que las defunciones en la Ciudad presentan alguna regularidad, pero que existe cierta estacionariedad, se procede a proyectar, por separado, las defunciones de cada mes de 2020 y de 2021. El procedimiento consiste en considerar la serie de tiempo dada por las seis observaciones de enero (2014, 2015, 2016, 2017, 2018 y 2019) y a partir de esas cinco observaciones, estimar la sexta y la séptima observación (2020, 2021) aplicando la técnica de suavización exponencial (análogamente se hace con los otros once meses del año). Bajo esta técnica, como se sabe, se le confiere mayor ponderación a la información más reciente y, de la misma manera, las observaciones más distantes en el tiempo pierden gradualmente peso para la estimación. Se ha optado por la variación de Brown & Meyer dentro de esta técnica (Brown y Meyer, 1961). Los resultados de la aplicación del método se presentan en la tabla 4.

Tabla 4. Defunciones observadas (2014-2019) y defunciones estimadas (2020-2021) por mes. Ciudad de Buenos Aires.

Mes	Año							
	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Enero	2.549	2.172	2.345	2.266	2.126	2.156	2.211	2.205
Febrero	1.984	2.000	2.166	1.976	1.906	1.900	1.957	1.954
Marzo	2.287	2.211	2.421	2.310	2.157	2.182	2.233	2.230
Abril	2.253	2.234	2.475	2.320	2.062	2.187	2.220	2.216
Mayo	2.467	2.422	2.801	2.854	2.413	2.381	2.527	2.524
Junio	2.732	2.637	3.039	3.382	2.714	3.256	3.047	3.056
Julio	3.085	2.858	3.015	2.956	2.797	3.038	2.951	2.951
Agosto	2.817	2.787	2.867	2.602	2.803	2.636	2.719	2.715
Septiembre	2.389	2.695	2.473	2.329	2.489	2.421	2.446	2.444
Octubre	2.373	2.544	2.424	2.327	2.305	2.401	2.376	2.374
Noviembre	2.279	2.329	2.310	2.070	2.021	2.188	2.156	2.151
Diciembre	2.349	2.384	2.360	2.299	1.978	2.011	2.138	2.128
Total	29.564	29.273	30.696	29.691	27.771	28.757	28.981	28.948

Resulta ahora de interés comparar esta estimación con las defunciones efectivamente ocurridas, y calcular, para cada mes, la diferencia de mortalidad. La tabla 5 presenta los resultados.

Tabla 5. Diferencias de mortalidad. Ciudad de Buenos Aires. Años 2020 y 2021.

Mes	Año 2020			Año 2021		
	Estimadas	Observadas	Diferencia	Estimadas	Observadas	Diferencia
Enero	2.211	2.121	-90	2.205	2.758	553
Febrero	1.957	1.939	-18	1.954	2.458	504
Marzo	2.233	2.281	48	2.230	2.653	423
Abril	2.220	2.390	170	2.216	3.354	1.138
Mayo	2.527	2.480	-47	2.524	4.020	1.496
Junio	3.047	2.932	-115	3.056	3.491	435
Julio	2.951	4.049	1.098	2.951	3.021	70
Agosto	2.719	3.836	1.117	2.715	2.653	-62
Septiembre	2.446	3.384	938	2.444	2.354	-90
Octubre	2.376	2.866	490	2.374	2.303	-71
Noviembre	2.156	2.392	236	2.151	2.182	31
Diciembre	2.138	2.564	426	2.128	2.359	231
Total	28.981	33.234	4.253	28.948	33.606	4.658

Se observa que, salvo casos aislados, las diferencias por mortalidad son excesos de mortalidad; es decir, la incidencia del virus, junto con la pandemia, habrían contribuido para experimentar mayor nivel de mortalidad que el esperado. Notar que enero y febrero de 2020 hay un defecto de mortalidad, lo que vendría dado porque evidentemente la mortalidad venía en disminución y el confinamiento empezó recién en marzo de ese año. El invierno de 2020 resultó ser, como era de esperarse, el bimestre más golpeado.

6 - Conclusiones y trabajos futuros

La pandemia COVID-19 trajo consigo un aumento de muertes por la aparición de una nueva causa de muerte, pero la situación de confinamiento y de pandemia pudo haber traído consigo una reducción en muertes por otras causas. Se buscó cuantificar la diferencia de mortalidad generada por estos cambios y lo que se observó, casi sin excepción, que todo el paquete pandémico produjo un exceso de muertes, revirtiendo la tendencia de la mortalidad en descenso.

La temporada de invierno de 2020, como era de esperarse, resulta ser el período que mayor exceso de mortalidad registró, para luego encontrar otro pico en marzo y abril de 2021, presuntamente por la aparición de las variantes Alpha, Gamma y Andina (Proyecto Argentino Interinstitucional de Genómica de SARS-Cov-2, 2021).

Resultaría de interés extender este análisis a todo el país, desagregado por provincia y, en la medida que los datos lo permitan y que la calidad no se vea afectada, reproducir el trabajo separando las muertes por sexo o por grupos de edad, puesto que se sabe que la mortalidad es diferencial por sexo y por edad y en este trabajo puede haber efectos contrarios que coadyuven a explicar resultados que a primera vista parecen contradictorios.

Referencias

Brown, R. y Meyer, R. (2023). The Fundamental Theorem of Exponential Smoothing. *Operations Research*, Vol 9, N° 5, pp. 673-687.

Chao, L. (1993) *Estadística para las ciencias administrativas*. 3a ed. McGraw-Hill. Méjico.

Dirección General de Estadística y Censos (2023). *Anuario Estadístico 2022*. Capítulo 2, pp. 25-32. Buenos Aires.

Fernández, M., Guevel, C., Krupitzky, H. y Massa, C. (2008). *Omisión de registro de nacimientos y muertes infantiles. Magnitud, desigualdades y causas*. Organización Panamericana de la Salud - Ministerio de Salud de la Nación, Buenos Aires.

Govea Basch, J. (2010). Lo que todavía debemos mejorar en el registro de las estadísticas vitales. *Revista Población de Buenos Aires*, año 7, número 11, pp. 63-75. Dirección General de Estadística y Censos. Ciudad de Buenos Aires.

Mazzeo, V. (2005) ¿Qué debemos mejorar en el registro de las estadísticas vitales? Revista Población de Buenos Aires, año 1, número 2, pp. 69-79. Dirección General de Estadística y Censos. Ciudad de Buenos Aires.

Naciones Unidas (2003). *Principios y recomendaciones para un sistema de estadísticas vitales – Revisión 2*. New York. ¿Qué debemos mejorar en el registro de las estadísticas vitales?

Naciones Unidas (2014). *Los datos demográficos. Alcances, limitaciones y métodos de evaluación*. Serie Manuales - CEPAL, Nro 82. Santiago de Chile.

Proyecto Argentino Interinstitucional de Genómica de SARS-Cov-2 (2021). Reporte N°23: Vigilancia de variantes de SARS-CoV-2 en la CABA, provincias de Buenos Aires, Córdoba, Entre Ríos, Neuquén y Santa Fe. Actualización del 07/06/2021.

Didáctica Visual de Estadística para Estudiantes de Ciencias Económicas. El Caso de los mapas Utilizando Python en la Nube

Bianco María José— Salaberry Natalia
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
mariajose.bianco@economias.uba.ar - natalia.salaberry@economias.uba.ar

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Claves: Didáctica visual, Estadística, Mapas, Python, Google Colaboratory

Resumen

El desarrollo de herramientas tecnológicas libres y colaborativas ha causado un impacto en la didáctica de los contenidos de diferentes disciplinas. En particular, la enseñanza tradicional de estadística se ha visto transformada al incorporar el uso software libre en el aula. En este contexto es importante destacar cómo las herramientas tecnológicas permiten mejorar los procesos de aprendizaje a fin de lograr que los estudiantes razonen y entiendan los conceptos estadísticos a través de su aplicación visual en base a datos.

Los mapas son un tipo de imagen que permiten visualizar estadísticas en un contexto geográfico, ampliando la capacidad de formar representaciones visuales que contribuyen al desarrollo de nuevas formas de conocer. Pero su complejidad gráfica es una limitante y hasta imposible de llevarse a cabo manualmente. Por esta razón, resulta importante conocer las bondades del uso de una herramienta tecnológica para alcanzar un objetivo de este tipo.

En este trabajo se presenta una aplicación de mapas para visualizar la densidad poblacional por provincia de Argentina. Para ello se utilizarán datos reales de población en el año 2022 obtenidos del Instituto Nacional de Estadísticas y censos y datos geográficos del Instituto Nacional Geográfico. Su procesamiento y análisis se realizará a través del uso del lenguaje de programación Python en el entorno Google Colaboratory.

1 - Introducción

El desarrollo de herramientas tecnológicas libres y colaborativas ha facilitado hacer ciencia mediante la experimentación basada en evidencia, es decir, en datos. Pero a su vez, también ha cambiado la forma de transferir el conocimiento. En particular, la enseñanza de estadística se ha visto alcanzada por este impacto. En este contexto resulta interesante analizar cómo las herramientas tecnológicas pueden ser utilizadas para facilitar el proceso de aprendizaje estadístico, pero haciendo hincapié en que los estudiantes razonen y entiendan la importancia de las nociones estadísticas a través de su aplicación.

El objetivo del presente trabajo es mostrar cómo los estudiantes pueden construir conocimiento, “haciendo” y “viendo” estadística, en base a datos reales, de forma tal que puedan conectar un nuevo conocimiento con una realidad exterior. Tal idea requiere el poder experimentar diferentes opciones visuales para poder construir fundamentos en base al desarrollo de criterios de decisión.

Para poder comprender a la tecnología como soporte de la enseñanza estadística, en el primer apartado se realiza una introducción al concepto de estadística y el uso de software. En el segundo apartado se introduce las nociones centrales de la visualización de datos, particularmente poniendo en valor la

utilización de mapas. Finalmente, se realiza una implementación práctica mediante el uso del lenguaje de programación Python y se esbozan las principales recomendaciones y desafíos acerca de la incorporación de herramientas tecnológicas para la enseñanza de estadística.

2 - La tecnología y la enseñanza de estadística

2.1 - Didáctica de la estadística

La estadística es el estudio de los fenómenos aleatorios (Canavos, 1997) siendo aquellos eventos que no se conoce cuando ocurrirán. Se trata de un método fundamental que se aplica dondequiera que aparezcan datos, variación y azar (Garfield y Ben-Zvi, 2009) para la obtención de conclusiones en base a una inferencia. En este sentido es una metodología que ofrece a cualquier disciplina la posibilidad de construir la probabilidad de ocurrencia de un suceso en base a datos.

Para llevar a cabo la construcción de la probabilidad, los datos deben ser interpretados en un contexto. No se trata solo de números, sino de números en un contexto (Cobb y Moore, 1997). El contexto permite darles significado a los números y generar información.

A diferencia del pasado, en la actualidad se cuenta con grandes volúmenes de datos accesibles de manera libre y gratuita a través de diferentes repositorios *online* o páginas *web*. Esto constituye una oportunidad sin precedente para enseñar y aprender estadística, aunque requiere de la utilización de herramientas tecnológicas para la obtención y procesamiento de los datos. Para ello se requerirá del diseño de un entorno de aprendizaje que combine tecnología, datos y conocimiento.

2.2 - Un entorno para la enseñanza de estadística

Frente a la disponibilidad de grandes volúmenes de datos y los desarrollos tecnológicos, surge la necesidad de modificar el entorno de enseñanza de estadística. Si bien existen diferentes maneras de poder diseñarlo, resulta interesante lo planteado por Garfield y Ben-Zvi (2009). Estos proponen un esquema denominado 'Statistical Reasoning Learning Environment' (SRLE) -razonamiento estadístico en un entorno de aprendizaje-. El objetivo principal, es que los y las estudiantes desarrollen la capacidad de pensar y razonar estadísticamente combinando iterativamente materiales de texto, visualizaciones, actividades, discusión, tecnología, enfoque docente y evaluación. De esta forma podrán construir conocimiento haciendo y viendo estadística, observando y analizando un fenómeno (Chance, et. al., 2007).

En el esquema SRLE, los y las estudiantes podrán trabajar en grupos para discutir preguntas y esbozar posibles soluciones en base a datos. Mediante la utilización de herramientas tecnológicas podrán generar visualizaciones de estadísticas facilitándoles acercarse a una construcción de la respuesta. Luego podrán compartir y comparar sus razonamientos con el resto de la clase (Garfield y Ben-Zvi, 2009) e intercambiar ideas.

Por otra parte, el docente podrá evaluar los informes presentados por los y las estudiantes previo a realizar un intercambio en conjunto (Cobb y McClain, 2004). Le permitirá conocer anticipadamente cual fue el razonamiento desarrollado, evaluando el nivel de comprensión de los temas abordados. En consecuencia, podrá sacar provecho de su experiencia para guiar o corregir al estudiante facilitando la transferencia de conocimiento.

En este contexto, resulta necesario modificar las formas tradicionales de enseñar estadística para adaptarse a los nuevos escenarios tecnológicos. Ello sin duda requerirá de un trabajo conjunto de autoridades, docentes e incluso de los y las estudiantes. El proceso de adaptación implicará la necesidad de formación adicional en el uso de herramientas especializadas de forma tal que el docente pueda hacer de mediador entre los y las estudiantes y estas. Solo así podrá diseñar experiencias productivas de aprendizaje.

2.3 - La tecnología como soporte en la enseñanza estadística

Para llegar a la instancia de aplicación de un modelo para la resolución de un problema, previamente resulta necesario elaborar un análisis estadístico para encontrar patrones en los datos. Inicialmente, se requiere una exploración de estos (Chance, et. al., 2007) a través de la construcción de estadísticas y visualizaciones descriptivas. Llevar adelante este proceso puede resultar fácil mediante la aplicación de algún *software* de análisis estadístico, pero también para la aplicación del modelo en sí mismo. De aquí la importancia del uso de herramientas tecnológicas, ya que permiten realizar cálculos de manera rápida permitiendo, al estudiante junto con el educador, concentrarse en el análisis, conceptos y razonamiento estadístico involucrado en cada punto y no tanto así en la resolución de los cálculos.

La tecnología permite la visualización y aplicación de conceptos abstractos (Chance, et. al., 2007), a datos reales para la resolución de un problema. Pero también, permite preguntarse “que pasa si”. La dinámica y velocidad de cálculo que brinda su operatoria facilita la prueba de diversas opciones en cuestión de segundos. De este modo, habilita la experimentación mediante la prueba de diferentes posibilidades para la construcción de un razonamiento estadístico.

Tal dinámica de trabajo traerá beneficios para el educador ya que le permitirá contar con más tiempo disponible para profundizar en la discusión de resultados, así como reforzar los conceptos teóricos que detecte no hayan quedado comprendidos. También, podrá conducir a los y las estudiantes a la obtención de resultados con mayor precisión y menor cantidad de errores. Esto también implica que podrá mostrar la aplicación de conocimiento estadístico en la práctica habitual del ejercicio profesional.

La comprensión de los y las estudiantes se desarrollará mediante la posibilidad de variar parámetros, describiendo y explicando el comportamiento que se observa en tiempos acotados, en lugar de basarse exclusivamente en discusiones teóricas de probabilidad que a menudo pueden resultar contraintuitivas. Como sostiene Batanero (2000) podrán conocer las diferencias entre la probabilidad experimental y la teórica. Así mismo, el centro de atención de la docencia ya no se limitará a enseñar

técnicas combinadas, sino que se le dará mayor importancia al análisis del problema y al diseño de un procedimiento adecuado para su resolución.

3 - Aplicación de mapas mediante Python para la enseñanza estadística

3.1 - La visualización de datos

Las imágenes (gráficos, mapas, entre otros) son consideradas como una herramienta que amplía la capacidad de formar representaciones visuales que contribuyen al desarrollo de nuevas formas de conocer (Ware, 2008). Estas pueden ser utilizadas con dos fines diferentes. Uno es la observación de patrones para justificar procedimientos vinculados con la resolución de distintos problemas en un cierto contexto. El otro, es el poder comunicarse con otros a través de la visualización de datos (Kirk, 2019; McClain, 2022).

Para lograr cualquiera de los dos fines, lo primero que se debe tener en cuenta es el tipo de dato con el que se cuenta para luego seleccionar la forma de visualización adecuada (Kirk, 2019). En el ámbito de la estadística, si se cuenta con datos cuantitativos que por ejemplo representan cantidades de algo, un gráfico de barras puede resultar suficiente. En cambio, si se busca comunicar o analizar un indicador estadístico por zona geográfica, se requerirá utilizar otro tipo de visualización como por ejemplo un mapa.

Desde esta perspectiva, la visualización de información resulta parte del proceso de aprendizaje de estadística ya que involucra el desarrollo de la capacidad de razonamiento para establecer relaciones (Yau, 2011). En una primera instancia, requiere de conocer los tipos de datos existentes, la construcción de medidas estadísticas para lograr asociar una distribución determinada o la detección de un patrón de comportamiento. Finalmente, requerirá conocer los tipos de visualizaciones existentes de forma tal que se produzca un proceso de asociación entre el resultado obtenido en base a los datos y la forma de transmitir la información.

3.2 - Los mapas para la visualización de estadísticas

Un mapa es un tipo particular de imagen que muestra la superficie terrestre a partir de la proyección de un sistema de coordenadas representados en un plano (McClain, 2022). Es decir que a partir de datos de latitud y longitud es posible construir puntos en un plano. Cuando se tiene, al menos tres pares de puntos es posible elaborar un polígono. Estos son utilizados para representar geográficamente a cada país. De esta manera, con el conjunto de todos los países representados, se obtiene un mapa con la división política del mundo.

Los datos geoespaciales, son vectores que contienen el conjunto de pares de coordenadas (McClain, 2022) que dan lugar a la construcción del polígono (o puntos o líneas). Cuando este vector de datos es almacenado en un conjunto de datos como una columna, el formato del archivo generado es un

shape. Mediante su procesamiento a través funciones programadas en ciertos lenguajes de programación, se produce el dibujo del polígono sobre el plano, obteniéndose como resultado un mapa. Este tipo de archivo, generalmente, lo elaboran los geógrafos en alguna institución oficial. Por ejemplo, en Argentina existe el Instituto Geográfico Nacional (IGN), que pone a disposición los archivos *shape* para la división territorial por provincia de Argentina, entre otros.

Además, en los archivos de datos en formato *shape*, también es posible almacenar datos cuantitativos o cualitativos. Por ejemplo, es posible recopilar datos del nombre de los países, la cantidad de habitantes, entre otros. Pero también, es posible construir indicadores estadísticos y anexarlos como una nueva variable. Luego, será posible visualizar cierta información sobre un mapa para análisis o comunicación.

De esta manera, los mapas se convierten en una herramienta valiosa para el análisis de información estadística ya que brindan la posibilidad de combinar información de diferente tipo. En este sentido, los y las estudiantes podrán ampliar la forma de conocer al incorporar más información combinada. Pero también, implica que atreviesen un proceso de razonamiento estadístico para la construcción de la información.

3.3 - Aplicación de Mapas mediante el lenguaje Python en el entorno Google Colaboratory

Con el fin de poder mostrar el uso de tecnología en la enseñanza visual de estadística, a continuación, se desarrolla un ejemplo de aplicación. El objetivo consiste en poder construir un índice de densidad de población por provincia argentina y visualizarlo a través de un gráfico de barras y de un mapa para su comparación. Los datos de la población por provincia de Argentina corresponden al último censo nacional realizado en 2022 y se obtiene de la página web del INDEC (Instituto Nacional de Estadísticas y Censos). La superficie en km² de cada provincia y el archivo *shape* con los polígonos de cada una de ellas, se obtienen del IGN.

Para poder construir la densidad poblacional por provincia se divide la cantidad de habitantes de cada una de ellas por su superficie. Mediante la utilización de la librería Seaborn en Python, se procede a realizar la visualización de la información en un gráfico de barras. Luego, este nuevo indicador es agregado al archivo *shape* como una nueva variable. Finalmente, mediante la utilización de la librería Geopandas y Matplotlib en Python, se procede a realizar la visualización de la información en un mapa.

Para extraer y manipular los datos y posteriormente realizar las visualizaciones, se deben cargar las librerías necesarias mediante las siguientes sentencias:

```
#carga de librerías
import geopandas as gpd, import pandas as pd, import matplotlib.pyplot as
plt , import seaborn as sns
```

En primer lugar, se importa el archivo csv al entorno Google Colaboratory con la información de nombre de provincia, población y superficie en km². Luego se lo lee con pandas, del siguiente modo:

```
DATOS=pd.read_csv('/content/Pob.csv', on_bad_lines='skip', sep=";", decimal=",")
```

Una visualización de los datos obtenidos para una provincia es la siguiente:

Tabla 1. Ejemplo de los datos nombre de provincia, población (2022) y superficie en km² para una provincia

PROVINCIA	POBLACIÓN	SUPERFICIE
Ciudad Autónoma de Buenos Aires	3093845	205.9

En el mismo archivo, se calcula la Densidad poblacional por km² como el cociente entre POBLACIÓN y SUPERFICIE como una nueva columna con la siguiente instrucción:

```
DATOS['Densidad']=round(DATOS['POBLACION']/DATOS['SUPERFICIE'], 2)
```

Se construye un gráfico de barras para visualizar la densidad poblacional por provincia:

```
ax=sns.barplot(x = "Densidad", y = "PROVINCIA", data = DATOS, orient='h', palette='afmhot', order=DATOS.sort_values('Densidad', ascending=False).PROVINCIA) ax.bar_label(ax.containers[0])
```

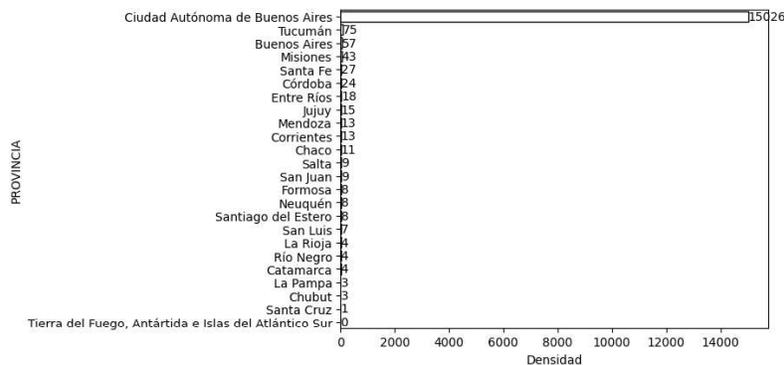


Figura 1: Densidad 2022 de población/ km² por provincia argentina

Si se quisiera visibilizar el resto de las provincias habría que quitar a Ciudad Autónoma de Buenos Aires para evitar el problema de escala.

Por otra parte, se importa el archivo *shape* de provincias argentinas del siguiente modo:

```
provincias = gpd.read_file("https://dns.ign.gob.ar/apps/api/v1/capas-sig/Geodesia+y+demarcaci%C3%B3n/L%C3%ADmites/provincia/shp")
```

Una visualización de los datos obtenidos es la siguiente:

Tabla 2. Ejemplo de formato de datos del archivo shape para una provincia argentina

gid	entidad	fna	gna	nam	in1	fdc	sag	fdc2	geometry
2	0.0	Provincia de Neuquén	Provincia	Neuquén	58	IGN	IGN	NaN	POLYGON ((-70.393 -36.156, -70.393 -36.158, ...>]

en donde la columna “geometry” contiene el conjunto de pares de latitud y longitud que conforman cada polígono representante de una provincia.

Se crea una nueva columna con la latitud y longitud del centroide del polígono. Este luego será utilizado para visualizar las etiquetas:

```
provincias['coords'] = provincias['geometry'].apply(lambda x:
x.representative_point().coords[:])
provincias['coords'] = [coords[0] for coords in provincias['coords']]
```

Se anexa la información de población, superficie y densidad al archivo shape:

```
DATOS2 = DATOS.rename(columns={'PROVINCIA': 'nam'})
DATA=pd.merge(provincias, DATOS2, on="nam")
```

Se renombra Ciudad Autónoma de Buenos Aires a CABA:

```
DATA['nam'].replace({"Ciudad Autónoma de Buenos Aires": "CABA"}, inplace = True)
```

Se realiza el mapa:

```
DATA.plot(column='Densidad', color='white', edgecolor='k', figsize=(20, 30), legend=False)
for idx, row in DATA.iterrows():
plt.annotate(text=row['nam']+'\n'+str(row['Densidad']),
xy=row['coords'],horizontalalignment='center')
```

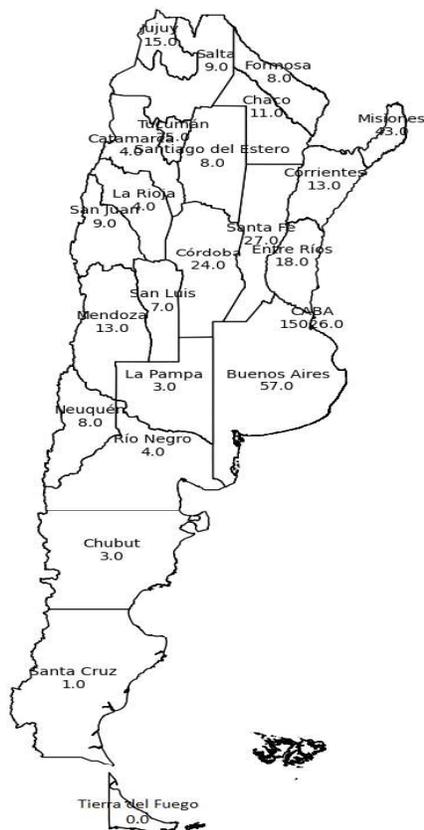


Figura 2. Densidad 2022 de población/ km² por provincia argentina

La Figura 2 muestra la información equivalente a la Figura 1. Pero a diferencia de esta última, es posible visualizar también el valor de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires (CABA) sin problemas de escalas, sin necesidad de quitarla. Con tan solo este ejemplo es posible observar como la elección del criterio geográfico para visualizar la información resulta completo, representativo y claro versus un gráfico tradicional. Esto permite mostrarles a los y las estudiantes la importancia de manejar herramientas tecnológicas, así como transmitirles la adopción de un criterio de decisión.

Por último, se crea un mapa de calor según Densidad con la ventaja de poder filtrar a CABA para no distorsionar la escala y luego agregarla como una figura adicional como si fuese un zoom:

```
ax=DATA[DATA['nam']!= 'CABA'].plot(column='Densidad', cmap='OrRd',
edgecolor='k', figsize=(30, 30), legend=True)
for idx, row in DATA[DATA['nam']!= 'CABA'].iterrows():
    plt.annotate(text=row['nam']+'\n'+str(row['Densidad']),xy=row['coords'],
horizontalalignment='center', fontsize=10)
fig = ax.figure; cb_ax = fig.axes[1]; cb_ax.tick_params(labelsize=50)
```

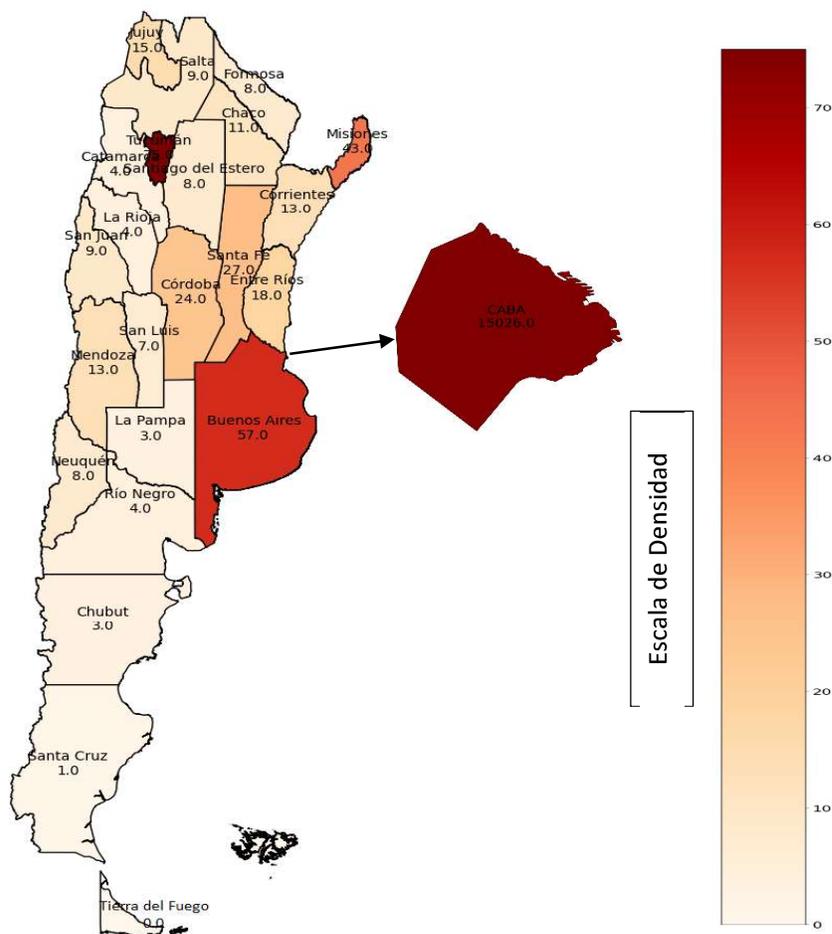


Figura 3. Mapa de calor de la densidad 2022 de población/ km² por provincia argentina

La Figura 3 muestra la misma información que la Figura 1 pero incorporando a CABA sin generar un problema de escala y al mismo tiempo haciendo posible representar gráficamente en un contexto geográfico con claridad. De esta manera, en base a datos reales, se puede mostrar a los y las estudiantes en cuestión de segundos a través del uso de un software, como construir información, pero también los criterios necesarios para su comunicación. A su vez, facilita la construcción de razonamiento estadístico no solo con los resultados de cálculos, sino también a través de su visualización.

4 - Conclusiones

La visualización de estadísticas sin duda puede facilitarse con el uso de herramientas tecnológicas. Su uso permite hacerlo en base a casos reales, con datos reales y hasta de manera *online*. A su vez, permite la ágil experimentación para la construcción de conocimiento mediante el diseño adecuado de procesos que es necesario incluyan el poder mostrar claramente la información obtenida. Pero se deberá tener en cuenta los desafíos que se presentan.

Uno de los desafíos principales de la incorporación de la tecnología para la enseñanza de estadística, es tener en cuenta que debe ser usada como medio para facilitar la interacción y la accesibilidad de los estudiantes al conocimiento. Su incorporación en una clase no implica el reemplazo del docente ni de los conceptos teóricos, sino que, por el contrario, los alumnos deben ser acompañados en su uso. Esto permitirá que el educador pueda dar seguimiento de la evolución de comprensión y razonamiento estadístico.

Por otra parte, resulta importante considerar que se deberá planificar y facilitar los códigos de implementación a los alumnos. Esto permitirá evitar que se centren en su ejecución antes que en los conceptos centrales involucrados para un análisis. Por esta razón, resulta importante incorporar visualizaciones criteriosas para construir un pensamiento estadístico.

En este trabajo se utilizó Python por ser un software libre, colaborativo y que no requiere instalarse nada en su computadora, sino que puede ser ejecutado de manera online en un entorno como Google Colaboratory. Este permite una rápida ejecución de visualizaciones para el análisis de información. Se realizó una aplicación de mapas para la visualización de un indicador de densidad de población por provincia de Argentina que previamente fue construido.

Dada la facilidad brindada por la tecnología se pudo mostrar la importancia de los criterios visuales de información. La incorporación del uso de un software en la didáctica estadística brinda la posibilidad de experimentar diferentes comparaciones desde la perspectiva visual, desarrollando el criterio de decisión, ampliando el contexto de análisis y ya no solo centrándose en números. En consecuencia, amplía la posibilidad de razonamiento y conocimiento aplicado, en base a integrar la teoría con aplicaciones prácticas.

Referencias

Batanero, C. (2000). *Estadística y didáctica de la matemática: Relaciones, problemas y aportaciones mutuas*. Granada, España: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

Canavos, G. (1997), *Probabilidad y Estadística*. México: McGraw-Hill.

Chance, B., Ben-Zvi, D.; Garfield, J. y Medina, E. (2007). *The Role of Technology in Improving Student Learning of Statistics*. USA: *Technology Innovations in Statistics Education*.

Cobb, G. W., y Moore, D. S. (1997). *Mathematics, statistics, and teaching*. En *The American mathematical monthly*, 104(9), 801-823.

Cobb, P., & McClain, K. (2004). *Principles of instructional design for supporting the development of students' statistical reasoning*. En D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 375–396). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Colin, W. (2008). *Visual Thinking for Design*. USA: Morgan Kaufmann.

Garfield, J. y Ben-Zvi, D. (2009) *Helping Students Develop Statistical Reasoning: Implementing a Statistical Reasoning Learning Environment*. USA: Wiley Online Library.

Kirk, A. (2019). *Data visualisation: A handbook for data driven design*. Reino Unido: SAGE Publications, Second Edition. London.

McClain, B.P. (2022). *Python for Geospatial Data Analysis*. USA: O'Reilly Media, Inc.

Yau, N. (2011). *Visualize this: the FlowingData guide to design, visualization, and statistics*. USA: John Wiley & Sons.

Análisis de Relaciones entre Resiliencia, Motivación de Logros y Satisfacción con la Elección de Carrera, de Estudiantes de la Universidad Nacional de Misiones

Sosa Nora Mabel – Sureda Silvia Cristina
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Misiones
noramsosa@gmail.com– silvia.sureda@fce.unam.edu.ar

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Resiliencia, Motivación de logros, Satisfacción con la carrera, Dependencia y relación

Resumen

En esta presentación se analiza la resiliencia, la motivación de logros y el grado de satisfacción con la carrera elegida, en grupos de estudiantes universitarios en los primeros años de carreras de la Facultad de Ciencias Económicas (FCE) y de la Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales (FCEQyN) de la Universidad Nacional de Misiones (UNaM), en ambos cuatrimestres de los años comprendidos entre el 2020 y el 2022, como se describirá en el cuerpo del texto. En el marco de un proyecto de investigación integrado por docentes de ambas unidades académicas, se realizaron encuestas online a grupos clase, de asignaturas de primero a tercer año de carreras de la UNaM. El análisis de las mismas permitiría delinear rasgos cualitativos de los grupos respecto a las variables de interés y además algunos parámetros para permitirían realizar agrupaciones y análisis complementarios. Las pruebas estadísticas realizadas en las muestras permiten concluir, como se hipotetizó en inicios de la investigación, que tanto la motivación de logros como la satisfacción con la carrera están asociada positivamente con la resiliencia, así como también están asociadas positivamente motivación de logros con la satisfacción con la carrera, de tal manera que, a mayor resiliencia, y a mayor motivación, corresponde mayor de satisfacción con la carrera (y viceversa).

1 - Introducción

Aunque existen numerosos trabajos de investigación que analizan el abandono y el desgranamiento en los primeros años de las carreras universitarias, desde variables socioeconómicas por ejemplo, el análisis de este problema desde las emociones y actitudes no es suficiente. En el marco de la investigación de la que formamos parte, el estudio se enfoca en la resiliencia, en la motivación de logro y en el grado de satisfacción de estudiantes universitarios, de los primeros años de carrera, con la elección de la carrera que han elegido.

El estudio marco de esta presentación se inició en el año 2019, en las primeras instancias se determinaron cuales instrumentos presentaban mayor confiabilidad para recabar información sobre las variables de interés. En esta etapa se determinó que se utilizarían, para la variable Resiliencia (V1) la versión Argentina de la Escala de Resiliencia (RS-25)-de Wagnild y Young, para la variable Motivación (V2) se utilizó la Escala Atribucional de Motivación de Logro General (EAML-G) de Durán-Aponte, Pujol (2013), finalmente para indagar acerca de la satisfacción de los estudiantes con la carrera elegida (V3) se solicitó califiquen su grado de satisfacción con valores numéricos, del 1 al 10.

Las variables V1 y V2 toman valores de una escala numérica, no obstante, al indicar un grado de acuerdo con una afirmación se tratan como cualitativas ordinales. La variable V3 sería cuantitativa discreta,

ya que surge de una calificación que asigna subjetivamente cada individuo. Para analizar las posibles relaciones entre pares de variables se optó por una codificación de cada una de ellas en tres modalidades (Baja, Media, Alta) realizando una baremación en tres modalidades, como se mostrará en lo que sigue.

De tal forma, las tres variables de interés (V1, V2 y V3) se presentan como cualitativas ordinales, lo que permite análisis estadísticos de relación tales como: Chi-cuadrado de Pearson, Tau-b de Kendall, entre otros.

2 - Relevamiento y características de las variables

El relevamiento de datos se realizó a través de invitaciones de participar en el estudio a alumnos de los primeros años de carreras de la FCE y de la FCEQyN de la UNaM, a través de comunicaciones por herramientas de aulas virtuales de varias asignaturas. En esta presentación se contemplan las respuestas de estudiantes de 20 grupos muestrales en los cuatrimestres comprendidos entre el primero de 2020 al segundo de 2022. Esto constituye un muestreo aleatorio no probabilístico intencional, por lo que se cuenta con casi 1300 unidades de análisis. La distribución del dispositivo se realizó en formato virtual, integrando en un formulario Drive, los reactivos de relevamiento para cada variable de interés, e incluyendo algunas de caracterización de los individuos.

2.1 - Resiliencia (V1)

Generalmente, al hablar de deserción en el ámbito de la educación superior, se toma como objeto del análisis al problema y se pone poca atención a la prevención, ya que no se tienen en cuenta los aspectos de fondo que llevan a esta situación. Por ello hoy es necesario entender no sólo por qué los estudiantes no terminan sus estudios, sino también por qué persisten los que se quedan, ya que algunos estudiantes tienen la capacidad de enfrentarse con éxito a los desafíos de la vida universitaria y no dejarse abatir por experiencias académicas negativas.

El concepto de resiliencia académica ayuda a explicar este proceso y a entender por qué algunos estudiantes que experimentan altos niveles de estrés son capaces de resistir e incluso logran prosperar en esas condiciones.

Se utilizó en esta investigación una escala psicométrica compuesta por 25 ítems con puntuación tipo likert con amplitud de 7 puntos, siendo 1 (desacuerdo) y 7 (muy de acuerdo) puntos, esta escala numérica es por tanto una variable cualitativa ordinal, que indica la opinión de cada encuestado respecto al reactivo. De acuerdo a esto, con 25 ítems, el rango de puntuación de cada individuo estaría entre 25 y 175 puntos, de este rango se determina una codificación en tres grupos, de tal forma que la variable se reduce a una cualitativa ordinal de tres modalidades: Baja: (25 a 75) Media (76 a 125) y Alta (126 a 175).

De esta manera, una puntuación alta es considerada como indicadora de mayor resiliencia, entendiéndola como el rasgo positivo de personalidad que permite a los sujetos adaptarse a las

adversidades de la vida, enfrentándolas con valentía y reduciendo, por tanto, el efecto nocivo del estrés. En otras palabras, esta prueba permite establecer niveles de resiliencia en los estudiantes observados.

2.2 - Motivación de logros (V2)

La investigación motivacional es considerada una herramienta importante para comprender algunos de los motivos detrás del comportamiento humano. Se enfoca en descubrir los sentimientos, actitudes y emociones subyacentes en relación con las conductas de las personas, lo que permite anticipar reacciones. Es importante tratar de determinar a qué causas o hechos los estudiantes atribuyen los resultados académicos logrados, ya que el deseo de alcanzar el éxito y evitar el fracaso es parte de la base actitudinal sobre la que se sustenta la motivación de logro.

Se utilizó un instrumento adaptado del propuesto por Durán-Aponte & Pujol como instrumento de medición, y se implementaron encuestas en línea para recopilar y analizar los datos. Esto permitió delinear rasgos cualitativos del grupo y obtener parámetros cuantitativos que permitieron describir sus características demográficas.

Se utilizó esta adaptación de (EML-G) de Durán-Aponte y Pujol (2013), ya que la finalidad es identificar las atribuciones causales al rendimiento académico obtenido, después de un periodo académico, no sólo de una asignatura particular, lo cual cambia su objetivo original para darle otro uso en el ámbito educativo.

La escala consta de 18 ítems, de 7 opciones de diferencial semántico, estructurados colocando atributos negativos a la izquierda y positivos a la derecha, de allí que el rango de puntuación variaría entre 18 y 126 puntos. De manera similar que con V1 se codifica este rango en tres grupos, de tal forma que la variable se reduce a una cualitativa ordinal de tres modalidades: Baja: (18 a 54) Media (55 a 91) y Alta (92 a 126).

En este caso, una puntuación alta es considerada como indicadora de una más positiva motivación de logros, atribución que puede resultar valiosa en los estudiantes, ya que se la define como el "deseo o tendencia a vencer obstáculos, superando las tareas difíciles lo mejor y más rápidamente posible", y les podría permitir la implementación de estrategias que apunten a mejorar su rendimiento académico, como indican en su trabajo Díaz de León y otros (2015)

2.3 - Satisfacción con la carrera (V3)

Para acceder a la opinión personal de cada estudiante, con diversas trayectorias académicas dependiendo el periodo y asignatura muestreada, sobre su grado de satisfacción con la carrera elegida (V3), se solicitó califiquen esta con valores numéricos, del 1 al 10. Esta variable, en principio cuantitativa, se codificó siguiendo el siguiente baremo: Baja: (1 a 3) Media (4 a 6) y Alta (7 a 10).

3 - Interrelación ente las variables V1, V2 y V3

Si bien en presentaciones de avances se hicieron análisis univariados de las mencionadas: Resiliencia(V1), Motivación de Logros (V2) y Satisfacción (V3), tomando criterios encuadrados en aproximaciones a la descripción de perfiles de V1 y V2 en las cohortes muestreadas, siguiendo para ello lineamientos específicos que consideraban los factores característicos que integraban de cada uno de los instrumentos empleados en el relevamiento de datos, nos abocamos aquí en un análisis de relaciones entre variables de interés.

En el diseño del trabajo de investigación que encuadra este estudio se hipotetizó que V1 influye sobre V2, y que tanto V1 como V2 están “asociadas” a V3. Y además que la correlación entre V1 y V3 sería más intensa que la que existiría entre V2 y V3.



Figura 1. Mapa conceptual del análisis realizado

Las variables cualitativas suelen presentarse en tablas de frecuencia simples o cruzadas, haciendo recuento de casos que presentan una o varias cualidades de interés, para luego presentar esta información en algún gráfico representativo.

Para analizar la interrelación entre estas variables se cuenta por ejemplo con el método chi cuadrado, que permite establecer, si en la muestra se presenta una relación significativa entre las variables cualitativas. En este caso las hipótesis de contraste plantean que las variables cualitativas son independientes (no relacionadas) “H0” mientras la alternativa establece que las variables relacionadas “H1”. Estas pruebas se realizaron empleado software estadístico Infostat buscando establecer independencia entre pares de variables.

Por otro lado, para analizar si una variable cualitativa ordinal influye (X independiente) o explica el comportamiento de otra (Y dependiente) en el caso de variables cualitativas ordinales, de igual número de categorías o modalidades, se puede emplear el test Tau-b de Kendall (también en Infostat), que por un lado permite establecer la veracidad de la H0, con un determinado nivel de significancia, y por otro el valor del coeficiente de Kendall, que pueden variar de -1 a 1 , indicaría el grado de asociación entre las variables además del sentido de la relación, cuando las dos variables tienen el mismo número de categorías.

Las salidas del programa se presentan a continuación, sin modificaciones, resaltando en cada caso las celdas que permiten los análisis pertinentes. En los títulos 3.1., 3.2. y 3.3. se presentarán una tabla de doble entrada de frecuencias absolutas de parejas de variables indicadas, además del gráfico que resumen dicha información. También se incluyen las tablas Pruebas de chi-cuadrado y la de Medidas simétricas que se obtienen al procesar los datos con la herramienta específica del software mencionado.

Las interpretaciones de las mismas se realizarán de manera integral en el título 3.4. a fin de visualizar las relaciones estudiadas contrastando resultados con los esperados desde las hipótesis.

3.1 - Relación V1 / V2

Tabla 1. Tabla de contingencia MotivCodif * ResiCodif

		ResiCodif			Total
		Bajo	Medio	Alto	
MotivCodif	Baja	0	6	2	8
	Media	6	236	238	480
	Alta	1	79	698	778
Total		7	321	938	1266

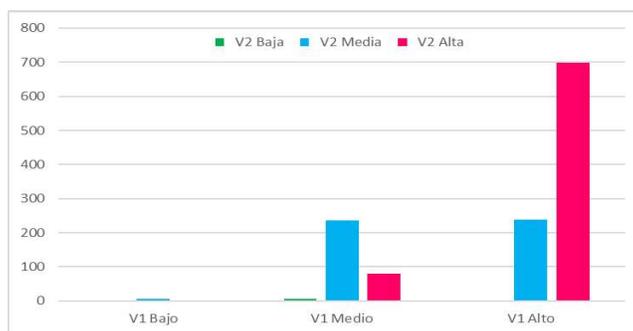


Gráfico 1. Frecuencias absolutas conjuntas V1 / V2

Tabla 2. Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	259,962(a)	4	,000
Razón de verosimilitudes	259,476	4	,000
Asociación lineal por lineal	253,542	1	,000
N de casos válidos	1266		

a 4 casillas (44,4%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es ,04.

Tabla 3. Medidas simétricas

		Valor	Error tıp. asint.(a)	T aproximada(b)	Sig. aproximada
Ordinal por ordinal	Tau-b de Kendall	,450	,025	15,843	,000
	Correlación de Spearman	,452	,026	18,035	,000(c)
Intervalo por intervalo	R de Pearson	,448	,025	17,800	,000(c)
N de casos válidos		1266			

a Asumiendo la hipótesis alternativa. b Empleando el error típico asintótico basado en la hipótesis nula. c Basada en la aproximación normal.

3.2 - Relación V1 / V3

Tabla 4. Tabla de contingencia ResiCodif * SatifCodif

		SatifCodif			Total
		Baja	Media	Alta	
ResiCodif	Bajo	1	2	4	7
	Medio	27	102	192	321
	Alto	21	146	771	938
Total		49	250	967	1266

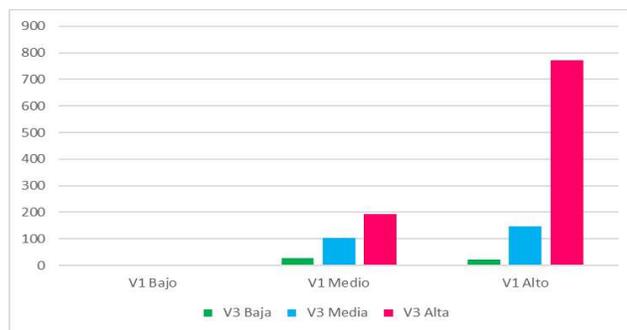


Gráfico 2. Frecuencias absolutas conjuntas V1 / V3

Tabla 5. Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	73,645(a)	4	,000
Razón de verosimilitudes	67,458	4	,000
Asociación lineal por lineal	71,725	1	,000
N de casos válidos	1266		

a 2 casillas (22,2%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es ,27.

Tabla 6. Medidas simétricas

		Valor	Error típ. asint.(a)	T aproximada(b)	Sig. aproximada
Ordinal por ordinal	Tau-b de Kendall	,232	,030	7,429	,000
	Correlación de Spearman	,237	,030	8,664	,000(c)
Intervalo por intervalo	R de Pearson	,238	,031	8,716	,000(c)
N de casos válidos		1266			

a Asumiendo la hipótesis alternativa. b Empleando el error típico asintótico basado en la hipótesis nula. c Basada en la aproximación normal.

3.3 - Relación V2 / V3

Tabla 7. Tabla de contingencia MotivCodif * SatifCodif

		SatifCodif			Total
		Baja	Media	Alta	
MotivCodif	Baja	5	2	1	8
	Media	38	161	281	480
	Alta	6	87	685	778
Total		49	250	967	1266

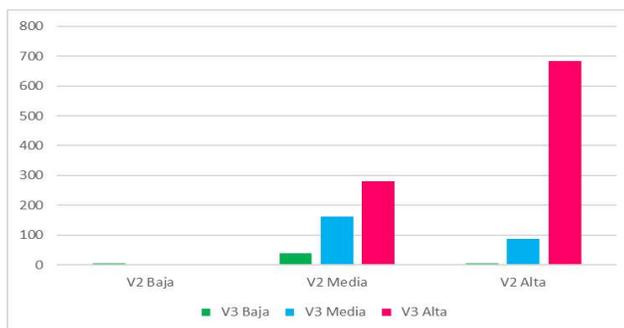


Gráfico 3. Frecuencias absolutas conjuntas V2 / V3

Tabla 8. Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	224,059(a)	4	,000
Razón de verosimilitudes	177,003	4	,000
Asociación lineal por lineal	176,629	1	,000
N de casos válidos	1266		

a 2 casillas (22,2%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es ,31.

Tabla 9. Medidas simétricas

		Valor	Error típ. asint.(a)	T aproximada(b)	Sig. aproximada
Ordinal por ordinal	Tau-b de Kendall	,353	,026	12,110	,000
	Correlación de Spearman	,359	,027	13,684	,000(c)
Intervalo por intervalo	R de Pearson	,374	,027	14,322	,000(c)
N de casos válidos		1266			

a Asumiendo la hipótesis alternativa, b Empleando el error típico asintótico basado en la hipótesis nula. c Basada en la aproximación normal.

3.4 - Resultados y consideraciones

En las tablas 2, 5 y 8 se resalta en amarillo los valores relevantes de la prueba Chi Cuadrado, en todos los casos se verifica que entre las variables estudiadas de a pares existe asociación y esta asociación no puede ser explicada por el azar. Los valores del estadístico de contraste (observado en Tabla 2 es $\chi^2=259,962$, en Tabla 5 es $\chi^2=73,645$, en Tabla 8 es $\chi^2=224,059$) contrastados con el valor crítico χ^2 (gl = 4), tienen asociada una probabilidad de 0. Puesto que esta probabilidad es menor que 0,05, se decide rechazar la hipótesis nula, concluyendo que existe una relación de dependencia entre las variables analizadas. De análisis conjunto de cada test chi cuadrado realizado para verificar relacione entre los pares de variables explicitados se concluye que, tal como se presuponía en el planteamiento inicial de la investigación, las variable V2 y V3 están relacionadas con la variable V1 y así mismo las variable V2 y V3.

En las tablas 3, 6 y 9 se resaltan los valores relevantes de la prueba Tau-b de Kendall, en todos los casos indican que existe una asociación entre los pares de variables estudiadas y que además esta relación es positiva. Los valores del coeficiente Tau b de Kendal (observado en Tabla 3 es $\tau=0,450$, en Tabla 6 es $\tau=0,232$, en Tabla 9 es $\tau=0,353$) tienen asociada una probabilidad de 0. Puesto que esta probabilidad es menor que 0,05, se concluye que entre las medidas ordinales existe una asociación positiva baja o media, es decir, que el valor de V2 aumenta al aumentar V1, también que el valor de V4 aumenta al aumentar tanto V1 como V2, siendo más intensa esta relación entre V1 y V2, siendo bajas las restantes correlaciones.

Es decir que las variables Satisfacción con la carrera y Resiliencia no son independientes, como no lo son Satisfacción con la carrera y Motivación de Logros. Con un 95% de confianza se puede afirmar que la Resiliencia y Motivación de Logros tienen una relación positiva moderada, y que habría una relación positiva baja entre Satisfacción con la carrera tanto con Resiliencia como con Motivación de Logros, siendo la correlación mas fuerte con la primera, tal como se esperaba inicialmente.

4 - Conclusiones y trabajos futuros

En instancias futuras, se podrían abordar estudios más exhaustivos, que escapan a los alcances de esta presentación, se podrían en tal caso verificar si estas relaciones se mantienen o varían dentro de

los subgrupos posibles de la base de datos, o bien, comprobar las correlaciones en grupos según género, por grupos cohorte, por edad, entre otras opciones. Esto podría, por ejemplo, permitir hacer comparaciones que definirían más ajustadamente los perfiles de resiliencia y de motivación de logros que se asocian a un mayor grado de satisfacción con la carrera elegida. Estas delimitaciones, realizadas parcialmente o de manera exploratoria, han sido tema de presentaciones de miembros del equipo de investigación.

La formación de los profesionales universitarios requiere de un esfuerzo integral de docentes y de los estudiantes en formación, esta tarea conjunta se ve afectada por el contexto en el cual está inmersa esta práctica, pero también está atravesada por realidades internas de cada sujeto en formación. La búsqueda del conocimiento del perfil de resiliencia, de motivación de logros y del grado de satisfacción con la carrera de nuestros estudiantes puede aportar al enriquecimiento de dichas prácticas y propiciar, en algunos casos, un mejoramiento en los índices de retención, entendiéndose que los resultados obtenidos en estas pruebas confirman el planteamiento teórico que daba inicio a la investigación, donde se asume que las emociones, las actitudes, las creencias y los comportamientos de los estudiantes están afectados por componentes actitudinales y motivacionales, como parte intrínseca de los individuos, puede afectar la satisfacción con la carrera elegida, y esto influir sobre la intención de persistir o no en ella.

Estos estudios dan cuenta de que, entre los estudiantes muestreados, los que se perciben altamente resilientes, tienen motivaciones de logro más positivas y están más satisfechos con la carrera elegida, evidenciando desde estos primeros años del trayecto de formación universitaria la adquisición de conductas y cogniciones que les permiten afrontar adecuadamente las problemáticas propias del nivel educativo, las que podrían a futuro ser valiosas en la práctica laboral.

Estos hallazgos, y los procedimientos empleados para arribar a ellos, proporcionan una base para futuras investigaciones y para la toma de decisiones en relación con las variables analizadas. Sería oportuno seguir profundizando en estas relaciones y considerar los resultados para mejorar la comprensión y abordaje de estos temas ampliando tal vez a todos los niveles de los trayectos académicos, replicando o adaptando los instrumentos de relevamiento de datos y las herramientas estadísticas de análisis, en otros contextos y con diferentes muestras para obtener resultados más generalizables.

Referencias

De León, G. A. D., Alvarez, Y. B., García, G. R. & Domínguez, D. R. R. (2015). Atribuciones causales de los alumnos del SUA Psicología acerca de su rendimiento escolar. *Revista Iberoamericana de Producción Académica y Gestión Educativa*, 2(4). <https://pag.org.mx/index.php/PAG/article/download/380/419>
Consultado 13/05/2022

Di Rienzo, J., Balzarini, M., Gonzalez, L., Casanoves, F., Tablada, M. & Walter Robledo, C. (2010). *Infostat: software para análisis estadístico*. <https://repositorio.catie.ac.cr/handle/11554/10346>

Durán-Aponte, E. & Pujol, L. (2013). Escala Atribucional de Motivación de Logro General (EAML-G): Adaptación y análisis de sus propiedades psicométricas. *Estudios Pedagógicos (Valdivia)*, 39(1), 83-97.
https://www.scielo.cl/scielo.php?pid=S0718-07052013000100005&script=sci_arttext Consultado 25/03/2022

Wagnild, G. M. & Young, H. M. (1993). Development and psychometric evaluation of the resilience scale. *Journal of Nursing Measurement*, 1, 165-178

Modelos DSGE (Equilibrio General Dinámico Estocástico). Resolución y Estimación con el programa Dynare

Fabris, Julio Eduardo
Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires (UBA)
jfabris88@yahoo.com.ar

Especialidad: Estadística Aplicada

Palabras Clave: Modelos Económicos, DSGE, Filtro de Kalman

Resumen

Los modelos DSGE (Dynamic Stochastic General Equilibrium), o sea Equilibrio General Dinámico Estocástico, son el estado del arte en el análisis y diseño de las políticas monetarias en la mayoría de los Bancos Centrales de todo el mundo. Si bien no son totalmente aceptados en el análisis macroeconómico en general, han conseguido un lugar privilegiado en este "nicho" y eso justifica su conocimiento por parte de los economistas matemáticos. Por otra parte, las innovaciones técnicas y de programación que se han desarrollado en el camino de su perfeccionamiento, bien pueden en el futuro ser adoptadas por otros enfoques de la disciplina.

En esta ponencia se presenta una versión simplificada de este tipo de modelos, más específicamente de una variedad inicial del mismo denominada modelo RBC (Real Business Cycle) o sea Ciclo Real de Equilibrio con el fin de introducir el enfoque y mostrar algunas de las técnicas de resolución utilizadas. Se aprovechará también para presentar un software gratuito desarrollado para resolver este tipo de modelos, llamado Dynare, que corre sobre el programa Matlab y también sobre su versión libre Octave.

Se desarrolla secuencialmente la resolución analítica del modelo, su resolución mediante el software y luego la estimación de los parámetros del mismo tanto por el método de Máxima Verosimilitud como por un método Bayesiano de Monte Carlo basado en Cadenas de Markov.

1 - Introducción

Los modelos DSGE (Dynamic Stochastic General Equilibrium), o sea Equilibrio General Dinámico Estocástico, son el estado del arte en el análisis y diseño de las políticas monetarias en la mayoría de los Bancos Centrales de todo el mundo. Si bien no son totalmente aceptados en el análisis macroeconómico en general, han conseguido un lugar privilegiado en este "nicho" y eso justifica su conocimiento por parte de los economistas matemáticos. Por otra parte, las innovaciones técnicas y de programación que se han desarrollado en el camino de su perfeccionamiento, bien pueden en el futuro ser adoptadas por otros enfoques de la disciplina.

En esta ponencia se presenta una versión simplificada de este tipo de modelos, más específicamente de una variedad inicial del mismo denominada modelo RBC (Real Business Cycle) o sea Ciclo Real de Equilibrio con el fin de introducir el enfoque y mostrar algunas de las técnicas de resolución utilizadas. Se aprovechará también para presentar un software gratuito desarrollado para resolver este tipo de modelos, llamado Dynare, que corre sobre el programa Matlab y su versión libre Octave.

Se desarrolla secuencialmente la resolución analítica del modelo, su resolución mediante el software y luego la estimación de los parámetros del mismo tanto por el método de Máxima Verosimilitud como por un método Bayesiano de Monte Carlo basado en Cadenas de Markov.

2 - Los modelos DSGE

Este linaje de modelos se inicia en los años 80 del siglo pasado, tomando como justificación la crítica de Lucas que sostiene que, bajo la hipótesis de expectativas racionales, los parámetros estimados a partir de un modelo econométrico no se mantendrían. La ocurrencia de cambios de política llevaría a los agentes a modificar sus comportamientos, a fin de adecuarse a la nueva realidad.

Debe recordarse que esta “revolución” de la macroeconomía que se inicia a partir a la crisis del keynesianismo tenía 3 pilares, a saber: Expectativas racionales, microfundamentos de los modelos y métodos dinámicos de optimización.

Un primer antecedente de importancia fue el modelo elaborado por Kydland y Prescott (1982) que dio origen a la escuela de los Ciclos Reales de Equilibrio. En su modelo los autores cumplían con las 3 premisas de la revolución de las expectativas racionales, lo cual hacía su modelo robusto a la crítica de Lucas. Sin embargo, la insistencia de estos teóricos en considerar a los ciclos como producidos esencialmente por variaciones (shocks) tecnológicas, no convenció al conjunto de la disciplina. Por otra parte, como consecuencia del ajuste de tipo walrasiano, o sea basado en el vaciamiento de los mercados, en los modelos RBC no tenía cabida el desempleo y se sostenía la dicotomía clásica, apareciendo el dinero como un simple numerario. Esto evidentemente chocaba con la evidencia empírica y no permitía la utilización del modelo para el diseño de políticas. En el límite, la recomendación de política del modelo era “no hacer política económica”, dado el ajuste óptimo planteado.

Los economistas keynesianos, eclipsados durante esa década por la nueva escuela, adoptaron los avances metodológicos, pero introduciendo “rigideces” de precios y de salarios, que alteraron la pureza del modelo, brindándole en cambio resultados más realistas y la posibilidad de su utilización para el diseño y análisis de políticas, especialmente monetarias.

Es así que surgen los llamados modelos Nuevo Keynesianos, de los cuales Smets y Wouters (2007) es un ejemplo paradigmático. Estos modelos incorporan una curva de Phillips y mercados de competencia monopolística, así como rigideces de precios y de hábitos de consumo que impiden el vaciamiento instantáneo de los mercados.

En nuestra ponencia presentaremos un modelo RBC, a los efectos de simplificar el análisis. El acento estará puesto en la metodología de resolución y estimación.

3 - Presentación del modelo

El modelo que se presenta es un modelo RBC básico, ampliamente utilizado en la literatura. Una versión del mismo se presenta en Fernández-Villaverde (2010), uno de los principales difusores de la metodología, y también en Escudé (2009)

En el mismo, los consumidores (o indistintamente las familias) maximizan una función de utilidad cuyos argumentos son el consumo c_t y el ocio, donde $(1-l_t)$ indica el tiempo l_t de trabajo, en los distintos períodos según el índice temporal t y considerando un factor de descuento temporal β . El parámetro ψ indica la importancia de uno y otro argumento en la conducta del consumidor.

$$\max_{c_t; l_t} E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln c_t + \psi \ln(1-l_t)] \quad (1)$$

Esta optimización en la que el consumidor elige c_t y l_t está sujeta a la restricción presupuestaria dada por

$$c_t + k_{t+1} = w_t l_t + r_t k_t + (1-\delta)k_t \quad (2)$$

Donde k_t es el stock de capital, w_t el salario real, r_t la tasa de interés real o costo del capital y δ es la tasa de depreciación del capital.

Despejando el consumo de la ecuación (2) y reemplazando en la ecuación (1) obtenemos una reformulación del problema:

$$\max_{k_t; l_t} E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln(w_t l_t + (1+r_t-\delta)k_t - k_{t+1}) + \psi \ln(1-l_t)] \quad (3)$$

Derivando (3) con respecto a k_{t+1} y l_t e igualando a cero, obtenemos las condiciones de primer orden:

$$\frac{1}{c_t} = \beta E_t \left[\frac{1}{c_{t+1}} (1+r_{t+1}-\delta) \right] \quad (4)$$

$$w_t = \psi \frac{c_t}{(1-l_t)} \quad (5)$$

La ecuación (4) es dinámica y es conocida como la Ecuación de Euler. Captura la disyuntiva entre el consumo presente y el futuro dada la tasa de interés real. La ecuación (5) presenta la elección entre ocio y consumo, en función del salario tomado como dado.

Si bien suponemos mercados de competencia perfecta adoptamos una empresa representativa cuya función de producción es:

$$y_t = k_t^\alpha (e^{z_t} l_t)^{1-\alpha} \quad (6)$$

Donde y_t es la producción, e^{z_t} es un factor de eficiencia tecnológica, cuya magnitud depende de la variable exógena z_t y k_t y l_t son el capital y el trabajo, respectivamente.

El problema de la empresa representativa se plantea como la maximización del beneficio dados los precios del capital y el trabajo. En el contexto de competencia perfecta (beneficio nulo) y eficiencia paretiana, dichos precios de los factores igualarán a sus productos marginales, por lo que:

$$r_t = \frac{\partial y_t}{\partial k_t} = \alpha k_t^{\alpha-1} (e^{z_t} l_t)^{1-\alpha} \quad (7)$$

$$\frac{\partial y_t}{\partial l_t} = w_t = (1-\alpha) k_t^\alpha (e^{z_t})^{1-\alpha} l_t^{-\alpha} \quad (8)$$

Estos valores de las variables r_t y w_t pueden reemplazarse entonces en (4) y (5) que quedan:

$$\frac{1}{c_t} = \beta E_t \left[\frac{1}{c_{t+1}} (1 + \alpha k_{t+1}^{\alpha-1} (e^{z_{t+1}} l_{t+1})^{1-\alpha} - \delta) \right] \quad (9)$$

$$\psi \frac{c_t}{(1-l_t)} = (1-\alpha) k_t^\alpha (e^{z_t})^{1-\alpha} l_t^{-\alpha} \quad (10)$$

La variable exógena z_t la supondremos siguiendo un proceso autorregresivo de orden 1, con una perturbación aleatoria normal ε_t un coeficiente de persistencia

$$z_t = \rho z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (11)$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma) \quad (12)$$

Definimos la variable de inversión \hat{i}_t que incrementa el capital y cubre la depreciación:

$$\hat{i}_t = k_{t+1} - k_t + \delta k_t \quad (13)$$

Finalmente agregamos la ecuación que indica que la producción se distribuye entre el consumo y la inversión.

$$y_t = c_t + \hat{i}_t \quad (14)$$

El modelo queda finalmente definido de la siguiente manera:

Variables endógenas: y_t ; c_t ; k_t ; \hat{i}_t ; l_t ; z_t

Variable endógena: ε_t

Parámetros: α ; β ; ρ ; σ ; δ ; ψ

Ecuaciones del modelo: (6); (9); (10); (11); (13) y (14)

$$y_t = k_t^\alpha (e^{z_t} l_t)^{1-\alpha} \quad (6)$$

$$\frac{1}{c_t} = \beta E_t \left[\frac{1}{c_{t+1}} (1 + \alpha k_{t+1}^{\alpha-1} (e^{z_{t+1}} l_{t+1})^{1-\alpha} - \delta) \right] \quad (9)$$

$$\psi \frac{c_t}{(1-l_t)} = (1-\alpha) k_t^\alpha (e^{z_t})^{1-\alpha} l_t^{-\alpha} \quad (10)$$

$$z_t = \rho z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (11)$$

$$\hat{i}_t = k_t - k_{t-1} + \delta k_{t-1} \quad (13)$$

$$y_t = c_t + \hat{i}_t \quad (14)$$

Como se ve, son 6 ecuaciones con 6 incógnitas, aunque algunas de las ecuaciones son no lineales, lo cual puede hacer dificultoso realizar la resolución del modelo.

El primer paso es dar valores a los parámetros (tomándolos de la bibliografía especializada o de estudios econométricos)

Luego se debe encontrar el llamado “estado estacionario”, o sea hacia el que tiende el modelo en el largo plazo.

El trabajo con estos modelos es analizar los apartamientos del estado estacionario debidos a un shock externo. Este estado estacionario es una situación óptima del modelo (las ecuaciones son condiciones de primer orden) y en general, a pesar de su nombre, se trata de un punto de ensilladura.

4 - Resolución del modelo

Para poder resolver el modelo, esto es encontrar los valores de las variables en el estado estacionario, se necesita determinar los valores de los parámetros, a saber α , β , δ , ρ , ψ y el error estándar de ε .

Si se parámetros toman estos valores de la bibliografía especializada o de estudios econométricos, a este paso se le denomina Calibración. Hecho esto se pasa a la resolución del modelo.

Los valores que se considerarán en este ejercicio serán:

$$\alpha = 0.33 \quad ; \quad \beta = 0.99 \quad ; \quad \delta = 0.023 \quad ; \quad \psi = 1.75$$

$$\rho = 0.95 \quad ; \quad \text{Var}(\varepsilon) = (0.007 / (1 - \alpha));$$

En la resolución del modelo, esencialmente se trata de eliminar los subíndices temporales (se entiende que en el largo plazo las variables mantienen sus valores) y las esperanzas y de fijar el valor 0 para los shocks (en este caso hay uno sólo). El modelo así modificado se puede resolver mediante un álgebra complicada o alternativamente se pueden proporcionar valores aproximados para que el propio programa Dynare lo haga mediante métodos numéricos como el de Newton Raphson y otros, ver Griffoli (2007) y Fabris (2017).

Si resolvemos el álgebra en forma exacta los valores del estado estacionario serían:

$$y = 1.0301 \quad ; \quad c = 0.793902 \quad ; \quad k = 10.2696 \quad ; \quad i = 0.236201$$

$$l = 0.331892 \quad ; \quad z = 0$$

La resolución del programa, a partir de valores aproximados encuentra los mismos valores. La salida del programa proporciona bastante información, entre la que cabe destacar los autovalores del

sistema en su versión matricial, para los cuales debe verificarse la condición de Blanchard y Kahn (1980), de que haya tantos autovalores mayores que 1 como variables adelantadas tenga el modelo (en nuestro caso, k_{t+1} , c_{t+1} y l_{t+1}). Ver la Tabla 1.

Tabla 1 Autovalores del sistema en forma matricial

EIGENVALUES:		
Modulus	Real	Imaginary
0.95	0.95	0
0.9514	0.9514	0
1.062	1.062	0
Inf	Inf	0
Inf	Inf	0

Por otra parte, grafica las funciones de impulso respuesta debidas a un shock unitario (un desvío estándar) de la variable exógena (z en nuestro caso) Ver Gráfico 1.

Es posible pedir también que, incorporando la acción de los shocks, se realice una simulación de algunas variables, de modo de constatar que el modelo replica una economía realista. En nuestro caso hemos indicado la simulación de las variables y_t y c_t . Ver Gráfico 2.

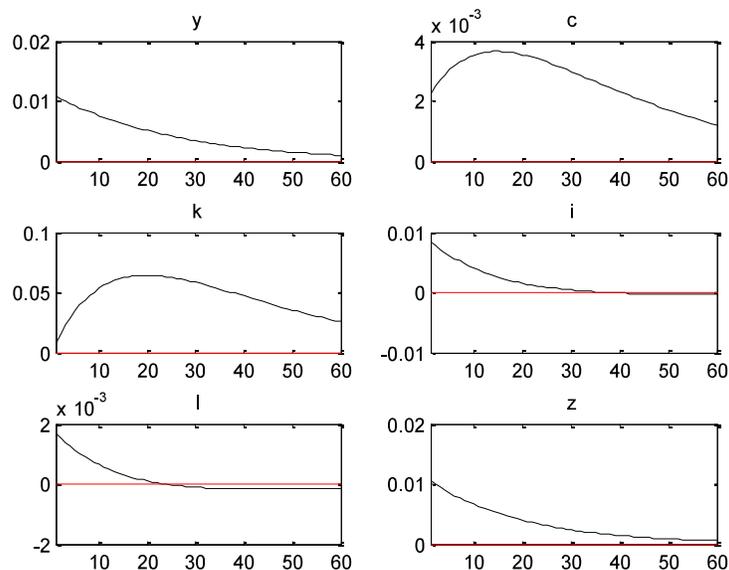


Gráfico 1 – Funciones de Impulso Respuesta debidas a un shock unitario de la variable exógena

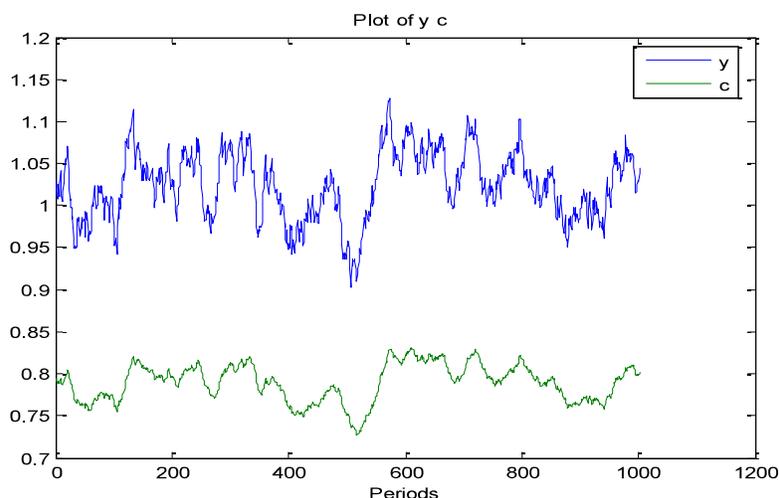


Gráfico 2 – Datos simulados del consumo y el producto

5 - Estimación del modelo por Máxima Verosimilitud

Si se dispone de series históricas de las variables del modelo, se puede estimar los parámetros que antes se habían calibrado. La estimación se realiza mediante el Filtro de Kalman, herramienta de amplia difusión en muchas disciplinas y que permite el planteo de modelos llamados de “espacios de estado” (ver Fabris y Macaya - 2004).

Hay algunas limitaciones para este procedimiento porque sólo se pueden utilizar tantas variables como shocks incluya el modelo. Eso ha llevado a muchos practicantes a la inclusión no justificada de muchos shocks. En nuestro caso, por tener una única variable de shock (z_t), sólo utilizaremos la variable y_t para la estimación. Recordando que la serie de datos a utilizar ha sido obtenida por simulación basada en los parámetros adoptados, no esperamos que las estimaciones difieran demasiado de los utilizados en la calibración.

La estimación puede realizarse ya sea por Máxima Verosimilitud como mediante el método Bayesiano.

Tabla 2 – Salida de la estimación por Máxima Verosimilitud

```

RESULTS FROM MAXIMUM LIKELIHOOD
parameters
      Estimate      s.d. t-stat
|
      alpha  0.3672  0.2425  1.5138
      beta   0.9823  0.0489 20.1038
      delta  0.0319  0.0310  1.0283
      psi    1.7468  4.8785  0.3581
      rho    0.9520  0.0112 84.9092
standard deviation of shocks
      Estimate      s.d. t-stat
      e    0.0120  0.0013  9.4416
Total computing time : 0h00m12s

```

La salida reporta también, entre otros resultados, el tiempo de computación (12 segundos) que demandó la estimación, que en este caso debió ejecutar 24 iteraciones.

Como ya se dijo, dada la forma en que se obtuvo la serie de producto, la estimación de los parámetros toma valores aproximados a los propuestos en la calibración.

6 - Estimación Bayesiana del modelo

Es posible también realizar una estimación bayesiana de los parámetros. El enfoque Bayesiano propone tomar en cuenta la información (a menudo subjetiva) que se pueda tener sobre los parámetros a estimar antes de tomar en cuenta a los datos. Es por eso que es diferente la interpretación de las probabilidades respecto de la interpretación del enfoque frecuentista o clásico.

Mientras los clásicos fundamentan la probabilidad en la frecuencia observada de los acontecimientos, los Bayesianos consideran que representa la incertidumbre, que es en gran medida subjetiva. Mientras los clásicos tratan a los parámetros θ como constantes fijas pero desconocidas, los Bayesianos los toman como variables aleatorias y les asignan una densidad probabilística a priori que luego es corregida al tomar en cuenta los datos.

La estimación Bayesiana puede verse, por una parte, como un puente entre la calibración y la estimación por Máxima Verosimilitud ya que en ella se reemplaza la calibración de los parámetros por la especificación de una densidad a priori de los mismos, que luego se modifica al calcularse la densidad a posteriori considerando los datos empíricos disponibles.

En otro sentido, la estimación por Máxima Verosimilitud puede interpretarse como un caso límite de la estimación Bayesiana en que la densidad a priori es nada informativa.

En el programa a resolver para este caso, se debe proponer la distribución a priori de los parámetros.

En nuestro caso se estipularon densidades beta para cuatro de los parámetros α , β , δ y ρ , ya que se trata de parámetros que según la teoría deberían estar entre 0 y 1, entonces se postula la distribución beta, que tiene soporte en ese rango. Para ψ se postula una distribución gamma y para el error estándar de e una gamma invertida (tipo1). Ver la Tabla 3.

Tabla 3 – Distribuciones a priori de los parámetros

Parámetro	Distribución	Parámetros
α	beta_pdf	0.35, 0.02
β	beta_pdf,	0.99, 0.002
δ	beta_pdf,	0.025, 0.003
ψ	gamma_pdf,	1.75, 0.02
ρ	beta_pdf,	0.95, 0.05;
std.err(ϵ)	inv_gamma_pdf	0.01, Inf;

En la parte de la resolución, además de instrucciones técnicas para implementar las Cadenas de Markov de Monte Carlo, se pide la realización de cuadros y gráficos que reflejen la distribución a priori y a posteriori.

Tabla 4 – Salida de la estimación Bayesiana, con datos de las distribuciones a priori y posteriori

```

ESTIMATION RESULTS
Log data density is 616.603916.

parameters
      prior mean  post.mean  conf.interval  prior pstdev
alpha  0.350     0.3328   0.3155  0.3477  beta  0.0200
beta   0.990     0.9892   0.9858  0.9929  beta  0.0020
delta  0.025     0.0252   0.0206  0.0295  beta  0.0030
psi    1.750     1.7467   1.7151  1.7805  gamm  0.0200
rho    0.950     0.9653   0.9385  0.9985  beta  0.0500
    
```

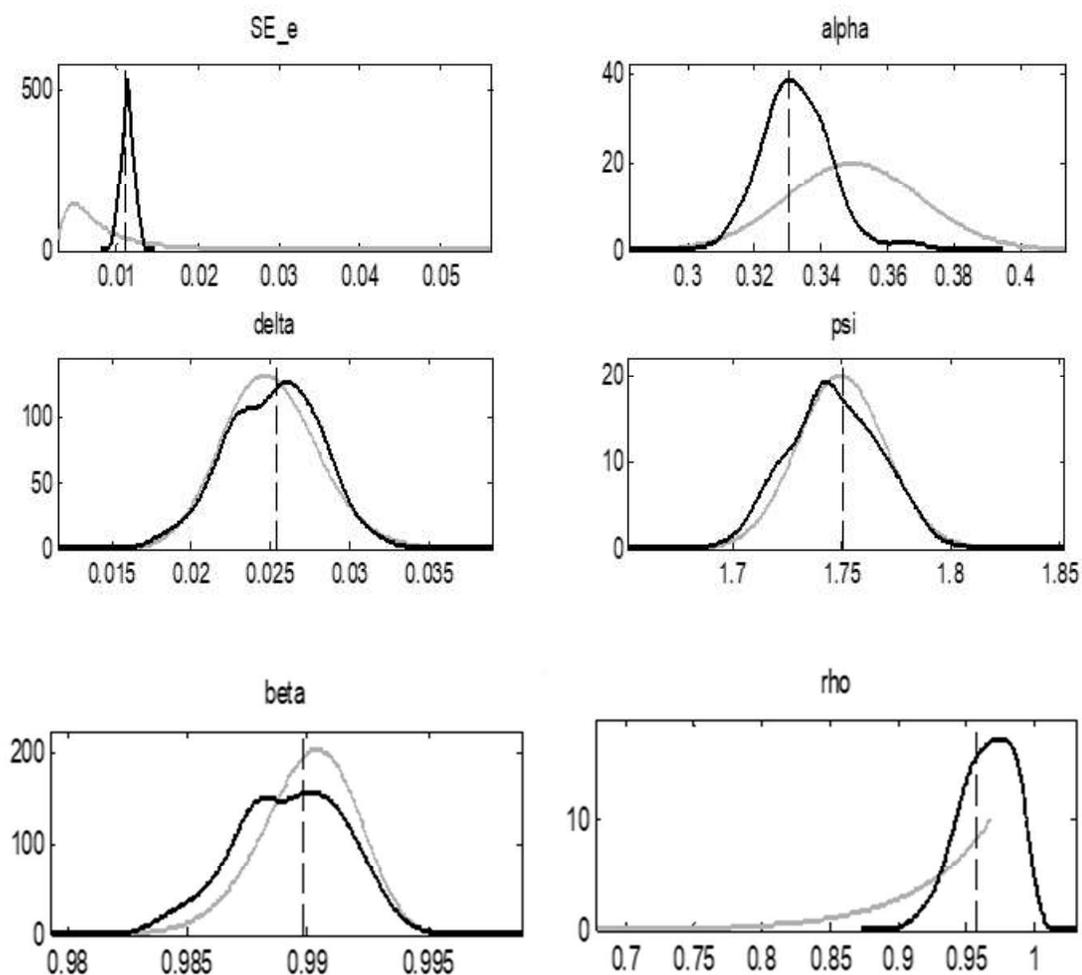


Gráfico 3 – Distribuciones a priori y posteriori de los parámetros

En los gráficos puede verse que hay variaciones importantes en varios de los parámetros entre las distribuciones a priori y a posteriori, modificación que debe atribuirse a la información proporcionada por los datos.

7 - Conclusiones

La disponibilidad de un programa como Dynare, de acceso libre y gratuito, ha abierto el camino para el desarrollo de estos modelos. De hecho, la evolución de los modelos RBC a los actuales modelos Nuevo Keynesianos, con el agregado de muchas variables y shocks ha sido facilitada enormemente por la disponibilidad de estas metodologías.

8 - Futuros trabajos

En este trabajo se han dado los fundamentos de la resolución de los modelos DSGE y se ha trabajado con la versión más sencilla y limitada de los mismos, los modelos del Ciclo Real de Equilibrio. Como ya se mencionó, estos modelos fueron el paso inicial para el desarrollo de una amplia gama de modelos conocidos como modelos Nuevo-Keynesianos, que agregan una gran cantidad de variables y mecanismos para introducir el sector monetario y la acción de los reguladores para implementar políticas antiinflacionarias.

A futuro se abordará la resolución de los mismos, que permitan una interpretación realista de los resultados.

Referencias

Blanchard, O. J. y Kahn, Ch. M. (1980) The solution of linear difference models under rational expectations, *Econometrica*, Vol. 48, No. 5, July.

Escudé, G. (2009) Modelos de Equilibrio General Dinámico y Estocástico (EGDE): una introducción. En Chisari, O. (Ed.) *Progresos en Economía Computacional*, Editorial Temas, Buenos Aires

Fabris, J. (2017) Resolución de modelos DSGE (Dynamic Stochastic General Equilibrium) con el programa DYNARE. Presentación en las XVII Jornadas de Tecnología Aplicada a la Educación Matemática Universitaria, FCE – UBA, Buenos Aires

Fabris, J. y Macaya, A. (2004) Análisis de Series Financieras utilizando Modelos de Espacio de Estados, Quintas Jornadas Actuariales, FCE – UBA, Buenos Aires

Fernández-Villaverde, J. (2010). The econometrics of DSGE models, *SERIEs*, 1(1-2), 3-49.

Griffoli, Tommaso Mancini (2007). *Dynare v4 - User Guide*, https://archives.dynare.org/documentation-and-support/user-guide/Dynare-UserGuide-WebBeta.pdf/at_download/file.

Kydland F.E., Prescott E.C. (1982) Time to build and aggregate fluctuations, *Econometrica*, 50:1345–1370

Smets F. y Wouters R. (2007) Shocks and frictions in US business cycles: a Bayesian DSGE approach. *American Economic Review*, 97:586–606

Eje temático:

Educación Matemática

Problemas integradores para potenciar el aprendizaje de matemática en contexto

Schneeberger, Marino – Blanco, Mariana - Domínguez, Fernando Yusef
Facultad de Ciencias Económicas. Universidad Nacional de Entre Ríos
marino.schneeberger@uner.edu.ar - mariana.blanco@uner.edu.ar
fernandoyusef.dominguez@uner.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Análisis, Tipos de problemas, Sistematización, Categorización, Elaboración de instrumentos.

Resumen

Si bien existe variada bibliografía respecto de las aplicaciones de la matemática en la resolución de problemas propios del campo de las ciencias económicas y de la administración, no siempre la misma se encuentra organizada respecto de los diferentes niveles de complejidad correspondientes a los distintos temas que se trabajan en un nivel de formación básico en el área, tanto de los contadores como también de los futuros economistas y profesionales de la administración y gestión en general. Tampoco resulta frecuente que los problemas que se plantean integren varios o, de ser posible, la totalidad de los temas tratados en un determinado módulo. Es por este motivo, que el presente trabajo de investigación propone hacer un relevamiento y un análisis bibliográfico de lo existente y, a partir de ello, organizarlo, sistematizarlo, categorizarlo y elaborar nuevos instrumentos problematizadores que resulten más abarcativos e integradores de los diferentes contenidos abordados, fundamentalmente de aquellos que forman parte del ciclo básico de estas formaciones, con su correspondiente implementación en el aula y evaluación de resultados. Se pretende, finalmente, elaborar un material bibliográfico que incluya todo lo producido, aplicado y evaluado, con la finalidad de contar con instrumentos que puedan ser empleados durante el desarrollo de las clases en las diferentes asignaturas que abarca el proyecto, el cuál sea además puesto a disposición de todos aquellos docentes de diferentes instituciones. Se presentan en el trabajo el planteo general del proyecto y los avances realizados hasta el momento.

1 - Introducción

Durante muchos años se estableció una diferencia podría decirse taxonómica, entre lo que se entendía y consideraba como economía discursiva (aquella parte del razonamiento económico establecido mediante el lenguaje natural) y economía matemática (entendida como la otra parte del razonamiento económico que emplea el lenguaje y la lógica de la matemática en su desarrollo).

En pleno siglo XXI esta manera de enfocar la cuestión se encuentra claramente desfasada, dado que cualquiera que practica la disciplina económica no tiene otra alternativa que recurrir a la aplicación de herramientas matemáticas, aunque más no sea una simple representación gráfica.

Un profesional del campo de las ciencias económicas que no maneje con cierta solvencia lenguaje y herramientas matemáticas se verá relegado a consultar sólo una parte de la literatura existente en su campo.

El campo económico y empresarial es muy complejo, dado que cualquier fenómeno que se analice está determinado por una red de variables. Basta considerar, a modo de ejemplo, la demanda de un bien del mercado, que dependerá de muchos factores tales como las variaciones en su precio, variaciones del precio de bienes relacionados, modificaciones en la renta de los consumidores, entre otros.

Por este motivo la alternativa es siempre tratar de simplificar el análisis considerando sólo aquellas variables que influyen de modo más directo y con mayor relevancia sobre el fenómeno considerado, es decir, las que se consideran de mayor peso relativo en la explicación del fenómeno objeto de estudio. Se trata, en definitiva, de modelizar aunque sea de una forma simple el problema empleando herramientas matemáticas, con la finalidad de dar lugar a un modelo económico-matemático que facilite el análisis y la eventual resolución del problema de la manera más objetiva posible, evitando ambigüedades que eventualmente podrían tergiversar las conclusiones a las que se arribe.

Entre las principales ventajas del uso de las matemáticas en el campo de las ciencias económicas pueden mencionarse, entre otras varias, las siguientes:

- Constituyen un lenguaje más preciso que el lenguaje discursivo normal, contribuyendo con mayor rigor lógico a la naturaleza acumulativa del conocimiento y a desarrollos analíticos innovadores, sintéticos y a la vez generales.
- La matemática obliga a explicitar de manera clara y sin ambigüedades las hipótesis de partida, erradicando posibles contradicciones, consecuencia de diferentes interpretaciones que pueden deducirse del lenguaje común.
- Permite la utilización de una amplia gama de técnicas y teorías disponibles que ayudan al razonamiento económico.

Por otro lado, también pueden citarse las principales críticas que se hacen al uso de las matemáticas, entre las cuales se encuentran las siguientes:

- Las matemáticas no conforman el lenguaje materno de los economistas, por lo tanto, pueden llevar a problemas de comunicación entre economistas discursivos y economistas matemáticos.
- Algunos axiomas de la economía matemática no se corresponden con el comportamiento del mundo real.
- Algunos aspectos económicos no son naturalmente cuantitativos.
- La traducción del discurso económico sostenido en el lenguaje natural de las matemáticas puede ser simplista, a pesar de la estricta equivalencia entre símbolos matemáticos y lenguaje coloquial proclamado por autores como Samuelson o Stigler.

Quizás todas estas consideraciones son las que inciden en los diferentes tipos de problemas o modelizaciones medianamente simples que aparecen, de manera bastante común, en los diferentes textos de uso corriente.

Se pretende, mediante la ejecución del presente trabajo, tomar la mayoría de los enfoques de las diferentes propuestas, categorizarlas, sistematizarlas por temas y por orden de complejidad y, a partir de esto, enriquecerlas formulando otras que resulten un aporte con un mayor nivel de integración para ser aplicadas en el aula y evaluar resultados.

2 - Hipótesis o Justificación

La observación, selección y uso que generalmente se hace de los problemas propuestos por los diferentes textos de consulta habitual permite afirmar que estos problemas están planteados por temas específicos, con cierto gradualismo en lo que refiere a su complejidad, pero muy pocas veces se encuentran problemas cuyo planteo lleve a integrar varios contenidos, posibilitando al estudiante tener una mirada más compleja acerca de determinada cuestión relacionada con su área de formación profesional específica.

Es por este motivo que se propone, luego de analizar, relevar y categorizar por temas algunos problemas contenidos en distintos libros, formular problemas originales que resulten potentes para lograr una visión más integrada de los estudiantes acerca de situaciones cuyo análisis, planteo y solución así lo requieran.

Se trata de una investigación básicamente bibliográfica, pero además, y en función de los resultados que se logren, puede considerarse también aplicada, dado que se pretende generar instrumentos para ser empleados en el ejercicio profesional docente cotidiano, con la finalidad de lograr mejores resultados de parte de los estudiantes.

3 - Objetivo general

Realizar un relevamiento de los diferentes tipos de problemas que contienen los libros existentes de uso corriente de matemática aplicada al área de las ciencias económicas, administrativas y de negocios y, a partir del análisis de los mismos, seleccionar aquellos que se consideren más pertinentes, caracterizarlos según orden de complejidad, y elaborar nuevos instrumentos que sean más integradores de los diferentes temas para aplicarlos en las clases y evaluar los resultados obtenidos por los estudiantes, culminando este proceso con una publicación que pueda tener la más amplia difusión.

4 - Metodología para alcanzar los objetivos

Se trata de una investigación bibliográfica, de carácter exploratorio, descriptivo y de indagación acerca de materiales ya existentes, si se consideran las fuentes a tener en cuenta en el desarrollo de la misma, las cuales son básicamente la bibliografía existente de uso más habitual en el tratamiento de los diferentes temas de Matemática vinculados a las carreras destinadas a formar profesionales en el área de las ciencias económicas y de la administración. A partir de este análisis se trabajará sobre la elaboración de situaciones problemáticas integradoras de diferentes contenidos de la disciplina, que permitan a los

estudiantes tener una visión más holística de los temas que, en la mayoría de las ocasiones, se desarrollan y aplican de manera aislada, a medida que se avanza con el abordaje de los distintos contenidos. El resultado aspira a contribuir a que los estudiantes puedan visualizar, a medida que transcurren en el cursado de las diferentes materias o asignaturas del área matemática, de qué modo los contenidos se van integrando a los anteriores y de esta manera visualizar de un modo más compacto las aplicaciones en su campo de formación profesional específico, lo que les permitirá la resolución de problemas diversos. Atendiendo a esto puede considerarse también como una investigación aplicada.

Se considerarán como variables, además de otras que eventualmente puedan surgir sobre la marcha del proceso investigativo, las siguientes:

- Diferentes tipos de ejercicios y problemas encontrados para cada tema específico.
- Distintos tipos de ejercicios y problemas que integren más de un contenido específico.
- Características de las diversas consignas que aparecen en los textos vinculadas a cada uno de los temas.
- Tipos de situaciones propuestas, si existiesen en los libros que se consulten, como herramientas de autoevaluación de los contenidos trabajados.
- Grado de coherencia y/o pertinencia entre el nivel de desarrollo teórico y el grado de dificultad de las actividades prácticas propuestas.

5 - Plan de actividades

- 1- Realizar la búsqueda y el análisis de bibliografía específica, referida a matemáticas aplicadas a la economía y a la administración.
- 2- Elaborar el marco teórico del trabajo en base a estos aportes escritos, como así también a entrevistas con especialistas que trabajen estas cuestiones y empleen este tipo de instrumentos como recurso metodológico-didáctico, como asimismo a aportes propios de la experiencia de los integrantes del equipo de investigación.
- 3- Analizar los instrumentos de uso más frecuente empleados hasta el momento para ilustrar y aplicar los contenidos desarrollados y, en base a los resultados logrados con los mismos, desarrollar nuevos instrumentos que resulten más integradores y apropiados para potenciar las aplicaciones de los diferentes contenidos matemáticos desarrollados en el campo de las ciencias económicas y de la administración.
- 4- Validar y aplicar estos instrumentos a todos los estudiantes que cursen las asignaturas Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas, Cálculo II y Matemática para Economistas.
- 5- Organizar los resultados obtenidos, efectuando un análisis estadístico de los mismos con la finalidad de comparar resultados alcanzados.
- 6- Extraer conclusiones y realizar recomendaciones para futuras investigaciones que puedan surgir vinculadas a la temática, culminando con la redacción del informe final.

- 7- Divulgar en reuniones de departamento y en diferentes eventos científicos y de educación matemática los resultados obtenidos, con la finalidad de enriquecerlos en base a los aportes recibidos en estas instancias.

6 - Avances en el proceso de investigación

Se muestra a continuación el instrumento diseñado y utilizado para realizar el relevamiento bibliográfico y, a modo de ejemplo, algunos de los problemas elaborados.

Sección 1 de 6

Análisis de problemas propuestos en la bibliografía

Formulario destinado a sistematizar la información sobre la bibliografía disponible para el PID 2023

Datos del Libro
Descripción (opcional)

Ator (es) y Nombre del Libro *
Texto de respuesta corta

El libro corresponde a la bibliografía de: *

Álgebra aplicada a las Ciencias Económicas

Matemática para Economistas y Cálculo II

Sección 2 de 6

Análisis de la propuesta del capítulo ✕ ⋮

Análisis sobre la propuesta de Ejercicios y problemas

Tema del capítulo *
Colocar el tema del capítulo que se trata en la asignatura. Si el capítulo no trata un tema de la asignatura NO SE DEBE REALIZAR el análisis.

Texto de respuesta corta
.....

Cantidad total de ejercicios y problemas propuestos en el capítulo *

Texto de respuesta corta
.....

Cantidad de Ejercicios matemáticos *
Contar en las prácticas correspondientes a los capítulos de interés para la materia

Texto de respuesta corta
.....

¿Presenta problemas de aplicación? *

Sí

No

Sección 3 de 6

Análisis de Problemas propuestos en el capítulo ✕ ⋮

Análisis sobre la propuesta de problemas de aplicación

Cantidad de problemas de aplicación *

Texto de respuesta corta

Cantidad de temas que se incluyen en la resolución de los problemas *

sólo un tema

hasta 2 temas

hasta 3 temas

más de 3 temas

Grado de pertinencia *

	1	2	3	
Bajo	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Alto

Nivel de contextualización *

	1	2	3	
Bajo	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Alto

Claridad *

	1	2	3	
Para nada claro	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Muy claro

Originalidad

	1	2	3	
Poco original	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Muy original

Sección 4 de 6

Autoevaluaciones ✕ ⋮

Descripción (opcional)

¿Se propone actividad o ejercicios de autoevaluación? *

Sí

No

Sección 5 de 6

Análisis de las propuestas de Autoevaluación ✕ ⋮

Descripción (opcional)

Pertinencia *

	1	2	3	
Baja	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Alta

Complejidad *

	1	2	3	
Baja	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Alta

Sección 6 de 6

Finalizó el análisis del capítulo ✕ ⋮

Descripción (opcional)

7 - Conclusiones

Hasta el momento se ha podido realizar el análisis, en diferentes textos, de algunos de los temas que habitualmente se desarrollan en un curso de Álgebra Aplicada y de Cálculo Aplicado.

Se ha constatado, tal como estaba previsto en la hipótesis del trabajo de investigación, que los libros contienen muchos problemas de aplicación, pero referidos, generalmente, a temas aislados, no pudiendo de esta manera integrar la mayoría de los abordados hasta el momento en el curso

correspondiente en el planteo y resolución de un problema integrador de contenidos tratador con anterioridad.

A modo de ejemplo de lo hasta aquí desarrollado por el equipo, se han seleccionado para mostrar en este trabajo, dos de los problemas diseñados de manera tal que permitan integrar, de manera explícita y clara, varios de los temas trabajados hasta el momento de abordar el contenido específico.

A tal efecto, se seleccionó un tema del módulo de álgebra lineal, tal como lo son las ecuaciones matriciales, y uno correspondiente al curso de cálculo multivariado, que es la optimización sujeta a restricciones de funciones económicas.

Si bien los problemas elaborados no parecen en principio totalmente innovadores, si lo son si se considera la manera de formular los mismos y la explicitación planteada en cada una de las consignas cuyas soluciones parciales posibilitan obtener la solución al problema planteado, haciendo notar claramente todos los contenidos involucrados que han sido desarrollados previamente, casi desde el inicio del curso.

a) Problema de ecuaciones matriciales

Una fábrica automotriz posee tres etapas de ensamblado. En cada una de ellas se desarrollan partes diferentes de dos modelos de autos, uno de tipo familiar y el otro de alta gama. Las horas necesarias de trabajo de mano de obra especializada se encuentra descripta en la tabla 1, en tanto que los montos en miles de unidades monetarias que los operarios de cada etapa deben cobrar por hora se detallan en la tabla 2.

TABLA 1

	Modelo Familiar	Alta Gama
Etapa 1	4	6
Etapa 2	1	5
Etapa 3	3	2

TABLA 2

	Operarios de Pulido y Detalles	Ingenieros	Operarios de Ensamblado
Modelo Familiar	1	2	1
Alta Gama	3	2	3

Durante el mes de febrero se invirtió en los sueldos de los operarios de pulido y detalles un total de 464 mil u.m., 312 mil u.m. para los ingenieros y 208 mil u.m. para los operarios de ensamblado.

Encuentre, aplicando dos procedimientos diferentes, la cantidad de operarios que se desempeñaron durante el mes de febrero en la fábrica en cada una de las actividades.

De esta manera, una primera forma de llegar a la solución consiste en plantear y resolver un sistema de ecuaciones lineales, y la segunda deberá hacerse expresando el sistema en su forma matricial y resolviendo la ecuación matricial obtenida.

La resolución de este problema así formulado requiere aplicar, en forma ordenada y gradual, los siguientes contenidos del módulo de álgebra lineal: vectores, matrices, operaciones entre las mismas, operaciones elementales entre filas o renglones, método de Gauss, determinantes y ecuaciones matriciales. De este modo el estudiante tiene la posibilidad efectiva de ir revisando e integrando la totalidad

de los temas abordados en este módulo, desde el primero hasta el último, para concluir con la solución e interpretación del problema.

b) Problema de optimización de funciones económicas con restricciones o ligaduras

Una fábrica produce transformadores de energía de alta tecnología, para lo cual requiere personal altamente calificado y una importante inversión. Los analistas económicos de la firma han modelizado la función de producción mediante la fórmula $P(K,L)= 1000 K^{1/3} L^{2/3}$, donde K representa el monto de dinero requerido y L la mano de obra calificada también necesaria para llevar delante de modo eficiente el proceso productivo. Además, se ha determinado que cada unidad de K cotiza a 250 unidades monetarias y cada unidad de L a 150 unidades monetarias, sabiendo que se dispone de 100000 unidades monetarias en total. En estas condiciones se solicita responder a las siguientes consignas:

- determinar el dominio de definición y los conjuntos de nivel del campo escalar que modeliza el proceso, realizando e interpretando las representaciones gráficas correspondientes.
- analizar qué tipo de función es este campo escalar y, en caso de verificar su homogeneidad, determinar su grado.
- Interpretar tanto de manera gráfica como analítica las derivadas parciales de este campo respecto de cada variable.
- evaluar el máximo nivel de producción posible y analizar la variabilidad de este nivel por cada unidad monetaria adicional que la empresa esté dispuesta a invertir.

Al plantear e ir resolviendo parcialmente este problema así formulado se integran la totalidad de los conceptos abordados en el desarrollo del módulo funciones de varias variables, o también denominados campos escalares, tales como son los siguientes: concepto de campo escalar, dominio e imagen, conjuntos de nivel, derivadas parciales y su interpretación geométrica, funciones homogéneas incluyendo como caso particular aquellas que son linealmente homogéneas con la correspondiente interpretación económica, puntos óptimos, condiciones necesarias y suficientes de existencia, evaluación de los mismos y significado desde el punto de vista económico del multiplicador de Lagrange.

Consideramos que este tipo de situaciones problemáticas posibilitan la integración de manera efectiva de diversos contenidos. Esto es, al ir resolviendo cada una de las consignas solicitadas, se van integrando los contenidos queo han sido desarrollados con anterioridad y que resultan fundamentales para resolver el problema planteado en su totalidad.

Referencias

Arya-Lardner (1992). Matemáticas aplicadas a a administración y a la economía. México. Prentice-Hall.

Barell,J. (2007). El aprendizaje basado en problemas. Argentina. Manantiales.

Barreiro, P.; Leonian, P.; Marino, T.; Pochulu, M. y Rodríguez, M. (2017). *Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en Educación Matemática*. Buenos Aires: Ediciones UNGS.

Maggio, M. (2018). *Reinventar la clase en la universidad*. Argentina. Paidós

Percepción de los estudiantes de 1º año de Cs. Económicas del cursado de Matemática desde el Nivel Secundario al Universitario

Astorga, Angélica Elvira – Álvarez, Enzo Leonardo – Carmona, Abel
Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales, Universidad Nacional de Salta
aastorga@eco.unsa.edu.ar - ealvarez@eco.unsa.edu.ar - grupoabeliano@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Matemática, Rendimiento académico, Niveles secundario y universitario

Resumen

Los resultados que presentamos forman parte de las acciones propuestas en el Proyecto de Investigación N° 2860/0, aprobado por el Consejo de Investigación de la Universidad Nacional de Salta.

Uno de los objetivos principales de este proyecto es analizar si el desempeño académico matemático en el nivel secundario permite predecir el desempeño académico de los estudiantes en las Matemáticas de las carreras en Ciencias Económicas, posibilitando la implementación de estrategias pedagógicas y didácticas disciplinares acordes a las circunstancias.

Planteamos en el 1º cuatrimestre del 2022 la elaboración y puesta en marcha de una encuesta a los estudiantes ingresantes para obtener información referida a su trayectoria en relación con el cursado de matemática tanto en el nivel secundario como en Matemática I (asignatura del 1º año de las carreras de la Facultad) y en el 2º cuatrimestre del mismo período académico, otra encuesta para el cursado de Matemática II. Las preguntas comunes en dichas encuestas fueron la carrera elegida, institución de procedencia en el nivel secundario, cantidad de horas efectivas de estudio por semana, modalidad de estudio, valoración de cómo le resultó el cursado y, a quiénes preguntan cuando tiene consultas o dudas.

En el presente trabajo damos cuenta de los resultados obtenidos en dichas encuestas, así determinar la percepción que tienen los estudiantes sobre el desempeño matemático durante su trayectoria escolar en la escuela media y en el primer año de la Facultad.

1 - Introducción

Hoy en día juega un papel fundamental el problema de la brecha entre el nivel de conocimientos y habilidades matemáticas (como así también otras disciplinas) que la educación superior necesita que posean los estudiantes ingresantes, no solo en las Facultades de Ciencias Económicas, sino también en Ingeniería y Ciencias Exactas, entre otros.

La mayoría de los docentes de matemática a nivel universitario expresan sus preocupaciones por la disminución creciente del nivel de competencias matemáticas, dado que las insuficientes habilidades básicas en la materia causan problemas que inciden en el rendimiento académico. En algunos casos, dichos problemas pueden ser consecuencia de una brecha entre las exigencias de la carrera, y la formación base adquirida en años anteriores a su ingreso a la educación superior. Estas brechas incluyen debilidades en contenidos, escasos hábitos de estudios, metodologías de enseñanza y aprendizaje de la Universidad comparada con las del Nivel Secundario, entre otras.

El sistema de educación superior argentino ha experimentado grandes cambios, entre ellos la creación de nuevas instituciones universitarias, un crecimiento en el número de alumnos, modificaciones

en la composición docente, pasando así a ser un sistema de enseñanza de masas en un período extremadamente corto. Se presenta un crecimiento en la matrícula, pero las tasas de abandono se han incrementado. Las investigaciones a nivel internacional destacan que la masificación del nivel universitario ha sido acompañada de altas tasas de deserción que impactan fundamentalmente en los sectores más vulnerables (Engstrom & Tinto, 2008; Choy, 2001; citados por Zandomeni *et al.*, 2015). De allí que Engstrom & Tinto (2008) (citado por Zandomeni *et al.*, 2015) utilizan la metáfora de la puerta giratoria para los sectores más desfavorecidos, ya que la presunta apertura a la Universidad no es tal, en tanto estos estudiantes abandonan sus estudios en las primeras etapas.

Es conocido que el tamaño de los grupos de estudiantes en el nivel universitario es grande, especialmente en el primer año, por lo que un estudiante se percibe a menudo como "uno en una multitud". Además, los grupos cambian en cada carrera, cada cuatrimestre e incluso con cada asignatura, de manera que no se desarrolla en la clase un "sentido de la comunidad". La masividad también dificulta que los estudiantes reciban ayuda personalizada por parte del docente.

Muchos estudiantes entienden el primer año "como un año de búsqueda, de probar qué es lo que se quiere o interesa", tomándose un tiempo en el que esperan definir una elección. De esta manera se observa que prueban un tiempo y abandonan, pasando de una carrera a la otra, no necesariamente como resultado de fracasos académicos (Vanella, 1996 citado por Ambroggio, 2012).

En el trabajo de investigación "*Correlación entre el Desempeño en Matemática del Nivel Secundario y el Ciclo Matemático de estudiantes que cursan carreras en la Facultad de Ciencias Económicas*" se busca determinar el grado de correlación entre el desempeño en Matemática del Nivel Secundario respecto al desempeño académico en las asignaturas de matemática durante el primer año de la carrera, y así determinar la capacidad predictiva del desempeño en el nivel anterior que garantice el éxito en el desenvolvimiento del estudiante en la Universidad, específicamente en Matemática I y II de Contador Público Nacional (CPN), Licenciatura en Administración (LA) y Licenciatura en Economía (LE).

2 - Fundamentación

Se considera habitualmente que la calidad de los aprendizajes al acceder a la Universidad se corresponde con los adquiridos en la educación previa. No obstante, esto no implica que el estudiante carezca de potencial académico, pero sí puede dificultar y/u obstaculizar la enseñanza y los aprendizajes del nivel superior, causando muchas veces la desaprobación de asignaturas del primer año. Dada esta circunstancia, resulta imprescindible conocer aquellos aspectos que interfieren en un buen desempeño académico del alumno durante su primer año en la Facultad, sobre todo en el área de Matemática.

Una de las primeras asignatura de primer año y del ciclo matemático de las carreras de CPN, LA y LE de la Facultad de Ciencias Económicas, Jurídicas y Sociales de la Universidad Nacional de Salta es Matemática I. El escaso rendimiento académico de los estudiantes ingresantes que cursan esta asignatura

-medido como la cantidad de alumnos que regularizan o promocionan la materia- preocupa fuertemente al equipo docente.

Una cuestión a tener en cuenta en el primer año en la Universidad es la permanencia de los estudiantes y su contracara, el abandono de los estudios (Ambroggio, 2012). Esta situación se visualiza en el siguiente gráfico comparativo, donde se plasman las condiciones finales en la asignatura Matemática I. Se registra en el 2022 un total de 2235 alumnos, y 2194 en el 2023. En este gráfico se observa que más del 60% de los alumnos inscriptos para cursar Matemática I, se encuentran entre los que Abandonaron y Nunca Asistieron (NA)



Gráfico 1: Condición Final del cursado de Matemática I durante 2022 y 2023.

Closas (2009) manifiesta que existen diferencias entre la formación académica que poseen los estudiantes al finalizar la educación secundaria y la que es requerida en la Universidad. Ello con frecuencia les impide llevar adelante de manera adecuada las tareas que tienen lugar en este contexto. Se puede constatar que la educación secundaria y la universitaria no están debidamente articuladas o hay una diferencia entre los propósitos de un nivel y otro, dado que se encuentran estudiantes en el nivel superior con serias dificultades para el aprendizaje de la matemática y otras áreas del conocimiento, consecuencia de sus trayectorias escolares.

De igual forma el bajo rendimiento académico en matemática y las deserciones en los primeros años de la Universidad, a causa de las dificultades para el aprendizaje de la matemática, son problemas actuales de alcance nacional e internacional, que comparten la mayoría de las instituciones de enseñanza superior. Como se sabe, una adecuada formación matemática en el nivel Secundario más el dominio de habilidades para el estudio, y la necesaria contención emocional, constituyen la base que permite a un estudiante desenvolverse con éxito en las asignaturas de matemática del nivel universitario.

La transición del Nivel Secundario al Universitario es un cambio significativo y sobre todo en el tipo de matemática a ser dominado por los estudiantes: la matemática es diferente no sólo porque los temas son diferentes, sino debido a una mayor profundidad, tanto con respecto a las habilidades técnicas necesarias para manipular los nuevos objetos y la comprensión conceptual que los subyace. Este cambio se ha descrito a veces como un paso del pensamiento matemático elemental al avanzado. Al decir de Tall (p. 23), los estudiantes de secundaria suelen tener éxito en matemática al confiar en su capacidad para realizar algoritmos y a pesar de la falta de una comprensión real de los conceptos matemáticos con los que están trabajando. Los estudiantes que entran a la educación universitaria se enfrentan, en las palabras de Tall y Vinner (1981, p. 495)], a una transición difícil, desde una posición en la que los conceptos tienen una base intuitiva fundada en la experiencia, a otra en la que se especifican mediante definiciones formales.

La carencia de saberes previos (emergente en las evaluaciones diagnósticas y parciales), que en el caso de la matemática compromete fuertemente el aprendizaje futuro (por la característica de acumulabilidad que su estudio requiere); el escaso o nulo uso de técnicas de estudio para el aprendizaje de la matemática; la dificultad de los estudiantes para la lectura de textos matemáticos (de un lenguaje altamente especializado); la falta de planificación de sus tareas; el convencimiento de que los temas ya vistos en el nivel anterior, no requieren una atención más profunda; la escasa concurrencia a las consultas presenciales porque no quieren poner de manifiesto su poco dominio de conceptos básicos y/o dificultades para la resolución de ejercicios y problemas, y en particular una escasa predisposición para el estudio de la disciplina, son algunos de los múltiples factores que enmarcan la enseñanza y el aprendizaje en este grupo de estudiantes. A través de este trabajo se analizan los resultados que se obtuvieron luego de la elaboración y aplicación de encuestas.

3 - Desarrollo

Este trabajo se encuentra dentro de la segunda etapa del Proyecto de Investigación N° 2860/0 "*Correlación entre el Desempeño en Matemática del Nivel Secundario y el Ciclo Matemático de estudiantes que cursan carreras en la Facultad de Ciencias Económicas*" del CIUNSa, aprobado por Res N° 335/2021-CCI. El estudio, en este caso, se centra en analizar los resultados obtenidos al aplicar las encuestas a los alumnos ingresantes que cursaron Matemática I y Matemática II, para indagar las percepciones que tienen los estudiantes relacionados al estilo de estudio de la matemática tanto en el Nivel Secundario como en la Universidad. Se trata de una investigación descriptiva, donde se presentan los resultados y luego se determinan posibles conclusiones a partir de la información proporcionada por los estudiantes.

Las preguntas en las encuestas, entre otras, fueron las siguientes:

- a) Carrera elegida
- b) Tipo de Institución que cursó la secundaria
- c) Cantidad de horas que dedicaba para estudiar matemática tanto en el Secundario como en la Universidad.

- d) Forma de estudiar matemática en el Nivel Secundario y en el Universitario
- e) A quien acude cuando tiene dudas o consultas sobre las actividades de la materia
- f) Valoración del cursado de matemática durante la secundaria y la Universidad.

4 - Resultados

Las encuestas se aplicaron a los estudiantes ingresantes a través de un formulario Google dispuesto en el Aula Virtual en la Plataforma Moodle, tanto en Matemática I (1º cuatrimestre 2022) como en Matemática II (2º cuatrimestre 2022). En la primera asignatura se obtuvo la respuesta de 500 estudiantes, mientras que la de su correlativa fue respondida solamente por 50 alumnos. Los resultados obtenidos son los siguientes:

- a) La mayor parte de los encuestados (46%) cursan la carrera de CPN, el 45% LA y el 9% LE, coincidiendo con las tendencias académicas de la Facultad.
- b) Al consultarles sobre el tipo de institución que estudió durante la secundaria, las respuestas fueron las siguientes:
- c)

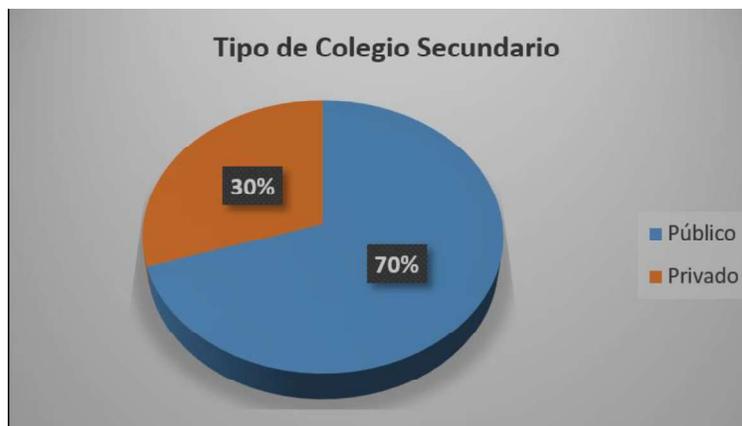


Gráfico 2. Tipo de institución de procedencia

- d) Sabemos que en muchas cuestiones la cantidad no hace a la calidad, pero algunos expertos consideran que en promedio un alumno universitario debería dedicar entre 4 y 6 horas de estudios diarias. En relación a la cantidad de horas semanales que dedicaba para estudiar matemática fuera de las horas de clases, tanto en el Secundario como en la Universidad, las respuestas las podemos visualizar en la siguiente tabla:

Tabla 1. Porcentajes de horas semanales (x) destinadas a estudiar matemática

	Secundario	Matemática I	Matemática II
$1 \leq x < 3$	70%	5%	8%
$3 \leq x < 5$	16%	55%	15%
$5 \leq x < 10$	14%	30%	46%
$10 \leq x < 15$	0	8%	23%
$15 \leq x$	0	2%	8%

e) Respecto a la modalidad de estudio de Matemática, los alumnos respondieron lo siguiente (las opciones no son mutuamente excluyentes):

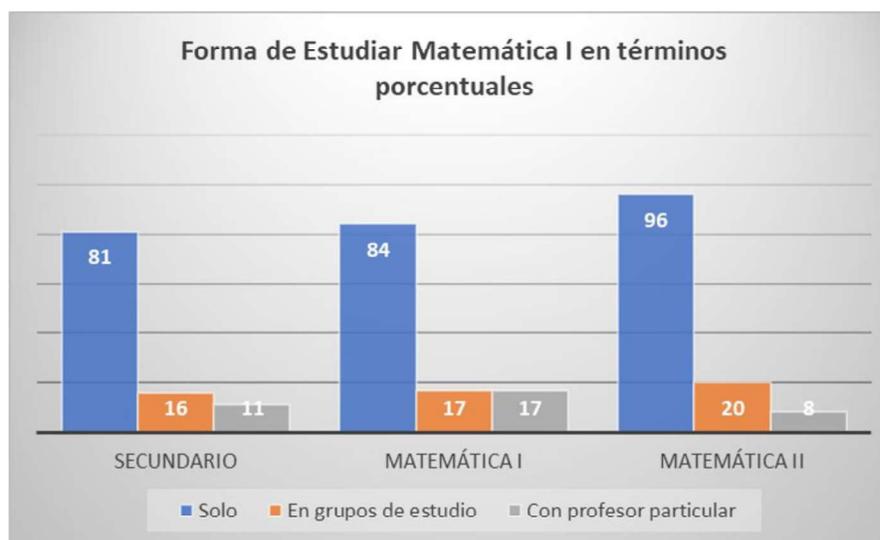


Gráfico 3. Formas de estudiar matemática en los Niveles Secundario y Universitario

f) En relación con a quien acude cuando tiene dudas o consultas sobre las actividades de la materia, los estudiantes respondieron:

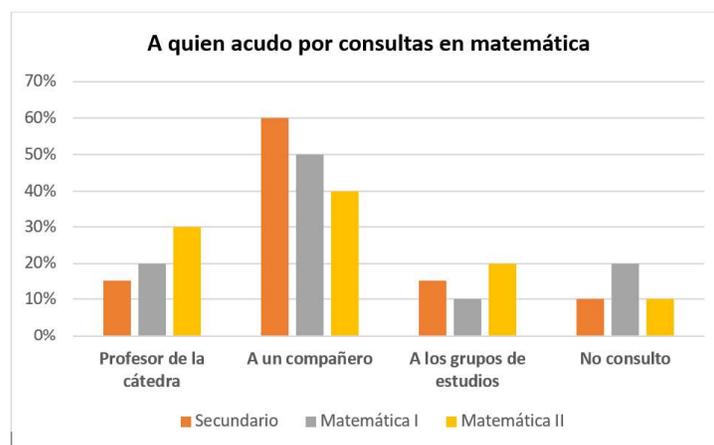


Gráfico 4. Consultas o dudas sobre actividades matemáticas

g) En cuanto a la valoración del cursado de matemática durante la secundaria y la Universidad, los estudiantes debían elegir un valor según la escala 1: Muy Difícil, 2: Difícil, 3: Poco Difícil, 4: Fácil, llegando hasta 5: Muy Fácil y los resultados son los que se presentan a continuación:

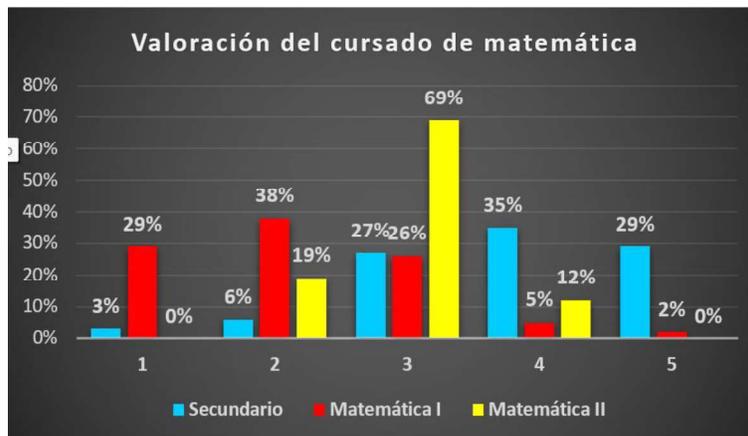


Gráfico 5. Valoración del cursado de matemática

5 - Conclusiones

De los resultados obtenidos en las encuestas, se evidencia lo siguiente:

- La gran mayoría de los estudiantes que confirmaron su inscripción en la Facultad, para el período académico 2022 eligieron la carrera de CPN, seguido por la carrera de LA.
- Los estudiantes ingresantes en su mayoría (70%) proviene de instituciones públicas.
- Como ya expresamos que la cantidad no hace a la calidad, pero en relación a las horas semanales de estudios que dedican para matemática después de clase, los resultados son: el 70% corresponde hasta 3 horas de estudio en el Nivel Secundario, para Matemática I el mayor porcentaje se da entre 3 a 10 horas, mientras que en Matemática II el mayor porcentaje se ve de 5 a 15 horas.

Al comenzar la Universidad, muchos estudiantes hallan que la cantidad de horas de estudios que fueron necesarias en la educación secundaria ya no sirve: sentarse a estudiar únicamente cuando se acerca un examen importante (a veces solo la noche anterior) o cuando el profesor envía una tarea en particular. En la Universidad la historia cambia: las asignaturas exigen lecturas independientes y los apuntes de clase ya no son suficientes para aprobar un examen. Frente a esta nueva realidad, algunos alumnos se enfrentan al desafío de no saber cuánto tiempo dedicarle al estudio.

Según lo estiman, en un día de semana, un estudiante de esta institución pasa entre seis a ocho horas en clase, dos a tres horas dedicadas a actividades sociales, dos horas comiendo, dos horas haciendo tareas de limpieza e higiene, lo que dejaría entre cuatro a cinco horas para el estudio.

Por ello se recomiendan que los estudiantes elaboren un calendario semanal de estudio adaptado a la dificultad de la asignatura.

- Otra respuesta que llama la atención es la modalidad de estudiar matemática, el mayor porcentaje (más del 80%) eligen estudiar solo tanto en la Secundaria como en la Universidad. Con marcada disminución, continúan en tendencia el estudio en grupos de estudio y con profesores particulares.
- En relación con a quien acuden cuando tienen dudas o consultas, el mayor porcentaje elegido se da en que piden ayuda a un compañero, tanto para el Nivel Secundario como universitario.
- En donde se observa una marcada diferencia es en relación con “cómo le resultó el cursado de matemática en los distintos niveles”. En el Nivel Secundario la mayor cantidad se ubica en la escala desde poco difícil hasta el muy fácil, mientras que para las matemáticas en la Universidad se invierte, y la mayor cantidad se ubica desde lo muy difícil hasta poco difícil.

Somos consciente que la educación matemática procura estimular la capacidad de análisis, síntesis, abstracción, el razonamiento lógico, el espíritu crítico y científico de quien la estudia. Las matemáticas actualmente constituyen uno de los conocimientos imprescindibles en las sociedades modernas con un desarrollo tecnológico muy importante y sin precedentes. Sin embargo, se observa en los diferentes niveles educativos del País, que las matemáticas se presentan como uno de los conocimientos poco accesibles para muchos estudiantes.

El sistema universitario se caracteriza por serias deficiencias que se reflejan en el rendimiento académico. Estas deficiencias no se inician en la formación superior, sino devienen de la formación básica recibida en la educación secundaria, y se agudiza en la Universidad debido al incremento de la complejidad de las actividades académicas. El bajo rendimiento académico de los estudiantes en matemática es un problema actual que trasciende al medio académico para convertirse en una preocupación social, institucional y personal.

De igual forma el bajo rendimiento académico en matemática y las deserciones en los primeros ciclos de la Universidad, a causa de las dificultades para el aprendizaje de la matemática, son problemas actuales de alcance nacional e internacional, que comparten la mayoría de las instituciones de enseñanza superior.

Como se sabe una adecuada formación matemática en el nivel de Educación Secundaria, más el dominio de habilidades para el estudio, constituyen la base que permite a un estudiante desenvolverse con éxito en las asignaturas de matemática de nivel universitario.

Cuando se trata de evaluar el rendimiento académico y cómo mejorarlo, se analizan en mayor o menor grado los factores que pueden influir en él, generalmente se consideran, entre otros, factores socioeconómicos, la amplitud de los programas de estudio, las metodologías de enseñanza utilizadas, la dificultad de emplear una enseñanza personalizada, los conceptos previos que tienen los alumnos, así como el nivel de pensamiento formal de los mismos (Benítez, Giménez y Osicka, 2000), sin embargo, Jiménez (2000) refiere que “se puede tener una buena capacidad intelectual y una buenas aptitudes y sin embargo no estar obteniendo un rendimiento adecuado”.

Referencias

Ambroggio, G. A. (2012). El primer año en la Universidad y la permanencia en la carrera. *Cuadernos De Educación*, (1). Recuperado a partir de <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/Cuadernos/article/view/632>

Benítez, Giménez y Osicka (2000) "Las asignaturas pendientes y el rendimiento académico: ¿existe alguna relación?". En red, recuperado en:
<http://fai.unne.edu.ar/links/LAS%20EL%20RENDIMIENTO%20ACADEMICO.htm>

Closas (2009) mencionado por González López, D. (2015) "Relación entre el rendimiento académico en matemáticas y variables afectivas y cognitivas en estudiantes preuniversitarios de la Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo" Recuperado en <https://1library.co/document/ynelejky-relacion-rendimiento-academico-matematicas-cognitivas-estudiantes-preuniversitarios-Universidad.html> en junio de 2021

Cortés & Palomar (2008) mencionado por Salcedo Barragán y Villalba, A. en "El rendimiento académico en el nivel de educación media como factor asociado al rendimiento académico en la Universidad". Recuperado en <https://www.redalyc.org/pdf/1002/100212243012.pdf>

Jiménez, M. (2000). "Competencia social: intervención preventiva en la escuela. *Infancia y Sociedad*". 24, pp. 21-48.

Johnston, B. (2013). El primer año de Universidad. Una experiencia positiva de transición. Madrid. Narcea. Pérez-Serrano, 1981; cit por Adell, 2006, Gimeno-Sacristan(1976) y González (2012) mencionado en la Tesis Doctoral de González López "Relación entre el rendimiento académico en Matemáticas y variables afectivas y cognitivas en estudiantes preuniversitarios de la Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo" Recuperado en https://riuma.uma.es/xmlui/bitstream/handle/10630/11691/TD_GONZALES_LOPEZ_David_Ysrael.pdf?sequence=1

Portantiero, citado por Carli; 2012 en "La experiencia universitaria y las narrativas estudiantiles. Una investigación sobre el tiempo presente" Recuperado en <http://jovenesenmovimiento.celaju.net/wp-content/uploads/2012/09/ARG-03.pdf>

Tall, D. y Vinner, S. (1981) "Imagen conceptual y definición de conceptos en matemáticas, con especial referencia a los límites y la continuidad". *Estudios Educativos en Matemáticas*, 12, 151-169.

Tejedor & García-Valcárcel Muñoz; (2007) "Causas del bajo rendimiento del estudiante universitario (en opinión de los profesores y alumnos). Propuestas de mejora en el marco del EEES" Recuperado en https://www.researchgate.net/publication/28161214_Causas_del_bajo_rendimiento_del_estudiante_universitario_en_opinion_de_los_profesores_y_alumnos_Propuestas_de_mejora_en_el_marco_del_EEES

Tinto, V. (1989) "Definir la deserción: una cuestión de perspectiva". Disponible en: http://www.alfaguia.org/alfaguia/files/1342823160_52.pdf

Vanella, 1996 citado por Ambroggio, 2012 en Determinantes del rendimiento académico en el primer año de la carrera. Estudio de caso: Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de La Plata. Recuperado en <https://www.econo.unlp.edu.ar/frontend/media/10/12510/9911b200d810a498d66c97a28bbdf2c1.pdf>

Zabalza, MA (2003). Competencias docentes del profesorado universitario. Madrid. Narcea

Zabalza (2002) "La enseñanza universitaria. El escenario y sus protagonistas". Recuperado en <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7421324>

Gamificación y debate: estrategias para potenciar el aprendizaje del Álgebra

Fernández, Melisa – Lell, Cecilia – Rodríguez, María Virginia
Facultad de Ciencias Económicas. Universidad Nacional de Entre Ríos
melisa.fernandez@uner.edu.ar – cecilia.lell@uner.edu.ar – virginia.rodriguez@uner.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Estrategias innovadoras, Gamificación, Motivación, Aprendizaje del Álgebra, Aplicaciones económicas.

Resumen

Este trabajo se enmarca en la convocatoria a la presentación de Proyectos de Innovación e Incentivo a la Docencia que regularmente realiza la Facultad de Ciencias Económicas de la UNER. El mismo tiende a motivar de manera eficiente la participación de los estudiantes que cursan la asignatura Álgebra Aplicada en la construcción de sus conocimientos y en la consolidación de sus aprendizajes, mejorando la posibilidad de ampliar las fronteras de sus capacidades de razonamiento lógico y las estrategias más adecuadas, tanto para comprender las conceptualizaciones teóricas más relevantes, como asimismo para interpretar, plantear y resolver situaciones problemáticas vinculadas a su campo de formación profesional específico.

Para el logro de esto se planificaron actividades especiales, de manera extracurricular en horarios previamente acordados con los alumnos, para complementar el abordaje de dos temas relevantes que forman parte de los contenidos de la asignatura, tales como son las funciones lineales y cuadráticas (de manera integrada) y los sistemas de ecuaciones lineales.

Se diseñaron actividades específicas referidas a los temas enunciados precedentemente a partir del uso del software para generación de contenidos interactivos denominado Genially, y de manera complementaria también se hizo uso del programa Socrative, el cual permite realizar evaluaciones en entornos digitales, ofreciendo además la posibilidad de conocer opiniones de los estudiantes y resultados obtenidos.

1 - Fundamentación

A pesar de los múltiples esfuerzos que se hacen a diario tendientes a fomentar la motivación y la consecuente participación de los estudiantes durante las clases, no siempre los diversos recursos utilizados durante el desarrollo de las mismas son suficientes para el logro de tal propósito.

Es por este motivo, la cátedra siempre preocupada y ocupada en hacer que los alumnos comprendan para qué les serán útiles los contenidos trabajados en la asignatura, como así también en fomentar la participación adecuada y efectiva en la construcción de sus conocimientos, ha decidido explorar el impacto de esta técnica novedosa denominada gamificación, y el consecuente debate que a partir de la misma técnica se genera, puede tener en los estudiantes.

2 - Objetivos del trabajo

- Incorporar de manera progresiva y sistemática esta técnica de aprendizaje como una estrategia metodológica complementaria tendiente a fomentar el interés y la participación efectiva de los estudiantes durante el desarrollo de las clases.

- Propiciar la incorporación de un espacio permanente de fortalecimiento de los aprendizajes, con la finalidad de potenciar las capacidades de los estudiantes.
- Implementar estrategias nuevas, complementarias de las más tradicionales, que permitan no sólo fortalecer el abordaje teórico de los contenidos, sino además profundizar las aplicaciones de los mismos.
- Fortalecer la motivación en el aprendizaje propiciando que el alumno se enfrente con diferentes niveles de dificultad creciente, cuya superación les posibilite avanzar de manera paulatina en la consolidación de sus aprendizajes.
- Fomentar el interés, el compromiso, la responsabilidad y la participación, mejorando el razonamiento lógico y las estrategias más adecuadas para la resolución de problemas específicos.

3 - Aspectos teórico-metodológicos de la propuesta

La gamificación es una técnica de aprendizaje, aplicable a los diferentes niveles y ámbitos educativos, que traslada la mecánica de los juegos al ámbito educativo-profesional con el fin de conseguir mejores resultados, ya sea para comprender mejor algunos conocimientos, como así también para mejorar alguna habilidad. (Sánchez Quishpe, 2018, como se citó en Palma Cedeño, 2021)

“En plena era de la transformación digital, las estrategias educativas y los nuevos métodos de enseñanza se están diversificando dentro y fuera de las aulas”. (Poveda, 2023, p. 2)

Estas nuevas estrategias, así como las aplicaciones pertinentes, favorecen los procesos de enseñanza y mejoran los resultados académicos. La gamificación educativa es una de ellas y está abriendo nuevos horizontes a la enseñanza y en los métodos de aprendizaje, con amplio desarrollo fundamentalmente en España a partir de los inicios de este siglo.

Entre los beneficios de la aplicación de esta técnica pueden citarse los siguientes: aumenta la motivación y la predisposición hacia el aprendizaje, enfrenta al alumno con diferentes niveles de dificultad creciente, fomenta la atención y la concentración en la consolidación de los aprendizajes, hace más interesante el abordaje de diferentes contenidos, estimulando las relaciones interpersonales y potenciando el uso de las nuevas tecnologías. (Ortiz-Colón, 2018)

Para poner en práctica la *gamificación*, se desarrolló un taller extracurricular, previo al segundo parcial del cuatrimestre, para estudiantes de la asignatura de primer año “Álgebra Aplicada a las Ciencias Económicas” de las carreras de grado Contador Público, Licenciatura en Gestión de las Organizaciones y Licenciatura en Economía de la Facultad de Ciencias Económicas de UNER, quienes podían participar voluntariamente al mismo, contando con alrededor de 100 estudiantes que se presentaron al mismo. El encuentro se desarrolló en el transcurso de aproximadamente dos horas y consistió en dividir en grupos a los estudiantes, quienes resolviendo las actividades propuestas (basadas en los temas que se consideraron por la cátedra como las más difíciles como por ejemplo sistemas de ecuaciones lineales, ecuaciones matriciales, entre otros) conseguían puntos para su equipo que le permitía llegar a un premio estímulo (una

golosina) al finalizar el mismo, además de, por participar, contaban con 5 puntos adicionales que sumaba en el parcial a rendir próximamente, pudiendo comprobarse dicha participación por el uso de herramientas tecnológicas mediante las cuales los estudiantes respondían a las actividades.

4 - Actividades desarrolladas

Se plantearon dos tipos de actividades a desarrollar durante el taller. En una primera instancia se propuso un problema disparador en días previos al desarrollo presencial del taller, con la finalidad de que los estudiantes reflexionen, resuelvan y se preparen para responder preguntas sobre el mismo al inicio del encuentro. El segundo tipo de actividad consistió en una consigna menos extensa propuesta directamente durante el desarrollo del taller.

A modo de ejemplo se presenta una actividad de cada uno de los tipos mencionados anteriormente.

La actividad previa consistió en el siguiente problema disparador:

ENUNCIADO

El departamento de costos de una empresa constructora de casas prefabricadas proporciona tres tipos de materiales en tres etapas constructivas de sus obras. La etapa constructiva 1 consume en promedio en una semana 1 tonelada del material A, 1 tonelada del material B y 2 toneladas del material C. La etapa constructiva 2 requiere por semana un promedio de 3 toneladas del material A, 4 del B y 5 del C. Por último, para la etapa constructiva 3, el consumo semanal promedio del material A es de 2 toneladas, el material B es 1 tonelada y 5 toneladas del C. Cada semana el departamento de costos proporciona a las obras 25 toneladas del material A, 20 toneladas del material B y 55 toneladas del material C. Si consideramos que todos los materiales se consumen en las obras, ¿Cuántas etapas constructivas de cada tipo pueden encontrar en proceso cada semana?

Si definimos que x representa la cantidad de obras en etapa 1 en la semana, y representa la cantidad de obras en etapa 2 en la semana y z representa la cantidad de obras en etapa 3 en la semana.

La situación que se describe en este problema queda representado por el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + 3y + 2z = 25 \\ x + 4y + z = 20 \\ 2x + 5y + 5z = 55 \end{cases}$$

Figura 1. Ilustración de Enunciado disparador del Taller

PARA REFLEXIONAR Y JUSTIFICAR

1. ¿Cuántas soluciones tiene el sistema de ecuaciones?
2. ¿Cuántas soluciones tiene el problema?
3. ¿Todas las soluciones del sistema son soluciones del problema? ¿Por qué?
4. Las siguientes son tres formas equivalentes de expresar la solución del problema:

FORMA 1:
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 - 5z \\ z - 5 \\ z \end{pmatrix} \quad \text{con } z \in \{5,6,7,8\}$$

FORMA 2:
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \left\{ \begin{pmatrix} 15 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix} \right\}$$

FORMA 3:
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 - 5y \\ y \\ 5 + y \end{pmatrix} \quad \text{con } y \in \{0,1,2,3\}$$

- a) ¿Cómo se obtiene cada una de éstas formas de expresar las soluciones?
- b) ¿Cómo podrías verificar que cada una de estas son formas de expresar las soluciones del sistema?

Figura 2. Ilustración del Planteo que permitía reflexionar sobre el Enunciado disparador

En tanto, una de las actividades planteadas directamente al momento del desarrollo del taller es la que a continuación se enuncia.

EJERCICIO 1

A partir de la siguiente ecuación matricial calcular la matriz incógnita X.

$$AX - X = B$$

Siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Figura 3. Ilustración del planteo del Ejercicio 1

RESPUESTA

$AX - X = B$

Sacamos factor común de la matriz X en la ecuación: $AX - IX = B$ Siendo I la Matriz Identidad

Si la matriz $(A - I)$ es regular, entonces la $(A - I)X = B$

Solución de la ecuación es: $X = (A - I)^{-1}B$

Entonces: $A - I = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

Calculamos la inversa: $(A - I)^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 3 & -3 & -2 \end{pmatrix}$

Ahora el cálculo de X :

$$X = (A - I)^{-1}B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 3 & -3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Figura 4. Ilustración del desarrollo de Solución del ejercicio

Tus respuestas

Selecciona la expresión correspondiente a la incógnita una vez despejada:

- 1) $A - IX = B$
- 2) $(A - I)X = B$ [CORRECTA]
- 3) $X(A - I) = B$
- 4) $(A - 1)X = B$

Podemos observar que la ecuación posee solución y esto se debe a que:

- 1) $(A - I)$ es una matriz regular [CORRECTA]
- 2) $(A - I)$ es una matriz singular
- 3) Es posible calcular el determinante de $(A - I)$
- 4) EL determinante de $(A - I)$ es cero
- 5) El determinante de $(A - I)$ no es cero

La matriz X es la matriz.

- 1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$
- 2) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$
- 3) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ [CORRECTA]
- 4) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Figura 5. Ilustración de las respuestas correctas que debían elegir los estudiantes en la herramienta tecnológica

Al inicio del encuentro se asigna, de forma aleatoria, el equipo con el que cada estudiante trabajará, y durante el mismo se establecen los siguientes momentos:

- Presentación de la actividad y debate: En este momento releemos la actividad, escuchamos las propuestas de resolución e ideas de justificación. Las registramos en la pizarra.
- Espacio de completar y responder el cuestionario utilizando Socrative: Habilitamos las aulas de Socrative por equipo para que cada uno conteste las preguntas que se realizan sobre las actividades.
- Resolución de la actividad: Habiendo contestado según lo que hayan comprendido en el paso anterior revisamos las diferentes formas propuestas durante la reflexión y revisamos cuales son las correctas pero, por sobre todo, identificamos dónde se encuentran los inconvenientes en los razonamientos erróneos.
- Cuento de puntos por equipo: Se contabiliza por equipo el porcentaje de respuestas correctas de cada inciso y se calcula el promedio de dicho porcentaje para colocar el puntaje total obtenido por la actividad.

Los equipos que obtienen los mayores porcentajes en las tres actividades propuestas se llevan un reconocimiento, y todos aquellos que participan efectivamente de las mismas obtienen 5 puntos adicionales a los que pueden obtener en el parcial siguiente.

5 - Resultados y Conclusiones

Luego de finalizada la actividad, los estudiantes manifiestan sus apreciaciones y propuestas, algunas de las cuales se muestran a continuación.



Gráfico 1. Calificación de los estudiantes al Taller



Gráfico 2. Nivel de utilidad del taller para los estudiantes.

Los siguientes son algunos de los comentarios que los estudiantes dejaron en la encuesta, si así lo deseaban:

- Mi experiencia fue muy buena. El taller me sirvió para despejarme dudas que tenía sobre algunos temas.
- Me encantó el taller, me sirvió mucho y me encanto la actitud y energía de las profes
- Creo que este taller fue muy bueno, no solo por los puntos del premio, sino por las dudas que pude despejar y poner a prueba lo que sé y lo que tengo que mejorar

- Me gusto mucho el taller y me sirvió para despejar dudas y entender mejor los temas.
- No tengo nada en particular que decir, me pareció entretenido y bueno el taller para practicar y reforzar estos temas que se trataron
- Excelente como llevan el taller con humor y ánimo!
- Quiero comentarles que me gustó mucho el taller, me sirvió mucho para entender los temas que no había entendido muy bien con anterioridad y también me sentí muy bien, acompañado y cómodo también me gustó las actividades y la página por la cual las hicimos, también fue muy divertido lo de los grupos y el premio. Sin más nada que decir muchas gracias:)
- Fue entretenido y me saqué dudas
- Muy buena la clase; muy didáctica y me pareció más efectiva la forma de querer practicar y desarrollarlo en forma conjunta
- Me gusta mucho el taller, ya que veo los temas desde otras perspectiva
- Estaría bueno que hagan más talleres así, ya que se hace dinámico y más interesante que una clase común.
- Está buena la dinámica de como se dan los talleres de este estilo
- Me sirve mucho ver ejercicios diferentes a las guías y cosas más complicados para el día del parcial poder saber afrontarnos, muchas gracias por el taller...
- Me parece que los talleres son de gran ayuda para ampliar nuestros conocimientos y despejar dudas.
- En lo personal me cuesta bastante la materia por lo que todo lo que se dio sumado a las explicaciones fueron de gran utilidad para mi preparación al segundo parcial. Considero que algo similar antes del primer parcial hubiese sido muy productivo también

Las cuestiones mencionadas en los párrafos anteriores permiten deducir que la actividad desarrollada, empleando esta estrategia metodológica, resultó atractiva y motivadora para los estudiantes.

Esto permite pensar en ampliar la incorporación de la misma al abordaje de otros contenidos que sean propicios para ello, sin descuidar la vigilancia y el resguardo de la calidad, profundidad y pertinencia académica en el tratamiento de los mismos.

Referencias

Cedeño, M. A. P., Vélez, K. G. C., Vélez, K. M. C., Lara, D. L. L., & García, N. D. M. (2022). Estrategias de gamificación en la enseñanza del idioma inglés a través de entornos virtuales en la Universidad Técnica de Manabí. *Revista Cognosis*, 7(1), 27-38.

Poveda, M. L. P., Parrales, J. F., Parrales, M. J. F., & Collantes, J. V. F. (2023). Gamificación en el Proceso Enseñanza-Aprendizaje. *Revista Ciencia y Líderes*, 2(1), 4-14.

Ortiz-Colón, A. M., Jordán, J., & Agredal, M. (2018). Gamificación en educación: una panorámica sobre el estado de la cuestión. *Educação e pesquisa*, 44.

Actitud de los estudiantes ante la aplicación de Estrategias Metodológicas basadas en la Gamificación en su aprendizaje

Castillo, L.Raquel – Delgado, Melina – Mena, Analía
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Tucumán
lcastillo@face.unt.edu.ar – melinadelgado@face.unt.edu.ar – amena@face.unt.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Gamificación, Actitud, Matemática, Estrategia de enseñanza.

Resumen

Desde que se comenzó a transitar la difícil situación generada por la pandemia, se procuró sostener la educación en todos sus niveles en el contexto de la virtualidad, ajustando estrategias de enseñanza. En esta época de pos pandemia, surgieron nuevas configuraciones de formas de enseñar y de aprender. En este sentido, González, C. (2019), afirma que la Gamificación es una estrategia de innovación educativa que en los últimos años ha sido adoptada por miles de docentes innovadores que desean aumentar la motivación por el aprendizaje en sus alumnos y es posible implementarlas en diferentes entornos virtuales y / o presenciales.

En el marco del Proyecto de Investigación “Un Modelo de Enseñanza a través de Entornos Híbridos para la Personalización del Aprendizaje. Diseño y experimentación de Estrategias Metodológicas basadas en la Gamificación para favorecer el aprendizaje de la Matemática en alumnos de Ciencias Económicas”, se elaboró este trabajo cuyo propósito es mostrar los resultados obtenidos a fin de conocer la actitud de los alumnos ante la implementación de la Gamificación como recurso didáctico integrado al proceso de enseñanza y aprendizaje de la asignatura Matemática I. Se llevó a cabo un estudio descriptivo, de corte transversal y se aplicó una encuesta online tipo Likert de 18 ítems, adaptada al contexto. La información recogida reveló que, si bien los estudiantes presentaron una actitud favorable hacia la utilización de la Gamificación como estrategia metodológica, es necesaria implementar mejoras en la metodología.

1- Introducción

Matemática I es una asignatura de primer año, común a las carreras de Contador Público (CP), Licenciatura en Administración (LAD) y Licenciatura en Economía (LEE) que se imparten en la Facultad de Ciencias Económicas (FACE) de la Universidad Nacional de Tucumán (U.N.T.). Año a año, el número de alumnos inscriptos es elevado, llegando en la actualidad a una matrícula de 1752 alumnos que, sumado a la poca disponibilidad de recursos humanos y edilicios, conlleva a una despersonalización de la enseñanza ocasionando bajos rendimientos académicos, elevados índices de deserción, ausentismo, y falta de motivación e interés en el aprendizaje de la asignatura, entre otros, ocasionados por diversos factores internos y / o externos al aula.

Por tal motivo, consideramos la necesidad de implementar nuevas estrategias de enseñanza, de formas de evaluación y la reconfiguración y desarrollo de materiales didácticos, teniendo en cuenta las condiciones de accesibilidad, diversidad de personas y que permitan ampliar las brechas entre aprendizaje y nivel socioeconómico.

De acuerdo a lo expuesto, en el marco del Proyecto de Investigación “Un Modelo de Enseñanza a través de Entornos Híbridos para la Personalización del Aprendizaje. Diseño y experimentación de Estrategias Metodológicas basadas en la Gamificación para favorecer el aprendizaje de la Matemática en alumnos de Ciencias Económicas”, se elaboró este trabajo cuyo propósito fue mostrar los resultados obtenidos a fin de conocer la actitud de los alumnos ante la implementación de la Gamificación como recurso didáctico integrado al proceso de enseñanza y aprendizaje de los alumnos que cursaron la asignatura Matemática I en el primer cuatrimestre del periodo lectivo 2023.

Como una primera fase de la investigación, se generó una metodología que incluía a la gamificación como estrategia de enseñanza. Se planificaron una serie de actividades lúdicas para desarrollar durante el cursado de la materia. Se recurrió a juegos presenciales (desarrollados en horas de clase) para realizar el cierre de las distintas unidades didácticas, y juegos breves publicados en Instagram para revisar conceptos puntuales.

Siguiendo a C. Kapp (2012) quien define a la gamificación como el uso de la mecánica del juego para hacer que el aprendizaje e instrucción sean más divertidas y al igual que Gonzalez (2019) consideramos que el juego se percibe como altamente motivador, aumentando el interés y la participación de los alumnos en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Para cada unidad temática se planificó un juego para el aula, algunas de ellas para apertura de unidad, otras para repaso de conceptos teóricos y prácticos, y otra para repaso previo a las evaluaciones parciales.

El aprendizaje basado en juegos implica utilizar el funcionamiento y la mecánica del juego en un contexto educativo, aprovechando así sus ventajas como elemento motivador, social e interactivo. Para ello, se pueden poner en práctica diversas estrategias y utilizar los recursos. En nuestro caso para algunos juegos se utilizó el soporte de la plataforma Quizziz, de tal manera que a los estudiantes se les planteaba una pregunta y luego de un tiempo determinado por el docente debían elegir una respuesta entre las posibles, la retroalimentación y el ranking de puntaje eran inmediatos. Para el resto de las actividades se utilizó soporte tecnológico como power point y una app de sorteos, pero en el juego intervenían otros factores como la movilidad de los estudiantes en el aula y la escritura de las respuestas en el pizarrón.

A la hora de planificar dichas las actividades, se tuvieron en cuenta los siguientes consejos (Blog Planeta 2015, citado en Páramo, 2020)

- Definir un objetivo claro, establecer qué conocimientos o actitudes se busca que los estudiantes adquieran o practiquen mediante el juego.
- Transformar el aprendizaje de capacidades y conocimientos en una propuesta lúdica y divertida.
- Proponer un reto específico al alumnado y tenerlo siempre presente antes, durante y tras el desarrollo del juego.
- Establecer unas normas del juego que sean concisas y claras para los participantes
- Proponer una competencia motivante y sana. generando cooperación y colaboración entre los participantes.

También según Lozada Ávila et al. (2017), el juego es intencional y debe contar con un proceso sistémico en el desarrollo, por lo que indica que hay aspectos que se deben considerar en su diseño. Entre ellos la autora se refiere a los señalados por Marne, Wisdom, et al. (2012): objetivo pedagógico, reglas claras y precisas, ruta metodológica y retroalimentación al jugador, objetos multimedia que se utilizarán para mejorar la experiencia del jugador y delimitar el contexto en el cual se desarrollará el juego.

2 - Fundamentación Teórica

Prensky (2010) denomina a los estudiantes de la actualidad como Nativos Digitales, y afirma que procesan la información de manera diferente, ya que quieren recibirla de forma inmediata y ágil, progresan en el aprendizaje si tienen recompensas (satisfacción) de forma inmediata y prefieren aprender de forma lúdica.

Según Prieto (2020), la importancia de usar juegos en entornos educativos, se da por la necesidad de los educadores de diseñar estrategias que logren captar la atención del estudiante, logrando que este se sienta motivado hacia el aprendizaje.

Chamoso et al (2004), hace referencia a que las principales razones para utilizar los juegos como recurso didáctico para la enseñanza, están dadas porque desarrollan el espíritu competitivo, favorecen las relaciones con sus compañeros, la empatía, la expresión, el trabajo en equipo, la aceptación y seguimiento de normas, la discusión de ideas. En el ámbito matemático, el paralelismo existente entre las fases de los juegos de estrategia y la resolución de problemas fomentan el descubrimiento de procesos heurísticos en los alumnos (Muñiz-Rodríguez, et al. 2014).

Respecto del estudio de las actitudes hacia las ciencias en general constituye una línea de investigación didáctica importante y muy actual, debido a su influencia en el proceso de enseñanza y aprendizaje. La Ley de Educación Superior, les concede gran importancia porque considera a las actitudes, como causa y efecto del aprendizaje. Como causa, las actitudes positivas lo favorecen, y como efecto, éstas deben ser un contenido más a considerar y que requiere ser aprendido en las aulas. Su importancia se vio enfatizada por múltiples investigaciones de diversos especialistas, que confirmaron su impacto sobre los aprendizajes de los estudiantes. Entre las diversas definiciones encontradas se consideró la expresada por Ortega Ruiz (1992), donde afirma que una actitud es “una disposición aprendida para responder consistentemente de un modo favorable o desfavorable aun objeto social dado”, siendo, de este modo, el elemento informativo (ideas, creencias), la aceptación-rechazo y la conducta sus componentes esenciales.

Se reconocen tres componentes de la Actitud: de respuesta emocional, de creencias y de comportamiento hacia el objeto. Por tal motivo, la Actitud hacia la Matemática, se define como una forma articulada por las emociones que el sujeto asocia con las matemáticas (positivas o negativas), por las creencias que tiene sobre las matemáticas y por el comportamiento con el que actúa (Gómez Chacón, 2010). Por lo tanto, continúa afirmando que, una actitud negativa no sólo está caracterizada por una

disposición negativa emocional (no me gusta la matemática), sino también por una epistemología incorrecta de la disciplina (es decir, una visión de la disciplina que no es compartida por los expertos).

En este sentido, Guerrero Celis, et al (2022) señala que la Actitud tiene tres elementos fundamentales: El Cognitivo relacionado con los pensamientos y creencias hacia el objeto, el Emocional o Afectivo (emociones y sentimientos) y el Conductual (acciones y conductas hacia el objeto de la actitud).

De acuerdo con Gómez Chacón (2010), existe otra dimensión de la Actitud que se denomina Compromiso en el aprendizaje de las Matemáticas que hace referencia al comportamiento del estudiante que manifiesta una implicación responsable en el aprendizaje.

Adicionalmente, en relación a la medición de actitudes a través de escalas, nos dicen Guerrero, Celis et al (2022), citando a Vara (2015), que al crear escalas de actitudes se pretende medir el nivel de las mismas a través de una graduación que va generalmente desde el nivel muy de acuerdo, hasta el nivel de muy en desacuerdo. Es decir, al hacerlo de este modo, se logra evaluar el grado de aceptación o rechazo hacia determinada temática, aspecto que es fundamental en este tipo de investigación donde se busca medir las actitudes de los estudiantes hacia un elemento tan importante como la gamificación.

3 - Material y Método

La población bajo estudio estuvo compuesta por los alumnos de primer año que cursaron la asignatura Matemática I en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Tucumán, en el primer cuatrimestre del periodo lectivo 2023. El objetivo de la investigación fue conocer la actitud de los alumnos ante la implementación de la Gamificación como recurso didáctico integrado al proceso de enseñanza y aprendizaje de la asignatura Matemática I.

La información se recolectó a través de un cuestionario autoinforme tipo Likert, realizado en el Aula Virtual de Matemática I, y aplicado después del segundo y último parcial. El mismo fue sometido al criterio de expertos para asegurar su validez. Se trabajó con los 749 alumnos que contestaron el cuestionario, sobre un total de 916 que rindieron el segundo parcial.

Las variables bajo estudio fueron:

- 1.- Edad
- 2.- Carrera: Se registró si el alumno cursaba la carrera de Contador Público (CP), Licenciatura en Administración (LAD), o Licenciatura en Economía (LEE)
- 3.- Tipo de Escuela Secundaria: Se registró si el alumno curso los estudios del Nivel Medio en una Institución Pública, Privada, o Dependiente de la U.N.T.
- 4.- Trabaja: Se registró si el alumno trabajaba o no en el momento del estudio

5.- Actitud de los estudiantes ante la aplicación de Estrategias Metodológicas basadas en la Gamificación en su aprendizaje: Se construyó esta variable compuesta por 18 ítems o reactivos que intentaron capturar la información requerida, agrupados en tres escalas o subdimensiones, a saber:

- **Componente Conductual:** Se registró la suma de los puntajes obtenidos en siete ítems.
- **Componente Afectiva:** Se registró la suma de los puntajes obtenidos en cinco ítems.
- **Compromiso en el aprendizaje de la Matemática:** Se registró la suma de los puntajes obtenidos en seis ítems.

Cada Subdimensión se construyó mediante la suma de los puntajes obtenidos en dichos ítems. A las respuestas consideradas como totalmente desfavorables se les asignó el valor 1 (uno), aumentando dicho puntaje hasta el valor 5 (cinco), que fue el asignado a las respuestas totalmente favorables.

Cabe aclarar, que se considera una Actitud más favorable, cuanto más elevada sea esta puntuación.

Para efectuar el cálculo de la confiabilidad de cada escala de la variable Actitud de los estudiantes ante la aplicación de Estrategias Metodológicas basadas en la Gamificación en su aprendizaje, se utilizó el método de consistencia interna el cual se basa en el análisis relativo de la varianza de la puntuación total del instrumento y las varianzas de los ítems particulares y el coeficiente que lo mide es el Alpha de Cronbach, obteniéndose los valores $\alpha=0.69$, $\alpha=0.76$ y $\alpha=0.70$. Esto nos indica que los ítems estuvieron direccionados hacia el mismo objetivo.

Para el procesamiento de los datos se utilizó planilla de Excel y software estadístico SPSS v25.

3.1 - Resultados

De los 749 alumnos, el 70% no trabajó durante el cursado, el 58% cursaba la carrera de Contador Público, el 30% la Licenciatura en Administración y el 12% la Licenciatura en Economía, con edad promedio de 20 años.

Los indicadores que se tuvieron en cuenta para medir las Componentes Conductual, Afectiva y de Compromiso en el aprendizaje, de la Variable Actitud de los estudiantes ante la aplicación de Estrategias Metodológicas basadas en la Gamificación para el aprendizaje de Matemática I, se detallan a continuación y se muestran los correspondientes resultados

3.1.1 Componente Conductual

Analizando las respuestas correspondientes a la componente conductual, podemos observar que más de la mitad de los estudiantes respondió positivamente que los juegos motivaron el aprendizaje y ayudaron a los estudiantes en el aprendizaje de la materia. También un 56% están de acuerdo o muy de

acuerdo en que los juegos les permitieron trabajar en equipo y les facilitaron la comprensión de los conceptos matemáticos.

La puntuación total de la Componente Conductual de la variable Actitud de los estudiantes ante la implementación Estrategias Metodológicas basadas en la Gamificación en su aprendizaje, se obtuvo de la suma de las puntuaciones de los 7 ítems del cuestionario. La amplitud de las puntuaciones obtenidas va desde los 7 a 35 puntos, donde un puntaje de 7 significa una actitud completamente negativa y 35, una actitud completamente positiva. El rango obtenido en esta variable fue 28 y los niveles considerados: Bajo [7 , 16], Medio [17 , 26] y Alto [27 , 35]. La tabla 1, muestra los resultados obtenidos en el análisis.

Tabla 1. Distribución porcentual de 749 alumnos de Matemática I, 2023, según nivel en la Componente Conductual

Niveles	Fi	%	Hi%
Bajo	83	11,1	11,1
Medio	407	54,3	54,3
Alto	259	34,6	34,6
Total	749	100,0	100,0

Nota. Elaboración propia con los resultados obtenidos del software SPSS.

Según la Tabla 1 de frecuencias, el 54,3% (407 alumnos) del total de estudiantes se encuentra en el nivel medio de la Componente Conductual. Se calcularon también las medidas de tendencia central, obteniéndose una media de 23,88, una mediana de 24, un desvío estándar de 5. En consecuencia, podemos concluir que la Componente Conductual de la variable Actitud de los estudiantes ante la aplicación de Estrategias Metodológicas basadas en la Gamificación, se encuentra en el Nivel Medio.

3.1.2 Componente Afectiva

Como se puede observar en el gráfico 1, dentro de la componente afectiva la mitad de los estudiantes está de acuerdo o muy de acuerdo en que las prácticas lúdicas se desarrollen en las clases prácticas.



Gráfico 1. Reactivos componente afectiva de 749 alumnos de Matemática I, 2023

También se puede recalcar que más del 50% de los estudiantes está de acuerdo o muy de acuerdo en considerar interesante el estudio cuando se utilizan juegos. Además, podemos ver que más del 50% está de acuerdo o muy de acuerdo en que les agradó aprender con juegos y realizar las actividades de clase utilizando juegos.

La puntuación total de la Componente Afectiva de la variable Actitud de los estudiantes ante la implementación Estrategias Metodológicas basadas en la Gamificación en su aprendizaje, se obtuvo de la suma de las puntuaciones de los 5 ítems del cuestionario. La amplitud de las puntuaciones obtenidas va desde los 5 a 25 puntos, donde un puntaje de 5 significa una actitud completamente negativa y 25, una actitud completamente positiva. El rango obtenido en esta variable fue 20 y los niveles considerados: Bajo [5 , 11], Medio [12 , 18] y Alto [19 , 25]. La tabla 2, muestra los resultados obtenidos en el análisis.

Tabla 2. Distribución porcentual de 749 alumnos de Matemática I, 2023, según nivel en la Componente Afectiva

Niveles	Fi	%	Hi%
Bajo	68	9,1	9,1
Medio	324	43,3	43,3
Alto	357	47,7	47,7
Total	749	100,0	100,0

Nota. Elaboración propia con los resultados obtenidos del software SPSS

Se observa en la Tabla 2, que el 47,7% (357 alumnos) del total de estudiantes se encuentran en el nivel alto de la Componente afectiva. Se calcularon también las medidas de tendencia central, obteniéndose una media de 17,6, una mediana de 18, un desvío estándar de 4,5. Por lo tanto la Componente Afectiva de la variable Actitud de los estudiantes ante la aplicación de Estrategias Metodológicas basadas en la Gamificación se encuentra en el Nivel Alto.

3.1.3 Compromiso en el aprendizaje de la Matemática

Respecto a las preguntas sobre el Compromiso del aprendizaje de la matemática podemos recalcar que, si bien más del 70% de los estudiantes esta de acuerdo o muy de acuerdo en haber recurrido al material necesario para el estudio y persistieron en la realización de tareas a pesar de dificultades, menos del 40% de los estudiantes respondió positivamente acerca de la dedicación al estudio de la materia.

La puntuación total de la Componente Compromiso en el Aprendizaje de la Matemática correspondiente a la variable Actitud de los estudiantes ante la implementación Estrategias Metodológicas basadas en la Gamificación en su aprendizaje, se obtuvo de la suma de las puntuaciones de los 6 ítems del cuestionario. La amplitud de las puntuaciones obtenidas va desde los 6 a 30 puntos, donde un puntaje de 6 significa una actitud completamente negativa y 30, una actitud completamente positiva. El rango obtenido en esta variable fue 24 y los niveles considerados fueron: Bajo [6 , 14], Medio [15 , 23] y Alto [24 , 30]. La tabla 3, muestra los resultados obtenidos en el análisis.

Tabla 3. Distribución porcentual de 749 alumnos de Matemática I, 2023, según nivel en la Componente Compromiso en el Aprendizaje de la Matemática.

Niveles	Fi	%	Hi%
Bajo	28	3,7	3,7
Medio	461	61,5	61,5
Alto	260	34,7	34,7
Total	749	100,0	100,0

Nota. Elaboración propia con los resultados obtenidos del software SPSS

Se observa en la Tabla 3, que el 61,5% (461 alumnos) del total de estudiantes se encuentran en el nivel medio de la Componente Compromiso en el Aprendizaje de la Matemática. Se calcularon también las medidas de tendencia central, obteniéndose una media de 21,6, una mediana de 22, un desvío estándar de 3,9. Por lo tanto la Componente Compromiso en el Aprendizaje de la Matemática de la variable Actitud de los estudiantes ante la aplicación de Estrategias Metodológicas basadas en la Gamificación se encuentra en el Nivel Medio.

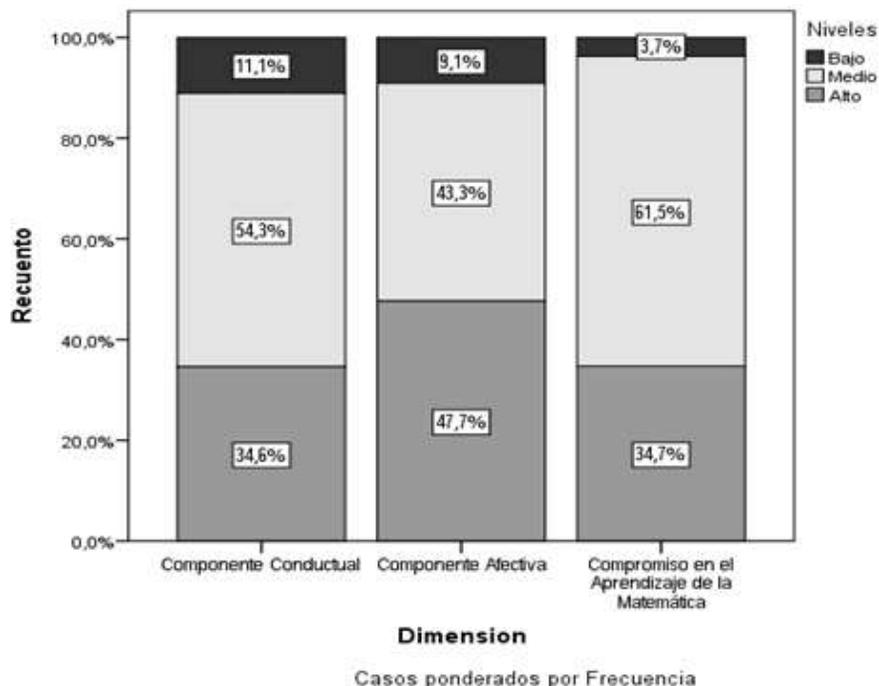


Gráfico 2. Distribución porcentual de 749 alumnos de Matemática I, según las Componentes: Conductual, Afectiva y Compromiso en el Aprendizaje de la Matemática de la variable Actitud de los estudiantes ante la implementación Estrategias Metodológicas basadas en la Gamificación en su aprendizaje

En el Gráfico N°2 se observa el análisis de las tres dimensiones de la variable Actitud de los estudiantes ante la implementación Estrategias Metodológicas basadas en la Gamificación en su aprendizaje, consideradas simultáneamente.

4 - Conclusiones y trabajos futuros

Con el objetivo de implementar la gamificación en el aula buscamos que mientras los estudiantes aprendan se estimulen otros factores del proceso de enseñanza aprendizaje como la motivación, el compromiso y la implicación.

En este trabajo se muestran los resultados obtenidos a partir de la aplicación de una metodología que incluía gamificación como estrategia de enseñanza a fin de conocer la actitud de los alumnos ante la implementación de la misma como recurso didáctico integrado al proceso de enseñanza y aprendizaje.

Nuestro análisis reveló que, si bien los estudiantes presentaron una actitud favorable hacia la utilización de la Gamificación como estrategia metodológica, es necesario implementar cambios en la metodología para mejorar algunos aspectos sobre todo los referidos a la componente conductual y la componente referida al compromiso de estudio por parte de los estudiantes.

La gamificación es una herramienta acorde a la nueva generación de estudiantes, por lo que consideramos que implementar estas metodologías enriquece el aula. Resulta necesario también realizar

modificaciones y rectificaciones necesarias de la metodología implementada ya que nos enfrentamos año a año a desafíos inherentes a la materia en cuestión, como ser la masividad en las aulas, el tiempo en el que se desarrollan las actividades, el espacio físico, etc.

Referencias

Chamoso Sánchez, J. M., Durán Palmero, J., García Sánchez, J. F., Martín Lalanda, J., & Rodríguez Sánchez, M. (2004). Análisis y experimentación de juegos como instrumentos para enseñar matemáticas. *Suma*. <https://redined.educacion.gob.es/> Consultado 02/03/22.

Gómez Chacón, I. M. (2010). Actitudes de los estudiantes en el aprendizaje de la matemática con tecnología. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*. <https://ensciencias.uab.cat/article/view/v28-n2-gomez> Consultado: 11/07/23.

González, C. (2019). Gamificación en el aula: ludificando espacios de enseñanza-aprendizaje presenciales y espacios virtuales. <https://www.researchgate.net/publication/334519680> Consultado 10/05/23

Guerrero Celis, M., Yrigoyen Fajardo, S., Vasallo Sambuceti, G.(2022). La actitud hacia el uso de la gamificación y su relación con la motivación y el rendimiento académico en estudiantes universitarios del primer ciclo de matemática de una Universidad privada de Lima–Perú. <https://repositorioacademico.upc.edu.pe/handle/10757/663480> Consultado 12/07/23

Kapp, K. (2012) *The Gamification of Learning and Instruction. Game-Based Methods and Strategies for Training and Education*. Pfeiffer, San Francisco, CA. recuperado de <https://es.scribd.com/read/100282384/The-Gamification-of-Learning-and-Instruction-Game-based-Methods-and-Strategies-for-Training-and-Education>. Consultado 14/07/23

Lozada Avila, C y Betancur Gomez, S. (2017) La gamificación en la educación superior: una revisión sistemática. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, vol. 16, No. 31 pp. 97-124 ISSN 1692-3324 julio-diciembre de 2017/272 p. Medellín, Colombia

Muñiz-Rodríguez, L., Alonso, P., & Rodríguez-Muñiz, L. J. (2014). El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas: estudio de una experiencia innovadora. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. https://www.researchgate.net/publication/338322066_una_revision_sistemica_sobre_gamificacion_motivacion_y_aprendizaje_en_universitarios Consultado 07/03/23.

Ortega Ruiz, P.; Saura Soler, J. P.; Mínguez Vallejos, R.(1992). Diseño y aplicación de una escala de actitudes hacia el estudio de las Ciencias Experimentales. *Enseñanza de las ciencias*. <https://ddd.uab.cat/record/23440> Consultado 11/07/23.

Páramo Rengifo, C. A. (2020). Gamificación e innovación educativa: apuntes para la práctica. Revista Conrado, 16(S 1), 241-248. Recuperado a partir de <https://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado/article/view/1547> Consultado el 25/7/23

Prensky, M. (2010). Nativos e Inmigrantes Digitales, Cuadernos SEK 2.0, Institución Educativa SEK. https://www.academia.edu/6310479/Marc_Prensky_Nativos_Digitales_Inmigrantes_Digitales_Nativos. Consultado 08/06/23.

Prieto Andreu, J. M. (2020). Una revisión sistemática sobre gamificación, motivación y aprendizaje en universitarios. https://www.researchgate.net/publication/338322066_Una_revision_sistemica_sobre_gamificacion_motivacion_y_aprendizaje_en_universitarios Consultado 22/06/23.

En busca de las causas de la discontinuidad académica en estudiantes de primer año. Un análisis cualitativo.

Augier, Rolando Matías - Escáandar, Eduardo Enrique - Nougues, Matías José
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Tucumán - Facultad de Ciencias
Económicas, Universidad Nacional de Tucumán - Facultad de Ciencias Económicas, Universidad
Nacional de Tucumán
raugier@face.unt.edu.ar - eescandar@face.unt.edu.ar - matijosenougues@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Discontinuidad, Causas, Deserción, Contador Público, Integración social

Resumen

La Universidad es un sistema social, donde se transmiten conocimientos y habilidades específicas. En este sistema confluyen los elementos humanos (docentes, estudiantes, directivos, técnicos y administrativos, entre otros) y un escenario de interacción social. El estudiante, para cumplir con su rol, debe allanarse a las normas determinadas por la institución. Un caso particular es el del estudiante de primer año, ya que recientemente superó el ciclo medio, pero a su vez no está integrado completamente a la nueva institución, ya que no conoce sus normas ni la esencia de la vida universitaria. De modo que no está integrado socialmente al nuevo entorno y no ha desarrollado aún un sentido de pertenencia al mismo. Esta falta o debilidad del vínculo afectivo estudiante – facultad, puede producir tensiones en el interior de aquel que deriven en la declinación de su decisión de seguir adelante con sus cursos, ya sea temporaria o definitivamente. Este fenómeno de interrupción de los estudios se denomina discontinuidad. Un rasgo sobresaliente del mismo es su carácter multicausal; las causas que lo producen pueden ser personales o externas. Otro rasgo a destacar es su relación íntima con la inclusión social y la responsabilidad social universitaria. El presente trabajo tiene por objetivo identificar y jerarquizar las causas de la discontinuidad en estudiantes de una asignatura contable de primer año de la carrera Contador Público de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Tucumán y sobre esta base elaborar propuestas innovadoras tendientes a la integración social de los estudiantes.

1 - Introducción

La Universidad es un sistema social, donde se transmiten conocimientos y habilidades específicas. Entre los elementos humanos de este sistema se encuentran docentes, estudiantes, personal directivo, pedagogos, administrativos, técnicos y personal de maestranza, entre otros. A su vez en una unidad académica en particular, hay que agregar otro componente que es el plan de estudios, que contiene las asignaturas cuyo conocimiento debe ser transmitido y evaluado por el cuerpo docente de la institución. Además se agrega el escenario de la interacción social que es la infraestructura donde se desarrolla la misma.

El estudiante, para cumplir con su rol, debe allanarse a un conjunto de reglas y normas determinadas por la institución. Un caso particular es el del individuo que ingresa a la Universidad; este deja de ser formalmente un estudiante del ciclo medio, pero a su vez no está integrado totalmente a la nueva institución, ya que no conoce las reglas mencionadas anteriormente ni la esencia de la vida universitaria que le permitan desarrollar un sentido de pertenencia. Esta falta de un nexo, de un vínculo afectivo que conecte al estudiante con la unidad académica, puede producir tensiones de mayor o menor

tenor, dependiendo de las características de la personalidad del individuo, pero que en todo caso, constituyen tierra propicia para la discontinuidad temprana de los estudios de nivel superior. En otras palabras, la falta de maduración del vínculo individuo – institución implica un riesgo de desertar o repetir mucho mayor al que afronta un estudiante avanzado, al margen de su formación a nivel medio.

El presente trabajo es el resultado de distintos esfuerzos llevados a cabo por el equipo de investigación integrado por los docentes Mg. Eduardo Escánder, Mg. Alejandro Alcaide, Mg. Rolando Augier, Sr. Matías Nougés y Srta. Carolina De Boeck, en el marco del proyecto PICE Análisis Causal Sobre la Discontinuidad, Ausentismo y Deserción en la Asignatura “Introducción al Sistema de Información Contable”, Ciclo Lectivo 2022, FACE UNT, proyecto de investigación que trata sobre la discontinuidad en la trayectoria académica de los estudiantes de la asignatura Introducción al Sistema de Información Contable (de aquí en adelante ISIC), situada en el primer año de la carrera de Contador Público brindada en la Facultad de Ciencias Económicas de la UNT. Se trata de una materia troncal de la carrera mencionada, clasificada como carrera de riesgo por la CONEAU. Se destaca además, que el cuerpo docente de la asignatura ISIC, tiene a su cargo una población estudiantil numerosa, cuyo tamaño supera con creces los 1000 estudiantes durante el primer cuatrimestre de cada año lectivo.

En el marco del presente estudio, se entiende que el fenómeno de la discontinuidad universitaria incluye la deserción definitiva y el abandono temporario. Es consecuencia inmediata de la discontinuidad la prolongación del tiempo de permanencia del estudiante en la unidad académica, y la postergación de su graduación.

Este fenómeno constituye un problema, no sólo de nuestra universidad, sino de toda Latinoamérica; al respecto según un informe del Banco Mundial (2017), en promedio, alrededor del 50% de la población de 25 a 29 años de edad que comenzaron estudios superiores no finalizaron sus estudios, sea porque aún se encuentran cursando asignaturas o bien porque abandonaron de manera definitiva. Otro rasgo sobresaliente del fenómeno en cuestión es su carácter multicausal. Los diversos factores que producen la discontinuidad, pueden ser clasificados en dos grandes categorías: personales (relativos al propio individuo como por ejemplo, falta de vocación, falta de hábitos de estudio, mala adaptación a las reglas de la unidad académica, integración social deficiente, deficiente formación académica previa, entre otros) y externos (relativos al entorno inmediato y mediato del individuo; caen dentro de esta categoría aspectos institucionales de la unidad académica o cátedra, y de índole socioeconómica).

La deserción y repitencia son fenómenos que guardan relación íntima con la inclusión social. Por esta razón, sus efectos socioeconómicos y tecnológicos se traducen en una provisión de capital humano menos calificado a la sociedad; a su vez, esto último se vincula con la Responsabilidad Social Universitaria (RSU). Cuando un estudiante posterga su graduación retrasa el momento de percepción de ingresos correspondientes a un graduado y las perspectivas de graduación se ven amenazadas. Las universidades afectadas por la deserción o la prolongación del tiempo de duración de su carrera, se ven en la necesidad de generar políticas que mejoren los índices de retención. Por los argumentos esgrimidos, este equipo de

investigadores considera importante el estudio de la discontinuidad en la asignatura ISIC como determinante, en buena medida, de la repitencia, postergación del egreso y abandono temporario y permanente de los estudios, por parte de los estudiantes de la carrera Contador Público.

La problemática tratada es compleja y presenta diversas aristas desde donde puede ser abordada. Desde una perspectiva sociológica la discontinuidad académica es un fenómeno característico de la sociedad de los tiempos actuales, descrita por Zygmunt Bauman bajo el concepto de *modernidad líquida*. Se trata de la sociedad del cambio, de la impermanencia, donde todo es pasajero, efímero e impregnado de incertidumbre. Un modelo de sociedad en donde las relaciones humanas son frágiles, no resisten la menor ruptura, en razón de un fuerte individualismo que ve en el compromiso una amenaza a la libertad. Existe un rechazo a los procesos lentos, a los tiempos de maduración de los conocimientos. El sentido de pertenencia a la escuela, a las empresas y al propio terruño se ve gravemente erosionado; es la llamada desterritorialización. Por otra parte, este modelo de sociedad líquida plantea un serio desafío a la educación ya que las escuelas, colegios y universidades están formando individuos para un mundo futuro desconocido, dado el presente cambiante. En particular, el vertiginoso avance de la tecnología, en particular en el área de las comunicaciones, ha generado la emergencia de nuevos empleos y con ello un rezago de las currículas de las instituciones educativas respecto de las exigencias del mercado laboral, lo que puede apalancar el fenómeno de la discontinuidad en las universidades.

En este mismo sentido, Byung - Chul Han se pronuncia de manera crítica sobre la sociedad actual, al expresar cómo todo corre de prisa bajo el yugo del rendimiento como principio rector de la sociedad. El tiempo atraviesa una crisis, que se traduce en su aceleración; sólo existe el tiempo laboral que es por naturaleza acumulativo y explotable. Los individuos se encuentran como en estado permanente de ansiedad, razón por la cual se hallan mucho más propensos a los cambios, a los quiebres y abandonos en diferentes órdenes de la vida. Por otro lado, por el mismo avance en las comunicaciones y el fenómeno de los macrodatos, la realidad se desmaterializa, y las cosas, los objetos dotados de sustancia corpórea, los relatos, las narraciones, dan paso a las *no cosas*, a la pura información.

En torno a esta problemática, es objetivo del presente proyecto bosquejar una matriz causal de factores que determinan la discontinuidad en la asignatura ISIC, durante el ciclo lectivo 2022. Una vez identificados los mencionados factores, es posible cuantificar lo observado por medio de indicadores descriptivos, que permitirán establecer una jerarquía de causas y proponer ciertas acciones correctivas.

2 - Material y método

La investigación tiene carácter exploratorio y de enfoque mayormente cualitativo. En cuanto a los aspectos metodológicos, los mismos se sintetizan en el siguiente plan que se ha trazado:

Etapa primera: Obtención y posterior procesamiento de datos provenientes de la Oficina de Cómputos de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNT, acerca de estudiantes que se encuentran en

condición de “libre” en la asignatura mencionada. En esta primera etapa el objetivo es caracterizar la población bajo estudio, identificando grupos y estratos de interés para la investigación.

Etapa segunda: Diseño de una encuesta, previa asesoría del Gabinete Psicopedagógico de la Unidad Académica, que ha sido remitida a los estudiantes registrados en la base.

El procesamiento de los datos se ha realizado mediante los programas Excel y Stata.

Etapa tercera: Realización de entrevistas a estudiantes. La selección, se ha efectuado a criterio de los investigadores. Se entrevistaron estudiantes en condición de libre, que se han registrado para rendir el respectivo examen, con el fin de indagar a escala individual acerca de las causas que les generaron dificultad en el cursado de la asignatura ISIC. Procedimiento: Una vez que los estudiantes se desocuparon de la instancia evaluativa, el equipo de investigadores se acercó a cada estudiante para dar inicio a la entrevista. Las conversaciones fueron en un primer momento uno a uno, y luego se dio paso a un intercambio colectivo en una mesa de diálogo común entre investigadores y entrevistados. Las entrevistas han sido de tipo semiestructurado, indagando de manera fija sobre: formación media, compromisos laborales asumidos, medios de movilidad y opinión sobre aspectos logísticos de la cátedra de la materia ISIC. No se ha individualizado a los entrevistados protegiendo su anonimato. La tipología de entrevista elegida por el equipo de investigación, así como el tiempo disponible y la predisposición de los estudiantes, ha permitido maniobrar en la conversación con un buen margen de flexibilidad, hallando así algunos elementos de juicio de interés para la exploración aquí realizada, sin descuidar los ítems fijos mencionados anteriormente.

3 - Resultados

Etapa primera: De la información provista por la oficina de Cómputos de la FACE de la UNT, acerca de los estudiantes que se han inscripto en la asignatura ISIC en el primer cuatrimestre de 2022, surge un total de 1131 estudiantes. Un punto crucial es la definición operativa de discontinuidad. Se ha definido estudiante en esta segunda situación, como aquel que pertenece a alguno de los siguientes estratos:

- Libre por inasistencias.
- Desertor con primer parcial rendido.
- Con 75% o más de asistencias a clases prácticas, sin parciales rendidos.

El número de estudiantes que cumplen con esta definición, asciende a 399, esto es un 35,9% sobre el total de la nómina de inscriptos. El resto se divide en desaprobados (estudiantes que han rendido las dos evaluaciones parciales y que no han alcanzado la nota necesaria para alcanzar la regularidad) y regulares.

Tabla 1. Estudiantes inscriptos en la asignatura ISIC clasificados según su condición al finalizar el cursado del 1er cuatrimestre 2022

Condición	Estudiantes	%
En discontinuidad	399	35,9
Desaprobados	412	36,1
Regulares	320	28,0
Total	1131	100,0

Otro punto del análisis, es el relativo a la situación laboral de los estudiantes. Este dato es relevado por facultad al momento de la inscripción del estudiante que ha superado la fase nivelatoria. Sobre este ítem se ha supuesto, que la situación de los inscriptos no se ha visto alterada desde el momento de la inscripción hasta la finalización del primer cuatrimestre 2022.

A partir del procesamiento de los datos, se observa que en el grupo de estudiantes en situación de discontinuidad, el peso relativo de los individuos que han trabajado al menos una hora o que han estado en la búsqueda de empleo es del orden del 60%. Si se compara este porcentaje con el correspondiente a los grupos de Desaprobados y Regulares, se aprecia una diferencia en favor del grupo de estudiantes discontinuos. Esto permite conjeturar que un factor que influye en la decisión de abandono del cursado de ISIC, son los compromisos laborales asumidos o la necesidad de encontrar empleo.

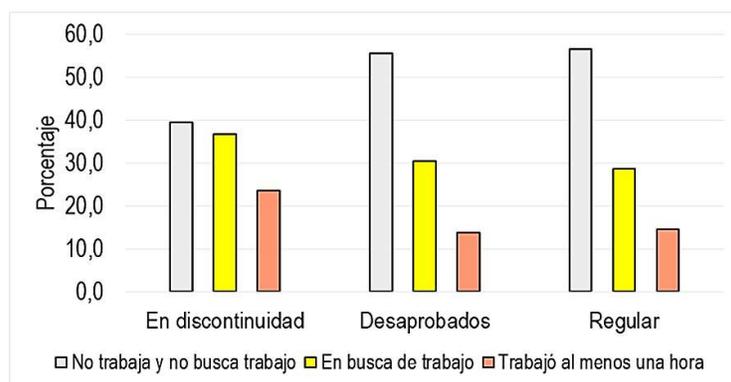


Gráfico 1. Estudiantes inscriptos en la asignatura ISIC clasificados según su condición al finalizar el cursado del 1er cuatrimestre 2022 y situación laboral al momento de la inscripción

En cuanto al acceso a internet se observa en los tres grupos la misma distribución, lo que lleva a pensar que la falta de acceso a la red no es un factor que incida sobre la discontinuidad.

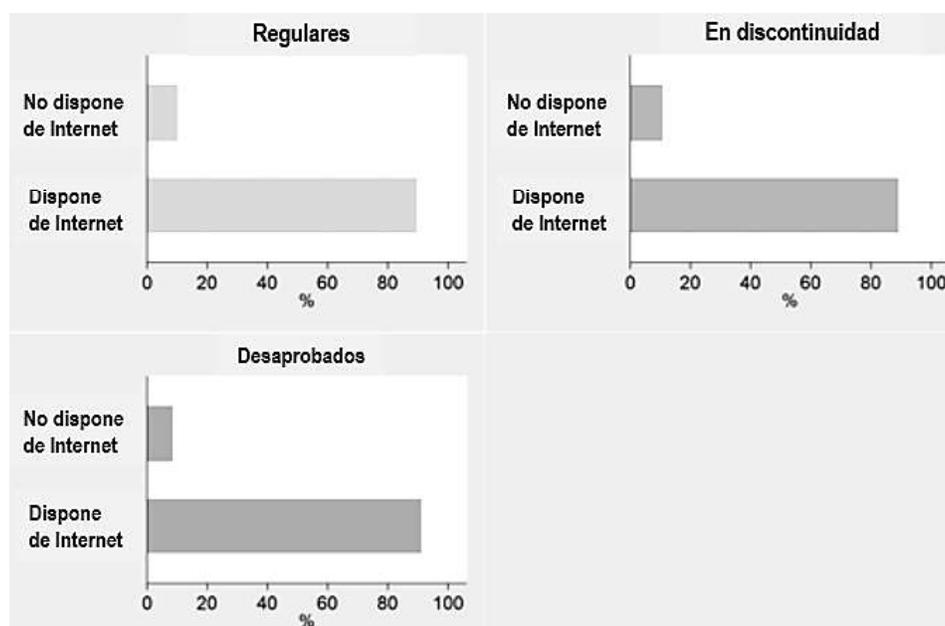


Gráfico 2. Estudiantes inscritos en la asignatura ISIC clasificados según su condición al finalizar el cursado del primer cuatrimestre 2022 y disponibilidad de servicio de Internet

Etapa segunda: Con la asesoría del Gabinete Psicopedagógico de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNT, se ha diseñado un formulario con preguntas sobre las causas de la discontinuidad y las medidas que la Facultad debería tomar para retener a sus estudiantes. La encuesta es anónima y ha sido preparada bajo la forma de formulario de Google.

Tabla 2. Respuestas a la pregunta: ¿Cuáles son las causas que te desalentaron para continuar cursando la materia (ISIC)?

Causa	Marcas	%	Categoría %
La formación previa no fue adecuada (primaria y secundaria).	16	15,1	Personales 36,8
No tuve métodos de estudio apropiados.	8	7,5	
No estoy seguro/a de la elección de la carrera.	2	1,9	
No me integré socialmente a la facultad.	13	12,3	
Considero que es muy alta la exigencia de estudio de esta materia.	12	11,3	Institucionales 23,6
El contenido de las materias de la carrera no son lo que esperaba.	2	1,9	
Las exposiciones docentes y propuestas de clase no se entienden.	11	10,4	
Le doy más importancia a la búsqueda de trabajo.	4	3,8	Del entorno no institucional
El trabajo que realizo no me da tiempo para estudiar.	9	8,5	

Tengo familia a cargo y el tiempo que dispongo no me permite estudiar.	6	5,7	39,6
Tengo limitaciones tecnológicas (dispositivos, conectividad, etc.).	5	4,7	
Tengo limitaciones económicas.	9	8,5	
Vivo muy lejos y eso me dificulta la continuidad de mis estudios.	8	7,5	
Otras razones por las cuáles dejarías de estudiar en primer año.	1	0,9	
Total	106	100,0	

Una lectura de las causas a nivel singular nos dice que la formación precaria durante el ciclo medio y la escuela primaria es la causa de mayor peso relativo, con un 15,1% de las marcas realizadas por los encuestados, seguida por una mala integración social a la vida universitaria en la facultad (12,3% de las marcas). En tercer lugar se encuentra el nivel exigencia de la asignatura, percibido por los encuestados como alto (11,3% de las marcas). Llama la atención el peso relativo de la integración social deficiente.

A nivel de categorías, las causas de orden socioeconómico lideran la escala con un 39,6% sobre el total de marcas realizadas, seguidas por las de orden personal con un 36,8%.

En cuanto a las medidas que se recomendarían tome la facultad para retener a sus estudiantes, las respuestas fueron:

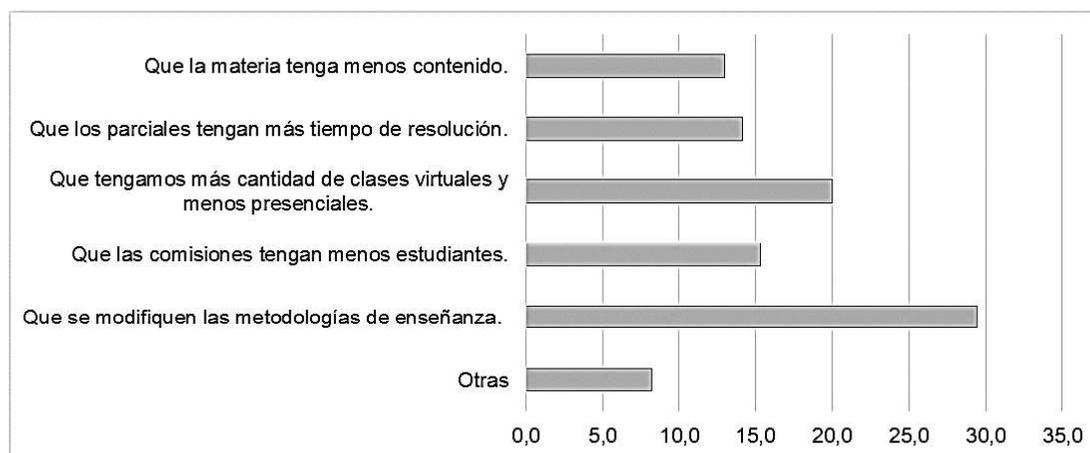


Gráfico 3. Respuestas a la pregunta: ¿Qué medida/s a tu juicio debiera tomar la Facultad de Ciencias Económicas de la UNT para retener a sus estudiantes?

Se aprecia que un cambio de metodología de enseñanza es la recomendación con mayor peso relativo en las respuestas (un 29,4% sobre un total de 85 marcas), mientras que un recorte en los contenidos registra un 12,9%. En la categoría "Otras", los encuestados han recomendado subir al aula virtual las

diapositivas que los docentes utilizan como apoyo para sus clases y que el número de estudiantes por comisión sea menor.

Etapa tercera: Los entrevistados coincidieron en señalar una brecha significativa de dificultad, entre los contenidos de la primera y segunda parte de la asignatura. Por otra parte, existe consenso al valorar positivamente la asistencia a las clases teóricas. A partir de las respuestas emitidas por los entrevistados, es posible extraer algunos comentarios relevantes:

- En congruencia con los resultados obtenidos de las encuestas de la segunda etapa, se observa el factor económico como limitante del desarrollo pleno de la vida universitaria. La búsqueda de empleo y el posterior cumplimiento de los compromisos, pueden provocar una ruptura no menor en la trayectoria del estudiante; por ejemplo, uno de los entrevistados ha descontinuado sus cursos por cuatro años, crisis sanitaria y económica de por medio.

- El recorrido de largas distancias por el interior de la provincia, es una muestra de la voluntad del estudiante por formarse con vistas a mayores y mejores oportunidades de ascenso social; sin embargo puede ser un factor de desgaste que redunde en una potencial declinación de la decisión de continuar los estudios superiores.

- Los entrevistados manifiestan cumplir con las horas de clases teóricas, al tiempo que brindan detalles valorados positivamente sobre las mismas. Esta observación es coherente con el análisis descriptivo realizado sobre los datos obtenidos por la encuesta online.

4 - Conclusiones y trabajos futuros

A la luz de los elementos de juicio obtenidos en las tres etapas en las que se han repartido y ordenado los esfuerzos de la presente investigación exploratoria, es posible bosquejar algunas propuestas tendientes a la retención de los estudiantes en situación de vulnerabilidad que tengan el deseo de continuar sus estudios en esta unidad académica:

- Fortalecer los programas de articulación entre la Universidad y la enseñanza media, a fin de atacar la causa *mala formación en el secundario*.

- Diseñar actividades sociales, recreativas y deportivas, que fomenten las relaciones entre estudiantes, con el objetivo de afianzar la integración social; por ejemplo, jornadas de convivencia, en las que participen tanto estudiantes como docentes. Estos encuentros pueden tener lugar en espacios diferentes al aula. Se espera un contacto menos estructurado que el que se da normalmente durante los cursados, de manera que sea posible achicar posibles brechas sociales entre los estudiantes que impidan su adecuada integración a la vida universitaria. Con este tipo de actividades (sobre todo las que tengan lugar en las instalaciones de la unidad académica) generar ese sentido de pertenencia, esa relación afectiva que actúe como una amalgama que los mantenga unidos a la institución.

- Mantener capacitado permanentemente a los docentes en materia de Pedagogía y Didáctica. Un docente preparado en este campo del conocimiento, tiene una visión más amplia de todo lo que acontece en el aula y dispone de mayores herramientas para resolver problemas de aprendizaje e incentivar a los estudiantes. Es importante en este punto que el docente se sienta profesional en la enseñanza de su asignatura. Sin embargo, no debe perderse de vista que el aprendizaje y la continuidad en los estudios se conseguirán bajo la premisa de la fuerza de voluntad de los estudiantes en relación a sus objetivos de superación.

La escasa integración social que se destaca en los resultados de la presente investigación, constituye una problemática disparadora de nuevas investigaciones, tendientes a indagar con profundidad la trama de relaciones sociales e identificar factores que impiden una buena relación entre los estudiantes y el nuevo entorno social al que ingresan.

Finalmente, dado el presente contexto en el que se mueven enormes masas de datos y la comunicación es intensa y constante, en el que las exigencias del mercado de servicios profesionales han cambiado, y en el que los jóvenes se inclinan por la recompensa inmediata, cabe formular las siguientes preguntas a nivel Facultad, que exceden al marco del presente trabajo:

- ¿Es necesario de acortar la duración formal de la carrera de Contador Público?
- ¿Es momento de otorgar títulos intermedios en la mencionada carrera, como por ejemplo el de Técnico Administrativo Contable?
- ¿Es necesaria una redefinición de las instancias de nivelación para el ingreso a la institución?

Las respuestas a estos interrogantes demandan un análisis exhaustivo previo de la situación actual, del que participen los tres estamentos de la unidad académica. El presente estudio es sólo un eslabón de una cadena de esfuerzos tendientes a la adaptación, no sólo de contenidos y titulaciones, sino del tejido de relaciones sociales que tienen lugar en nuestra facultad.

Referencias

Abdala Leiva, S.; Castiglione, A. M.; Infante, L. A. (2008) *La deserción universitaria. Una asignatura pendiente para la gestión institucional*. Cuadernos de la Facultad de Humanidades y Ciencias Sociales - Universidad Nacional de Jujuy, núm. 34. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=18519814012> Consultado 09/2022

Apaza, E. y Huamán, F. (2012) *Factores determinantes que inciden en la deserción de los estudiantes universitarios*. Apuntes Universitarios. Revista de Investigación, núm. 1 pp. 77-86. Universidad Peruana Unión. San Martín, Perú. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=467646124005> Consultado 10/2022

Byung – Chul Han. (2022). *Capitalismo y pulsión de muerte*. Buenos Aires. Edit. Herder.

Patriarca, M. C. (2013) *La deserción en el inicio de la vida universitaria. Estudio contextualizado en la Escuela de Economía y Negocios de la Universidad Nacional de San Martín*. Revista Argentina de Educación Superior. http://www.revistaraes.net/revistas/raes6_art3.pdf Consultado 11/2022

Quintela Dávila, G. E. (2013) *Deserción universitaria, una aproximación sociológica al proceso de toma de decisiones de los estudiantes*. Sociedad Hoy 24: 83-106.
<https://www.redalyc.org/pdf/902/90231580008.pdf> Consultado 09/2022

Schettini P.; Cortazzo I. (2016) *Técnicas y estrategias en la investigación cualitativa*. Libros de cátedra. Facultad de Trabajo social. Universidad Nacional de La Plata. Editorial de la Universidad de La Plata.
https://www.academia.edu/40608830/Schettini_y_Cortazzo_2016_An%C3%A1lisis_de_datos_cualitativos
Consultado 10/2022

Vásquez Rocca, A. (2008). *Zygmunt Bauman: Modernidad líquida y fragilidad humana*. Nómadas. Revista crítica de Ciencias Sociales y Jurídicas. Publicación electrónica de la Universidad Complutense. Material bibliográfico asignatura Sociología. Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Tucumán.

Velasco, I. Q. (2016). *Análisis de las Causas De Deserción Universitaria*, Universidad Nacional Abierta y a Distancia. Especialización en Educación Superior Bogotá.
<https://repository.unad.edu.co/bitstream/handle/10596/6253/23783211.pdf?sequence=1> Consultado 12/2022

Herramientas Tecnológicas para la Interpretación de Funciones de Dos Variables: Un Enfoque Gráfico

Rodriguez Piatti Javier Angel - Lequin Vargas Yamila –May Gladys Carmen
Facultad de Ingeniería y Ciencias Agropecuarias, Universidad Nacional de San Luis
piattijavier@gmail.com — yamilalequinvargas@gmail.com - gcmay@hotmail.com.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Representación gráfica, Superficies, GeoGebra

Resumen

La representación gráfica es una habilidad que debe ser desarrollada ya que, además de ser muy útil en la resolución de problemas, permite que el estudiante aprenda a ver, interpretar y a partir de allí desarrollar los conceptos teóricos. Ricardo Cantoral y Gisela Montiel, manifiestan que la visualización no se puede entender como el simple acto de ver, sino como “la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual en el pensamiento y el lenguaje del que aprende” (Cantoral & Montiel, 2002, p24)

Observamos que los estudiantes tienen dificultad en el aprendizaje de la primera unidad del programa, principalmente en las representaciones gráficas del dominio de una función de dos variables y en la gráfica de superficies. Por ello, implementamos una instancia donde los estudiantes utilizan una herramienta tecnológica llamada GeoGebra para la resolución e interpretación de los resultados de un problema matemático. Dicha instancia se ejecuta a través de la plataforma de la universidad, favoreciendo a la intervención de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TICs) en los procesos educativos. Así, el presente trabajo contribuye al logro de dos objetivos, por un lado, aprovechar los beneficios de la utilización de entornos e instrumentos digitales y por otro lado colaborar en la internacionalización de la educación en términos de avance tecnológico, para garantizar la educación inclusiva, equitativa y de calidad como lo determina el Objetivo de Desarrollo Sostenible 4 de la Agenda de Desarrollo Sostenible 2030 de la Organización de las Naciones Unidas.

1 - Introducción

En los últimos años, la tecnología ha transformado muchos aspectos de nuestra vida cotidiana, incluida la forma en que enseñamos y aprendemos. En el ámbito educativo, las herramientas tecnológicas y las TICs han abierto nuevas posibilidades para mejorar la calidad y eficacia de la educación. En particular, en el campo de las matemáticas, estas herramientas han demostrado ser especialmente útiles para la visualización de funciones y el desarrollo del pensamiento matemático.

En este escenario, también tuvo especial influencia, la pandemia de COVID-19 que trajo consigo grandes desafíos en el ámbito educativo, pero también aceleró la adopción y el protagonismo de las herramientas tecnológicas y digitales en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Con la necesidad de implementar medidas de distanciamiento social, tanto estudiantes como docentes se han visto obligados a adaptarse rápidamente al entorno virtual. Las TICs, como las plataformas de aprendizaje en línea, las videoconferencias y las aplicaciones educativas, se han convertido en medios indispensables para continuar con la educación de forma remota. Esta crisis sanitaria ha evidenciado la importancia de contar con habilidades digitales y de aprovechar las ventajas que estas tecnologías representan.

Hoy en día, a medida que la sociedad se recupera y se adapta a la "nueva normalidad", es fundamental reconocer y aprovechar las ventajas y oportunidades que las TICs y herramientas tecnológicas ofrecen en la educación.

En este contexto, la visualización desempeña un papel fundamental en el aprendizaje de los conceptos matemáticos. Permite a los estudiantes ver patrones, relaciones y conexiones entre diferentes elementos matemáticos. La visualización también ayuda a los estudiantes a construir representaciones mentales más sólidas y a comprender mejor los conceptos abstractos. Es así como el uso de herramientas tecnológicas específicas, como GeoGebra, ha ganado reconocimiento y popularidad en las aulas con el fin de preparar a los estudiantes para los desafíos del siglo XXI y garantizar una educación de calidad y equitativa.

2 - Marco Teórico

En las últimas décadas, la integración de tecnologías en el ámbito educativo ha adquirido una creciente relevancia. Las herramientas tecnológicas y las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TICs) han transformado la manera en que enseñamos y aprendemos, particularmente en disciplinas como las matemáticas. Autores como Jonassen (2000) y Mishra y Koehler (2006) han destacado la importancia de utilizar tecnologías en la educación para mejorar la comprensión de conceptos y promover el pensamiento crítico.

En el caso específico de las matemáticas, el uso de tecnologías y TICs ha demostrado ser especialmente beneficioso en la visualización de funciones. Autores como Hohenwarter y Preiner (2007) han señalado que la visualización ayuda a los estudiantes a construir representaciones mentales más sólidas y a desarrollar un pensamiento matemático más profundo.

En este contexto, una herramienta tecnológica que ha ganado reconocimiento y popularidad es GeoGebra. GeoGebra es un software de matemáticas dinámicas que combina capacidades gráficas, algebraicas y de cálculo en un entorno interactivo. Autores como Baena (2020) han destacado las ventajas de GeoGebra en el aprendizaje de funciones, ya que permite a los estudiantes manipular gráficas, explorar relaciones algebraicas y experimentar con diferentes parámetros.

Numerosos estudios han investigado el uso de GeoGebra en el aula y han encontrado resultados prometedores. Por ejemplo, Aragón (2020) llevaron a cabo un estudio con estudiantes de secundaria y encontraron que aquellos que utilizaron GeoGebra para visualizar funciones mostraron una mayor comprensión de conceptos como pendiente, concavidad y puntos de intersección. De manera similar, Carlos Rubén Palacios Huaraca (2013) logró determinar el efecto positivo la influencia del uso del software educativo GeoGebra, en el aprendizaje de la resolución de problemas de los estudiantes en geometría analítica.

Las ventajas de utilizar GeoGebra en la enseñanza de funciones son diversas. En primer lugar, la interactividad de GeoGebra permite a los estudiantes explorar visualmente el comportamiento de las funciones y comprender cómo cambios en los parámetros afectan a la gráfica. Esto fomenta el pensamiento crítico y la resolución de problemas matemáticos. Además, GeoGebra permite la conexión entre

representaciones gráficas y algebraicas, lo que ayuda a los estudiantes a comprender las relaciones entre las dos y a construir un conocimiento más sólido y coherente.

3 - Contexto de la Asignatura

La asignatura Análisis Matemático II, de la carrera Licenciatura en Administración, que dicta la Facultad de Ciencias Económico y Jurídicas de la UNSL, corresponde a segundo año, primer cuatrimestre. Es una asignatura básica para la carrera, que utiliza como conocimientos previos todos los desarrollados en Análisis Matemático I y algunos temas de Álgebra, además proporciona fundamentos matemáticos elementales que son requisitos necesarios para otras asignaturas que cursaran posteriormente.

Los requisitos que deben cumplir los estudiantes, para la obtención de la regularidad y posterior derecho a examen final o promoción de la materia, son los siguientes:

a- Reunir un porcentaje del 80% de asistencia a las clases teóricas y de trabajos prácticos.

b- Tener aprobadas las dos evaluaciones parciales escritas que, sobre temas fundamentales del programa analítico, propondrá la cátedra a los estudiantes. La evaluación parcial se considerará aprobada siempre que hubiese respondido correctamente al menos el 60% de las actividades propuestas. Cada evaluación parcial tendrá su recuperación, más una recuperación general, a la que podrá acceder el estudiante que haya aprobado uno de los parciales, es decir en la recuperación general se evalúa un solo parcial.

c- Aprobar el 60% de los "parcialitos". Cada "parcialito" consiste de tres actividades teóricas o prácticas de opción múltiple y/o verdadero-falso con temas de la clase anterior y que se utilizaran en la práctica del día.

Consideramos que los ejercicios prácticos son indispensables para asimilar, aplicar, analizar, sintetizar y evaluar los conceptos fundamentales. Estos conceptos matemáticos no quedan debidamente aprendidos, si el estudiante no es capaz de servirse de ellos para resolver correctamente situaciones en los que sean aplicables.

La utilización de la resolución de problemas es una estrategia metodológica activa, que desafía al estudiante a generar un conocimiento, a partir de la búsqueda de soluciones a problemas que cuidadosamente planteados y seleccionados, deben ser interesantes, atractivos y estar relacionados con su carrera o su entorno profesional.

Creemos que la representación gráfica es una habilidad que tiene que ser aprendida y practicada por los alumnos, por ejemplo, la representación gráfica de los datos de un problema puede sugerir estrategias para encontrar su solución, también se pretende que el alumno aprenda a visualizar, a interpretar y a partir de allí desarrollar los conceptos teóricos.

4 - Metodología

En este trabajo, se propone implementar una metodología de evaluación continua que integre el uso de GeoGebra y la plataforma digital de la universidad. Esta metodología busca fomentar la participación activa de los estudiantes y evaluar su comprensión y habilidades en la resolución de problemas matemáticos mediante el uso de herramientas tecnológicas. En primer lugar, se proporcionará a los alumnos un ejercicio desafiante que requiera la utilización de GeoGebra para visualizar y analizar funciones. Los estudiantes deberán resolver el problema utilizando la herramienta y presentar su solución a través de la plataforma digital de la universidad.

La evaluación continua se llevará a cabo a lo largo del proceso, brindando retroalimentación regular a los estudiantes para ayudarles a mejorar su comprensión y habilidades. Se valorará tanto la precisión de la solución como el razonamiento y la capacidad de utilizar GeoGebra de manera efectiva. Esta metodología de evaluación continua tiene como objetivo promover el aprendizaje activo y significativo, así como desarrollar habilidades digitales y de resolución de problemas en el contexto de las matemáticas.

Es importante destacar que esta metodología de evaluación continua se enfoca en ser evaluativa en lugar de calificativa. Esto significa que el objetivo principal es brindar retroalimentación formativa y constructiva a los estudiantes para mejorar su aprendizaje y desarrollo de habilidades, en lugar de asignar una calificación final. El énfasis está en valorar el proceso de resolución de problemas, el razonamiento matemático y el uso adecuado de GeoGebra, en lugar de simplemente obtener un resultado correcto. Este enfoque evaluativo fomenta la reflexión, la autorregulación y el crecimiento académico de los estudiantes, permitiéndoles aprender de sus errores y desarrollar estrategias de mejora continua. Al no estar centrada en la calificación, se busca crear un entorno de aprendizaje inclusivo y libre de presiones, donde los estudiantes se sientan motivados a explorar, experimentar y aprender de manera significativa.

5 - Desarrollo

El presente trabajo es una continuidad de una investigación previa realizada por la cátedra en el año 2016 y presentado en la XXXI Jornadas Nacionales de Docentes de Matemáticas de la Facultad de Ciencias Económicas y Afines en donde mediante la implementación de un trabajo exploratorio del tipo encuesta realizada a una población de estudiantes de la carrera se observó en las respuestas la dificultad que tienen para la identificación, visualización, interpretación y gráfica de superficies en el espacio. De hecho entre el 60% y el 80% de las respuestas no fueron positivas considerando estas actividades como "Difícil " o "Algo Difícil". Además hubo una octava pregunta abierta ("Tengo dificultades para graficar en el espacio debido a:...") donde hicieron hincapié en dos cuestiones principales: "interpretación" y "no manejar bien las gráficas de funciones".

A todo esto se debería sumar que en las reflexiones finales de dicho trabajo se sugirió como una mejora en el futuro la implementación de las clases interactivas donde cada alumno pueda usar la PC,

Tablet, smartphone, etc., para manipular las ecuaciones con algún software y ver su gráfica en el espacio (rotar, realizar cortes, curvas de nivel), para afianzar los conceptos vistos.

Es por ello que se propone como una instancia de evaluación continua para complementar la utilización de “parcialitos”, la realización de una tarea de resolución de un ejercicio de aplicación asistido por tecnología.

Mientras que los “parcialitos” son evaluaciones continuas que se realizan al comienzo o finalización de cada clase teórica y cuentan con tres ejercicios sencillos o conceptos teóricos, cuya resolución es por verdadero o falso y su correspondiente justificación y posterior retroalimentación, La tarea asistida por tecnología consiste en la resolución mediante herramientas digitales y entornos virtuales de un ejercicio de aplicación a la economía

La herramienta elegida para la resolución es GeoGebra, esto debido a que proporciona las siguientes ventajas:

1- Visualización interactiva: GeoGebra permite a los estudiantes visualizar funciones matemáticas de manera interactiva, lo que les brinda una comprensión más clara de las relaciones entre las variables y les ayuda a identificar patrones y tendencias. La visualización en tiempo real facilita la exploración y experimentación, lo que conduce a una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos involucrados.

2- Flexibilidad en la representación gráfica: GeoGebra ofrece una amplia gama de herramientas y opciones de representación gráfica, lo que permite a los estudiantes adaptar y personalizar las gráficas según las necesidades del problema. Pueden ajustar escalas, agregar etiquetas, trazar múltiples funciones en un mismo gráfico y explorar diferentes formas de visualizar los datos. Esto les brinda una mayor flexibilidad y capacidad de análisis al resolver problemas.

3- Interconexión de conceptos matemáticos: GeoGebra permite a los estudiantes explorar la relación entre diferentes conceptos matemáticos, como funciones, derivadas, integrales y geometría. Pueden construir gráficas que representen múltiples conceptos y observar cómo interactúan entre sí. Esto facilita la comprensión de las conexiones y aplicaciones de los conceptos matemáticos, promoviendo un aprendizaje integrado y holístico.

4- Experimentación y exploración activa: GeoGebra proporciona un entorno de aprendizaje interactivo en el que los estudiantes pueden realizar cambios instantáneos en las gráficas y observar cómo afectan los resultados. Pueden modificar parámetros, agregar restricciones y realizar experimentos numéricos para comprender mejor las implicaciones de las variables en las gráficas y en la solución de problemas. Esto fomenta una actitud activa y experimental hacia la resolución de problemas matemáticos.

5- Facilidad de uso y acceso: GeoGebra es una herramienta de software libre y de código abierto que está ampliamente disponible y es fácil de utilizar. Puede ser utilizado en diferentes dispositivos y sistemas operativos, lo que facilita su adopción en entornos educativos. Además, ofrece una interfaz intuitiva y

amigable que permite a los estudiantes utilizar la herramienta de manera rápida y eficiente, centrándose en la resolución de problemas en lugar de aprender a manejar la herramienta en sí.

Además la resolución de la tarea se realizó a través de la plataforma virtual Moodle lo que favorece la integración con las Tecnologías de la información y la comunicación y con los entornos digitales para obtener como resultado una actividad en donde la tecnología juega un papel primordial.

La tarea se desarrolló en diferentes etapas:

- 1- Etapa de Nivelación y Aprendizaje Tecnológico: Aquí se explican todos los conceptos, funciones y herramientas digitales que el estudiante necesita conocer para poder manejar de manera efectiva la herramienta GeoGebra resaltando aquellas que son fundamentales para la resolución del ejercicio. Esto se implementa a través de un archivo digital del tipo video al cual se puede acceder desde la plataforma virtual de la materia y que tienen a disposición para ver las veces que sea necesario.

Link: <https://www.youtube.com/watch?v=CC67nc9MAHY&t=10s>

TAREA OBLIGATORIA N°1:

-Les dejamos un link con el video explicativo de la utilización de GEOGEBRA



Figura 1. Etapa de Nivelación y Aprendizaje Tecnológico (subido a Moodle)

- 2- Etapa de Resolución de la Tarea: Aquí es donde se espera que el estudiante sea capaz de aplicar todo lo aprendido en la etapa 1 mediante la resolución de un ejercicio de aplicación a la economía utilizando GeoGebra. Mediante la utilización de la plataforma Moodle se crea una tarea especialmente para este fin en donde se especifica un horario y duración para la recepción de trabajos, así no solo se mantiene la utilización de la tecnología en todo el proceso sino también se pretende que el estudiante sea capaz de tomar responsabilidad respecto a su aprendizaje.

TAREA OBLIGATORIA N°1: ACTIVIDAD INTEGRADORA
ASISTIDA POR TECNOLOGIA



Para la resolución del siguiente problema nos basaremos en la herramienta GEOGEBRA la cual podemos utilizar tanto en su versión web como su app <https://www.geogebra.org/3d?lang=es-AR>

El interés anual brindado por un Banco a sus clientes se compone de un 33% de inversiones de renta variable que posea, 50% de inversiones de renta fija y un 1% extra por disponer los fondos en la cuenta y acreditar su sueldo, según la siguiente formula:

$$z(x, y) = \frac{33x^2}{100} + \frac{50y^2}{100} + \frac{1}{100}$$

Se solicita:

- 1- Graficar la función interés Z



Utilizar el cuadro de entrada de datos: El mismo se encuentra en la parte superior izquierda de la pantalla. Cada vez que se quiera agregar un nuevo comando se deberá agregar una nueva línea.

- 2- ¿Qué interés obtendrá un cliente que acredita su sueldo en el banco y además posee 2 quotapartes de inversiones de renta variable y 1 de renta fija?. Graficar los resultados y realizar las trazas correspondientes
- 3- Graficar las curvas de interés constante para $z=10$, $z=6$ y $z=0$. Analice los resultados, ¿qué representan esos datos?

Figura 2. Etapa de Resolución de Tarea (subido a Moodle)

3- Etapa de Entrega y Evaluación: La tarea realizada por el estudiante se entrega a través de la misma plataforma. Aquí es donde entra a escena el enfoque evaluativo y no calificativo. El enfoque evaluativo permite a los estudiantes aprender de sus errores, reflexionar sobre sus propias prácticas y establecer metas de mejora. Además, fomenta la autorregulación y la responsabilidad en el aprendizaje, ya que los estudiantes son conscientes de que están siendo evaluados en función de su progreso y esfuerzo, no solo de un resultado final. Esto crea un entorno de aprendizaje más inclusivo y estimulante, donde los estudiantes se sienten motivados a explorar nuevas ideas, tomar riesgos y buscar soluciones creativas a los desafíos.

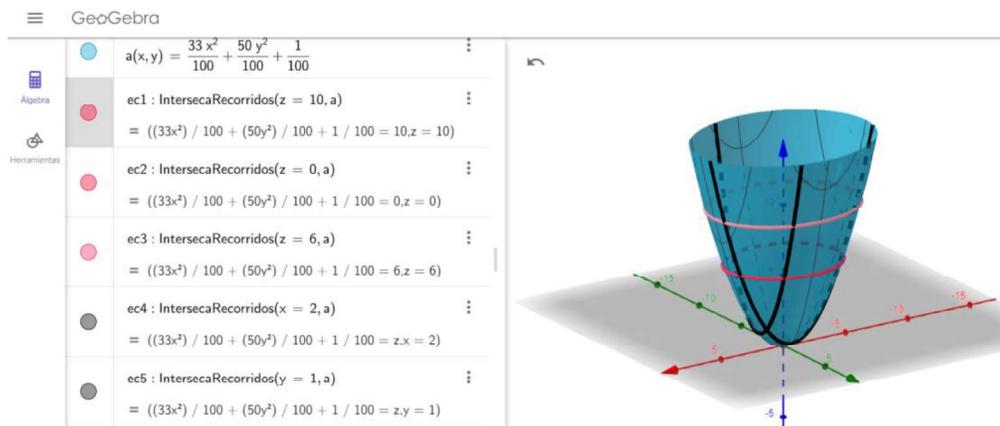


Figura 3. Etapa de Entrega y Evaluación (entregado a través de Moodle)

4- Etapa de Retroalimentación: Se implementa a través de dos tipos de formatos de archivo, uno de texto y otro de video, ambos subidos a la plataforma Moodle en donde no solo se dan los resultados esperados sino que también se explica la manera en la cual se procedió para resolverlo. Permite a los estudiantes reflexionar sobre su propio trabajo, identificar errores y debilidades, y tomar medidas para mejorar. Les brinda orientación sobre cómo pueden abordar los desafíos de manera más efectiva y cómo pueden aplicar estrategias o enfoques alternativos para lograr mejores resultados. Además, la retroalimentación les ayuda a establecer metas de aprendizaje realistas y alcanzables, y les brinda una visión clara de su progreso hacia esas metas.

Link: <https://www.youtube.com/watch?v=Q6yC7Aifaro&t=196s>



Notas y Resolución de Trabajo Practico Geogebra

Alumnos les dejamos los resultados de la Tarea Obligatoria N°1 y su resolución en video para que lo vean



Figura 4. Etapa de Retroalimentación (subido a Moodle)

6 - Reflexión Final

- El objetivo principal es que los estudiantes desarrollen una comprensión sólida de conceptos matemáticos clave, como funciones, gráficas y análisis de datos. A través del uso de GeoGebra y la resolución de problemas, se logra que los estudiantes fortalezcan la comprensión de conceptos matemáticos y la capacidad para aplicarlos en situaciones reales.

- Se contribuye a mejorar las habilidades de resolución de problemas, alentando a los estudiantes a abordar desafíos matemáticos y encontrar soluciones utilizando GeoGebra. Además la metodología de evaluación continua proporciona oportunidades para que los estudiantes desarrollen su pensamiento crítico, razonamiento lógico y capacidad para plantear estrategias efectivas en la resolución de problemas.

- Se explotan los beneficios del uso de las TICs, haciendo que los estudiantes adquieran habilidades prácticas en el uso de herramientas tecnológicas, como GeoGebra, para la visualización y análisis de funciones matemáticas. A través de la integración de la plataforma digital de la universidad, los estudiantes se familiarizan con las herramientas tecnológicas disponibles y son capaces de utilizarlas de manera efectiva en su aprendizaje y futuras prácticas profesionales.

Referencias

Carlos Rubén Palacios Huaraca (2013). *Uso del software GeoGebra en el aprendizaje de la geometría analítica, en el 5° grado de educación secundaria de la i.e. "Julio Cesar Escobar" s.j.m. en el 2012* – Lima – Perú

Diego Baena Álvarez (2020). *Recursos de GeoGebra para geometría analítica en el espacio* - Universidad Politécnica de Madrid.

Hohenwarter, M. y Preiner, J. (2007). *Matemática Dinámica con GeoGebra*. Journal of Online Mathematics and its Applications ID 1448, 7(1), 2-12.
https://www.maa.org/external_archive/joma/Volume7/Hohenwarter/index.html

Jonassen, D. H. (2000). *Las computadoras como herramientas mentales para las escuelas: participación del pensamiento crítico*. New Jersey: Prentice – Hall.

Matthew J. Koehler, Punya Mishra y William Cain (2006). *¿Qué son los Saberes Tecnológicos y Pedagógicos del Contenido (TPACK)?* - Universidad del Estado de Michigan, Estados Unidos.

May G, Olguin R., Hidalgo G., Renaudo J y Simunovich R. (2016). *Encuesta a alumnos de análisis matemático II sobre dificultades en el trazado y comprensión de gráficos*. Actas de XXXI Jornadas de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y Afines.

Ortiz Aragón Justo Roberto (2020). *Estrategia didáctica para el fortalecimiento de las competencias del pensamiento espacial y sistemas geométricos con geogebra* - Universidad de Santander Udes centro de educación virtual cv udes Buenaventura, Valle del Cauca

Revista interamericana de investigación, educación y pedagogía (2018) - *Las TIC como herramientas cognitivas* - vol.11, núm. 1, pp. 67-80 - Universidad Santo Tomás;
<https://www.redalyc.org/journal/5610/561059324005/html/>

La evaluación formativa como motor de aprendizaje en una experiencia de seminario para estudiantes de Ciencias Económicas

Cámara Viviana – Dalmasso Estefanía – Grisetti Silvana
Facultad de Ciencias Económicas. Universidad Nacional del Litoral
vcamara@fce.unl.edu.ar- dafnedalm@gmail.com- silgrisetti@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Evaluación formativa, Competencias matemáticas, Modelización

Resumen

En el presente artículo se describe la propuesta del seminario optativo “Análisis y formulación de modelos matemáticos”, diseñada e implementada por el equipo docente de la cátedra Cálculo para Ciencias Económicas de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Litoral, durante el primer cuatrimestre de 2021, bajo modalidad virtual. La actividad principal es la modelización matemática de una situación actual propuesta por los estudiantes, en las que las relaciones entre variables pueden describirse mediante una ecuación diferencial. Tanto para la planificación del seminario como para la valoración de los trabajos finales de los estudiantes se toma como noción central la evaluación formativa, en el sentido de evaluación para y como aprendizaje, atendiendo a la misma como constitutiva de un sistema integrado y alineado o concordante con las actividades de enseñanza. Se detalla la metodología empleada para la evaluación de los trabajos finales de los estudiantes y se presenta una descripción de las producciones que abarcaron variadas temáticas, algunas de las cuales se distinguen por su originalidad. La propuesta formativa busca producir alto impacto en el desarrollo de competencias, tecnológicas, de comunicación, trabajo en equipo, pensamiento crítico y resolución de problemas.

1 - Introducción

En un mundo en el que los cambios económicos y sociales se producen más rápidamente que antes, la exigencia sobre los estudiantes y, por lo tanto, sobre las propuestas educativas, ha aumentado considerablemente. Como menciona el estadístico, matemático y especialista en educación, Schleicher (2016), en el prólogo del libro *Educación en cuatro dimensiones*, hoy los estudiantes deben estar preparados para “trabajos que aún no han sido inventados y para resolver problemas sociales que aún no sabemos que habrán de surgir”. De acuerdo a este autor, “el éxito educativo ya no consiste principalmente en la reproducción del conocimiento de contenidos, sino en la extrapolación a partir de lo que sabemos y en la aplicación de dicho conocimiento a situaciones nuevas”.

Hoy podría decirse que los motores de búsqueda lo saben todo y que ya no resulta necesario formar sujetos que acumulen saberes, sino más bien que adquieran una brújula confiable y habilidades adecuadas de navegación para encontrar un camino hacia la resolución de preguntas, formuladas en el marco de una problemática.

Desde esta perspectiva, la enseñanza en el nivel superior se orienta a formar en los estudiantes el *saber poner en práctica*, el *hacer a partir de lo que se sabe*, no sólo a nivel de cada individuo, sino abarcando la dimensión social, que cobra cada vez mayor importancia en tanto el hacer en el mundo es un *hacer con otros y a partir del hacer de otros*.

En esta línea, resulta fundamental diseñar propuestas de enseñanza potencialmente capaces de promover aprendizajes significativos, necesarios para la adquisición de competencias, y crear oportunidades en las que el estudiante asuma un rol activo en el proceso de instrucción. Esto implica, en una primera instancia, abandonar el monólogo docente y hacer del aula un ámbito para la construcción colectiva de conocimiento. No obstante, “la simple implementación de modelos y estrategias de enseñanza centradas en los estudiantes no puede considerarse como sola garantía de calidad educativa” (Talanquer, 2015).

Consideramos que el reconocimiento de la dimensión social de la tarea educativa permite revalorizar los intercambios sincrónicos entre estudiantes y profesores. En este sentido, los seminarios constituyen espacios formativos especialmente propicios para dar continuidad y profundidad a los aprendizajes que los estudiantes han adquirido en las distintas áreas disciplinares abordadas en la carrera y, en particular, en el área de Matemática.

La característica principal de un seminario es que especialistas y alumnos se encuentran ante la práctica y la investigación de un problema en el marco de alguna disciplina. El saber adquirido es activado, contrastado y puesto a prueba, y se constituye en punto de partida para nuevos aprendizajes, en una instancia colaborativa y creativa que obliga a los actores a interrelacionar e integrar saberes, dando lugar a instancias de metacognición.

Tal como menciona Schleicher (2016), “el dilema para los docentes es que las habilidades más fáciles de enseñar y de evaluar, también son las habilidades más fáciles de digitalizar, automatizar y externalizar”. Entonces, ¿qué y cómo enseñar?, ¿qué y cómo evaluar? Una clave para dejar de considerar estas preguntas por separado está en la noción de evaluación formativa.

2 - Empezar por la evaluación

En la revisión bibliográfica realizada sobre evaluación formativa encontramos múltiples estudios relacionados con sus características, componentes, funciones, estrategias, actividades sugeridas para ponerla en práctica, relaciones entre la evaluación diagnóstica, formativa y sumativa, entre otros. La mayoría de los autores la entiende como un proceso.

Investigadores como Fadel, Bialik y Trilling (2016) distinguen la *evaluación del aprendizaje* de la *evaluación para el aprendizaje* y, globalmente, mencionan a la *evaluación como aprendizaje*. La *evaluación del aprendizaje* se entiende como el uso de pruebas o herramientas estandarizadas para medir si los estudiantes han desarrollado conocimientos, habilidades u otras competencias que se ha buscado que adquieran en un determinado proceso de instrucción.

La *evaluación para el aprendizaje* coloca a los profesores en la tarea de planificar cuidadosamente propuestas formativas suficientemente potentes que motoricen y hagan posible el desarrollo por parte de los estudiantes de habilidades y competencias que se consideran deseables desde un determinado

paradigma y, al mismo tiempo, proponer criterios que permitan medir a posteriori su grado de adquisición, como una forma de validación de la propia propuesta.

Así, pensar la evaluación *para el aprendizaje* incluye, casi por necesidad, la evaluación *del aprendizaje*. Finalmente, los procesos de retroalimentación que tengan lugar entre profesores y estudiantes permiten configurar la dimensión de la evaluación *como aprendizaje*: al final hay una vuelta al principio que hace avanzar en la dirección de propuestas cada vez más superadoras que se reelaboran de manera continua luego de haber sido implementadas, en una actividad de coevaluación que incluye a docentes y estudiantes. En este sentido, la exposición oral toma importancia porque requiere que los estudiantes hayan realizado un proceso de síntesis y apropiación de contenidos en profundidad favoreciendo instancias de retroalimentación y metacognición de todos los sujetos de este proceso (William, 2011).

3 - Evaluación, competencias y modelización

En línea con la evaluación para el aprendizaje (Fadel, Bialik y Trilling, 2016) propusimos a la modelización matemática como metodología de enseñanza para la ampliación y profundización del tema Ecuación Diferencial, cuyas nociones generales y básicas se desarrollaron en la materia Cálculo para Ciencias Económicas.

Así, el seminario fue entendido como un proyecto formativo, articulador de problemáticas sociales con el campo matemático. La modelización matemática conlleva una serie de pasos/procesos que permiten establecer criterios evaluativos de las competencias matemáticas que se buscan desarrollar.

Entendemos por *competencia matemática* "la capacidad que tiene un individuo de identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados y utilizar e implicarse en las matemáticas de una manera que satisfaga sus necesidades vitales como un ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo" (Marco Stieffel, pp 36).

A partir de esta conceptualización general y en el tema específico *Ecuación diferencial* desde un abordaje conceptual e integrador, se establecieron las competencias que nos propusimos contribuir a formar y evaluar en el seminario.

- Capacidad de elección y recorte de una problemática de interés personal/social.
- Capacidad de reconocer que dicha problemática puede abordarse con la aplicación de algún concepto matemático, el cual puede ofrecer algún tipo de respuesta al problema, aunque ésta sea acotada.
- Capacidad de reconocer la ecuación diferencial como un concepto integrador del cálculo diferencial e integral.
- Capacidad de identificar y reconocer los usos y la utilidad de la matemática en problemas reales.

4 - Metodología

El seminario se planteó como una extensión de la cátedra Cálculo para Ciencias Económicas, constó de diez clases dirigidas a alumnos de las tres carreras de grado de la facultad (Licenciatura en Economía, Licenciatura en Administración y Contador Público) que tenían aprobada la materia Cálculo.

En las primeras clases se analizaron modelos matemáticos relacionados con las ciencias económicas, interpretando su formulación y sus soluciones, con vistas a que, para el trabajo final, los estudiantes fueran capaces de plantear y desarrollar modelos según la situación problemática elegida de acuerdo a su interés.

El proceso de evaluación se desarrolló en tres instancias, para cada una de las cuales los alumnos se organizaron en equipos de trabajo. En la instancia 1, se resolvieron ejercicios de la bibliografía utilizada y, en la instancia 2, los estudiantes resolvieron un minicaso que les fue asignado. Por último, en la instancia 3, se les propuso la resolución de una situación problemática de interés del equipo, respondiendo al estilo de tarea abierta e investigativa (Giménez, Santos y Da Ponte, 2004).

Si bien la propuesta global del seminario está enmarcada en la formación de competencias y en la noción de evaluación formativa como concepto articulador, en el presente artículo nos referiremos sólo a la instancia 3. En esta instancia, los criterios de evaluación de los informes finales se establecieron en correlación con las competencias definidas para el seminario, según se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1. Competencias a evaluar en referencia a las consignas dadas a los estudiantes para el trabajo final

Competencias	Consignas del trabajo para los estudiantes
Capacidad de elección y recorte de una problemática de interés personal/social.	a. Elegir un tema y una situación problemática dentro del área de interés. Fundamentar su importancia.
Capacidad de reconocer que dicha problemática puede abordarse con la aplicación de algún concepto matemático, el cual puede ofrecer algún tipo de respuesta al problema, aunque ésta sea acotada.	b. Plantear preguntas relevantes en torno a la problemática. c. Identificar variables involucradas, datos preliminares, nociones matemáticas para expresar relaciones d. Establecer supuestos.
Capacidad de reconocer la ecuación diferencial como un concepto integrador del cálculo diferencial e integral.	e. Expresar el modelo diferencial y resolverlo. f. Obtener la solución particular.
Capacidad de identificar y reconocer los usos y la utilidad de la matemática en problemas reales.	g. Elaborar reflexiones finales vinculando las preguntas planteadas con el contenido y la solución hallada.

Fuente: Elaboración propia

De la Tabla 1 se deducen tres dimensiones a evaluar: *Presentación de informe*, *Desarrollo matemático* y *Desarrollo de habilidades*.

En la Tabla 2 se describen las dimensiones y se establecen criterios de valoración de las producciones de los estudiantes.

Tabla 2. Dimensiones y criterios de valoración para el trabajo final del seminario

Dimensión	Descripción	Criterios de valoración
<i>Presentación de informe</i>	Toma en cuenta elementos lingüísticos y otros de formato digital que contribuyen a una comunicación eficaz del trabajo realizado, en el sentido de favorecer su comprensión.	C1. Cumplimiento de pautas de formato establecidas; ortografía de la lengua española; claridad en la comunicación de ideas (coherencia, cohesión, uso de recursos lingüísticos, puntuación, uso de imágenes).
<i>Desarrollo matemático</i>	Atiende a aspectos vinculados con el tratamiento de nociones, conceptos y símbolos propios de la disciplina.	C2. Vinculación con el contenido del curso.
		C3. Planteo y justificación del modelo diferencial.
		C4. Resolución de la ecuación diferencial (solución general).
<i>Desarrollo de habilidades</i>	Incluye habilidades cognitivas, comunicativas, motivacionales y de metacognición, consideradas transversales a todos los espacios disciplinares, y vinculadas fuertemente con el aprender a aprender.	C5. Obtención de la solución particular e interpretación de los resultados.
		C6. Búsqueda de información.
		C7. Recursos TICs.
		C8. Profundidad en las reflexiones finales.
		C9. Exposición oral.

Fuente: *Elaboración propia*

Para cada criterio se asignaron puntajes según la escala de Likert.

1 = Sin cumplimiento, 2 = Regular, 3 = Bueno, 4 = Muy bueno, 5 = Sobresaliente

De acuerdo a la cantidad de criterios asociados a la dimensión se establece que los mayores porcentajes de incidencia en la valoración del trabajo final (45 puntos como máximo) corresponden a las dimensiones *Desarrollo Matemático* y *Desarrollo de Habilidades*.

5 - Resultados

Los alumnos se organizaron en seis equipos. En la Tabla 3 se presenta una descripción de los problemas planteados y de la resolución realizada por los estudiantes, destacando los aspectos más notables de cada trabajo, y la calificación asignada.

Se ordenan en orden decreciente de acuerdo al puntaje obtenido.

Tabla 3. Descripción de las producciones de los estudiantes considerando las dimensiones y criterios de valoración

Equipo	Puntaje (%)	Título y área	Descripción
2	43 (95,5%)	<i>Aplicación de modelos matemáticos en un emprendimiento local</i> Finanzas y negocios	Se busca obtener el modelo de la función utilidad dependiendo del tiempo de almacenamiento de las cajas de celulares en el negocio, para luego optimizar la función. Plantean un modelo diferencial para obtener el precio V de venta futuro de cada celular y utilizan el modelo del valor presente del costo de almacenaje durante t años. Resuelven, analizan y extraen conclusiones que les permiten tomar decisiones en base a los interrogantes planteados.
5	41 (91,1%)	<i>Análisis de la concentración de petróleo en un lago</i> Ecología y medioambiente	Plantean y resuelven una ecuación diferencial ordinaria lineal cuya solución permite proyectar la acumulación de petróleo en el lago Ontario en el tiempo, mediante la cual pronostican el impacto del derrame de petróleo en los próximos años. Relacionan los resultados obtenidos con la toma de decisiones de parte de los organismos del gobierno. Realizan un desarrollo matemático correcto, si bien no hubo tanta originalidad en el trabajo creativo. Los datos responden al modelo.
6	31 (68,8%)	<i>Crecimiento de población: el yaguareté, una especie indispensable en el Iberá</i> Ecología y Medioambiente	Utilizan una ecuación diferencial para modelar el crecimiento de la población de yaguaretés a partir de especies reintroducidas luego de un programa de preparación del hábitat en la reserva natural en el Parque Nacional del Iberá, provincia de Corrientes, Argentina. Se trata de un programa iniciado en 2015. A partir de la solución particular obtenida, estiman el tiempo de recuperación de la especie, extraen conclusiones y relacionan con la toma de decisiones de parte de los organismos del estado.
1	31 (66,7%)	<i>Comercio electrónico eCommerce: Empresa Mercado Libre</i> Finanzas y negocios	Realizan una indagación sobre el comercio electrónico (eCommerce) basándose en datos de ventas a través de Mercado libre. A partir de registros de variaciones relativas medias estiman mediante una ecuación diferencial el comportamiento de las tasas de variación relativa obteniendo un modelo diferencial. Resuelven el modelo utilizando software y extraen conclusiones acerca del comportamiento de las ventas en este tipo de comercio. Se

			presentaron dificultades en el modelo obtenido dada la situación atípica vivida en el año 2020 donde se exacerbó las ventas on line: el confinamiento no sólo profundizó la compra online de aquellos usuarios que ya la utilizaban, sino que, además, incorporó nuevos usuarios.
4	30 (66,6%)	<i>Modelo Epidemiológico SIR aplicado al COVID-19</i> Salud Pública	En el contexto de la pandemia ocasionada por la propagación del virus, los estudiantes indagaron acerca del modelo de predicción del comportamiento de casos, estudiando el planteamiento y resolución de un sistema de ecuaciones diferenciales. Mediante un proceso de simulación testean el modelo obtenido extrayendo conclusiones acerca de la evolución de la enfermedad. El trabajo estuvo orientado a entender la construcción del modelo de propagación del Covid-19 y a aplicar el mismo para predecir los alcances de la pandemia que los estaba afectando.
3	29 (64,4%)	<i>Duration Modificada en los Empréstitos</i> Administración financiera	Realizan un recorrido teórico del tema a partir de preguntas generales. Se le presentan dificultades para identificar una ecuación diferencial porque no existen relaciones continuas en este contexto. Finalmente, el equipo, concluye que no hay un modelo diferencial involucrado.

Fuente: *Elaboración propia*

Como se muestra en la Tabla 3, todos los equipos superaron el 60 %, calificación en la que tienen gran preponderancia las dimensiones *Desarrollo Matemático* y *Desarrollo de Habilidades*. Resaltamos que los estudiantes se animaron a plantearse problemas con el fin de indagar en ellos, sin tener la certeza previa del grado de dificultad que conllevará dar respuesta a la situación propuesta.

Dos de los trabajos presentados son originales. El Equipo 2 presentó una situación problemática real que se plantearon los estudiantes de este equipo quienes tenían un negocio de venta de celulares en Santa Fe (Argentina). El Equipo 1 elaboró la base de datos que necesitaban para responder a la problemática de interés, ajustando luego el comportamiento de las tasas relativas de variación a un modelo diferencial con un software. Destacamos, también, que el Equipo 4 se animó a trabajar con un sistema de ecuaciones diferenciales, contenido que no es trabajado en Cálculo. Todos los equipos incorporaron rápidamente el uso de la tecnología y el desarrollo de habilidades fue mejorando a medida que avanzaban en el cursado. En la totalidad de los trabajos, los equipos reflexionaron sobre la razonabilidad de los resultados obtenidos, el tipo, los alcances y limitaciones de los modelos planteados, y realizaron predicciones concretas para responder preguntas pertinentes. Pusieron en juego habilidades comunicativas

tanto para llevar adelante el trabajo en sí en un marco de trabajo en equipo, como también para presentarlo en un informe y exponerlo.

Consideramos que la propuesta los desafió y motivó, ya que los equipos mantuvieron una constancia en cuanto al cumplimiento de las diferentes instancias y a la permanencia en el equipo, realizando producciones muy completas y de calidad.

La exposición oral fue una instancia muy valiosa de intercambio de experiencias y de conocimiento, donde cada grupo escuchó cómo los demás equipos resolvieron las dificultades que se les presentaron. En ella, los alumnos se mostraron tranquilos, abiertos a las preguntas de los docentes y de sus compañeros, aceptando críticas y mostrándose contentos al final de la exposición.

Como docentes de Matemática en educación superior, este seminario también nos resultó un desafío, ya que gran parte del trabajo demandó que aprendiéramos de los estudiantes y a la par de ellos, en un espacio de trabajo nuevo si se quiere, menos tradicional, donde se da la circularidad del conocimiento y cobran importancia las relaciones de retroalimentación entre los sujetos.

6 - Conclusiones y trabajos futuros

Pensada en el marco de un seminario optativo, tanto la propuesta en sí como la duración (un cuatrimestre) permiten hacer foco en la adquisición de habilidades para el planteo e investigación de un problema del ámbito de la práctica, problema que se busca que los estudiantes identifiquen, propongan y resuelvan, y para el cual el conocimiento matemático se constituya en herramienta capaz de ofrecer respuestas a algunas de las preguntas planteadas.

Desde la perspectiva de la evaluación formativa como aprendizaje es posible valorar los logros de los estudiantes más allá de lo disciplinar, ampliando la mirada hacia la formación de competencias. La disposición a asumir desafíos, avanzar sobre la incertidumbre, encarar nuevos aprendizajes con autonomía son verdaderos motores de nuevos aprendizajes.

Los contextos reales proporcionan una oportunidad para la integración del conocimiento matemático con el de otras ciencias, en particular la Economía y la Administración. Así, abordar los problemas desde el lugar de la investigación en equipos contribuye a presentarlos como desafíos que podemos superar, para lo cual la importancia del conocimiento y, en particular, del conocimiento matemático, queda evidenciada.

Enmarcar trabajos complejos y potentes en entornos colaborativos donde cobran relevancia las interacciones entre todos los actores de la acción pedagógica es el gran desafío que tiene la educación superior en el mundo actual. Esto demanda de parte de los docentes una planificación mayor en cuanto a las propuestas que se les ofrecen a los estudiantes. Quizá en esta planificación, la clave está en poner la evaluación al comienzo para motorizar y no al final, relegando su papel al de instrumento de acreditación de contenidos. Desde la evaluación formativa se entiende competencias a formar y evaluar como parte del mismo proceso, evitándose diseñar e implementar propuestas que pretendan formar sin evaluar el propio

proceso formativo. Empezar y terminar con la evaluación lleva a un proceso de construcción y reformulación y retroalimentación continua de las propuestas educativas. Ésta es nuestra línea de trabajo y nos planteamos continuar desarrollándola.

Referencias

Fadel, C., Bialik, M. y Trilling, B. (2016). *Educación en cuatro dimensiones. Las competencias que los estudiantes necesitan para su realización*. Centro de Innovación en Educación de Fundación Chile. Recuperado de: <https://ciec.edu.co/wp-content/uploads/2017/08/charles-fadel-educacion-en-cuatro-dimensiones.pdf>

Giménez, J., Santos, L., Da Ponte, J. (2004). *La actividad matemática en el aula: Homenaje a Paulo Abrantes*. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/39209812_La_actividad_matematica_en_el_aula_Homenaje_a_Paulo_Abrantes

Marco Stieffel, B. (2010). *Competencias básicas. Hacia un nuevo paradigma educativo*. Madrid: Narcea S.A.

Talanquer, V. (2015). La importancia de la evaluación formativa. *Educación Química*, 26(3), 177–179. <https://doi.org/10.1016/j.eq.2015.05.001>

William, D. (2011). What is assessment for learning? *Studies in Educational Evaluation*, 37(1), 3–14 <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2011.03.001>.

Integrando Conceptos de Cálculo Aplicado. Funciones y Derivadas

Padró Silvia Inés - Facello Carlos Sebastián - González Francisco Gabriel
Facultad de Ciencias Económicas – Universidad Nacional de Entre Ríos
silvia.padro@uner.edu.ar – sebastian.facello@uner.edu.ar – francisco.gonzalez@uner.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Aprendizaje significativo, Funciones, Derivadas, Integración de conocimientos

Resumen

Un aprendizaje es significativo cuando los contenidos son relacionados de modo no arbitrario y sustancial con lo que el alumno ya sabe. Por eso es tan importante considerar lo que el alumno cursó previamente, los conocimientos que adquirió, para poder relacionarlos con los nuevos que se van a impartir. Se produce, entonces, ese aprendizaje significativo cuando la nueva información se conecta con la subyacente en el individuo y de esta manera son el “anclaje” para los nuevos conceptos. Nuestra asignatura, Cálculo aplicado a las Ciencias Económicas, pertenece al segundo año de la carrera de Contador Público según el nuevo plan de estudios 2020, y a primer año -segundo cuatrimestre- de las carreras Licenciatura en Economía y Licenciatura en Gestión de las Organizaciones. En el primer año los estudiantes cursaron Álgebra aplicada a las Ciencias Económicas, en todas las carreras previo al cursado de Cálculo. En ella vieron el tema de funciones y aplicaciones de las mismas. Lo que desarrollamos en este trabajo es una propuesta de integrar ese concepto a través de una función de Población, trabajando con datos reales extraídos del INDEC, y complementándola con los conceptos de derivadas y sus aplicaciones, pudiendo así pronosticar la variación de la misma y su tendencia de crecimiento o no utilizando datos de nuestra provincia, Entre Ríos, y en particular nuestra ciudad, Paraná.

1 - Introducción

Es un motivo permanente de reflexión para los que componemos la cátedra Cálculo aplicado a las Ciencias Económicas, el encontrar diferentes metodologías de enseñanza que nos permitan “facilitar” de algún modo el aprendizaje en nuestros estudiantes de los conceptos básicos del cálculo diferencial e integral.

Obviamente nos damos cuenta que, si nos limitamos a exponer los conceptos matemáticos en forma abstracta, es imposible para nuestros alumnos llegar a la comprensión que deseamos que tengan de estos conceptos y, por lo tanto, mucho menos se puede llegar a un aprendizaje autónomo que capacite a los mismos a poder aplicar los conceptos a situaciones reales según se le presenten en su futuro profesional.

Por esa razón es que, en estos últimos años, nos hemos “desprendido” un poco de las aplicaciones típicas de derivadas que aparecen en los libros específicos, buscando alternativas más conocidas por los jóvenes y vinculadas a la situación de nuestro país. Como sabemos, la derivada nos da un pronóstico aproximado de cómo cambiará una función económica en la unidad siguiente, y habitualmente lo aplicamos para obtener variaciones del costo, el ingreso y la utilidad, el conocido análisis marginal. A estos conceptos que encontramos en los textos, nosotros les incorporamos otros que son más típicos de nuestra economía y no de la economía de otros países. El año pasado lo vimos aplicado a la Canasta Básica Alimentaria,

este año trabajaremos el concepto desde los datos que el INDEC nos da respecto de la población de nuestra provincia y de nuestra ciudad. Para ello comenzaremos por determinar una función para la población provincial y capitalina.

Recordemos que la población es uno de los ejemplos que siempre se toma en el desarrollo de la función exponencial. Por esa razón, y volviendo a lo visto en Álgebra aplicada a las Ciencias Económicas, encontraremos con sólo un par de datos la función de la población para ambos casos. Luego la corroboraremos utilizando el Excel con todos los datos disponibles del INDEC y luego de escogida las funciones, comenzaremos con el trabajo de Cálculo aplicado, incorporando el concepto de derivada y sus aplicaciones.

2 - Función de Población Provincial

Consideremos el siguiente problema, el cual se ha enunciado en función de los datos obtenidos en la página de INDEC.

“La población de la provincia de Entre Ríos en el año 1970 era de 820.500 habitantes y, según el censo del año 2010 llegó a ser de 1.235.994 habitantes. Si se sabe que la población responde a una función exponencial, encuentre dicha función y calcule cuál es la población que se esperaba para el 2022.”

Procedamos a la resolución. Para ello, y, en primer lugar, determinamos cuáles son las dos variables que estamos considerando, en este caso el tiempo y la población (número de habitantes) y las llamaremos, respectivamente t y P , entendiendo que t es la variable independiente y P la dependiente.

El primer valor corresponde al año 1970, donde comenzaremos a contar el tiempo, y por esa razón le damos a t el valor 0 para 1970.

$$t_0 = 0 \quad P_0 = 820500$$

El otro valor corresponde a 2010, o sea 40 años después y resulta ser:

$$t = 40 \quad P_{40} = 1235994$$

Planteamos ahora la función, en el formato habitual que trabajamos para una función exponencial:

$$P = A.e^{kt}$$

Donde A y k son dos constantes a determinar, entendiendo que k resultará positiva porque indica un crecimiento de la población.

Reemplazando por los valores correspondientes al año 1970 obtenemos el valor de A :

$$820500 = A.e^{k \cdot 0} = A \cdot 1 \Rightarrow A = 820500$$

La función, hasta el momento tiene la forma:

$$P = 820500 \cdot e^{kt}$$

Ahora aplicamos los datos correspondientes al año 2010 y obtenemos k:

$$1235994 = 820500 \cdot e^{k \cdot 40}$$

$$1.50639 = e^{k \cdot 40}$$

$$\ln(1.50639) = k \cdot 40 \cdot \ln e$$

$$k = \frac{\ln(1.50639)}{40} \Rightarrow k = 0.010$$

Por lo tanto, la función quedó determinada de la siguiente forma:

$$P = 820500 \cdot e^{0.01t}$$

Ahora utilizamos esta función para calcular la población esperada en el año 2022. Para ello reemplazamos t por 52 y calculamos, resultando:

$$P = 820500 \cdot e^{0.01 \cdot 52} = 1380104$$

Es decir que, predice una población de 1.380.104 para dicho año. Según el censo 2022 la población de Entre Ríos en ese año era de 1.426.426, lo cual nos da un error de estimación de 46322.

Veamos ahora qué sucede cuando a la función la estimamos con los datos que el INDEC nos proporciona de los censos entre el de 1970 y el 2010 utilizando la línea de tendencia de Excel.

Tabla 1. Valores de la población de Entre Ríos según censos de INDEC en los años ilustrados

Años	Valor de t	Valor de P
1970	0	820500
1980	10	908313
1991	21	1020257
2001	31	1158147
2010	40	1235994

Vamos, ahora, a utilizar el Excel para graficar los valores de estas dos variables en un diagrama de dispersión y luego, a continuación, a pedir la línea de tendencia supuesta exponencial

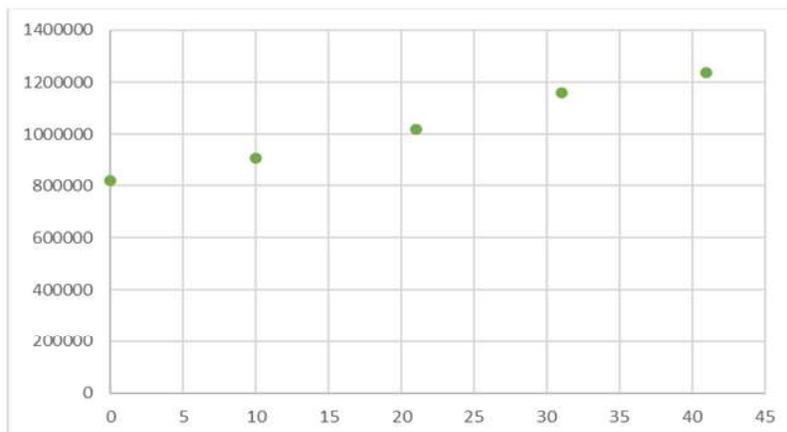


Figura 1. Gráfico de evolución de la población de Entre Ríos según datos de INDEC

Cuando agregamos la línea de tendencia, supuesta exponencial, y pedimos la fórmula de la misma sobre el gráfico, resulta:

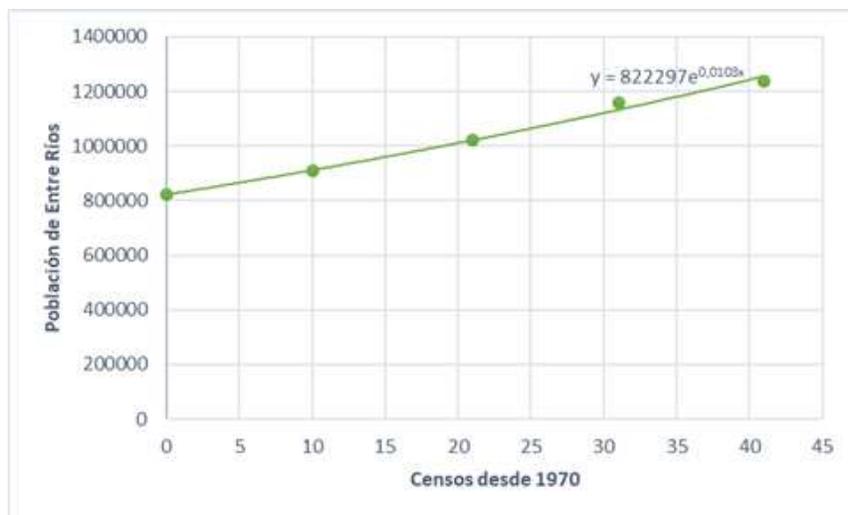


Figura 2. Línea de tendencia de la población, supuesta exponencial, según Excel

Vemos que, teniendo en cuenta todos los datos intermedios entre 1970 y 2010, la función cambia de expresión a:

$$P = 822297.e^{0,0103 t}$$

Si aplicamos esta función a la estimación de la población en el año 2022, resulta:

$$P = 822297 \cdot e^{0,0103 \cdot 52} = 1404872$$

Como podemos ver, el error de estimación se redujo a casi la mitad del anterior.

Ahora, utilizando esta segunda función que es la mejor predictora para nuestra variable población, comenzaremos el trabajo con la derivada primera y segunda.

La derivada primera nos permitirá determinar la variación aproximada para el próximo período. Nosotros tomamos valores para el tiempo a partir de 0 (censo 1970) de manera que, siendo el último valor utilizado para hallar la predicción fue $t = 40$, cuando en la derivada reemplazamos la t por 40 nos dará la estimación del crecimiento desde el 2010 al 2011.

Derivamos la función y reemplazamos la t por 40:

$$P = 822297 \cdot e^{0,0103 t}$$

$$P' = 822297 \cdot 0,0103 e^{0,0103 t}$$

$$P' = 8469,66 e^{0,0103 t}$$

$$P'(40) = 12788$$

Es decir que del 2010 al 2011 la población creció aproximadamente en 12.788 habitantes.

Si al realizar la estimación de la función de población hubiésemos utilizado también el dato correspondiente al censo de 2022, realizando los mismos pasos, la función hubiese resultado ser:

Tabla 2. Población de Entre Ríos desde 1970 a 2022 según datos del INDEC

Años	Valor de t	Valor de P
1970	0	820500
1980	10	908313
1991	21	1020257
2001	31	1158147
2010	40	1235994
2022	52	1426426

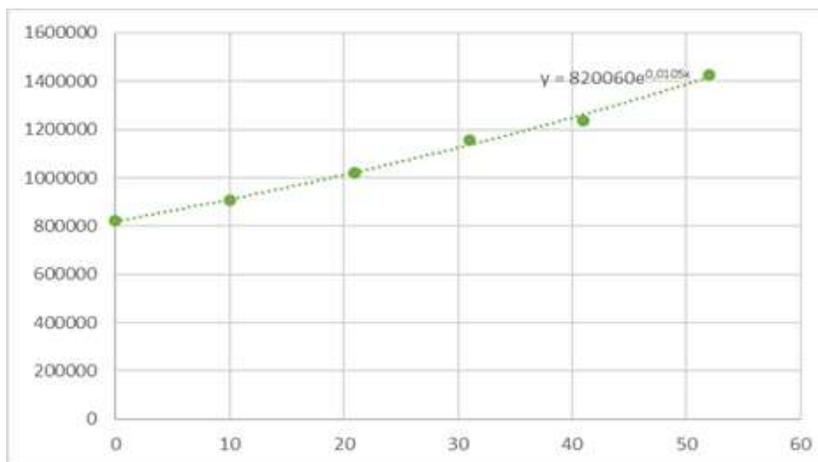


Figura 3. Línea de tendencia, supuesta exponencial, según Excel incluyendo los datos del censo 2022

Como podemos ver, la función propuesta es:

$$P = 820060 e^{0,0105 t}$$

Con esta función, haciendo la derivada primero, podríamos estimar en qué cantidad aproximada crecería la población desde el 2022 al 2023, resultando ser ese número de 14.865 habitantes.

$$P = 820060 e^{0,0105 t}$$

$$P' = 820060 \cdot 0,0105 e^{0,0105 t}$$

$$P' = 8610,63 e^{0,0105 t}$$

$$P'(52) = 14865$$

Esta es la variación esperada desde el 2022 al 2023, o sea que se esperaría una población para este año de 1.441.291 habitantes.

3 - Función de Población de la ciudad de Paraná.

Siguiendo los mismos pasos vamos a trabajar ahora con la función de población de la ciudad de Paraná, la cual construiremos directamente desde Excel con los datos de los censos desde el 1970 al 2022

Tabla 3. Población de Paraná desde 1970 a 2022 según datos del INDEC

Años	Valor de t	Valor de P
1970	0	197940
1980	10	226050
1991	21	276160
2001	31	298440
2010	40	339930
2022	52	391962

Realizamos el gráfico de estos valores y ya incorporamos la línea de tendencia para hallar la función a la que responde la población de Paraná:

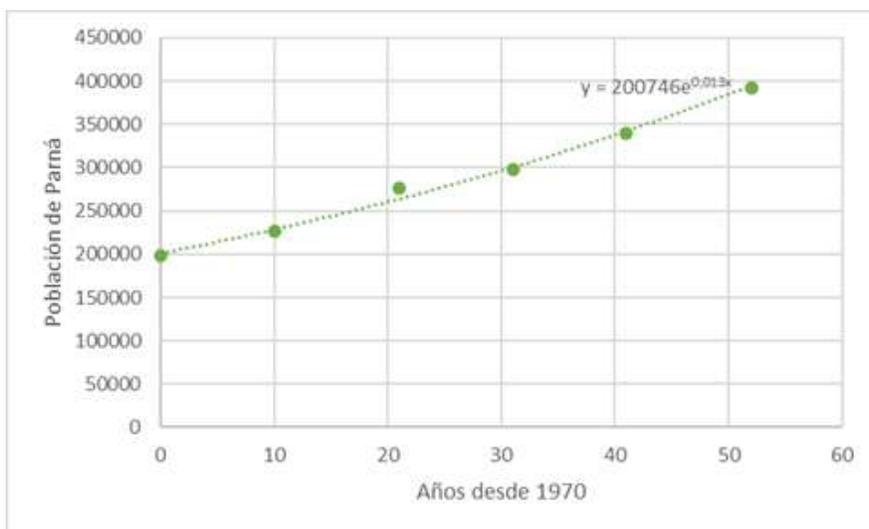


Figura 3. Población de Paraná de acuerdo a censos desde 1970 con línea de tendencia. Como podemos observar, Excel nos estima una función de Población para Paraná que responde a una función exponencial dada por:

$$P = 200746 e^{0.013t}$$

Esta función la podemos utilizar para estimar la población total de Paraná en los años subsiguientes, por ejemplo, si quisiera estimar la población de esta ciudad este año debería reemplazar la t por 53 que son los años transcurridos desde 1970. En este caso, la población es estimada de la siguiente forma:

$$P = 200746 e^{0,013 t}$$

$$P(53) = 200746 e^{0,013 \cdot 53}$$

$$P(53) = 399830$$

O sea que la población estimada para Paraná en este año 2023 es de 399830.

Muchas veces les pedimos a los alumnos, con el objetivo de trabajar con esta función, que estimen en qué año se espera una población específica. Por ejemplo, preguntémosnos en qué año se puede esperar que Paraná alcance una población de 500.000 habitantes. Resolvamos esta pregunta:

$$P = 200746 e^{0,013 t}$$

$$500000 = 200746 e^{0,013 t}$$

$$\frac{500000}{200746} = e^{0,013 t}$$

$$2,49 = e^{0,013 t}$$

$$\ln(2,49) = 0,013 t \ln e$$

$$t = \frac{\ln(2,49)}{0,013} = 70,2$$

Esto quiere decir que se puede esperar una población de medio millón de habitantes en la ciudad de Paraná, aproximadamente 70 años después de 1970, o sea para el año 2040.

Siguiendo con nuestra aplicación de derivadas, hallemos la derivada de la función de Población de Paraná y estimemos su valor cuando $t = 52$, lo que nos dará la variación aproximada de la población desde 2022 a 2023

$$P = 200746 e^{0,013 t}$$

$$P' = 200746 \cdot 0,013 e^{0,013 t}$$

$$P' = 2609,7 e^{0,013 t}$$

$$P'(52) = 5131$$

O sea que se estima una variación de la población general de Paraná desde el 2022 al 2023 de 5131 habitantes.

La variación real se obtiene como la diferencia entre la población en 2023 y la población en 2022. Considerando que calculamos la población en 2023 antes y tenemos el dato del 2022 del censo de INDEC, la variación real de la población en esos años es:

$$P(2023) - P(2022) = 399830 - 391962 = 7868$$

Existe una diferencia de algo más de 2000 habitantes entre la estimación con la derivada y el valor que nos da la función. Debemos aclarar que la función fue estimada hasta el dato 2022 y por tanto es buena para estimar valores dentro del rango 1970 – 2022 pero no es segura para estimar valores fuera de este rango. Por este motivo no podemos dar certeza sobre el valor de la población estimada en el año 2023 (399830) y por tanto no podemos comparar los valores hallados y desestimar la variación aproximada que nos da la derivada, pues esta trabaja con la función encontrada y con valores dentro del rango de estimación.

4 – Conclusiones

Los datos que nos proporciona la página de INDEC son muy completos y mucho más fáciles de leer a partir del informe del año 2010. Por esa razón se pueden utilizar para estimar el crecimiento o no de la alfabetización en una provincia, por ejemplo, o el crecimiento de algunas áreas de la actividad comercial según la zona que quiera estudiarse.

Creemos que, de acuerdo a la realidad económica de nuestro país, son muchas las variables que pueden utilizarse para determinar su variación conforme al tiempo, por ejemplo.

Sabemos que sobre una variable determinada no existe otra única variable que produce su variación (en este caso estimamos la población dependiendo únicamente del tiempo). Existen otras variables, las que pueden en algunos casos identificarse y determinar si son o no preponderantes en esta variación. Por citar un ejemplo, podemos observar en la figura 3, como el punto de referencia al censo del año 1991 está por encima de la curva. Este arrojó una población mayor a la esperada por el trazo de nuestra función. El fin de una cruenta dictadura militar en el año 1982 posiblemente influyó en los siguientes 9 años previos a dicho censo. Se puede estimar que el regreso de la democracia influyó en cada una de las tres variables principales que explican el crecimiento de una población: fecundidad, mortalidad y migración internacional.

Esto abre el camino a realizar nuevas aplicaciones en el futuro, siempre estudiando previamente esta ponderación de las otras variables de influencia, si existieran.

Referencias

Ausubel, David (1983) – Teoría del aprendizaje significativo – *Fascículos de CEIF* – Volumen 1, páginas 1 -10

Censo 1970 - <https://www.indec.gob.ar/indec/web/Nivel4-Tema-2-41-170> - Consultada el 31/07/23

Censo 1980 - <https://www.indec.gob.ar/indec/web/Nivel4-Tema-2-41-164> - Consultada el 31/07/23

Censo 1991 - <https://www.indec.gob.ar/indec/web/Nivel4-Tema-2-41-164> - Consultada el 31/07/23

Censo 2001 - <https://www.indec.gob.ar/indec/web/Nivel4-Tema-2-41-134> - Consultada el 31/07/23

Censo 2010 - <https://www.indec.gob.ar/indec/web/Nivel4-Tema-2-41-135> - Consultada el 31/07/23

Censo 2022 - <https://www.indec.gob.ar/indec/web/Nivel4-Tema-2-41-165> - Consultada el 31/07/23

Haeussler, Ernest Jr & Richard, Paul – Décima edición (2003) – Matemáticas para Administración y Economía – México – Pearson Educación

Informe del BID – CELADE (Centro Latinoamericano de Demografía) (1994). Caracterización Demográfica y su impacto sobre los servicios sociales. <https://repositorio.cepal.org/handle/11362/32735> - Consultada 31/07/23

Recursos didácticos digitales como herramientas pedagógicas para el aprendizaje significativo en la enseñanza del Algebra Lineal

Belcastro Nilda Esther
Facultad de Ciencias Económicas - Delegación Comodoro Rivadavia - Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco
nildabfce@gmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Recursos Didácticos, Videos Didácticos, Aprendizaje Significativo, Algebra Lineal

Resumen

“El proceso de aprendizaje puede acortarse sustancialmente empleando imágenes que transfieran informaciones concretas” (Lozano Garza, 2004)

Como comentan Adell Segura y Castañeda Quintero (2010), este es el reto, en la era de la información o era digital, en un tiempo tan complejo y cambiante como el que vivimos. Se trata de contribuir a desarrollar, con la tecnología que disponemos, una competencia básica: aprender a aprender.

Svantesson (2002), ha señalado que partes sustanciales de la información contenida en el cerebro es manejada por medio de imágenes ... generalmente no recordamos a través de palabras, solo de imágenes que se transforman en palabras algunos pasos más tarde en el proceso. Esto nos lleva a la reflexión sobre el valor de las imágenes para transferir informaciones sin la distorsión que puede provenir de expresiones verbales.

De hecho, insistimos en la elaboración de materiales didácticos y en la posibilidad de que estos actúen no solo durante la clase y dentro del aula, sino también como refuerzos en procesos de autoaprendizaje (Lozano Garza, 2004).

El presente trabajo busca mostrar el desarrollo de videos animados digitales utilizados en la enseñanza del Algebra Lineal, el aporte de estos al desarrollo del pensamiento crítico, a las nuevas formas de pedagogía actuales, y al re pensar la didáctica educativa.

Los videos digitales animados, utilizados como un recurso didáctico en el proceso de la enseñanza, fueron diseñados en base a un guion didáctico, para que los estudiantes puedan comprender los conceptos, métodos y/o técnicas propias del Algebra Lineal.

1 - Introducción

La ciencia pedagogía crítica explora el desarrollo de las habilidades críticas y reflexivas de los estudiantes.

Como menciona Flores Guerrero (2015),” Se llegó a la conclusión de que el desarrollo del pensamiento crítico es necesario en la educación superior, ya que es considerada una habilidad indispensable para enfrentar los desafíos de un mundo globalizado y también permite que el profesor y el estudiante se desarrollen dentro de un proceso de enseñanza-aprendizaje que requiere claridad, eficiencia, precisión y corrección en la resolución de problemas.”

En relación al pensamiento crítico como dispositivo pedagógico en la enseñanza universitaria y los desafíos pedagógicos en propuestas formativas, el desafío de toda propuesta de enseñanza, mediada por tecnologías, es cómo lograr implementar el pensamiento crítico y lo que implica este escenario mediado

por tecnologías. Según Giroux (2012), lo que hace que una pedagogía sea crítica es el intento deliberado del docente de influenciar con conocimientos y subjetividades en los procedimientos de enseñanza.

Parafraseando a Dussel (2020) este escenario envuelve transformaciones del espacio y del tiempo, y utiliza la creatividad, que debe estar presente en la universidad.

Los conceptos anteriores me llevaron a pensar en el rediseño ..., incorporando tics y culturas digitales, buscando favorecer un proceso educativo centrado en el dialogo de las inteligencias múltiples y emocionales, como menciona Gómez, P. A. (2020).

Si analizamos las tendencias globales del contexto educativo e innovador, cada vez son más las metodologías y nuevas formas de pedagogía inminente que impactan directamente el aula. (Hernández Sánchez, 2021)

Una de las actividades centrales del currículo en el campo de las Matemáticas es la resolución de problemas. El significado más simple de un problema es una cuestión a resolver o solucionar. Enseñar a resolver problemas tradicionalmente consiste en mostrar el camino de resolución y practicar con otros casos similares hasta que resulten familiares a los alumnos, o sea resolver ejercicios.

Sabater (1999), señala que lo primordial es abrir el apetito cognoscitivo del alumno, no agobiarlo ni impresionarlo. Si su vocación lo llama por ahí, ya tendrá tiempo de profundizar ese aprendizaje, enterarse de los descubrimientos más recientes y hasta descubrir por sí mismo.

1.1 - Videos didácticos digitales

Como menciona Hernández Sánchez (2021) la irrupción de las tecnologías de la información y la comunicación propone un re-pensar en la didáctica educativa. En este aspecto hay que considerar variables fundamentales como el entorno (que se refiere al plan de estudio); el acceso (referido a la conectividad); las capacidades (los usos por alumnos y la formación del profesorado) y los contenidos (plataformas, aplicaciones y servicios). La producción de contenidos en formato digital, cuestiones como la seguridad informática, el acceso a la información, el tipo de información si es pública o privada y el manejo de identidades o derechos informáticos.

Podemos decir que los videos didácticos digitales son aquellos generados con un objetivo didáctico, que se ajustan a un guion didáctico cuidadosamente analizado.

Como recomiendan desde el campo del Diseño Gráfico, en los cuadros de texto se ensayó y se seleccionó contrastes entre color de fuente y de fondo para proporcionar la presentación de mensajes legibles fácilmente y que no sean molestos visualmente.

“El surgimiento de la multimedia ha propiciado el fortalecimiento de la creación de videos tutoriales que son una herramienta poderosa como estrategia de aprendizaje, permitiendo a los estudiantes adquirir conocimiento fuera del aula de clase” (Hamdan et.al. 2013), citado por Rodríguez Suarez (2016).

Como se conoce los contrastes en los resultados obtenidos a partir del uso de los recursos didácticos pueden estar relacionados con la forma de elaboración del instrumento; el contenido; el público a quien se dirigen, la forma y el momento de su empleo.

Si aplicamos cuidadosamente estos recursos podremos crear diversas actividades de aprendizaje de forma sistemática.

2 - Fundamentación

“Saber enseñar no es transferir conocimiento, sino crear condiciones para su propia producción o construcción” (Freire, 1996, p.32).

Es necesario destacar que debemos tener en cuenta, que estamos formando el capital humano al que hace referencia De Sousa Santos, B. (2007).

Como expresa Martin, M.M. (2020) en el escenario digital en la construcción del conocimiento, es imprescindible el desarrollo de nuevas formas de lectura: de textos, íconos, imágenes y signo ..., propiciada por la inclusión de recursos adoptados pensando en la enseñanza, incluyendo variables disciplinares, pedagógicas y tecnológicas (Martin, M.M., 2020).

En relación al uso del video como elemento de apoyo didáctico en el proceso de enseñanza de las matemáticas como menciona Vázquez Torres, (2018) “Esta metodología también se puede describir como una forma de hacer educación con el apoyo de las Nuevas Tecnologías de la Información y Comunicación (NTIC), tecnologías que son adecuadas para una sociedad del conocimiento, que se imparte en forma contextualizada y situada, logrando que sea significativa y coherente con las demandas educativas de los estudiantes.”

“La estimulación de los distintos sentidos como lo logra el video permiten explorar las distintas capacidades de aprendizaje, es por ello que escuchar y ver, emplea la multiplicidad de los sentidos haciendo que el proceso de aprendizaje se dé de mejor forma” (Schlemenson, 2016).

Sobre la dimensión social de la tecnología y las tecnologías como vectores de ideología, y hablando de los abordajes críticos de la tecnología para la educación universitaria destaco que “es la docencia y su práctica, y no el instrumento técnico, el que marca la diferencia en el proceso educativo.” (Barletta, C. M. et al. 2020).

Con respecto a los recursos propios, se reflexiona que promueven la participación del estudiante, animándolo a resolver por sus propios medios los diferentes ejercicios (de mayor complejidad) como actividades prácticas o resolución de problemas. Si bien el diseño de estos recursos es un gran desafío en la enseñanza de las matemáticas, resignifico que tienden a favorecer el respeto por los tiempos de aprendizaje de cada estudiante.

Vinculado a la reflexión de los recursos didácticos digitales, puedo decir que permiten el análisis de la problemática del tema a desarrollar y su contexto, la comparación y presentación de ejemplos y contraejemplos, la profundización y la comprensión del tema y la evaluación de los conocimientos de los

estudiantes que se obtienen al visualizar si pueden o no resolver problemas más complejos que incluyen este tema particular y al visualizar la calidad de la escritura matemática de las producciones que comparten (Barletta, C. M. et al. 2020).

Garza y Leventhal (1998), citados por Zamudio Rodríguez (1999), destacan que el hecho de enseñar algo tan abstracto como una habilidad no es fácil, porque los profesores deben también preparar ejercicios adecuados para reforzar y practicar las habilidades aprendidas por los alumnos y no dedicarse solo a comunicar conocimientos.

Garza y Leventhal (1998), citados por Zamudio Rodríguez (1999), señalan que el aprendizaje debe ser interactivo y que al estar interactuando el estudiante con el material es cuando se da el verdadero crecimiento intelectual., citado por Lozano Garza (2004).

2.1 - Diseño de Recursos didácticos

Ramírez Puente (2001), señala que los medios y recursos didácticos, aparentemente son elementos importantes en el proceso enseñanza-aprendizaje.

“Una presentación ordinaria quizá se elabore para ser empleada una sola vez en alguna junta. En cambio, una presentación con propósitos educativos, llamémosla presentación didáctica, debiera hacerse sin perder de vista que se requiere de un material adaptado a nuestra realidad docente y pensando en la posibilidad de utilizarla repetidamente con diferentes grupos, capitalizando así una y otra vez el esfuerzo original de elaboración.” (Lozano Garza, 2004).

Dondis (1998), señala que, en la conducta humana no es difícil detectar una propensión a la información visual. Buscamos un apoyo visual de nuestro conocimiento por muchas razones, pero sobre todo por el carácter directo de la información y por su proximidad a la experiencia real.

Es importante también tener presente las recomendaciones de accesibilidad, usabilidad y adaptabilidad aceptables al diseñar los videos didácticos animados, por esta razón las tuve presentes en el desarrollo de los mismos.

El diseño de estos videos digitales animados busca también cumplir con los estándares de accesibilidad, dado que su utilización permite incluir fácilmente a estudiantes con discapacidades visuales parciales u algún tipo de discapacidad cognitiva, etc.

Estos videos tienen la intención de lograr que el alumno aprenda a resolver y realizar métodos matemáticos en forma correcta, utilizando la correcta escritura de la simbología y adquiriendo la destreza de resolución. Los mismos pueden ser empleados como tutoriales de autoaprendizaje.

Como menciona Lozano Garza, (2004) “La parte interesante no está realmente en que puede hacer el programa, sino en todo lo que usted podría lograr empleándolo en conjunción con su experiencia docente y con sus conocimientos tanto pedagógicos como del área de su especialidad.”

Y muy especialmente en el desarrollo de videos didácticos animados donde se incorporen la identificación, categorización y elaboración de ejemplos; y la resolución de situaciones problemáticas que generen una mediación pedagógica que promueva y acompañe el aprendizaje, según Prieto Castillo (1999).

Se utilizó algunas estrategias en la elaboración de los videos didácticos digitales, como el manejo de efectos de animación en las diapositivas, efectos en la transición de las mismas, cambios en colores de letra y fondos de cuadros de texto, repetición de colores de letra en algunos textos utilizados como títulos o subtítulos; variaciones en la forma de inserción de textos y formulas, todos estos aspectos que colaboran a conservar la atención durante la presentación.

Estos videos didácticos se crearon como un soporte para la comprensión de conceptos y teorías, como un medio de desarrollar habilidades prácticas y de aprender técnicas de resolución; y como una forma de aprender y practicar.

2.2 - Estrategias metodológicas

García González (1998), citado por (Lozano Garza, 2004) enlista una serie de premisas acerca del aprendizaje, entre ellas menciona que el papel principal del maestro es hacer atractivo el material que se va a aprender.

Dondis (1998), afirma que aprendemos a cerca de cosas que no podemos experimentar directamente, gracias a los medios visuales, a las demostraciones, a los ejemplos en forma de modelo. Señala que la evolución del lenguaje comenzó con imágenes, progresó a los pictogramas o viñetas auto explicativas, pasó a las unidades fonéticas y finalmente al alfabeto. Hoy son numerosos los indicios de un retorno en este proceso hacia la imagen, a una *alfabetización audiovisual*, en busca de una mayor eficiencia.

Díaz Barriga y Hernández (1998), citados por Ramírez Puente (2001), destacan la conveniencia de que los materiales y estrategias didácticas sean flexibles, adaptables a las diferencias individuales de los alumnos y al contexto de la clase para lograr la transferencia del conocimiento.

La utilidad del material didáctico no dependerá solo de la extensión, nivel o complejidad sino también de su oportuna y conecta aplicación. (Lozano Garza, 2004).

Para contemplar la diversidad de estilos de aprendizaje y personalidades, es necesario diversificar las actividades y estrategias empleadas.

En todos los videos desarrollados se continuo con la misma línea de diseño, respetando algunas premisas propias como ubicar el título del tema a tratar en la parte superior derecha, etc.

Para la mejor comprensión del procedimiento de resolución explicado, se potencia el uso del video animado creado por la facilidad de control por parte del estudiante (puede detenerlo, atrasarlo y/o adelantarlos las veces que lo necesite).

Se recolectó algunas informaciones procedentes del campo de la pedagogía, y de la comunicación visual, analizándolas para entender las formas y momentos en que los materiales didácticos puedan resultar más valiosos para los propósitos de la enseñanza.

El diseño de los videos didácticos animados puede ser realizado con mucha precisión por el docente, ya que, debido su experiencia, conoce las debilidades, fortalezas y carencias de sus situaciones de aprendizaje.

En el desarrollo del video se presentan los textos animados, trabajándolos con los recursos de animaciones y transiciones que tiene incorporados el software, buscando evitar la monotonía con algunos efectos, como animaciones, cuadros de texto aclaratorios, cambios frecuentes y variados en la transición de dispositivas, sin exagerar los mismos, evitando distracciones. Es importante destacar el uso como material de autoaprendizaje individual de estos videos.

3 - Desarrollo

En una primera etapa, se realizó la elaboración del guion didáctico de cada video animado que desarrollo el tema a tratar considerando los conceptos, teoremas, técnicas, etc, y agregando ejemplos ilustrativos, que incluyeron la metodología de resolución de los mismos.

En base a ese guion didáctico, se generó el video animado propiamente dicho, creando el contenido en diapositivas en las que se incorporaron gráficas, fórmulas, esquemas, figuras y poco texto para desarrollar el contenido del tema a tratar en el video animado.

Se analizaron algunos softwares para la creación edición de videos como el Screencast O Matic, por ejemplo, pero se prefirió utilizar el PowerPoint con su herramienta de creación de videos. Esto se debe a algunas desventajas o dificultades encontradas como la edición del video que es casi nula, el tiempo de elaboración y grabación, el peso del archivo creado, entre otras. La herramienta elegida permite obtener una forma de trabajo sencilla y práctica.

PowerPoint se conoce generalmente como un software informático de presentaciones, donde se puede crear diapositivas que incluyan diversos recursos como texto, imágenes, videos, gráficos, y otros elementos multimedia.

Dado las variadas y múltiples herramientas del PowerPoint que pueden emplearse para desarrollar videos didácticos digitales, no mencionaremos las instrucciones utilizadas el desarrollo de los videos dinámicos animados creados.

Si bien se utiliza el PowerPoint en educación desde hace bastante tiempo, no se ha aprovechado el gran potencial que presenta este software en este ámbito, sobre todo en lo que respecta a su utilización para la creación de videos didácticos.

En sus conclusiones del trabajo sobre la elaboración y el empleo de materiales didácticos con énfasis en el PowerPoint (Lozano Garza, 2004) menciona:

- El empleo de imágenes y texto combinado aumenta la velocidad y precisión de la transferencia de ideas.
- Los materiales didácticos que emplean imágenes reales son valiosos en la prevención, detección y neutralización de las preconcepciones erróneas.

También es de destacar la facilidad de modificación o corrección que permite esta forma de trabajo para la creación de videos didácticos animados, dado que resulta muy sencillo modificar las presentaciones y volver a generar el video nuevamente.

Se utilizó la versatilidad que puede lograrse al usar las presentaciones de PowerPoint, con el cambio muy poco empleado, de utilizar sus distintas posibilidades del software de grabar y exportar presentaciones multimedia, con diversas opciones.

El aula virtual en Moodle de la asignatura se utilizó para facilitar todos los recursos generados incluidos los videos animados, que también fueron probados en instancias presenciales para motivar a los estudiantes en su proceso de aprendizaje, lo flexibilizan al permitir adecuarlo a las necesidades particulares de cada alumno.

Algunos de los temas desarrollados en los videos didácticos son: multiplicación de matrices, inversa de una matriz, rango de una matriz, resolución de sistemas de ecuaciones lineales, etc.

También es posible visualizar los videos en dispositivos móviles, al que acceden en sus celulares por medio de la App Moodle Mobile.

Se buscó alternativas que permitan minimizar las diferencias económicas y sociales entre los estudiantes.

Y en relación a la brecha digital, se consideró la baja velocidad de internet en la ciudad, proponiendo una tutoría personalizada y periódica hacia este tema. Como estrategia se utilizó también, diversas formas de presentar el mismo material pedagógico (videos) en la plataforma de Moodle de la facultad, agregando diferentes formas de enlaces: un enlace que abre una ventana emergente donde se visualiza el video en línea, un enlace que al dar clic descarga directamente el video e incorporando el video incrustado en el aula de Moodle, por ejemplo.

Un aspecto importante a tener en cuenta con los videos didácticos es controlar si estos son realmente vistos por los estudiantes, para esto se utilizó las herramientas de Moodle que nos permiten visualizar en los informes los detalles de acceso a un recurso determinado. Si bien es cierto que, al acceder a los enlaces de descarga, perdemos la información sobre la cantidad de veces que el estudiante visualiza el recurso, no contando con el número exacto de visualizaciones, se sabe que este será mayor o igual que el que estamos midiendo en el informe de Moodle.

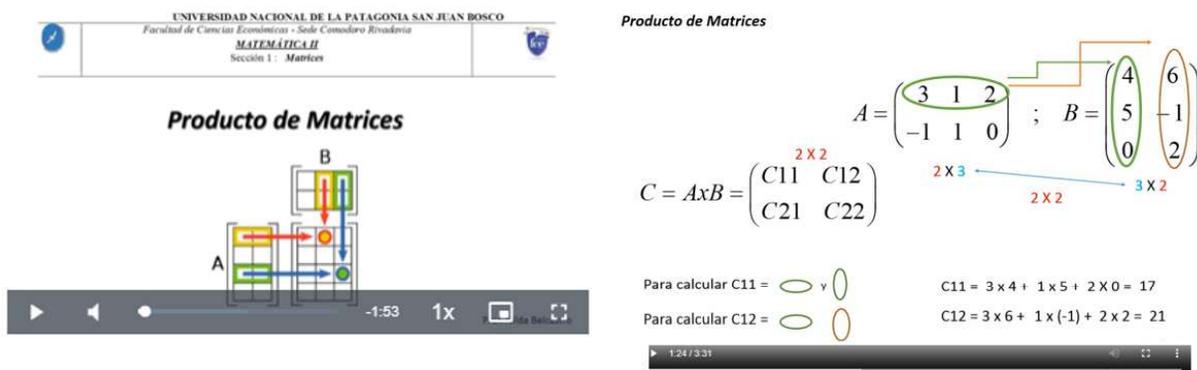


Figura 1. Algunas capturas ejemplo de los videos animados creados

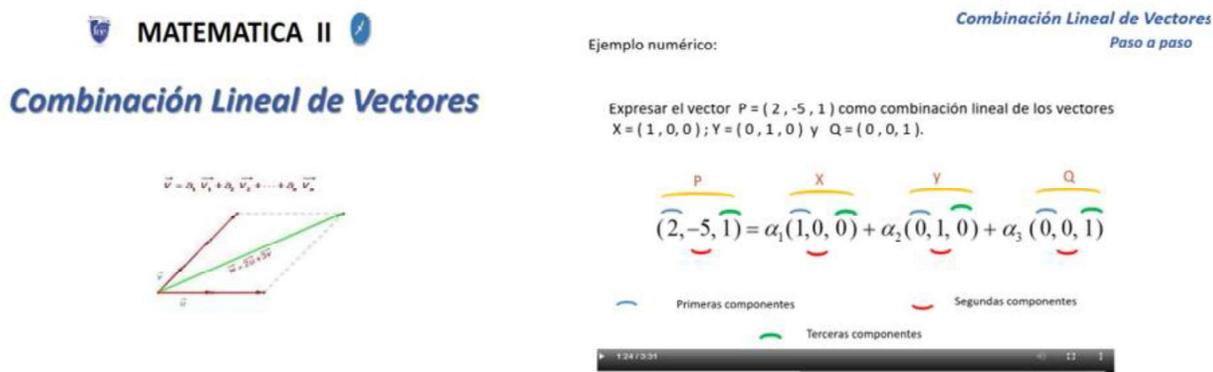


Figura 2. Algunas capturas ejemplo de los videos animados creados.

4 - Resultados

Se logró generar videos digitales animados que cumplen con los criterios técnicos de claridad, nitidez, pausas, composición de la imagen visual, movimiento y cantidad de las imágenes, duración y facilidad de utilización, como menciona Ogalde y Bardavid (1997), citados por Ramírez Puente (2001).

¿Qué materiales del aula virtual consideras te fueron mas útiles en este cursado?

¿Cómo calificas tu cursada en este cuatrimestre?

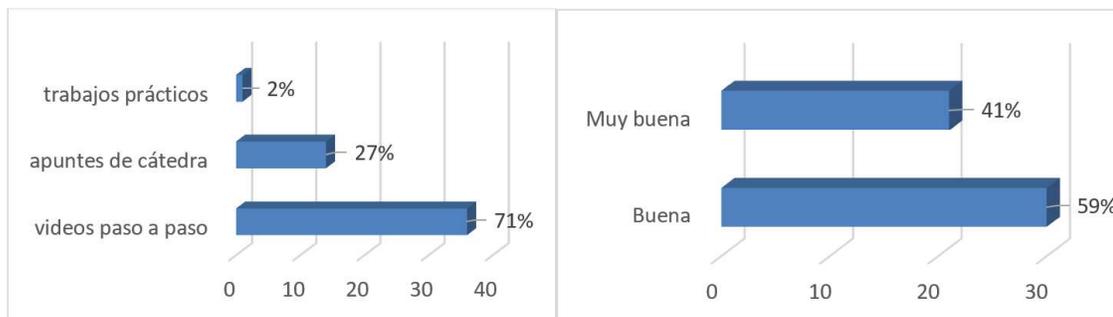


Gráfico 1. Datos obtenidos de las encuestas realizadas

Al consultar en la Encuesta Final de Cátedra a los estudiantes sobre los temas que más dificultades les presentaron en la cursada, no se mencionó entre ellos al Algebra Lineal, como sucedía en años anteriores.

Los resultados han sido satisfactorios, por su aceptación, el 71% de los estudiantes considero que los videos didácticos generados, identificados por los estudiantes como Videos Paso a paso, les resultaron uno de los recursos más útiles en su cursada, eligiéndolos por sobre otros recursos como los apuntes de cátedra y los trabajos prácticos. (Gráfico 1). Se observa también que el 49 % de los alumnos calificó como muy buena su cursada y el 59 % restante como buena y, además, ningún estudiante la calificó como no muy buena. (Gráfico 1).

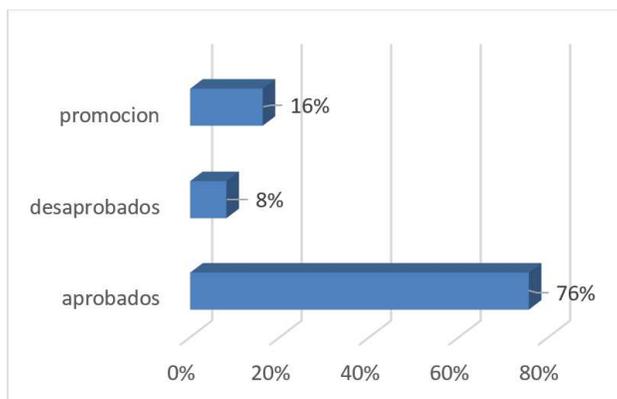


Gráfico 2. Datos obtenidos de las cursada

Esto contribuyo a la consolidación y apropiación de los conceptos del Algebra Lineal, comprobado con la observación de los resultados obtenidos en la cursada donde el 76 % de los estudiantes aprobó la

cursada, el 16 % de los mismos logró promocionar la asignatura y el 8% desaprobó, como se observa en el grafico 2.

5 - Conclusiones y trabajos futuros

De acuerdo a los propósitos de este trabajo, los videos didácticos digitales generados como recursos digitales fueron suficientes porque ayudaron a resolver un problema concreto en la enseñanza del Algebra Lineal, poseen la calidad suficiente como para ser considerados como material didáctico, son suficientemente atractivos y potencialmente útiles para su uso periódico, pueden ser modificados y/o adaptados, son un recurso digital que podría motivar a otros docentes a elaborar sus propios materiales digitales, por el aporte de las tecnologías se propició nuevos caminos de aprendizaje diferentes; aportaron flexibilidad, inmediatez, comodidad; involucraron voluntariamente a los estudiantes; ayudaron a su participación.

Entre los trabajos futuros, contemplo la posibilidad de utilizar estos recursos digitales propios para implementar estrategias de aprendizaje activo con los estudiantes, en experiencias de aulas invertidas.

Considero que los videos digitales incorporados constituyen una innovación que resultó exitosa, dado que se logró una participación considerable de los estudiantes, evidenciado en la encuesta virtual final de Cátedra implementada, en la que Esto se observó en los resultados generales obtenidos en la cursada donde el 92% de los estudiantes regularizó o promocionó la asignatura.

Para futuras implementaciones, con el fin de robustecer la estrategia pedagógica, se realizarán encuestas específicas a los estudiantes del grupo de cursado, para analizar la percepción de los mismos. También se realizarán entrevistas para considerar la evaluación de estos recursos didácticos creados como videos animados.

Referencias

Adell Segura, J., y Castañeda Quintero, L. (2010) Los Entornos Personales de Aprendizaje (PLEs): una nueva manera de entender el aprendizaje.

https://digitum.um.es/digitum/bitstream/10201/17247/1/Adell%26Casta%26c3%b1eda_2010.pdf Consultado el 13/08/23.

Barletta, C. M.; Gallo, L. y Arce, D. M. (2020). Módulo 4: Producción de recursos didácticos para la enseñanza universitaria en entornos virtuales. Pedagogía crítica y didáctica en la enseñanza digital. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

De Sousa Santos, Boaventura (2007). *La universidad en el siglo XXI*. Para una reforma democrática y emancipadora de la universidad. México: UNAM / CEIICH.

Dondis, D A (1998). La sintaxis de la imagen. Introducción al alfabeto visual. Editorial G. GiP 13a Ed. México.

Dussel, I. (2020) Apuntes para la educación "TIC": Creatividad y gestión de la información. <https://www.youtube.com/watch?v=B8ydV9gflBc> Consultado el 10/08/23.

Freire, Paulo (2000). *Pedagogía de la indignación. Cartas pedagógicas en un mundo revuelto*. Sao Paulo: UNESP.

Flores Guerrero, D (2015) Pensamiento crítico en estudiantes de educación superior: Una revisión sistemática (ucv.edu.pe) <https://repositorio.ucv.edu.pe/handle/20.500.12692/76826> Consultado el 12/8/23.

García González, E. y Rodríguez Cruz H.M. (1998). El maestro y los métodos de enseñanza. Trillas-ANUIES. 2a Ed. México. 75 pp.

Giroux, Henry (2012). *Critical Pedagogy in the Dark Ages: Challenges and Possibilities*, New York: Peter Lang.

Gómez, P. A. (2020). Módulo 3: Cultura de la conectividad y subjetividades actuales en la relación estudiantes - docentes. Pedagogía crítica y didáctica en la enseñanza digital. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Hernández Sánchez, B. (2021) Aplicación de herramientas digitales interactivas que fomentan el aprendizaje ágil: competencias digitales en el alumnado universitario en Vega Caro, L., Vico Bosch, A. Recio Moreno, D. Nuevas formas de aprendizaje en la era digital: en busca de una educación inclusiva. Universidad de Salamanca. España. <https://www.torrossa.com/en/resources/an/5093577#> Consultado el 12/08/23.

Lozano Garza, E. (2004) Enfoque constructivista para la elaboración y el empleo de materiales didácticos con énfasis en el PowerPoint : propuesta didáctica (uanl.mx) de <http://eprints.uanl.mx/5023/1/1020146147.PDF>

Martin, M.M. (2020). Módulo 2: Perspectivas pedagógico-didácticas en la enseñanza universitaria en entornos virtuales. Pedagogía crítica y didáctica en la enseñanza digital. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Prieto Castillo, D., y Gutiérrez, F. (1999). La mediación pedagógica. Buenos Aires: Ediciones Ciccus, La Crujía.

Ramírez Puente, C. (2001) Los medios y recursos didácticos aplicados a temas sobre el DNA. Tesis de Maestría en enseñanza de las ciencias con especialidad biología. Facultad de Filosofía y Letras y Facultad de Biología, UAN.L

Rodríguez Suarez, A. Moreno Montagut J., Trigos Rodriguex M. (2016) Los videos tutoriales como herramienta formativa <https://revistas.ufps.edu.co/index.php/ingenio/article/view/2077/2027> Consultado el 10/08/23

Savater, F. (1999) El valor de educar. Editorial Planeta Mexicana. México. 222 pp.

Schlemenson, S. (2016). El aprendizaje: un encuentro de sentidos.
<http://instfreirechacabuco.edu.ar/wp-content/uploads/el-aprendizaje-un-encuentro-de-sentidos.pdf>
Consultado el 11/08/23.

Svantesson, I. (2002) Mapas de aprendizaje y entrenamiento de la memoria. Panorama Editorial. 1a Ed., México. 125 pp.

Sanchez Guerrero, M., Garcia Gaona, A., Alvarez Rodriguez, F. (2018) Emprendiendo Innovaciones en Tecnologías Exponenciales. [researchgate.net/profile/Rita-Fabregat/publication/331110458_Comercio_Electronico_Movil_en_Mexico_y_Espana/links/5ec19546299bf1c09ac4b307/Comercio-Electronico-Movil-en-Mexico-y-Espana.pdf#page=65](https://www.researchgate.net/profile/Rita-Fabregat/publication/331110458_Comercio_Electronico_Movil_en_Mexico_y_Espana/links/5ec19546299bf1c09ac4b307/Comercio-Electronico-Movil-en-Mexico-y-Espana.pdf#page=65) Consultado el 11/08/23.

Vázquez Torres, F. (2018) El uso del video como elemento de apoyo didáctico en el proceso de enseñanza de las matemáticas Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de Mexico
https://www.researchgate.net/profile/Rita-Fabregat/publication/331110458_Comercio_Electronico_Movil_en_Mexico_y_Espana/links/5ec19546299bf1c09ac4b307/Comercio-Electronico-Movil-en-Mexico-y-Espana.pdf#page=65 Consultado el 10/08/23.

Zamudio Rodriguez, J. F. (1999). Material didáctico interactivo. Pieza clave en el mejoramiento metodológico del proceso de enseñanza-aprendizaje. Tesis de Maestría en enseñanza de las ciencias especialidad biología. Facultad de Filosofía y Letras y Facultad de Biología, U.A.N.L.

OMALY: Contenidos matemáticos en audio

Gutierrez Patricia Gisela Carolina – Aisama María José
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Jujuy
pgutierrez@face.unju.edu.ar – majos6@hotmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Matemática, Herramienta de aprendizaje, Aprendizaje auditivo.

Resumen

La enseñanza centrada en el aprendizaje es una tendencia importante en el ámbito educativo que se mantiene a través de los años. Se trata de un enfoque pedagógico que pone al educando en el centro del proceso de aprendizaje, reconociendo que cada estudiante es único y tiene sus propias necesidades, habilidades, estilos de aprendizaje y experiencias previas. Esto, demanda la búsqueda de recursos según esas necesidades y preferencias de aprendizaje.

El permanente avance tecnológico nos coloca ante innumerables y variados recursos, los que pueden ser utilizados y también adaptados a diversos ámbitos, por ejemplo, al educativo.

Bajo este contexto, los educadores tenemos el desafío de indagar y adaptar las herramientas que nos ofrece la tecnología a fin de favorecer la aprehensión de conocimiento de nuestros educandos.

La búsqueda de recursos didácticos nos llevó a focalizarnos en herramientas de aprendizaje auditivas, que están diseñadas para ayudar a los estudiantes, a absorber, comprender y retener información a través de la audición.

En el presente trabajo se analizan aspectos a considerar para el empleo de un recurso tecnológico como lo es la App Omaly, en principio para reforzar conceptos matemáticos que se imparten desde la cátedra Introducción a la Matemática, materia de primer año, bimestral, de la carrera Contador Público de la Facultad de Ciencias Económicas – Universidad Nacional de Jujuy, a través del sentido de la audición. Consideramos que los resultados de esta experiencia innovadora, puede afianzar aprendizajes más interactivos y personalizados, lo que podría ser útil también en otras asignaturas.

1 - Introducción

En la era digital actual, la educación ha experimentado una revolución debido a las nuevas tecnologías. El aprendizaje en línea y las aplicaciones móviles han cambiado la forma en que los estudiantes acceden a la información y desarrollan sus habilidades. En este contexto, la Matemática se destaca como una piedra angular en el proceso educativo, ya que fomenta el pensamiento analítico y la resolución de problemas, habilidades esenciales en la sociedad actual.

A pesar de la importancia de esta ciencia, muchos estudiantes enfrentan dificultades para comprender y aplicar conceptos matemáticos, lo que puede llevar a una falta de interés y motivación para cursar las asignaturas relacionadas con la Matemática y que se imparten en las instituciones educativas. Además, los educadores se encuentran con el desafío de personalizar el aprendizaje para satisfacer las necesidades individuales de los estudiantes, mientras abordan las diferencias en estilos de aprendizaje y ritmos de comprensión.

El propósito de este trabajo es detallar el uso de Omaly, una aplicación de software para dispositivos móviles o tablets (App), como una alternativa innovadora para abordar los desafíos que enfrentan tanto los estudiantes como los educadores en el aprendizaje de las Matemáticas. Nos

enfocaremos en la implementación de esta App como una herramienta de aprendizaje auditivo que busca mejorar la comprensión y el rendimiento de los estudiantes en Introducción a la Matemática, primera asignatura, bimestral, que se dicta en el primer año de la carrera Contador Público de la Facultad de Ciencias Económicas – Universidad Nacional de Jujuy (FCE-UNJu), al tiempo que proporciona a los docentes herramientas para ofrecer una enseñanza más personalizada y efectiva.

2 - Aprendizaje Auditivo

El aprendizaje auditivo, también conocido como aprendizaje auditivo-verbal o aprendizaje auditivo-oral, es uno de los estilos de aprendizaje en el cual los individuos adquieren, procesan y comprenden mejor la información de manera preferencial a través del canal auditivo, es decir, mediante el oído y el lenguaje hablado (Rodríguez, 2016). Los estudiantes con un estilo de aprendizaje auditivo tienden a aprender más eficazmente cuando escuchan información hablada, conferencias, discusiones, debates, contenidos verbales, podcasts y otros recursos auditivos.

En comparación con otros estilos de aprendizaje (Cisneros Verdeja, 2004), como el aprendizaje visual (que implica aprender a través de imágenes, gráficos, diagramas) y el aprendizaje kinestésico (que involucra la experiencia práctica y el movimiento físico); el aprendizaje auditivo presenta algunos de los siguientes beneficios (Estilos de aprendizaje, 2021a):

- *Comprensión de conceptos abstractos:* el aprendizaje auditivo es especialmente útil cuando se tratan conceptos abstractos o complejos. Al escuchar las explicaciones verbales, los estudiantes pueden relacionar la información nueva con conceptos previos y construir significados más claros.
- *Retención y recuerdo de información:* los estudiantes auditivos tienden a retener y recordar mejor la información que han escuchado en comparación con otras formas de presentación de información. Escuchar material en repetidas ocasiones también puede fortalecer su memoria auditiva.
- *Participación activa en clase:* los estudiantes auditivos suelen ser participantes activos en clases y discusiones en las que la información es presentada de forma verbal. Aprovechan las oportunidades para hacer preguntas, aclarar dudas y profundizar en los temas mediante el diálogo.
- *Aprendizaje a través del audio:* la incorporación de recursos de audio, como grabaciones de conferencias, podcasts educativos y materiales de audio interactivos, beneficia a los estudiantes auditivos, ya que les brinda una forma efectiva de acceder a la información.
- *Adaptabilidad del aprendizaje:* el aprendizaje auditivo se puede integrar fácilmente con otros estilos de aprendizaje. Los auditivos pueden complementar su enfoque con estrategias visuales o prácticas para fortalecer aún más su comprensión y retención de información.

Es esencial tener en cuenta que la mayoría de las personas no tienen un estilo de aprendizaje completamente dominante, y muchas pueden tener preferencias de aprendizaje mixtas. En realidad, se puede beneficiar a los estudiantes al emplear múltiples enfoques de enseñanza y recursos que abarquen diferentes estilos de aprendizaje, para que todos tengan la oportunidad de aprender de manera efectiva.

2.1 - Teorías del Aprendizaje Auditivo

Aunque el término “teorías del aprendizaje auditivo” no puede ser una categoría formal de teorías, existen algunas teorías que pueden relacionarse con la preferencia por este tipo de aprendizaje, o proporcionar fundamentos para comprender cómo el aprendizaje auditivo puede ser efectivo. Entre ellas se mencionan:

- *Teoría de los Estilos de Aprendizaje de Kolb*: la teoría de David Kolb propone que las personas tienen diferentes estilos de aprendizaje que están vinculados a cuatro modos de procesamiento de la información: experiencia concreta, observación reflexiva, conceptualización abstracta y experimentación activa. En el contexto del aprendizaje auditivo, los individuos que tienen un estilo de aprendizaje auditivo-verbal tienden a preferir procesar la información mediante la escucha y el diálogo (García Ancira, 2019).
- *Teoría de los Canales de Aprendizaje de Fleming y Mills*: sugiere que las personas tienen diferentes preferencias para procesar la información a través de canales sensoriales específicos, como el canal visual, auditivo y kinestésico. Los estudiantes con una preferencia por el aprendizaje auditivo procesan mejor la información cuando se les presenta de manera verbal o mediante el uso del sentido del oído (García Ancira, 2019).
- *Teoría de Aprendizaje Multimedia de Mayer*: esta teoría se enfoca en cómo el aprendizaje puede ser mejorado a través de presentaciones multimedia efectivas. En el contexto del aprendizaje auditivo, se destaca la importancia de combinar información auditiva con información visual para facilitar una comprensión más profunda y significativa del contenido (Wikipedia, 2022).
- *Teoría del Procesamiento Dual Auditivo-Verbal de Paivio*: Allan Paivio consideró la teoría del procesamiento dual, que sugiere que existen dos sistemas de representación cognitiva: el sistema verbal y el sistema no verbal. Los estudiantes crean imágenes mentales a partir de estímulos verbales, es decir, procesan la información a través del sistema verbal, lo que implica codificar y retener la información en forma de palabras y conceptos verbales (Pineda González et al., 2014).

En conjunto, estas teorías respaldan la idea de que el aprendizaje auditivo es una forma efectiva de adquirir conocimientos y que los estudiantes que tienen una preferencia por este estilo de aprendizaje pueden aprender escuchando a otros, ya sean profesores, compañeros de clase o material grabado. Al comprender estas teorías, los educadores pueden adaptar sus enfoques pedagógicos para atender mejor las necesidades de los estudiantes auditivos y mejorar la calidad del proceso de enseñanza y aprendizaje.

2.2 - Resultados de Estudios sobre el Aprendizaje Auditivo

La importancia del aprendizaje auditivo en el ámbito educativo está respaldada por diversas evidencias y estudios que destacan cómo puede mejorar la comprensión y retención de conceptos (Estilos de aprendizaje, 2021a). Algunos de ellos son:

- *Estudios sobre Estilos de Aprendizaje:* investigaciones que analizan los estilos de aprendizaje han demostrado consistentemente que existe una predilección en los estudiantes por el aprendizaje auditivo. Un estudio publicado en la revista "Journal of Educational Psychology" en 2009 encontró que los estudiantes que elegían el aprendizaje auditivo obtuvieron mejores resultados en pruebas que involucraban información presentada de manera verbal en comparación con estudiantes que tenían preferencias de aprendizaje visual o kinestésico.

Se puede mencionar también el estudio realizado por Pashler et al. en 2008, titulado "Learning Styles: Concepts and Evidence", donde sugiere que el aprendizaje auditivo es uno de los estilos de aprendizaje más comunes entre los estudiantes.

- *Beneficios del Refuerzo Auditivo:* Varios estudios han demostrado que el refuerzo auditivo mejora la retención de información. Por ejemplo, un estudio publicado en "The Journal of General Psychology" en 2015 mostró que la repetición de la información auditiva condujo a un aumento en la retención de datos en comparación con la repetición visual.
- *Neurociencia del Aprendizaje Auditivo:* La investigación en neurociencia ha revelado que el procesamiento auditivo está relacionado con áreas clave del cerebro que se asocian con la memoria y el aprendizaje. Los estudios de resonancia magnética funcional (fMRI) han demostrado que la presentación de información auditiva activa regiones cerebrales importantes para la consolidación y el almacenamiento de la memoria.

También, la investigación ha demostrado que escuchar información verbalmente puede ayudar a los estudiantes a retenerla mejor en su memoria a corto plazo y transferirla a la memoria a largo plazo.

- *Ventajas del Aprendizaje Activo:* El aprendizaje auditivo promueve la participación activa en el aula, ya que los estudiantes están involucrados en escuchar y procesar rápidamente la información hablada. La participación activa aumenta la atención y el compromiso con el material, lo que puede mejorar la comprensión y retener los conceptos presentados.
- *Reforzamiento de la Comprensión:* La presentación de información a través de contenidos verbales puede reforzar la comprensión de los conceptos, especialmente en materias abstractas como las Matemáticas. Los estudiantes auditivos pueden profundizar al escuchar cómo se aplican los conceptos en situaciones prácticas y escuchar ejemplos que les ayuden a internalizar el material.
- *Uso de Recursos de Audio:* estudios sobre el uso de recursos de audio, como grabaciones de clases, podcasts educativos y audioguías, han mostrado que los estudiantes auditivos pueden verse significativamente afectados por estos materiales. Les permite acceder al contenido en cualquier momento y lugar, lo que les brinda la oportunidad de reforzar su aprendizaje de manera flexible.
- *Diversificación de Estrategias de Enseñanza:* incorporar enfoques auditivos en la enseñanza puede ayudar a diversificar las estrategias utilizadas en el aula, lo que beneficia a los estudiantes

con diferentes estilos de aprendizaje. Al combinar enfoques visuales, auditivos y kinestésicos, se crea un ambiente de aprendizaje inclusivo y más enriquecedor.

- *Beneficios para Estudiantes con Discapacidades Visuales:* el aprendizaje auditivo es especialmente valioso para estudiantes con discapacidades visuales o dificultades de lectura, ya que les permite acceder a la información de manera más directa y efectiva.

En resumen, la importancia del aprendizaje auditivo en el contexto educativo se basa en la necesidad individual en los estilos de aprendizaje. Integrar estrategias de aprendizaje auditivo en la enseñanza puede mejorar significativamente la comprensión y retención de conceptos.

2.3 - Dificultades en el Aprendizaje de las Matemáticas

Los obstáculos comunes que los estudiantes enfrentan al aprender Matemáticas pueden variar según el nivel de educación y las habilidades individuales, pero algunos de los más frecuentes según varios estudios (Riviere, 1990; Villamizar, et al., 2012; Álvarez Pérez, et al., 2003) incluyen:

- *Ansiedad Matemática:* es un temor o preocupación excesiva relacionada con las matemáticas. Los estudiantes pueden sentir ansiedad al realizar exámenes, enfrentar problemas matemáticos o situaciones que requieren habilidades matemáticas. Esto puede afectar negativamente su rendimiento y confianza en la asignatura.
- *Dificultades con Conceptos Abstractos:* algunos conceptos matemáticos pueden ser abstractos y difíciles de visualizar o relacionar con situaciones de la vida real. Los estudiantes pueden tener dificultades para comprender y aplicar conceptos como variables, ecuaciones, funciones y geometría en el espacio tridimensional.
- *Falta de Fundamentos Básicos:* un entendimiento deficiente de conceptos matemáticos fundamentales puede dificultar el progreso en temas más avanzados. Si los estudiantes no tienen una base sólida en aritmética, álgebra o geometría, pueden enfrentar dificultades al abordar temas más complejos.
- *Problemas de Vocabulario Matemático:* la terminología específica de las Matemáticas puede resultar confusa para algunos estudiantes. La falta de comprensión del vocabulario matemático puede dificultar la interpretación y resolución de problemas.
- *Falta de Motivación:* algunos estudiantes pueden tener una percepción negativa de las Matemáticas y sentir que no son relevantes para sus intereses o metas futuras, lo que puede afectar su motivación para aprender y mejorar en la asignatura.
- *Dificultades en la Resolución de Problemas:* la resolución de problemas matemáticos requiere habilidades de pensamiento crítico y razonamiento lógico. Los estudiantes pueden enfrentar dificultades al descomponer un problema complejo en pasos más manejables y aplicar estrategias adecuadas para resolverlo.

- *Miedo al Error*: algunos estudiantes tienen miedo de cometer errores en Matemáticas y evitan enfrentar desafíos o se sienten inseguros de expresar sus ideas en clase.
- *Falta de Práctica y Repaso*: la Matemática requiere práctica constante. Si los estudiantes no practican periódicamente la resolución de problemas y la aplicación de conceptos, pueden tener dificultades para desarrollar habilidades sólidas en la materia.
- *Desconexión con la Aplicación Práctica*: los estudiantes pueden tener dificultades para ver cómo los conceptos matemáticos se aplican en la vida real, lo que puede afectar su motivación para aprenderlos.
- *Memorización sin Comprensión*: a veces, los estudiantes memorizan fórmulas y procedimientos matemáticos sin comprender el significado detrás de ellos. Esto puede limitar su capacidad para resolver problemas y aplicar los conceptos de manera efectiva.
- *Inadecuada Comunicación y Enseñanza*: la forma en que se enseñen las Matemáticas también puede influir en la comprensión de los estudiantes. Si los conceptos no se explican claramente o se utilizan un enfoque exclusivamente memorístico, los estudiantes pueden sentirse frustrados y desconectados del aprendizaje.

Se requiere que los educadores y padres estén atentos a estos obstáculos y trabajen en conjunto para abordarlos de manera efectiva. Brindar un ambiente de apoyo, reforzar la comprensión, la práctica y promover una actitud positiva hacia las Matemáticas pueden ayudar a los estudiantes a superar estos desafíos y desarrollar una comprensión sólida y duradera de la asignatura.

2.4 - Omaly



Figura 1. APP Omaly. Icono de la plataforma de micro podcast de hasta 5 minutos. Tomada de: (Google Play, s.f.)

Es una App sustentada en una plataforma que contiene micro podcast de hasta 5 minutos y es 100% online u offline, tiene la posibilidad de autoreproducción, selección de podcast favoritos. Estudia al usuario a la hora de recomendar contenidos exclusivos de interés propio y no de entretenimiento al azar.

Es aplicable para cualquier tipo de industria sea el rubro al cual pertenezca. Está sujeta a la nueva forma de consumo de las nuevas tecnologías, en la que la información acotada permite ser recordada mejor.

Es una plataforma destinada para ser usada en sistemas iOS y Android, estará disponible también para la versión Web. Presenta editor de audio, de efectos de voz, para enriquecer los audios.

Omy fue lanzada recientemente en el 2022 como Whisfy y renombrada el 1ro de febrero de este año como tal.

Con relación a la experiencia del usuario, se pretende añadir e invertir en la adaptabilidad a las personas no videntes. (Facultad de Ingeniería. UNJu, 2023)

3 - Estrategia de aplicación

En la asignatura Introducción a la Matemática, se abordan conceptos de Lógica Proposicional y Conjuntos, Conjuntos Numéricos, Expresiones Algebraicas, Ecuaciones, Sistemas de Ecuaciones e Inecuaciones.

Los temas que presentan mayor dificultad de aprendizaje en los estudiantes y son relevantes para el abordaje de conceptos de las asignaturas correlativas: son: identificación de los diferentes casos de factorización de expresiones algebraicas, resolución de situaciones problemáticas que derivan en ecuaciones o sistemas de ecuaciones y logaritmo.

Se prepararán y realizarán audios de menos de cinco minutos, durante este ciclo lectivo en la App Omy para ser puestos a disposición de los alumnos en el próximo dictado de la asignatura. A través de estos audios se explicará, en un lenguaje coloquial, por ejemplo, como identificar cada uno de los casos de factorización.

A continuación, y a modo de ejemplo se redacta la explicación de uno de ellos: diferencia de cuadrados, el cual suele ser muy frecuentemente confundido con el cuadrado de un binomio.

Si escuchamos decir que hubo una competencia de ciclistas, se entiende que esa competencia es "entre ciclistas". Por otra parte, en Matemática, cuando hablamos de "diferencia", nos referimos a la operación "resta", en la cual es importante tener presente que sólo intervienen dos términos. Por lo tanto, estamos ante una diferencia de cuadrados o "diferencia entre cuadrados", cuando observamos una resta "entre" dos términos, en donde "ambos términos deben ser cuadrados".

¿Cómo identificamos términos cuadrados? Estos tipos de términos pueden ser números o letras elevados a un exponente igual a dos o cualquier otro número par positivo, o bien, resultado de algún número previamente elevado al cuadrado. Ejemplo uno: "x" elevado al cuadrado menos "y" elevado al cuadrado; ejemplo dos: "x" elevado a la sexta menos nueve. En este caso "x" tiene un exponente positivo par, ¿pero nueve?, ¡nueve no tiene exponente par o igual a dos! Ocurre que nueve no es otra cosa que el resultado de tres elevado al cuadrado, por lo tanto, también este ejemplo es una diferencia de cuadrados.

¿Se animan a pensar una serie de ejemplos y consultar al docente si son correctos?

En esta explicación se limita el uso del lenguaje técnico propio de la Matemática, se busca poner énfasis en ciertas palabras y usar diferentes entonaciones del habla, evitando un lenguaje monótono. Si el alumno lo requiere puede escuchar otros audios cortos, a través de la App Omy en donde se explique qué es factorizar o en qué consiste la factorización de la diferencia de cuadrados.

Se identificará cada audio generado, titulado adecuadamente cada micro podcast. Con esto se busca que la App se adapte al ritmo y necesidad de aprendizaje de cada estudiante.

También se realizarán audios que enuncien teoremas o propiedades acompañados de ejemplos. En este caso, Omaly resultaría también una herramienta de fijación y reforzamiento de conceptos, dado que algunos estudiantes escucharían de manera repetitiva esos teoremas o propiedades para aplicarlos en la resolución posterior de ejercicios: por ejemplo: el Teorema de Pitágoras, la Ley fundamental de las proporciones, etc.

El estudiante puede escuchar los audios mientras se dirige desde su hogar a la facultad si se le dificulta la visualización permanente de su dispositivo móvil, de apuntes o de libros.

Se grabarán problemas o situaciones del mundo real para efectivizar el uso de las ecuaciones y sistemas de ecuaciones y en los que el estudiante deba aplicar sus conocimientos y habilidades para arribar a su resolución. Se determinará un lapso de tiempo luego de enunciado el problema y se iniciará un conteo para advertir al estudiante que, culminado el mismo, se dará una pista que ayude en la determinación de la ecuación o ecuaciones que reflejen la situación planteada, transcurrido otro tiempo breve, se dará otra pista y así, sucesivamente, hasta que se alcancen los 5 minutos establecidos para audios en Omaly.

La App permite agregar comentarios escritos a cada audio y es así como se brindará la respuesta correcta a la situación planteada para que el estudiante acceda a ella, en el momento que lo considere necesario y este puede ser, antes de haber escuchado algunas de las pistas propuestas. Con esta actividad, se pretende motivar al alumno a intentar expresar problemas a través de ecuaciones, en el momento y lugar que él determine.

4 - Reflexiones Finales

Cada estudiante tiene necesidades, habilidades y ritmos de aprendizaje diferentes. Los docentes intentan adaptar sus métodos de enseñanza y materiales para satisfacer esas necesidades.

La información auditiva puede ayudar a explicar conceptos matemáticos de manera más accesible y comprensible, lo que puede aumentar el interés y la comprensión de los estudiantes con un estilo de aprendizaje auditivo. Sin embargo, también es esencial complementar esta modalidad con enfoques visuales y kinestésicos para garantizar una experiencia de aprendizaje integral para todos los estudiantes.

Las aplicaciones móviles han revolucionado la educación, brindando acceso a contenidos educativos de manera flexible y personalizada. Se debe aprovechar la tecnología educativa para facilitar la investigación y promover un aprendizaje más interactivo y personalizado.

Con el uso de Omaly, también se busca aprovechar el canal auditivo para reforzar la retención y comprensión de conceptos matemáticos a través de la asociación de estímulos sonoros con imágenes visuales externas o generadas por el propio estudiante en base a lo que escucha. El acceso al contenido se da en cualquier momento y lugar y posibilita una práctica constante.

También es importante reconocer que para algunos estudiantes esta modalidad de aprendizaje puede no ser adecuada.

Con este trabajo se invita a las diferentes cátedras a pensar, si esta herramienta de aprendizaje puede resultarle útil como medio para fortalecer aprendizajes de conceptos esenciales y, en caso afirmativo, cómo lo implementarían.

Referencias

Álvarez Pérez, L., González-Pienda, J. A., Núñez, J. C., González, P., González-Pumariega Solis, S., & Roces, C. (2003). ¿Cómo explicar tanto fracaso en el aprendizaje de las matemáticas? *Revista Galego-Portuguesa de Psicología e Educación*, 8(10), 350-358.

Cisneros Verdeja, A. (2004). *Manual de estilos de aprendizaje*. http://biblioteca.ucv.cl/site/colecciones/manuales_u/Manual_Estilos_de_Aprendizaje_2004.pdf Consultado 20/05/2023.

Estilos de aprendizaje. (2021a). *Aprendizaje auditivo*. <https://estilosdeaprendizaje.info/tipos/auditivo/>. Consultado 15/05/2023.

Estilos de aprendizaje. (2021b). ¿Qué son los estilos de aprendizaje? <https://estilosdeaprendizaje.org/aprendizaje-auditivo/> Consultado 15/05/2023.

Facultad de Ingeniería. UNJu. (24/04/2023). De estudiante APU a CEO de Startup | Colaboración científica entre el Club de Ciencia de la FI y la empresa Omaly para el acceso al conocimiento de la ciencia y la tecnología. Recuperado de: <https://www.fi.unju.edu.ar/noticias-generales/4082-de-estudiante-apu-a-ceo-de-startupcolaboracion-cientifica.html>

García Ancira, C. (2019). Los modelos de aprendizaje como herramientas y técnicas para potenciar la trayectoria académica del universitario. *Revista Cubana de Educación Superior*, 38(3).

Google Play. (s.f.). App Omaly [Ícono]. [play.google.com/](https://play.google.com/store/apps/details?id=com.whisfyofficial&hl=es_AR&gl=US&pli=1). Recuperado de: https://play.google.com/store/apps/details?id=com.whisfyofficial&hl=es_AR&gl=US&pli=1

Pineda González, J., Amaya Castilla, N., & Castro de Ávila, G. (2014). Estrategias interhemiféricas para mejorar la comprensión lectora en los niños y niñas de grado quinto de básica primaria de la institución educativa Soledad Acosta de Samper sede Ana María Pérez de otero y el colegio la concepción de Cartagena (Doctoral dissertation). Universidad de Cartagena.

Rodríguez, J. R. (2016). Estrategias de aprendizaje para visuales, auditivos y kinestésicos. *Cuadernos de Educación y Desarrollo*, (Mayo 2016).

Riviere, A. (1990). Problemas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva cognitiva. A. Dins Marchesi, Coll, C. i Palacios, J.(Comp.): Desarrollo psicológico y educación (Ed.), 3, 155.

Villamizar, N. L. H., Velandia, W. M., & Jaimes, S. P. (2012). Revisión teórica sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Revista virtual universidad católica del norte, (35), 254-287.

Aprendiendo Matemática jugando: una experiencia áulica en primer año

Castillo, María Emilia – Sanchez, Verónica Vanesa – Zuleta, Rosalinda Silvana
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Tucumán
mecastillo@face.unt.edu.ar – vsanchez@face.unt.edu.ar – rzuleta@face.unt.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Aprendizaje significativo, Estrategias de enseñanza, Gamificación

Resumen

Entre los factores que parecen influir en el bajo rendimiento académico, se destacan una escasa comunicación entre estudiantes y docentes y un bajo nivel de motivación.

En la búsqueda de una metodología superadora de enseñanza-aprendizaje, se diseñó e implementó una propuesta que conjuga algunas estrategias facilitadoras del aprendizaje significativo crítico con la gamificación a fin de contribuir a mejorar la calidad del aprendizaje de alumnos de la asignatura Matemática I de primer año de las carreras de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNT.

Tal metodología fue empleada en el dictado especial de la asignatura Matemática I y se ha focalizado en los dos factores endógenos de interés antes mencionados: las relaciones sociales y la motivación. Se analizó su impacto a través de las interpretaciones de las respuestas a una encuesta realizada a alumnos que participaron de la experiencia. También se compararon las notas promedio del mismo periodo con respecto a años anteriores en donde se trabajó con metodologías distintas (presenciales o semipresenciales). Los resultados obtenidos mostraron que la metodología usada tuvo impacto positivo en los actores involucrados en esta experiencia y nos permitieron repensar nuestras prácticas docentes en pos de lograr un aprendizaje significativo crítico en los estudiantes.

1 - Introducción

Entre los factores que parecen influir en el bajo rendimiento académico, se destacan los mencionados en (Blanco, 1989) que afirma que dichos factores son:

- Escasas relaciones entre los alumnos y sus profesores (deficiente comunicación).
- Ambiente universitario poco motivante para su trabajo académico.
- Bajo nivel de motivación.

La motivación por el rendimiento se ve muy afectada por las relaciones sociales del alumno, el dialogo con sus padres y con los profesores y las necesidades de comunicación en general. En (Hernández, 1999) también se afirma la incidencia de la motivación interna en el rendimiento académico del alumno.

En la experiencia a la que se refiere el presente trabajo se ha focalizado en dos factores endógenos de interés: la motivación y las relaciones sociales. Con el fin de potenciarlos se han llevado a cabo actividades lúdicas presenciales como parte de una propuesta de una metodología superadora de enseñanza-aprendizaje que conjuga algunas estrategias facilitadoras del aprendizaje significativo crítico con la gamificación. Tal metodología fue empleada en el dictado especial de la asignatura Matemática I (Taller participativo) de primer año para las carreras de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNT.

1.1 - Fundamentación Teórica

Para Ausubel, el conocimiento previo es la variable que más influye en el aprendizaje. Sólo podemos aprender a partir de aquello que ya conocemos. En este proceso, el nuevo conocimiento, adquiere significados para el que aprende y el conocimiento previo queda enriquecido, diferenciado, más elaborado con relación con los significados ya presentes (Moreira, 2000)

Otro aspecto fundamental que interviene en el aprendizaje significativo es la predisposición que el estudiante debe presentar para aprender significativamente, debe estar dispuesto a relacionar su estructura cognitiva con los materiales educativos, potencialmente significativos para el currículum (Gowin, 1981).

La metodología empleada en las clases estuvo apoyada en algunas de las estrategias facilitadoras del aprendizaje significativo crítico que menciona Moreira (2000), unas de ellas es enseñar/aprender preguntas en lugar de respuestas (Principio de la interacción social y del cuestionamiento).

El trabajo en el aula con grupos reducidos, permitió a los alumnos interactuar, facilitó el diálogo y favoreció la cooperación mutua. "El conocimiento no está en los libros esperando para que alguien venga a aprenderlo, el conocimiento es producido en respuesta a preguntas; todo nuevo conocimiento resulta de nuevas preguntas, muchas veces nuevas preguntas sobre viejas preguntas" (Postman y Weingartner, op.cit.p23).

Por otro lado, Moreira (2000) afirma que lo que "vemos" es producto de lo que creemos que "está" en el mundo. No vemos las cosas como son, sino como nosotros somos. (Principio del aprendiz como perceptor/representador).

Se sabe que en el proceso de enseñanza aprendizaje se ponen en juego las percepciones previas que traen consigo los sujetos intervinientes para dar lugar a nuevas percepciones. Con la idea de homogeneizar estas percepciones de los sujetos que intervienen en la clase, se ha fomentado el trabajo colectivo en el pizarrón con el fin de aclarar conceptos, cuestionar ideas y facilitar el aprendizaje significativo

Aprender un contenido de manera significativa es aprender su lenguaje, no sólo palabras – también otros signos, instrumentos y procedimientos – aunque principalmente palabras, de forma sustantiva y no arbitraria (Principio del conocimiento como lenguaje). La enseñanza debe buscar la facilitación de ese aprendizaje y ahí entra en escena el principio de la interacción social y del cuestionamiento (Moreira, 2000)

La escritura en el pizarrón por parte de los alumnos, la realización de evaluaciones escritas con una devolución inmediata por parte del docente, el trabajo entre pares, la lectura en voz alta por parte de los alumnos de teoría matemática y la participación en juegos, son algunas de las actividades desarrolladas que provocan un intercambio y clarificación de significados.

Errar es algo característico de la naturaleza humana. El hombre aprende corrigiendo sus errores. Buscar sistemáticamente el error es pensar críticamente, es aprender a aprender, es aprender críticamente rechazando certezas, encarando el error como algo natural y aprendiendo a través de su superación

(Principio del aprendizaje por el error). El cuestionamiento por parte del docente sobre la validez de ciertos enunciados tuvo como fin fomentar la reflexión en los estudiantes.

Tal como afirma Moreira, para aprender de manera significativa, es fundamental que percibamos la relación entre el conocimiento previo y el nuevo conocimiento. Sin embargo, en la medida en que el conocimiento previo nos impide captar los significados del nuevo conocimiento, estamos delante de un caso en el cual es necesario un desaprendizaje (Principio del desaprendizaje). Desaprender se está usando aquí con el significado de no usar el conocimiento previo (subsumidor) que impide que el sujeto capte los significados compartidos relativos al nuevo conocimiento. No se trata de "borrar" algún conocimiento ya existente en la estructura cognitiva lo que, además, es imposible si el aprendizaje fue significativo, pero sí de no usarlo como subsumidor.

Como se mencionó anteriormente, una estrategia de aprendizaje utilizada en el taller fue la Gamificación. Es conocida la buena predisposición de los alumnos al desarrollo de actividades de gamificación, se considera que aumenta el interés, promueve la interacción social y la participación de los alumnos en el proceso de enseñanza aprendizaje.

González González (2019) define la gamificación como una estrategia de innovación educativa que en los últimos años ha sido adoptada por docentes que desean aumentar la motivación por el aprendizaje en sus alumnos. En este sentido, los elementos del juego se perciben como altamente motivadores y pueden cambiar conductas a través de incentivos, refuerzos sociales e individuales o premios entre otros componentes que hacen que sean atractivos para ser aplicados a los procesos de enseñanza-aprendizaje.

La gamificación se puede diseñar y desarrollar en diferentes entornos virtuales y/o presenciales con fines educativos. En las clases, anteriores al primer parcial, se utilizó la gamificación en un entorno presencial sin soporte tecnológico, lo que González González lo define como Gamificación unplugged, por ejemplo, se realizaron actividades gamificadas utilizando tarjetas o cartas, tableros, etc. En las clases posteriores al primer parcial se utilizó la gamificación con soporte tecnológico llevando a cabo experiencias lúdicas mediante la aplicación Kahoot, una plataforma de aprendizaje basado en juegos.

En el proceso de diseño de la gamificación educativa, como la autora propone, consideramos importante conocer qué tipo de estudiante tenemos, definir las tareas que necesitan resolver, diseñar la experiencia en etapas e identificar cuáles de ellas estarán gamificadas y aplicar mecánicas que provoquen el desarrollo del juego (puntos, insignias, niveles, restricciones, etc) para alcanzar un determinado objetivo de aprendizaje.

A la hora de planificar las actividades, también se tuvieron en cuenta los siguientes consejos (Blog Planeta 2015, citado en Páramo, 2020)

- Definir un objetivo claro, establecer qué conocimientos o actitudes se busca que los estudiantes adquieran o practiquen mediante el juego.
- Transformar el aprendizaje de capacidades y conocimientos en una propuesta lúdica y divertida.

- Proponer un reto específico al alumnado y tenerlo siempre presente antes, durante y tras el desarrollo del juego.
- Establecer unas normas del juego que sean concisas y claras para los participantes
- Proponer una competencia motivante y sana. Generando cooperación y colaboración entre los participantes

Se analizó el impacto de la metodología a través de las interpretaciones de las respuestas a una encuesta realizada a alumnos que participaron de la experiencia. También se compararon las notas promedio del mismo periodo con respecto a años anteriores en donde se trabajó con metodologías distintas.

2 - Contexto de la experiencia

La asignatura Matemática I es una materia que se dicta de manera regular en el primer cuatrimestre de cada ciclo lectivo. En el segundo cuatrimestre, se realiza un cursado especial de la materia, el cual se llama Talleres participativos. Para poder cursarlo, un alumno tiene que cumplir ciertos requisitos: tener la condición de libre en el primer cuatrimestre de ese año, con un parcial aprobado, y haber realizado al menos el 50% de los autoevaluativos virtuales. Las condiciones anteriores los habilitan a cursar. Además, deben acercarse a la cátedra a firmar su inscripción. Por lo general, entre 50 y 70 alumnos son los que cumplen todos los requisitos para realizar este redictado de la materia en el segundo cuatrimestre. El régimen de aprobación de la materia en este cursado es igual al del cursado del primer cuatrimestre.

Durante el cursado del Taller, los alumnos tienen la opción de rendir Autoevaluativos virtuales, tres antes del primer parcial y tres antes del segundo parcial. Estos autoevaluativos los ayudan a situarse en su condición con respecto al estudio antes de rendir. A su vez, si consiguen un promedio de 7 o más en las notas de los 3 autoevaluativos anteriores a un parcial, logran un beneficio de medio punto en el parcial respectivo (pueden conseguirlo en el primero y en el segundo parcial).

En general, en el cursado de los talleres participativos, se agrupan los alumnos en dos comisiones de acuerdo al orden alfabético, con dos docentes por comisión en el aula. Los alumnos reciben una atención más personalizada, que contempla sus características, capacidades, estilos de aprendizaje, concepciones previas y habilidades.

2.1 - Descripción de la experiencia

Al comienzo del cuatrimestre, los estudiantes del Taller se distribuyeron en dos comisiones de 28 alumnos cada una. Previamente, se planificó un programa de actividades a realizarse durante el cursado y se instauró un sistema de puntajes para ir conociendo el desempeño de cada alumno y con el cual obtendría un premio a la hora del parcial.

En la primera clase, luego de una charla reflexiva entre todos, cada uno de los alumnos escribió un “compromiso” para este cursado, que luego fue entregado al Profesor. Luego se jugó una partida de un dominó matemático con el fin de repasar propiedades y operaciones básicas de los números reales y fomentar la participación estudiantil.

Las semanas siguientes se desarrollaron dinámicas similares, ya sea para introducir o cerrar algún tema.

En cada clase se les daba “tareas” para desarrollar en la casa y para iniciar la clase siguiente con la exposición de parte de los estudiantes de esas tareas. Se hizo hincapié en el estudio y exposición de la teoría

Las prácticas educativas realizadas tienen básicamente cuatro aspectos relevantes:

- Son teórico-prácticas. Se deja atrás el dictado de la materia con una división entre clases teóricas y prácticas para pasar a unas clases teórico-prácticas con un sentido más unificado, mostrándole al estudiante las relaciones de los conceptos matemáticos que utiliza desde un modo más específico y atendiendo a sus expectativas particulares.
- No son de carácter expositivo por parte del docente. Se fomenta la participación de los estudiantes. Son ellos quienes resuelven los ejercicios prácticos o los enunciados teóricos en el pizarrón. El docente solo establece y comunica el tema del día, observa y guía la actividad de los alumnos. El rol del docente es de moderador, facilitador, coordinador y un participante más del proceso de enseñanza y aprendizaje.
- Se trabaja en grupos. La actividad en el aula de los alumnos es realizada formando grupos de a lo más 5 personas. El grupo fué conformado la primera clase y se mantuvo a lo largo de los encuentros.
- El uso de los juegos en la clase. Es reconocida su importancia en las clases de matemática. Al momento de escogerlos y diseñarlos, se tuvo en cuenta que cumplan con distintos fines: para introducir nuevos conceptos, para reforzar aquellos contenidos que fueron explicados en clase y para evaluar aquello que aprendieron al finalizar el desarrollo de un tema o unidad.

Debido al número reducido de estudiantes que normalmente cursan en esta instancia, ha sido posible llevar a la práctica actividades dinámicas y participativas. La participación en los juegos ha sido de manera grupal y se ha otorgado puntaje a todos los integrantes del grupo ganador del juego. También se otorgaba puntaje a los estudiantes que pasaban al pizarrón. Se armó un ranking de puntos por comisión y los alumnos que ocuparon los 6 primeros puestos fueron premiados con medio punto en el parcial los tres primeros y un cuarto de punto en el parcial los otros tres. Al finalizar cada unidad antes del primer parcial, se les tomaba un “parcialito” que consistía en una pregunta teórica y una práctica, con el mismo formato de los parciales, para que los alumnos pudieran familiarizarse con la forma de evaluar. Los resultados fueron progresivos, demostrando su interés por ir mejorando. Las fechas y los temas que abarcaba cada parcialito fueron dados la primera clase. Fueron 3 antes del primer parcial y cada parcialito se realizó en clase, con un tiempo máximo de resolución de 15 minutos. Los ejercicios fueron extraídos de uno de los parciales que

se rindieron en el primer cuatrimestre. De esta manera, tanto los estudiantes como los docentes pudieron conocer la situación de cada alumno e ir mejorando luego de cada corrección.

2.2 - Análisis de la experiencia

En un intento de plasmar y conocer la opinión de los estudiantes de la práctica docente de la cual fueron los principales actores, se realizó una encuesta no anónima a los alumnos del Taller 2022 a través de un formulario de google compartido a través del mail. El formulario estuvo conformado por 29 preguntas, algunas de desarrollo y otras dicotómicas. Respondieron el formulario 40 personas de un total de 57.

Los resultados obtenidos fueron sumamente positivos y mostraron que la metodología del dictado de la materia fue recibida positivamente por parte de los alumnos como puede apreciarse en el Gráfico 1.

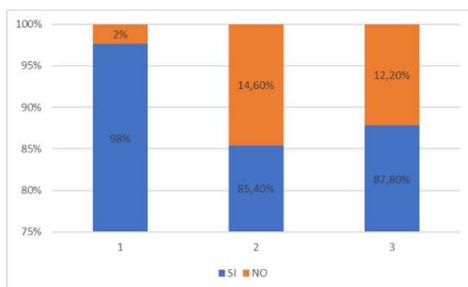


Gráfico 1. Respuestas a algunas preguntas del Cuestionario Primera Etapa Talleres Participativos Matemática I 2022 Preguntas: 1. ¿Te sirvió el formato del dictado de Taller? 2. ¿Hacer juegos es positivo para asimilar conceptos? 3. ¿Los parcialitos te generaron un cambio actitudinal hacia el estudio?

Fuente: Datos obtenidos por encuesta realizada por la cátedra.

El 98% de los estudiantes manifestaron sentirse acompañados por el cuerpo docente, expresando además que la enseñanza recibida ha sido personalizada viéndose favorecida por la cantidad de alumnos por comisión y destacando el acercamiento y dedicación por parte de los docentes.

En las preguntas de desarrollo, expresaron su falta de dedicación al estudio, autopercebiéndose como los principales responsables de su bajo rendimiento durante el cursado en el primer cuatrimestre de la materia. Un dato a destacar es que un 83% de los estudiantes encuestados declaró no asistir a las clases de consulta ofrecidas por la cátedra. Entre las razones dadas por los estudiantes, para justificar estas inasistencias, se destacan la falta de tiempo y la falta de dinero para cubrir costos de movilidad. En otros casos, las inasistencias a las clases de consulta, se explican simplemente por el olvido o por considerarlas innecesarias.

Además, remarcaron la utilidad de los videos subidos en el aula virtual, tanto teóricos como prácticos, con los cuales lograron despejar sus dudas de manera exitosa.

El 100% de los alumnos afirmaron que la participación en el pizarrón les ayudó a superar sus errores.

El 76% de los alumnos afirmó que le surgieron nuevas preguntas respecto de los temas estudiados y un 90% afirmó que pudo dar respuesta a alguna de sus dudas sin consultar al profesor. Además un 93% consideró el sistema de puntajes como motivador para estudiar.

Como puede verse en el Gráfico 1, un 85% de los estudiantes encuestados consideró positivo el uso de dinámicas y juegos durante el cursado, como una forma distendida y dinámica de asimilar algunos conceptos.

Los parcialitos fueron concebidos positivamente (ver Gráfico 1) y expresaron que les sirvieron para autoevaluarse y les ayudaron a establecer un ritmo de aprendizaje.

Como resultado general de la encuesta se observa un contento general hacia la metodología empleada en el Taller y sus respectivas dinámicas.

En el análisis de esta experiencia, además de los resultados de la encuesta, también se tuvo en cuenta las notas obtenidas en los parciales del Taller 2022 y en el dictado del Taller en años anteriores. En el Gráfico 2, a la izquierda, se observa que la nota mediana del primer parcial del Taller 2022, es la más alta, si se tiene en cuenta las medianas de las notas del primer parcial de los Talleres Participativos desde el año 2014. Además, se observa una tendencia no creciente de la nota mediana del primer parcial en el periodo 2014-2018, y que la nota mediana ha crecido desde el año 2018. Cabe destacar que en el año 2019 se ha empleado por primera vez la estrategia de gamificación en el dictado de la asignatura. Se aclara además que en el año 2020 no se ha brindado este taller debido al aislamiento social preventivo obligatorio por la COVID19 y que en el año 2021, se ha empleado la metodología tradicional de clase expositiva por parte del profesor.

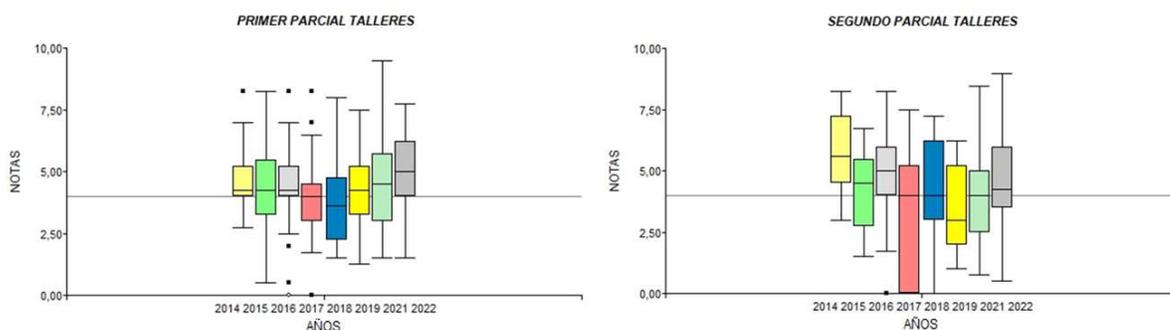


Gráfico 2. Notas del Primer Parcial (a la izquierda) y del Segundo Parcial (a la derecha) de los alumnos del taller participativo de Matemática I. Años: 2014 a 2022
Fuente: Registros de la cátedra.

En el Gráfico 2, a la derecha, a diferencia de lo observado anteriormente, se observa que la nota mediana del segundo parcial del Taller 2022, no es la más alta, si se tiene en cuenta las notas medianas

del segundo parcial de los Talleres Participativos desde el año 2014. Aunque, sí se observa una tendencia decreciente de la nota mediana del segundo parcial en el periodo 2014-2019, y que la nota mediana ha crecido desde el año 2019.

En el año 2022, según el Gráfico 3, se observa un alto porcentaje de alumnos regulares y promocionados (un 70% de un total de 57 alumnos) Se observa además que el porcentaje de alumnos libres en los años 2016, 2014 y 2018, es más bajo o igual al correspondiente del año 2022. Sin embargo, si se observa en el mismo gráfico los valores absolutos de los años indicados (ver Gráfico 3 a la derecha), estos corresponden a grupos menos numerosos que el grupo del año 2022.

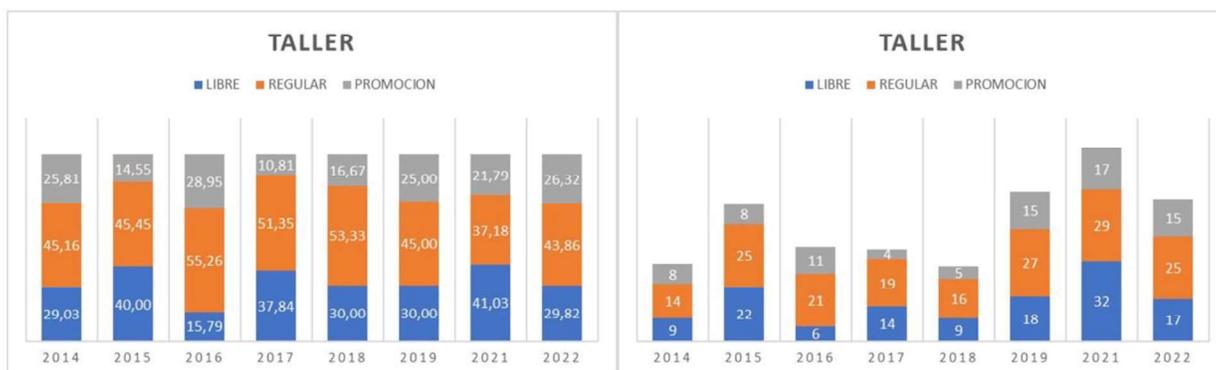


Gráfico 3. Condición final de alumnos del taller participativo de Matemática I en porcentajes (a la izquierda) y en valores absolutos (a la derecha). Años: 2014 a 2022.

Fuente: Registros de la cátedra.

3 - Conclusiones y trabajos futuros.

La metodología usada ha sido percibida, mayormente, como positiva por los actores involucrados en esta experiencia e invita a repensar las prácticas docentes en pos de lograr un aprendizaje significativo crítico en los estudiantes.

La gamificación en el aula puede convertirse en un apoyo para el docente en su práctica y guiar a los estudiantes para que puedan asumir el protagonismo de la misma. Pero convertir esta experiencia innovadora en algo real, dependerá del cambio en la concepción didáctica; luego, la tradición pedagógica que aún coexiste en las aulas deberá ser superada para dar inicio a una nueva forma de enseñar a aprender, mientras se logra disfrutar y se divierte en las actividades educativas gamificadas (Páramo, 2020)

Los resultados proporcionan elementos para el diseño de estrategias didácticas de cara al futuro teniendo en cuenta la creciente digitalización y motivan a diseñar e implementar una adaptación de la metodología elaborada teniendo en cuenta el problema de la masividad y la colaboración de las nuevas tecnologías.

Referencias

Ausubel, David P. (1963). The psychology of meaningful verbal learning. New York: Grune and Stratton. 685p.

Blanco, L.S., & Muñoz-Repiso, A.G. (1989). El rendimiento académico en la Universidad de Cantabria: abandono y retraso en los estudios.

González González, Carina. (2019). Gamificación en el aula: ludificando espacios de enseñanza-aprendizaje presenciales y espacios virtuales. 10.13140/RG.2.2.34658.07364.

Gowin, D. Bob (1981). Educating. Ithaca, N.Y.: Cornell University Press. 210 p.

Moreira, Marco A. (2000). APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO CRÍTICO: Instituto de Física da UFRGS Caixa Postal 15051, Campus 91501-970 Porto Alegre, RS, Brasil.

Páramo Rengifo, C. A. (2020). Gamificación e innovación educativa: apuntes para la práctica. Revista Conrado, 16(S 1), 241-248. Recuperado a partir de <https://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado/article/view/1547>

Postman, Neil & Weingartner, Charles (1969). Teaching as a subversive activity. New York: Dell Publishing Co. 219p. Ausubel, David P. (1963). The psychology of meaningful verbal learning. New York: Grune and Stratton. 685p.

Las redes sociales como escenario de interacción académica entre docentes y alumnos

Castillo, Luciana Raquel – Rodríguez Areal, Elsa– De Rosa, Elisa
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Tucumán
lcastillo@face.unt.edu.ar – eareal@face.unt.edu.ar – ederosa@face.unt.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: *Engagement* educativo, Estrategias de comunicación, Enseñanza innovadora, Redes sociales

Resumen

Una frase atribuida a Charles Darwin reza: “No es la especie más fuerte la que sobrevive, ni la más inteligente, si no la que mejor responde a los cambios”. En el contexto educativo de los últimos años los cambios han sido numerosos: rigen nuevas ideas sobre los roles de docentes y alumnos (ligadas también al cambio generacional); las nuevas tecnologías de información y comunicación se volvieron más accesibles; se transitó una pandemia; etcétera. Todo lo anterior debe ser considerado sin perder de vista los objetivos académicos de la tarea docente. En este marco, el uso de espacios de interacción no tradicionales e informales se presenta como una alternativa viable para enriquecer el vínculo docente-alumno.

En este trabajo se presenta parte de las estrategias implementadas por cátedras del área matemática de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Tucumán junto a los resultados de las experiencias logradas en su implementación. Se analiza en detalle el uso de Instagram por parte de la cátedra de Matemática II y de WhatsApp en la cátedra de Estadística. En ambos casos, las redes sociales funcionan como una herramienta adicional y complementaria a todo un abanico de recursos diseñados y coordinados con fines académicos.

Las respuestas de los alumnos en las encuestas de opinión, su participación en los ámbitos mencionados y el análisis de indicadores de regularidad y aprobación de las materias, motivan al equipo a continuar la implementación de estrategias innovadoras y consolidar las líneas de investigación que permiten monitorear su impacto.

1 - Introducción

En la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Tucumán (FACE-UNT) las cátedras de la disciplina matemática poseen amplia trayectoria en el ámbito de la incorporación de la tecnología al proceso de enseñanza y en la investigación sobre la temática. Con el transcurso del tiempo, diferentes proyectos financiados por la Secretaría de Ciencia, Arte e Innovación Tecnológica de la UNT permitieron hilvanar el camino entre la implementación inicial de Aulas Virtuales hasta el diseño (pre-pandemia) de cursados totalmente virtuales para alumnos recursantes. Este bagaje de experiencias permitió a las cátedras enfrentar de forma exitosa los desafíos de la Educación Remota de Emergencia y posicionarse de un modo distinto en el escenario post-pandemia.

Entre los ejes que han resignificado su importancia dentro del diseño de la oferta académica de las materias destacamos el referido a la comunicación. En este punto confluyen tanto el impacto que tiene la tecnología (por la existencia de plataformas accesibles que permiten la rápida difusión de los mensajes)

como las características generacionales de los alumnos (nativos digitales miembros de la *Generación Z*) y los nuevos roles que la sociedad otorga a los actores del proceso educativo. Respecto a este último punto, Posso Pacheco (2022) menciona que el nuevo rol docente se ejerce “dejando el sentido de dar conocimiento por el de guiar a la obtención de conocimiento” y Martínez González (2010) comenta que el rol de estudiante universitario requiere habilidades que “hagan posible el aprendizaje autónomo, participar activamente y con iniciativa, ser innovadores, cooperar y relacionarse”.

Amayuela Mora (2017) dice al respecto de la comunicación en la tarea docente: “Se precisa que los docentes interioricen que solo a partir de un proceso de comunicación asertivo y afectivo, será posible incidir en las dimensiones (instructiva, educativa y desarrolladora) del proceso formativo en el ámbito universitario, a tono con las actuales exigencias del mundo contemporáneo.”

En trabajos anteriores de las autoras (Castillo, De Rosa y Juliano, 2021) se evidenció la pérdida de vigencia de los canales de comunicación que tradicionalmente se utilizaron como complemento al encuentro en el aula, tales como foros y correo electrónico, ante los nuevos espacios de interacción emergentes tales como las redes sociales y grupos de WhatsApp. En primera instancia, estos espacios constituyeron entornos reales para llevar a cabo el diálogo pedagógico que no estuvieron regulados por los docentes ni fueron diseñados como parte integrante de la oferta de la cátedra; los docentes no participaban en ellos o, al menos, no lo hacían de forma institucional y sistémica. Luego, se incorporaron estos espacios desde el momento de la planificación del dictado de la asignatura, dando lugar a las experiencias que se presentan en los apartados siguientes.

2 - Experiencias de uso de redes sociales en contexto educativo en la FACE-UNT

Se presentan a continuación dos ejemplos de implementación de canales alternativos de comunicación entre docentes y estudiantes correspondientes a la tarea llevada a cabo por la cátedra de Matemática II (materia de primer año de todas las carreras de la FACE) y Estadística (materia de segundo año de las carreras) describiendo brevemente el contexto de la experiencia y presentando aspectos clave del desarrollo y resultados de la misma.

2.1 - Uso de Instagram en Matemática II

La idea de la creación de una cuenta oficial de la cátedra en esta red social surgió durante el segundo cuatrimestre de 2019 mientras se planificaba el dictado del cursado especial (para alumnos libres) a llevarse a cabo durante el primer cuatrimestre de 2020. Este cursado fue concebido en el marco de un proyecto de investigación sobre virtualización de la enseñanza de la matemática. La propuesta consistía en un cursado netamente virtual con exámenes presenciales, para el cual la red social serviría fundamentalmente para promover la participación del alumno en las actividades del cursado especial. La cuenta se inauguró el 29 de febrero de 2020 con un posteo sobre las condiciones del cursado especial.

En la primera etapa de implementación, el contenido publicado en la cuenta consistió en publicaciones semanales vinculadas a los temas que se estuvieran dictando según el cronograma de las clases, ya sea como *historias* (contenido disponible por 24 horas) o como *post* (contenido que permanece en el perfil de la cuenta). Para las publicaciones se adaptaron imágenes virales a los contenidos de la materia, proponiendo desafíos de acertijos visuales y se adecuaron memes populares a los contenidos matemáticos, de forma ocurrente y con un toque de humor.



Figura 1. Post publicado el 03/03/2020 sobre el tema “Funciones” (@matemática2_face_unt)

Conforme avanzó el año 2020 y debido a la continuidad del aislamiento social preventivo y obligatorio, la cuenta de Instagram continuó funcionando en el cursado del segundo cuatrimestre dando inicio a una etapa de afianzamiento de este canal. Las publicaciones se estandarizaron en cuanto al formato para formar una suerte de identidad de marca a los posteos que permita al alumno vincularlos rápidamente a la asignatura. La mayor parte de las interacciones no respondieron a un cronograma previamente estipulado si no que fueron a requerimiento de las novedades que debían comunicarse a los alumnos y las oportunidades de generación de contenido humorístico. El único segmento que tuvo un esquema semanal fue el titulado “Ejercicios a la carta”, consistente en la siguiente dinámica: cada fin de semana se ofreció a los estudiantes un “menú” de ejercicios seleccionados de exámenes parciales anteriores para que votaran por uno; la consigna más votada fue resuelta y subida en Instagram TV (forma en la cual podían compartirse videos de duración mayor a 30 segundos) al finalizar la votación. Los ejercicios restantes se utilizaron como disparadores en las clases de consulta programadas para los días lunes.

Esta dinámica de ejercicios semanales fue retomada en el segundo cuatrimestre 2022. La propuesta fue presentada como si se tratase de una serie de un canal de *streaming* ficticio: “Matemattflix”

en la cual los alumnos podían elegir un capítulo en cada temporada para ser transmitido por la red social mediante un reel (nueva modalidad de compartir videos).

En el segundo cuatrimestre de 2023 la propuesta será presentada mediante una analogía con partidos amistosos de un equipo que compite un torneo de fútbol y puede elegir un rival semanal. La misma se encuadra dentro de una temática que integra a todo el cursado, la cual será presentada más adelante en el trabajo.

Esta modalidad de presentar ejercicios de parciales de años anteriores genera buen caudal de interacción con los alumnos, les brinda la oportunidad de participar en la generación del contenido que se comparte en la cuenta y funciona como ejercitación adicional que los alumnos pueden resolver y consultar además de los contenidos en las cartillas de teoría y práctica.

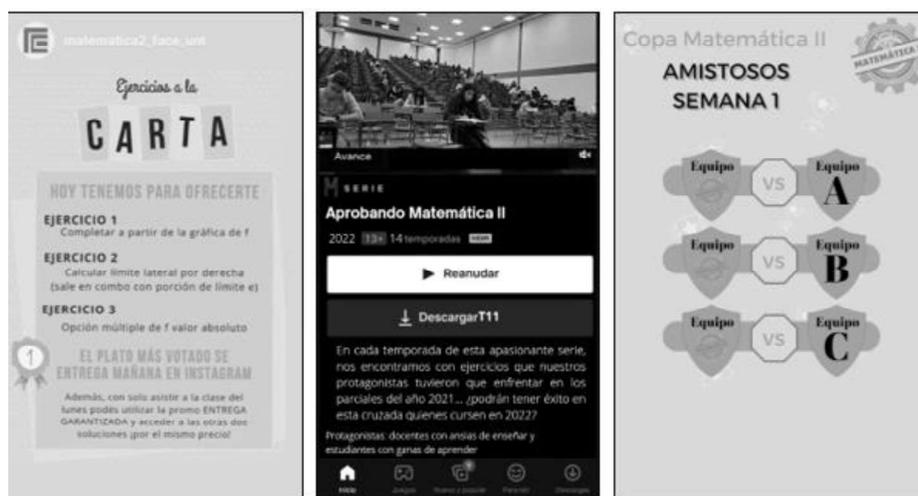


Figura 2. Presentación de ejercicios semanales durante diferentes cursados(@matemática2_face_unt)

La cuenta de Instagram también ha servido a la cátedra como espacio para implementar pequeñas dinámicas de *gamificación* entendiendo que el uso de la mecánica del juego hace divertido el aprendizaje y tiene un importante efecto motivador para el alumno. Periódicamente se realizan sorteos entre quienes logran responder de forma correcta a la consigna planteada, que siempre tiene sentido académico. A título de ejemplo, el último sorteo realizado al momento de redactar este trabajo se realizó antes del receso invernal. Para participar del mismo los alumnos debían revisar las historias destacadas bajo la consigna "Charlas con Chat GPT" y comentar sobre las respuestas dadas por la inteligencia artificial (IA) a una serie de interrogantes que los docentes le planteamos. Cabe aclarar que las respuestas presentadas fueron una selección de respuestas erróneas o mal justificadas, de forma que los alumnos reflexionen sobre las limitaciones que las tecnologías de IA y sean analíticos en su uso. El premio sorteado fue un juego completo del material teórico para preparar el examen final de la materia.



Figura 3. Presentación de consignas para sorteos durante diferentes cursados(@matemática2_face_unt)

Otra línea de trabajo que se hizo posible gracias al uso de Instagram fueron las “Consultas en vivo”. Las mismas consisten en transmisiones realizadas por la red social en horarios (o días) diferentes a las consultas presenciales y virtuales. Esta forma alternativa de realizar consultas se llevó a cabo por primera vez en días previos al tercer y último parcial del cursado del segundo cuatrimestre 2021. Otras ediciones tuvieron lugar antes del examen final de diciembre y durante el primer cuatrimestre 2022. Los buenos resultados obtenidos en cuanto a la factibilidad de su implementación y el nivel de adhesión de los alumnos motivaron a incorporar estas consultas a la planificación del segundo cuatrimestre 2022. La práctica se fue consolidando y mejorando en pos de aumentar la significatividad del intercambio. Por ejemplo, consultando previamente los ejercicios que los alumnos querrán consultar y monitoreando las respuestas que los alumnos se dan entre ellos en el chat de la transmisión en vivo.

El soporte tecnológico también acompañó la evolución de estas consultas, pasando de usar soportes artesanales y domésticos a accesorios comerciales específicos con los que se pudo mejorar tanto la estabilidad como la iluminación en la transmisión.

En todos los casos, al difundir la invitación se buscó una fecha cercana para dar nombre a la convocatoria. Así en 2022 hubo consultas “Especial de primavera”, “Especial América”, “Especial Tradición” en septiembre, octubre y noviembre respectivamente. En cada ocasión la consulta quedó disponible para la revisión posterior de los alumnos, sumando con ello otra ventaja adicional frente a otras modalidades de consultas.

El principal aspecto a mejorar respecto a esta práctica es la necesidad de capacitar a más docentes del equipo para que puedan hacerse cargo de la misma ya que, hasta el momento, todas estuvieron a cargo de la misma docente. Si bien en algunas ocasiones hubo colegas conectados para mediar en los comentarios y organizar los ejercicios (especialmente en las primeras ediciones), aún no se ha compartido el rol de ser quien resuelve el ejercicio.



Figura 4. Posteo promocional de una consulta en vivo, estadísticas finales y captura del video(@matemática2_face_unt)

2.1.1 - La opinión de los alumnos

Entre los aspectos que se investigan y monitorean en la implementación de esta estrategia de comunicación, la opinión de los alumnos es de suma importancia para las autoras del trabajo. Por ello, las encuestas de opinión realizadas al finalizar el cursado siempre contemplan una sección referente al uso de Instagram. Los resultados obtenidos en cada cursado se presentaron en instancias de comunicación regional y en trabajos previos, por lo que a continuación se presenta una síntesis de la evolución de los mismos.

Tabla 1. Proporción de alumnos que siguen la cuenta de Instagram, por cursado

	2 ^{do} Cuat. 2020	2 ^{do} Cuat. 2021	2 ^{do} Cuat. 2022
Sí	91%	88%	90%
No	9%	12%	10%
Total	100% (541)	100% (397)	100% (319)

Fuente: Elaboración propia a partir de encuestas

Se aprecia en la Tabla 1, que el nivel de adhesión de los alumnos cada año es alto. Incluso en la actualidad la cuenta tiene más de 1400 seguidores, superando el número de alumnos inscriptos al cursado. Algunos de los mensajes recibidos dan constancia de que alumnos de cohortes anteriores continúan siguiendo a la cuenta e interactuando con el contenido.

Tabla 2. Proporción de alumnos según opinión sobre el uso de Instagram, por cursado

A tu criterio, el Instagram de la materia debería utilizarse...	2 ^{do} Cuat. 2020	2 ^{do} Cuat. 2021	2 ^{do} Cuat. 2022
Como se emplea actualmente	62%	55%	59%
Con mayor diversidad de contenidos	17%	18%	22%
Solo para comunicar novedades	0%	0%	0%
Con mayor periodicidad de publicaciones e historias	21%	26%	19%
No debería utilizarse	1%	1%	0%
Total	100% ₍₄₉₃₎	100% ₍₃₄₉₎	100% ₍₂₈₆₎

Fuente: Elaboración propia a partir de encuestas

Los resultados mostrados en la Tabla 2 revelan la conformidad de los alumnos respecto al manejo dado a la cuenta, destacándose que en ninguna instancia ningún alumno indicó que el uso debía ser solo para avisar novedades, mientras que el porcentaje de alumnos que indicó que debía usarse con mayor diversidad de contenidos y mayor periodicidad de publicaciones e historias se mantiene en niveles considerables.

También en la pregunta abierta de la encuesta las opiniones son consistentes con la satisfacción en el uso de Instagram, incluso solicitando más consultas en vivo, más videos y más ejercicios resueltos. De modo ilustrativo se transcriben solo dos:

- “Este nuevo uso de Ig me sorprendió y realmente genera interes, es didactica y la mayoría de mis compañeros incluyendome nos sentimos mas acompañados e incluso mimados; con los sorteos, valoran nuestros esfuerzos y nos impulsan a seguir (sic)”.
- “Ya cursé la materia una vez, y el uso de instagram mejoro notablemente, sigan así (sic)”.

2.1.2 - La propuesta 2023

En el diseño del cursado 2023 se busca que todos los posteos de Instagram tengan un hilo temático conductor. Tras una lluvia de ideas entre las docentes se definió asimilar la cursada a un torneo de fútbol. Consideramos que este puede ser emocionante y motivador para los estudiantes, debido a los sucesos deportivos de fines del año 2022.

Algunas ideas que ya fueron implementadas son los siguientes:

- Posteos previos al cursado: Durante la semana anterior al comienzo de las clases se realizó diariamente un posteo sobre un concepto visto en materias anteriores que debe ser afianzado para resolver correctamente ejercicios de la asignatura. Esta serie de posteos fue presentada a los alumnos como ejercicios de entrenamiento o pre-calentamiento antes del torneo.
- Régimen de aprobación de la materia: Fue informado como “Reglas del Juego”. En este contexto, por ejemplo: “ganar la cuarta estrella” hace referencia a alcanzar la nota requerida para regularizar

(cuatro); los convocados son los alumnos que regularizaron la materia pre-correlativa; los exámenes parciales son los partidos oficiales del torneo; etcétera.

- Ejercicios semanales por votación en Instagram: Se ofrecen como “Partidos Amistosos” contra rivales de diferentes zonas del programa de la materia. Todos los partidos se disputan, pero solo uno se transmite por la cuenta.

2.2 - Uso de WhatsApp en Estadística

Tras observar que los canales de comunicación arraigados entre los docentes (como foros y correos electrónicos) fueron perdiendo impacto como forma efectiva de comunicación, la cátedra de Estadística incorporó nuevas líneas de contacto. Además de utilizar una cuenta de Instagram, se admitió la participación voluntaria de docentes en grupos de WhatsApp como parte de un proyecto de investigación.

El estudio exploratorio inicial realizado mediante una encuesta a 58 cursantes de la materia en octubre 2022 demostró que los grupos de WhatsApp son espacios consolidados de comunicación entre alumnos siendo frecuente incluso que pertenezcan en forma simultánea a más de un grupo de la misma materia (administrados generalmente por las agrupaciones estudiantiles). También se indagó la opinión sobre la participación de los docentes en los grupos de WhatsApp. Todas las respuestas apuntaron que “Es bueno que los docentes participen” no obstante, la mayoría de ellas agregó la aclaración “aunque igualmente habrá grupos solo de estudiantes”.

La planificación inicial incluía la adquisición de un teléfono celular y línea específicos para la asignatura, pero por razones vinculadas a la modificación de las pautas en la rendición de los fondos tal compra no se pudo realizar y el proyecto continuó mediante el uso de los teléfonos particulares de los docentes (Jefes de Trabajos Prácticos y ayudantes estudiantiles) que quisieron participar.

Durante el primer cuatrimestre 2023 docentes del equipo participaron en dos grupos diferentes, uno formado en clases de la materia, donde el docente estaba identificado, y otro formado por una agrupación estudiantil donde la participación del docente fue con fines de observación y sin realizar intervenciones. El análisis de las interacciones permitió derribar algunos mitos y encontrar patrones de comportamiento que difieren conforme exista o no mediación docente.

2.2.1 - Diferencias principales entre chats con y sin intervención docente

1) El grupo mediado por la docente (en adelante será llamado “grupo A”) tuvo desde el comienzo en su descripción las pautas de comportamiento a ser consideradas en los mensajes a enviar en el grupo, como ser pertinencia del contenido compartido y respeto hacia todos los participantes. El grupo armado por estudiantes (grupo B) carece de descripción y no establece normas de conducta.

2) En el grupo B han tomado intervención algunos docentes particulares ofreciendo sus servicios y clases, aunque no dieron respuesta en el grupo a las preguntas de contenido realizadas por alumnos (no se descarta que la respuesta haya sido enviada por mensaje privado).

3) La proporción de preguntas realizadas por alumnos y respondidas correctamente por alumnos fue superior en el grupo A (42% frente a 25%). En el mismo sentido, en el grupo B cerca de la mitad de las preguntas referidas a ejercicios puntuales no fueron respondidas.

4) La índole de las consultas marcó otra gran diferencia entre los grupos: en el grupo B las consultas fueron mayormente vinculadas a aspectos administrativos y de plazos; seguidas por intervenciones de alumnos que tras faltar a clases consultaban si se tomó asistencia o pedían fotos de lo visto en clase.

5) En el grupo B también se registró un mayor número de intervenciones fuera de la temática de la materia, incluyendo mensajes “de compra y venta” de artículos varios.

6) Contrario a lo que pudo suponerse, los mensajes de apoyo entre compañeros, la motivación de los pares y el contenido humorístico fue más frecuente en el grupo A.

7) Al finalizar el cursado, los alumnos salieron del grupo B con mayor rapidez que del grupo A. Finalmente, en ninguno de los grupos se registraron mensajes ofensivos o en horarios inadecuados. Esto indicaría que los alumnos reconocen el objetivo de los grupos vinculados a las materias, al menos en los aspectos centrales.

La experiencia de los docentes en términos generales fue buena, por lo que no se descarta continuar implementando grupos de WhatsApp en futuros cursados.

3 - Conclusiones y trabajos futuros

La incorporación de las nuevas tecnologías permite avanzar en el diseño e implementación de herramientas que enriquezcan la transmisión de conocimientos y posibiliten un aprendizaje autónomo contribuyendo a la igualdad de oportunidades en el acceso y permanencia en la educación. La incorporación de recursos informáticos y el uso de redes sociales en educación son ya una realidad, como también lo es la educación a distancia, la educación híbrida y el nuevo rol de docente guía y motivador. Cobra aquí importancia el empleo que se le dé a estos recursos y la forma en que se motive al estudiante para generar un genuino compromiso con los saberes a incorporar. Se trata de que la implementación de formas alternativas de comunicación trascienda el mero fin de dar respuesta rápida y accesible a los alumnos, si no que se convierta en una estrategia de motivación y *engagement* educativo que visibilice el valor de la conciencia socioemocional en la formación de aprendizajes significativos y de calidad.

De las experiencias presentadas en el trabajo se desprende que solo entendiendo y atendiendo los requerimientos de esta nueva generación de alumnos, se podrá garantizar el eficiente uso de las nTIC, la calidad y la equidad en el proceso de enseñanza – aprendizaje. La relación entre la motivación y el aprendizaje es directa: mientras más practique un estudiante y obtenga, a su vez, un mayor *feedback* de

sus trabajos académicos, mayor será su aprendizaje. Aún más, al vislumbrar escenarios futuros de creciente hibridación y virtualización de la enseñanza, lo anterior adquiere mayor relevancia aún.

En lo referido al uso de WhatsApp en la cátedra de Estadística, las líneas de trabajo a futuro apuntan a mejorar la experiencia utilizando alternativas que resguarden la privacidad del docente respetando en mayor medida su espacio personal. Esto permitirá extender la práctica a más docentes.

Los alumnos de Matemática II en cursados anteriores perciben el uso de la red social como consolidado en gran medida, por lo que el mayor desafío en esta cátedra es sostener y continuar su implementación en el tiempo.

Referencias

Castillo L. R., De Rosa E. y Juliano V. E. (2021): ¿Llegó el fin de los foros? El desafío de generar nuevos espacios de intercambio entre docentes y alumnos.

Castillo L. R., De Rosa E. y Pérez M. A (2021): Educación y motivación con nativos digitales.

Castillo L. R., De Rosa E. (2022): Usar Instagram para consultas: una innovación posible y bien valorada.

González, C. (2019). Gamificación en el aula: ludificando espacios de enseñanza-aprendizaje presenciales y espacios virtuales. <https://www.researchgate.net/publication/334519680>. Consultado 10/05/23

Kapp, K. (2012) The Gamification of Learning and Instruction. Game-Based Methods and Strategies for Training and Education. Pfeiffer, San Francisco, CA. recuperado de <https://es.scribd.com/read/100282384/The-Gamification-of-Learning-and-Instruction-Game-based-Methods-and-Strategies-for-Training-and-Education>. Consultado 14/07/23

Martínez González, J. (2010). El Espacio Europeo De Educación Superior (Eees) Y Nuevo Rol Del Estudiante Universitario. Cuadernos de Educación y Desarrollo, Servicios Académicos Intercontinentales SL.

Murillo Rojas, R. (2022). Ecosistema digital, el rol del docente en la actualidad. Revista Académica Arjé, 5(1), 29-54.

Posso Pacheco, R. J. (2022). El rol del docente en el contexto universitario: una visión post pandemia . MENTOR Revista De investigación Educativa Y Deportiva 1(2), 91–96.

Tipos de errores en la evaluación de vectores: Análisis.

Adaro María Cecilia; Lasse, Darío Martín; Soruco, Olga Silvina
Facultad de Ciencias Económicas. Universidad Nacional de Jujuy
madaro@face.unju.edu.ar , dmlasse@gmail.com y ssoruco_97@hotmail.com

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Claves: Enseñanza y aprendizaje, Evaluación, Vectores, Errores, Clasificación de Errores

Resumen

El proceso de aprendizaje de conceptos matemáticos, en particular vectores, presenta numerosos desafíos para los estudiantes. Desafíos, que están relacionados con la complejidad que implica resolver problemas utilizando el concepto, el pensamiento abstracto y las actitudes emocionales y afectivas.

El análisis e interpretación de los errores cometidos por los estudiantes enriquece la educación matemática al proporcionar información sobre cómo los estudiantes interpretan los problemas y abordan los procedimientos algebraicos. Esta información se convierte en una herramienta para ayudar a los estudiantes a corregir sus errores y señalar posibles causas de las dificultades; y, por otro lado, facilita a los docentes el diseño de estrategias pedagógicas que mejoren la eficacia del proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula.

El presente trabajo da cuenta de la investigación llevada a cabo, en la que se ha categorizado los errores cometidos por los estudiantes de la carrera de Contador Público, en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy, durante la ejecución de una evaluación práctica en Matemática I. Se han identificado diversas modalidades de errores, abarcando tanto aquellos de naturaleza conceptual como procedimental, además de aquellos relacionados con la comprensión.

Como resultado, se ha logrado una comprensión acabada de las dificultades que los estudiantes enfrentan en sus procesos de aprendizaje.

Luego de un análisis crítico, se proponen estrategias de prevención de errores, con la planificación y desarrollo de espacios y actividades para mejorar los procesos de aprendizaje del concepto vectores.

1 - Introducción

Hoy en día, uno de los desafíos más importantes es elevar la calidad de la educación. La prioridad tanto de los educadores como de las instituciones educativas es lograr que los estudiantes aprehendan conceptos mediante un aprendizaje significativo, haciendo uso de métodos apropiados. Para lograrlo, es fundamental que los alumnos estén inmersos en ambientes de aprendizaje que sean apropiados y a la vez pedagógicos. Estos entornos educativos deben permitirles desarrollar sus habilidades de aprendizaje y capacidades de pensamiento crítico.

En el ingreso a la educación superior, la formación matemática desempeña un papel crucial en el rendimiento de los estudiantes, influyendo en su éxito o fracaso.

El proceso de aprendizaje de conceptos matemáticos, en particular vectores, presenta numerosos desafíos para los estudiantes. Desafíos, que están relacionados con la complejidad que implica resolver problemas utilizando el concepto, el pensamiento abstracto y las actitudes emocionales y afectivas hacia la materia. Los vectores, no son cantidades simples como números; poseen dirección y magnitud. Esta

noción de magnitud y dirección puede ser contraintuitiva para aquellos que están más acostumbrados a lidiar con números concretos en sus estudios previos.

Como resultado, surgen sentimientos de tensión y ansiedad. Los enfoques y estrategias utilizados en el pensamiento algebraico pueden generar obstáculos que dificultan el proceso natural de construcción del conocimiento matemático de vectores. Estas dificultades se manifiestan a través de errores. En ocasiones, los estudiantes omiten los principios matemáticos, lo que conduce a respuestas incorrectas sin que el estudiante pueda identificar dónde radica el error.

En la mayoría de los casos, la respuesta de los docentes se limita a calificar la habilidad del estudiante como insatisfactoria en lugar de abordar de manera adecuada los errores, lo que refuerza algoritmos mal comprendidos y afecta negativamente el rendimiento académico y futuros aprendizajes del estudiante. Esta situación genera confusión y desmotivación en los estudiantes debido a la frecuencia de estos episodios.

En este contexto, muchos estudiantes que ingresan a la educación superior, particularmente en carreras de Ciencias Económicas, suelen abandonar en el primer año, debido a su bajo rendimiento en materias relacionadas con las ciencias exactas. Esto también puede llevar a un cambio de dirección hacia carreras en las que las matemáticas no sean un factor determinante en el plan de estudios.

2 - Justificación

Las dificultades inherentes al aprendizaje del álgebra son inevitables, ya que forman parte del proceso natural de construcción del conocimiento matemático. Los docentes deben aprender a reconocer y reflexionar sobre estas dificultades para influir de manera positiva en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

El análisis e interpretación de los errores cometidos por los estudiantes enriquece la educación matemática al proporcionar información sobre cómo los estudiantes interpretan los problemas y abordan los procedimientos algebraicos. Esta información se convierte en una herramienta para ayudar a los estudiantes a corregir sus errores y señalar posibles causas de las dificultades; y, por otro lado, facilita a los docentes el diseño de estrategias pedagógicas que mejoren la eficacia del proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula.

Desde esta perspectiva, resulta esencial examinar el concepto de error en la asimilación del conocimiento y las teorías que varios autores han forjado en torno a este tema. El propósito de este análisis es fortalecer la comprensión temprana de los errores y su detección. En este sentido, Moliner (citado en Cañadas & Castro, 2002) define el error como "una equivocación o desacierto en alguna cosa". Esta definición sugiere que los errores son situaciones plausibles dentro del proceso de aprendizaje. Por lo tanto, los errores son en sí mismos una parte inherente al proceso cognitivo, manifestando la relación entre conceptos y resultados.

Siguiendo esta línea de pensamiento, Borasi (citado en Cañadas & Castro, 2002) sostiene que "los errores en el proceso de enseñanza-aprendizaje son relevantes porque permiten comprender la naturaleza de las nociones matemáticas fundamentales". En otras palabras, los errores proporcionan una vía objetiva para identificar y evaluar las ideas asimiladas durante la interacción con el conocimiento. Por ejemplo, si un estudiante realiza una operación matemática como elevar 2 a la potencia 3 y ofrece una respuesta incorrecta como "6", esto podría sugerir que no comprende plenamente el concepto de potenciación, enfocándose solo en el resultado superficial.

Si observamos el avance de las ciencias puras a lo largo de la evolución humana, se vuelve evidente que el concepto de error ha desempeñado un papel crucial. Cometer errores ha sido un elemento esencial para el surgimiento de leyes, teoremas e hipótesis que, tras ser sometidos a pruebas repetidas, han dado lugar a la formulación de métodos objetivos que validan suposiciones y acciones.

El error, según De la Torre (2004), es una categoría pedagógica que representa una parte fundamental del proceso de aprendizaje. Implica identificar y comprender los errores cometidos por los estudiantes, no como fracasos, sino como oportunidades valiosas para adquirir conocimiento. Estos errores permiten a los educadores analizar el pensamiento y las concepciones de los estudiantes, brindando información valiosa para ajustar enfoques de enseñanza y mejorar la comprensión del contenido. Se ubica en una perspectiva pedagógica constructivista. Su enfoque se basa en la idea de que los errores son oportunidades para el aprendizaje significativo y la construcción del conocimiento. No ve los errores como fracasos, sino como parte natural del proceso de aprendizaje. Desde esta perspectiva, considera que los errores proporcionan información valiosa sobre el pensamiento y la comprensión de los estudiantes, lo que puede guiar a los profesores en la adaptación de sus enfoques de enseñanza y en la promoción de un entendimiento más profundo del contenido. La perspectiva propuesta por De la Torre sugiere que el error no debe ser evitado, sino explorado y analizado, ya que su comprensión profunda conduce a un aprendizaje más significativo y a un crecimiento cognitivo.

Desde la perspectiva del constructivismo, la noción de error es parte integral del conocimiento. Esta corriente teórica plantea que deben coexistir procesos de construcción que permitan identificar causas y posibles correcciones. En este sentido, se pueden implementar estrategias formativas dirigidas a los resultados obtenidos.

El tratamiento didáctico de los errores propone una perspectiva constructiva. En lugar de simplemente corregir, se busca comprender la raíz del error. Los errores se consideran oportunidades para explorar y reflexionar, permitiendo a los estudiantes detectar sus propias equivocaciones y corregirlas. El enfoque implica el uso de estrategias como el análisis de errores comunes, la discusión en clase y el aprendizaje colaborativo para fomentar la reflexión y el aprendizaje significativo a partir de los errores. La idea central es convertir los errores en herramientas pedagógicas para mejorar la comprensión y la adquisición de conocimiento.

3 - Trabajo de Campo: Desarrollo y Resultados

La asignatura Matemática I forma parte del plan de estudio de la carrera de Contador Público que se dicta en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy. La misma corresponde al primer año y es cursada por estudiantes durante el primer cuatrimestre, luego de aprobar Introducción a la Matemática -correlativa anterior-, y previa a la asignatura Matemática II que es la correlativa siguiente (dictada en el segundo cuatrimestre).

El programa analítico de Matemática I contiene cinco unidades temáticas: Análisis Combinatorio, Matrices y Determinantes, Sistemas de Ecuaciones Algebraicas Lineales, Vectores y Funciones Reales de Variable Real (parte 1 y parte 2).

La cátedra imparte clases teórico-prácticas, clases prácticas y clases de consultas. En cuanto a las lógicas de evaluación consideradas, la asignatura combina la evaluación formativa y sumativa. Provee instancias de evaluaciones de seguimiento a través del aula virtual, con el objetivo que los estudiantes, al finalizar el dictado de cada una de las unidades temáticas, puedan evaluarse y conocer el grado de avance personal que presentan en sus procesos de aprendizaje. Las mismas se realizan en días preestablecidos desde un dispositivo con conexión a internet y cuenta con la retroalimentación correspondiente al finalizar la instancia de práctica. Por otro lado, también cuenta con instancias evaluadoras destinadas a medir, con una calificación numérica, las condiciones finales de los estudiantes y permitir así el flujo de una asignatura a otra. El sistema de evaluación está integrado por dos evaluaciones de carácter práctico y un examen final de carácter teórico, con los que, una vez aprobados los mismos, en alguna de las instancias brindadas, puede darse por acreditada la materia. En la primera evaluación práctica se aprecia el aprendizaje de las tres primeras unidades del programa analítico, mientras que en la segunda se evalúan las dos últimas.

El trabajo surge como resultado del reconocimiento de la relevancia que el tema de Vectores tiene en la educación de los profesionales en Ciencias Económicas. Se centra en el análisis de los errores cometidos por los estudiantes al abordar ejercicios relacionados con esta temática, con un enfoque específico en los errores presentes durante la ejecución de la evaluación práctica correspondiente a esta unidad de estudio.

El propósito fundamental de este estudio es la identificación y categorización precisa de los variados errores que los estudiantes incurren en sus evaluaciones prácticas. Esta cuidadosa clasificación tiene la intención de proporcionar una base sólida para proponer modificaciones que, a su vez, impulsen mejoras en las estrategias didácticas y pedagógicas. Este enfoque busca abordar de manera efectiva las deficiencias identificadas, con el objetivo último de manifestar un progreso palpable en la calidad del proceso de aprendizaje de los alumnos.

El análisis considera la 2da evaluación parcial de la asignatura, compuesto por un total de seis ejercicios. De estos, dos se enfocan en la unidad de Vectores, mientras que cuatro abordan la unidad de Función Real de Variable Real en sus partes 1 y 2. Los ejercicios de la evaluación guardan relación, tanto en la estructura como el nivel de dificultad, con los ejercicios propuestos en la Cartilla de Trabajos Prácticos,

los cuales en su gran mayoría se desarrollan en las clases. La duración asignada para completarlos es de dos horas, durante las cuales los estudiantes deben plasmar sus respuestas con lapicera para su posterior revisión. Esta evaluación es llevada a cabo por los profesores de la cátedra, quienes asignan puntuaciones acordes a la complejidad y relevancia de cada cálculo, análisis o expresión.

Abordar el análisis de los dos primeros ejercicios, demanda a los estudiantes la combinación de conceptos nuevos adquiridos en las clases teórico-prácticas, prácticas y de consulta, además del material didáctico proporcionado por los docentes de la cátedra. No obstante, es igualmente esencial la aplicación y utilización de conocimientos previos, adquiridos tanto en el nivel medio como en la asignatura de Introducción a la Matemática (correlativa anterior). Es crucial destacar que la resolución de los ejercicios no puede limitarse a un enfoque mecánico, sino que requiere un análisis reflexivo en cada instancia. En otras palabras, los estudiantes deben integrar su actual base de conocimientos con los conceptos matemáticos previos para abordar los ejercicios de manera integral y crítica. Es necesario considerar cómo aplicar eficazmente los conceptos aprendidos y comprender la lógica subyacente a los procedimientos empleados.

Siguiendo lo expuesto previamente y atendiendo a la naturaleza de este tipo de evaluación, donde los resultados finales son la consideración primordial, la perspectiva de Saturnino De la Torre, exhorta a dirigir la atención hacia los errores que puedan surgir durante la fase de ejecución de los ejercicios. Esta elección se fundamenta en la comprensión de que, al menos en la fase inicial del análisis, resulta complicado explorar los errores que podrían emerger al iniciar o estructurar la información mentalmente.

En consecuencia, es imperativo concentrar nuestros esfuerzos en los posibles errores cometidos que quedan plasmados en el papel, representando el esfuerzo de los alumnos para su posterior revisión y en la creación de una clasificación que se adapte a la población y al contexto específico de los estudiantes bajo análisis.

Las categorías y subcategorías que se consideran para la clasificación de errores son las siguientes:

Tabla 1. Categorías y subcategorías para la clasificación de errores

Categorías	Subcategorías
Errores conceptuales	- No identificación o confusión entre nuevos conceptos. - Errores conceptuales en conceptos nuevos.
Errores procedimentales	- Errores en saberes previos. - Errores por falta de entendimiento o tiempo, o apartados sin realizar. - Errores por falta de coherencia entre cálculos y conclusiones. - Errores por falta de revisión o de cálculos. - Falta de procedimiento, pero con conclusión correcta.
Ejercicio no realizado	-,-

Fuente: elaboración propia.

La categoría inicial, denominada "Errores Conceptuales", engloba confusiones que surgen entre los conceptos asimilados. Por ejemplo, pueden presentarse confusiones entre puntos y vectores, segmentos y vectores, así como entre independencia (o dependencia) lineal y la perpendicularidad entre vectores. Por otro lado, también se consideran los errores que emergen al abordar nuevos conceptos, incluso cuando los alumnos los identifican correctamente. Estos errores suelen manifestarse mediante inexactitudes en la notación utilizada o al representar un vector con una dirección equivocada, como ejemplos representativos.

"Errores en Saberes Previos", estos engloban aquellos que deberían haber sido asimilados en etapas educativas anteriores. Esto incluye la correcta aplicación de propiedades distributivas del producto en relación a la suma o resta, las leyes de cancelación de términos y la simplificación de factores.

"Errores por Falta de Entendimiento o Tiempo, o Apartados Sin Realizar", en esta subcategoría se agrupan ejercicios o partes de ejercicios incompletos, sin explicación alguna. Esto puede deberse a una falta de comprensión o de tiempo para completar adecuadamente las tareas asignadas.

"Errores por Falta de Coherencia entre Cálculos y Conclusiones", aquí se incluyen situaciones en las que los análisis y cálculos son realizados correctamente, pero las conclusiones extraídas no son interpretadas de manera adecuada.

"Errores por Falta de Revisión o de Cálculos" esta subcategoría abarca errores involuntarios que surgen durante la realización de la evaluación, como copiar incorrectamente los datos proporcionados en las consignas u otros errores que podrían haber sido evitados con una revisión más detallada.

"Falta de Procedimiento, pero con conclusión correcta", en este apartado, se encuentran los casos en los que no se reflejan cálculos auxiliares necesarios en el proceso, aunque la conclusión final sea correcta, a pesar de no haber plasmado completamente el análisis en el papel.

Por último, la tercera categoría designada como "Ejercicio no realizado" abarca situaciones en las cuales los ejercicios planteados no han sido completados en su totalidad, lo que impide llevar a cabo un análisis exhaustivo de los mismos.

Respecto de la concurrencia a la 2da evaluación práctica, accedieron 181 estudiantes, y 72 resultaron aprobados. Sin embargo, es importante reiterar que el análisis realizado y cuyos resultados serán expuestos a continuación, no corresponden a la evaluación de manera integral sino únicamente a los 2 (dos) ejercicios en los que se evaluaron los temas correspondientes a la unidad de Vectores.

En el ejercicio uno se evalúan los conceptos de interpretación geométrica de un vector, su expresión cartesiana, su módulo o norma y su representación gráfica. En la resolución de este ejercicio, además de la identificación de los conceptos nuevos, se ponen de manifiesto saberes previos como operaciones algebraicas (diferencia entre números enteros) y la representación gráfica de puntos en un sistema de coordenadas cartesianas.

El ejercicio dos tuvo dos variantes, ya que la evaluación práctica tuvo dos variantes: Tema 1 y Tema 2. En el primero, se evaluó el concepto de independencia lineal entre tres vectores. Para afrontar

este ejercicio, los estudiantes deben enfrentarse con el concepto en sí, y también con saberes previos, ya que es necesaria la resolución de un determinante de orden 3 y los cálculos algebraicos que esto conlleva. En el Tema 2 se abordó el tema de perpendicularidad entre vectores, siendo necesarios resolver un producto escalar entre los mismos, y luego una ecuación de segundo grado, recurriendo, nuevamente a saberes previos.

En las siguientes tablas se visualizan los resultados en términos absolutos y relativos, luego del procesamiento en cada uno de los ejercicios y apartados de las evaluaciones correspondiente a la unidad de Vectores.

Tabla 2. Resultados Globales en términos absolutos y relativos del Ejercicio 2 (incluyen Tema 1 y Tema 2). Total: 181 alumnos.

	E. Concep. (Conceptos)	E. Concep. (Sab. Nuevos)	E. Proced. (Sab. Previos)	E. Proced. (Falta Entend./Tiempo)	E. Proced. (Coherencia cálculos / conclusiones)	E. Proced. (Revisión o cálculo)	E. Proced. (Falta de procedimiento)	N.R.
Términos Absolutos	1	92	11	21	31	3	16	9
Términos Relativos	1%	51%	6%	12%	17%	2%	9%	5%

Fuente: 2do Parcial Matemática I. Elaboración propia.

Tabla 3. Resultados Globales en términos absolutos y relativo del Ejercicio 2 (Tema 1) Total: 91 alumnos.

	E. Concep. (Conceptos)	E. Concep. (Sab. Nuevos)	E. Proced. (Sab. Previos)	E. Proced. (Falta Entend./Tiempo)	E. Proced. (Coherencia cálculos / conclusiones)	E. Proced. (Revisión o cálculo)	E. Proced. (Falta de procedimiento)	N.R.
Términos Absolutos	7	25	20	17	3	9	0	22
Términos Relativos	8%	27%	22%	19%	3%	10%	0%	24%

Fuente: 2do Parcial Matemática I. Elaboración propia.

Tabla 4. Resultados Globales en términos absolutos y relativo del Ejercicio 2 (Tema 2). Total: 90 alumnos.

	E. Concep. (Conceptos)	E. Concep. (Sab. Nuevos)	E. Proced. (Sab. Previos)	E. Proced. (Falta Entend./Tiempo)	E. Proced. (Coherencia cálculos / conclusiones)	E. Proced. (Revisión o cálculo)	E. Proced. (Falta de procedimiento)	N.R.
Términos Absolutos	12	10	19	4	1	6	0	23
Términos Relativos	13%	11%	21%	4%	1%	7%	0%	26%

Fuente: 2do Parcial Matemática I. Elaboración propia.

Es importante destacar que los errores relacionados con la falta de coherencia entre cálculos y conclusiones, la omisión de revisión o cálculos, y la ausencia de cálculos auxiliares, están presentes, aunque en proporciones que pueden considerarse reducidas. Esta constatación sugiere que las instrucciones impartidas durante las clases y las explicaciones sobre la importancia de abordar minuciosamente y paso a paso los ejercicios han generado resultados positivos.

En el mismo tenor, al enfocarnos en los conceptos presentados por primera vez en la asignatura Matemática I, se destaca un porcentaje significativo de confusiones entre estos nuevos conceptos. Además, incluso cuando los estudiantes logran comprender los conceptos, se observan errores en su aplicación práctica o en la finalización de ejercicios, incurriendo incluso en cálculos y procedimientos bien realizados, pero con conclusiones erróneas. Esto sugiere que el proceso de aprendizaje no ha sido plenamente efectivo, lo cual subraya la necesidad de implementar mejoras en los métodos de enseñanza, con miras a preparar a los estudiantes para enfrentar las próximas asignaturas, y futura vida profesional.

Es importante destacar asimismo que un número considerable de estudiantes no completa los ejercicios, observándose una tendencia más acentuada en el segundo ejercicio de ambas variantes del instrumento de evaluación. Aunque este fenómeno no puede ser evaluado desde una perspectiva de errores, sí funciona como una señal de alerta al revelar que ciertos estudiantes enfrentan dificultades en la comprensión de los temas estudiados, pueden experimentar inseguridades o desmotivación, o se ven limitados por restricciones de tiempo durante la realización del examen. Si bien esta situación puede derivar de múltiples y variados factores, la información derivada de la presente investigación no permite arribar a una explicación definitiva al respecto.

4 - Algunas reflexiones

Durante el transcurso de la investigación llevada a cabo, se ha realizado una minuciosa categorización de los errores cometidos por los estudiantes durante la ejecución de una evaluación práctica en Matemática I. Mediante este análisis, se han identificado diversas modalidades de errores, abarcando tanto aquellos de naturaleza conceptual como procedimental, además de aquellos relacionados con la comprensión. Como resultado de este enfoque, se ha logrado un entendimiento más profundo de las dificultades que los estudiantes enfrentan en sus procesos de aprendizaje, al mismo tiempo que se han resaltado conceptos que presentan desafíos más pronunciados en comparación con otros al ser estudiados y asimilados.

Identificar el porqué de cada tipo de error abre un abanico de posibilidades de alternativas de trabajo que implican adaptar las estrategias de enseñanza para ofrecer una retroalimentación y orientación adecuada al grupo de estudiantes.

Tal y como enfatiza Saturnino de la Torre (2004), los errores deben ser contemplados como valiosas oportunidades de aprendizaje. Estos errores, lejos de ser negativos, constituyen componentes

inherentes a los procesos de adquisición de conocimientos, habilidades y conceptos. Además de su inicial apariencia desfavorable, tienen un papel esencial en la promoción del pensamiento crítico, la resiliencia y la creatividad tanto en los estudiantes como en sus educadores.

Los resultados derivados de la clasificación y cuantificación de los errores revelan de manera inequívoca que en todos los ejercicios se manifiestan, en diversas proporciones, errores inherentes a los conocimientos previos. Esta constatación plantea la necesidad de concebir nuevas estrategias pedagógicas que puedan establecer conexiones entre las diversas materias que componen el campo de las matemáticas. La reducción de esta tipología de errores entre los estudiantes se convierte en un imperativo, ya que lograr nuevos aprendizajes de manera efectiva sobre un cimiento poco sólido resultaría extremadamente arduo.

Luego de un análisis crítico e instancia de reflexión, acerca de los errores, se proponen las siguientes estrategias de enseñanza que podrían ser útiles para mejorar el aprendizaje de los estudiantes de la carrera Contador Público, en el tema de vectores:

- *Contextualización Relevante*: conectar los conceptos de vectores con situaciones reales relacionadas con las Ciencias Económicas, presentando ejemplos de cómo los vectores se aplican en el análisis financiero, la evaluación de inversiones u otras áreas pertinentes.
- *Aplicaciones Prácticas*: proporcionar ejercicios y problemas que involucren situaciones financieras o contables en las que los vectores puedan ser útiles. Esto ayuda a los estudiantes a ver la relevancia del tema en su futura profesión.
- *Visualización Gráfica*: utilizar representaciones visuales, como gráficos y diagramas, para ilustrar conceptos vectoriales. Esto puede hacer más comprensible la idea de magnitud y dirección.
- *Aprendizaje Colaborativo*: fomentar el trabajo en equipo y la colaboración entre los estudiantes. Pueden discutir y resolver problemas juntos, lo que puede facilitar la comprensión mutua y el intercambio de ideas.
- *Uso de Tecnología*: emplear herramientas tecnológicas como programas de simulación, software de matemáticas o aplicaciones interactivas que permitan a los estudiantes explorar conceptos vectoriales de manera práctica.
- *Ejemplos Graduales*: iniciar con ejemplos más simples y luego avanzar hacia ejercicios más complejos. Esto ayuda a construir una base sólida de comprensión antes de abordar situaciones más desafiantes.
- *Clases Interactivas*: incorporar preguntas y discusiones en clase para involucrar a los estudiantes. Se puede plantear problemas relacionados con vectores y permitir que los estudiantes aporten sus ideas y soluciones.
- *Feedback Constructivo*: proporcionar retroalimentación detallada y constructiva sobre los errores cometidos por los estudiantes. Esto les ayuda a entender dónde se equivocaron y cómo pueden corregir sus enfoques.

- *Relación con Conocimientos Previos*: asegurar que los estudiantes tengan una comprensión sólida de los conceptos matemáticos fundamentales que se relacionan con vectores., para ello se puede reforzar estos conceptos antes de introducir el tema de los vectores.
- *Casos Prácticos*: presentar casos reales de problemas contables que se pueden resolver utilizando conceptos de vectores. Esto ayuda a los estudiantes a ver cómo los conocimientos matemáticos pueden aplicarse en su futura carrera.
- *Evaluación Formativa*: realizar evaluaciones a lo largo del proceso para identificar áreas problemáticas y ajustar tu enfoque en consecuencia. Esto permite abordar dificultades antes de que se acumulen.
- *Sesiones de Preguntas y Respuestas*: dedicar tiempo en cada clase para abordar preguntas y dudas específicas que los estudiantes puedan tener sobre los conceptos de vectores.

Al combinar estas estrategias adaptadas al contexto de la carrera de contador público, se intenta proporcionar a los estudiantes una experiencia de aprendizaje más efectiva y significativa en el tema de vectores.

5 - Conclusiones

La noción de error es inseparable de todo el conocimiento. Está intrínsecamente ligado a él y se hace presente en todas las fases de aprendizaje a las que los individuos se someten.

Según lo expuesto por los autores citados en el trabajo, se puede observar que los errores son también el resultado de circunstancias particulares, influenciadas por variables culturales, sociales y pedagógicas que rodean tanto el proceso educativo como a los participantes en él, es decir, estudiantes y docentes.

Por ello, se propone considerar estrategias de prevención de errores, con la planificación y desarrollo actividades de estudio para revisión de saberes previos -impartidos en la educación secundaria-, con el propósito de mejorar los procesos de aprendizaje de los estudiantes que ingresan a la educación superior y cursan Matemática I. Con esto, se procura preparar a los estudiantes principiantes en el manejo de conceptos básicos de la educación media que puedan haber sido olvidados tempranamente.

Finalmente, se debe favorecer la enseñanza de los procedimientos y operaciones en un contexto conceptual, relacionándolos con situaciones concretas, para que los estudiantes encuentren sentido al aprendizaje de vectores.

Referencias

Cañadas, M. & Castro, E. (2002). *Errores en la resolución de problemas matemáticos de carácter inductivo*. http://ddm.ugr.es/gpnumerico/numerico_es

Contreras Vidal, J.L. (2008). *Recursos didácticos integradores para facilitar, en la estructura cognoscitiva de los profesores, la formación de conceptos del área de las ciencias naturales en la secundaria básica*. La Habana (Cuba). Editorial Universitaria.

Domínguez Garrido, M C; Medina Rivilla, A.; Sánchez Romero, C. (2011). *La Innovación en el aula: referente para el diseño y desarrollo curricular*. Revista Perspectiva Educacional. Vol 50, N° 1, pp. 61-86.

De La Torre, S: (2004). *Aprender de los errores. El tratamiento didáctico de los errores como estrategia de innovación*. Buenos Aires. Argentina. Editorial Magisterio del Río de La Plata.

El Efecto de las Autoevaluaciones Virtuales en el Estudio Dinámico de los Errores Cometidos por los Estudiantes en la Evaluación Sumativa en la Unidad Función Real de Variable Real

Lasse Darío Martín – Adaro Maria Cecilia – Tolaba Luciano Alcides
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Jujuy
dmlasse@face.unju.edu.ar – madaro@face.unju.edu.ar – lualto@face.unju.edu.ar

Especialidad: Educación Matemática

Palabras Clave: Evaluaciones, Errores, Proceso Enseñanza Aprendizaje

Resumen

En el contexto del curso de Matemática I, se ha establecido un proceso evaluativo formativo que implica un enfoque integral desde su inicio. Este proceso se inicia con Autoevaluaciones de seguimiento, las cuales actúan como un punto de partida para evaluar la comprensión y el progreso de los estudiantes. A medida que avanzan en el curso, los alumnos se someten a diversas instancias de evaluación práctica, que abordan, entre otros temas, la Unidad de Función Real de Variable Real. Se presenta entonces, la oportunidad de llevar a cabo un análisis y clasificación dinámica de los errores que los estudiantes cometen al resolver los ejercicios propuestos en estas evaluaciones prácticas, siendo el propósito fundamental de esta iniciativa recopilar evidencia sólida que pueda servir de base para desarrollar estrategias pedagógicas futuras. Se espera que estas estrategias tengan un alcance amplio ya que serán el resultado de lograr identificar y comprender las áreas en las que los estudiantes enfrentan dificultades específicas, pudiendo ser aplicables tanto en la materia actual, como también en asignaturas vinculadas previas y posteriores a Matemática I. El objetivo primordial es enriquecer los procesos de enseñanza y aprendizaje en las aulas, creando un entorno más efectivo y favorable para la formación de futuros profesionales en el campo de las Ciencias Económicas.

1 - Introducción

Los procesos educativos buscan facilitar y promover el desarrollo integral de los estudiantes. En el nivel superior, además, es importante proveer a los alumnos de herramientas y conocimientos que les permitan desarrollar diversas habilidades, lograr comprender y aplicar conceptos de manera reflexiva, adquirir competencias para relacionar los mismos, explicarlos y comunicarlos.

La evaluación es una pieza fundamental de estos procesos en el ámbito educativo porque permite medir la comprensión y, en consecuencia, mejorar el progreso de los estudiantes y la efectividad de la enseñanza. Perrenoud (2008) la define como un engranaje en el funcionamiento didáctico al ser útil para acompañar el trabajo de los alumnos y para administrar los flujos de un nivel a otro.

Existen diversas maneras de evaluar a los estudiantes, siendo la evaluación sumativa y la evaluación formativa, las lógicas que muchos autores destacan. La primera efectúa un juicio de valor, se enfoca en los resultados y aprendizajes finales, recuenta errores y sirve para informar la distancia de los alumnos con la "norma de excelencia". La segunda, comprende los procesos de aprendizaje de los alumnos y permite adaptar las estrategias de enseñanza para mejorarlos en tiempo real, ya que tiene en cuenta las adquisiciones y los modos de razonar de cada educando para ayudarlo a progresar. (Anijovich, 2014).

La evaluación formativa, entonces, no solo permite evidenciar las condiciones en las que se encuentran los estudiantes, sino que también ayuda a identificar y comprender los errores que los mismos cometen. El proceso de identificación y análisis de estos errores, permite a los docentes obtener información sobre las dificultades generales y específicas que presenta un estudiante o un grupo de estudiantes, ya que facilita, en muchos casos, conocer los temas que requieren mayor atención, esfuerzo, repetición o tiempo de dedicación.

Siguiendo la línea metodológica evaluativa, una de las competencias fundamentales que se busca cultivar en los estudiantes a través del proceso de enseñanza y aprendizaje es la capacidad de autogestionar su propio proceso de aprendizaje. Esto adquiere una relevancia continua, ya que el aprendizaje no se limita al período de estudio de una asignatura o a lo largo de una carrera específica. En este contexto, Rebeca Anijovich (Canal DANIEL RENGIFO, 2020, 7m20s) resalta la importancia de establecer metas de aprendizaje durante el transcurso de una asignatura, proponer estrategias concretas para alcanzar dichas metas y llevar a cabo un seguimiento constante del progreso de los estudiantes. Esta práctica habilita la posibilidad de realizar ajustes y modificaciones durante el proceso de enseñanza, con el fin de potenciar el aprendizaje de los estudiantes de manera más efectiva. Para lograr exitosamente el desarrollo de esta competencia, herramientas como la autoevaluación y la retroalimentación se erigen como piezas clave, proporcionando un enfoque práctico y valioso.

En la asignatura Matemática I se promueve la participación activa de los estudiantes en los procesos de autoevaluación con un doble propósito: *permitir medir de manera individual los avances logrados en el dominio de los contenidos, y facilitar la identificación precisa de áreas que requieren una mayor dedicación*. Las autoevaluaciones son valiosa herramienta para destacar tanto las fortalezas como las debilidades de los alumnos.

Las etapas de autoevaluación propuestas, una para cada unidad temática, tienen la intención de fomentar en los estudiantes la capacidad de análisis y reflexión al poder revisar sus respuestas y comprender que los errores cometidos contribuyen al fortalecimiento de sus habilidades para resolver ejercicios y problemas.

El trabajar sobre los errores que los estudiantes cometen al estudiar, representa una oportunidad invaluable de aprendizaje individual y significativo, además de beneficios a nivel pedagógico y de desarrollo cognitivo. Se pueden mencionar la identificación de dificultades, personalizar el aprendizaje, fomentar la metacognición, evitar el aprendizaje superficial, favorecer la resiliencia, el crecimiento académico y personal. El trabajar con la identificación de errores también ayuda a los docentes al permitirles poder evaluarse a sí mismos, evaluar sus métodos de enseñanza y ajustar, en consecuencia, las estrategias puestas en práctica en caso de ser necesario.

Por ello, en este trabajo se parte de una evaluación de resultados, y se realiza un análisis e identificación de los errores cometidos en la Unidad de Función Real de Variable Real, en base a una clasificación propuesta de ellos. Además, se trabaja con autoevaluaciones como punto de partida en el

proceso evaluativo de seguimiento con miras a obtener indicios que devenguen en propuestas pedagógicas formativas que incluyan las experiencias tanto en asignaturas previas como correlativas siguientes.

2 - Marco Teórico

De la Torre (2004), menciona que puede entenderse el error como un desajuste entre lo esperado y lo obtenido, y resalta e insiste en su potencial constructivo, didáctico y creativo. Sostiene que los errores pueden ser una fuente de aprendizaje y crecimiento, permitiendo el desarrollo de nuevas ideas y enfoques, si en vez de castigarlos, son utilizados como oportunidades para mejorar y progresar en el proceso de aprendizaje (p.55). También indica que el conocer los diversos tipos de errores que los estudiantes cometen durante una clase, al desarrollar una tarea o un examen, facilita su diagnóstico y tratamiento. Deja en claro que, la importancia de esta acción radica, principalmente, en que detrás de cada tipo, existe un por qué y que trabajar sobre lo expuesto, puede ser muy beneficioso si se lo realiza de manera correcta, siendo uno de los desafíos más complejos el intentar pensar el error desde las estructuras mentales de los alumnos, y no solo desde las del docente (p.54).

Anijovich (2011) explica que, a partir de un error, puede iniciarse un diálogo de retroalimentación y desencadenarse un proceso de reflexión metacognitivo muy enriquecedor. No obstante, para que sea posible, es preciso contar con referencias teóricas que permitan interpelar los tipos de errores que cometen los alumnos, formular una hipótesis sobre sus causas e implementar estrategias de intervención (p. 124).

Para intentar reconocer el tipo de errores en los que los estudiantes incurren y sus causas, diversos autores proponen clasificaciones para agrupar los mismos. Algunos de manera general y otros, para algunas asignaturas en particular. De la Torre (2004), propone el Modelo de Análisis Didáctico de los Errores (MADE) en el que recoge las principales dimensiones del error, sin posicionarse en una asignatura en particular. En el mismo, se consideran los tres momentos de cualquier procedimiento sistémico: entrada, procesamiento y ejecución. Dentro de los errores de entrada o desajuste de la información, indica que se deben tener en cuenta aspectos que tienen que ver con la definición de objetivos, la percepción por omisión, redundancia o distorsión, y la comprensión léxica, conceptual o lógica. Dentro de los errores en el momento de la organización se debe considerar el análisis, la síntesis, la ordenación y conexión de la información. Por último, en los errores que pueden darse en el momento de la ejecución, deben atenderse aquellos mecánicos, operativos o estratégicos. (p.55).

Por otro lado, centrándose en el campo del aprendizaje de la Matemática, Radatz (1979), dentro de Rico (1998) considera las siguientes categorías: errores debido al lenguaje de la matemática; errores debidos a la información espacial; errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos; errores debido a asociaciones incorrectas o a la rigidez del pensamiento; errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes. (p. 88).

3 - Estudio de Errores en la Asignatura Matemática I

La asignatura Matemática I forma parte del plan de estudio de la Carrera de Contador Público que se dicta en la Facultad de Cs. Económicas de la Universidad Nacional de Jujuy. Corresponde al primer cuatrimestre del primer año, y se cursa después de la asignatura Introducción a la Matemática, y antes de asignatura Matemática II.

El programa analítico de Matemática I está constituido por 5 (cinco) unidades temáticas: Análisis Combinatorio, Matrices y Determinantes, Sistemas de Ecuaciones Algebraicas Lineales, Vectores y Funciones Reales de Variable Real (parte 1 y parte 2).

La cátedra imparte clases teórico-prácticas, clases prácticas y clases de consultas. En cuanto a las lógicas de evaluación consideradas, la asignatura combina la evaluación formativa y sumativa. Provee instancias de evaluaciones de seguimiento a través del aula virtual, con el objetivo que los estudiantes, al finalizar el dictado de cada una de las unidades temáticas, puedan evaluarse y conocer el grado de avance personal que presentan en sus procesos de aprendizaje. Las mismas se realizan en días preestablecidos desde un dispositivo con conexión a internet y cuenta con la retroalimentación correspondiente al finalizar la instancia de práctica. Las autoevaluaciones son diseñadas y administradas por los docentes de la cátedra y los ejercicios propuestos presentan una complejidad similar a los de las guías de trabajos prácticos y que son desarrollados durante las clases. Durante el proceso de autoevaluación, se espera que los estudiantes aborden los ejercicios de manera similar a como lo harían en un examen, procurando evitar el uso excesivo de recursos externos.

Una vez concluida la fase de autoevaluación, se pone a disposición de cada alumno un proceso de retroalimentación a través del entorno virtual. Esta retroalimentación incluye información sobre los ejercicios que fueron resueltos correctamente y aquellos en los que se presentaron dificultades. En los casos en que se cometieron errores, se proporciona la solución correcta para su revisión.

Por otro, lado la cátedra también cuenta con instancias evaluadoras destinadas a medir, con una calificación numérica, las condiciones finales de los estudiantes. El sistema de evaluación está integrado por dos exámenes prácticos y un examen final teórico, con los que, una vez aprobados los mismos, en alguna de las instancias brindadas, puede darse por acreditada la materia. En el primer examen práctico se evalúan las tres primeras unidades del programa analítico, mientras que en el segundo se evalúan las dos últimas.

Entre las diferentes unidades que se abordan en Matemática I, la que corresponde al estudio de Funciones Reales de Variable Real (FRVR) es de vital importancia en la formación de un contador público, ya que establece una base sólida para el análisis y comprensión de conceptos matemáticos fundamentales aplicables en diversas áreas de la contabilidad y las finanzas.

En esa línea de relevancia, es destacable lo que expresa Fernández Barbeis et al. (2011), al decir que la matemática juega un papel muy significativo para las ciencias económicas, dado que constituye una

herramienta fundamental para el análisis, la cuantificación y la modelización de los fenómenos económicos (p.3).

Las herramientas matemáticas brindadas capacitan a los estudiantes para enfrentar desafíos complejos en el futuro y tomar decisiones informadas en el ámbito financiero, aspectos cruciales en una profesión específica relacionada con el manejo de cifras y el análisis económico. Al adquirir los conocimientos correspondientes, los futuros profesionales desarrollarán habilidades para interpretar datos financieros, analizar gráficas y tendencias, elaborar informes, presupuestos y análisis de costos, así como para realizar modelados financieros y proyectar el crecimiento y la capacidad de las empresas. Además, podrán calcular tasas de rendimiento, rentabilidad y riesgo en inversiones financieras, optimizar el uso de recursos y valorar activos con precisión y eficiencia. Es decir que el conocimiento adquirido sobre FRVR es esencial para un desarrollo competente de los estudiantes.

Debido a la importancia que cobra el tema de FRVR en los profesionales de Cs. Económicas, surge este trabajo que está orientado al estudio de los errores que cometen los estudiantes al realizar ejercicios de esta temática y, en particular, a los errores cometidos en el desarrollo del examen práctico que corresponde a esta unidad.

El objetivo principal consiste en identificar y clasificar los diversos errores que los alumnos cometen en sus exámenes prácticos. Esta clasificación servirá para luego poder proponer cambios que supongan mejoras en las estrategias didácticas y pedagógicas, de tal manera de intentar subsanar las falencias observadas y así, evidenciar una mejora en la calidad del aprendizaje de los estudiantes.

El instrumento de evaluación utilizado para el análisis corresponde al 2do examen parcial de la asignatura que consta de 6 (seis) ejercicios en total de complejidad similar a los desarrollados en clases, siendo 2 (dos) correspondientes a la unidad de Vectores y 4 (cuatro) a la unidad de FRVR. Los alumnos disponen de 2 (dos) horas reloj para realizarlos y entregar su desarrollo escrito con lapicera para su posterior corrección que es realizada por los docentes de la cátedra quienes asignan a cada cálculo, análisis o expresión, un puntaje acorde a su complejidad y/o relevancia.

El presente trabajo, como se mencionó anteriormente, se centra en la unidad de FRVR, que es evaluada en los ejercicios 3, 4, 5 y 6 del examen. Para abordar con éxito estos ejercicios, los estudiantes deben combinar conceptos y conocimientos nuevos adquiridos en las clases teórico-prácticas, prácticas y de consultas disponibles, junto con el material didáctico elaborado por los docentes de la cátedra, siendo también esencial que apliquen sus conocimientos previos. Es crucial resaltar que la resolución de ejercicios no debe limitarse a un enfoque mecánico, sino que debe realizarse un análisis reflexivo en cada caso. En otras palabras, los estudiantes deben integrar su bagaje actual de conocimientos con la base previa de conceptos matemáticos para abordar los ejercicios de manera integral y crítica, y considerar cómo aplicar los conceptos aprendidos de manera efectiva y comprender la lógica detrás de los procedimientos utilizados.

Considerando lo expresado, y tomando en cuenta que al analizar una evaluación de este tipo se consideran los resultados finales, entendemos que Saturnino de la Torre nos insta a centrarnos en los errores que pueden surgir durante la etapa de ejecución de los ejercicios, ya que al menos en la primera etapa del análisis, resulta difícil investigar los errores que pueden ocurrir al organizar la información mentalmente. Se enfocará, entonces, la atención en los errores cometidos que quedan plasmados en el papel que presentan los alumnos para su corrección, y en una clasificación que pueda ajustarse a la población y al entorno de estudiantes analizando.

Las categorías y subcategorías que se consideran en la clasificación de los errores son las siguientes:

- Errores conceptuales: -No identificación o confusión entre nuevos conceptos.
 - Errores conceptuales en conceptos nuevos.
- Errores procedimentales: - Errores en saberes previos.
 - Errores por falta de entendimiento o tiempo, o apartados sin realizar.
 - Errores por falta de coherencia entre cálculos y conclusiones.
 - Errores por falta de revisión o de cálculos.
 - Falta de procedimiento, pero con conclusión correcta.
- Ejercicios no realizados.

En la primera categoría se incluyen confusiones entre los conceptos aprendidos. Por ejemplo, las confusiones que entre álgebra de funciones y composición de funciones, o entre intervalos de constancia de signo, monotonía o concavidad. Por otro lado, se consideran aquellos errores que se hacen presentes al trabajar con los nuevos conceptos, aunque se los identifique correctamente. Éstos suelen reconocerse por errores en la notación empleada, como dejar un intervalo cerrado cuando corresponde ser abierto, o viceversa.

En la segunda categoría, se consideran los errores en saberes Previos, en los que se incluyen aquellos que corresponden a los que deberían haber sido aprehendidos en instancias educativas anteriores; errores por falta de entendimiento o tiempo, o apartados sin realizar, en los que se incluyen ejercicios o partes de ejercicios incompletos sin explicación alguna; errores por falta de coherencia entre cálculos y conclusiones, incluyendo los casos en que el análisis y los cálculos son bien realizados pero no son interpretados correctamente; errores por falta de revisión o de cálculos, en los que se incluyen errores involuntarios durante el desarrollo del examen; falta de procedimiento pero con conclusión correcta, que incluye los casos en los que se evidencia una falta de cálculos auxiliares, aunque con conclusiones correctas a pesar de no plasmar el análisis en el papel.

La tercera categoría, incluye los casos en los que los ejercicios propuestos no han sido resueltos en su totalidad y no se puede realizar un análisis sobre ellos.

Al 2do examen práctico accedieron 181 estudiantes y 72 resultaron aprobados. Es importante reiterar que el análisis realizado y cuyos resultados serán expuestos a continuación, no corresponden al

examen de manera integral sino únicamente a los ejercicios en los que se evaluaron los temas correspondientes a la unidad de FRVR.

En el ejercicio 3 (tres) se ponen en práctica los conocimientos adquiridos para caracterizar una función a partir de su gráfica cartesiana. El ejercicio consiste en observar, analizar y plasmar las conclusiones obtenidas, sin la necesidad de realizar cálculos matemáticos. Lo importante de este ejercicio, además de la identificación de los conceptos nuevos, son las expresiones correctas de conjuntos, intervalos y coordenadas de puntos. Es esperable que los estudiantes pongan de manifiesto, si la tienen, la falta de entendimiento y manejo de saberes previos.

En el ejercicio 4 (cuatro) se ponen en práctica los conocimientos adquiridos para caracterizar una función a partir de su expresión analítica. El ejercicio consiste en realizar un análisis para clasificar la función y, en consecuencia, determinar analíticamente su dominio, determinar la existencia de asíntotas con sus ecuaciones; y en construir su gráfica cartesiana construyendo una tabla de valores y, a partir de ella, aplicar criterios gráficos para establecer su imagen y los intervalos de concavidad. Lo importante, además de la identificación y de establecer las relaciones necesarias de los conceptos nuevos, son las expresiones correctas de conjuntos e intervalos para establecer correctamente las conclusiones. Aquí se espera que los estudiantes pongan de manifiesto, si la tienen, la falta de entendimiento y manejo de saberes nuevos y previos, con algunas incoherencias por trabajar de manera mecánica y sin un análisis o razonamiento correcto.

En el ejercicio 5 (cinco) se ponen en práctica los conocimientos adquiridos para realizar el estudio de la paridad de una función y para poder clasificarla según su expresión analítica. El ejercicio consiste realizar un estudio analítico para establecer si la función es par, impar o no presenta paridad. También se debe realizar un análisis a partir de la observación de la expresión analítica para poder clasificarla. Lo importante de este ejercicio, además de la identificación de los conceptos nuevos, es poner en práctica saberes algebraicos previos para realizar las comparaciones de expresiones necesarias al realizar análisis, pudiéndose poner en evidencia errores de características similares a los del ejercicio anterior.

En el ejercicio 6 (seis) se ponen en práctica los conocimientos adquiridos para realizar el estudio de combinación algebraica de funciones. En este ejercicio se trabaja con dos funciones a la vez y es necesario analizar y realizar un estudio analítico de ambas para establecer sus dominios y la posible combinación entre ellas. Posterior a este análisis que debiera ser afirmativo, el ejercicio implica en la determinación del dominio y de la expresión analítica de la nueva función, y finalizar estableciendo su definición completa. Lo importante de este ejercicio, además de la identificación de los conceptos nuevos y relacionarlos entre sí, es poner en práctica saberes algebraicos previos y organizar todos los cálculos realizados para expresar la definición completa, lo que constituye la conclusión que engloba el ejercicio. Aquí se manifiesta la confusión entre conceptos nuevos y fallas en los saberes previos.

En las siguientes tablas se visualizan los resultados en términos absolutos y relativos, luego del procesamiento en cada uno de los ejercicios y apartados de las evaluaciones correspondiente a la unidad de FRVR.

Tabla 1: Resultados Globales en términos absolutos

Términos Absolutos	Error Conceptual (Conceptos)	Error Conceptual (Saberes Nuevos)	Error. Procedimiento. (Saberes Previos)	Error Procedimiento. (Falta Entendimiento / Tiempo)	Error Procedimiento (Coherencia cálculos / conclusiones)	Error Procedimiento (Revisión o cálculo)	Error Procedimiento (Falta de procedimiento)	Ejercicio no Realizado
Ejercicio 3	4	161	83	34	1	0	0	14
Ejercicio 4.a)	0	53	12	75	3	0	9	38
Ejercicio 4.b)	1	63	5	35	58	0	3	53
Ejercicio 5	30	23	13	25	5	0	1	71
Ejercicio 6	9	28	46	21	4	1	5	85

Tabla 2: Resultados Globales en términos relativos.

Términos Relativos	Error Conceptual (Conceptos)	Error Conceptual (Saberes Nuevos)	Error. Procedimiento. (Saberes Previos)	Error Procedimiento. (Falta Entendimiento / Tiempo)	Error Procedimiento (Coherencia cálculos / conclusiones)	Error Procedimiento (Revisión o cálculo)	Error Procedimiento (Falta de procedimiento)	Ejercicio no Realizado
Ejercicio 3	2%	89%	46%	19%	1%	0%	0%	8%
Ejercicio 4.a)	0%	29%	7%	41%	2%	0%	5%	21%
Ejercicio 4.b)	1%	35%	3%	19%	32%	0%	2%	29%
Ejercicio 5	17%	13%	7%	14%	3%	0%	1%	39%
Ejercicio 6	5%	15%	25%	12%	2%	1%	3%	47%

Análisis de resultados obtenidos por los estudiantes en el parcial comparativo con los resultados obtenidos en las autoevaluaciones propuestas por la cátedra.

Muestra analizada: 181 exámenes.

EVALUACION SUMATIVA		
	ABSOLUTOS	RELATIVOS
Aprobado	72	40%
Desaprobado	109	60%
Total	181	100%

Fuente: Elaboración propia.

AUTOEVALUACION		
	ABSOLUTOS	RELATIVOS
Aprobado	58	32%
Desaprobado	38	21%
NO Realizo	85	47%
Total	181	100%



Fuente: Elaboración propia.

En las tablas y gráficos precedente puede observarse que de un total de 181 estudiantes evaluados los resultados en la Evaluación Sumativa fueron; 40% Aprobados y 60% Desaprobados. Por otro lado, los resultados que se obtuvieron previamente en la Autoevaluación: 32% Aprobados, 21% Desaprobados y 47% sin participación.

¿Qué resultado obtuvieron en la autoevaluación el grupo de estudiantes que aprobó la evaluación Sumativa?

Muestra analizada: 72 exámenes APROBADOS

AUTOEVALUACION		
	ABSOLUTOS	RELATIVOS
Aprobado	40	55%
Desaprobado	10	14%
No Realizó	22	31%
Total	72	100%



Fuente: Elaboración propia.

En la tabla se observa que de los 72 exámenes aprobados en la evaluación sumativa los resultados obtenidos en las autoevaluaciones fueron los siguientes: 55% Aprobados, 14% Desaprobados y un 31% sin participación.

¿Qué resultado obtuvieron en la autoevaluación el grupo de estudiantes que Desaprobó la evaluación Sumativa?

Muestra analizada: 109 exámenes DESAPROBADOS

AUTOEVALUACION		
	ABSOLUTOS	RELATIVOS
Aprobado	18	16%
Desaprobado	28	26%
NO Realizo	63	58%
Total	109	100%



Fuente: Elaboración propia.

En la tabla se observa que de los 109 exámenes desaprobados en la evaluación sumativa los resultados obtenidos en las autoevaluaciones fueron los siguientes: 16% Aprobados, 26% Desaprobados y un 58% sin participación.

4 - Conclusiones y trabajos futuros

Se realizó una minuciosa clasificación de los errores cometidos por estudiantes durante el desarrollo de un examen práctico del área de matemática. Se logró identificar distintos tipos de errores conceptuales, procedimentales y de entendimiento. A partir de la misma, se logró una mejor comprensión de las dificultades con que se enfrentan los alumnos en sus procesos de aprendizaje y la identificación de conceptos que suponen mayores desafíos que otros al momento de estudiarlos y aprehenderlos.

Identificar el porqué de cada tipo de error ofrece múltiples alternativas de trabajo que implican adaptar las estrategias de enseñanza para ofrecer una retroalimentación y orientación adecuada al grupo de alumnos.

Como sostiene Saturnino de la Torre (2004), se debe considerar a los errores como oportunidades de aprendizaje, ya que éstos forman parte natural de los procesos de adquisición de conocimientos, habilidades y conceptos, y contrariamente a ser malos, contribuyen a fomentar el pensamiento crítico, la resiliencia y la creatividad.

Los resultados obtenidos en la clasificación y recuento de los errores ponen de manifiesto que en todos los ejercicios están presentes, en mayor o menor medida, errores correspondientes a saberes nuevos. Esto implica diseñar nuevas estrategias pedagógicas que permita incentivar a los estudiantes a realizar una revisión de la teoría y comprender la importancia de aprenderlos. Es imprescindible reducir este tipo de errores en los estudiantes para generar nuevos aprendizajes de manera efectiva. Son destacables también los errores debido a falta de tiempo y a los saberes previos. Esto nos alerta a cerca de la importancia de la comunicación que debe existir entre nuestra cátedra y la que nos precede.

Se pudo observar que los resultados obtenidos en las instancias de autoevaluación virtual propuestas por la cátedra marcan una tendencia en favor de los estudiantes ya que los comportamientos de los resultados de la autoevaluación concuerdan con los resultados obtenidos en la evaluación Sumativa. El análisis realizado confirma que el esfuerzo del equipo docente favorece el desempeño de los alumnos en la evaluación sumativa, aunque es importante destacar que la participación en las autoevaluaciones es de carácter no obligatorio para los estudiantes.

Lo expuesto nos moviliza a intentar aplicar, en un futuro, autoevaluaciones durante el desarrollo de las clases, aunque esto represente un gran desafío debido a que existen algunas limitantes como, el acceso a dispositivos móviles por toda la población estudiantil, la conexión a internet y el número de estudiantes, entre otras.

Referencias

Anijovich, Rebeca: (2011). *Evaluar para aprender: conceptos e instrumentos*. Buenos Aires. Argentina. Aique Grupo Editor.

Anijovich, Rebeca: (2014). *Gestionar una Escuela con Aulas Heterogéneas. Enseñar y aprender en la diversidad*. Buenos Aires. Argentina. Editorial Paidós.

Anijovich, Rebeca. Daniel Rengifo. (20/10/2020). RETROALIMENTACIÓN Y AUTOEVALUACIÓN | REBECA ANIJOVICH. https://www.youtube.com/watch?v=53H8oXaNswk&ab_channel=DAVIDRENGIFO

De la Torre, S: (2004). *Aprender de los Errores. El tratamiento Didáctico de los errores como estrategia de innovación*. Buenos Aires. Argentina. Editorial Magisterio del Rio de la Plata.

Fernández Barbieris, G.; Escribano Ródenas, M.; Peral Walias, I. y Rodríguez Sánchez, S. (2001). *La importancia de las Matemáticas en el Grado en Ciencias Económicas de la Universidad San Pablo CEU*. XIX Jornadas ASEPUMA – VII Encuentro Internacional. Anales de ASEPUMA nº 19: 0402

Perrenoud, Philippe: (2008). *La evaluación de los Alumnos. De la producción de la excelencia a la regulación de los aprendizajes. Entre dos Lógicas*. Buenos Aires. Argentina. Editorial Colihue.

Resolución C.S. Nº 085-21. Universidad Nacional de Jujuy. Consejo Superior. Plan de Estudios 2019 Carrera de Contador Público. Recuperado de: <https://drive.google.com/file/d/1-5m-DH4QAR3w4m0T2n1tvZge5jU1sFaW/view>

Rico, Luis; Kilpatrick, J. y Gomez, P: (1998). *Educación Matemática*. Colombia. Interlínea Editores.

Eje temático:

Matemática Aplicada

Modelo de Wilson – un modelo de gestión de inventarios

García Venturini, Alejandro
Facultad de Ciencias Económicas – UBA
aegv@hotmail.com

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Inventarios, Costos, Optimización

Resumen

En este trabajo se presenta un modelo de gestión de inventarios denominado Modelo de Wilson o EQQ (Economic Order Quantity - Cantidad económica de pedido). Es un modelo que se utiliza para gestionar inventarios (los stocks) que permite determinar el tamaño óptimo de los pedidos que se efectúan, en qué momento se debe colocar una orden de compra, es decir en qué momento se debe efectuar ese pedido de tal forma de estar siempre abastecido, teniendo en cuenta el tiempo de espera en que tarda una orden en llegar y cada cuanto tiempo deben efectuarse los pedidos.

Tenemos que tener en cuenta dos costos, el de almacenamiento (costo de alquiler y de supervisión) y el de la emisión de la orden de compra (gastos de gestión y de envío). Tener mucho stock genera un alto costo de almacenamiento, comprar menores cantidades abarata el costo de almacenamiento, pero aumenta el costo de emitir órdenes de compra y el riesgo de quedar desabastecido.

La suma de ambos costos es lo que se denomina costo de inventario. La idea del modelo es minimizar el costo de gestión del inventario eligiendo adecuadamente el momento de emitir una orden de compra y el lote del pedido.

En este trabajo vamos a plantear dos situaciones, considerando un stock de seguridad y sin considerar el stock de seguridad.

1 - Introducción

Cuando una empresa gestiona sus inventarios una decisión muy importante a tomar es el tamaño del pedido de existencias que realizamos y en qué momento hacerlo. Si, por ejemplo, la empresa requiere 200 televisores, puede optar por hacer 2 pedidos grandes de 100 televisores cada uno, o 20 pedidos pequeños de 10 televisores. Si se hacen pedidos muy grandes, habrá más existencias en el depósito que si hacemos pedidos más pequeños.

La empresa, a la hora de decidir cuántas existencias tener en el depósito, debe mantener un equilibrio: un inventario muy grande genera un costo de almacenamiento más alto, pero un inventario muy pequeño supone un mayor costo de emisión de órdenes de compra y correr el riesgo de quedarse sin existencias, con el costo de ventas perdidas.

Para determinar el nivel de existencias que conviene tener, se utilizan modelos de gestión de inventarios. De todos ellos, uno de los más famosos es el modelo de Wilson.

2 - Modelo de Wilson

Este es un modelo desarrollado inicialmente por el ingeniero norteamericano Ford Whitman Harris. Pero fue el consultor Robert H. Wilson quien desarrolló la fórmula con éxito que se utiliza para minimizar el

costo de gestionar inventarios (los stocks). El objetivo es determinar el tamaño óptimo de los pedidos que se efectúan, en qué momento se debe colocar una orden de compra y cada cuanto tiempo debe hacerse, de tal forma de estar siempre abastecido buscando minimizar el costo anual de gestión del inventario.

Para determinar el costo anual de gestión del inventario tenemos que tener en cuenta dos costos, el costo anual de almacenamiento (costo de alquiler y de supervisión) y el costo anual de la emisión de las órdenes de compra (gastos de gestión y de envío).

$$C_i = C_p + C_a \quad (1)$$

Hay que considerar que tener mucho stock genera un alto costo anual de almacenamiento, comprar menores cantidades abarata el costo de almacenamiento pero aumenta el costo de emitir las órdenes de compra y el riesgo de quedar desabastecido.

2.1 - Planteo del modelo

El modelo parte de los siguientes supuestos:

- 1) El tamaño de los pedidos es siempre el mismo.
- 2) La demanda del producto es constante en el año.
- 3) El proveedor siempre tarda el mismo tiempo en entregar los productos.
- 4) El costo de almacenamiento depende del inventario promedio.
- 5) No se permiten rupturas de stock (siempre hay disponibilidad del producto)

Datos del problema

Los datos del problema son:

D = demanda anual,

s = costo de emitir la orden de compra,

t = plazo de entrega (el tiempo que demora el proveedor en entregar el pedido),

g = costo de almacenamiento por unidad

Incógnitas

Q^* = tamaño óptimo del pedido

q = punto de pedido (nivel de stock en el cual se emite la orden de compra)

T = periodicidad de los pedidos (tiempo entre pedidos)

Buscamos determinar el nivel de stock en el cual hay que emitir la orden de pedido (q), el tamaño del óptimo del mismo (Q^*) y el tiempo (T) que debe transcurrir entre pedidos de tal manera de minimizar el costo de gestión del inventario.

2.2 - Desarrollo del modelo

A. Sin stock de seguridad

Cuando la empresa recibe un pedido de Q^* unidades, las existencias entran en el depósito y están en su punto máximo por lo que en el momento inicial el depósito está lleno con su capacidad Q^* . A medida que transcurre el tiempo empieza a consumirse ese stock y por lo tanto hay menos existencia en el depósito, hasta que el stock llega a 0. En ese momento se recibe el nuevo pedido y el valor almacenado vuelve a su máximo Q^* . Como no hay una reposición inmediata porque el proveedor necesita unos días para enviar el pedido, hay que efectuarlo un tiempo antes de que se agote el stock (t). La orden de compra se emite cuando el stock en el depósito alcanza el valor q que es el *punto de pedido* (Pp), que son las existencias necesarias hasta que llega el nuevo pedido.

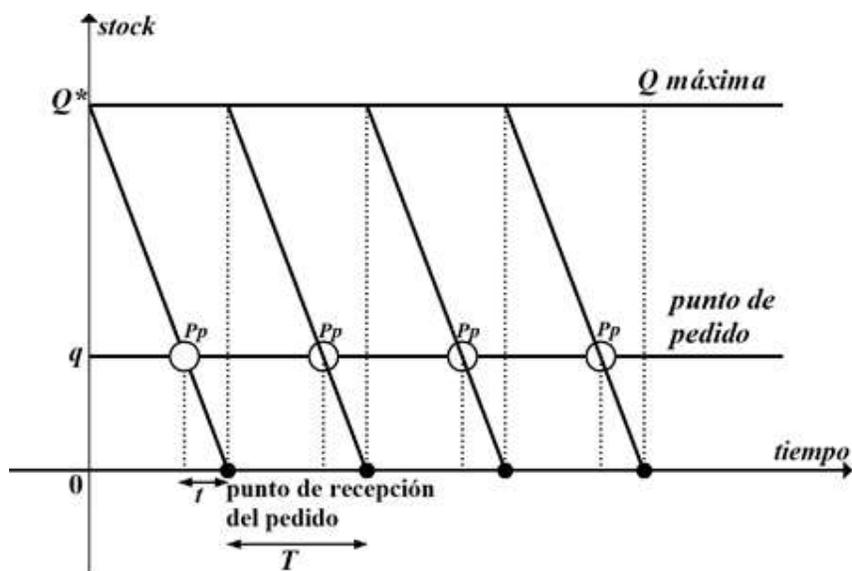


Gráfico 1

B. Con stock de seguridad

Como tener stock 0 es un poco arriesgado y a veces el proveedor puede demorarse, se puede trabajar con un stock de seguridad (ss). Es el nivel que queremos que siempre esté asegurado, aunque el proveedor se demore. Ahora el pedido debe ingresar cuando se llega al stock de seguridad y no cuando el stock es 0. En este caso el stock máximo en el almacén será $Q^* + ss$.

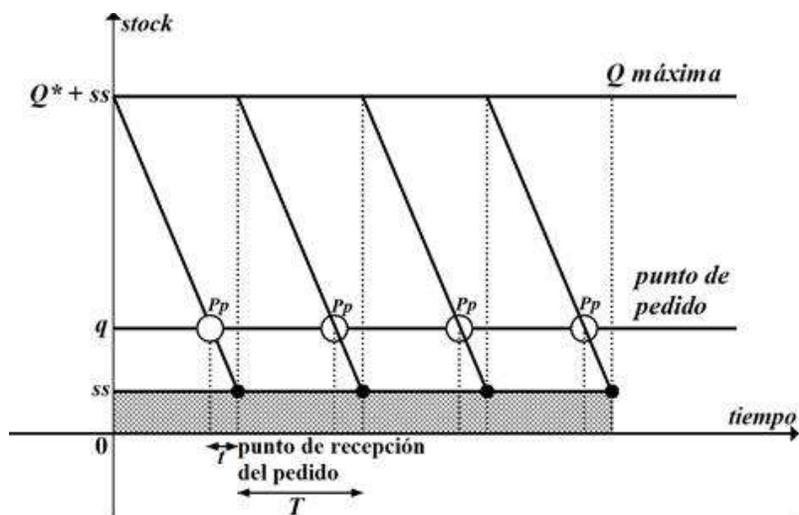


Gráfico 2

Costo de inventario

Como ya vimos es la suma del costo de pedido (C_p) más el costo de almacenamiento (C_a).

Costo de pedido (C_p)

Llamamos N al número de pedidos por año. Se obtiene dividiendo la demanda anual D por el tamaño del pedido Q .

$$N = \frac{D}{Q} \quad (2)$$

Si llamamos s al costo de emitir la orden de compra (emitir un pedido) y N al número de pedidos:

$$C_p = s \cdot N = s \cdot \frac{D}{Q} \quad (3)$$

El costo del pedido es el mismo haya o no stock de seguridad por lo tanto la fórmula es la misma. Vemos que cuanto mayor es la cantidad de unidades (Q) que se piden, menor es el costo de hacer el pedido.

Costo de almacenamiento (C_a)

Si llamamos g al costo de almacenamiento anual de una unidad y lo multiplicamos por el stock medio ($Q/2$) en el depósito tenemos el costo de almacenamiento.

Sin ss

$$C_a = g \cdot \frac{Q}{2} \quad (4)$$

A medida que aumenta Q , mayor es el costo de almacenamiento.

Con ss :

$$C_a = g \cdot \left(\frac{Q}{2} + ss \right) \quad (5)$$

Costo de inventario

Como ya vimos, el costo del inventario es la suma de los costos de pedido y de almacenamiento.

Sin ss :

$$C_i = C_p + C_a = s \cdot \frac{D}{Q} + g \cdot \frac{Q}{2} \quad (6)$$

Con ss :

$$C_i = C_p + C_a = s \cdot \frac{D}{Q} + g \cdot \left(\frac{Q}{2} + ss \right) \quad (7)$$

2.3 - Resolución del modelo

Ahora debemos minimizar el C_i , es decir determinar la cantidad de unidades que debe incluir el pedido para minimizar ese costo, para eso minimizamos la función C_i que es función de Q ya que s , D , g y ss (si corresponde) son datos del problema.

Derivamos C_i respecto de Q .

$$\frac{dC_i}{dQ} = -\frac{s \cdot D}{Q^2} + \frac{g}{2} = 0 \Rightarrow Q^2 = \frac{2sD}{g} \therefore Q = \sqrt{\frac{2sD}{g}} \quad (8),$$

verificamos que sea un mínimo

$$\frac{d^2C_i}{dQ^2} = \frac{2s \cdot D}{Q^3} > 0 \quad (9)$$

Por lo tanto, el tamaño del pedido óptimo (Q^*) es, con o sin stock de seguridad:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2sD}{g}} \quad (10)$$

Falta determinar el punto de pedido q .

Cálculo de q

Punto de pedido

Es el nivel de stock en el cual se emite la orden de pedido. Si t es el tiempo que tarda la entrega, la orden de pedido debe emitirse cuando el stock q es igual al tiempo que tarda en llegar el pedido (t) x la demanda diaria $Dd = (D/360)$. (considerando el año comercial de 360 días)

Sin ss:

$$q = t \cdot \frac{D}{360} \quad (11)$$

Con ss:

$$q = t \cdot \frac{D}{360} + ss \quad (12)$$

A medida que aumenta el valor del tamaño del pedido Q , el costo del emitir la orden de pedido disminuye, mientras que el costo de almacenamiento aumenta.

Por eso el costo total del inventario tiene un mínimo que determina el tamaño óptimo de pedido Q^* .

Cuando no hay stock de seguridad, se puede demostrar que se igualan los costos de pedido y los de almacenamiento correspondientes a Q^*

$$C_p = s \cdot \frac{D}{Q} = g \cdot \frac{Q}{2} = C_a \quad (13)$$

$$Q^2 = \frac{2sD}{g} \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{2sD}{g}} \quad (14)$$

Que coincide con el Q^* .

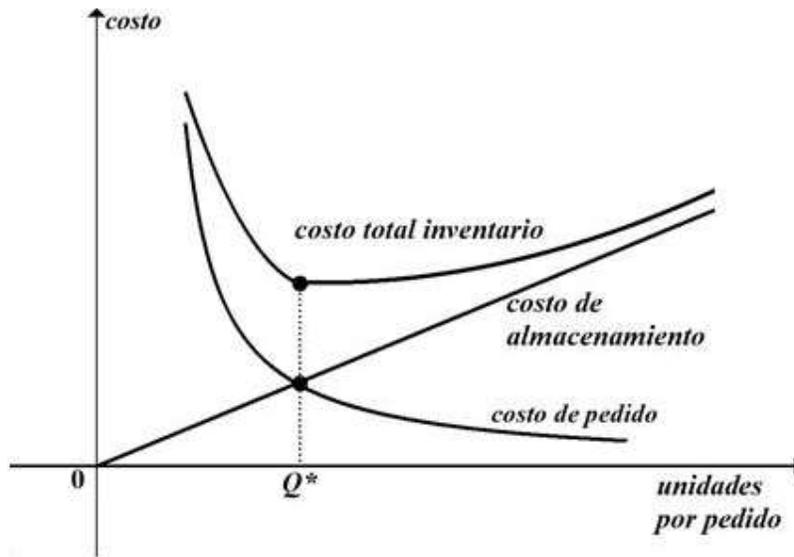


Gráfico 3

Cuando hay stock de seguridad, al aumentar el costo de almacenamiento, éste será mayor que el costo de pedido correspondiente a Q^* .

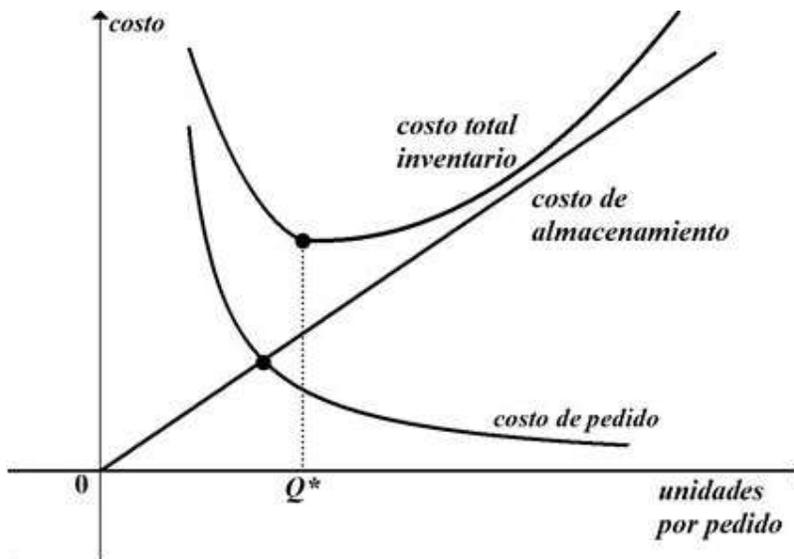


Gráfico 4

Tiempo entre pedido y pedido (T)

El tiempo entre pedido y pedido se obtiene dividiendo 360 por el número de pedidos anuales

$$T = \frac{360}{N} \quad (13)$$

En el momento en que el stock físico es q unidades, se emite una orden de pedido por un tamaño de Q^* unidades. Eso se hace cada intervalo de tiempo T .

2.4 - Ejemplo

Sin stock de seguridad

Una empresa vende televisores y considera una demanda anual de 900 unidades, el costo de hacer un pedido es de \$500. El costo de almacenamiento es de \$10 al año por unidad y el plazo de entrega es de 10 días. No hay stock mínimo de seguridad.

$D = 900$ unidades

$s = \$500$

$g = \$10$

$t = 10$ días

Calcular: a) tamaño óptimo del pedido

b) número de pedidos al año (N)

c) Cada cuantos días hay que hacer el pedido (T)

d) Calcular el punto de pedido (q)

e) Determinar el costo del inventario

a) $Q^* = \sqrt{\frac{2sD}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 500 \cdot 900}{10}} = 300$ televisores por pedido. Va a ser la mayor cantidad de televisores que hay de stock en el almacén.

b) $N = \frac{D}{Q^*} = \frac{900}{300} = 3$ pedidos al año

c) $T = \frac{360}{N} = \frac{360}{3} = 120$ días. Cada 120 días se realiza un pedido de 300 televisores que se venden en esos 120 días. En el día 120 el stock llega a 0. Pero ese día entra el nuevo pedido, por lo que el almacén se vuelve a llenar y tiene otra vez 300 televisores.

$$d) \text{ Punto de pedido} = q = t \cdot \frac{D}{360} = 10 \cdot \frac{900}{360} = 25 \text{ televisores}$$

Cuando quedan 25 televisores, en el día 110 (porque el pedido tarde 10 días en llegar), se emite la orden de compra para que llegue el pedido el día 120 que es cuando el stock es 0.

$$e) \quad C_p = s \cdot \frac{D}{Q^*} = \$500 \cdot \frac{900}{300} = \$1.500 \qquad C_a = g \cdot \frac{Q^*}{2} = \$10 \cdot \frac{300}{2} = \$1.500$$

Verificamos que ambos costos son iguales.

$$C_i = C_p + C_a = \$1.500 + \$1.500 = \$3.000$$

Tabla 1 – Costos para distintos valores de Q

Q	C _p	C _a	C _i
50	9000	250	9250
100	4500	500	5000
200	2250	1000	3250
300	1500	1500	3000
400	1125	2000	3125
500	900	2500	3400

Con stock de seguridad

Si consideramos un stock de seguridad de 50 televisores:

$$a) \quad Q^* = \sqrt{\frac{2sD}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 500 \cdot 900}{10}} = 300 \text{ televisores por pedido. Le sumamos el ss y tenemos 350 televisores que va a ser la mayor cantidad de televisores que hay de stock en el depósito.}$$

$$b) \quad N = \frac{D}{Q^*} = \frac{900}{300} = 3 \text{ pedidos al año}$$

c) $T = \frac{360}{N} = \frac{360}{3} = 120$ días. Cada 120 días se realiza un pedido de 300 televisores que se venden en esos 120 días. En el día 120 el stock llega a 50. Pero ese día entra el nuevo pedido, por lo que el depósito se vuelve a llenar y tiene otra vez 350 televisores.

d) *Punto de pedido:* $q = t \cdot \frac{D}{360} + ss = 10 \cdot \frac{900}{360} + 50 = 75$ televisores

Cuando quedan 75 televisores, en el día 110 (porque el pedido tarda 10 días en llegar), se emite la orden de compra para que llegue el pedido el día 120 que es cuando el stock es 50.

e) $C_p = s \cdot \frac{D}{Q^*} = \$500 \cdot \frac{900}{300} = \1.500 $C_a = g \cdot \left(\frac{Q^*}{2} + ss \right) = \$10 \cdot \left(\frac{300}{2} + 50 \right) = \2.000

Verificamos que el costo de almacenamiento es mayor al costo de pedido.

$$C_i = C_p + C_a = \$1.500 + \$2.000 = \$3.500$$

Tabla 2 – Costos para distintos valores de Q

Q	C_p	C_a	C_i
50	9000	750	9750
100	4500	1000	5500
200	2250	1500	3750
300	1500	2000	3500
400	1125	2500	3625
500	900	3000	3900

3 - Conclusiones y trabajos futuros

La idea es seguir presentando modelos matemáticos que se aplican a la realidad cotidiana de tal manera que los contenidos formales de la matemática adquieran mayor relevancia y significancia.

Referencias

Verge Mestre, Xavier y Pujolar Morales, David (2001). *Introducción a la investigación operativa, modelos de programación lineal y aplicaciones*. Barcelona: Universitat Oberta de Catalunya.

Barbas A., Gil, J. A. (1990). *Investigación operativa 3ra. ed.* Madrid: Centro de estudios Ramón Areces.

Shamblin, J. E., Stevens, G.T (1985). *Investigación de Operaciones*. España: Mc Graw Hill.

<http://www.modelo-wilson-ejercicios-resueltos> - Búsqueda (bing.com)/Consultado el 15/7/2023.

<http://econosublime.com/2019/11/modelo-de-wilson.html>/Consultado el 10/7/2023.

Utilidades de la inteligencia artificial y el Chatgpt en álgebra

Santamaria Moschetta, Juan Pablo
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
jsantamaria@cbc.uba.ar

Especialidad: Matemática aplicada.

Palabras Clave: IA, ChatGPT, Álgebra, Vectores, TICs

Resumen

El mundo la conoció en diciembre de 2022. Esta nueva tecnología de inteligencia artificial dista mucho de una calculadora o de una búsqueda en internet, incluso de aquellos chatbot que nos responden de bancos, organismos públicos, etc.

El ChatGPT tiene una versión gratuita que se utiliza en <https://openai.com/> y nos permite conversar, nos da respuestas coloquiales, incluso se equivoca, admite errores y aprende. El diálogo se mejora gracias al Reinforcement Learning with Human Feedback (RLHF), aprendizaje forzado con retroalimentación humana.

Otra diferencia con Google es que el ChatGPT no está conectado a Internet. Tiene un conocimiento limitado de los eventos posteriores a 2021.

Existe el botón "No me gusta", para que el usuario confirme si la respuesta es precisa o no. Leen nuestras conversaciones, las usan para entrenar el chat, se recomienda no ingresar información sensible. Incluso ahora desarrollaron una API que permite integrar el ChatGPT a otras páginas web o aplicaciones.

Algunos posibles usos en álgebra incluyen:

1. Resolver problemas de álgebra:
2. Proporcionar ejemplos.
3. Explicar conceptos de álgebra:
4. Crear problemas de práctica:
5. Ofrecer tutoría personalizada:

Parte del buen funcionamiento tiene que ver con la elección precisa de la pregunta a realizar y las pistas que se le van dando para llegar a nuestro objetivo.

Sin duda, un desarrollo fascinante que nos sorprende día a día.

1 - Introducción

El impacto que tiene en la práctica docente sin dudas será contundente, hoy día no veo que los alumnos se estén ayudando con alguna IA para comprender la materia, en mi caso en particular Álgebra y Análisis. Conocen la herramienta, pero no logran implementarla en problemas específicos

No es muy eficiente para resolver problemas. Son mejores las calculadoras o graficadoras que hay en la Web para enfrentar los ejercicios y descubrir el paso a paso para aprender el proceso.

El ChatGPT no grafica, para hacerlo se le puede solicitar un código Python, cargarlo en el Google Colaboratory y ahí ver el gráfico. Cuando ya sabemos que el Geogebra nos permite herramientas pedagógicas mejores como por ejemplo los deslizadores

Sin embargo, sí la utilizaría para la personalización. Muchos alumnos no preguntan en clase sobre temas que no entienden, por vergüenza, porque no se animan. En estos casos la IA sirve para que les explique un tema en particular, repetidas veces y con una paciencia enorme. Hemos probado las consultas

y la octava vez que le preguntaba lo mismo seguía disculpándose y buscando nuevas palabras para explicar el tema. La precaución que recomendaría en estos casos sería la verificación previa del docente para ver si la IA “sabe” de ese tema.

2 -

Figura 1
Planteo del problema



Dados los vectores $(16, k)$ y $(k, 4)$, hallar el o los valores de k para que los vectores sean paralelos



Dos vectores son paralelos si y solo si uno es un múltiplo escalar del otro. Esto significa que si $(16, k)$ es paralelo a $(k, 4)$, entonces existe un número real c tal que $(16, k) = c(k, 4)$. Podemos escribir esto como un sistema de ecuaciones:

$$16 = ck \quad k = 4c$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones, encontramos:

$$k = 4c \quad 16 = ck \quad 16 = 4c^2 \quad c^2 = 4 \quad c = \pm 2$$

Por lo tanto, los valores de k que hacen que los vectores sean paralelos son $k = 8$ y $k = -8$.

Para comprobarlo, podemos ver que si $k = 0$, entonces $(16, 0)$ es un múltiplo escalar de $(0, 4)$, y si $k = -8$, entonces $(16, -8)$ es un múltiplo escalar de $(-8, 4)$.

Nota. Al ejercicio original hubo que sacarle el sombrero de los vectores, porque no entendía.

Ejercicio original: Dados los vectores $\vec{u} = (16, k)$ y $\vec{v} = (k, 4)$, hallar el o los valores de k para que los vectores sean **paralelos**

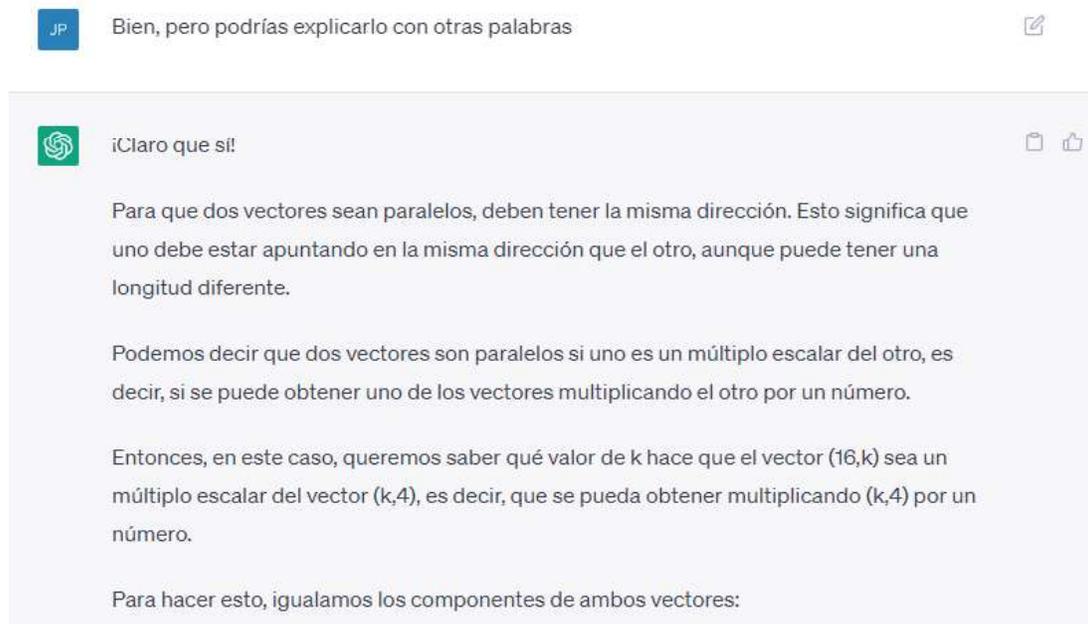
Vemos que la IA lee el problema planteado y lo comprende. No hubo que generarle mucho marco teórico. Simplemente dos palabras “vectores paralelos” la pusieron en tema y ya supo todo el contenido que necesitaba para resolver el problema.

Logró resolverlo con todas las respuestas posibles. Incluso podría separar la respuesta en cuatro partes

1. Contextualiza. Me dice lo que necesito para que dos vectores sean paralelos. Afirmando que tienen que ser proporcionales.
2. Aplica. Usa la teoría en el ejercicio planteado. Nos marca que tiene que existir un valor “ c ” para que sea múltiplo escalar
3. Resuelve. Despeja “ c ” y obtiene “ k ”
4. Verifica. Nos muestra como comprobar que es correcto

3 -

Figura 2
Primer pedido de segunda explicación



Nota. Extrae los temas del problema

Vemos que intenta explicar el contenido y no el problema. Elemento super interesante porque la IA pudo comprender de qué hablábamos y empezar a explicarnos sobre la dirección de los vectores, la posición de un vector respecto del otro, la condición de múltiplo escalar y termina comentándonos por qué plantea el ejercicio de esa forma. En contra, la mayoría de los docentes no estamos tan de acuerdo con el término “apuntar” para definir la dirección. Es un concepto que está más relacionado al sentido que a la dirección del vector. Si bien son pequeños detalles, es peligroso incorporar conceptos confusos que luego sean aplicados incorrectamente. Alguien podría decir que es un detalle menor, sin embargo, el alumno podría ver dos vectores paralelos cuyas flechas no “apuntan” para el mismo lado y considerar que no son paralelos, aunque halle el múltiplo escalar y le dé que sí son proporcionales.

El seguimiento y acompañamiento docente será esencial para evitar estos inconvenientes

4 -

Figura 3
Tercera explicación

JP Sigo sin entender, podrías desarrollarlo nuevamente de forma diferente

Claro, permíteme intentarlo de otra manera.

Quando hablamos de vectores paralelos, nos referimos a dos vectores que tienen la misma dirección, es decir, que "apuntan" en la misma dirección. Por ejemplo, los vectores (1, 2) y (2, 4) son paralelos, ya que tienen la misma dirección, aunque no tienen la misma longitud.

Para que dos vectores sean paralelos, uno de ellos debe ser un múltiplo del otro. Esto significa que podemos obtener uno de los vectores multiplicando el otro por un número. Por ejemplo, el vector (2, 4) es un múltiplo

Nota. Cambia el ejemplo

Que similar a algunas prácticas de enseñanza. Cuando un alumno no entiende un ejercicio, explicamos el mismo, luego repasamos el tema de fondo y si sigue sin entender probamos con un ejemplo mucho más simple, como (1,2) (2,4) para explicar la proporcionalidad. En contra, continúa usando el término "apuntar" para definir la dirección, quizás por las traducciones.

Figura 4

Cuarta consulta, sobre un tema más puntual y mal escrito <1/2>

JP Lo que no entiendo es el tema de la c y la k

Entiendo, disculpa por la confusión. Permíteme explicarlo de una manera más clara.

Tenemos dos vectores (16,k) y (k,4). Queremos encontrar el valor de k para que estos dos vectores sean paralelos, es decir, que uno de ellos sea un múltiplo escalar del otro.

Si dos vectores son paralelos, significa que apuntan en la misma dirección. Esto implica que uno de los vectores se puede obtener multiplicando el otro por un número. En otras palabras, si (16,k) es un múltiplo escalar de (k,4), entonces debe existir un número c tal que:

$$(16,k) = c \cdot (k,4)$$

Al igualar los componentes de estos dos vectores, obtenemos un sistema de dos ecuaciones:

$$16 = c \cdot k \quad k = c \cdot 4$$

Podemos despejar "c" de la primera formulacion:

$$c = 16 / k$$

Luego, podemos sustentar

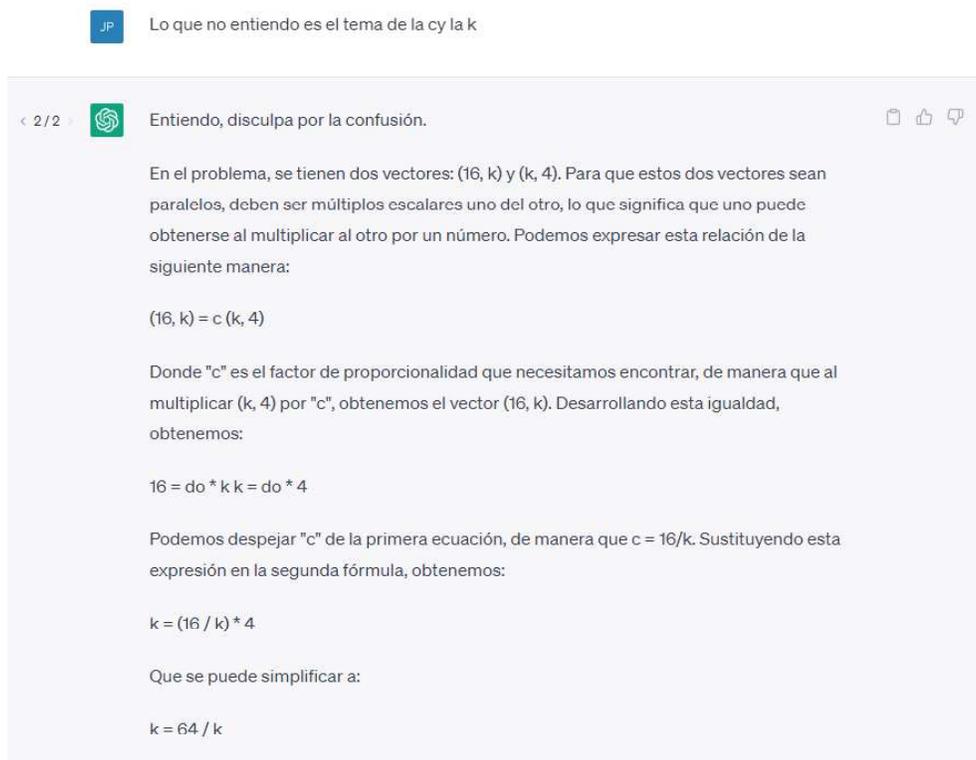
Nota. Amorosidad, respuesta humanizada, más detalle

Para destacar la paciencia, el respeto y la obstinación para que podamos entender. Escribimos mal, “el tema de la c y la k ” y nos comprende de todas formas. Nos vuelve a explicar el ejercicio, trata de hacerlo de otra forma. Hace más hincapié en el múltiplo escalar. En contra, algunas palabras están mal, la letra “ c ” la vuelve a escribir como “ do ”

Luego se queda a medio resolver. Sin embargo, existe un botón (Regenerar respuesta) que me permite buscar otra respuesta sobre la misma pregunta. Una vez presionado aparece en el borde superior izquierdo <1/2> o <2/2> numerando la cantidad de respuestas a esa misma pregunta.

Figura 5

Regenerar respuesta, sobre un tema más puntual y mal escrito <2/2>



Nota. Sigue, pero sin terminar

Vuelve a explicar, completa lo que faltaba, pero no llega al resultado, es interesante para que el propio alumno genere la respuesta él mismo ante un nuevo desarrollo del tema. En contra, no es claro si lo deja incompleto adrede o si es un error en la respuesta; algunas palabras están mal, la letra “ c ” la vuelve a escribir como “ do ”

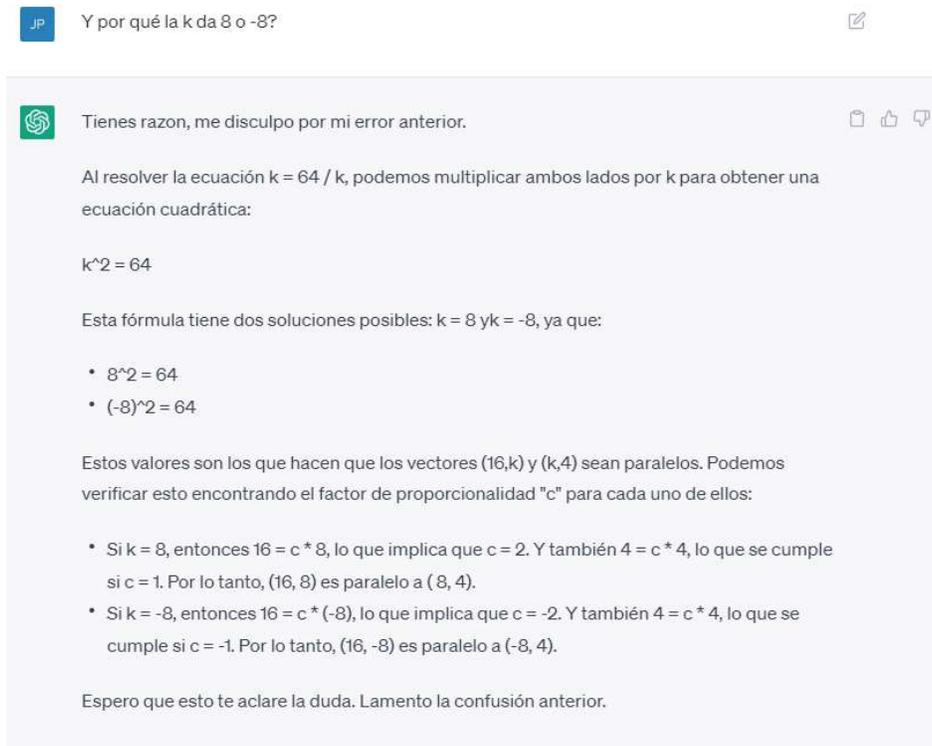
Por último, en la Figura 6, presiono al chat para que me explique por qué el resultado es el que indicó en la primera resolución, ya que no lo repitió en ninguna de las respuestas posteriores.

Este último desarrollo es más detallado y nos deja más en claro cómo llega al resultado final. En contra, no sabemos por qué no hizo este detalle al principio, seguramente necesita de más y más

interacción para llegar al resultado esperado, lo difícil es que el alumno, con sus preguntas y sin saber del tema, pueda llegar al objetivo deseado.

Figura 6

Enlazar el resultado con la explicación



JP Y por qué la k da 8 o -8?

Tienes razón, me disculpo por mi error anterior.

Al resolver la ecuación $k = 64 / k$, podemos multiplicar ambos lados por k para obtener una ecuación cuadrática:

$$k^2 = 64$$

Esta fórmula tiene dos soluciones posibles: $k = 8$ y $k = -8$, ya que:

- $8^2 = 64$
- $(-8)^2 = 64$

Estos valores son los que hacen que los vectores $(16,k)$ y $(k,4)$ sean paralelos. Podemos verificar esto encontrando el factor de proporcionalidad "c" para cada uno de ellos:

- Si $k = 8$, entonces $16 = c * 8$, lo que implica que $c = 2$. Y también $4 = c * 4$, lo que se cumple si $c = 1$. Por lo tanto, $(16, 8)$ es paralelo a $(8, 4)$.
- Si $k = -8$, entonces $16 = c * (-8)$, lo que implica que $c = -2$. Y también $4 = c * 4$, lo que se cumple si $c = -1$. Por lo tanto, $(16, -8)$ es paralelo a $(-8, 4)$.

Espero que esto te aclare la duda. Lamento la confusión anterior.

Nota. Se vuelve a disculpar

5 - Conclusiones

Sin dudas será utilizado, hoy no lo es tanto y no es tan eficiente. Considero que los que dirán cómo usarlo y para qué, serán los alumnos. Hemos propuesto su utilización y no hubo respuestas, porque no podremos imponer la tecnología, la tecnología nos impondrá a nosotros, por eso considero indispensable estar preparados. De abajo para arriba [sic].

Referencias

Font E., Lazzari L., Montero B., Thompson S., Fraqueli A., Loiacono T., Moulia P., Wartenberg R.; (1999); Álgebra con aplicaciones a las Ciencias Económicas; Buenos Aires, Ediciones Macchi.

Bianco M., García R., Zorzoli G.; (2000); Análisis Matemático I Notas de Teoría y Práctica; Buenos Aires, Eudeba.

Coll C. Obra coordinada por Carneiro R, Toscano J. y Díaz T.; (2009); Los desafíos de las TIC para el cambio educativo; España; Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura, Fundación Santillana.

Ley N° 26.206; Ley de Educación Nacional; Ciudad Autónoma Buenos Aires, Argentina, 27 de diciembre de 2006.

ChatGPT, (2023), Índice de investigación. Recuperado de <https://openai.com/research>

Natalie, ChatGPT, (2023), Preguntas frecuentes generales. Recuperado de <https://help.openai.com/en/articles/6783457-chatgpt-general-faq>

CPUY23 - Inteligencia Artificial Generativa, (2023), Campus Party Uruguay, Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=8sef8jpX-3Q>

Modelos matemáticos: su importancia en la enseñanza en ciencias económicas

Schneeberger, Marino - Weidmann, Gabriel
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Entre Ríos
marino.schneeberger@uner.edu.ar – gabriel.weidmann@uner.edu.ar

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Modelos, Clasificación, Matemática, Enseñanza, Ciencias económicas

Resumen

El uso de la matemática en economía es visto, con frecuencia, como el origen de un sinnúmero de problemas. Los enemigos más vociferantes de esta matematización de la economía consideran a las matemáticas como invasoras en un campo que no les corresponde, restringiendo el desarrollo de la disciplina económica y atrapándola dentro de un marco de formalidad innecesaria. Por otro lado, la economía moderna, al menos desde un punto de vista académico, no existiría sin el uso sistemático del lenguaje matemático. Para corroborar esto, alcanza con tomar cualquier revista académica especializada en economía, y después abrirla en una página al azar. Si se imagina que desaparece todo el lenguaje matemático, ¿qué queda? Muy poco. El estudiante de economía tiende a sentir ansiedad por saber si todos esos modelos llenos de matemáticas le serán útiles algún día. Dado que esa aplicación esperada generalmente no es inmediata, es necesario aclarar el contexto en el que se justifica el uso de la sofisticación teórica del lenguaje matemático. Esencialmente, el problema que tenemos enfrente es el de entender cuál es el origen, la pretensión y el objetivo de los modelos matemáticos y justificar su uso en la economía. Por otra parte, es igualmente importante hacer notar los diferentes tipos de modelos que pueden emplearse, destacando especialmente los modelos dinámicos continuos de los discretos, dado que cada uno de ellos permite describir fenómenos particulares.

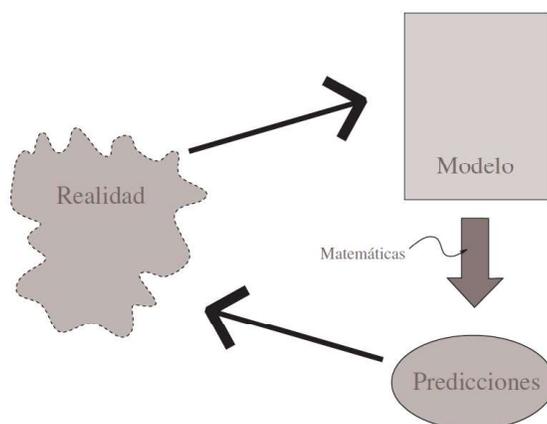
1 - Introducción

La conveniencia de encontrar un modelo matemático adecuado para describir un problema de un campo específico de conocimiento radica, fundamentalmente, en la posibilidad que brinda para su análisis, interpretación y predicción de comportamientos futuros, en función de la variación y/o modificación que experimenten las variables intervinientes en el mismo.

El proceso de modelación o modelización matemática se puede entender a partir de una abstracción de los elementos en juego. La introducción de medidas en el modelo nos permite usar números, y de este modo aparecen las matemáticas en juego. Reconocemos en nuestra abstracción tres pasos que, en mayor o menor grado, determinan al proceso de modelación:

- abstracción del mundo,
- deducción a partir del modelo,
- verificación, predicción y usos

El proceso de modelación o modelización matemática puede representarse, a modo de síntesis gráfica, de la manera que sigue.



Una teoría económica constituye una abstracción del mundo real, puesto que la complejidad de la realidad económica hace imposible comprender todas las interrelaciones de sus variables a un mismo tiempo.

Es por ello que lo más pertinente es, a nuestro entender, seleccionar los factores y las relaciones primordiales que interesan al problema objeto de estudio. Un esquema de estas características, deliberadamente simplificado, se denomina modelo económico atento a que representa la realidad de una manera esquemática y aproximada.

La matematización de los modelos explicativos ha ganado más importancia en las ciencias económicas que en otras ciencias sociales. Si bien la matematización de los modelos no aporta por sí mismo sofisticación o complejidad, cumple un rol fundamental en dos dimensiones importantes de la modelización: la claridad y la coherencia. La matemática aporta una organización y transparencia en el pensamiento y conclusiones del modelo, implicando una lógica propia de la disciplina. Asimismo, organiza y estructura la comunicación de las variables, preguntas y relaciones.

Si este modelo pretende ser matemático, generalmente consistirá en un conjunto de ecuaciones cuya finalidad será describir la estructura y el funcionamiento del mismo.

Al vincular variables, de diversas maneras, estas ecuaciones dan forma matemática al conjunto de supuestos considerados y, mediante la aplicación de operaciones diversas, se procurará extraer conclusiones que sean una consecuencia lógica de los supuestos adoptados. El debate de los supuestos por detrás de los modelos económicos es una discusión de gran amplitud en las ciencias económicas, desde las posturas de Friedman sobre la irrelevancia de los mismos hasta la determinación de la veracidad de una teoría basada en la pertinencia de estos, se encuentran posturas de todo tipo.

En el paso definitivo del proceso de modelación, se confronta la conclusión puramente matemática con la realidad que se pretendía estudiar en un principio. Esto se puede hacer de distintas maneras. En el caso de las ciencias exactas, la verificación se da con base, ya sea en la predicción de comportamientos que pueden ser observados a través de experimentos controlados, o bien en la explicación de fenómenos observados para los cuales no existía tal explicación. De este modo, tradicionalmente se evalúa la calidad

de un modelo según su habilidad de predecir y explicar correctamente otros hechos. Decimos que un modelo es robusto, si las conclusiones de este no dependen del cumplimiento exacto de los supuestos, mientras que de no ser así se dice que el modelo es frágil. En esta dirección, Friedman propuso la misma lectura para la economía: la validez de los modelos económicos no se sustenta en la veracidad de sus supuestos, sino en su capacidad de predicción.

Las razones por las cuales los modelos económicos no tienen la objetividad y capacidad de predicción, tal como sucede en ciencias exactas, son claras: los fenómenos que se estudian son, no sólo complejos, sino muy difíciles de aislar. La actividad económica se desarrolla dentro de un marco legal, técnico, social y político que evoluciona constantemente. No puede ignorarse los efectos que esto tiene sobre los fenómenos económicos, sin embargo, difícilmente podemos cuantificar estos efectos.

Puede decirse entonces, a modo síntesis, que:

- Un modelo constituye una representación abstracta de un cierto aspecto de la realidad. En su estructura intervienen, por una parte, los elementos que caracterizan la realidad modelizada y, por otra parte, las relaciones existentes entre ellos.
- Un modelo matemático es un tipo de modelo basado en la lógica matemática, cuyos elementos son esencialmente variables y funciones, y las relaciones entre ellos vienen expresadas a través de relaciones matemáticas (ecuaciones, inecuaciones, operadores lógicos, ...) que se corresponden con las relaciones del mundo real que modelizan (relaciones tecnológicas, leyes físicas, restricciones del mercado, ...).

2 - Desarrollo

La importancia de los modelos matemáticos en Economía puede explicarse a través de las siguientes características:

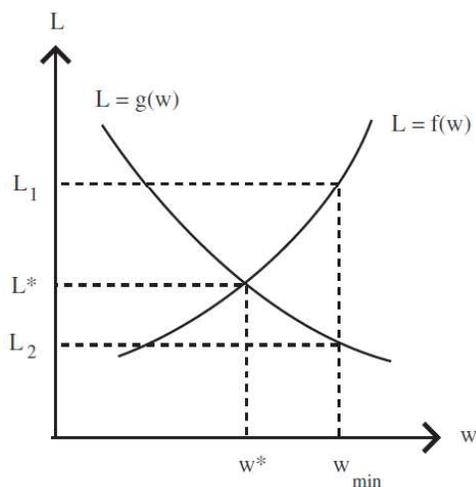
- La construcción de modelos revela, a veces, relaciones que no son evidentes a primera vista.
 - Una vez construido el modelo, es posible extraer de él propiedades y características de las relaciones que de otra forma permanecerían ocultas.
 - En aquellas situaciones económicas del mundo real en las que no es posible experimentar con la realidad, ofrecen un marco teórico para poder predecir.
- Los modelos matemáticos aportan claridad y coherencia para analizar las distintas variables bajo un marco de relaciones

Un ejemplo de un modelo económico es el esquema del *mercado laboral* en el marco neoclásico, donde se postula a las relaciones laborales bajo un mercado de competencia con mecanismos competitivos a través de la regulación entre precios y trabajo (como un mercado de competencia perfecta), pero con mecanismos de regulación del salario mínimo. En este sentido, se busca abstraer determinadas relaciones económicas y comportamientos, en función de supuestos y principios que determinan las lógicas internas del modelo.

En este esquema, el salario se determina por las relaciones de oferta y demanda de trabajo en cierto mercado (ej: el sector manufacturero). En esta formulación del modelo, se identifican las principales variables que se relacionan endógenamente, tales como el *salario* (w), el *salario mínimo* (w_{min}), las y los trabajadores que están dispuesto a trabajar a un salario determinado (*oferta de trabajo*), y la cantidad de trabajadores que las empresas están dispuestas a contratar a cierto salario (*demanda de trabajo*). Asimismo, se consideran que una serie de supuestos de fondo que podrían influir en el análisis, se mantienen constante (entendiendo que la realidad es más compleja que el propio análisis del modelo), bajo el principio de *ceterisparibus*, término económico que se utiliza para analizar el comportamiento de algo independiente del entorno y significa "con los demás factores constantes". Esto es, de qué manera respondería ese algo ajeno a circunstancias puntualmente relacionales.

Para analizar un mercado de trabajo específico, se parte de ciertos supuestos: el sector a analizar es *representativo*; el mercado es *competitivo* (tanto oferentes como demandantes son tomadores de precios); el salario es una variable endógena que queda determinada por la oferta y demanda; el salario mínimo está dado en forma externa (ej: por una autoridad gubernamental); existe un equilibrio cuando la oferta y demanda se igualan; tanto la oferta ($f(w)$) como la demanda ($g(w)$) se pueden representar como funciones continuas dependientes del nivel de salario w en forma creciente y decreciente respectivamente; el salario de equilibrio, de existir, es mayor o igual al salario mínimo ($w^* \geq w_{min}$).

De esta forma, la intersección entre las funciones de *oferta* y *demanda* determinan el salario de equilibrio y las cantidades de trabajadores, instancia en la que no existe desempleo involuntario. Pero si se impone un salario mínimo por arriba del salario de equilibrio aumenta la oferta de trabajo ($L_1 > L^*$) y cae la demanda ($L_2 < L^*$), donde $D=L_1-L_2$ serán los trabajadores involuntarios (los que, al nivel de salario de mercado, están dispuestos a trabajar, pero no encontrarán trabajo), ya que L^*-L_2 perdieron el trabajo, y L_1-L^* se incorporaron al mercado. La figura siguiente es representativa de lo mencionado:



A partir de este esquema se pueden establecer determinados principios, tales como el impacto en el mercado de trabajo de los aumentos del salario mínimo, de la incidencia de la forma de las curvas de oferta y demanda de trabajo, entre otros. Asimismo, su alcance y validez se encuentra limitada por los propios supuestos en los cuales se basa: que el mercado de trabajo es un mercado competitivo, que el salario es flexible a la baja, que existe tal cosa como un *equilibrio*, entre otros. En estos supuestos radica parte de la validez de las conclusiones del propio modelo, así como en su correcta formulación. En este sentido, Rodrick resalta la diferencia entre los supuestos de un modelo y los supuestos *críticos*.

Una clasificación posible de los modelos, entre otras, siempre presente y al mismo tiempo en tensión en diferentes fenómenos, es la de modelos matemáticos estáticos vs. modelos matemáticos dinámicos

- En un modelo estático, por lo común, la variable tiempo no desempeña un papel relevante. En un modelo dinámico, por el contrario, alguno/s de los elementos que intervienen en la modelización no permanecen invariables, sino que se consideran como funciones del tiempo, describiendo trayectorias temporales.
- El análisis de un modelo dinámico tiene por objeto el estudio de la trayectoria temporal específica de alguno/s de su/s elemento/s.

Otra posible forma de clasificar los modelos, también siempre en tensión, es modelos dinámicos deterministas vs modelos dinámicos estocásticos.

- Un modelo dinámico determinista es aquel en el que, tanto a los parámetros como a las variables temporales, se les asignan valores determinados con certeza absoluta. En general existen pocos modelos deterministas en el campo de la Economía y las Finanzas, ya que, en la mayor parte de los casos, las variables y parámetros involucrados en los modelos económicos y financieros (tasas de interés, precios de activos, etc.) son impredecibles.
- En un modelo estocástico, alguna variable (o parámetro) sigue un proceso estocástico, es decir, que los valores que toma a lo largo del tiempo no son determinados con certeza absoluta, sino que siguen una distribución de probabilidad. Habitualmente la modelización dinámica en modelos económicos financieros hace uso de modelos estocásticos

A su vez, según se considere a la o las variables intervinientes discretas o continuas, tendremos un modelo dinámico continuo o discreto.

Resulta conveniente establecer y describir algunos ejemplos que muestren de la forma más clara posible las diferencias entre ellos y, en algunos casos, de qué manera puede pasarse de uno a otro, es decir, de qué manera y bajo que supuestos un modelo discreto puede transformarse en un modelo dinámico. Consideremos, a tal efecto, un modelo de capitalización compuesta.

Se tiene un depósito financiero a 3 años, con capital inicial C_0 y tasa de interés anual del 6%. Diseñar un modelo de capitalización compuesta considerando que la capitalización es:

a- Anual

- Elementos del modelo:

Variable tiempo t : variable discreta $t \in \{0, 1, 2, 3\}$

Variable de estado $C(t)$ que describe la evolución del capital a lo largo del tiempo. Es función del tiempo y el estudio de su trayectoria temporal es el objetivo del modelo.

$\Delta t = 1$: incremento de tiempo transcurrido entre dos valores de la variable t , es decir entre dos periodos. Los modelos discretos suelen trabajar con valores de t equidistantes y, por tanto, con un incremento constante.

$n = 3$; número de periodos. Se cumple $n \cdot \Delta t =$ intervalo temporal total.

- Relaciones:

Queremos establecer la relación existente entre el capital en un instante t y el capital en el instante siguiente $t + \Delta t$

Aplicando la ley de capitalización compuesta se tiene que:

$$C(t + \Delta t) = C(t) + C(t) \cdot 0.06 = C(t) \cdot (1+0.06)$$

- Resolución del modelo

Procediendo recursivamente obtenemos $C(3)$:

$$C(0) = C_0$$

$$C(1) = C_0 \cdot (1+0.06)$$

$$C(2) = C(1) \cdot (1+0.06) = C_0 \cdot (1+0.06) \cdot (1+0.06) = C_0 \cdot (1+0.06)^2$$

$$C(3) = C_0 \cdot (1+0.06)^3$$

b- Mensual

Elementos del modelo:

- Variable tiempo t : $t \in \{0, 1/12, 2/12, \dots, 12/12, \dots, 24/12, \dots, 36/12\}$

- Variable de estado $C(t)$

- $\Delta t = 1/12$ (1 mes)

- $n = 36$

Relaciones

- Como la tasa de interés es anual y el periodo de capitalización es mensual, debemos convertir la tasa anual en mensual.

Para ello, sustituimos 0.06 por $0.06/12 = 0.06 \cdot (1/12) = 0.06 \cdot \Delta t$

$$C(t + \Delta t) = C(t) + C(t) \cdot 0.06 \cdot \Delta t$$

En general, un modelo dinámico discreto en diferencias finitas, podría expresarse como sigue:

- Capitalización compuesta
- C_0 capital inicial
- r tasa de interés anual
- Δt expresado de modo que permita transformar la tasa de interés anual en la correspondiente a la duración del periodo utilizado:

$$C(t + \Delta t) = C(t) + C(t) \cdot r \cdot \Delta t \quad \text{y} \quad C(0) = C_0$$

Seguidamente se muestra de qué manera puede pasarse a un modelo dinámico continuo.

Supongamos que en el ejemplo anterior disminuimos la duración del periodo y trabajamos con capitalización diaria. El modelo seguirá siendo: $C(t + \Delta t) = C(t) + C(t) \cdot r \cdot \Delta t$; con $C(0) = C_0$ pero Δt pasa a ser $\Delta t = 1/360$ (transformando la tasa de interés anual en diaria). Cuanto menor sea Δt , menor será el periodo de capitalización utilizado.

- Si hacemos que $\Delta t \rightarrow 0$, entonces $r \cdot \Delta t$ representa la tasa de interés instantánea. Para obtener el modelo de capitalización "instantánea" o modelo continuo de capitalización procedemos como sigue:

$$C(t + \Delta t) - C(t) = C(t) * r * \Delta t \rightarrow \frac{C(t + \Delta t) - C(t)}{\Delta t} = C(t) * r$$

Tomando $\Delta t \rightarrow 0$ de ambos lados obtenemos la derivada del $C(t)$ respecto del tiempo:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{C(t + \Delta t) - C(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} C(t) * r \rightarrow C'(t) = C(t) * r \rightarrow C(0) = C_0$$

Obtenemos una ecuación donde se relaciona una función con su primera derivada, lo que nos introduce a la idea de las *ecuaciones diferenciales*.

En forma complementaria, la capitalización instantánea se puede representar de la siguiente forma. Si $C(t) = C(0) * (1 + i)^t$ y consideramos a m como la frecuencia de capitalización, se plantea:

$$C(t) = C(0) * \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{tm}$$

$$\lim_{m \rightarrow \infty} C(0) * \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{tm} = \lim_{m \rightarrow \infty} C(0) * \left(1 + \frac{1}{\frac{m}{i}}\right)^{\frac{m}{i}ti} = C(0) * e^{ti}$$

El término dinámica, tal como se lo aplica en el análisis económico, tiene diferentes significados para los economistas. Actualmente refiere a un tipo de análisis cuyo objeto puede ser trazar y estudiar las trayectorias temporales específicas de las variables, o determinar, en un tiempo suficiente, si esas variables tenderán a converger hacia determinados valores denominados puntos de equilibrio.

Al ubicar, desde el análisis dinámico, las variables en el tiempo existen dos maneras de hacerlo: considerar al tiempo como una variable discreta o como una variable continua. En este último caso en cada instante le ocurre algo a la variable (por ejemplo, en la capitalización continua del interés). El caso continuo siempre puede ser considerado como el límite del caso discreto, cuando los períodos de tiempo se vuelven muy breves.

3 - Otro ejemplo: la inversión y la formación de capital

La formación de capital de una economía representa el aumento del stock de capital dado en la misma. Si consideramos este proceso como continuo en el tiempo, podemos representarla como la función $K(t)$, cuya derivada dK/dt denota la tasa de formación de capital. Pero dicha formación es igual, por definición, al flujo de inversión neta en el tiempo t , denotada $I(t)$. Así, ambos conceptos se relacionan por medio de las siguientes relaciones:

$$\frac{dK}{dt} = I(t) \quad ; \quad K(t) = \int I(t)dt = \int \frac{dK}{dt} dt = \int dK$$

Donde la primera identidad muestra que la inversión neta y el incremento del capital significan lo mismo, y por lo tanto la integral de la inversión es la función de stock de capital.

Por otro lado, si se quiere indagar en la formación de capital de un intervalo de tiempo determinado (más allá de la trayectoria temporal), se puede representar por:

$$\int_a^b I(t) dt = K(t) \Big|_a^b = K(b) - K(a)$$

lo cual indica la acumulación de capital ocurrida en el intervalo $[a;b]$. Ambas partes de la igualdad nos indican, por un lado, el flujo creado en dicho lapso (la sumatoria de la inversión), mientras que del otro lado se obtiene la diferencia del stock de capital del momento b respecto del momento a .

Ejemplo: Suponga que la trayectoria de la *Inversión Neta* de un país se describe según la ecuación

$$I(t) = 3 \cdot t^{1/2}$$

, cuyo capital inicial es $K(0)$. Para estimar la trayectoria del stock de capital a lo largo del tiempo $K(t)$ se integra la función de inversión respecto de t :

$$\int 3 \cdot t^{1/2} \cdot dt = 2 \cdot t^{3/2} + C$$

Si hacemos $t=0$ se obtiene que $K(0)=C$, por lo que:

$$K(t) = 2 \cdot t^{3/2} + K(0)$$

¿Cuál será la acumulación de stock de capital entre los años 3 y 7? Para tal fin, se plantea la integral definida entre dicho período:

$$\int_3^7 3 \cdot t^{1/2} \cdot dt = 2 \cdot t^{3/2} \Big|_3^7 = 2 \left(7^{3/2} - 3^{3/2} \right) = 26,64$$

4 - Conclusiones

El presente trabajo pretende destacar la importancia que los modelos matemáticos poseen para explicar, interpretar, comprender y predecir, particularmente en este caso en el campo de las ciencias económicas.

Al mismo tiempo, se intenta hacer notar que existen diferentes tipos de modelos, según la naturaleza de las variables, aplicables a diferentes situaciones específicas.

Por otra parte, resulta muy interesante considerar algunos ejemplos que posibiliten ver con claridad como puede un determinado modelo, en función de condiciones previamente establecidas, cambiar su tipo, pasando, por ejemplo, de un modelo discreto a uno dinámico.

Se considera relevante mostrar situaciones que posibiliten visualizar de qué manera y bajo qué requisitos o condiciones, pueden elegirse el modelo que resulte más adecuado para describir el fenómeno particularmente seleccionado.

Finalmente, el objetivo es plantearse que para la casi totalidad de los contenidos a trabajar, al menos en un curso avanzado de Matemática para Economistas, los modelos matemáticos son altamente relevantes para la interpretación, comprensión y predicción de resultados y/o comportamientos futuros posibles.

Referencias

Alpha Chiang. (2006). Métodos fundamentales de economía matemática. Mc Graw Hill. México

Barrios García, J. y otros. (2005). Análisis de funciones en economía y empresa. Díaz de Santos. España.

Bonifaz, J y Wirkelried, D. (2003). Matemática para la economía dinámica. Universidad del Pacífico. Perú.

Friedman, M. (1958) La metodología de la economía positiva. R. E. P., IX, 2-3 Mayo Diciembre 1958

Lomelí, H y Rumbos, B. (2001). Modelos dinámicos en economía. Instituto Autónomo Tecnológico de México. México.

Rodrick, D. (2016). Las leyes de la economía: aciertos y errores de una ciencia en entredicho. Deutso, Barcelona

Schneeberger, M y Weidmann, G. (2022). Material curso de posgrado Modelos dinámicos continuos: su aplicación a las ciencias económicas. Facultad de Ciencias económicas. UNER.

Sydsaeter, K. y otros. (2012). Matemáticas para el análisis económico. Pearson. España.

Modelos de Optimización de un Plan de Producción con distintos enfoques: Programación Lineal Estándar y Modelo de Transporte

Roberto Armando García
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires
robertogarcia@economicas.uba.ar

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Planificación de producción, Inventario, Minimización de costos, Programación lineal estándar, Modelo de transporte

Resumen

El artículo discute un caso de planificación de producción para un producto con demanda estacional a lo largo de un año, dividido en períodos trimestrales. La empresa es un fabricante de productos químicos con un stock inicial de 250 mil litros y tiene como objetivo satisfacer la demanda pronosticada para el año, manteniendo un inventario final de 300 mil litros. La planificación de la producción implica decidir la producción regular, en tiempo adicional y la opción de subcontratar la producción externamente.

El objetivo es minimizar el costo total anual de producción, inventario y tiempo improductivo utilizando dos modelos de optimización diferentes: Programación Lineal Estándar y Modelo de Transporte. El artículo presenta los modelos algebraicos para ambos enfoques y los resuelve utilizando la herramienta Solver de Microsoft Excel.

En el modelo de Programación Lineal Estándar, las variables representan las cantidades a producir en tiempo regular, tiempo extra, producción subcontratada e inventario para cada período y la función objetivo es el costo total, incluidos los costos de producción, almacenamiento y tiempo improductivo, sujeto a restricciones de demanda y capacidad.

El Modelo de Transporte, normalmente utilizado para distribución, se adapta a la planificación de producción. Los nodos de origen representan fuentes de producción para cada período planificado, y los de destino, los períodos con demanda. Se introduce un nodo de destino ficticio para equilibrar el problema.

El artículo proporciona datos para ambos modelos y presenta los resultados obtenidos para el plan de producción e inventario óptimo para cada trimestre. El costo total del plan de producción se calcula en 4010 mil dólares.

En general, el artículo demuestra cómo los modelos de programación lineal y transporte se pueden aplicar para optimizar las decisiones de planificación de producción, ayudando a las empresas a minimizar costos y satisfacer la demanda de manera eficiente.

1 - Introducción

En este artículo se plantea y resuelve un caso de planeación de la producción de un producto con demanda estacional a lo largo de un horizonte temporal de un año segmentado en períodos trimestrales (Krajewski L.J., 2013). Las variables a determinar representan las cantidades a producir utilizando no solamente la capacidad regular de la empresa, sino también considerando la disponibilidad de tiempo adicional o extra como así también la posibilidad de subcontratar la producción externamente a la empresa. Se trata de una empresa de productos químicos que cuenta con un stock inicial de 250 miles de litros de productos y decide establecer un plan de producción que satisfaga la demanda pronosticada para el año dejando un inventario al finalizar el mismo de 300 mil litros. Se han estimado por cada litro de producto los costos de mantener el inventario, el costo de las alternativas de producción posibles y el costo de la

capacidad ociosa en los siguientes valores: \$1,00 por producción en tiempo normal, \$1,50 en tiempo extra, \$1,90 para la producción subcontratada, \$0,30 por litro almacenado durante un trimestre y \$0,50 por capacidad de producción en tiempo normal no utilizada (tiempo improductivo). El pronóstico de la demanda y las capacidades de las alternativas de producción se muestran en la tabla 1.

Tabla 1. Demanda pronosticada y capacidades de producción en miles de litros.

	DEMANDA	CAPACIDAD DE PRODUCCIÓN (TIEMPO NORMAL)	CAPACIDAD DE PRODUCCIÓN (TIEMPO EXTRA)	CAPACIDAD DE PRODUCCIÓN (SUBCONTRATADA)
1ER TRIMESTRE	300	450	90	200
2DO TRIMESTRE	850	450	90	200
3ER TRIMESTRE	1500	750	150	200
4TO TRIMESTRE	350	450	90	200
TOTALES	3000	2100	420	800

El objetivo del trabajo es armar un plan de producción que minimice el costo total anual de producción, inventario y tiempo improductivo utilizando dos modelos distintos de optimización lineal restringida como la Programación Lineal Estándar y el Modelo de Transporte. En ambos casos se plantearán los modelos algebraicos y se resolverán con la herramienta Solver de Microsoft Excel.

1.1 - Modelo de Programación Lineal Estándar

Como en todo modelo de programación lineal, se definen las variables de decisión. En este caso se consideran las cantidades a producir en tiempo regular, en tiempo extra y la producción encargada a terceros en cada uno de los períodos que abarca el plan, como así también el inventario al final de cada período. Se utilizará la siguiente nomenclatura:

x_{ir} : cantidad que producir en tiempo regular durante el i -ésimo período

x_{ie} : cantidad que producir en tiempo extra durante el i -ésimo período

x_{is} : cantidad por encargar a producir a terceros por subcontratación durante el i -ésimo período

s_i : inventario al final del i -ésimo período

Llamando a los parámetros:

D_i : demanda pronosticada para el i -ésimo período

$P_i^{(r)}$: capacidad de producción en tiempo regular durante el i -ésimo período

$P_i^{(e)}$: capacidad de producción en tiempo extra durante el i -ésimo período

$P_i^{(s)}$: capacidad de producción de terceros por subcontratación durante el i -ésimo período

c_r : costo para producir una unidad de producto en tiempo regular de cualquier período

c_e : costo para producir una unidad de producto en tiempo extra de cualquier período

c_s : costo por subcontratar a terceros para la producción de una unidad de producto

c : costo para almacenar una unidad de producto durante un período

\hat{c} : costo por capacidad de producción regular no utilizada o por tiempo regular improductivo

Para analizar el problema y construir el modelo matemático algebraico se puede construir un gráfico como se muestra en la figura 1.

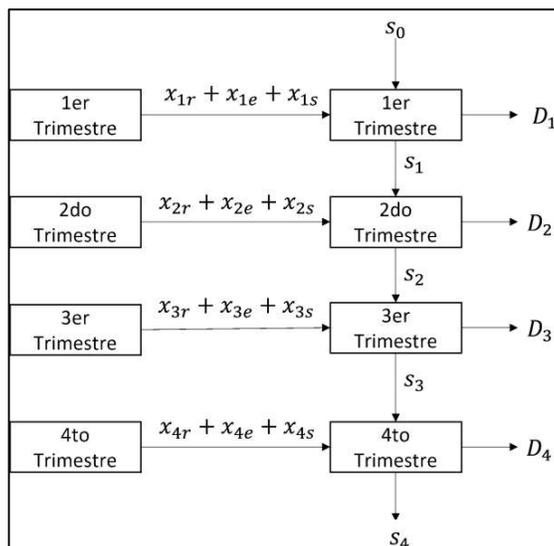


Figura 1. Modelo gráfico del Plan de Producción e Inventario

El plan de producción e inventario óptimo será aquél que minimice el costo de producción, inventario y de tiempo improductivo, y la función objetivo es aquella que permita calcular dicho costo en función de las variables de decisión. Para plantearla definimos previamente cuatro variables que denotaremos Q_i cuyo valor represente la capacidad de producción en tiempo regular no utilizada.

$$Q_i = P_i^{(r)} - x_{ir} \quad (1)$$

Llamando Z al costo total, la función objetivo queda planteada como:

$$Z = \sum_{i=1}^4 c_r x_{ir} + c_e x_{ie} + c_s x_{is} + c s_i + \hat{c} Q_i \quad (2)$$

Reemplazando (1) en (2) se obtiene la función objetivo en función de las variables de decisión

$$Z = \sum_{i=1}^4 c_r x_{ir} + c_e x_{ie} + c_s x_{is} + c s_i + \hat{c} (P_i^{(r)} - x_{ir}) \quad (3)$$

Las variables de decisión están sujetas a las siguientes restricciones:

1. Restricciones de demanda

$$s_{i-1} + x_{ir} + x_{ie} + x_{is} - s_i = D_i \quad \forall i = 1,2,3,4 \quad (4)$$

2. Restricciones de capacidad

$$x_{ir} \leq P_i^{(r)} \quad \forall i = 1,2,3,4 \quad (5)$$

$$x_{ie} \leq P_i^{(e)} \quad \forall i = 1,2,3,4 \quad (6)$$

$$x_{is} \leq P_i^{(s)} \quad \forall i = 1,2,3,4 \quad (7)$$

3. Restricciones de no negatividad

$$x_{ir}, x_{ie}, x_{is}, s_i \geq 0 \quad \forall i = 1,2,3,4 \quad (8)$$

Reemplazando los parámetros por los datos del caso se llega al siguiente programa lineal:

Minimizar:

$$\begin{aligned} Z'(\text{costo}) = & 0,5 \cdot x_{1r} + 1,5x_{1e} + 1,9x_{1s} + 0,3s_1 + 0,5 \cdot x_{2r} + 1,5x_{2e} + 1,9x_{2s} + 0,3s_2 + 0,5 \cdot x_{3r} \\ & + 1,5x_{3e} + 1,9x_{3s} + 0,3s_3 + 0,5 \cdot x_{4r} + 1,5x_{4e} + 1,9x_{4s} + 1050 \quad (9) \end{aligned}$$

Equivalente a minimizar

$$Z = 0,5 \cdot x_{1r} + 1,5x_{1e} + 1,9x_{1s} + 0,3s_1 + 0,5 \cdot x_{2r} + 1,5x_{2e} + 1,9x_{2s} + 0,3s_2 + 0,5 \cdot x_{3r} + 1,5x_{3e} \\ + 1,9x_{3s} + 0,3s_3 + 0,5 \cdot x_{4r} + 1,5x_{4e} + 1,9x_{4s} \quad (10)$$

Sujeta a:

$$250 + 1x_{1r} + 1x_{1e} + 1x_{1s} - 1s_1 = 300 \quad (11)$$

$$1s_1 + 1x_{2r} + 1x_{2e} + 1x_{2s} - 1s_2 = 850 \quad (12)$$

$$1s_2 + 1x_{3r} + 1x_{3e} + 1x_{3s} - 1s_3 = 1500 \quad (13)$$

$$1s_3 + 1x_{4r} + 1x_{4e} + 1x_{4s} - 300 = 350 \quad (14)$$

$$x_{1r} \leq 450 \quad (15)$$

$$x_{1e} \leq 90 \quad (16)$$

$$x_{1s} \leq 200 \quad (17)$$

$$x_{2r} \leq 450 \quad (18)$$

$$x_{2e} \leq 90 \quad (19)$$

$$x_{2s} \leq 200 \quad (20)$$

$$x_{3r} \leq 750 \quad (21)$$

$$x_{3e} \leq 150 \quad (22)$$

$$x_{3s} \leq 200 \quad (23)$$

$$x_{4r} \leq 450 \quad (24)$$

$$x_{4e} \leq 90 \quad (25)$$

$$x_{4s} \leq 200 \quad (26)$$

$$x_{ir}, x_{ie}, x_{is} \geq 0 \quad i = 1,2,3,4 \quad (27)$$

$$s_j \geq 0 \quad j = 1,2,3 \quad (28)$$

El modelo fue cargado en la planilla de cálculo de Microsoft, Excel y resuelto utilizando la herramienta Solver. La figura 2 muestra la apariencia de la hoja de cálculo con la solución óptima obtenida.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1		PRODUCCIONES												INVENTARIOS				
2		1ER TRIMESTRE			2DO TRIMESTRE			3ER TRIMESTRE			4TO TRIMESTRE			1er Trim	2do Trim	3er Trim		
3	VARIABLES	x1r	x1e	x1s	x2r	x2e	x2s	x3r	x3e	x3s	x4r	x4e	x4s	s1	s2	s3	LHS	RHS
4	SOLUCIÓN	450	90	20	450	90	200	750	150	200	450	90	110	510	400	0		
5	F.OBJ.Z	0.5	1.5	1.9	0.5	1.5	1.9	0.5	1.5	1.9	0.5	1.5	1.9	0.3	0.3	0.3	2960	Z
6	DEM1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	50	50
7	DEM2	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	850	850
8	DEM3	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	-1	1500	1500
9	DEM4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	650	650
10	CAP.REG.1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	450	450
11	CAP.EXTR.1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	90	90
12	CAP.SUB.1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20	200
13	CAP.REG.2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	450	450
14	CAP.EXTR.2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	90	90
15	CAP.SUB.2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	200	200
16	CAP.REG.3	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	750	750
17	CAP.EXTR.3	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	150	150
18	CAP.SUB.3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	200	200
19	CAP.REG.4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	450	450
20	CAP.EXTR.4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	90	90
21	CAP.SUB.4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	110	200
22																		
23	COSTO TOT	4010																
24																		

Figura 2. Captura de pantalla de la hoja de cálculo con la solución del modelo de programación lineal

1.2 - Modelo de Transporte

El método de transporte es un método cuantitativo utilizado frecuentemente para resolver el problema prototípico de la distribución de productos desde los orígenes donde se dispone de ellos hacia distintos destinos donde se los demanda, con el menor costo total de envíos posible. Sin embargo, los modelos de transporte pueden aplicarse para resolver situaciones que no refieren al envío físico de productos entre sitios de distinta localización geográfica. Una de las aplicaciones más importantes y no tradicional del Modelo de Transporte es la planeación de la producción. Concebir un problema de planeación de la producción como uno de transporte significa pensar en transportar la producción en el tiempo, donde tanto los suministros como las demandas se desglosan en varios períodos de tiempo en el futuro. Las capacidades de producción en cada período de tiempo se convierten en ofertas y los requerimientos por período se convierten en demandas. Para ello, el problema se enfoca como un modelo de red donde los nodos de origen representan las fuentes de producto (Inventario inicial, producción en tiempo regular, producción en tiempo extra y producción subcontratada a terceros) para cada período planeado y los nodos destino representan los períodos con demanda por satisfacer. De acuerdo con los datos del problema, la capacidad total de producción más el inventario inicial supera la demanda total a cubrir más el inventario deseado final, por lo cual se trata de un problema de transporte no equilibrado con excedente de oferta. Para balancearlo se crea un nodo destino ficticio cuya demanda absorba el excedente de oferta. En la figura 3 se ilustra el modelo de red, en la que el nodo 5 es el ficticio.

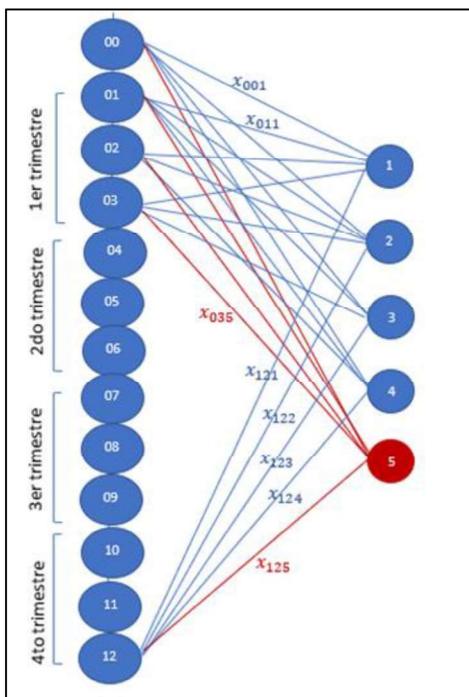


Figura 3. Representación en red del Modelo de Transporte

Se trata de un modelo de transporte de 65 variables de decisión (una por cada arco). La función que optimizar es el costo total (Z) integrado por el costo de producción (en tiempo regular, en tiempo extra y de la producción subcontratada), costo de almacenamiento y el costo por el tiempo regular no productivo. Los costos unitarios se expresan por litro y se disponen en un arreglo de 13 renglones y 5 columnas en el que cada renglón corresponde a una fuente o suministro de cada período y cada columna a un período con demanda (tabla 2) y los elementos de la quinta columna representan los costos del inventario inicial no utilizado o el costo de la capacidad ociosa. Se supone que no se admiten órdenes atrasadas o faltante de producto, por lo tanto, a los arcos que parten de un nodo a otro correspondiente a un período anterior se les atribuye un costo mayor que cualquier otro (\$10000).

El modelo algebraico de transporte está descrito por las siguientes ecuaciones:

$$\text{Min } Z = \sum_{i=0}^{12} \sum_{j=1}^5 c_{ij} x_{ij} \quad (29)$$

Donde los coeficientes c_{ij} de la función son los costos unitarios de producción, almacenamiento y de tiempo improductivo y las variables x_{ij} la cantidad de producto (producida, almacenada o no producida). La función que se quiere optimizar está sujeta a una restricción de capacidad

por cada nodo de origen y una restricción de demanda por cada nodo destino. Tratándose de un problema balanceado las restricciones quedan planteadas mediante las siguientes igualdades:

1. Restricciones de capacidad

$$\sum_{j=1}^5 x_{ij} = S_i \quad \forall i \in \mathbb{N}_0 / 0 \leq i \leq 12 \quad (30)$$

Donde S_i es la capacidad de producción y S_0 el inventario inicial

2. Restricciones de demanda

$$\sum_{i=0}^{12} x_{ij} = D_j \quad \forall j \in \mathbb{N} / 1 \leq j \leq 5 \quad (31)$$

3. Restricciones de no negatividad

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \in \mathbb{N} : 0 \leq i \leq 12 \wedge 1 \leq j \leq 5 \quad (32)$$

Tabla 2. Costos por litro-Demandas y Capacidades en miles de litros

	TRIM1	TRIM2	TRIM3	TRIM4	CAP.OSC.	CAPACIDAD
Inv. inicial	0	0,3	0,6	0,9	1,2	250
Trim1_Reg	1	1,3	1,6	1,9	0,5	450
Trim1_Extra	1,5	1,8	2,1	2,4	0	90
Trim1_Sub	1,9	2,2	2,5	2,8	0	200
Trim2_Reg	10000	1	1,3	1,6	0,5	450
Trim2_Extra	10000	1,5	1,8	2,1	0	90
Trim2_Sub	10000	1,9	2,2	2,5	0	200
Trim3_Reg	10000	10000	1	1,3	0,5	750
Trim3_Extra	10000	10000	1,5	1,8	0	150
Trim3_Sub	10000	10000	1,9	2,2	0	200
Trim4_Reg	10000	10000	10000	1	0,5	450
Trim4_Extra	10000	10000	10000	1,5	0	90
Trim4_Sub	10000	10000	10000	1,9	0	200

El modelo fue resuelto con la planilla de cálculo de Microsoft Excel utilizando la herramienta Solver. En la figura 4 se muestra la captura de pantalla de la hoja de cálculo con la solución.

	A	B	C	D	E	F	G	H
16								
17								
18	CANTIDADES	TRIM1	TRIM2	TRIM3	TRIM4	CAP.EXC	PRODUCC.*	CAPACIDAD
19	Inventario	250	0	0	0	0	250	250
20	Trim1_Reg	30	20	400	0	0	450	450
21	Trim1_Extra	0	90	0	0	0	90	90
22	Trim1_Sub	20	0	0	0	180	200	200
23	Trim2_Reg	0	450	0	0	0	450	450
24	Trim2_Extra	0	90	0	0	0	90	90
25	Trim2_Sub	0	200	0	0	0	200	200
26	Trim3_Reg	0	0	750	0	0	750	750
27	Trim3_Extra	0	0	150	0	0	150	150
28	Trim3_Sub	0	0	200	0	0	200	200
29	Trim4_Reg	0	0	0	450	0	450	450
30	Trim4_Extra	0	0	0	90	0	90	90
31	Trim4_Sub	0	0	0	110	90	200	200
32	D.CUBIERTA	300	850	1500	650	270		
33	DEMANDA	300	850	1500	650	270	4010	COSTO
34								

Figura 4. Captura de pantalla de la hoja de cálculo con la solución del Modelo de Transporte

2 - Resultados

La solución obtenida con ambos modelos cuantitativos define el siguiente plan de producción e inventario anticipado cuyos resultados se detallan en la tabla 3.

Tabla 3. Producción total e inventario anticipado para cada trimestre del año

Trimestre	Inv. inicial	Producción total	Demanda	Inventario final
1	250	$450+90+20=560$	300	$250+560-300=510$
2	510	$450+90+200=740$	850	$510+740-850=400$
3	400	$750+150+200=1100$	1500	$400+1100-1500=0$
4	0	$450+90+110=650$	350	$0+650-350=300$

Como puede observarse se obtuvo un plan de producción e inventario cuyo costo es de 4010 miles de \$.

3 - Conclusiones

- A partir de la solución obtenida se calcula el inventario anticipado para cada período y se pueden identificar los elementos de costo más alto del plan.

- Antes de definir el plan de producción definitivo, es posible repetir el procedimiento para otras capacidades de tiempo normal, tiempo extra y subcontratación hasta encontrar la solución que mejor equilibre el costo.
- Para cada alternativa, ambos modelos de optimización dan la mejor combinación de tiempo normal, tiempo extra y subcontratación.
- El modelo de Transporte del caso está resuelto en Python utilizando la librería Pulp pero por una cuestión de extensión del trabajo no fueron incluidas las líneas de código.

Referencias

Anderson, D.R. et.al. (2011). *Métodos cuantitativos para los negocios*. 11° Ed. Cengage Learning, México.

Eppen, G.D., Gould, F.J., Schmidt, C.P., Moore, J.H. y Weatherford, L.R. (2000). *Investigación de operaciones en la ciencia administrativa*. México: Prentice – Hall.

Hillier, F.S., Lieberman, G.J., (2010). *Introducción a la Investigación de Operaciones*. 9°ed. México: Mc. Graw Hill.

Hillier, F.S., Hillier, M.S. (2008). *Métodos cuantitativos para administración*. 3°ed. México: Mc Graw Hill.

Krajewski, L.J., Ritzman, L.P., Malhotra, M.K. (2013). *Administración de operaciones-Procesos y cadena de suministro*. 10° Ed. México: Pearson

Render, B., Stair, R. y Hanna, M. (2012). *Quantitative Analysis por Management*. 11th.Edition. USA: Pearson.

Taha, H.A. (2012). *Investigación de Operaciones* 9ª.Ed. México: Pearson.

Un modelo de ecuaciones en diferencias aplicado a la provincia del Chubut

Ball Facundo; Ibañez, Julio
Facultad de Ciencias Económicas. Universidad Nacional de la Patagonia.
Grupo de Estudios en Competitividad Sistémica y Economía Aplicada de la Patagonia (GECSEA-Patagonia).
Observatorio de Empresas de la Patagonia
facundoball@yahoo.com.ar - lic_ibanezjulio@yahoo.com.ar

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras clave: Región, Exportaciones, Ecuación en Diferencias, Progreso Técnico.

Resumen

En este trabajo, utilizamos una ecuación en diferencias lineal de primer orden, en un Modelo Económico Regional presentado en el año 1975 por Dixon y Thirlwall, que formulan matemáticamente las conceptualizaciones teóricas enunciadas por Kaldor entre 1957 y 1966, sobre Crecimiento Económico Regional.

En esencia, el pensamiento de Kaldor sostiene que una ventaja de crecimiento económico obtenida por una región, tenderá a sostenerse en virtud de rendimientos crecientes que el propio crecimiento induce, debido a que el progreso técnico endógeno, ligado a la acumulación del capital y a la productividad del trabajo, aumenta las probabilidades de un país (o región) de sostener la brecha y aumentarla, vía rendimientos crecientes.

Estas ideas buscaremos aplicarlas empíricamente a un caso particular, tratando a la provincia del Chubut como una pequeña economía abierta, con las exportaciones como variable líder del crecimiento regional.

Presentaremos en la Ponencia los Supuestos de los cuales partimos, el Modelo, la Solución Particular del mismo, y las Conclusiones a las que hemos arribado con datos de la provincia del Chubut de los últimos 30 años, retomando una senda de investigación que los autores desarrollaron junto a la profesora de Matemática para Economía Lic. Silvia García en la FCE-UNPSJB entre 2005 y 2010.

1 - Introducción

Las nuevas dinámicas espaciales que se generan por la reconfiguración de los sistemas productivos y los paradigmas tecnológicos, profundizan las desigualdades interregionales.

Para la economía de la provincia del Chubut, fuertemente ligada a la dinámica de los mercados externos, su especialización productiva, sus relaciones comerciales y el proceso de transformaciones en su inserción internacional, hacen relevante el estudio de la demanda externa y su interacción con las condiciones de oferta, así como las restricciones sobre el crecimiento de largo plazo que puede enfrentar la economía regional.

Si bien en los mercados las que compiten son las empresas, es un *hecho estilizado* en América Latina que los entornos territoriales en el que se constituyen las empresas son los que fortalecen o debilitan la capacidad competitiva global de las firmas.

El perfil económico que caracteriza a la provincia del Chubut, es el resultado de múltiples fuerzas económicas y sociales relacionadas con su situación geográfica, sus recursos naturales, la idiosincrasia de sus habitantes y las políticas de promoción llevadas a cabo por el Estado.

Durante el periodo bajo análisis en este trabajo, la provincia del Chubut fue la 4° provincia exportadora de la Argentina y llegó a representar el 5% del total de las exportaciones nacionales.

En términos generales, la economía de la provincia del Chubut se caracteriza por tener una matriz productiva compuesta de extracción de petróleo crudo, pesca, producción de aluminio y ganadería ovina, todas ellas con un alto porcentaje con destino a la exportación.

Lo que desarrollaremos en las páginas siguientes, es un marco teórico económico dentro del cuál nos vamos a mover utilizando un modelo matemático de Ecuaciones en Diferencias basado en el Modelo de Dixon-Thirlwal y aplicado a la economía de la Provincia del Chubut. Con todas las consideraciones y supuestos que expresaremos, se construirá un modelo de economía regional al cuál le daremos un tratamiento específico en cuanto a la ecuación en diferencias final que usaremos para realizar aplicaciones a la región en estudio.

En la práctica, con datos del período 1993-2022 correspondientes a la provincia del Chubut obtendremos, aplicando la ecuación mencionada, datos numéricos sobre el nivel del producto de la provincia, que nos permitirá llegar a demostrar la importancia de modelos matemáticos para comprender la realidad económica provincial.

2 - El Modelo: teoría y aplicaciones

En su extenso aporte a la teoría económica, Nicolás Kaldor (1908-1986) fundamentó los mecanismos por medio de los cuales la producción a largo plazo se integra con el progreso técnico. En sus trabajos, destacó el papel de las exportaciones como impulsoras del desarrollo y estableció ciertas regularidades empíricas dentro de procesos históricos en los que se enmarca el crecimiento económico.

Siguiendo a Kaldor, consideramos a las exportaciones como el elemento autónomo que otorga verdadero potencial de desarrollo a una región en economía abierta en la medida que:

- ° Son el único elemento realmente autónomo de la demanda ya que los pedidos provienen de afuera del sistema.
- ° Habiendo capacidad ociosa, las exportaciones permiten un rápido crecimiento del producto.
- ° La competencia hace que la empresa exportadora esté permanentemente innovando tanto en tecnología como en administración de recursos. Por lo tanto, las exportaciones inducen a la innovación y mejoran la eficiencia y la transferencia de conocimiento.
- ° Las exportaciones generadas en el sector industrial con retornos crecientes a escala se caracterizan por mayores ganancias de productividad.
- ° Las exportaciones son generadoras genuinas de divisas.

Si bien Kaldor desarrolló teóricamente estos argumentos entre mediados de la década de 1950/1960, no fue hasta 1975 que Dixon y Thirlwal formalizaron matemáticamente el modelo.

2.1 - Producción y Exportaciones

A los efectos del modelo, nos interesa conocer las variables determinantes que afectan a la economía de la provincia del Chubut, y establecer cómo impacta en el crecimiento del ingreso de la región los cambios en las variables.

Se parte de la identidad: $DA_t = C_t + I_t + G_t + X_t - M_t$

Igualando el nivel de renta o producción (Y_t) con la demanda agregada (DA_t) podemos obtener aquel nivel de producción que garantice el equilibrio. Haciendo cuentas llegamos a:

$$Y_t = \frac{C_0 + I_0 - bi + G_0 + uZ_t - M_0}{(1 - c.(1 - h) - d + m)} \quad (i)$$

con $C_0 + I_0 - bi + G_0 + uZ_t - M_0$ como componente autónomo donde se reagrupan todas las variables exógenas y $\psi = (1 - c.(1 - h) - d + m)$ que es conocido como el Supermultiplicador de Hicks. La

$$Y_t = \frac{C_0 + I_0 - bi + G_0 - M_0}{\psi} + \frac{X_t}{\psi} \quad (i')$$

ecuación (i) puede ser reescrita como:

En términos de tasas de crecimiento, consideremos el diferencial de la expresión (i') donde:

$$dY_t = \frac{1}{\psi} dX_t + \frac{1}{\psi} d(C_0 + I_0 - bi + G_0 - M_0)$$

Si el único gasto autónomo proviene de las exportaciones (o cuanto menos la mayor parte del mismo), el crecimiento del ingreso está dado fundamentalmente por:

$$dY_t = \frac{1}{\psi} dX_t, \text{ o sea estimamos que } d(C_0 + I_0 - bi + G_0 - M_0) = 0$$

$$\frac{dY_t}{dt} = \frac{1}{\psi} \cdot \frac{dX_t}{dt}$$

Con lo que la ecuación de crecimiento quedará como:

Si dividimos ambos miembros por Y_t , y al segundo miembro, además, lo multiplicamos y lo dividimos por

X_t , y llamando a $\frac{Y'_t}{Y_t} = y_t$: tasa de crecimiento del producto, y $\frac{X'_t}{X_t} = x_t$: tasa de crecimiento de

las exportaciones, queda: $y_t = \frac{1}{\psi} \cdot \left(\frac{X_t}{Y_t}\right) \cdot x_t$. El factor $\frac{1}{\psi} \cdot \left(\frac{X_t}{Y_t}\right)$, al que por simplicidad lo

llamaremos γ , es la elasticidad del producto con respecto a las exportaciones, llegando a la ecuación de crecimiento descrita en el sistema:

$$(1) \quad \boxed{y_t = \gamma \cdot x_t}$$

La ecuación en (1), expresa la idea de que las exportaciones son el motor del crecimiento.

Como primera ecuación, una vinculación directa entre la producción y las exportaciones:

$$y_t = \gamma \cdot x_t \quad (1) \quad \text{con:}$$

y_t = tasa de crecimiento del producto en el tiempo t .

γ = elasticidad de la tasa de crecimiento del producto con respecto a la tasa de crecimiento de las exportaciones.

x_t = tasa de crecimiento de las exportaciones en el tiempo t .

2.2 - Demanda de Exportaciones

La ecuación de demanda de exportaciones, suponiendo que los exportadores ajustan sus ventas en virtud de los precios e ingresos del período anterior, es:

$$X_t = B \cdot \left(\frac{P_{d,t-1}}{P_{f,t-1} \cdot E_{t-1}} \right)^\eta \cdot Z_{t-1}^\varepsilon \quad (\text{iii})$$

Depende de los precios $P_{d,t}$ de las exportaciones en moneda local, relativos a los precios $P_{f,t}$ de los bienes producidos en el resto del mundo, valuados también en moneda local; el ingreso internacional Z_t . Y sus respectivas elasticidades: η es la elasticidad precio de la demanda de exportaciones ($\eta < 0$), y ε es la elasticidad ingreso de la demanda de exportaciones ($\varepsilon > 0$)

En esta ecuación el precio externo ($P_{f,t}$), el ingreso externo (Z_t), la elasticidad ingreso de la demanda de exportaciones (ε), la elasticidad precio de la demanda de exportaciones (η) y el tipo de cambio

nominal (E_t) son variables exógenas, quedando como único determinante endógeno de la demanda de exportaciones los precios internos (P_{dt}).

A partir de la ecuación (III) se obtiene una ecuación expresada en términos de tasas de crecimiento

aplicando logaritmos $\ln X_t = \ln B + \eta \cdot (\ln P_{d,t-1} - \ln P_{f,t-1} - \ln E_{t-1}) + \varepsilon \cdot \ln Z_{t-1}$ y derivando con respecto al

tiempo:

$$\frac{1}{X_t} \cdot \frac{dX_t}{dt} = \eta \left(\frac{1}{P_{d,t-1}} \cdot \frac{dP_{d,t-1}}{dt} - \frac{1}{P_{f,t-1}} \cdot \frac{dP_{f,t-1}}{dt} - \frac{1}{E_{t-1}} \cdot \frac{dE_{t-1}}{dt} \right) + \varepsilon \cdot \frac{1}{Z_{t-1}} \cdot \frac{dZ_{t-1}}{dt}$$

quedando la ecuación (iii) en términos de tasas de la siguiente manera:

$$(2) \quad x_t = \eta \cdot (p_{d,t-1} - p_{f,t-1} - e_{t-1}) + \varepsilon \cdot z_{t-1}$$

2.3 - Precios de productos exportables

Las empresas actúan en estructuras de mercado de competencia imperfecta, por lo tanto, la posición competitiva por precios de la región en el comercio mundial será afectada por sus costos de producción.

En este sentido, los precios domésticos (P_{dt}), estarán influidos por un único costo relevante, los salarios nominales (W_t), considerados en términos relativos a la productividad del factor trabajo en el sector exportador (R_t). De esta manera, las firmas fijan sus precios en puerta de planta aplicando un sobreprecio

o mark-up (T_t) sobre los costos variables unitarios, denominándose a la razón $\left(\frac{W_t}{R_t} \right)$, de acuerdo con

$$P_{dt} = V \cdot \left(\frac{W_t}{R_t} \right) \cdot T_t$$

Kaldor, como *salarios de eficiencia*. Así, como función de precios internos tomaremos:

, siendo V una constante arbitraria.

Obtenemos finalmente: $P_{dt} = w_t + \tau_t - r_t$ (3) con:

P_{dt} = tasa de crecimiento de los precios internos en el tiempo t .

w_t = tasa de crecimiento de los salarios nominales en el tiempo t .

τ_t = tasa de crecimiento de proporción constante del costo unitario del trabajo en t .

r_t = tasa de crecimiento de la productividad laboral en el tiempo t .

2.4 - Producción y progreso técnico

Por último, se incluye en el modelo una función de producción que implica una relación circular entre la productividad del trabajo y la tasa de crecimiento del producto; describiendo la tecnología de producción en una región en particular como una función de producción tipo Cobb-Douglas con rendimientos crecientes de escala, donde el producto depende de los factores capital (K_t) y trabajo (L_t) y del progreso

técnico $A_t = A_0 \cdot e^{r_a \cdot t}$, con A_0 como la condición inicial. La ecuación correspondiente es:

$$Y_t = K_t^\alpha \cdot (A_0 \cdot e^{r_a \cdot t} \cdot L_t)^\beta$$

En esta función se suponen rendimientos crecientes de escala, por lo que el grado de homogeneidad $\alpha + \beta$ será mayor que 1.

La función de producción última permite ser linealizada obteniendo:

$$y_t = \beta \cdot r_a + \alpha \cdot k_t + \beta \cdot l_t \quad (*)$$

Por otro lado, la productividad del empleo es la razón $\left(\frac{L_t}{Y_t}\right)$, que en términos de tasa de crecimiento (r_t) será la diferencia entre la tasa de crecimiento del producto y la tasa de crecimiento del empleo:

$$r_t = y_t - l_t, \text{ de donde: } l_t = y_t - r_t$$

Ahora, si derivamos con respecto al tiempo e introducimos dicha tasa de crecimiento del empleo en relación a la tasa de crecimiento en (*), queda:

$$y_t = \beta \cdot r_a + \alpha \cdot k_t + \beta \cdot y_t - \beta \cdot r_t$$

$$r_t = r_a + \frac{\alpha}{\beta} \cdot k_t + \frac{\beta - 1}{\beta} \cdot y_t$$

y despejando tendremos:

Sin embargo, si en esta última expresión restringimos el modelo suponiendo que la razón capital -

producto $\left(\frac{K_t}{Y_t}\right)$ es constante (lo que implica decir que el crecimiento en el stock de capital es igual al

crecimiento del producto $y_t = k_t$ o $\frac{Y'_t}{Y_t} = \frac{K'_t}{K_t}$), podemos interpretar que y incluye a k , con lo que este último puede ser omitido como un término explícito.

Con estos supuestos, se llega a la denominada ley de Kaldor-Verdoorn:

$$r_t = r_a + \frac{\alpha + \beta - 1}{\beta} \cdot y_t \quad \text{o} \quad \boxed{r_t = r_a + \lambda \cdot y_t} \quad \text{donde} \quad \lambda = \frac{\alpha + \beta - 1}{\beta} \quad \text{es el coeficiente}$$

de Kaldor-Verdoorn o coeficiente inducido; y $\alpha + \beta$ son las elasticidades del capital y del trabajo respectivamente. Como se está suponiendo que $\alpha + \beta > 1$, entonces: $0 < \lambda < 1$.

Lo que indica la ley de Kaldor-Verdoorn, es que mientras más acelerado es el ritmo de crecimiento del producto, mayor es la tasa de crecimiento de la productividad media del empleo en la economía; siendo, a su vez, más elevada la velocidad de expansión del producto.

La tasa de crecimiento de la productividad es entonces igual a la suma de las tasas de crecimiento de las productividades exógena r_a , e inducida λ .

El parámetro r_a mide los esfuerzos autónomos que influyen directa e indirectamente sobre el crecimiento de la productividad del sector formal, como son la formación de capital humano y las actividades de capacitación. "...la productividad autónoma depende del *ritmo autónomo de progreso técnico desincorporado*, el *ritmo autónomo de acumulación de capital* y el *grado en que el progreso técnico está incorporado en la acumulación de capital...*" McCombie y Thirlwall (1994, p. 464)

El coeficiente λ capta la capacidad estructural de aprendizaje y de difusión del conocimiento, los encadenamientos y las complementariedades de la industria, explicando así que el crecimiento del producto pueda aumentar la productividad.

Y una cuarta ecuación que representa una función de producción con progreso técnico:

$$r_t = r_a + \lambda \cdot y_t \quad (4) \text{ donde:}$$

r_t = tasa de crecimiento de la productividad laboral en el tiempo t .

r_a = tasa autónoma de crecimiento de la productividad laboral.

λ = coeficiente de Verdoorn ($0 < \lambda < 1$)

Como parte del contenido sustancial de este trabajo veremos cómo llegamos al sistema de ecuaciones anterior desde el punto de vista de la teoría económica aplicada; y de los desarrollos matemáticos realizados, incluyendo la solución del modelo.

Partiremos de un modelo económico para una región que realiza intercambios comerciales con el exterior. Como espacio económico abierto, la región es sensible a las influencias externas, ya sea por un efecto de demanda extranjera de los productos locales, o decisiones de política económica de supra gobiernos (la nación o el resto del mundo para el caso de una provincia).

Lo que nos importa es conocer las variables más relevantes que afectan al producto bruto geográfico de la provincia del Chubut, y saber cómo varía el crecimiento de la riqueza de esta región ante cambios en alguna/s variable/s más relevante/s del contexto económico.

De acuerdo al marco teórico presentado, vamos a utilizar una adaptación del Modelo de Dixon y Thirlwall, que se basa en el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left\{ \begin{array}{l} y_t = \gamma \cdot x_t \quad (1) \\ x_t = \eta \cdot (p_{d_{t-1}} - p_{f_{t-1}} - e_{t-1}) + \varepsilon \cdot z_{t-1} \quad (2) \\ p_{d_t} = w_t + \tau_t - r_t \quad (3) \\ r_t = r_a + \lambda \cdot y_t \quad (4) \end{array} \right.$$

En este sistema de ecuaciones, todas las variables están expresadas en tasas de crecimiento, donde tenemos:

Para resolver el sistema propuesto, reemplazamos (1) en (2):

$$y_t = \gamma \cdot [\eta \cdot (p_{d_{t-1}} - p_{f_{t-1}} - e_{t-1}) + \varepsilon \cdot z_{t-1}]$$

Ahora, poniendo en vez de P_{dt} lo que está en el miembro derecho de (3), nos queda:

$$y_t = \gamma [\eta \cdot (w_{t-1} + \tau_{t-1} - r_{t-1} - p_{f_{t-1}} - e_{t-1}) + \varepsilon \cdot z_{t-1}]$$

Por último, usamos (4) para reemplazar a r_{t-1} :

$$y_t = \gamma [\eta \cdot (w_{t-1} + \tau_{t-1} - r_a - \lambda \cdot y_{t-1} - p_{f_{t-1}} - e_{t-1}) + \varepsilon \cdot z_{t-1}]$$

Quedando la siguiente ecuación en diferencias de primer orden:

$$\boxed{y_t + \gamma \cdot \eta \cdot \lambda \cdot y_{t-1} = \gamma [\eta \cdot (w_{t-1} + \tau_{t-1} - r_a - p_{f_{t-1}} - e_{t-1}) + \varepsilon \cdot z_{t-1}]} \quad 6)$$

que será la ecuación con la que trabajaremos en la parte empírica cuya solución general será:

$$y_t = K.(-\gamma.\eta.\lambda)^t + \frac{\gamma \left[\eta \cdot \left(w_{t-1} - r_a + \tau_{t-1} - p_{f_{t-1}} - e_t \right) + \varepsilon.z_t \right]}{1 + \gamma.\eta.\lambda} \quad (7)$$

El modelo de Dixon-Thirlwall será usado para analizar el comportamiento de las exportaciones de la provincia del Chubut y su impacto en el crecimiento del producto bruto geográfico provincial, entendiendo a Chubut como una región, y al resto del mundo como otra región diferente.

Los resultados obtenidos, corroboran la presencia del mecanismo kaldoriano de crecimiento del producto vía exportaciones en la provincia del Chubut.

<i>Parámetros del Modelo</i>		<i>Valor</i>
Elasticidad de la tasa de crecimiento del producto con respecto a la tasa de crecimiento de las exportaciones	γ	0.21
Elasticidad precio de la demanda de exportaciones	η	-0.36
<i>cont. de: Parámetros del Modelo</i>		<i>Valor</i>
Elasticidad precio cruzada de la demanda de exportaciones	δ	-0.75
Elasticidad ingreso de la demanda de exportaciones	ε	0.89
Tasa autónoma de crecimiento de la productividad laboral	r_a	-6.07
Coefficiente de Verdoorn	λ	0.71

La condición de *estabilidad de la solución* del modelo será, $|\gamma.\eta.\lambda| < 1$, en la medida en que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (-\gamma.\eta.\lambda)^t = 0, \text{ como } \eta < 0 ; \gamma, \lambda > 0 \Rightarrow -\gamma.\eta.\lambda > 0$$

Valores distintos a $0 < |\gamma.\eta.\lambda| < 1$, implicarán incrementos explosivos, lo que no es razonable en el mundo real, por lo tanto, en general se cumple que la trayectoria temporal y_t es convergente y tiende al equilibrio.

Para el caso de la provincia del Chubut, esto implica un valor de $0 < |-0.0004| < 1$, con lo que se verifica que el modelo es estable con datos de la provincia del Chubut para el período 1993 - 2021.

Aquí, hay que desatacar por un lado que la composición de las exportaciones chubutenses está más volcada a *comodities* con bajo grado de tecnificación, y por el otro que el γ industrial para Chubut será, sin dudas, mayor que el γ para el total de la economía provincial de 0.22102.

En el caso de la elasticidad precio de la demanda de exportaciones¹¹, el resultado de esta estimación fue calculado con un valor de -0.34. En la estimación, la elasticidad de los precios tiene un signo negativo. Este resultado es el esperado de acuerdo al modelo teórico y su valor es coherente con el patrón comercial que muestra la provincia del Chubut, en la medida que indica la existencia de una especialización basada en la producción bajo economías de escala que dan lugar a un típico patrón de comercio intraindustrial, al ser menor a la unidad en valor absoluto.

Se puede advertir que la elasticidad ingreso en Chubut es menor a la unidad, con lo que se está reflejando que los bienes y servicios exportados por Chubut son bienes necesarios (y no de lujo) para la economía mundial, pero que tienen un bajo grado de especialización, indicando, a su vez, que la región de Chubut se beneficia menos que otras de los crecimientos del ingreso mundial.

También ha sido confirmada por la evidencia empírica para la provincia del Chubut la ley de Kaldor-Verdoorn, con un coeficiente $\lambda = 0.784$. Estos resultados indican la existencia de rendimientos crecientes de escala en la economía provincial, y son congruentes con la literatura internacional.

3 - Conclusiones

Los resultados de este trabajo ilustran sobre la relevancia empírica del enfoque desarrollado por Kaldor y Thirlwall/Dixon para entender la experiencia de crecimiento de Chubut y demuestran la importancia de la demanda y de la especialización productiva en su desempeño económico a largo plazo. Para mejorar la tasa de crecimiento del producto estimada por el modelo ($\gamma=1,19\%$), se debe fortalecer en la región un clima de negocios que favorezca el desarrollo de nuevos proyectos dirigidos a la exportación, toda vez que su relación con el producto es del 0,22%, y al uso de la tecnología, en la medida que el coeficiente de Verdoorn arrojó un valor cercano al 0,8%, lo que da cuenta de rendimientos crecientes, que permitirían, en el futuro, la generación de un mayor agregado de valor en la producción generada en nuestro territorio.

Referencias

Armstrong, Harvey y Taylor, Jim (2000): *Regional Economics and Policy*, Blackwell Publishers, Londres.
Dixon R. J. y Thirlwall, A.P.(1975): *A Model of Regional Growth-Rate Differences on Kaldorian Lines*.
Oxford Economic Papers, vol. 27, p. 201-14.

García, Silvia (1997): *Estática Comparada. Aplicación a Modelos de Insumo-Producto* ANUARIO, FCE de la UNPSJB.

Fingleton, Bernard (2000): "Spatial econometrics, economic geography, dynamics and equilibrium: A 'third way'?" Department of Land Economy, Univ. of Cambridge, March.

Mccombie, J.S.L. y Thirlwall, A.P. (1994): *Economic Growth and the Balance of Payments Constraint*, St. Martin's Press, Basingstoke.

Algoritmo de encriptación asimétrico RSA

Gherzi, Liliana
Facultad: Ciencias Económicas - Universidad: Buenos Aires
lbghersi@gmail.com

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Algoritmo, Factorización, Llave, Pública, Privada

Resumen

Encriptar tiene como objetivo asegurar la confidencialidad en la transmisión de información. Si se consulta el diccionario de la Real Academia Española, en la vigésima segunda edición sobre el vocablo criptografía se obtiene la siguiente respuesta: " (Del gr. κρυπτός, oculto, y -grafía), 1. f. Arte de escribir con clave secreta o de un modo enigmático.", con lo cual se puede arribar a la conclusión (en forma muy amplia) que la criptografía se utiliza para escribir en forma artesanal o bien en una modalidad enigmática, un mensaje que podrá ser descifrado sólo por quien o quienes conozcan la clave que por supuesto, es secreta.

Dentro de los métodos de encriptación se encuentra el algoritmo asimétrico RSA nombre que se forma con las iniciales de los apellidos de sus creadores: Ronald Rivest, Adi Shamir y Leonard Adleman, tres investigadores del prestigioso Massachusetts Institute of Technology. El mismo requiere dos Claves, una llave Privada que debe ser única, personal y solamente conocida por su dueño, y la otra Clave, llamada llave Pública que podrá ser distribuida sin ninguna objeción entre la totalidad de los interlocutores. El algoritmo, está basado en el problema de la factorización de enteros y su operatividad está sustentada en el Teorema de Fermat-Euler; su seguridad se basa en la imposibilidad, hasta el momento, de factorizar por medio de primos a un número considerado grande. Como disparador del algoritmo se deben generar aleatoriamente dos números primos lo suficientemente grandes y a partir de ellos generar las claves públicas y privadas.

1 - Introducción

El algoritmo RSA es usado esencialmente en:

- Generación de llaves RSA
- Cifrado del mensaje m
- Descifrado del mensaje cifrado c
- Algoritmo RSA de llave pública

El proceso de Generación de llaves RSA, se puede describir en diez pasos, como a continuación se detalla:

En primer lugar, se deben generar dos primos p , q , a través de algún test de primalidad. Actualmente estos primos son del orden de 110030010300, y se prevé que su tamaño siempre crezca con el aumento de la capacidad de cálculo de los ordenadores. Esta es una de las partes más sensibles de este sistema criptográfico, ya que requiere no solamente primalidad de ambos números, sino que resulten primos los números que surgen de la mitad del número siguiente de cada uno de aquéllos, como asimismo que surgen de la mitad del número anterior de cada uno de los citados números (estándar X.509).

Formalmente:

$$\text{Sea } p \text{ y } q \rightarrow \frac{p+1}{2}; \frac{p-1}{2}; \frac{q+1}{2}; \frac{q-1}{2}; \text{ primos (estándar X.509) (1)}$$

Entre los primos correspondientes a los números menores iguales que 100 tan sólo dos cumplen con la situación planteada por el estándar X.509.

Tabla 1 - Primos que Cumplen Estándar X.509 entre los Cien Primeros Naturales

p	p+1	p-1	(p+1)/2	(p-1)/2	Cantidad de Primos	Porcentaje
3	4	2	2	1	25	0,08
5	6	4	3	2		

A los efectos de agilizar la elección de estos números, y con el fin de eliminar entre un 80% y 90% de los números posibles es necesario someter a los números aleatorios que son impares a la prueba de la división con primos "pequeños", de manera de poner bajo otras pruebas más lentas, un menor número de candidatos a primos.

Como siguiente paso, se debe obtener n a partir de los dos primos generados de acuerdo al estándar citado y asimismo generar el indicador de Euler que informa sobre la cantidad de enteros positivos menores a n y que resultan ser coprimos con él..

$$n = p \cdot q; \text{ y } \varphi(n) = (p - 1) \cdot (q - 1) \quad (2)$$

Y n , se hará público

A posteriori se elige al azar un entero e que debe ser coprimo con el indicador de Euler;

$$1 < e < \varphi(n); (e; \varphi(n)) = 1 \quad (3)$$

Este número también se hace público.

Téngase en cuenta, que el criptosistema RSA se basa en la operación de exponenciación en aritmética modular; y que para la generación de sus claves, necesita del cálculo de inversos en aritmética modular.

El siguiente paso, tiene como objetivo, calcular d ; número que será mantenido en secreto. Para ello se debe resolver la ecuación modular que tiene solución y esa única:

$$e \cdot d \text{ módulo } (\varphi(n)) = 1 \quad (4)$$

Lo que equivale a resolver:

$$e \cdot \text{módulo } \varphi(n) = k * (p - 1) * (q - 1) + 1 = k * \varphi(n) + 1 \quad (5)$$

Remitiéndose al teorema de Euler, se puede afirmar que para todo número N es posible encontrar la solución a la ecuación modular:

$$N^{k\varphi(n)} \text{módulo } n = 1 \quad \forall N, \text{ primo con } n \quad (6)$$

Se arriba de esta forma a definir la LLAVE PÚBLICA: $(n; e)$ y la LLAVE PRIVADA: $(p; q; d)$, quedando en claro, entonces, que toda la seguridad del RSA descansa en los parámetros p, q, e y d .

Se está ahora, en condiciones de cifrar del mensaje m ; para lo cual el usuario A, convierte el mensaje m en un número natural x , siendo x menor a n y perteneciente a los naturales

Conviene comentar, que para encriptar un mensaje, por lo general se particiona el mismo en bloques de longitud fija menor a la longitud de n . Si no se divide en bloques, A cifra a x calculando y con la llave pública

$$y \equiv x^e \text{ (módulo } (n)) \quad (7)$$

El usuario A envía el mensaje cifrado y al destinatario B, quien debe descifrar el mensaje x

Para recobrar el mensaje x , el usuario B se vale de la llave privada d , de manera tal que:

$$x \equiv y^d \text{ (módulo } (n)) \equiv (x^e)^d \text{ (módulo } (n)) \equiv x(y^e)^{-e} \text{ (módulo } (n)) \equiv x \quad (8)$$

O bien:

$$x \equiv y^d \text{ (módulo } (n)) \equiv (x^e)^d \text{ (módulo } (n)) \equiv x^{k\varphi(n)+1} \text{ (módulo } (n)) \equiv (x^{\varphi(n)})^k x \equiv x \quad (9)$$

La probabilidad de que no se cumpla que la condición de coprimidad entre x y n , es ínfima, dado que n , ha quedado definido como producto de dos primos de gran tamaño. Llegar a tomar un valor de x de manera tal que el máximo común divisor entre ellos sea distinto de uno, sería tanto como haber logrado al azar encontrar un factor propio de n ; es por ello que se descarta esta suposición como una limitación al criptosistema.

Generalmente el exponente en el proceso de encriptación es el primo menor de todos los primos impares y que resulta ser el 3, puesto que minimiza el tiempo del proceso citado; por lo tanto, en la clave pública este valor se puede considerar una constante.

Para concluir, y antes de pasar a los ejemplos, conviene consignar que los algoritmos de cifrado de clave pública tienen muchas ventajas, una de ellas, es la posibilidad de generar **firma digital**

Ejemplos del Algoritmo de encriptado:

Tabla 2 - Ejemplo 1 de RSA

n	p	q	$\varphi(n)$
33	3	11	20
e	7		
$\text{mcd}(20;7)=$	1		
d	$7^{-1} \text{ modulo } 20$	3	
Comprobación Inverso		1	
Clave Pública		(33;7)	
Clave Privada		(3;11;3)	
Mensaje codificado (x<n)		9	
Mensaje encriptado (y)		4782969	15
Mensaje desencriptado (x)		3375	9
B recibe		15	
B desencripta y obtiene		9	

2 - Observaciones fundamentales:

En primer lugar, el número 33 es compuesto; por el teorema fundamental de la aritmética “todo número natural mayor a uno se puede descomponer de forma única como producto de factores primos” sólo admite una única factorización que es por medio de los primos 3 y 11; conviene recordar que el número uno no es primo, se descarta entonces la posibilidad siguiente:

Tabla 3 - Factorización única

n	p	q	$\varphi(n)$
33	33	1	0

Por otro lado, obsérvese que el indicador de Euler en este caso toma el valor cero.

En este caso, resulta trivial encontrar la factorización, puesto que 33 es pequeño. Otro tema que se debe tener presente que si $e=3$, entonces cabe recordar que $p \equiv 2 \text{ módulo } (3)$ y $q \equiv 2 \text{ módulo } (3)$, lo que lleva a la conclusión que sólo 11 cumple con dicha condición.

En segundo lugar, los posibles valores a elegir para la clave pública, son aquellos que resultan ser coprimos con 20; en la tabla siguiente se presentan y resultan ser 7:

Tabla 4 - Coprimos con 20

$\varphi(n)$	20																	
$n < 20$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
mcd	2	1	4	5	2	1	4	1	10	1	4	1	2	5	4	1	2	1

Debido a que n es pequeño, también $\varphi(n)$ resultará pequeño y por lo tanto la cantidad posibles de claves también será pequeña. Y, téngase presente que todos ellos tienen inversa módulo 20, como a continuación se muestra:

Tabla 5- Pares de Coprimos Con 20 Con Sus Inversos Modulares Respectivos

Coprimos con 20		Producto	Cociente(Producto; 20)	Resto Cociente	
p	$p^{-1}(\text{mod. } 20)$			Racional	Entero
3	7	21	1,05	0,05	1
9	9	81	4,05	0,05	1
11	11	121	6,05	0,05	1
13	17	221	11,05	0,05	1
19	19	361	18,05	0,05	1

Es interesante apreciar que hay valores posibles que su inversa modular coincide con dicho valor, tal es el caso de 9, 11 y 19. Es por ello que se presentan otras alternativas para el ejemplo planteado, y que para $e = 11$ resulta ser una particularidad dentro de las inversas.

Tabla 6- Ejemplo 2 de RSA (Modificación Ejemplo 1)

n	p	q	$\varphi(n)$
33	3	11	20
e	11		
$\text{mcd}(20; 11) =$	1		
d	$11^{-1} \text{ modulo } 20$	11	
Comprobación Inverso			1
Clave Pública		(33; 11)	
Clave Privada		(3; 11; 11)	
Mensaje codificado ($x < n$)		9	
Mensaje encriptado (y)		31381059609	9
Mensaje desencriptado (x)		31381059609	9
B recibe		9	
B desencripta y obtiene		9	

Tabla 7 - Ejemplo 3 de RSA (Otra Modificación Ejemplo 1)

n	p	q	$\varphi(n)$
33	3	11	20
Clave Pública	9		
$\text{mcd}(20; 11)=$	1		
Clave Privada	$9^{-1} \text{ modulo } 20$	9	
Comprobación Inverso		1	
Clave Pública		(33; 9)	
Clave Privada		(3; 11; 9)	
Mensaje codificado ($x < n$)		9	
Mensaje encriptado (y)		387420489	27
Mensaje desencriptado (x)		7,6256E+12	9
B recibe		27	
B desencripta y obtiene		9	

3 - Conclusiones y trabajos futuros

Finalizando; el sistema RSA ha sido uno de los más estudiados, se considera que es uno de los más seguros, y se han logrado zanjar diversas controversias, por lo que en la actualidad resulta ser uno de los sistemas criptográficos de llave pública más usados en actividades tales, como la industrial, la comercial, la gubernamental, militar y, en general, en toda actividad que requiera que su información tenga un alto grado de seguridad criptográfica. Conviene puntualizarse, que hasta hoy, se han desarrollado diversos sistemas de llave pública con el fin de substituir, generalizar o simplemente competir con RSA, pero no han tenido el resultado esperado. Y, aunque se cree que la computación cuántica podría proveer de una solución al problema de factorización, existen investigadores que dudan que dichos avances vayan a volver obsoletos estos algoritmos.

El tema, claramente, no está cerrado por lo tanto invita a seguir investigando sobre el particular, ya que la seguridad de la información está presente continuamente, porque la toma de decisiones es tarea del obrar y la misma se basa en datos relacionados que son fuente de información.

Referencias

Becker, M. E. & Pietrocola, N. & Sánchez, C. (2001), *Aritmética*, Red Olímpica, Argentina.

Cover, T. & Thomas, J. (2006) *Elements of Information Theory* Second Edition JOHN WILEY & SONS, INC., PUBLICATION Canadá

García, E. & López, M. A. & Ortega, J. (2004), *La Criptografía Clásica*, SIGMA N° 24 • zk. 24 SIGMA Bilbao.

García, E. & López, M. A. & Ortega, J. (2005); *Una Introducción a la Criptografía*, Universidad de Castilla-La Mancha.

Gherzi, L. (2019); *La Fortaleza de la Firma Digital Asociada Indisolublemente a la Incertidumbre, la Aleatoriedad y la Criptografía*. Fac. Ciencias Económicas UBA

Stinson, D. (2002): *Cryptography Theory And Practice*, 2nd ed. CRC Press Inc., New York

Modelo de maximización de la utilidad con restricción presupuestaria: una introducción práctica a Python en las Ciencias Económicas

Fernández María José– García Fronti Verónica – Parma Andrea
Universidad de Buenos Aires. Facultad de Ciencias Económicas. CONICET. Instituto Interdisciplinario de Economía Política de Buenos Aires (IIEP - BAIRE) - Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ciencias Económicas, IADCOM, Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos aplicados a la Economía y la Gestión (CMA) - Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ciencias Económicas
mariajfernandez@economicas.uba.ar – vgarciafronti@economicas.uba.ar –
andreaparma38@gmail.com

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Python, Optimización restringida, Maximización de la utilidad

Resumen

El objetivo de este trabajo es complementar los aspectos más relevantes del modelo de maximización de la utilidad sujeto a la restricción presupuestaria, desarrollado en la asignatura Análisis Matemático II de la Facultad de Ciencias Económicas, con la incorporación del lenguaje de programación Python, a los fines de que el alumno o la alumna se familiarice con esta herramienta.

El lenguaje de programación Python se adapta bien a la matemática y sus aplicaciones en las Ciencias Económicas. Asimismo, es muy utilizado en el ámbito universitario debido a su facilidad de aprendizaje y a su sintaxis clara y legible. Es por ello, que con esta propuesta se busca transmitir a las y los estudiantes algunas herramientas básicas de programación en dicho lenguaje con el fin de emplearlas en diversas asignaturas más específicas de su trayectoria académica.

En la primera parte de este artículo, se planteará el problema de maximización de la utilidad sujeta a una restricción presupuestaria que se resolverá con el método de los multiplicadores de Lagrange. Posteriormente, se guiará a los alumnos y las alumnas para que realicen, en el lenguaje de programación de Python, las etapas necesarias para replicar los pasos matemáticos previamente vistos. Por último, con el objetivo de visualizar los resultados, se graficará el problema y se analizarán gráficamente dos variaciones de la situación planteada, una modificación en el ingreso disponible y otra en el precio de uno de los bienes.

1 - Introducción

En los últimos años, un número considerable de profesores y profesoras de economía ha empezado a incorporar en sus cursos aplicaciones informáticas gratuitas y de fácil acceso. Entre estas herramientas, R ha destacado por su versatilidad y se ha popularizado en la enseñanza de estadística. Siguiendo esta tendencia, Python, un lenguaje de programación de propósito general también gratuito, está ganando terreno entre los economistas. Esto se debe a su capacidad para proporcionar numerosas funciones esenciales en la instrucción de diversos modelos matemáticos (Kuroki, 2021).

La integración de Python como herramienta computacional en los cursos de Análisis Matemático II brinda una oportunidad de aprendizaje complementaria que resulta valiosa no solo desde una perspectiva académica, sino también en términos profesionales.

Este tipo de herramientas de código abierto y gratuitas promueven la formación de comunidades abiertas y colaborativas, lo que permite el avance en el dominio de las mismas a través de blogs y foros. La adquisición de habilidades en estos lenguajes resulta fundamental para una inserción más efectiva en el mercado laboral.

Resulta fundamental que los y las docentes despierten el interés a los alumnos en la utilización de esta herramienta, a partir de la conexión con los conceptos teóricos abordados en la materia. Además, la resolución de problemas mediante herramientas informáticas posibilita una mayor cantidad de pruebas, la manipulación de parámetros y una exploración más detallada de los modelos. Asimismo, se buscarán ejercicios que establezcan vínculos entre los conceptos del primer y segundo parcial, lo que permitirá relacionar aspectos no solo ligados a las nociones matemáticas, sino también a la profundización de la comprensión de los conceptos económicos.

La estructura de la clase que se prepara para los y las estudiantes es la siguiente: primero una resolución analítica de un problema de maximización de la utilidad sujeta a una restricción presupuestaria, y luego la resolución en el lenguaje de Python correspondiente para resolver el problema resuelto previamente. Para favorecer la comprensión del tema se realizará un análisis gráfico, en Python, de la situación planteada y de variaciones en los parámetros: ingreso disponible y precio del bien.

2 - Maximización de la utilidad sujeta a una restricción presupuestaria

Los conceptos asociados a la unidad de optimización y en particular el método de los multiplicadores de Lagrange para optimización restringida presenta una amplia aplicación en el ámbito de las Ciencias Económicas. En particular, en el área de la Microeconomía, cuando se analizan decisiones tomadas por los consumidores o los productores, esta técnica está presente desde el comienzo del estudio.

En este trabajo, utilizaremos un modelo de maximización de utilidad sujeta a una restricción presupuestaria como motivador para la introducción del lenguaje de programación Python.

En este problema, existen dos funciones. La función utilidad (función objetivo) que representa la *felicidad* del individuo al consumir cierta canasta de bienes. Esta función tiene un carácter ordinal, es decir, el valor que toma la función no es relevante, sino que solo ordena preferencias de canastas. A mayor utilidad, la canasta es más deseada.

La segunda función que integra el problema es la que representa el conjunto de canastas asequibles de acuerdo con cierta disponibilidad monetaria. La misma es llamada habitualmente restricción presupuestaria y será la condición en nuestro modelo.

Si se considera un problema de maximización de la utilidad en donde el consumidor sólo puede elegir entre dos bienes, la función de utilidad se expresa como $U(x, y)$, donde x e y son las cantidades consumidas de dos bienes. Los precios de ambos bienes los determina el mercado y son

p_x y p_y . El poder de compra del consumidor es una cantidad dada I . El problema puede expresarse de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar } U(x, y) \\ & \text{sujeto a: } p_x x + p_y y = I \end{aligned}$$

La función de Lagrange del problema es:

$$L(x, y, \lambda) = U(x, y) + \lambda(I - p_x x - p_y y) \quad (1)$$

Como condición de primer orden se tiene el siguiente sistema de ecuaciones simultáneas:

$$\begin{cases} L'_\lambda = I - p_x x - p_y y = 0 \\ L'_x = U'_x - \lambda p_x = 0 \\ L'_y = U'_y - \lambda p_y = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Al resolver el sistema de ecuaciones se encuentra el/los puntos críticos.

La condición de segundo orden es analizar el signo del determinante del Hessiano orlado evaluado en el punto crítico:

$$|\bar{H}| = \begin{vmatrix} 0 & p_x & p_y \\ p_x & U''_{xx} & U''_{xy} \\ p_y & U''_{xy} & U''_{yy} \end{vmatrix} = 2p_x p_y U''_{xy} - p_y^2 U''_{xx} - p_x^2 U''_{yy} \quad (3)$$

Si el signo del determinante de la matriz hessiana evaluada en el punto crítico es positivo, el problema dado posee un máximo relativo condicionado.

A continuación, se planteará un ejemplo de maximización de la utilidad y se hallará, analíticamente, el máximo condicionado mediante el método descrito previamente y luego se enseñará como resolverlo utilizando la biblioteca *Sympy* del lenguaje de programación Python.

2.1 - Ejemplo

Si se considera la función de $U(x, y) = x^{0.5}y^{0.5}$ utilidad: y se dispone de un ingreso de \$800 y los precios de los bienes son \$16 y \$20 respectivamente.

El modelo matemático del problema planteado es:

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar } U(x, y) = x^{0.5}y^{0.5} \\ & \text{sujeto a: } 16x + 20y = 800 \end{aligned}$$

Este problema se resolverá mediante el método de los multiplicadores de Lagrange donde la función de Lagrange es:

$$L(x, y, \lambda) = x^{0.5}y^{0.5} + \lambda(800 - 16x - 20y) \quad (4)$$

La condición de primer orden es:

$$\begin{cases} L'_\lambda = 800 - 16x - 20y = 0 \\ L'_x = 0,5x^{-0.5}y^{0.5} - 16\lambda = 0 \\ L'_y = 0,5x^{0.5}y^{-0.5} - 20\lambda = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Al resolver el sistema, el punto crítico del problema dado es: $(x^*, y^*, \lambda^*) = (25, 20, 0.02795)$

La condición de segundo orden establece que se debe determinar el signo del determinante de la matriz hessiana orlada evaluada en el punto crítico.

El determinante de la matriz hessiana orlada es:

$$|\bar{H}| = \begin{vmatrix} 0 & 16 & 20 \\ 16 & \frac{-0.25y^{0.5}}{x^{1.5}} & \frac{0.25}{x^{0.5}y^{0.5}} \\ 20 & \frac{0.25}{x^{0.5}y^{0.5}} & \frac{-0.25x^{0.5}}{y^{1.5}} \end{vmatrix} = \frac{100x^{0.5}y^{2.5} + 160x^{1.5}y^{1.5} + 64x^{2.5}y^{0.5}}{x^2y^2} \quad (6)$$

Al evaluar el determinante en el punto crítico: $|\bar{H}(25, 20, 0.02795)| = 14,31$. Como el signo del determinante calculado es positivo el punto crítico hallado maximiza el problema planteado. A continuación, se procederá a resolver el mismo ejercicio mediante su programación en el lenguaje de Python.

2.1.1 - Resolución del problema utilizando el lenguaje de programación Python

Una vez que el o la estudiante conoce los conceptos matemáticos para resolver el problema de maximización de la utilidad sujeto a la restricción presupuestaria, se procederá a programar en Python empleando el entorno de *Google Colab*.

El objetivo es que el o la estudiante compruebe la sencillez y versatilidad del lenguaje de programación a partir de problemas en los cuales ya está familiarizado. Poder seguir el “paso a paso” generará nuevos desafíos respecto a distintas posibilidades de programación para lograr el mismo objetivo. Este ensayo y error de las primeras aproximaciones a Python colaborará con el incentivo a probar distintas alternativas.

Luego de ingresar al entorno Python de *Google Colab*, se debe instalar e importar las librerías necesarias, en este caso se utilizará solamente la librería *Sympy* que es una librería de cálculo simbólico. Luego de instalar la librería *Sympy* el primer paso consiste en declarar las variables simbólicas que se

utilizarán, en este caso las variables: x, y, lam . Para ello, se empleará la función *Symbols* de la librería *Sympy*:

```
x,y=symbols('x,y', nonnegative=True)
lam=Symbol('lambda', real=True)
```

Cabe mencionar, que, dentro de la definición de las variables y de acuerdo con el problema de índole económico, se ha especificado que tanto x como y , deben ser no negativas y el multiplicador de Lagrange puede ser cualquier valor real. Luego, se define la función de utilidad:

```
#Función de utilidad
U=x**0.5*y**0.5
```

Se ingresan los parámetros del modelo, que en este caso son los precios de los bienes y el ingreso:

```
#Función presupuestaria
p_x =16 #precio del bien x
p_y =20 #precio del bien y
I = 800 #Ingreso disponible
g=p_x*x+p_y*y
```

Luego se ingresa la función de Lagrange del problema dado:

```
L=U+lam*(I-g)
```

Cuya visualización es:

La función de Lagrange correspondiente al problema dado es:

$$\lambda(-16x - 20y + 800) + x^{0.5}y^{0.5}$$

Condición necesaria

Como se ha visto previamente, para encontrar los puntos críticos se debe plantear la condición necesaria, por lo que resulta básico obtener las derivadas parciales primeras de la función de Lagrange. Para el cálculo de las derivadas se utiliza la función *diff()* de *Sympy*:

```
dLx= diff(L,x) #Cálculo de la derivada primera con respecto a x
dLy= diff(L,y) #Cálculo de la derivada primera con respecto a y
dLlam=diff(L,lam) #Cálculo de la derivada primera con respecto a lambda
```

La condición de primer orden requiere resolver un sistema de tres ecuaciones. Para resolverlo con *SymPy* se utiliza el módulo *solve* cuya sintaxis básica es: *solve(f,símbolos)*, donde el primer argumento es la expresión del lado izquierdo de la ecuación igualada a cero, el segundo argumento es las variables con respecto a las que queremos resolver el sistema.

```
solve((dLx, dLy,dLlam), (x, y,lam), dict=True)
```

Asignamos la solución hallada a la variable denominada solución:

```
solucion= solve((dLx,dLy,dLlam), (x, y,lam))
```

Para visualizar cuales son los puntos críticos encontrados:

```
print("El/Los puntos críticos encontrados son:")
solucion
```

Lo que permite visualizar en pantalla:

```
El/Los puntos críticos encontrados son:
[(25.000000000000, 20.000000000000, 0.0279508497187474)]
```

Condición suficiente

Para determinar si el punto crítico encontrado es un extremo condicionado o no es necesario determinar el signo del determinante de la matriz hessiana orlada. Entonces, en primer lugar, generamos la matriz hessiana orlada con la función *Matrix()* de la biblioteca *Sympy*:

```
Hessiano=Matrix([[0,diff(g, x),diff(g,y)],[diff(g,x),diff(dLx,x),diff(dLx,y)],[diff(g,y),diff(L,y,x),diff(L,y,y)]],dtype=float)
print("La matriz hessiana orlada es:")
Hessiano
```

Cuya visualización en consola es:

```
La matriz hessiana orlada es:
[ 0      16      20
 16  -0.25y0.5  0.25
 20  x1.5      x0.5y0.5
      0.25      -0.25x0.5
      x0.5y0.5  y1.5]
```

Para calcular el determinante se utiliza el función `det()` de la siguiente forma:

```
det(Hessiano)
```

Se lo evalúa en el punto crítico encontrado previamente:

```
det(Hessiano).subs([(x,25),(y,20),(lam,0.02795)])
```

El valor del determinante es: 14.31. Como se ha visto previamente al ser positivo el punto crítico hallado es un máximo condicionado. A continuación se visualizará gráficamente la solución hallada utilizando la función `plot()` de la biblioteca Sympy.

2.1.2 - Análisis gráfico

Para realizar el análisis gráfico de este problema de maximización de la utilidad se debe graficar la curva de indiferencia correspondiente a la canasta óptima $x=25$ e $y=20$. Como la función

$$U(x, y) = x^{0.5}y^{0.5}$$

$$U_{MÁX} = 22.36$$

de utilidad es:, la utilidad máxima es:

Para ingresar la restricción presupuestaria y la curva de indiferencia en Python:

```
restriccion=(I-p_x*x)/p_y #Restricción presupuestaria
Umax=U.subs([(x,25),(y,20)]) #Valor máximo de la utilidad
indiferencia=((Umax/(sqrt(x)))*2) #Curva de indiferencia U(25,20)
```

Luego, para graficarlo en el plano de coordenadas xy:

```
p=plot(restriccion,(x,0,100),ylim=(0,60),xlim=(0,60),xlabel="x",ylabel="y",legend=True,label="Restricción presupuestaria 16x+20y=800",show=False)
p.extend(plot(indiferencia,(x,0,100),ylim=(0,60),xlim=(0,60),xlabel="x",ylabel="y",legend=True,label="Curva de indiferencia Umax",show=False))
p.show()
```

Lo que se visualizará en consola se visualiza en el Gráfico 1 que se muestra a continuación.

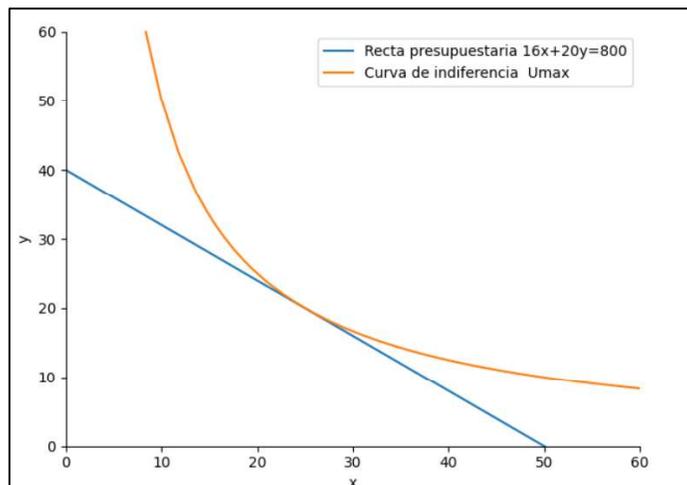


Gráfico 1: Curvas de nivel para visualizar el punto máximo

En el Gráfico 1 se visualiza que la canasta óptima del problema dado es aquella donde la curva de indiferencia (curva naranja) es tangente a la recta presupuestaria (curva celeste). De esta forma se

$$TMS(y/x) = \frac{p_x}{p_y}$$

verifica en el punto óptimo que: que es la expresión de la senda de expansión.

A continuación, analizaremos como obtener la senda de expansión y la graficaremos para interpretarla mejor.

2.1.3 - Senda de expansión

Dado el problema visto de maximización de la utilidad sujeta a la restricción presupuestaria:

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar } U(x, y) \\ & \text{sujeto a: } p_x x + p_y y = I \end{aligned}$$

La senda de expansión de la utilidad es una curva que une los infinitos puntos óptimos donde se maximiza la utilidad para un determinado presupuesto. Es decir, los infinitos puntos de tangencia entre las curvas de indiferencia y las rectas presupuestarias correspondientes a distintos ingresos, la expresión de la senda de expansión es:

$$TMS(y/x) = \frac{p_x}{p_y}$$

Que en el ejemplo desarrollado resulta:

$$\frac{y}{x} = \frac{16}{20} \rightarrow y = 0.8x$$

Si se analiza la condición de primer orden (5), es posible utilizar las dos últimas ecuaciones para obtener la senda de expansión:

$$0,5x^{-0.5}y^{0.5} - 16\lambda = 0 \rightarrow \frac{x^{-0.5}y^{0.5}}{32} = \lambda \quad (7)$$

$$0,5x^{0.5}y^{-0.5} - 20\lambda = 0 \rightarrow \frac{x^{0.5}y^{-0.5}}{40} = \lambda \quad (8)$$

$$\frac{x^{-0.5}y^{0.5}}{32} = \frac{x^{0.5}y^{-0.5}}{40} \quad (9)$$

$$\frac{y}{x} = \frac{16}{20} \rightarrow y = 0.8x \quad (10)$$

Si graficamos la senda de expansión junto con la curva de indiferencia y la recta presupuestaria el gráfico correspondiente se visualiza en el Gráfico 2.

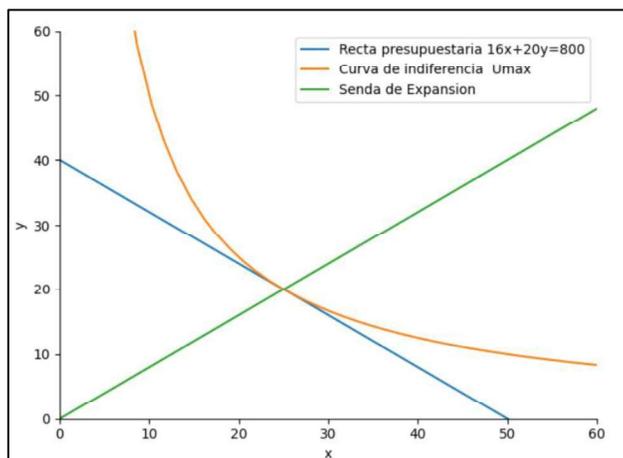


Gráfico 2: Trayectoria de expansión

En el Gráfico 2 se observa que la senda de expansión es una recta que incluye al punto óptimo del problema planteado.

A continuación, se analizarán dos variantes sobre el mismo problema de optimización de la utilidad sujeta a la restricción presupuestaria. El primer caso se variará el ingreso disponible y en el segundo caso se modificará el precio de uno de los bienes.

2.2 - Variante I: Modificación del ingreso disponible

Si se considera la misma función de utilidad: $U(x, y) = x^{0.5}y^{0.5}$, y los mismos precios de los bienes (\$16 y \$20 respectivamente) pero el ingreso es de \$400 (en vez de \$800).

El modelo matemático del problema planteado es:

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar } U(x, y) = x^{0.5}y^{0.5} \\ & \text{sujeto a: } 16x + 20y = 400 \end{aligned}$$

Donde la función de Lagrange es:

$$L(x, y, \lambda) = x^{0.5}y^{0.5} + \lambda(400 - 16x - 20y)$$

Si se resuelve nuevamente el problema:

```
#VARIACIÓN I Ingreso disponible =400 (se conservan los precios de los
bienes)
I1 = 400 #Ingreso disponible
g=p_x*x+p_y*y
L=U+lam*(I1-g) #Función de Lagrange del Problema dado
# Cálculo de las derivadas primeras:
dLx=diff(L, x)
dLy=diff(L, y)
dLlam=diff(L, lam)
# Condición de primer orden
solucion=solve((dLx, dLy, dLlam), (x, y, lam))
```

El punto crítico hallado es: $(x, y) = (12.50, 10)$

Se puede comprobar, al igual que se hizo previamente, que el punto crítico verifica la condición de suficiencia por lo tanto la canasta óptima es: **$x=12,50$ e $y=10$** . La senda de expansión sigue siendo la misma: $y=0.8x$

Si se grafica la Variante I junto con las curvas correspondientes al problema que se analizó previamente se puede visualizar ambos óptimos (Gráfico 3)

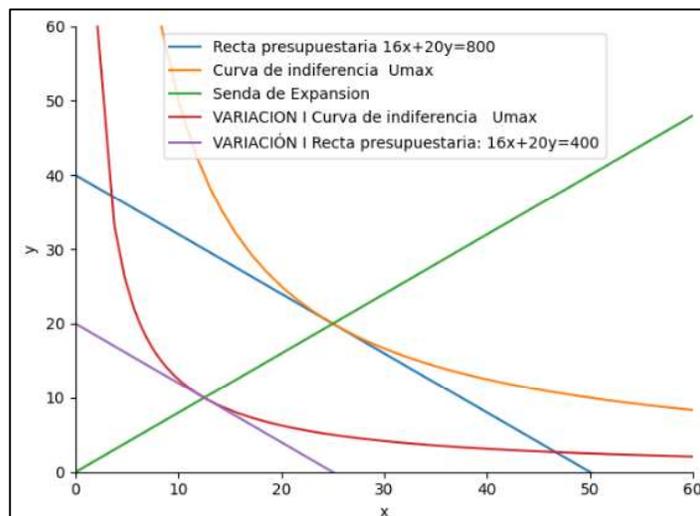


Gráfico 3: Comparación entre problema original y cambio en el ingreso

En el Gráfico 3 se observan dos canastas óptimas. La canasta, $x=25$ $y=20$ que maximiza la utilidad cuando el ingreso es de \$800 y la canasta $x=12.5$ $y=10$ cuando el ingreso es de \$400. Ambos puntos, tal como se definió, pertenecen a la senda de expansión ya que la misma indica puntos en donde se maximiza la utilidad con diferentes ingresos sin modificar los precios de los bienes. En el siguiente ejemplo se analizará que sucede cuando se modifica uno de los precios de los bienes.

2.3 - Variante II: Modificación del precio el bien $x: p_x$

Si se considera la misma función de utilidad: $U(x, y) = x^{0.5}y^{0.5}$, el mismo ingreso $I=800$ y el mismo precio del bien y ($p_y = 20$) pero el precio del bien X es ahora \$12. El modelo matemático del problema planteado es:

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar } U(x, y) = x^{0.5}y^{0.5} \\ & \text{sujeto a: } 18x + 20y = 400 \end{aligned}$$

Donde la función de Lagrange es:

$$L(x, y, \lambda) = x^{0.5}y^{0.5} + \lambda(800 - 12x - 20y)$$

Si se resuelve el problema con la Variante II:

```

U=x**0.5*y**0.5
I = 800 #Ingreso disponible
p_x2=12
p_y=20
g2=p_x2*x+p_y*y
L2=U+lam*(I-g2) #Función de Lagrange del Problema dado
# Cálculo de las derivadas primeras:
dL2x=diff(L2,x)
dL2y=diff(L2,y)
dL2lam=diff(L2,lam)
# Condición de primer orden
solucion=solve((dL2x, dL2y,dL2lam), (x, y,lam))

```

El punto crítico es: $(x,y)=(33.33,20)$

El punto crítico verifica la condición de suficiencia por lo tanto la canasta óptima es: $x=33.33$ e $y=20$.

Como varía el precio del bien x, la senda de expansión se modifica de la siguiente forma:

$$TMS(y/x) = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow \frac{y}{x} = \frac{18}{20} \rightarrow y = 0.6x$$

Si se grafica la Variante II junto con las curvas del problema original se obtiene el siguiente gráfico (Gráfico 4)

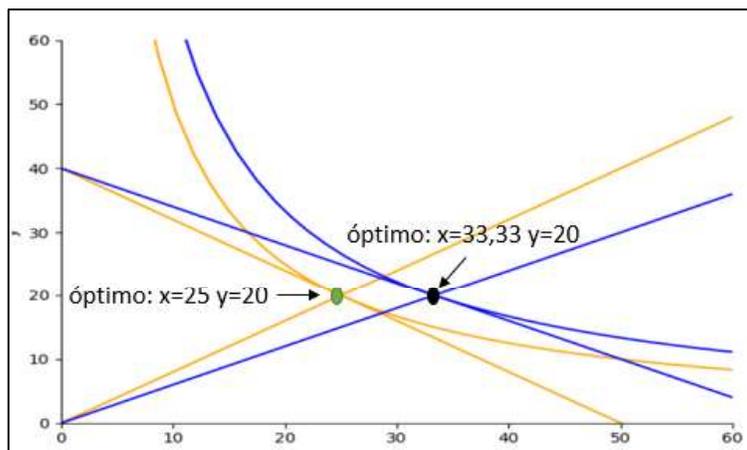


Gráfico 4: Comparación entre problema original y cambio en el precio de uno de los bienes

En esta oportunidad las curvas correspondientes al problema original son de color naranja y la del problema con la variante II están en azul. Se observa que las curvas de indiferencia en ambos problemas son curvas de nivel correspondientes a dos valores distintos de la función de utilidad. Las sendas de expansión, tal como lo habíamos calculado son distintas, en el caso del problema original, la senda de expansión es la recta $y=0.8x$ (la recta naranja en el gráfico) y para el problema con la variante II la recta $y=0.6x$ (recta azul).

3 - Comentarios Finales

En este trabajo se incorporó el lenguaje de programación Python para fortalecer la enseñanza del modelo matemático de maximización de la utilidad sujeto a una restricción presupuestaria. A través de esta integración los y las estudiantes de Ciencias Económicas pueden comprender con mayor profundidad los conceptos matemáticos y económicos involucrados en el modelo y, les permite explorar, analítica y gráficamente, diversos escenarios.

La estructura planteada para la clase crea un puente entre la teoría y la práctica, ya que la librería utilizada, Sympy, trabaja con lenguaje simbólico de forma que él o la estudiante desarrolle los mismos conceptos que se analizaron en la clase teórica.

Por otro lado, se logra que se enriquezca además de la formación académica de los y las estudiantes, la formación profesional al proporcionarles herramientas para el aprendizaje de la programación en Python.

Referencias

Bell, A. (2016). Python for Economists. Disponible en https://scholar.harvard.edu/files/ambell/files/python_for_economists.pdf. Consultado: 05/07/2023

Calvo, M., Escribano, M., Fernandez, G., García, M., Ibar, R., Ordás, M. (2003). *Problemas resueltos de Matemáticas aplicadas a la Economía y a la Empresa*. Madrid, AC, Thomson

Chiang, A. y Wainwright, K. (2006). *Métodos fundamentales de economía matemática* (4a. ed.). Editorial: McGraw-Hill, México.

Di Caro, H.; Gallego, L. (2000) *Análisis Matemático II con aplicaciones a las Ciencias Económicas*. Editorial Macchi. Buenos Aires.

Kuroki, M. (2021) Using Python and Google Colab to teach undergraduate microeconomic theory. *International Review of Economics Education*. Volumen 38. ISSN 1477-3880. <https://doi.org/10.1016/j.iree.2021.100225>

Aplicación de las ondas Elliott a los mercados financieros

Facello, Carlos Sebastián – Padró, Silvia Inés – González, Francisco Gabriel
Facultad de Ciencias Económicas – Universidad Nacional de Entre Ríos
sebastian.facello@uner.edu.ar – silvia.padro@uner.edu.ar – francisco.gonzalez@uner.edu.ar

Especialidad: Matemática Aplicada

Palabras Clave: Análisis técnico, Fibonacci, Ondas Elliott

Resumen

Ralph Nelson Elliott fue un economista estadounidense, nació el 28 de julio de 1871 en Marysville, Kansas. Fue contador desde 1886. Luego de ejercer como funcionario de Estados Unidos en Centroamérica desde 1924 hasta 1929 comenzó a estudiar las fluctuaciones de los precios en el índice de las acciones de Nueva York.

En mayo de 1934 comenzó a resumir las observaciones del comportamiento del mercado de acciones en un conjunto de principios que aplicó a todos los grados de onda de los movimientos del precio de las acciones. Gracias a sus estudios descubrió el principio de organización que hay detrás del movimiento de los mercados.

La Teoría de Elliott sigue los principios básicos de la teoría de Dow y de la Teoría de Fibonacci. Para Elliott, los mercados se mueven en la forma de ondas, que, en síntesis, son las siguientes:

- La "Onda de Impulso" (se mueve en la dirección de la tendencia principal) que se compone de cinco ondas numeradas de la 1 a la 5.

- La "Onda Correctiva" (en contra de la tendencia principal) se compone de tres ondas (designadas como a, b y c).

Esta herramienta por sí sola no garantiza el éxito de la inversión a realizar ya que en inversiones ningún método es infalible, pero, incorporando análisis fundamental y completando con otros análisis gráficos puede ser de gran ayuda a la hora de intentar predecir el precio al que un título pueda alcanzar a futuro.

1 - La sucesión de Fibonacci

Leonardo Pisano Bigollo, fue un matemático italiano, que introdujo por primera vez la secuencia de Fibonacci en Occidente en el siglo XIII. Estas cadenas de números contienen propiedades y relaciones matemáticas únicas que se pueden encontrar, hasta el día de hoy, en la naturaleza, la arquitectura y la biología.

La amplia presencia de estas proporciones en el Universo también se extiende a los mercados financieros. Es solo una de las razones por las que muchos traders utilizan una estrategia de trading con Fibonacci para identificar puntos de inflexión en el mercado.

Uno más de los extraños acertijos matemáticos que planteó Fibonacci se expresa de la siguiente manera: ¿Cuántos conejos podría tener en un año, si en una granja solo hay una pareja de conejos?

Las premisas a tener en cuenta para contestar este interrogante son las siguientes:

- Los conejos alcanzan la madurez reproductiva luego del primer mes de vida;
- Una vez alcanzada esta instancia se reproducen siempre;
- El período de gestación es de un mes;

- La gestación implica el nacimiento de una pareja de sexos opuestos;
- Ningún conejo muere.

A partir de esto observó lo resultados de la siguiente tabla.

Tabla 1. Reproducción de conejos. Proyecciones y retrocesos.

MES	GENERACIÓN												TOTAL	RETROCESOS			PROYECCIONES		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		61,80%	38,20%	23,60%	161,80%	261,80%	
0	1													1					
1	1													1					
2	1	1												2	0,500			2,000	
3	1	1	1											3	0,667	0,333		1,500	3,000
4	1	1	1	2										5	0,600	0,400	0,200	1,667	2,500
5	1	1	1	2	3									8	0,625	0,375	0,250	1,600	2,667
6	1	1	1	2	3	5								13	0,615	0,385	0,231	1,625	2,600
7	1	1	1	2	3	5	8							21	0,619	0,381	0,238	1,615	2,625
8	1	1	1	2	3	5	8	13						34	0,618	0,382	0,235	1,619	2,615
9	1	1	1	2	3	5	8	13	21					55	0,618	0,382	0,236	1,618	2,619
10	1	1	1	2	3	5	8	13	21	34				89	0,618	0,382	0,236	1,618	2,618
11	1	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55			144	0,618	0,382	0,236	1,618	2,618
12	1	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89		233	0,618	0,382	0,236	1,618	2,618

La secuencia que da lugar a la cantidad de parejas que van apareciendo mes a mes es lo que se conoce como “**La sucesión de Fibonacci**”, y esta secuencia se puede calcular simplemente sumando el último resultado con su inmediato anterior, es decir: **0, 1, 0+1=1, 1+1=2, 1+2=3, 2+3=5, 3+5=8, 5+8=13, 8+13=21, 13+21=34, 21+34=55, 34+55=89, 55+89=144, 89+144=233**. Esta secuencia tiende a infinito pero con esto nos basta para lo que queremos analizar que son las relaciones entre los números que la componen a medida que vamos aumentando los valores de la serie.

Primera relación: tendencia de retroceso del 0,618

Si dividimos dos números de la sucesión consecutivos entre sí, poniendo en el numerador el primero o anterior podemos observar que, a medida que avanzamos en la sucesión este cociente tiende a **0,618**. (21/34, 34/55, 55/89, etc.)

Segunda relación: tendencia de retroceso del 0,382

Si dividimos dos números de la sucesión no consecutivos entre sí, poniendo en el numerador un número anterior dos períodos al del denominador, a medida que avanzamos el cociente tiende a **0,382**. (34/13, 55/21, 89/34, etc.)

Tercera relación: tendencia de retroceso del 0,236

Si dividimos dos números de la sucesión no consecutivos ya que ahora saltamos dos períodos intermedios, en el numerador consideramos un número tres períodos anterior al denominador, a medida que avanzamos el cociente tiende a **0,236**. (55/13, 89/21, 144/34, etc.)

Los coeficientes de Fibonacci se acercan a 0,618 sólo después de los cuatro primeros números. Los tres primeros ratios son 1/1 (100%), 1/2 (50%) y 2/3 (66,7%).

Cuarta relación: tendencia de proyección del 1,618

Si ahora dividimos dos números consecutivos, poniendo en el numerador el posterior de ellos, observamos que a medida que avanzamos en la sucesión este cociente tiende a **1,618**. (55/34, 89/55, 144/89, etc.)

Quinta relación: tendencia de proyección del 2,618

Si dividimos dos números de la sucesión no consecutivos entre sí, poniendo en el numerador un número posterior en dos períodos al del denominador, a medida que avanzamos el cociente tiende a **2,618**. (89/34, 144/55, 233/89, etc.)

¿Cómo aplicar Fibonacci en la bolsa?

En el análisis técnico, esto tiene que ver con los soportes (donde el precio deja de caer) y las resistencias (donde el precio no puede subir más).

Los retrocesos Fibonacci son niveles a los que posiblemente el precio de un determinado activo financiero retrocederá en un futuro. Estos retrocesos consisten en líneas horizontales basadas en los niveles Fibonacci, y sirven para identificar áreas de soporte o resistencia que el precio tocará antes de seguir su tendencia original.

2 - Elliott su teoría. Las ondas Elliott

La teoría de las ondas de Elliott es una teoría dentro del análisis técnico que estudia los patrones que forman los precios en el gráfico. Analiza los distintos movimientos u ondas en cualquier plazo de tiempo, tanto las ondas alcistas como las bajistas.

Esta teoría fue desarrollada por Ralph Nelson Elliott en los años 30, durante los años de la gran depresión americana. Elliott descubrió que la situación anímica de una gran cantidad de operadores de la bolsa afectaba al precio de los valores. Analizó una serie de patrones en base a los cuales encuadrar a los operadores, descubriendo que cada patrón era parte de otro patrón superior. Dado que los seres humanos se comportan de la misma manera ante las mismas situaciones estos patrones tienden a repetirse en el tiempo.

Elliott descubrió que los mercados bursátiles realmente cotizaban en ciclos repetitivos, en lugar de hacerlo de manera impredecible. Entonces, ¿por qué ocurren estos ciclos de trading repetitivos? Es por la psicología de masas de los mercados financieros. Los inversores que operan dentro de estos mercados comparten ampliamente las mismas esperanzas y ansiedades, lo que significa que a menudo reaccionan como un "rebaño" a los eventos de noticias económicas.

La teoría de Elliott se basa en que el ascenso y la caída de la psicología de masas siempre tiene los mismos patrones repetitivos. Las oscilaciones ascendentes y descendentes del precio se llaman "ondas".

A partir de este trabajo, los profesionales del mercado dieron el nombre de Ondas de Elliott. Esta metodología no se trata de cálculos, más bien, analiza las tendencias históricas de los mercados financieros, trabajando bajo la premisa de que la historia se repite.

La teoría de Elliott involucra lo que él llamó "ondas" y cada onda es parte de un fractal. Según él, los mercados siguen el siguiente patrón:

- Ciclo alcista: formado por cinco ondas (1, 2, 3, 4 y 5)
- Ciclo bajista: formado por tres ondas (a, b y c)

A su vez, existen distintos tipos de ondas de Elliott:

- Ondas de impulso: a favor de la tendencia
- Ondas correctivas: en contra de la tendencia

Principios de las Ondas de Elliott

Hay ciertos principios que surgen con la influencia del análisis de ondas de Elliott. Cada etapa está formada por ondas de impulso y ondas correctivas. Como hemos visto, las ondas de impulso son aquellas que van en la dirección de la tendencia y las ondas correctivas las que van en contra de la tendencia.

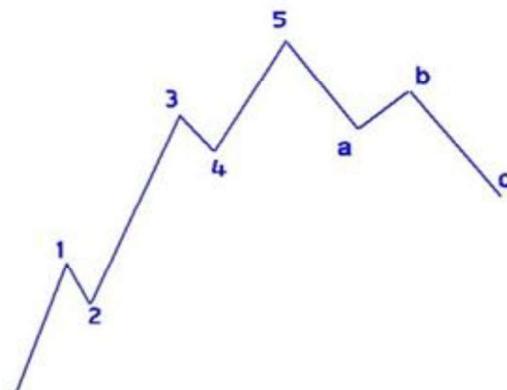


Figura 1. Ondas Elliott, fases y ciclos.

En la fase alcista hay tres ondas impulsivas (1, 3 y 5) y dos ondas correctivas (2 y 4)

- La onda 2 nunca retrocede más allá del comienzo de la primera
- La onda 3 nunca puede ser la más corta.
- La onda 4 no puede solaparse con la primera

A la finalización de la quinta onda, le sigue la fase bajista, con tres ondas más (a, b, c)

- La a y la c son ondas de impulso bajistas
- La b es una onda correctiva alcista

Análisis técnico y Análisis Fundamental.

Para comprender el comportamiento de las ondas de Elliott consideramos de utilidad aclarar dos conceptos importantes para el estudio de los movimientos de mercado: análisis técnico y fundamental.

El Análisis técnico es el estudio de los movimientos de mercado, basado principalmente en el estudio de gráficos. Existen tres grandes premisas para el análisis técnico.

- 1- *Los movimientos del mercado lo descuentan todo.* Cuando los fundamentos son positivos, estos animarán a los inversores a comprar, ejerciendo presión compradora y empujando los precios hacia arriba. En cambio, cuando los fundamentos son negativos, ocurrirá lo contrario. Ergo, podemos afirmar que todo cuanto afecta a un activo financiero está descontado en su precio, y por ello, lo único que nos hace falta estudiar es el comportamiento de su precio.
- 2- *Los precios se mueven por tendencias.* Cuando el precio está en tendencia (sea esta positiva o negativa) es más probable que continúe a que retroceda. Por tanto, el analista técnico buscará activos que estén en tendencia positiva y se sumará a ella hasta que demuestre claras señales de haber terminado.
- 3- *La historia se repite.* El pasado es un reflejo de la psicología humana, la cual no tiende a cambiar. Ergo, lo que ha ocurrido en el pasado tiende a repetirse en el futuro.

El análisis fundamental por el contrario se enfoca en predecir los movimientos bursátiles basándose en datos duros: datos del balance, cuentas de resultados publicadas y cualquier factor externo que afecte directa o indirectamente al emisor del activo financiero objeto de estudio. De esta forma establece el valor teórico de una empresa y una aproximación al valor de sus títulos en la bolsa. Cuando la cotización está por debajo del precio objetivo, los analistas fundamentales establecen la recomendación de comprar basándose en que pronto el mercado mostrará su eficiencia y hará coincidir la cotización con el precio objetivo. Por el contrario, cuando el precio objetivo está por debajo de la cotización, es recomendable vender, pues el potencial alcista de los mismos es nulo y la tendencia es bajista.

Cómo identificar las Ondas de Elliott

Onda 1

Cuando empieza la primera onda de un nuevo mercado alcista, las noticias fundamentales son tremendamente negativas. La tendencia previa está considerada como muy fuerte y los analistas fundamentales siguen revisando sus estimaciones a la baja.

El volumen puede aumentar un poco con la subida de precios, pero no lo bastante para alertar a los analistas técnicos. Es muy difícil de identificar.

Onda 2

Aquí podemos establecer una relación entre las ondas de Elliott y Fibonacci. La onda 2 corrige a la onda 1, pero nunca se extenderá más allá del punto de inicio de la onda 1.

Normalmente las noticias siguen siendo malas. Como los precios vuelven a acercarse al mínimo anterior, también vuelve el sentimiento negativo. Aun así, aparecen algunos signos positivos: el volumen debería ser inferior al registrado en el desarrollo de la onda 1 y el retroceso no debería ser mayor del 61,8 % de Fibonacci.

Onda 3

Normalmente la onda 3 de Elliott es la más larga y más poderosa de una tendencia. Las noticias comienzan a ser positivas y los fundamentales empiezan a realizar estimaciones de ingresos. Los precios suben rápidamente y las correcciones son muy débiles.

Generalmente a la altura del punto medio de la onda 3, el inversor se une a la nueva tendencia alcista, por lo que esta toma más fuerza.

Se confirma al superar el nivel máximo marcado en la onda 1 y tiene de proyección mínima el 161.8% de la onda 2. Suele ser la más fuerte de las 3 ondas impulsivas y por tanto la mayor. Nunca será la menor de éstas.

Onda 4

La onda 4 también es claramente correctiva. Los precios suelen serpentear durante un periodo largo hasta retroceder el 38,2 % de Fibonacci de la onda 3. El precio nunca podrá ser menor que el precio máximo de la onda 1. Normalmente la menor de las 5 ondas, y la más irregular de todas en cuanto a comportamiento.

El volumen es aproximadamente el mismo que la onda 3.

Onda 5

La onda 5 es el último tramo en la dirección de la tendencia dominante. Las noticias ahora son tremendamente positivas y todo el mundo es optimista. Este entusiasmo hará que muchos inversores novatos compren justo antes de llegar a la cima. Este último tramo impulsivo superando la onda 3, con proyección del 161.8% de la onda 4, y normalmente de longitud similar a la onda 1.

Esta onda se caracteriza por un incremento de volumen significativo, el cual no va acompañado por una subida significativa de precios. Correspondería a una fase de distribución en la que el volumen juega un papel fundamental. El volumen en la onda 5 es inferior a la onda 3 y muchos indicadores comienzan a mostrar divergencias.

Las correcciones son, habitualmente, más difíciles de identificar y delimitar que los movimientos impulsivos. Consiste en tres ondas, denominado corrección en zig-zag, denominadas a-b-c, en sentido inverso a las 5 anteriores.

Onda A

En la onda A de un mercado a la baja, las noticias fundamentales son todavía positivas en general. La mayor parte de los analistas ven la caída como una corrección en un mercado alcista todavía activo. Los indicadores técnicos acompañan a la onda en su movimiento. Retroceso desde la onda 5, por sobre la onda 4, normalmente hasta el máximo de la onda 3.

Se incrementa el volumen y la volatilidad.

Onda B

Según la teoría de las ondas de Elliott, los precios vuelven a girar hacia arriba por lo que muchos ven una reactivación del mercado alcista que aún no creen acabado.

Es una corrección de onda a, normalmente entre un 50% - 61,8%, no debe de pasar del 75%.

El volumen deberá ser inferior al de la onda A. Las noticias fundamentales, probablemente, aún no son negativas.

Onda C

El precio cae formando cinco ondas. El volumen se dispara y en la onda 3 todo el mundo comprende que estamos en un mercado a la baja.

La onda C es al menos tan grande como la A o más.

Casos Reales de nuestro mercado Bursátil.

Veamos dos ejemplos de cotizaciones que durante los últimos meses han seguido este comportamiento.



1 = \$ 331; 2 = \$ 264; 3 = \$394; 4 = \$ 340; 5 = \$480; a = \$ 429; b = \$ 456; c = ¿?





1 = \$ 185; 2 = \$ 128; 3 = \$434; 4 = \$ 372; 5 = \$457; a = \$ 388; b = \$ 436; c = ¿?

Analizando con esta herramienta dos de las acciones con mayor volumen operado en nuestro mercado de valores los últimos meses diríamos que no es momento adecuado para tomar posición ya que, a la espera de la llamada onda c, su precio tiene una tendencia bajista.

3 - Conclusiones y trabajos futuros

Si bien cada analista quiere que su inversión rinda considerablemente, en los mercados financieros no es tan fácil predecir el comportamiento futuro de una acción en el que influyen variados acontecimientos no solo económicos sino también políticos y en el que influyen también aspectos externos.

Es importante tener en cuenta que el análisis técnico de Ondas de Elliott debe implementarse como una medida de apoyo, ya que difícilmente puede proporcionar información valiosa sobre los puntos de entrada y salida. Aun así, es una gran herramienta de trading.

Las ondas Elliott son una herramienta más con las que un analista técnico puede contar además de completar con análisis fundamental antes de realizar una inversión ya que ningún método resulta infalible.

Referencias

Orendain López Vergara, L. T.; Calvillo Hernández, M.; Leyva Garía, M. "El número áureo – La fórmula divina de Fibonacci".

Rincón Córcoles, A. "Fibonacci y el número áureo". En: Autores científico-técnicos y académicos, pág. 73 a 81.

Autor desconocido. "Leonardo Pissano Fibonacci, El número áureo". Matemáticas en la vida cotidiana.
Soto Henríquez, D. (2014). Fibonacci: la secuencia mágica. En Traders', 4, 12-14.

AFI Guías 2017. Análisis Técnico. <http://www.afi.es>.

Estructura del precio y Fibonacci. [http://www. https://salaparatraders.com/](http://www.https://salaparatraders.com/)

Facello, C. S. (2022) – "Fibonacci y la proporción aurea aplicada a los mercados" XXXVI Jornadas Nacionales de Docentes de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y afines

"¿Qué son las ondas Elliott y cómo aplicarlas al trading?" (2023)

<https://admiralmarkets.com/es/education/articles/forex-indicators/explicacion-del-indicador-de-ondas-elliott-de-forex>

"Teoría de las ondas Elliott" (2020)

<https://economipedia.com/definiciones/teoria-de-ondas-elliott.html>

John Murphy - "Análisis técnico de los mercados financieros" (1986).

Pantanetti Mariano/ Morales Sergio – "Análisis Fundamental" (2019).

Cotizaciones históricas en la página web de Rava Bursatil.

<https://www.rava.com/>

CURSOS

Una propuesta con enfoque STEAM que relaciona el estudio de los indicadores sociales y el pensamiento estadístico

Tauber, Liliana Mabel
Facultad de Humanidades y Ciencias – Universidad Nacional del Litoral
estadisticamatematicafhuc@gmail.com

Especialidad: Educación Estadística

Palabras Clave: Pensamiento estadístico, Enfoque STEAM, Indicadores sociales, Educación estadística universitaria, Aprendizaje colaborativo

Resumen

El desarrollo del sentido estadístico debería darse de modo progresivo a través de toda la escolaridad, incluidos los niveles superiores. En Argentina, aunque las ideas estocásticas aparecen desde hace tiempo en el currículo, hay evidencias de que los estudiantes llegan al nivel superior con escasa o nula formación en lo que a razonamiento y pensamiento estadístico se refiere. Frente a esta situación y con el objetivo de reflexionar sobre propuestas didácticas que permitan integrar esas ideas estocásticas, se propone la discusión de un marco referencial que sirve de fundamento para la elaboración de rúbricas sobre las que es posible evaluar la complejidad didáctica de tareas que pueden enmarcarse en una propuesta didáctica centrada en el estudio de indicadores sociales. Así, se prevé reflexionar sobre elementos de marcos teóricos asociados con la alfabetización y el pensamiento estadístico, analizar un sistema de indicadores didácticos que integran la alfabetización, el razonamiento y el pensamiento estadístico y hacer una reflexión metacognitiva centrada en el diseño de actividades basadas en datos reales sobre contextos de actualidad de nuestro propio entorno. Se trabajará con una metodología mixta, en la que haya instancias de exposición y de discusión de los asistentes. La discusión se centrará en el análisis de contenido de tareas diseñadas bajo el enfoque STEAM, que permite relacionar los conceptos estadísticos con los de otras disciplinas, tales como la Economía y otras Ciencias Sociales.

1 - Planificación

Fundamentación

Si bien desde hace décadas se enfatiza en que la interpretación y lectura de resúmenes estadísticos es uno de los temas fundamentales para promover la cultura estadística del ciudadano, con la llegada de la pandemia de COVID-19, esta necesidad ha quedado expuesta como nunca, evidenciando a la vez, la escasa cultura estadística, tanto de dirigentes como de ciudadanos. Asimismo, la irrupción del *Big Data* (Escudero, 2019) y de la Inteligencia Artificial, ha provocado una exigencia particular a la hora de interpretar y de evaluar la información.

En consecuencia, se hace imperioso desarrollar propuestas didácticas centradas en la construcción y de-construcción de la información estadística, lo cual implica integrar elementos de la cultura estadística que permita realizar distintos tipos de lecturas e interpretaciones de resúmenes estadísticos e indicadores. Esas propuestas deberían estar enfocadas en propiciar el sentido y la cultura estadística de

los ciudadanos, de tal manera de poder generar distintos tipos de razonamientos que busquen interpretar y evaluar críticamente la información estadística sobre la que se toman decisiones que afectan a toda la ciudadanía (Gal, 2004, 2019; Barajas, Salinas, Álvarez, 2018; Schield, 1999; 2000; 2006).

Con este objetivo, en el curso se busca plantear la discusión de dos propuestas que propician la de-construcción de información estadística basada en aspectos tales como la desigualdad y los indicadores sociales. Para el diseño de las propuestas, se tuvieron en cuenta algunas recomendaciones descritas en GAISE - *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education* - (Franklin, Kader, Newborn, Moreno, Peck, Perry y Scheaffer, 2007). Así, dichas actividades permiten:

- Relacionar la alfabetización estadística con elementos del razonamiento y del pensamiento estadístico.
- Usar datos reales;
- Fomentar la comprensión conceptual más que el mero conocimiento de procedimientos;
- Fomentar el aprendizaje activo;
- Usar la tecnología para el desarrollo de la comprensión conceptual y el análisis de datos;

2 - Marco de Referencia

Desde la investigación en Educación estadística, se ha discutido sobre los significados de la alfabetización, el razonamiento y el pensamiento estadísticos. La interpretación que se da a estos constructos, ha cambiado con el paso del tiempo y esos cambios han quedado plasmados en distintos trabajos (Pinto, Tauber, Zapata-Cardona, Albert y Mafokozy, 2017; Ben-Zvi y Garfield, 2004, entre otros), muchos de los cuales parten de acepciones que, con algunas variantes, brindan un marco referencial que nos permite identificar y reflexionar sobre nuevos procesos pedagógicos, didácticos, cognitivos y críticos que los ponen en relación. Una de esas acepciones identifica como alfabetización estadística (AE): “la habilidad de comprender y evaluar críticamente los resultados estadísticos que encontramos en la vida cotidiana y la capacidad para apreciar las contribuciones que el pensamiento estadístico puede hacer a la vida pública, profesional y personal” (Wallman, 1993).

Esta idea de AE, implica diversos procesos de razonamiento y de pensamiento que, lleva implícitas nuevas dimensiones que vienen de la mano con la evolución tecnológica y los grandes volúmenes de datos a los que vivimos expuestos a diario (Ridgway, Nicholson y McCusker, 2011). Es en este sentido, es posible indicar que, en cualquier situación de enseñanza y de aprendizaje, en la que se pretenda propiciar la alfabetización, el razonamiento y el pensamiento estadístico, se hace necesaria la interacción entre distintas dimensiones que giran en torno al conocimiento estadístico y contextual (Gal, 2004). Es así que, considerando la relevancia y utilidad de la Estadística aplicada a las Ciencias Sociales, las consideraciones realizadas en Behar y Grima (2004, 2014), en relación con las dimensiones del pensamiento estadístico, pueden servir de referentes al contenido de este curso. De esta manera, el diseño de nuestra propuesta se centra en:

- Propiciar el desarrollo de actitudes que permitan evitar especulaciones subjetivas y sentir la necesidad de fundamentar las conclusiones en evidencia objetiva basada en datos confiables. (Dimensión asociada a la Evidencia)
- Generar actitudes de cuestionamiento y crear conciencia sobre el hecho que el análisis de datos está íntimamente ligado a las cuestiones metodológicas asociadas a la obtención de los mismos (muestreo, diseño de la investigación, definición del constructo que da sustento a cada variable o indicador, entre otros). Generar conciencia de que para llegar a los datos se ha debido pasar por un proceso de pensamiento estadístico. (Dimensión asociada a los datos y la metodología)
- Reconocer que, en cualquier proceso de toma de datos, la variabilidad es inherente al mismo y que esa variabilidad es una componente omnipresente en el proceso de modelación de la realidad, por lo que es imposible abstraerse de la misma. (Dimensión asociada al estudio de la variación)
- Considerar que, en todo proceso de análisis de datos, hay factores de confusión que pueden controlarse y también hay ciertas tendencias que permiten medir la representatividad de ciertos parámetros. (Dimensión asociada a la señal y al ruido. Gal, 2004, 2019)
- Ser capaz de identificar que una situación real puede provocar un problema o una pregunta que, para resolverlo, se debe realizar un abordaje que no implica una estructura determinada. Ello implica realizar preguntas que permitan identificar un verdadero problema estadístico. (Dimensión asociada a la actitud de cuestionamiento. Gal, 2004, 2019)
- Valorar la relevancia de la estadística cuando es necesario comparar, predecir, estimar, construir indicadores y decidir entre diferentes opciones, reconociendo sus alcances y limitaciones. (Dimensión asociada a la valoración del análisis)
- Poder comunicar los resultados, indicando su poder explicativo y las condiciones en las que es posible aplicarlos. (Dimensión asociada a la comunicación y transnumeración. Pfannkuch y Rubick, 2002)

Todas estas dimensiones se ponen en relación a través de una trama de conexiones entre el conocimiento estadístico y el conocimiento del contexto en el que se sitúa el problema o la actividad que se pretende abordar. Esa red permite construir significados a partir de la evidencia que proporcionan los datos, a través de un diálogo constante en una cadena de diversas representaciones estadísticas, que en palabras de Pfannkuch y Rubick (2002), se denomina *transnumeración*. Este proceso de transnumeración, por ejemplo, involucraría pensar sobre reclasificar los datos, o traducir los datos a tablas, gráficos o resúmenes numéricos y los resúmenes a un informe que permita sacar conclusiones o tomar una decisión.

Lo esperable sería que esta red de dimensiones y significados se vaya construyendo a través de los distintos estadios educativos. Pero, la realidad es que aún en los cursos básicos de Estadística a nivel superior, se debe pensar en propuestas que generen la interacción de estas dimensiones, desde un estadio básico centrado en la alfabetización estadística, para acompañar a los estudiantes en la construcción del sentido estadístico y a sentar las bases que propicien el pensamiento estadístico a largo plazo (Behar y Grima, 2004). Todo ello se ha considerado en las propuestas didácticas que se analizarán en este curso, y

además se mostrará el análisis de contenido que, la identificación de dimensiones, permite realizar a partir de las producciones de los estudiantes.

3 - Metodología

Objetivos

- Generar un espacio de reflexión metacognitiva que propenda a la valoración del análisis de contenido como técnica metodológica para la elaboración de rúbricas que permitan evaluar tareas inmersas en propuestas didácticas. El análisis de contenido se centrará en las relaciones de indicadores didácticos, propuestos por Behar y Grima (2004, 2014) y Gal (2004, 2019).
- Poner en práctica una rúbrica, centrada en las dimensiones descritas en el marco de referencia, que permite la evaluación de la producción de los estudiantes.
- Propiciar un espacio de reflexión y discusión que permita identificar la riqueza conceptual que puede derivarse de la enseñanza de la Estadística basada en indicadores sociales, de tal manera que sea posible identificar conceptos, ideas fundamentales (Goetz, 2008), tipos de razonamientos, dimensiones del pensamiento y las relaciones entre ellos.

Cronograma

Dado que se pretende crear un espacio de reflexión metacognitiva para los asistentes, se propone que el desarrollo del curso se realice a través de tres módulos, cada uno de los cuales constará de dos momentos claramente diferenciados, a partir del siguiente cronograma:

Primer módulo:

- *Primer momento.* Presentación de las dimensiones de un marco teórico centrado en la alfabetización estadística, el pensamiento estadístico. Se desarrollarán los elementos que constituyen la alfabetización estadística desde el enfoque de Gal (2004, 2019), las dimensiones del pensamiento estadístico desarrollados por Behar y Grima (2004, 2014). Se prevé que esta instancia sea de exposición con unos minutos para aclarar dudas o responder consultas (Duración prevista: 60 minutos).
- *Segundo momento.* Ejemplificación de indicadores didácticos y puesta en práctica de una rúbrica. Se destina un tiempo para hacer una breve exposición de los indicadores didácticos que permiten evaluar el nivel de complejidad de tareas centradas en el estudio de indicadores sociales. Se prevé una instancia de exposición y otra instancia de discusión grupal en la que los asistentes tengan la posibilidad de aplicar una rúbrica a una tarea tipo. Cabe aclarar que este tipo de tareas implican un menor nivel de complejidad que las tareas evaluativas que se discutirán en el tercer momento (Duración prevista: 60 minutos).

Segundo módulo:

- *Tercer momento.* Exposición sobre el análisis de contenido realizado sobre una propuesta de evaluación continua. En este momento se prevé un espacio de exposición en el que se presenta una evaluación compuesta de varias partes, se discute sobre el contenido estadístico que la atraviesa y luego se realiza una presentación del análisis de contenido realizado sobre toda la propuesta evaluativa. (Duración prevista: 60 minutos)
- *Cuarto momento.* Trabajo de discusión grupal. Se divide a los asistentes en grupos de 3 o 4 personas (según la cantidad total de asistentes) y, se les solicita que apliquen una rúbrica a una secuencia didáctica que consta de distintas actividades. A cada grupo se les propone una de las actividades de la secuencia, de manera que puedan realizar un análisis de contenido basado en la rúbrica propuesta. Se prevé destinar un tiempo para que los grupos revisen las actividades y sus resoluciones y las evalúen en función de los indicadores presentados en el curso (Duración prevista: 60 minutos).

Tercer módulo:

- *Quinto momento.* Reflexión metacognitiva.. En este momento se espera abrir un espacio de intercambios para comentar los criterios tomados por cada grupo a la hora de la evaluación y realizar una reflexión sobre los alcances y las limitaciones cognitivas de cada actividad (Duración prevista: 60 minutos).
- *Sexto momento.* Descripción del software libre utilizado para el análisis estadístico implicado en las tareas analizadas. Se prevé un nuevo espacio de exposición en el que se mostrará el análisis estadístico necesario para la resolución de las tareas analizadas didácticamente. En este caso se prevé trabajar con software libre y en línea: CODAP (<https://codap.concord.org/for-educators/>) y Gapminder. Se prevé un espacio de intercambio de preguntas. (Duración prevista: 60 minutos).

4 - Descripción de las tareas propuestas

Las tareas sobre las que se realizará el análisis de contenido, análisis estadístico y aplicación de rúbricas, se dividen en tres ejes que persiguen distintos propósitos, los cuales se describen en la Tabla 1, en los que estarán implícitas algunas de las dimensiones referidas en el marco de referencia, tomadas como indicadores para evaluar el nivel de complejidad de cada actividad. Las mismas se basan en información de organismos oficiales: Instituto Nacional de Estadísticas y Censos (INDEC) e Informe de Desarrollo Humano (PNUD, 2022), las que forman parte de una investigación de diseño cuyos resultados se han publicado en Tauber (2021, 2023) y Tauber et al. (2019).

Tabla 1.

Ejes y propósitos de las actividades

Eje	Propósitos
1. Comparar índices a partir de resúmenes gráficos e infografías	Se parte de una discusión política real que permite introducir conceptos asociados a distintos índices: razones, proporciones y tasas. Es posible analizar, de manera crítica, información utilizada por dirigentes políticos para la toma de decisiones (Engel, 2019).
	A partir de la comparación desde una representación gráfica publicada, se la de-construye con el objetivo de definir un índice específico y, a partir de éste, obtener nueva información, realizar nuevos resúmenes y comparaciones e imaginar posibles tendencias.
2. Comparar distribuciones a partir de diagramas y medidas	Permite trabajar con conceptos asociados a la construcción de diagramas de caja, su lectura e interpretación. Además, introduce la necesidad de conocer contextos en los que son necesarias las medidas de posición y presentar conocimientos contextuales asociados al estudio de la desigualdad (Gal, 2019).
3. Construir e interpretar distribuciones bivariadas, multivariadas y series de tiempo	Las actividades centradas en este eje permiten realizar distintos tipos de <i>transnumeración</i> (Pfannkuch, 2007), trabajar con datos bivariados y multivariados y construir e interpretar distintos tipos de resúmenes y de variables. A ello se agrega el trabajo con otros tipos de indicadores, tal como la variación porcentual y también es posible introducir ideas intuitivas asociadas a la aleatoriedad y a la estimación y predicción a futuro.
Fuente. Elaboración propia	

5 - Equipo de apoyo necesario para el desarrollo del curso:

Cañón y conexión a internet para todos los módulos, aula informática o disponibilidad de notebook, especialmente para el tercer módulo.

Bibliografía

- Barajas Prieto, F.; Salinas Vargas, L. y Álvarez Alfonso, I. (2018). ¿Sabes leer e interpretar gráficos estadísticos? En Álvarez, I. (Ed.). *Memorias del III Encuentro Colombiano de Educación Estocástica*. Colombia: Asociación Colombiana de Educación Estocástica.
- Behar, R. y Grima, P. (2004). La Estadística en la Educación Superior: ¿Estamos Formando Pensamiento Estadístico? *Revista Ingeniería y Competitividad*, 5(2), pp.84-90. Agosto, 2004, Universidad del Valle. Cali, Colombia.
- Behar, R. y Grima, P. (2014). Estadística: Aprendizaje a largo plazo. Factores que inciden y estrategias plausibles. En . G. Sanabria Brenes y F. Núñez Vanegas (Eds.), *Actas del IV Encuentro sobre Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y el Análisis de Datos*. Costa Rica.
- Ben-Zvi, D. y Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning and thinking: goals, definitions and challenges. In D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 3-15). Dordrecht: Springer.

- Engel, J. (2019). Cultura estadística y sociedad. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Disponible en www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html.
- Escudero, W. (2019). *Big data*. 2º edición. Colección Ciencia que ladra. Siglo XXI editores.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., & Scheaffer, R. (2007). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education [GAISE] report: A preK-12 curriculum framework*. Alexandria, VA: American Statistical Association. Recuperado de www.amstat.org/education/gaise/.
- Gal, I. (2004). Statistical Literacy: meanings, components, responsibilities. En: D. Ben-Zvi y J. Garfield (eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*, pp. 47 – 78. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic.
- Gal, I. (2019). Understanding statistical literacy: About knowledge of contexts and models. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Disponible en www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html.
- Goetz, S.(2008). *Fundamental ideas and basic beliefs in Stochastics. Theoretical Aspects and Empirical Impressions from the Education of Student Teachers*.
- Pfannkuch, M. (2007). Year 11 students' informal inferential reasoning: A case study about the interpretation of box plots. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, Vol. 2, 3.
- Pfannkuch, M. y Rubick, A. (2002). An exploration of students' statistical thinking with given data. *Statistics Education Research Journal*, 1 (2), 4-21.
- Pinto, J.; Tauber, L.; Zapata-Cardona, L.; Albert, J.; Ruiz, B. y Mafozoki, J. (2017). Alfabetización Estadística en Educación Superior. En: L. A. Serna (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, vol 30, pp. 227-235. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa,.
- Programa de Naciones Unidas para el Desarrollo. (2022). Informe sobre Desarrollo Humano 2022. <https://report.hdr.undp.org/es/intro/> .
- Ridgway, J., Nicholson, J. and McCusker, S. (2011). Developing Statistical Literacy in Students and Teachers. In C. Batanero, G.Burrill and C. Reading (Eds.). *Teaching Statistics in School Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education*. Springer: Dordrecht. New ICMI Study Series, Vol. 15, 311-322.
- Schild, M. (1999). Statistical Literacy and Simpson's Paradox. *ASA Proceedings of the Section on Statistical Education*.
- Schild, M. (2000). Statistical Literacy and Mathematical Reasoning. University Working Group, *International Conference on Mathematics Education (ICME-9)*, Tokyo.
- Schild, M. (2006). Statistical literacy survey analysis: reading graphs and tables of rates percentages. Ed B. Phillips. *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. Cape Town: International Statistical Institute and International Association for Statistical Education. Disponible en: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase>.

Tauber, L. M. (2021). Facetas de la Estadística Cívica Implícitas en una Experiencia de Enseñanza centrada en el Estudio de Indicadores Sociales . PARADIGMA, 41(e1), 89-117. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2021.p89-117.id1019>

Tauber, L. M. (2023) Análisis de una propuesta evaluativa a la luz de la estadística cívica. En: M. A. Kistemann y C. Giordano (eds.) *Educação Financeira: olhares, incertezas e possibilidades – volume 2*. Cap. 10. Editora Akademy.

Tauber, L., Cravero, M. y Santellán, S. (2019). La construcción del sentido estadístico a partir de indicadores sociales. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Disponible en www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html.

Wallman, K.K. (1993). Enhancing statistical literacy: Enriching our society. *Journal of the American Statistical Association*, 88 (421), 1-8.

Textos académicos en latex CON overleaf

Dalmaso, Estefanía Dafne
Facultad de Ciencias Económicas (UNL)
dafnedalm@gmail.com

Especialidad: Educación matemática

Palabras clave: textos académicos, sistema LaTeX, plataforma Overleaf.

Resumen

En las últimas décadas se ha expandido el uso del sistema LaTeX para la creación de documentos académicos y científicos de alta calidad, tales como artículos, tesis, libros y otros trabajos técnicos. LaTeX permite a los usuarios controlar y adaptar el contenido y el formato de sus documentos a medida que evolucionan las necesidades y los estándares, sin depender exclusivamente de las versiones de software. Se destaca y diferencia de otros procesadores de texto por: la calidad tipográfica excepcional y su facilidad para gestionar documentos extensos; el aspecto visualmente atractivo; el formato coherente y estandarizado en todo el contenido; la gestión eficiente de referencias y citas; su amplia utilización en matemática, física, estadística y ciencias de la computación por ser un poderoso soporte para fórmulas matemáticas y notación científica; la automatización y coherencia de referencias cruzadas; su portabilidad y longevidad, lo que permite que los documentos puedan ser leídos aún luego de muchos años sin perder compatibilidad con otras versiones.

Si bien la aparición de editores de texto adaptados favoreció a la expansión del sistema, su uso se ha difundido más recientemente de la mano de la plataforma Overleaf por ser una herramienta en línea y colaborativa, con una interfaz más intuitiva y sin barreras técnicas. Allí, los usuarios pueden crear, editar y compilar documentos LaTeX en tiempo real, y colaborar simultáneamente desde diferentes ubicaciones geográficas. Se puede acceder a esta plataforma desde cualquier dispositivo con conexión a Internet, y posee sincronización automática e historial, lo que facilita la recuperación de versiones anteriores del documento.

El objetivo de este curso es brindar a los asistentes algunas herramientas básicas que le permitirán iniciarse en la producción de textos académico-científicos con LaTeX, mediante el uso de la plataforma Overleaf. Los encuentros se llevarán a cabo siguiendo un enfoque participativo, donde se explorarán y aplicarán diversas características de LaTeX, prestando especial atención a las relacionadas con el quehacer de los docentes de matemáticas y áreas afines. Se espera que los participantes creen un texto breve de su interés, que integre las distintas funcionalidades de LaTeX presentadas durante el curso.

1 - Planificación

El curso constará de 6 horas distribuidas en tres módulos de 2 horas cada uno. Los encuentros no serán meramente expositivos, sino que se espera una continua interacción con los asistentes a lo largo de la presentación de las diferentes funcionalidades de LaTeX y Overleaf.

Para el desarrollo de esta propuesta será necesario que cada asistente tenga acceso a una PC de escritorio o portátil con conexión a internet. Así, para el dictado del curso se requiere disponer de un aula informática con acceso a internet y un cañon proyector para compartir la exposición.

Se detallan a continuación los contenidos, actividades y resultados esperados por módulo.

Módulo 1: Introducción a LaTeX y Overleaf. Estructuras básicas de formato.

Breve introducción a LaTeX. Beneficios de aprender LaTeX con Overleaf. Registro en Overleaf y creación de una cuenta. Interfaz básica de Overleaf. Creación de un nuevo documento LaTeX. Estructura básica: preámbulo, cuerpo del documento y elementos iniciales. Formatos de texto. Comandos para estructurar párrafos y secciones. Configuración de márgenes, encabezados, pies de página, entre otras características de formato.

Módulo 2: Fórmulas y entornos matemáticos, gráficos y tablas. Uso colaborativo de Overleaf.

Creación de listas y entornos de teoremas. Introducción a la escritura de ecuaciones y símbolos matemáticos. Algunas herramientas para principiantes. Inclusión de imágenes. Interconexión con GeoGebra en la creación de gráficos. Creación de tablas básicas en LaTeX. Producción de un texto breve utilizando lo aprendido hasta el momento. Compartición de documentos y colaboración en tiempo real con Overleaf.

Módulo 3: Referencias y citas. Personalización de comandos. Plantillas y consejos de uso de Overleaf.

Inclusión de citas bibliográficas. Gestión de referencias mediante BibTeX. Exploración de plantillas prediseñadas para diferentes tipos de documentos. Presentación de algunos comandos y técnicas avanzadas. Errores comunes y cómo evitarlos. Incorporación de lo aprendido al texto producido en el módulo anterior. Puesta en común de experiencias y dificultades.

Bibliografía

Borbón, A.; Mora Flores, W. (2022). *Edición de textos científicos LaTeX. Composición, Diseño Editorial, Gráficos, Inkscape, Tikz y Presentaciones Beamer*. (2ª Ed.) Revista digital Matemática Educación e Internet. https://tecdigital.tec.ac.cr/servicios/revistamatematica/Libros/LaTeX/MoraW_BorbonA_LibroLaTeX.pdf

Oetiker, T.; Partl, H.; Hyna, I. y Schlegl, E. (2010). *La introducción no-tan-corta a LATEX 2_ε*. <https://lorca.act.uji.es/curso/latex/documento/lshort-a4.pdf>. Consultado 04/08/2023.

Overleaf (s.f.). *Documentación*. <https://es.overleaf.com/>

Pacios Izquierdo, D. (2018). *BaSix. LaTeX básico con ejercicios resueltos*. (1ª Ed.) <https://www.ucm.es/data/cont/docs/1346-2019-04-12-BaSix%20LaTeX%20básico%20con%20ejercicios%20resueltos27.pdf>. Consultado el 24/08/2023.

Padrón Hernández, L. A. (2011). *Cómo crear documentos científicos de calidad con herramientas de software Libre: Breve introducción a LaTeX, Gnuplot y Subversión*. Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. Servicio de Publicaciones.

TALLERES

Docencia innovadora: construyendo aulas híbridas exitosas

De Rosa, Elisa – Castillo, Luciana Raquel – María Magdalena Godoy
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Tucumán – Facultad de Ciencias
Económicas, Universidad Nacional de Tucumán – Facultad de Filosofía y Letras. Universidad Nacional de
Tucumán
lcastillo@face.unt.edu.ar – ederosa@face.unt.edu.ar – ing.magda@gmail

Especialidad: Educación matemática

Palabras clave: Procesos educativos mediados por tecnologías; Modelos híbridos de enseñanza;
Enseñanza postpandemia; Aulas híbridas

Resumen

La educación es un proceso en constante evolución. En años recientes, las prácticas educativas enfrentaron la necesidad de adaptarse y transformarse a un ritmo vertiginoso. En el contexto postpandemia, los modelos híbridos de educación emergen como una alternativa que se consolida ante los desafíos en la enseñanza y aprendizaje, que incluyen desde aspectos como la calidad de los programas y la equidad en el acceso y continuidad de los estudios hasta aristas como el *engagement* y la significatividad de los procesos.

La convergencia de lo presencial y las tecnologías digitales, debidamente diseñadas e implementadas, amplía las posibilidades de docentes y alumnos, al tiempo que potencia la flexibilidad y la interacción en el proceso educativo, así como la consideración de aspectos coyunturales desafiantes. Combinar las experiencias en el aula presencial con las ventajas del aprendizaje en línea no solo enriquece la dinámica, sino que también prepara a los actores para prosperar en un entorno globalizado y tecnológico, considerando los nuevos roles que deben asumir en la sociedad.

En este taller exploraremos los conceptos y criterios claves al momento del diseño e implementación estratégica de modelos híbridos en la enseñanza de la matemática en la Universidad. En particular, se presentarán y analizarán alternativas para desarrollar el dictado de una asignatura universitaria del área Matemática en un modelo híbrido que se ajuste a los encuadres institucionales y a los criterios y pautas de CONEAU, como a la disponibilidad de recursos.

La metodología a utilizar incluye análisis de casos, lectura colaborativa de documentos, debates y exposiciones para avanzar de forma dinámica sobre el objetivo de que cada participante evalúe la posibilidad de adoptar un modelo híbrido en su práctica docente, identificando los principales desafíos y/o renueve su ya efectiva ejecución, ampliando el abanico de herramientas con las que se puede abordarlos.

1 - Planificación

El objetivo general del taller es “Conocer aspectos centrales del diseño, desarrollo e implementación del diseño de propuestas didácticas con un dictado en modalidad híbrida para la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática en la Universidad, utilizando las nuevas tecnologías y las estrategias del *engagement* educativo”. Los objetivos específicos del taller incluyen:

- Explorar diferentes alternativas y experiencias en modelos educativos híbridos.
- Conocer sobre los requerimientos que resultan necesarios para la implementación de una propuesta con modalidad híbrida, de modo tal que se contemplen todos los componentes del Modelo Didáctico.
- Reconocer ventajas y desventajas de las diferentes alternativas de implementación de modelos híbridos, evaluadas desde el punto de vista de docentes y alumnos.

- Identificar los aspectos claves en torno a las posibles dificultades como a las oportunidades cognitivas, comunicacionales, instrumentales, tecnológicas y temporales en la interacción docente-alumno que se establece en una enseñanza híbrida.
- Definir aspectos centrales para extender la propuesta a los grupos de trabajo de los participantes.

2 - Programa de contenidos

- 1) Fundamentos y conceptos centrales de la Enseñanza Híbrida:
 - Introducción al concepto de enseñanza híbrida, modelos de hibridación y su relevancia en la educación contemporánea.
 - Beneficios y desafíos de la enseñanza híbrida en el contexto universitario
- 2) Diseño de una propuesta híbrida:
 - Entornos virtuales de aprendizaje: Complementariedad de Aula presencial, virtual, materiales y canales de comunicación.
 - Estrategias para implementar clases híbridas
 - Herramientas y plataformas tecnológicas para creación y distribución de contenido
 - Fomento de la participación activa y la colaboración
- 3) Análisis de casos de aulas híbridas en el ámbito de la FACE-UNT

3 - Cronograma y detalle

Cada encuentro comenzará con una dinámica disparadora de presentación del tema, seguida de una exposición del tallerista sobre los contenidos a abordar para dar paso a las actividades detalladas en el cuadro.

Momento del taller	Metodología a utilizar	Actividad	Resultado esperado
Primer encuentro - 1° parte	Presentación interactiva	Preguntas y respuestas	Que los asistentes conozcan los conceptos centrales sobre hibridación de la enseñanza
Primer encuentro - 2° parte	Estudio de caso	Analizar pros y contras en los diferentes escenarios de hibridación presentados, detallando las herramientas involucradas.	Que los asistentes sean capaces de comprender el contexto de cada experiencia y evalúen los desafíos y logros en cada una, al tiempo que aumentan el abanico de herramientas que conocen y dominan.
Segundo encuentro - 1° parte	Demostración en vivo	Participación como asistente (rol de alumno) en la propuesta de clase en modalidad híbrida.	Que, a través de la experiencia, los asistentes puedan reconocer las ventajas de la propuesta y evalúen las posibilidades de mejora e implementación en su práctica docente.
Segundo encuentro - 2° parte	Debate	Discusión abierta y moderada para encontrar recomendaciones centrales para implementar un modelo híbrido.	Que los participantes se encuentren motivados a trabajar en la línea de la hibridación de la enseñanza.

Bibliografía

Educ.ar S.E. (Ed.) (2021) *Claves y caminos para enseñar en entornos virtuales: Ideas para educar con TIC en múltiples contextos*. Editorial Educ.ar. 1ª ed. Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

Educ.ar S.E. (Ed.) (2021) *Escenarios combinados para enseñar y aprender: escuelas, hogares y pantallas*. Editorial Educ.ar. 1ª ed. Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

Kuklinski, H. y Cobo, C. (2020). *Expandir la Universidad más allá de la enseñanza remota de emergencia. Ideas hacia un modelo híbrido postpandemia*. Revista Panamericana de Pedagogía N°34: 179-182

Sagol, C. (2023) *Modalidad Híbrida, ¿para qué?* [Exposición] Semana Virtual UNIPE 2023. Buenos Aires

Sangrá, A. et al (2020) *Decálogo para la mejora de la docencia online*.

http://openaccess.uoc.edu/webapps/o2/bitstream/10609/122307/1/9788491807766_no_venal.pdf

Consultado: 31/05/2023

Socrative – herramienta para el aprendizaje

Blanco, Mariana – Fernández, Melisa – Rodríguez, Virginia
FCECO UNER

mariana.blanco@uner.edu.ar – melisa.fernandez@uner.edu.ar – virginia.rodriguez@uner.edu.ar

Especialidad: Educación matemática

Palabras clave: *virtualidad, Socrative, estrategias pedagógicas, TIC*

Resumen

Socrative es una plataforma educativa interactiva en línea que se utiliza para el aprendizaje y la evaluación en el aula. Fue creada con el objetivo de mejorar la participación de los estudiantes y facilitar la retroalimentación en tiempo real entre profesores y alumnos.

Se ha convertido en una herramienta popular en muchos entornos educativos, ya que fomenta la participación activa de los estudiantes y facilita la evaluación, lo que permite a los profesores ajustar su enseñanza y mejorar la experiencia de aprendizaje.

En esta plataforma los profesores pueden crear cuestionarios, encuestas, preguntas de opción múltiple, respuestas cortas y preguntas de verdadero o falso, entre otros tipos de actividades. Estos recursos pueden ser compartidos con los estudiantes a través de códigos de acceso o enlaces sin la necesidad de generar usuarios y contraseñas.

A su vez los estudiantes pueden acceder a las actividades utilizando una variedad de dispositivos como computadoras, tabletas o teléfonos móviles.

Tiene como gran ventaja que, al responder las preguntas, los resultados se registran automáticamente y el profesor puede ver los datos en tiempo real. Esto proporciona una visión rápida del progreso y comprensión de los estudiantes, lo que ayuda al docente a adaptar la enseñanza según las necesidades individuales o del grupo.

En este taller pretendemos presentar una visión general de la plataforma, explicando sus características y beneficios para la enseñanza y la evaluación en el aula. Se espera que quienes asistan tengan la posibilidad de familiarizarse con la plataforma y puedan adaptar las consigas de sus propias prácticas para propuestas a sus estudiantes en Socrative. Así mismo se enseñará cómo descargar los informes que colaboren con la evaluación.

1 - Planificación

Objetivos

- Presentar Socrative y sus características.
- Mostrar la variedad de posibles aplicaciones de la plataforma así como su versatilidad.

Contenidos

Introducción a Socrative. Creación de actividades. Diferentes usos en el aula. Evaluación formativa. Análisis de resultados. Estrategias pedagógicas. Integración con otras herramientas.

2 - Metodología:

La metodología propuesta consiste en tres partes que se desarrollarán en dos módulos de dos horas cada uno.

Partes

1. Introducción a la herramienta.
2. Actividad.
3. Evaluación.

Módulo 1:

Parte 01 - Introducción: Presentar una visión general de la plataforma, explicando sus características y beneficios para la enseñanza y la evaluación en el aula. Enseñar a los docentes cómo crear cuestionarios, encuestas y otras actividades interactivas utilizando Socrative. Incluye la creación de preguntas de opción múltiple, preguntas abiertas y de verdadero o falso

Mostrar a los docentes cómo integrar Socrative en sus clases y cómo involucrar a los estudiantes en actividades interactivas en tiempo real. Enfatizar la importancia de fomentar la participación activa y el aprendizaje colaborativo.

Parte 02 – Actividad: propuesta por equipos: Crear una cuenta en Socrative y adaptar alguna consigna propia para editarla en la plataforma.

Módulo 2:

Parte 02 – Actividad (Continuación): Se continuará con la propuesta por equipos. A partir de la consigna desarrollada se pedirá a los demás integrantes del curso que participen en la consigna generada en el módulo 1. Descargar informes y analizarlos.

Parte 03 - Evaluación: Mediante el diálogo con los talleristas se revisará cómo Socrative recopila datos y cómo los docentes pueden acceder a informes detallados sobre el rendimiento de los estudiantes. Se reflexionará sobre cómo utilizar estos datos para identificar fortalezas y debilidades en el aprendizaje de los estudiantes. Proporcionar ejemplos de cómo utilizar Socrative como parte de diferentes estrategias pedagógicas, como la gamificación, el aprendizaje basado en proyectos y el aprendizaje invertido. Explorar cómo Socrative se puede utilizar fuera del aula para tareas como deberes, prácticas y autoevaluaciones. Discutir cómo Socrative se puede integrar con otras herramientas y plataformas educativas para mejorar la experiencia de enseñanza y aprendizaje.

3 - Equipo de apoyo:

Para desarrollar el taller será necesario contar con una computadora o laptop por equipo de trabajo, conexión a internet para los talleristas y un cañón. El ambiente ideal es un aula o laboratorio de informática.

Bibliografía

Chamorro-Ortega, P. Bejarano-Criollo, S. y Colcha-Guashpa, E (2021) SOCRATIVE, aplicación interactiva para evaluar los resultados de aprendizaje en los estudiantes de inglés como Lengua Extranjera E Dom. Cien., ISSN: 2477-8818 Vol 7, núm. 1, 849-873

Consejos y respuestas del Equipo Socrative (2023). <https://help.socrative.com/es/> Consultado 31/07/2023

López Hernández, S. I. (2022). Socrative: herramienta para la evaluación de los aprendizajes en contextos virtuales. REICIT, 1(2), 67–82. Recuperado a partir de <https://revistas.up.ac.pa/index.php/REICIT/article/view/2609>

Sánchez Ovcharov, Carmen. (2020). Nuevas dimensiones de la educación: gamificación, TIC y e-learning, Diálogos intelectuales del siglo XXI. Global KnowledgeAcademics.

Sánchez Pacheco, Carlos. (2020). Gamificación en la educación: hacia una pedagogía para involucrar y motivar a los estudiantes. Editorial Académica española.

UsánSupervía, Pablo y otros. (2020). Gamificación educativa: innovación en el aula para potenciar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Editorial Pregunta.